

两腔级联纠缠增强的理论分析*

周瑶瑶^{1)†} 田剑锋¹⁾ 闫智辉²⁾³⁾ 贾晓军²⁾³⁾

1) (太原师范学院物理系, 晋中 030619)

2) (山西大学光电研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

3) (山西大学, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2018年11月22日收到; 2019年1月22日收到修改稿)

高纠缠度的纠缠源是实现高保真度量子信息传输与处理的保障, 因为受到光学元器件自身性能不完美的限制, 通过有效的操控手段来提高光场的纠缠度是十分必要的. 连续变量 Einstein-Podolsky-Rosen 纠缠态光场可以利用工作在阈值以下的非简并光学参量放大器来获得. 将两个非简并光学参量放大器级联, 可以利用第二个光学腔来操控第一个光学腔输出的纠缠态光场, 在一定条件下实现光场的纠缠增强. 本文通过理论分析设计出两种光学腔级联的实验系统, 其中, 纠缠产生装置采用具有三共振结构的半整块驻波腔, 输出到目前为止世界上单腔获得两组份纠缠态光场纠缠度的最高值, 操控光学腔采用驻波腔或四镜环形腔的结构. 详细对比分析了不同结构的操控腔对纠缠增强效果的影响, 得出利用不同腔形作为操控腔的最佳实验方案. 同时分析了级联腔输出光场的纠缠度随不同物理参量的变化关系, 得出进一步优化的最佳实验系统参量, 为实验获得更高纠缠度的纠缠态光场提供了依据.

关键词: 两组份纠缠态光场, 操控光学腔, 纠缠增强**PACS:** 42.50.-p, 42.50.Lc, 42.65.Yj**DOI:** 10.7498/aps.68.20182079

1 引言

在量子信息发展的近几十年中, 不管是利用分离变量领域中量子比特的单光子还是利用连续变量领域中量子模式的光场来实现量子通信和量子计算, 都展现出量子信息存在的巨大潜能和新奇优势^[1-5], 吸引着人们不断地探索.

量子纠缠因其非局域性的特点, 是进行量子信息研究的重要资源, 连续变量 Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) 纠缠态光场是连续变量量子资源中最基本的纠缠态光场, 可以通过两种光学实验装置来获得. 一种实验装置是利用两个含有一类非线性晶

体的频率简并的光学参量放大器 (degenerate optical parametric amplifier, DOPA) 产生正交分量的单模压缩态光场, 然后将这两束频率相同的单模压缩态光场以恒定的相位差在分束比例为 50 : 50 的光学分束器上耦合, 得到 EPR 纠缠态光场^[6-8]. 自 1970 年 Stoler^[9] 提出了正交分量压缩态的概念之后, 全世界各个研究小组陆续以不同的方法在实验中获得压缩态光场. 由于 DOPA 中一类非线性晶体的非线性系数较高, 德国的 Schnabel 实验小组已经多次获得了压缩度高于 10 dB 的单模压缩态光场^[7,10-13], 利用该方法制备的 EPR 纠缠态光场也达到了 10 dB 左右^[7]. 另一种实验装置是含有二类非线性晶体的非简并光学参量放大器 (non-

* 国家重点研发计划 (批准号: 2016YFA0301402)、国家自然科学基金 (批准号: 11804246, 61775127, 11474190, 11654002)、山西青年三晋学者项目、山西省回国留学人员科研资助项目、山西省“1331 工程”重点学科建设计划和山西省高等学校创新人才支持计划.

† 通信作者. E-mail: zhouyaoyaofangxia@163.com

degenerate optical parametric amplifier, NOPA), 其输出的两束光场频率相同, 偏振相互垂直, 构成了连续变量 EPR 纠缠态光场 [14–17]. 因为仅仅利用一个光学腔就可以获得 EPR 纠缠态光场, 实验过程简单易操作. 1992 年, 美国的 Kimble 实验小组 [18] 利用该方法制备出了连续变量 EPR 纠缠态光场. 之后全世界各个实验小组也利用 NOPA 腔, 通过让其工作在不同的状态获得了不同关联类型的 EPR 纠缠态光场 [6,15,19–22]. 作为最基本的量子纠缠资源, EPR 纠缠态光场被用于完成了不同的量子信息实验, 比如量子离物态 [1,2,23,24]、量子密集编码 [25–28] 等, 但纠缠源的纠缠度却在很长一段时间内一直保持在 -4 dB 左右, 大大影响了量子信息传输的速率与效率. 于是提高纠缠源的纠缠度成为实现高保真量子信息传输与处理中至关重要的问题 [24]. 2010 年, 山西大学国家重点实验室通过对纠缠产生系统进行降噪处理, 将纠缠度提高到了 -6 dB [22]. 2015 年, 我们小组利用具有三共振结构的 NOPA 腔, 通过提高其有功输出效率, 获得了单个腔输出光场的纠缠度为 -8.4 dB 的 EPR 纠缠态光场 [29].

因为受到光学元件自身性能的限制, 单个腔输出光场的纠缠度不能只通过优化光学元器件一味地提高. 利用操控的方法来实现纠缠增强是十分必要的 [30–32], 其中一种实现操控的方法是在第一个 NOPA 后级联第二个 NOPA, 利用第二个 NOPA 来操控第一个 NOPA 输出的纠缠态光场, 在一定条件下实现纠缠态光场的纠缠增强. 为了更大程度地提高纠缠度, 我们在理论上提出第一个 NOPA 采用本小组在 2015 年实验实现的能够输出 8.4 dB EPR 纠缠态光场的纠缠产生装置——带楔角晶体的半整块驻波腔, 第二个 NOPA 可以采用两种不同的腔形——驻波腔结构或是四镜环形腔结构. 根据第二个 NOPA 的腔型, 设计出两种不同的光学腔级联系统, 理论分析了各光学系统实现纠缠增强的效果以及最终输出光场的纠缠度随不同物理参量的变化关系, 找到了级联纠缠增强系统的最佳实验方案以及最佳物理参量, 为制备更高质量的纠缠源提供了依据.

2 驻波腔与四镜环形腔级联纠缠增强的理论分析

依据参考文献 [32], 利用光学腔级联的方法可

以实现连续变量 EPR 纠缠态光场的纠缠增强. 这里考虑将两个工作在参量反放大状态的 NOPA1 和 NOPA2 级联, 研究 NOPA2 对 NOPA1 输出光场的操控效果. 图 1 为驻波腔与四镜环形腔级联的光学系统. 为了更大程度地提高级联光学系统输出纠缠态光场的纠缠度, NOPA1 的腔型选择 2015 年本研究小组实验设计的单个具有三共振结构的半整块驻波腔, 由带 1° 楔角的非线性光学晶体 KTP1 和曲率半径为 50 mm 的凹镜 M0 组成, M0 对种子光场的透射率为 12.5% , 可以输出高达 8.4 dB 的 EPR 纠缠态光场, 是目前为止单个腔产生 EPR 纠缠态光场中纠缠度最高的.

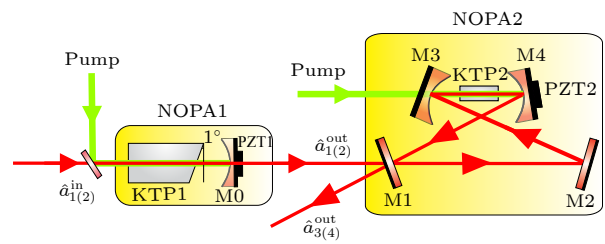


图 1 驻波腔与四镜环形腔级联的光学系统

Fig. 1. Optical system of connecting a standing wave cavity and a four-mirror ring cavity in series.

NOPA1 内的信号光场 $\hat{a}_1(t)$ 和闲置光场 $\hat{a}_2(t)$ 的运动方程为

$$\begin{aligned} \tau \frac{d\hat{a}_1(t)}{dt} &= -\chi \hat{a}_p(t) \hat{a}_2^\dagger(t) - \gamma_3 \hat{a}_1(t) \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_1} \hat{a}_1^{\text{in}}(t) + \sqrt{2\gamma_2} \hat{b}_1^{\text{in}}(t), \\ \tau \frac{d\hat{a}_2(t)}{dt} &= -\chi \hat{a}_p(t) \hat{a}_1^\dagger(t) - \gamma_3 \hat{a}_2(t) \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_1} \hat{a}_2^{\text{in}}(t) + \sqrt{2\gamma_2} \hat{b}_2^{\text{in}}(t), \end{aligned} \quad (1)$$

其中, \hat{a}_p 表示 NOPA1 内的抽运光场; \hat{a}_1^{in} , \hat{a}_2^{in} 分别表示注入 NOPA1 的信号光场和闲置光场; \hat{b}_1^{in} , \hat{b}_2^{in} 分别表示 NOPA1 因为内腔损耗而引入的真空态光场; \hat{a}_1^\dagger , \hat{a}_2^\dagger 表示算符 \hat{a}_1 , \hat{a}_2 的共轭算符; χ 表示晶体的有效非线性系数; γ_1 表示 NOPA1 的输出镜对基频光场的耦合效率, 其取值为输出镜对基频光场的透射率 T 的一半; γ_2 表示 NOPA1 由于内腔损耗而引入的输出镜对真空光场的耦合效率; $\gamma_3 = \gamma_1 + \gamma_2$, 表示输出镜对腔内基频光场总损耗的耦合效率; τ 表示光场从输入镜出发, 在光学腔 NOPA1 内传输一周, 再回到输入镜时所用的时间.

对 (1) 式进行傅里叶变换, 可以得到 NOPA1 内种子光场在频域空间的运动方程:

$$\begin{aligned}
 i\omega\tau\delta\hat{a}_1(\Omega) &= -k\delta\hat{a}_2^+(\Omega) - \gamma_3\delta\hat{a}_1(\Omega) \\
 &\quad + \sqrt{2\gamma_1}\delta\hat{a}_1^{\text{in}}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_2}\delta\hat{b}_1^{\text{in}}(\Omega), \\
 i\omega\tau\delta\hat{a}_2(\Omega) &= -k\delta\hat{a}_1^+(\Omega) - \gamma_3\delta\hat{a}_2(\Omega) \\
 &\quad + \sqrt{2\gamma_1}\delta\hat{a}_2^{\text{in}}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_2}\delta\hat{b}_2^{\text{in}}(\Omega). \quad (2)
 \end{aligned}$$

NOPA1 输入和输出光场之间满足

$$\begin{aligned}
 \delta\hat{a}_1^{\text{out}}(\Omega) &= \sqrt{2\gamma_1}\delta\hat{a}_1(\Omega) - \delta\hat{a}_1^{\text{in}}(\Omega), \\
 \delta\hat{a}_2^{\text{out}}(\Omega) &= \sqrt{2\gamma_1}\delta\hat{a}_2(\Omega) - \delta\hat{a}_2^{\text{in}}(\Omega), \quad (3)
 \end{aligned}$$

其中, δ 表示光场算符的交流分量; $\omega = 2\pi\Omega$ (Ω 是分析频率的角频率); k 表示 NOPA1 的非线性转换效率, 与腔内晶体的有效非线性系数和输入抽运光场的能量有关; \hat{a}_1^{out} , \hat{a}_2^{out} 分别表示 NOPA1 的输出信号光场和闲置光场。

为了判断光学腔输出光场的纠缠特性, 根据文献 [33, 34] 提出的 EPR 纠缠态光场的判据——

$$\begin{aligned}
 \delta\hat{X}_{a1}^{\text{out}} &= \frac{k(2\gamma_1\delta\hat{X}_{a2}^{\text{in}} + 2\sqrt{\gamma_1\gamma_2}\delta\hat{X}_{b2}^{\text{in}}) - (2\gamma_1\delta\hat{X}_{a1}^{\text{in}} + 2\sqrt{\gamma_1\gamma_2}\delta\hat{X}_{b1}^{\text{in}})(\gamma_3 + i\omega\tau)}{k^2 - (\gamma_3 + i\omega\tau)^2} - \delta\hat{X}_{a1}^{\text{in}}, \\
 \delta\hat{X}_{a2}^{\text{out}} &= \sqrt{2\gamma_1} \left[\frac{k\sqrt{2\gamma_1}\delta\hat{X}_{a1}^{\text{in}} - (\sqrt{2}\gamma_1^{3/2} + \gamma_2\sqrt{2\gamma_1} + \sqrt{2\gamma_1}i\omega\tau)\delta\hat{X}_{a2}^{\text{in}}}{k^2 - \gamma_3^2 - 2i\omega\tau\gamma_3 + \omega^2\tau^2} \right] \\
 &\quad + \sqrt{2\gamma_1} \left[\frac{k\sqrt{2\gamma_2}\delta\hat{X}_{b1}^{\text{in}} - (\sqrt{2}\gamma_2^{3/2} + \gamma_1\sqrt{2\gamma_2} + \sqrt{2\gamma_2}i\omega\tau)\delta\hat{X}_{b2}^{\text{in}}}{k^2 - \gamma_3^2 - 2i\omega\tau\gamma_3 + \omega^2\tau^2} \right] - \delta\hat{X}_{a2}^{\text{in}}, \quad (6) \\
 \delta\hat{Y}_{a1}^{\text{out}} &= \frac{k(2\gamma_1\delta\hat{Y}_{a2}^{\text{in}} + 2\sqrt{\gamma_1\gamma_2}\delta\hat{Y}_{b2}^{\text{in}}) - (2\gamma_1\delta\hat{Y}_{a1}^{\text{in}} + 2\sqrt{\gamma_1\gamma_2}\delta\hat{Y}_{b1}^{\text{in}})(\gamma_3 + i\omega\tau)}{k^2 - (\gamma_3 + i\omega\tau)^2} - \delta\hat{Y}_{a1}^{\text{in}}, \\
 \delta\hat{Y}_{a2}^{\text{out}} &= \sqrt{2\gamma_1} \left[\frac{k\sqrt{2\gamma_1}\delta\hat{Y}_{a1}^{\text{in}} - (\sqrt{2}\gamma_1^{3/2} + \gamma_2\sqrt{2\gamma_1} + \sqrt{2\gamma_1}i\omega\tau)\delta\hat{Y}_{a2}^{\text{in}}}{k^2 - \gamma_3^2 - 2i\omega\tau\gamma_3 + \omega^2\tau^2} \right] \\
 &\quad + \sqrt{2\gamma_1} \left[\frac{k\sqrt{2\gamma_2}\delta\hat{Y}_{b1}^{\text{in}} - (\sqrt{2}\gamma_2^{3/2} + \gamma_1\sqrt{2\gamma_2} + \sqrt{2\gamma_2}i\omega\tau)\delta\hat{Y}_{b2}^{\text{in}}}{k^2 - \gamma_3^2 - 2i\omega\tau\gamma_3 + \omega^2\tau^2} \right] - \delta\hat{Y}_{a2}^{\text{in}}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

其中, $\hat{X}_{a1}^{\text{out}}$, $\hat{Y}_{a1}^{\text{out}}$, $\hat{X}_{a2}^{\text{out}}$, $\hat{Y}_{a2}^{\text{out}}$, \hat{X}_{a1}^{in} , \hat{Y}_{a1}^{in} , \hat{X}_{a2}^{in} , \hat{Y}_{a2}^{in} , \hat{X}_{b1}^{in} , \hat{Y}_{b1}^{in} , \hat{X}_{b2}^{in} 和 \hat{Y}_{b2}^{in} 分别表示光场 \hat{a}_1^{out} , \hat{a}_2^{out} , \hat{a}_1^{in} , \hat{a}_2^{in} , \hat{b}_1^{in} , \hat{b}_2^{in} 的正交振幅分量算符和正交相位分量算符。

图 1 中的 NOPA2 为四镜环形腔, 由两片曲率半径为 100 mm 的凹镜 M3 和 M4, 两片平镜 M1 和 M2, 以及非线性光学晶体 KTP2 组成. 通常情况下, 其各腔镜的镀膜参数都是针对光线与镜片法线夹角为 0° 的情况, 显然 NOPA2 中光学镜片的法线与其作用光线之间的夹角大于 0° , 导致镜片对偏振相互垂直的光场的透过率不同, 最终表现为输出耦合镜对偏振相互垂直的光场透过率不

$\langle \Delta(\hat{X}_1 \mp \hat{X}_2)^2 \rangle + \langle \Delta(\hat{Y}_1 \pm \hat{Y}_2)^2 \rangle < 4$, 需要计算工作在参量反放大状态的 NOPA 输出光场正交振幅和和正交相位差的表达式或者数值分析结果. 如果输出光场的正交分量关联噪声满足该表达式, 说明输出的光场是纠缠的.

根据产生和湮灭算符的定义

$$\begin{aligned}
 \hat{a} &= (\hat{X} + i\hat{Y})/2, \\
 \hat{a}^+ &= (\hat{X} - i\hat{Y})/2, \quad (4)
 \end{aligned}$$

得到了正交振幅算符和正交相位算符的表达式:

$$\begin{aligned}
 \hat{X} &= \hat{a} + \hat{a}^+, \\
 \hat{Y} &= i(\hat{a}^+ - \hat{a}). \quad (5)
 \end{aligned}$$

将 (2)—(5) 式相结合, 得到了 NOPA1 输出信号光场和闲置光场正交振幅分量 $\delta\hat{X}_{a1(2)}^{\text{out}}$ 以及正交相位分量 $\delta\hat{Y}_{a1(2)}^{\text{out}}$ 的表达式:

同. 设 NOPA2 的输出镜对信号光场的耦合效率为 γ_1' (透射率为 T_1), 对闲置光场的耦合效率为 γ_2' (透射率为 T_2), 那么 NOPA2 内的信号光场 $\hat{a}_1'(t)$ 和闲置光场 $\hat{a}_2'(t)$ 的运动方程为

$$\begin{aligned}
 \tau' \frac{d\hat{a}_1'(t)}{dt} &= -\chi' \hat{a}_p'(t) \hat{a}_2'^+(t) - \gamma_3' \hat{a}_1'(t) \\
 &\quad + \sqrt{2\gamma_1'} \hat{a}_1^{\text{out}}(t) + \sqrt{2\gamma_2'} \hat{b}_1^{\text{in}}(t), \\
 \tau' \frac{d\hat{a}_2'(t)}{dt} &= -\chi' \hat{a}_p'(t) \hat{a}_1'^+(t) - \gamma_3' \hat{a}_2'(t) \\
 &\quad + \sqrt{2\gamma_1'} \hat{a}_2^{\text{out}}(t) + \sqrt{2\gamma_2'} \hat{b}_2^{\text{in}}(t). \quad (8)
 \end{aligned}$$

为了与 NOPA1 区别开来, NOPA2 中的光场算符和物理参数在表示过程中均在其右上角加“ $'$ ”, 两个光学腔中的算符及物理参数的含义相同. $\gamma_3^1 = \gamma_1^1 + \gamma_2^1$, 表示 NOPA2 输出镜对信号光场的总损耗耦合效率; $\gamma_3^2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2$, 表示 NOPA2 输出镜对闲置光场的总损耗耦合效率.

对 (8) 式进行傅里叶变换, 可以得到 NOPA2 内种子光场在频域空间的运动方程:

$$\begin{aligned} i\omega'\tau'\delta\hat{a}'_1(\Omega) &= -k_1\delta\hat{a}'_1{}^+(\Omega) - \gamma_3^1\delta\hat{a}'_1(\Omega) \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_1^1}\delta\hat{a}'_1{}^{\text{out}}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_2^1}\delta\hat{b}'_1{}^+(\Omega), \\ i\omega'\tau'\delta\hat{a}'_2(\Omega) &= -k_2\delta\hat{a}'_2{}^+(\Omega) - \gamma_3^2\delta\hat{a}'_2(\Omega) \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_1^2}\delta\hat{a}'_2{}^{\text{out}}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_2^2}\delta\hat{b}'_2{}^+(\Omega), \end{aligned} \quad (9)$$

其中 k_1 和 k_2 分别表示不同透射率下的非线性转换效率.

NOPA2 的输入纠缠态光场 $\hat{a}_{1(2)}^{\text{out}}$ 和输出纠缠态光场 $\hat{a}_{3(4)}^{\text{out}}$ 之间满足以下关系:

$$\begin{aligned} \delta\hat{a}_3^{\text{out}}(\Omega) &= \sqrt{2\gamma_1^1}\delta\hat{a}'_1(\Omega) - \delta\hat{a}_1^{\text{out}}(\Omega), \\ \delta\hat{a}_4^{\text{out}}(\Omega) &= \sqrt{2\gamma_1^2}\delta\hat{a}'_2(\Omega) - \delta\hat{a}_2^{\text{out}}(\Omega). \end{aligned} \quad (10)$$

将 (4)—(10) 式相结合, 根据实际的实验参数, 取四镜环形腔的腔长为 557 mm, 内腔损耗为 $\gamma_2^1 = 0.4\%$, 频谱分析频率为 2 MHz, 在输出镜对信号光场的透射率一定的情况下, 通过数值计算 (因为透射率不同时, 输出光场正交振幅和和正交相位差的表达式太过复杂), 分析 NOPA2 输出光场正交分量之间的关联噪声随输出镜对信号光场和闲置光场的透射率之差 g 的变化关系, 结果如图 2 所示. 曲线 1 为归一化的散粒噪声极限, 当曲线呈现的关联噪声小于该值时, 说明输出两束偏振相互垂直的光场之间是相互纠缠的; 曲线 2, 3, 4 分别表示 NOPA2 的输出镜对信号光场的透射率 T_1 为 5%, 7% 和 10% 时, 输出光场的量子关联噪声随 g 的变化关系; 曲线 5 表示输入 NOPA2 的 EPR 纠缠态光场的量子关联噪声

$$\begin{aligned} &\left(\left\langle\Delta(\delta\hat{X}_{a1}^{\text{out}} + \delta\hat{X}_{a2}^{\text{out}})^2\right\rangle + \left\langle\Delta(\delta\hat{Y}_{a1}^{\text{out}} - \delta\hat{Y}_{a2}^{\text{out}})^2\right\rangle\right) / 4 \\ &= 0.145, \end{aligned}$$

对应的纠缠度为 8.4 dB, 若曲线呈现的关联噪声小于该值, 说明操控腔增强了 NOPA1 输出光场的纠缠度. 由于曲线 2 和 3 所示关联噪声的最小值点

均在曲线 5 之上, 所以透射率为 5% 和 7% 的操控腔无法增强 NOPA1 输出的 8.4 dB 的 EPR 纠缠态光场, 应选用透射率较大的四镜环形操控腔来实现光场的纠缠增强.

曲线 2, 3, 4 的变化趋势相同, 在 $g = 0$ 时呈现输出光场量子关联噪声的最小值, 且随着 g 绝对值的逐渐增大, 量子关联噪声也逐渐增大, 甚至大于散粒噪声极限, 出现没有纠缠的情况. 这意味着输出镜对信号光场和闲置光场的透射率差值越大, 级联系统输出光场的纠缠度就越低.

曲线 4 与曲线 5 相交于 -0.34% 和 0.38% 两个临界点, 即当 $-0.34\% < g < 0.38\%$ 时, NOPA2 才能起到纠缠增强的作用. $-0.34\% < g < 0$ 对应 T_2 的取值范围为 $9.66\% < T_2 < 10\%$, $0 < g < 0.38\%$ 对应 T_2 的取值范围为 $10\% < T_2 < 10.38\%$. 将曲线以 $g = 0$ 为界限分开成左右两侧, 发现对于绝对值相等的 g 值, 右侧曲线的关联噪声小于左侧曲线的关联噪声. 这是因为右侧曲线对应的透射率大于左侧曲线对应的透射率, 导致 NOPA2 的有功输出效率较高, 输出光场的纠缠度较高. 当 $g = 0$, $T_1 = T_2 = 10\%$ 时, 输出光场的关联噪声值最小, 为 0.130, 对应的纠缠度为 -8.9 dB.

实际实验中, 四镜环形光学腔的输出耦合镜的法线与输出光场之间的夹角大约为 5° , 该角度下输出镜对信号光场和闲置光场的透射率之差约为 0.2% ^[35] (图 2 中的短虚线). 当 $g = \pm 0.2\%$ 时, 输出光场的量子关联噪声约为 0.134, 对应纠缠度为

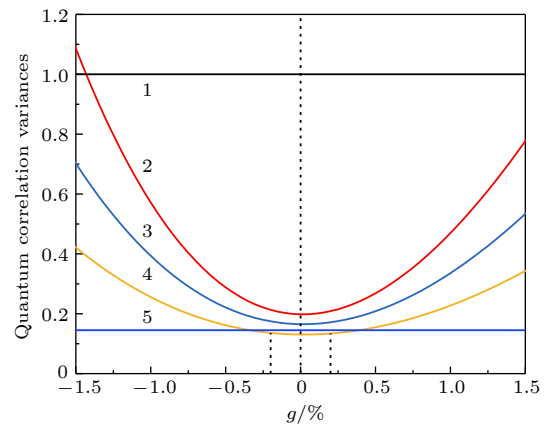


图 2 输出光场的量子关联噪声随输出镜对信号光场和闲置光场透射率之差的变化

Fig. 2. Quantum correlation variances of two output beams versus the transmissivity differences of the output coupler for idle and signal fields.

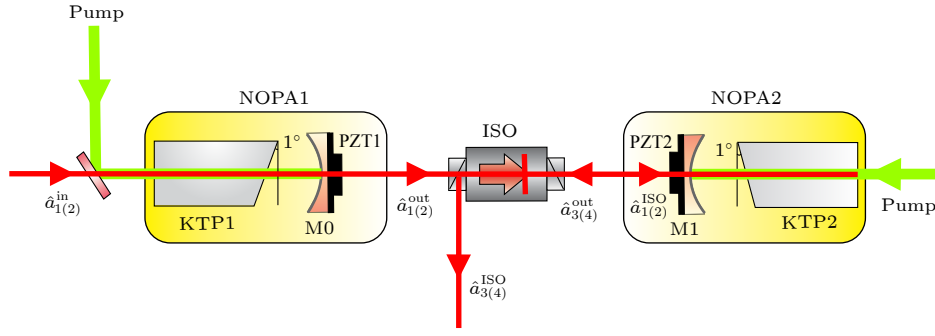


图 3 两驻波腔级联的光学系统

Fig. 3. Optical system of two cascaded standing wave optical cavities.

-8.7 dB, 对比 $g = 0$ 时输出光场的纠缠度, 降低了约 0.2 dB, 影响了级联纠缠增强的效果.

为了避免腔镜的法线与输出光场之间存在夹角而影响最终级联纠缠增强的效果, NOPA2 可以选择驻波腔的结构, 将在第 3 部分做出详细分析.

3 两驻波腔级联纠缠增强的理论分析

当 NOPA2 为驻波光学腔结构时, 其输出镜的法线与输出光场之间的夹角为 0° , 认为输出镜对信号光场和闲置光场的透射率是相等的, 即第二部分的理论分析中, 取 $\gamma_1' = \gamma_1^2$, $k_1 = k_2$, 此时 NOPA2 输出光场正交分量之间的量子关联噪声可以写为

$$\begin{aligned} & \left\langle \Delta \left(\delta \hat{X}_{a_3}^{\text{out}} + \delta \hat{X}_{a_4}^{\text{out}} \right)^2 \right\rangle \\ &= \left\langle \Delta \left(\delta \hat{Y}_{a_3}^{\text{out}} - \delta \hat{Y}_{a_4}^{\text{out}} \right)^2 \right\rangle \\ &= 2m^2 e^{-2r} + 2n^2, \end{aligned} \quad (11)$$

式中 r 表示 NOPA1 输出纠缠态光场的压缩参量; 系数 m 和 n 的取值分别为

$$\begin{aligned} m &= \frac{-k_1 + \gamma_1^1 - \gamma_2' - i\omega' \tau'}{k_1 + \gamma_3^1 + i\omega' \tau'}, \\ n &= \frac{2\sqrt{\gamma_1^1 \gamma_2'}}{k_1 + \gamma_3^1 + i\omega' \tau'}. \end{aligned} \quad (12)$$

为了防止纠缠态光场的反馈影响光学腔的稳定运转, 需要在 NOPA1 和 NOPA2 之间加入光学隔离器 ISO, 如图 3 所示, 为理论设计的利用两个驻波腔级联研究纠缠增强的光学系统. 假设光场两次通过光学隔离器的传输效率相等, 用 η 表示, 那么 NOPA1 的输出光场 $\hat{a}_{1(2)}^{\text{out}}$ 经过隔离器后的光场 $\hat{a}_{1(2)}^{\text{ISO}}$, 以及 NOPA2 的输出光场 $\hat{a}_{3(4)}^{\text{out}}$ 经过隔离器后的光场 $\hat{a}_{3(4)}^{\text{ISO}}$ 可以表示为

$$\begin{aligned} \hat{a}_{1(2)}^{\text{ISO}} &= \sqrt{\eta} \hat{a}_{1(2)}^{\text{out}} + \sqrt{1-\eta} \hat{a}_{1(2)}^0, \\ \hat{a}_{3(4)}^{\text{ISO}} &= \sqrt{\eta} \hat{a}_{3(4)}^{\text{out}} + \sqrt{1-\eta} \hat{a}_{3(4)}^0, \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $\hat{a}_{1(2)}^0$ 和 $\hat{a}_{3(4)}^0$ 表示纠缠光场 $\hat{a}_{1(2)}^{\text{out}}$ 和 $\hat{a}_{3(4)}^{\text{out}}$ 经过光学隔离器时因为传输损耗而引入的真空光场. 联合 (11)–(13) 式, 可以得到图 3 所示的光学系统中输出光场的正交振幅和以及正交相位差的关系表达式:

$$\begin{aligned} & \left\langle \Delta \left(\delta \hat{X}_{a_3}^{\text{ISO}} + \delta \hat{X}_{a_4}^{\text{ISO}} \right)^2 \right\rangle \\ &= \left\langle \Delta \left(\delta \hat{Y}_{a_3}^{\text{ISO}} - \delta \hat{Y}_{a_4}^{\text{ISO}} \right)^2 \right\rangle \\ &= 2\eta^2 (m^2 e^{-2r} - m^2) + 2\eta (m^2 + n^2 - 1) + 2. \end{aligned} \quad (14)$$

4 两种级联光学系统的对比分析

当 NOPA1 输出光场的纠缠度为 8.4 dB (对应压缩参量 $r = 0.97$), 驻波腔 NOPA2 的内腔损耗为 $\gamma_2' = 0.2\%$ 时, 根据 (14) 式, 并结合系数 m 和 n 的表达式, 得到了如图 4 所示的两个驻波腔级联

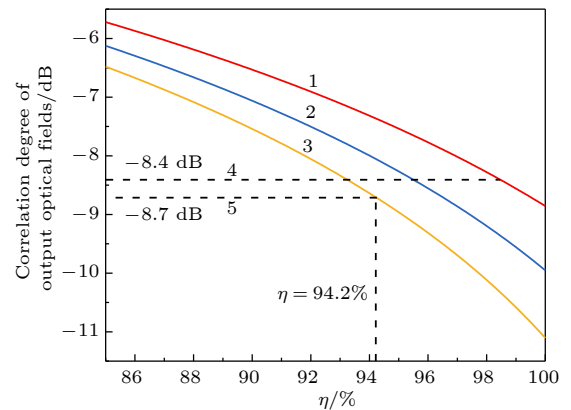


图 4 输出光场的纠缠度随光学隔离器传输效率的变化
Fig. 4. Dependences of correlation degree of output optical fields on transmission efficiency of the optical isolator.

光学系统输出光场的纠缠度随光学隔离器传输效率 η 的变化曲线. 曲线 1, 2, 3 分别对应操控腔输出耦合镜的透过率为 5%, 7% 和 10%, 三条曲线的变化趋势相同, 随着传输效率 η 的增加, 输出光场的纠缠度也随之增加. 这是因为光学隔离器的传输效率越高, 级联光学系统的传输损耗越小, 最终得到纠缠态光场的纠缠度也越高. 三条曲线对比发现, 对于相同的传输效率, 透射率越大, 输出光场的纠缠度越高. 这意味着在图 3 所示的光学系统中, 高的传输效率和高的输出耦合效率可以得到更高质量的纠缠态光场.

虚线 4 表示输入 EPR 纠缠态光场的纠缠度大小, 与曲线 1, 2, 3 分别相交于三个不同的传输效率临界点. 当 η 大于各个透射率所对应的临界点时, 操控腔可以增强 NOPA1 输出光场的纠缠度; 反之, 输出光场的纠缠度则小于输入光场的纠缠度, NOPA2 失去纠缠增强的能力. 对比驻波腔与四镜环形腔级联的光学系统, 如果传输效率足够高, 两驻波腔级联的系统在透射率较小的情况下也能实现 8.4 dB 纠缠态光场的纠缠增强.

虚线 5 表示在图 1 所示的光学系统中, 输出镜的透射率为 10% 时, 输出光场的纠缠度大小, 与曲线 3 相交于 $\eta = 94.2\%$ 的临界点. 当传输效率 $\eta > 94.2\%$ 时, 使用两驻波腔级联的光学系统可以得到更高纠缠度的纠缠态光场; 反之, 应选择驻波腔与四镜环形腔级联的光学系统来获得更好的纠缠态光场.

图 5 所示为操控腔输出耦合镜的透射率为 10% 时, 两种不同的光学腔级联系统输出光场的纠缠度随输入光场纠缠度的变化, 曲线 1 和 2 分别对应驻波腔和四镜环形腔级联以及两个驻波腔级联的纠缠增强系统, 两系统中操控腔的内腔损耗分别为 $\gamma_2' = 0.4\%$ 和 $\gamma_2' = 0.2\%$, 光学隔离器的传输效率取为 96%. 从图 5 可以看出, 每条曲线都对应一个输入光场纠缠度的上限值: -8.9 dB 和 -9.4 dB (图 5 中虚线), 此处, NOPA2 的输入光场和输出光场的量子关联噪声是相等的, 当输入光场的纠缠度大于该上限值时, 输出光场的纠缠度将不再继续增加, 即 NOPA2 的纠缠增强能力不再存在. 这是因为输入光场的纠缠度越高, 其反关联噪声也越高, 受到相位锁定系统中相位噪声的影响, 反关联噪声被耦合到关联噪声中, 降低了最终输出光场的纠缠度.

图 6 所示为两种光学级联系统输出光场的纠缠度随操控腔内腔损耗的变化, 同样取光学隔离器的

传输效率为 96%. 曲线 1 和 2 分别对应两个驻波腔级联以及驻波腔和四镜环形腔级联的纠缠增强系统, 显然在内腔损耗较小的情况下, 级联系统实现纠缠增强的能力更强.

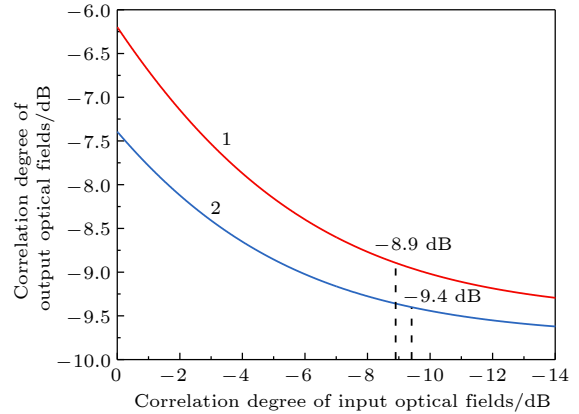


图 5 输出光场的纠缠度随输入 EPR 纠缠态光场纠缠度的变化

Fig. 5. Dependences of correlation degree of output optical fields on correlation degree of input EPR entanglement optical fields.

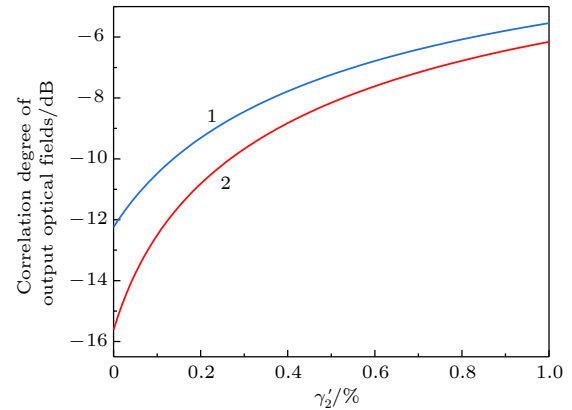


图 6 输出光场的纠缠度随内腔损耗的变化

Fig. 6. Dependences of correlation degree of output optical fields on intracavity loss.

5 结 论

利用级联的方法可以增强输出纠缠态光场的纠缠度, 为了更大程度地获得高质量的纠缠态光场, 提出了选择具有三共振结构的半整块驻波腔作为第一个纠缠产生装置, 可得到纠缠度高达 8.4 dB 的 EPR 纠缠态光场, 级联的光学腔既可选择同样具有三共振结构的半整块驻波腔, 也可以选择镜片法线与腔内光线有一定夹角的四镜环形腔. 本文结

合操控腔的两种腔形, 设计出不同的光学腔级联系统, 理论分析得出两种系统均能不同程度地实现光场的纠缠增强, 详细对比分析了这两种光学系统实现纠缠增强的效果以及系统输出光场的纠缠度随不同物理参量的变化关系. 结果表明: 当输出镜的透射率较小时, 四镜环形结构的操控腔无法增强输入光场的纠缠度, 应选用操控腔为驻波腔且隔离器传输效率较高的光学系统; 当输出镜的透射率较大且隔离器的传输效率较高时, 使用两驻波腔级联的光学系统能得到更好的纠缠态光场, 相反, 当隔离器的传输效率较低时, 选择驻波腔与四镜环形腔级联的光学系统能够获得更好的纠缠态光场. 如果实验上能进一步提高光学腔的输入输出耦合效率, 提高光学隔离器的传输效率, 降低光学腔的内腔损耗, 可以获得更高纠缠度的 EPR 纠缠态光场, 为量子信息的研究提供更优质的量子资源.

参考文献

- [1] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, Eibl M, Weinfurter H, Zeilinger A 1997 *Nature* **390** 575
- [2] Furusawa A, Sorensen J L, Braunstein S L, Fuchs C A, Kimble H J, Polzik E S 1998 *Science* **282** 706
- [3] Boschi D, Branca S, Marini F D, Hardy L, Popescu S 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 1121
- [4] Vaidman L 1994 *Phys. Rev. A* **49** 1473
- [5] Braunstein S L, Kimble H J 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 869
- [6] Bowen W P, Schnabel R, Lam P K, Ralph T C 2004 *Phys. Rev. A* **69** 012304
- [7] Eberle T, Händchen V, Duhme J, Franz T, Werner R F, Schnabel R 2011 *Phys. Rev. A* **83** 052329
- [8] Mizuno J, Wakui K, Furusawa A, Sasaki M 2005 *Phys. Rev. A* **71** 012304
- [9] Stoler D 1970 *Phys. Rev. D* **1** 3217
- [10] Mehmet M, Vahlbruch H, Lastzka N, Danzmann K, Schnabel R 2010 *Phys. Rev. A* **81** 013814
- [11] Mehmet M, Ast S, Eberle T, Steinlechner S, Vahlbruch H, Schnabel R 2011 *Opt. Express* **19** 25763
- [12] Eberle T, Steinlechner S, Bauchrowitz J, Händchen V, Vahlbruch H, Mehmet M, Müller-Ebhardt H, Schnabel R 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 251102
- [13] Vahlbruch H, Mehmet M, Danzmann K, Schnabel R 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 110801
- [14] Peng K C, Jia X J, Su X L, Xie C D 2011 *Acta Opt. Sin.* **31** 09001071 (in Chinese) [彭堃焯, 贾晓军, 苏晓龙, 谢常德 2011 *光学学报* **31** 09001071]
- [15] Jia X J, Su X L, Pan Q, Xie C D, Peng K C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2717 (in Chinese) [贾晓军, 苏晓龙, 潘庆, 谢常德, 彭堃焯 2005 *物理学报* **54** 2717]
- [16] Zhao C Y, Tan W H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4526 (in Chinese) [赵超樱, 谭维翰 2005 *物理学报* **54** 4526]
- [17] Wang Y, Su X L, Shen H, Tan A H, Xie C D, Peng K C 2010 *Phys. Rev. A* **81** 022311
- [18] Ou Z Y, Pereira S F, Kimble H J, Peng K C 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 3663
- [19] Zhang Y, Wang H, Li X Y, Jing J T, Xie C D, Peng K C 2000 *Phys. Rev. A* **62** 023813
- [20] Laurat J, Coudreau T, Keller G, Treps N, Fabre C 2004 *Phys. Rev. A* **70** 042315
- [21] Takei N, Yonezawa H, Aoki T, Furusawa A 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 220502
- [22] Wang Y, Shen H, Jin X L, Su X L, Xie C D, Peng K C 2010 *Opt. Express* **18** 6149
- [23] Gottesman D, Preskill J 2001 *Phys. Rev. A* **63** 022309
- [24] Yukawa M, Benichi H, Furusawa A 2008 *Phys. Rev. A* **77** 022314
- [25] Li X Y, Pan Q, Jing J T, Zhang J, Xie C D, Peng K C 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 047904
- [26] Mattle K, Weinfurter H, Kwiat P G, Zeilinger A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 4656
- [27] Braunstein S L, Kimble H J 2000 *Phys. Rev. A* **61** 042302
- [28] Zhang J, Peng K C 2000 *Phys. Rev. A* **62** 064302
- [29] Zhou Y Y, Jia X J, Li F, Xie C D, Peng K C 2015 *Opt. Express* **23** 4952
- [30] Chen H X, Zhang J 2009 *Phys. Rev. A* **79** 063826
- [31] Shang Y N, Jia X J, Shen Y M, Xie C D, Peng K C 2010 *Opt. Lett.* **35** 853
- [32] Yan Z H, Jia X J, Su X L, Duan Z Y, Xie C D, Peng K C 2012 *Phys. Rev. A* **85** 040305(R)
- [33] Duan L M, Giedke G, Cirac J I, Zoller P 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2722
- [34] Simon R 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2726
- [35] Zhou Y Y, Yu J, Yan Z H, Jia X J 2018 *Acta Opt. Sin.* **38** 0727001 (in Chinese) [周瑶瑶, 蔚娟, 闫智辉, 贾晓军 2018 **38** 0727001]

Theoretical analysis of entanglement enhancement with two cascaded optical cavities*

Zhou Yao-Yao^{1)†} Tian Jian-Feng¹⁾ Yan Zhi-Hui²⁾³⁾ Jia Xiao-Jun²⁾³⁾

1) (*Department of Physics, Taiyuan Normal University, Jinzhong 030619, China*)

2) (*Institute of Opto-Electronics, State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

3) (*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

(Received 22 November 2018; revised manuscript received 22 January 2019)

Abstract

Entanglement source with high entanglement degree is the guarantee for accomplishing the quantum information transmission and process with higher fidelity. Continuous variable Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) entangled optical field with quantum correlation of amplitude and phase quadrature is a basic and important quantum resource in the quantum information science area, which can be obtained by a non-degenerate optical parametric amplifier (NOPA) operated below the threshold pump power. Because of the limitation of the imperfect performance of optical components in optical cavity, we should find efficient methods of implementing quantum manipulation to improve the entanglement degree of the entangled state of light. Connecting NOPA1 and NOPA2 in series, the entangled state of light output from the NOPA1 can be manipulated by NOPA2, and the entanglement degree can be enhanced under certain conditions. To improve the entanglement degree to a greater extent, the structure of the NOPA1 is chosen as a half-monolithic standing-wave optical resonator with the triple resonance of the pump and two subharmonic modes. The NOPA1 is able to output the entangled optical fields with an entanglement degree of 8.4 dB, which is the highest entanglement generated by a single device so far. The structure of the NOPA2 can be chosen as a standing-wave optical cavity or a four-mirror ring optical cavity. According to the different structures of the NOPA2, we theoretically design two kinds of optical systems with two cascaded cavities and compare the effects of the two optical systems on the continuous variable EPR entanglement cascaded enhancement in detail. Based on the above contrastive analysis, when the entanglement degree of the input optical fields is 8.4 dB and the transmissivity of the output coupler is lower, the structure of a four-mirror ring optical cavity for NOPA2 cannot enhance the entanglement degree, so the optical system including NOPA2 with standing wave cavity structure and the optical isolator with high transmission efficiency is appropriate. When the transmissivity of the output coupler and transmission efficiency of the optical isolator are higher, the structure of the NOPA2 should be chosen as a standing-wave optical cavity, otherwise the structure of the NOPA2 should be chosen as a four-mirror ring optical cavity. We also theoretically analyze the dependence of the correlation degree of output optical fields on physical parameters. The results show that under the conditions of higher input and output coupling efficiency, higher transmission efficiency and lower intro-cavity loss, the entangled state of light with higher entanglement degree can be obtained experimentally. This provides the reference for obtaining entangled optical fields with higher entanglement degree in the future.

Keywords: Einstein-Podolsky-Rosen entangled optical fields, manipulated optical cavity, entanglement enhancement

PACS: 42.50.-p, 42.50.Lc, 42.65.Yj

DOI: 10.7498/aps.68.20182079

* Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant No. 2016YFA0301402), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11804246, 61775127, 11474190, 11654002), the Program for Sanjin Scholars of Shanxi Province, China, the Shanxi Scholarship Council of China, the Fund for Shanxi "1331 Project" Key Subjects Construction, China, and the Program for the Outstanding Innovative Teams of Higher Learning Institutions of Shanxi, China.

† Corresponding author. E-mail: zhouyaoyaofangxia@163.com