

山西大学  
2009 届博士学位论文

# 压缩态光场的实验研究以及相位敏感光学 参量放大器中类 EIT 现象的实现

姓 名 叶晨光  
导 师 张 靖 教授  
专 业 光 学  
研究方向 量子光学  
培养单位 量子光学与光量子器件国家重点实验室  
山西大学光电研究所  
学习年限 2003 年 9 月-2009 年 6 月

二 〇 〇 九 年 五 月



**A Dissertation Submitted for the Degree of Doctor of Philosophy  
at the Shanxi University**

**Investigation on Squeezing Light and  
Observation of Electromagnetically Induced  
Transparency-like Effect in Phase-sensitive  
Optical Parametric Amplifier**

<b>Name</b>	<b>Ye Chenguang</b>
<b>Supervisor</b>	<b>Prof. Zhang Jing</b>
<b>Major</b>	<b>Optics</b>
<b>Field of Research</b>	<b>Quantum Optics</b>
<b>Department</b>	<b>State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices Institute of Opto-Electronics</b>
<b>Research Duration</b>	<b>September 2003-June 2009</b>

**May, 2009**



# 关于学位论文使用授权的说明

山西大学有权以任何方式保留本论文及其复印件。学校可以公布论文的全部或部分内容，并允许论文被查阅和借阅。

作者签名：\_\_\_\_\_

导师签名：\_\_\_\_\_

日 期：\_\_\_\_\_

日 期：\_\_\_\_\_



## 中文摘要

量子光学实验上的研究经过四十年的发展取得了可喜的成绩，特别是在非经典光场的产生和应用方面。由于光粒子性的存在，完全相干的光场依然存在着噪声。这种噪声是由光本身的发射过程所决定的，被称作为散粒噪声 (Shot Noise)，是光粒子性的表现。尽管这一噪声极低，但随着现代通讯的迅猛发展，在许多领域散粒噪声已成为一道难以逾越的障碍。另外，随着探测信号的减小，散粒噪声在入射光中所占的比重也会增加，从而使微弱信号的测量受到一定的限制。突破散粒噪声的限制，在量子水平和量子层次对系统的物理量和状态进行精确的测量已成为近三十年来物理学所关注的一个重要研究课题。为突破量子噪声的限制，一个行之有效的方法就是最大程度地减少光源的量子噪声，受量子论海森伯测不准原理的限制，某一分量的量子噪声低于散粒噪声极限，其共轭分量的量子噪声必然大于散粒噪声极限，这种某一分量噪声低于散粒噪声的光场就是压缩态光场。

目前，压缩态光场是量子光学研究中最热门的方向之一，压缩态光场可以广泛地应用于量子光学的众多研究领域中，如：光学精细测量、超微弱信息的量子传输、纠缠态光场的产生、量子通讯等。

本文主要研究了使用光学参量过程产生压缩态光场、压缩态光场的特性以及对压缩态光场的操控。主要内容分为以下四个部分：

1) 简要对量子力学的产生、发展以及量子光学对量子力学的推动做了回顾。介绍了相干态和压缩态这两种非经典光场的分类、特性以及现在的研究状况。

2) 对简并光学参量放大过程中的准相位匹配和周期极化晶体做了简单介绍，介绍了简并光学参量放大器的理论模型，从光场运动方程出发介绍了光学参量过程的经典和量子特性。对我们使用周期性极化磷酸钛氧钾 ( $\text{KTiOPO}_4$ ) 晶体的准相位匹配光学参量放大的实验装置做了介绍，最后给出了我们的实验结果：我们使用平衡零拍探测法测量到 3.41dB 的实测真空压缩，和 3.35dB 的实测明亮压缩。考虑到光路传输效率、探测器量子效率以及平衡零拍干涉效率后，实际输出压缩度分别为 4.86dB 和 4.75dB。并且在实验上研究了不同抽运功率下输出压缩度随抽运功率的变化情况，得出压缩度最大值一般出现在抽运功率为下转换阈值一半附近时的经验结论，为我们后续的实验工作奠定了基础。

3) 对量子层析技术做了简单介绍，从 Wigner 准概率分布函数的定义出发对逆 Random 变换做了理论上的分析。实验上使用量子层析技术测量真空态和压缩真空态

在不同相位角下的噪声，使用统计方法对采集到的数据进行统计得到噪声的边缘分布函数，然后对边缘分布函数做逆 Random 变换，重构出了真空态光场和压缩真空态光场的 Wigner 函数。重构出的量子态 Wigner 函数与理论计算所得出的结果一致。

4) 对量子场注入的相位敏感光学参量放大器进行了理论上的计算，模拟了相位敏感光学参量放大器中的量子干涉现象，同时在实验上使用由光学参量振荡器产生的压缩真空态光场作为注入光，观察到了压缩态光场注入相位敏感光学参量放大器的量子干涉现象。并且利用运转于阈值以下的相位敏感简并光学参量放大器对注入其中的压缩真空态光场进行了操控。实现了对注入压缩真空态光场的二次压缩和反向压缩的操作。

5) 从理论上和实验上分析了双共振简并光学参量放大器的反射、透射以及色散特性。并在抽运光精细度远高于信号光精细度的条件下观察到了反射曲线中的吸收减弱，以及色散曲线中的强色散效应。使用简并光学参量放大器实现了类电磁诱导透明 (EIT) 效应。

以上工作中，属于创新性工作的有以下几点：

1. 使用运转于阈值以下的光学参量放大器产生压缩态光场并使用量子层析技术对其 Wigner 准概率分布函数进行了重构。
2. 首次实验上观察到相位敏感光学参量放大器中的量子干涉现象，并且运用量子干涉对注入压缩真空态光场进行操控。
3. 理论和实验上实现使用相位敏感光学参量放大器模拟电磁诱导透明现象。

关键词：

压缩态；参量过程；相位敏感光学参量放大器；Wigner 准概率分布函数



## ABSTRACT

The experiment research of quantum optics achieved gratifying results in the last four decades, especially in the non-classical field generation and applications. Because of the existence of light particles, noise exists even in complete coherent field. This noise is due to the process in light emissions itself, known as shot noise, is the performance of optical particle. The shot noise has become insurmountable obstacles in many areas. Breakthrough in the shot noise limit, accurately measure physical system in the quantum level has become an important concern to research in past three decades. To break through the limitations of quantum noise, an effective way is maximize the decrease of quantum noise in light source. Rrestricted by Heisenberg uncertainty principle, a certain component of quantum noise below the shot noise limit, its conjugate component of the quantum noise is inevitably greater than the shot noise limit, called squeezed light.

At present, squeezed state is one of the most popular studies of quantum optics. Squeezed light can be widely used in quantum optics research, such as: optical precision measurement, quantum information ultra-weak transmission, entangled state generation, quantum communication etc. .

This paper studies generation, characteristics and manipulation of the squeezed light by using optical parametric amplifier. The main content is divided into the following four parts:

- 1) Reviewed the emergence and development of quantum mechanics briefly. Introduced two non-classical states: coherent state and squeezed state in their characteristics and status of the current study.
- 2) Introduced quasi-phase matching and periodically poled crystal in degenerate optical parametric amplification process, established a theoretical model of the degenerate optical parametric amplifier. The experimental setup is introduced, results is given. 3.41dB vacuum squeezing and 3.35dB bright squeezing are observed. Output squeezing under different pump power was studied experimentally, concluded that the maximum degree squeezing always appears when the pump power near half of threshold.

3) Introduced quantum tomography briefly, analyzed the inverse Random transform theoretically. Measured the noise of vacuum and squeezed vacuum state in different phase angle by using quantum tomography measurement and reconstructed the Wigner quasi-probability distribution function.

4) Calculated phase-sensitive optical parametric amplifier driven by a squeezed vacuum, simulated quantum interference phenomena in the phase-sensitive optical parametric amplifier theoretically, observed quantum interference phenomena in the phase-sensitive optical parametric amplifier by introduced squeezed vacuum. And implemented manipulations of a squeezed vacuum field in an optical parametric amplifier, further squeezing and anti-squeezing are observed.

5) Analyzed reflection, transmission and dispersion characteristics of the double resonance degenerate optical parametric amplifier theoretically and experimentally. Decrease of absorption, and strong dispersion are observed when the finesse of the pump field is much higher than the signal field, EIT like effect is realized in the optical parametric amplifier.

Innovative work is the following:

1. Reconstructed Wigner quasi-probability distribution function of squeezed state by using quantum tomography technology.
2. Experimentally observed quantum interference phenomenon in phase-sensitive optical parametric amplifier for the first time. And manipulated squeezed vacuum state by using of the optical parametric amplifier.
3. Simulated EIT effect theoretically and experimentally by using a double resonant phase-sensitive optical parametric amplifier.

**Key Words:**

Squeezed state; parameters process; Phase-sensitive optical parametric amplifier; Wigner quasi-probability distribution function

# 目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	III
目 录.....	V
第一章 绪论.....	1
1.1 引言.....	1
1.2 量子光学.....	3
1.2.1 非经典光场的定义.....	3
1.2.2 压缩态的分类.....	5
1.3 本文的主要工作.....	6
参考文献.....	7
第二章 使用准相位匹配参量过程产生压缩态光场.....	9
2.1 引言.....	9
2.2 参量过程.....	9
2.2.1 参量过程的定义及分类.....	9
2.2.2 参量过程产生压缩态光场.....	10
2.2.3 准相位匹配.....	10
2.2.4 周期极化晶体.....	11
2.3 利用参量过程产生压缩光的理论研究.....	13
2.3.1 光学参量放大器.....	13
2.3.2 简并光学参量放大器的经典特性.....	16
2.3.3 简并光学参量放大器的量子特性.....	19
2.4 参量过程产生压缩光的实验研究.....	22
2.4.1 平衡零拍探测.....	22
2.4.2 实验元件.....	23
2.4.3 实验装置及结果.....	25
2.5 小结.....	28
参考文献.....	29

<b>第三章 压缩真空态光场 Wigner 准概率分布函数的重构</b> .....	31
3.1 引言.....	31
3.2 量子层析技术.....	31
3.3 Wigner 函数的重构的理论分析.....	32
3.4 Wigner 函数的重构的实验实现.....	35
3.5 小结.....	38
参考文献.....	39
<b>第四章 利用简并光学参量放大器对压缩真空态进行操控</b> .....	41
4.1 引言.....	41
4.2 参量放大器和光场.....	41
4.3 对压缩真空态操控的实现.....	44
4.4 小结.....	48
参考文献.....	49
<b>第五章 相位敏感光学参量放大器中的类 EIT 现象</b> .....	51
5.1 引言.....	51
5.2 双共振简并光学参量放大器的理论计算.....	53
5.3 类 EIT 现象的实验实现.....	54
5.4 小结.....	55
参考文献.....	56
<b>总结</b> .....	59
<b>附录 1</b> .....	61
<b>附录 2</b> .....	62
<b>附录 3</b> .....	64
<b>发表论文和获奖情况</b> .....	65
<b>致谢</b> .....	66
<b>个人简况</b> .....	67
<b>承诺书</b> .....	69

## 第一章 绪论

### 1.1 引言

上个世纪初 Kelvin 勋爵指出<sup>[1,1]</sup>经典物理学上空漂浮着两团乌云：

第一朵乌云出现在光的波动理论上，——Michelson-morley 实验与“以太”说。光波在真空中传播时的传播介质是什么？物理学家推测有一种叫做“以太”的无处不在的传播介质决定了光可以在真空中传播。这种假设引发了新的问题：地球在宇宙中是以每秒 30 公里的速度绕太阳运动的，而无处不在的以太不可能是随地球一起运动的，因此地球会遇到每秒 30 公里的“以太风”迎面吹来，这时“以太风”应该对光的传播产生影响。这个问题的产生，引起人们去探讨“以太风”存在与否。为了检测“以太风”是否存在，Michelson 与 Morley 合作，在克利夫兰进行了一个著名的“Michelson- morley”实验，但是实验结果却和以太漂移说相矛盾。

第二朵乌云出现在关于能量均分的 Maxwell-Boltzmann 理论上，——黑体辐射与“紫外灾难”。19 世纪末，Lummer 等人通过著名的实验——黑体辐射实验，发现黑体辐射的能量不是连续的，它按波长的分布仅与黑体温度有关。为了解释黑体辐射实验的结果，物理学家 Rayleigh 和 Jeans 认为能量是一种连续变化的物理量，建立起在波长比较长、温度比较高的时候和实验事实符合的比较好的黑体辐射公式。但是，这个公式在长波区与实验结果符合的很好，而在短波区（紫外光区）随着波长的变短，辐射强度可以无止境地增加，这完全不符合已有的实验数据。这一理论与实验相背离的结果被 Ehrenfest 称为“紫外灾难”。它表明了经典物理学理论在黑体辐射问题上的失败。

现在我们知道，这两朵乌云给物理学界带来了革命性的风暴，使物理学家发现了“新大陆”——“相对论”和“量子论”，将人类对物质世界的认识向前推进了一大步。

相对论是由 Einstein 创立的；而对于量子力学，我们很难找出一个人，说量子力学是由他创立的。在它的诞生过程中闪现着许多大家的身影：Planck、Einstein、Bohr、Heisenberg、Schrödinger、Dirac……可以说量子物理学的建立是许多物理学家共同努力的结晶，它标志着物理学研究工作第一次集体的胜利。

量子力学是在旧量子论的基础上发展起来的。旧量子论包括 Planck 的量子假说、Einstein 的光量子理论和 Bohr 的原子理论。

1900 年，Planck 提出辐射量子假说，假定电磁场和物质交换能量是以间断的形

式（能量子）实现的，能量子的大小同辐射频率成正比，比例常数称为 Planck 常数，从而得出黑体辐射能量分布公式，成功地解释了黑体辐射现象。

1905 年，Einstein 引进光量子（光子）的概念，并给出了光子的能量、动量与辐射的频率和波长的关系，成功地解释了光电效应。之后，他又提出固体的振动能量也是量子化的，从而解释了低温下固体比热问题。

1913 年，Bohr 在 Rutherford 的有核原子模型基础上建立起原子的量子理论。按照这个理论，原子中的电子只能在分立的轨道上运动，在轨道上运动的时候电子既不吸收能量，也不放出能量，原子具有确定的能量，它所处的这种状态叫“定态”。而且原子只在从一个定态跳到另一个定态时才能吸收或辐射能量。这个理论虽然有许多成功之处，但对于进一步解释实验现象还有许多困难。

量子力学本身是在 1923-1927 年这一段时间中建立起来的。两个等价的理论——矩阵力学和波动力学几乎同时被提出。

矩阵力学的提出与 Bohr 的早期量子论有很密切的关系。Heisenberg 一方面继承了早期量子论中合理的内核，如能量量子化、定态、跃迁等概念，同时又摒弃了一些没有实验根据的概念，如电子轨道的概念。Heisenberg、Bohn 和 Jordan 的矩阵力学，从物理上的可观测量出发赋予每一个物理量一个矩阵，它们的代数运算规则与经典物理量不同，遵守乘法不可易的代数。

波动力学来源于物质波的思想。Schrödinger 在物质波的启发下，找到一个量子体系物质波的运动方程——Schrödinger 方程，它是波动力学的核心。后来 Schrödinger 还证明，矩阵力学与波动力学完全等价，是同一种力学规律的两种不同形式的表述。事实上，量子理论还可以更为普遍的表述出来，这是 Dirac 和 Jordan 的工作。

量子力学的建立开辟了人们认识微观世界的道路，为我们的科学研究提供了另一个全新的视角。物质的属性以及在原子水平上的物质结构这个古老而又基本的问题在量子力学里才原则上得以解决。大量事实证明，离开了量子理论，任何一门近代物理学科及相关的边缘学科的发展都是不可思议的。量子力学在低速、微观的现象范围内具有普遍适用的意义。它是现代物理学基础之一，在现代科学技术中的表面物理、半导体物理、凝聚态物理、粒子物理、低温超导物理、量子化学以及分子生物学等学科的发展中，都有重要的理论意义。量子力学的产生和发展标志着人类认识自然实现了从宏观世界向微观世界的重大飞跃。可以毫不夸张的说，没有量子理论的建立就没有人类的现代物质文明。

## 1.2 量子光学

1960年7月8日，美国科学家 Maiman 发明了红宝石激光器，激光器的出现催生了光学研究上的许多新现象、新概念，并且也极大地促进了量子光学的蓬勃发展<sup>[1.2,1.3]</sup>。而今，量子光学的研究已经密切涉及到量子力学本身的许多基本问题，成为量子力学的基本研究手段。由于光场的本质是量子场，因此量子光场具有某些纯属于量子特征的性质，这些性质是经典理论所无法解释的，我们称之为非经典效应。目前，在实验上已经证实量子光场主要存在三类非经典效应，即：压缩态、亚泊松分布和反聚束效应<sup>[1.4]</sup>。

历史上，1965年 Takahas<sup>[1.5]</sup>在理论上讨论了突破量子极限的可能方法，所用概念为“Pulsating Wave Packet”，到二十世纪七十年代 Stoler<sup>[1.6,1.7]</sup>定义其为“generalized minimum uncertainty packet”，随着 Glauber 相干态理论的深入人心，Lu<sup>[1.8,1.9]</sup>将其叫为“New coherent states”，Yuen<sup>[1.10]</sup>也将其定义为“two-photon coherent states”，直到1979年 Hollen Hurst<sup>[1.11]</sup>才正式提出压缩态（Squeezed states）这一概念。二十世纪八十年代 Walls<sup>[1.12]</sup>又把这一概念进一步完善为光场压缩态（squeezed states of light），到目前为止，压缩态理论已经发展得较为完善。

### 1.2.1 非经典光场的定义

相干态及压缩态有三种等价的定义，即位移压缩（压缩位移）算符法，湮灭算符法，和最小不确定法，下面我们给出三种不同的定义。

#### 1) 位移压缩算符法：

如果从一个谐振子出发，相干态可定义为归一化的位移算符  $D(\alpha)$ ，作用在基态  $|0\rangle$  上而形成的态<sup>[1.13]</sup>。

$$|\alpha\rangle = D(\alpha)|0\rangle = \exp\left[-\frac{1}{2}|\alpha|^2\right] \sum \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (1.2.1)$$

$$\text{式中 } D(\alpha) = \exp[\alpha a^+ - \alpha^* a] = \exp\left[-\frac{|\alpha|^2}{2}\right] \exp[\alpha a^+] \exp[-\alpha^* a] \quad (1.2.2)$$

如我们将位移算符和压缩算符同时作用在基态上就得到压缩态：

$$|\alpha, z\rangle = D(\alpha)S(z)|0\rangle \quad (1.2.3)$$

式中：

$$\begin{aligned} S(z) &= \exp[(za^+ a^+ - z^* aa) / 2] \\ &= \exp\left[\frac{1}{2}e^{i\varphi}(\tanh r)a^+ a^+\right] \left(\frac{1}{\cosh r}\right)^{\left(\frac{1}{2}+a^+ a\right)} \exp\left[-\frac{1}{2}e^{-i\varphi}(\tanh r)aa\right] \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

$$\gamma = r e^{i\phi} = z_1 + i z_2$$

同样我们也可以利用另一等价方法定义，压缩态为：

$$|\alpha, z\rangle = S(z)D(\alpha)|0\rangle \quad (1.2.5)$$

不同之处在于：(1.2.3) 式对基态先压缩而再位移，(1.2.5) 式是对基态先位移然后再压缩，但它们所得到的结果是相同的。

## 2) 湮灭算符法

由 (1.2.2) 式出发，我们不难得到，位移算符有如下关系：

$$\begin{aligned} D^+(\alpha) &= D^{-1}(\alpha) = D(-\alpha) \\ D^+(\alpha)aD(\alpha) &= a + \alpha \end{aligned} \quad (1.2.6)$$

$$D^+(\alpha)a^+D(\alpha) = a^+ + \alpha^*$$

因此我们不难证明相干态为湮灭算符的本征态。

$$\begin{aligned} a|\alpha\rangle &= D(\alpha)D(-\alpha)a|\alpha\rangle = D(\alpha)D^+(\alpha)a|\alpha\rangle \\ &= D(\alpha)D^+(\alpha)aD(\alpha)|0\rangle = D(\alpha)\alpha|0\rangle = \alpha|\alpha\rangle \end{aligned} \quad (1.2.7)$$

应用对位移和压缩算符的传输关系<sup>[1.14,1.15]</sup>,

$$\begin{aligned} S^+(\xi)aS(\xi) &= a \cosh r - a^+ e^{-2i\phi} \sinh r \\ S^+(\xi)a^+S(\xi) &= a^+ \cosh r - a e^{2i\phi} \sinh r \end{aligned} \quad (1.2.8)$$

我们很容易得到压缩态：

$$[(\cosh r)a - (e^{i\phi} \sinh r)a^+]| \alpha, z \rangle = [(\cosh r)\alpha - (e^{i\phi} \sinh r)\alpha^*]| \alpha, z \rangle \quad (1.2.9)$$

## 3) 最小测不准方法定义：

以上对压缩态的定义都是从数学上出发，物理上一个比较直观的定义是最小测不准方法来定义，根据量子力学的测不准原理，任何一对共轭量所决定的起伏必须满足如下测不准关系<sup>[1.16]</sup>：

$$\delta^2 A \cdot \delta^2 B \geq \frac{1}{4} |[A, B]|^2 \quad (1.2.10)$$

$$\text{式中： } \delta^2 A = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2 \quad (1.2.11)$$

我们来考虑某时刻角频率为  $\omega$  被束缚在一模体积为  $V$  的腔中的电磁场：

$$E(t) = E_0 (a e^{-i\omega t} + a^+ e^{i\omega t}) \quad (1.2.12)$$



式中  $E_0 = \left(\frac{h\omega}{2V}\right)^{\frac{1}{2}}$ ， $a, a^+$  存在对易关系  $[a, a^+] = 1$ 。

如果我们定义两正交算符分别为  $X, Y$ ，我们还能将电磁场表述为：

$$E(t) = E_0(X \cos \omega t + Y \sin \omega t) \quad (1.2.13)$$

$$\text{式中: } \begin{cases} X = a + a^+ \\ Y = -i(a - a^+) \end{cases} \quad (1.2.14)$$

$X$  与  $Y$  分别对应谐振子中的位置和动量，它们满足对易关系式  $[X, Y] = 2i$ ，按海森伯不确定原理， $X, Y$  的量子起伏应满足：

$$\delta^2 X \cdot \delta^2 Y \geq 1 \quad (1.2.15)$$

我们可知如果一状态的某正交分量  $X, Y$  满足  $\delta^2 X = \delta^2 Y = 1$ ，即都取最小不确定值时，那么这个态就处在最小不确定态，对应分量的起伏叫散粒噪声极限或量子标准极限 (SNL-Shot Noise Limit)。如果态的某一分量的值低于这个最小不确定的值（即散粒噪声极限），就称该态为压缩态。

## 1.2.2 压缩态的分类

按照上面的定义，我们将目前实验上产生的压缩光分为三类：

### 1) 正交压缩态

两正交分量这一对共轭量中的一个分量被压缩，叫正交压缩态。

前面式 (1.2.13) 中有对易关系式  $[X, Y] = 2i$ ，若光场的态在某一分量的值被压缩到散粒噪声极限以下，即  $\delta^2 X < 1$  或  $\delta^2 Y < 1$ ，称为正交压缩态。

1985年美国贝尔实验室 Slusher<sup>[1.17]</sup> 研究小组采用四波混频的方法首次在实验上观察到 0.7dB 的正交压缩。同年，美国加州理工大学 Kimble<sup>[1.18]</sup> 研究小组采用光学参量振荡(OPO)的方法获得正交压缩真空，得到 63%的正交压缩。

### 2) 强度差压缩态

两模间强度差分量的噪声低于相应的散粒噪声，称作强度差压缩光。

1987年，Reynaud<sup>[1.19]</sup>首先在理论上证明，利用参量下转换产生的孪生光束之间存在着强的量子关联，其强度差起伏低于相应的标准量子极限。当两束光都为相干态时，其强度差噪声起伏等于其平均光强之和：

$$\delta^2(\hat{I}_1 - \hat{I}_2) = \langle \hat{I}_1 \rangle + \langle \hat{I}_2 \rangle \quad (2.1.16)$$

若两束光之间满足：

$$\delta^2(\hat{I}_1 - \hat{I}_2) < \langle \hat{I}_1 \rangle + \langle \hat{I}_2 \rangle \quad (2.1.17)$$

则称两束光为量子关联光束或强度差压缩光场。

1987 年法国国家科学研究中心 Fabre 研究小组采用运转于阈值以上的 OPO 首次获得 30% 的强度差压缩光<sup>[1.20]</sup>。

### 3) 光子数压缩态

光子数分量的噪声低于散粒噪声极限，被称作光子数压缩或振幅压缩。

根据量子力学的测不准原理，电磁场的一对共轭量光子数  $N$  和位相  $\Phi$  满足测不准关系：

$$\delta^2 N \cdot \delta^2 \Phi \geq \frac{1}{4} \quad (2.1.18)$$

当取等号时为最小数相测不准态，如果光场的光子数起伏：

$$\delta^2 N < \langle N \rangle \quad (2.1.19)$$

这样的光场称为光子数压缩态或振幅压缩态光场。1987 年 Yamamoto 研究组采用高阻恒流源抑制半导体激光器泵浦噪声的技术产生了光子数压缩态光场<sup>[1.21]</sup>。

## 1.3 本文的主要工作

本文主要围绕相位敏感光学参量放大器和非经典光场进行了一系列理论和实验上的研究。

1) 使用由周期极化 KTP 晶体和两镜近共心驻波腔组成的相位敏感光学参量放大器产生压缩态光场，使用平衡零拍探测法测量得到 3.41dB 的实测压缩。同时对不同抽运功率下压缩度的变化，进行了实验研究。

2) 使用量子层析技术对真空态光场和压缩真空态光场进行了 Wigner 准概率分布函数的量子重构。

3) 在相位敏感光学参量放大器中观察到了量子干涉现象，并使用相位敏感光学参量放大器对注入其中的压缩真空态光场进行了二次压缩、反向压缩的实验研究。

4) 对相位敏感光学参量放大器的透射、反射以及色散特性进行了理论和实验的研究，并在相位敏感光学参量放大器中观察到了类 EIT 现象。

## 参考文献

- [1.1] Lord Kelvin, 19th Century Clouds over the Dynamical Theory of Heat and Light, *Phil.Mag.* (1901) **2**,1
- [1.2] Knight P.L. and Allen L., *Concepts of Quantum Optics* [M]. Oxford: Pergamon Press (1983) 54
- [1.3] Scully M.O. and Zubairy M.S., *Quantum Optics*[M]. Cambridge: Cambridge University Press (1997) 46
- [1.4] 郭光灿,王善祥,范洪义, 光场的非经典效应及其相互关系[J]. *量子电子学* (1987) **4**(1)
- [1.5] H.Takahasi, *Adv. Commun. System* (1965) **1**, 227
- [1.6] D.Stoler, "Equivalence classes of minimum uncertainty packets" *Phys. Rev. D* (1970) **1**,3217
- [1.7] D.Stoler, "Equivalence Classes of Minimum-Uncertainty Packets. II" *Phys. Rev. D* (1971) **4**,1925
- [1.8] E.Y.C.Lu, "New coherent states of the electromagnetic field" *Lett. Nuovo Cimento* (1971) **2**,1241
- [1.9] E.Y.C.Lu, "Quantum correlations in two-photon amplification" *Lett. Nuovo Cimento* (1972) **3**,585
- [1.10] H.P.Yuen, "Two-photon coherent states of the radiation field" *Phys. Rev. A* (1976) **13**,2226
- [1.11] J.N.Hollenhorst, "Quantum limits on resonant-mass gravitational-radiation detectors" *Phys. Rev. D* (1979) **19**,1669
- [1.12] D.F.Walls, "Squeezed states of light" *Nature* (1983) **306**,141
- [1.13] J.R.Klauder, "Continuous representation theory" *J. Math. Phys.* (1963) **4**, 1058
- [1.14] S.M.Barnett, P.L.Knight, "Thermofield analysis of squeezing and statistical mixtures in quantum optics" *J. Opt. Soc. Am. B* (1985) **2**, 467
- [1.15] S.M.Barnett, P.L.Knight, "Squeezing in correlated quantum systems" *J. Mod. Opt.* (1987) **34**,841
- [1.16] 曾谨言, "量子力学", 科学出版社, 1993
- [1.17] R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke, J. C. Mertz, J. F. Valley, "Observation of Squeezed States Generated by Four-Wave Mixing in an Optical Cavity", *Phys. Rev.*

- Lett.* (1985) **55**, 2409
- [1.18] Ling-An Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall, Huifa Wu, “Generation of Squeezed States by Parametric Down Conversion”, *Phys. Rev. Lett.* (1986) **57**, 2520
- [1.19] S. Reynaud, “Generation of Twin Photon Beams by a Nondegenerate Optical Parametric Oscillator”, *Europhys. Lett.* (1987) **4**, 427
- [1.20] A. Heidmann, R. J. Horowicz, S. Reynaud, E. Giacobino and C. Fabre, “Observation of Quantum Noise Reduction on Twin Laser Beams”, *Phys. Rev. Lett.* (1987) **59**, 2555
- [1.21] S. Machida, Y. Yamamoto, “Observation of amplitude squeezing in a constant-current-driven semiconductor laser”, *Phys. Rev. Lett.* (1987) **58**, 1000

## 第二章 使用准相位匹配参量过程产生压缩态光场

### 2.1 引言

减少甚至完全抑制光场的量子噪声一直是量子光学的研究热点。而压缩态光场中的某个正交分量的量子噪声小于相干态光场的量子噪声，因此压缩态光场在超高精度测量、超微弱信号测量以及量子通讯等诸多领域的研究中具有极为重要的实际意义。

### 2.2 参量过程

#### 2.2.1 参量过程的定义及分类

光频率发生改变但介质本身不参与能量交换的非线性过程被称为参量转换过程。参量转换分为参量上转换和参量下转换两类。

两个低频光子转换为一个高频光子的过程称为参量上转换，也就是我们所说的和频过程；一个高频光子转换为两个低频光子的过程称为参量下转换，也就是我们所说的差频过程。

参量下转换过程中，有四种不同的情况：有信号光注入的参量下转换过程，被称为光学参量放大器(OPA)；没有信号光注入的参量下转换过程，被称为光学参量振荡器(OPO)。根据参量下转换过程中产生的两个光子的频率和偏振简并与否，又将其分为简并光学参量放大器(DOPA)，非简并光学参量放大器(NOPA)以及简并光学参量振荡器(DOPO)和非简并光学参量振荡器(NOPO)，如图 2.1 所示。

OPA 腔可以对下转换光场产生放大作用。若 OPA 腔内的非线性晶体为 I 类匹配，产生两束频率和偏振同时简并的下转换光，此时被称为 DOPA 腔；若 OPA 腔内非线性晶体为 II 类匹配，产生两束频率简并偏振不简并的下转换光，此时被称为 NOPA 腔<sup>[2.1]</sup>。

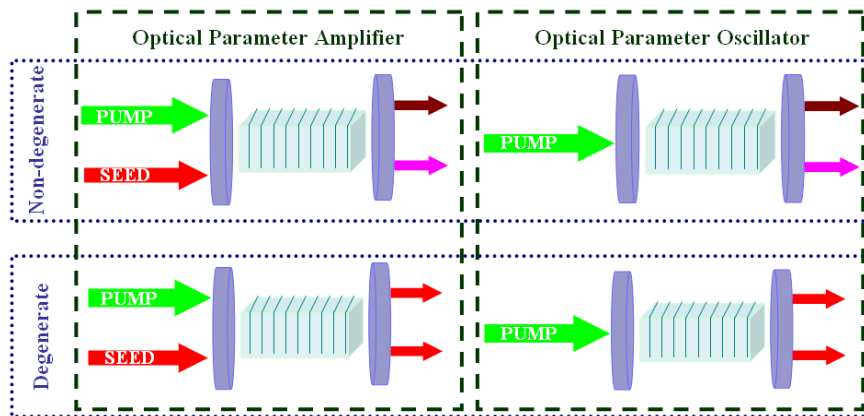


图 2.1

### 2.2.2 参量过程产生压缩态光场

自从激光问世以来，使用光学参量过程来实现非经典光场一直是量子光学领域的研究的热点。通过参量下转换过程可以产生以下四种形式的压缩态光场：

#### 1) 单模正交压缩态光场<sup>[2.2]</sup>

1986 年，吴令安等人首次在实验上通过运转于阈值以下的光学参量下转换过程产生单模正交压缩态光场，使得输出场噪声功率相对于真空涨落降低 63%。

#### 2) 双模（耦合模）正交压缩态光场<sup>[2.3]</sup>

1998 年，Furusa 等人在 OPO 中使用 C 切割 KTP 晶体作为非线性介质，参量下转换产生频率近简并而偏振正交的闲置模和信号模，其耦合模为压缩态光场，信号模与闲置模具有非局域量子关联，可用于产生 ERP 光束和进行量子非破坏测量 (QND)。耦合模的压缩度越高，两偏振正交模量子关联性越强。双模正交压缩态光场能直接提供量子信息处理所必须的非局域量子纠缠。

#### 3) 强度差压缩态光场<sup>[2.4]</sup>

1987 年，法国国家科学研究中心使用氢离子激光作为泵浦源，通过非简并参量下转换使得信号光、闲置光之间强度差噪声相对于 SQL 下降 30%。

#### 4) 光子数压缩态光场<sup>[2.5]</sup>

1987 年 Yamamoto 研究组采用高阻恒流源抑制半导体激光器泵浦噪声技术产生光子数压缩态光场。

### 2.2.3 准相位匹配

第一台激光器发明后不久，Franken 等人将红宝石晶体产生的激光束射入石英晶体，在实验上首次观察到倍频这一参量过程<sup>[2.6]</sup>，在此之后，和频与差频效应也相继有了报道，但是这些非线性效应的转换效率都很低。其实非线性频率变换中的转换效率除了取决于非线性材料内在的二阶极化率之外，还要求相互作用的光波满足相速度匹配，以保证抽运光场的能量单向地变换到信号光场。例如，在倍频过程中，相位匹配条件要求非线性材料对基频和倍频光场的折射率相等，即  $n_1=n_2$ ，但是由于非线性介质存在色散，折射率是波长的函数  $n=n(\lambda)$ ，（即：波矢  $k$  是光频率的函数  $k=k(\omega)$ ）<sup>[2.7]</sup>。这个条件在一般情况下对偏振方向相同的基频光和倍频光都不能满足，Kleinman 等人提出了双折射相位匹配理论，指出可以利用晶体的各向异性的特点，通过选择某一特定角度使基频光与倍频光在这一角度下的折射率相等而有相同的相速度以满足相位匹配条件，实现参量过程的能量转换。

但是双折射相位匹配完全依赖于非线性材料的双折射特性，每种非线性材料只

能一些特定的波长范围内得到相位匹配。除此之外，影响有效非线性系数的除了通光方向还有相互作用光的偏振方向。这些条件都极大地限制了频率变换技术的应用范围。

1962年，J.A.Armstrong等提出了准相位匹配理论<sup>[2.8]</sup>，准相位匹配技术的应用不受晶体材料某些固有因素的限制，它通过对非线性晶体材料进行巧妙的处理，使得非线性光学系数产生周期变化，来弥补色散引起的相位差，从而实现相互作用波长的准相位匹配。这种技术可以利用晶体的最大非线性系数，并且可以避免晶体走离效应的限制。原则上，在晶体透明波段的任何波长都可通过这种技术实现参量相互作用。

相比之下利用周期极化非线性介质的准相位匹配技术优势很明显。这是因为双折射相位匹配技术要求相互作用的三束光偏振方向不相同，这种情况下可以利用的非线性系数比较小。另外，双折射相位匹配受材料的限制严重，只能沿特殊方向切割，或满足特定的工作温度才可以在一定波段范围内起到补偿作用。而准相位匹配技术的调制周期可以任意选定，理论上在晶体的整个通光范围内都可以实现非线性频率变换。而且，三束光的偏振方向可以同时沿晶体的  $z$  轴，便于利用晶体最大的非线性系数，除此之外准相位匹配没有走离效应，大大提高了非线性转换效率。

#### 2.2.4 周期极化晶体

准相位匹配相对于双折射相位匹配技术的各种优势，吸引了众多科学家对其进行研究。周期调制的非线性晶体，是准相位匹配技术中的关键器件。40年来，对周期调制的非线性晶体的研究一直没有间断过。从早期的用铁电畴晶片堆积的方法实现准相位匹配非线性过程到利用周期极化晶体来进行周期调制。现在，多种非线性介质的周期极化晶体都被成功开发出来，周期极化晶体的尺寸不断加大，各种特殊周期极化晶体已有报道。

周期极化晶体是通过周期性反转非线性材料的自发极化方向来补偿相位失配的。如图 2.2 所示。图中  $x$  轴方向为通光方向，一般晶体的极化方向沿  $z$  轴正向。图中白色的箭头代表晶体的自发极化矢量方向， $\Lambda$  为周期极化晶体的极化周期。可以看到周期极化晶体中的相邻两个畴的自发极化矢量相反，即描写第二个畴的坐标系绕  $x$  轴旋转了  $180^\circ$ ，这样与奇数阶张量相关的物理性质变号不再是常数，变成沿  $x$  轴方向的周期函数；与偶数阶张量相联系的物理常量则是连续的<sup>[2.9]</sup>。

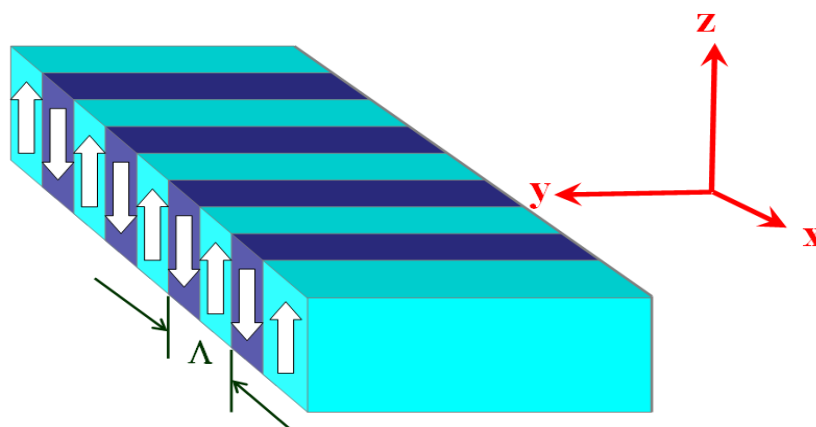


图 2.2

制作周期极化晶体的方法除最早的晶片堆积法，还有以下几种：生长条纹法、外加电场极化法、光折变法、电子束扫描法、离子扩散法、激光微加工法等。

虽然有机材料也可以实现极化反转，满足准相位匹配，但实践证明，铁电材料是目前实现准相位匹配的最理想材料。目前，常见的周期极化晶体有周期极化钽酸锂(PPLT)、周期极化铌酸锂(PPLN)、周期极化 KTP(PPKTP)、周期极化掺氧化镁铌酸锂(PPMgOLN)和周期极化 RTA(PPRTA)。这几种准相位匹配常用的材料的光学特性列于表 2.1。

	<b>LiNbO<sub>3</sub></b>	<b>LiTaO<sub>3</sub></b>	<b>KTP</b>	<b>RTA</b>
Point Group	3m	3m	mm2	mm2
Transparency Range	0.33~5.5 $\mu$ m	0.28~6.0 $\mu$ m	0.35~4.3 $\mu$ m	0.35~5.3 $\mu$ m
NLO Coefficients (pm/V)	$d_{22}=2.10$	$d_{22}=2.2$	$d_{31}=2.54$	$d_{31}=2.24$
	$d_{31}=-4.35$	$d_{31}=-1.4$	$d_{32}=4.35$	$d_{32}=7.73$
	$d_{33}=27.2$	$d_{33}=-26$	$d_{33}=14.6$	$d_{33}=15.6$
			$d_{24}=3.64$	
		$d_{15}=1.91$		
Damage threshold @ 1064nm and 10ns pulses	0.15~0.18GW/cm <sup>2</sup>	15 GW/cm <sup>2</sup>	0.9 GW/cm <sup>2</sup>	>0.4 GW/cm <sup>2</sup>

表 2.1

我们的实验中就是使用 PPKTP 作为参量过程的非线性介质的。



## 2.3 利用参量过程产生压缩光的理论研究

### 2.3.1 光学参量放大器

参量放大实质上是一个差频产生的三波混频过程。在差频过程中，每湮灭一个高频光子的同时要产生两个低频光子，在此过程中，这两个低频波获得增益，因此可作为它们的放大器。例如将一个强的高频光（抽运光） $\omega_p$  和一个弱的低频光（信号光） $\omega_s$  同时射入非线性晶体，在相位匹配条件下，就可以产生差频光（闲置光） $\omega_i = \omega_p - \omega_s$ ，从而弱的信号光就被放大了。

整个系统的 Hamiltonian 量可以表示为<sup>[2.10,2.11]</sup>：

$$\begin{aligned}
 H = & \hbar\omega_p a_p^+ a_p + \hbar\omega_s a_s^+ a_s + \hbar\omega_i a_i^+ a_i + \frac{1}{2} i\hbar\kappa (a_s^+ a_i^+ a_p - a_s a_i a_p^+) \\
 & + i\hbar (E_p a_p^+ e^{-i\omega_p t} + E_s a_s^+ e^{-i\omega_s t} + E_i a_i^+ e^{-i\omega_i t} + h.c.) \\
 & + (a_p \Gamma_p^+ + a_p^+ \Gamma_p) + (a_s \Gamma_s^+ + a_s^+ \Gamma_s + a_i \Gamma_i^+ + a_i^+ \Gamma_i)
 \end{aligned} \tag{2.3.1}$$

式 (2.3.1) 中  $a_p$ 、 $a_s$  和  $a_i$  分别表示抽运光场、信号光场以及闲置光场的湮灭算符， $\omega_p$ 、 $\omega_s$ 、 $\omega_i$  分别表示抽运光场、信号光场和闲置光场的角频率。 $\kappa$  表示耦合常数，它正比于非线性介质的二阶极化率，且与非线性介质的长度、位相匹配情况以及光束聚焦情况有关。第一、二、三项表示各模腔内各自的哈密顿量；第四项表示三模的相互作用哈密顿量；第五项表示各注入场对总哈密顿量的贡献， $E$  表示注入各场的电场强度；最后两项表示各模在热库作用下的衰减， $\Gamma$ 、 $\Gamma^+$  表示腔的热浴算符，由腔的损耗决定。

根据系统的哈密顿量，可以得到内腔模的量子朗之万运动方程<sup>[2.12]</sup>：

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} a_p(t) &= -i\omega_p a_p(t) - \gamma_p a_p(t) - \kappa a_s a_i + a_p^{in}(t) \\
 \frac{d}{dt} a_s(t) &= -i\omega_s a_s(t) - \gamma_s a_s(t) + \kappa a_p a_i^+ + a_s^{in}(t) \\
 \frac{d}{dt} a_i(t) &= -i\omega_i a_i(t) - \gamma_i a_i(t) + \kappa a_p a_s^+ + a_i^{in}(t)
 \end{aligned} \tag{2.3.2}$$

其中， $\gamma_p$ 、 $\gamma_s$ 、 $\gamma_i$  分别表示谐振腔对于各光场的总损耗速率， $a_p^{in}(t)$ 、 $a_s^{in}(t)$  和  $a_i^{in}(t)$  分别表示抽运模、信号模和闲置模各自总的注入场，包括输入输出耦合镜、内腔损耗等引入的各种经典的注入场和真空起伏场。

在旋波近似下,  $a_p(t) \rightarrow a_p(t)e^{-i\omega_p t}$ 、 $a_s(t) \rightarrow a_s(t)e^{-i\omega_s t}$ 、 $a_i(t) \rightarrow a_i(t)e^{-i\omega_i t}$ , 则方程 (2.3.2) 改写为<sup>[2.13]</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}a_p(t) &= -i(\omega_p - \omega'_p)a_p(t) - \gamma_p a_p(t) - \kappa a_s a_i + a_p^{in}(t) \\ \frac{d}{dt}a_s(t) &= -i(\omega_s - \omega'_s)a_s(t) - \gamma_s a_s(t) + \kappa a_p a_i^+ + a_s^{in}(t) \\ \frac{d}{dt}a_i(t) &= -i(\omega_i - \omega'_i)a_i(t) - \gamma_i a_i(t) + \kappa a_p a_s^+ + a_i^{in}(t) \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

其中,  $\omega'_p$ 、 $\omega'_s$ 和 $\omega'_i$ 分别表示谐振腔最接近于抽运场、信号场和闲置场模式的共振角频率。

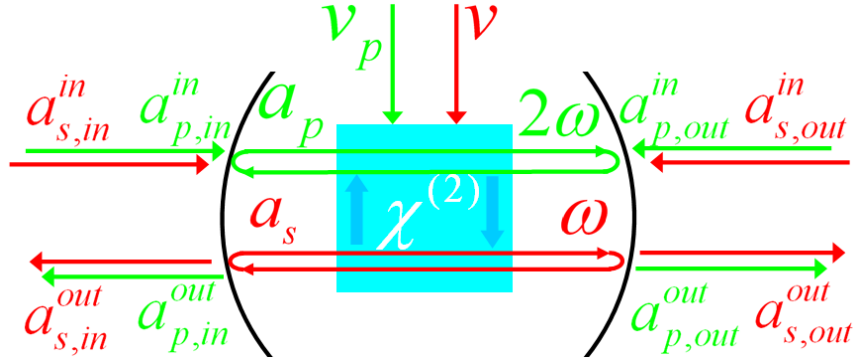


图 2.3

对于简并参量过程有  $\omega_i = \omega_s$ , 同时我们考虑谐振腔完全共振时的情况  $\omega_p - \omega'_p = 0$ 、 $\omega_s - \omega'_s = 0$ 、 $\omega_i - \omega'_i = 0$  这时有:

$$\frac{d}{dt}a_p(t) = -\gamma_p a_p(t) - \frac{\kappa}{2}a_s^2(t) + \sqrt{2\gamma_{p,in}}a_{p,in}^{in} + \sqrt{2\gamma_{p,out}}a_{p,out}^{in} + \sqrt{2\gamma_{p,l}}v_p \quad (2.3.4)$$

$$\frac{d}{dt}a_s(t) = -\gamma a_s(t) + \kappa a_p(t)a_s^+(t) + \sqrt{2\gamma_{in}}a_{s,in}^{in} + \sqrt{2\gamma_{out}}a_{s,out}^{in} + \sqrt{2\gamma_l}v_s \quad (2.3.5)$$

其中,  $a_s$  ( $a_s^+$ )表示内腔信号场的湮灭 (产生) 算符,  $a_{s,in}^{in}$  ( $a_{s,out}^{in}$ )表示从输入 (输出) 耦合镜注入基频场湮灭算符,  $a_{s,in}^{out}$  ( $a_{s,out}^{out}$ )表示从输入 (输出) 耦合镜输出基频场湮灭算符;  $a_p$ 、 $a_p^+$ 、 $a_{p,in}^{in}$ 、 $a_{p,out}^{in}$ 、 $a_{p,in}^{out}$ 、 $a_{p,out}^{out}$  对应于相应的谐波场。  $\gamma$  ( $\gamma_p$ )表示谐振腔对于信号光 (抽运光) 总的损耗速率,  $\gamma_{in}$  ( $\gamma_{p,in}$ )、 $\gamma_l$  ( $\gamma_{p,l}$ )、 $\gamma_{out}$  ( $\gamma_{p,out}$ ) 分别表示输入耦合镜对信号光 (抽运光) 损耗速率, 谐振腔对于信号光 (抽运光) 腔内损耗速率以及输出耦合镜对信号光 (抽运光) 损耗速率, 它们之间存在如下关系:  $\gamma = \gamma_{in} + \gamma_l + \gamma_{out}$ ,  $\gamma_p = \gamma_{p,in} + \gamma_{p,l} + \gamma_{p,out}$ ;  $v, v_p$  为由内腔损耗引入的真空起伏。

同时有边界条件:

$$a_{s,in}^{out}(t) = \sqrt{2\gamma_{in}} a_s(t) - a_{s,in}^{in}(t) \quad (2.3.6)$$

$$a_{s,out}^{out}(t) = \sqrt{2\gamma_{out}} a_s(t) - a_{s,out}^{in}(t) \quad (2.3.7)$$

$$a_{p,in}^{out}(t) = \sqrt{2\gamma_{p,in}} a_p(t) - a_{p,in}^{in}(t) \quad (2.3.8)$$

$$a_{p,out}^{out}(t) = \sqrt{2\gamma_{p,out}} a_p(t) - a_{p,out}^{in}(t) \quad (2.3.9)$$

谐振腔型选取  $\gamma_{p,in} \gg \gamma_{p,l} + \gamma_{p,out}$  这时  $\gamma_p = \gamma_{p,in}$  内腔场的稳态方程为:

$$0 = -\gamma_p a_p(t) - \frac{\kappa}{2} a_s^2(t) + \sqrt{2\gamma_p} a_{p,in}^{in} \quad (2.3.10)$$

联立方程 (2.3.10) 和 (2.3.5) 之后得到:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} a_s(t) = & -\gamma a_s(t) - \frac{\kappa^2}{2\gamma_p} a_s^2(t) a_s^+(t) + \kappa \sqrt{\frac{2}{\gamma_p}} a_{p,in}^{in} a_s^+(t) \\ & + \sqrt{2\gamma_{in}} a_{s,in}^{in} + \sqrt{2\gamma_{out}} a_{s,out}^{in} + \sqrt{2\gamma_l} v_s \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

$$\text{定义基波注入项: } a_s^{in} = \sqrt{2\gamma_{in}} a_{s,in}^{in} + \sqrt{2\gamma_{out}} a_{s,out}^{in} + \sqrt{2\gamma_l} v_s \quad (2.3.12)$$

$$\text{及双光子损耗速率参数 } \mu = \frac{\kappa^2}{2\gamma_p} \quad (2.3.13)$$

方程 (2.3.11) 改写为:

$$\frac{d}{dt} a_s(t) = -\gamma a_s(t) - \mu a_s^2(t) a_s^+(t) + 2\sqrt{\mu} a_{p,in}^{in} a_s^+(t) + a_s^{in} \quad (2.3.14)$$

对方程 (2.3.14) 进行线性化, 把算符表示为期望值和起伏两部分:

$$a_s(t) = \alpha(t) + \delta a(t) \quad (2.3.15)$$

$$a_s^+(t) = \alpha^*(t) + \delta a^+(t) \quad (2.3.16)$$

$$a_{p,in}^{in} = \beta^{in} + \delta a_p \quad (2.3.17)$$

$$a_s^{in} = A^{in} + \delta a_s \quad (2.3.18)$$

方程变为:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\alpha + \delta a_s) = & -\gamma(\alpha + \delta a) - \mu(\alpha + \delta a)^2 (\alpha + \delta a^+) \\ & + 2\sqrt{\mu} (\beta^{in} + \delta a_p) (\alpha + \delta a^+) + (A^{in} + \delta a_s) \end{aligned} \quad (2.3.19)$$

忽略二次以上的高阶起伏，得到平均值朗之万方程和起伏朗之万方程：

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\alpha = -\gamma\alpha - \mu\alpha^3 + 2\sqrt{\mu}\beta^{in}\alpha + A^{in} \\ \frac{d}{dt}\delta a = -(\gamma + 2\mu\alpha^2)\delta a + (2\sqrt{\mu}\beta^{in} - \mu\alpha^2)\delta a^+ + 2\sqrt{\mu}\alpha^*\delta a_p + \delta a_s \end{cases} \quad (2.3.20)$$

平均值朗之万方程和起伏朗之万方程可以分别用来分析光学参量放大器的经典和量子特性。

### 2.3.2 简并光学参量放大器的经典特性

我们考虑由输入腔镜单面注入基频场的情况，此时有  $A^{in} = \sqrt{2\gamma_{in}}\alpha_{s,in}^{in}$ （输入真空态的平均值为零）。平均值朗之万方程可以写成：

$$\frac{d}{dt}\alpha = -\mu\alpha^3 + (2\sqrt{\mu}\beta^{in} - \gamma)\alpha + \sqrt{2\gamma_{in}}\alpha_{s,in}^{in} \quad (2.3.21)$$

考虑没有基频光注入时的稳态情况： $\frac{d}{dt}\alpha = 0$ ，且  $\alpha_{s,in}^{in} = 0$

$$0 = -\mu\alpha^3 + (2\sqrt{\mu}\beta^{in} - \gamma)\alpha \quad (2.3.22)$$

由上式可知：仅当  $\beta^{in} > \frac{\gamma}{2\sqrt{\mu}}$  时方程有非零的实根， $\beta_{th} = \frac{\gamma}{2\sqrt{\mu}}$  为参量振荡的阈值。

在有基频光注入的情况下稳态方程为：

$$0 = -\mu\alpha^3 + (2\sqrt{\mu}\beta^{in} - \gamma)\alpha + \sqrt{2\gamma_{in}}\alpha_{s,in}^{in} \quad (2.3.23)$$

在等式两端同时乘以  $\sqrt{(\frac{2}{\gamma})^3\mu}$  并把阈值的定义式代入，得：

$$0 = \left(\sqrt{\frac{2\mu}{\gamma}}\alpha\right)^3 + 2\left(1 - \frac{\beta^{in}}{\beta_{th}}\right)\sqrt{\frac{2\mu}{\gamma}}\alpha - 2\sqrt{\frac{\gamma_{in}}{\gamma}}\frac{\alpha_{s,in}^{in}}{\beta_{th}} \quad (2.3.24)$$

这是一个三元一次方程： $x^3 + px + q = 0$

$$\text{式中： } x = \sqrt{\frac{2\mu}{\gamma}}\alpha, p = 2\left(1 - \frac{\beta^{in}}{\beta_{th}}\right), q = -2\sqrt{\frac{\gamma_{in}}{\gamma}}\frac{\alpha_{s,in}^{in}}{\beta_{th}}$$

我们采用判别式法，定义判别式： $\Delta = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$  (2.3.25)

我们可以分为以下几种情况来讨论：当系统运转于阈值以下时，即  $\beta^{in} < \beta_{th}$ ，判别式一定大于零，此时方程有一个实根，两个虚根。方程唯一的实根对应实际的

腔内的信号光场。假设  $\alpha_{s,in}^{in}$  始终为正实数，当  $\beta^{in}$  也为正实数时，称之为与  $\alpha_{s,in}^{in}$  “In-phase”，对应光学参量放大器的参量放大状态；当  $\beta^{in}$  为负实数时，称之为与  $\alpha_{s,in}^{in}$  “Out-phase”，对应光学参量放大器的参量缩小状态，这从物理上说描述的是抽运光场和信号光场之间的相对位相，我们定义其为  $\varphi = \phi_p - \phi_s$ 。当  $\varphi = 0$  和  $\varphi = \pi$  时，分别表示“In-phase”和“Out-phase”，即我们在实验中通过控制两光场的相对位相，就可以使得系统运转于参量放大或者缩小状态。同时可以求得腔内信号光场表示为：

$$\sqrt{\frac{2\mu}{\gamma}} \alpha = \left(-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}\right)^{1/3} + \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}\right)^{1/3} \quad (2.3.26)$$

式 (2.3.26) 是内腔信号光场湮灭算符期望值的一般表达式，我们先假设在没有抽运场的情况下，可以得到输出信号光场为：

$$a_{no-pump}^{out}(t) = \sqrt{2\gamma_{out}} a_{no-pump}(t) = \frac{2\sqrt{\gamma_{out}\gamma_{in}} \alpha_{s,in}^{in}}{\gamma} \quad (2.3.27)$$

在有抽运场时，我们仍然将运转于阈值以下的光学参量放大器分为参量缩小过程和参量放大过程两种情况进行讨论。

对于阈值以下参量缩小情况，考虑注入基频光平均功率很小时的情况，忽略三次项，可以得到输出信号光场为：

$$\alpha^{out} = \frac{2\sqrt{\gamma_{out}\gamma_{in}}}{\gamma(1 - \frac{\beta^{in}}{\beta_{th}})} \alpha_{s,in}^{in} \quad (2.3.28)$$

我们就可以求得缩小的比例为：

$$\frac{\alpha^{out}}{\alpha_{no-pump}^{out}} = \frac{1}{(1 - \frac{\beta^{in}}{\beta_{th}})} \quad (2.3.29)$$

由于我们考虑的是参量缩小状态，因此  $\beta^{in}/\beta_{th}$  变化范围是  $(-1, 0)$ 。由于功率正比于内腔模的平方，因此可以求得运转于阈值以下参量缩小情况时，功率缩小的比例的极限为  $1/4$ 。从上式可以看出在忽略掉三阶项后，参量过程缩小的比例只和抽运强度有关，和注入信号光强度、谐振腔各参数均无关。

对于阈值以下参量放大情况，同理忽略掉三次项时，我们考虑抽运光强在阈值时的情况，此时透射的信号光场为：

$$\alpha^{out} = 2\sqrt{\frac{\gamma_{in}}{\gamma}} \left(2\sqrt{\frac{\gamma_{out}}{\gamma}} \frac{\alpha_{s,in}^{in}}{\beta_{th}}\right)^{1/3} \cdot \beta_{th} \quad (2.3.30)$$

因此放大状态时增益因子为：

$$\frac{\alpha^{out}}{\alpha_{no-pump}^{out}} = \left(\frac{2\gamma}{\gamma_{out}}\right)^{1/3} \left(\frac{\beta_{th}}{\alpha_{s,in}^{in}}\right)^{1/3} \quad (2.3.31)$$

从 (2.3.31) 式可以看出，和参量缩小状态不同，对于放大状态的情况，增益因子既和输入耦合镜引入的损耗所占总损耗的比例有关，又和注入信号光光强有关。随着输入耦合镜透射率减小，增益因子会增大，即放大倍数变大；随着注入信号光光强降低，增益因子也会增大。

以上考虑就是较小的抽运光强的情况，当继续增加抽运光强时，一元三次方程判别式会小于零，此时方程会出现不止一个实根。随着抽运功率的增加，内腔功率逐渐提高，而且会产生类似双稳态的现象。

调谐特性：

在讨论了参量过程经典的增益特性后，我们讨论参量过程中的调谐特性，对于 I 类准相位匹配光学参量振荡过程，要实现最佳参量转换，必须满足如下的条件：

$$1、\text{能量守恒条件：} \hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_i \quad (2.3.32)$$

$$2、\text{相位匹配：} \frac{n_p(\omega_p, T)}{\lambda_p} - \frac{n_s(\omega_s, T)}{\lambda_s} - \frac{n_i(\omega_i, T)}{\lambda_i} - \frac{1}{\Lambda} = 0 \quad (2.3.33)$$

$$3、\text{抽运光、信号光以及闲置光共振：} \begin{cases} \frac{\omega_p}{c}(L_c + n_p(\omega_p, T)L_e) + \varphi_p = 2\pi N_p \\ \frac{\omega_s}{c}(L_c + n_s(\omega_s, T)L_e) + \varphi_s = 2\pi N_s \\ \frac{\omega_i}{c}(L_c + n_i(\omega_i, T)L_e) + \varphi_i = 2\pi N_i \end{cases} \quad (2.3.34)$$

其中， $\lambda_p$ 、 $\lambda_s$  和  $\lambda_i$  为抽运光、信号光和闲置光的波长， $n_j(\lambda_j, T)(j = p, s, i)$  为晶体中抽运光、信号光和闲置光的折射率， $L_c$  为腔内往返一周空气中的长度， $L_e$  为二倍的晶体长度， $\varphi$  为附加的相移（由腔镜等引入）， $N$  为纵模数。上述的条件决定了准相位匹配 OPO 的调谐特性。通常情况下，上述几个条件难以同时满足，实际中 OPO 的振荡模总是在满足能量守恒的前提下，在相位匹配条件和腔的共振条件之间进行折中<sup>[2,14]</sup>，使得振荡阈值最小。

位相调谐特性：

我们假定注入的基频场为实数，注入抽运场与基频场的相对位相由抽运场的位

相来决定，定义  $\varepsilon = \varepsilon_0 e^{-i\phi} = 2\sqrt{\mu}\beta_{in}$ ，在小功率注入的情况下可以忽略基频注入场的三次项，有稳态方程：

$$0 = -\gamma\alpha + \varepsilon_0 e^{-i\phi} \alpha + \sqrt{2\gamma_{in}} \alpha_{s,in}^{in} \quad (2.3.35)$$

方程的解为：

$$\alpha = \frac{\sqrt{2\gamma_{in}} \alpha_{s,in}^{in}}{\gamma - \varepsilon_0 e^{-i\phi}} \quad (2.3.36)$$

根据前面提到的边界条件（2.3.7）输出镜的基频透射场为：

$$a^{out}(t) = \sqrt{2\gamma_{out}} a(t) = \frac{2\sqrt{\gamma_{out}\gamma_{in}} \alpha_{s,in}^{in}}{\gamma - \varepsilon_0 e^{-i\phi}} \quad (2.3.37)$$

没有抽运场时输出镜的基频透射场为：

$$a_{no-pump}^{out}(t) = \sqrt{2\gamma_{out}} a_{no-pump}(t) = \frac{2\sqrt{\gamma_{out}\gamma_{in}} \alpha_{s,in}^{in}}{\gamma} \quad (2.3.38)$$

两式相除得到：

$$\frac{a^{out}(t)}{a_{no-pump}^{out}(t)} = \frac{1}{1 - \varepsilon_0 e^{-i\phi} / \gamma} \quad (2.3.39)$$

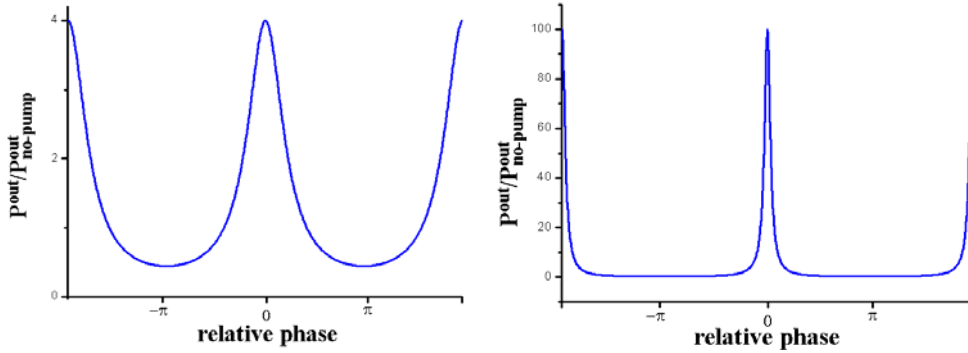


图 2.4

如图 2.4 所示分别是  $\varepsilon_0 / \gamma = 0.5$  和  $\varepsilon_0 / \gamma = 0.9$  时的变化曲线。

### 2.3.3 简并光学参量放大器的量子特性

前面式（2.3.20）的起伏朗之万方程有如下共轭形式：

$$\frac{d}{dt} \delta a^+ = -(\gamma + 2\mu\alpha^2) \delta a^+ + (2\sqrt{\mu}\beta^{in} - \mu\alpha^2) \delta a + 2\sqrt{\mu}\alpha \delta a_p^+ + \delta a_s^+ \quad (2.3.40)$$

联立两式并根据前面（1.2.14）式的定义可以得到时域空间正交分量算符起伏的运动方程为：

$$\begin{aligned} \delta \dot{X}^+(t) &= -(\gamma + 2\mu\alpha^2) \delta X^+(t) + (\sqrt{2\mu}\beta^{in} - \mu\alpha^2) \delta X^+(t) + \sqrt{2\mu}\alpha \delta B^{in+}(t) + \delta A^{in+}(t) \\ \delta \dot{X}^-(t) &= -(\gamma + 2\mu\alpha^2) \delta X^-(t) - (\sqrt{2\mu}\beta^{in} - \mu\alpha^2) \delta X^-(t) + \sqrt{2\mu}\alpha \delta B^{in-}(t) + \delta A^{in-}(t) \end{aligned} \quad (2.3.41)$$

$$\text{其中: } \begin{cases} B^{in+}(t) = a_p(t) + a_p^+(t) \\ B^{in-}(t) = -i[a_p(t) - a_p^+(t)] \\ A^{in+}(t) = a_s(t) + a_s^+(t) \\ A^{in-}(t) = -i[a_s(t) - a_s^+(t)] \end{cases}$$

$X^+(t)$  与  $X^-(t)$  分别对应式 (1.2.14) 中定义的  $X$  与  $Y$ , 即:

$$\begin{cases} X^+(t) = a(t) + a^+(t) \\ X^-(t) = -i[a(t) - a^+(t)] \end{cases}$$

$\delta X^\pm(t)$  表示内腔场正交分量的起伏,  $\delta B^{in\pm}(t)$ 、 $\delta A^{in\pm}(t)$  分别表示抽运光场和注入信号光场的振幅和位相起伏。

对方程进行 Fourier 变换, 变换到频域空间:

$$\begin{aligned} i2\pi\Omega\delta X^+(\Omega) &= -(\gamma + 2\mu\alpha^2)\delta X^+(\Omega) + (\sqrt{2\mu}\beta^{in} - \mu\alpha^2)\delta X^+(\Omega) + \sqrt{2\mu}\alpha\delta B^{in+}(\Omega) + \delta A^{in+}(\Omega) \\ i2\pi\Omega\delta X^-(\Omega) &= -(\gamma + 2\mu\alpha^2)\delta X^-(\Omega) - (\sqrt{2\mu}\beta^{in} - \mu\alpha^2)\delta X^-(\Omega) + \sqrt{2\mu}\alpha\delta B^{in-}(\Omega) + \delta A^{in-}(\Omega) \end{aligned} \quad (2.3.42)$$

简化后得到频域空间正交分量的表达式:

$$\delta X^\pm(\Omega) = \frac{\sqrt{2\mu}\alpha\delta B^{in\pm}(\Omega) + \delta A^{in\pm}(\Omega)}{(\gamma + 2\mu\alpha^2) + i2\pi\Omega \mp (\sqrt{2\mu}\beta^{in} - \mu\alpha^2)} \quad (2.3.43)$$

根据前面的边界条件 (2.3.7), 我们可以得到输入输出关系:

$$\delta X_{out}^\pm(\Omega) = \sqrt{2\gamma_{out}}\delta X^\pm(\Omega) - \delta X_{out}^{in\pm}(\Omega) \quad (2.3.44)$$

联立式 (2.3.44) 和 (2.3.45), 我们就可以得到输出信号光场正交算符表示为:

$$\delta X_{out}^\pm(\Omega) = \sqrt{2\gamma_{out}} \cdot \frac{\sqrt{2\mu}\alpha\delta B^{in\pm}(\Omega) + \delta A^{in\pm}(\Omega)}{(\gamma + 2\mu\alpha^2) + i2\pi\Omega \mp (\sqrt{2\mu}\beta^{in} - \mu\alpha^2)} - \delta X_{out}^{in\pm}(\Omega) \quad (2.3.45)$$

根据我们前面 (2.3.12) 定义的基波场注入项, 注入信号场的起伏表示为:

$$\delta A^{in\pm}(\Omega) = \sqrt{2\gamma_{in}}\delta X_{in}^{in\pm}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_{out}}\delta X_{out}^{in\pm}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_l}\delta X_v^\pm(\Omega) \quad (2.3.46)$$

其中:  $\delta X_v^\pm(\Omega)$  为真空场正交分量的起伏。

于是根据 (2.3.45) 和 (2.3.46) 式可以得到输出场正交分量起伏表达式:

$$\begin{aligned} \delta X_{out}^\pm(\Omega) &= \sqrt{2\gamma_{out}} \cdot \frac{\sqrt{2\mu}\alpha\delta B^{in\pm}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_{in}}\delta X_{in}^{in\pm}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_l}\delta X_v^\pm(\Omega)}{(\gamma + 2\mu\alpha^2) + i2\pi\Omega \mp (\sqrt{2\mu}\beta^{in} - \mu\alpha^2)} \\ &\quad + \frac{2\gamma_{out} - (\gamma + 2\mu\alpha^2) - i2\pi\Omega \pm (\sqrt{2\mu}\beta^{in} - \mu\alpha^2)}{(\gamma + 2\mu\alpha^2) + i2\pi\Omega \mp (\sqrt{2\mu}\beta^{in} - \mu\alpha^2)} \delta X_{out}^{in\pm}(\Omega) \end{aligned} \quad (2.3.47)$$



我们定义正交分量的起伏谱  $\text{Var}(X^{out\pm}) = \delta X^{out\pm}(\Omega) \cdot (\delta X^{out\pm}(\Omega))^+$ ，则正交分量起伏谱表示为：

$$\text{Var}(X^{out\pm}) = 1 - \frac{4\gamma_{out}(\gamma + 2\mu\alpha^2 \mp \sqrt{2\mu}\beta^{in} \pm \mu\alpha^2 - \gamma_{out} - 2\mu\alpha^2 V_p^\pm(\Omega) - \gamma_{in} V_s^{\pm in}(\Omega) - \gamma_l V_v^\pm(\Omega))}{(\gamma + 2\mu\alpha^2 \mp \sqrt{2\mu}\beta^{in} \pm \mu\alpha^2)^2 + (2\pi\Omega)^2} \quad (2.3.48)$$

我们根据（2.3.48）式来分析输出场的量子特性：

1、假设抽运光场以及注入信号光场均为理想的相干光场，即所有噪声起伏场均为1。式（2.3.48）可以简化为：

$$\text{Var}(X^{out\pm}) = 1 - \frac{\pm 4\gamma_{out}(\mu\alpha^2 - \sqrt{2\mu}\beta^{in})}{[\gamma + 2\mu\alpha^2 \mp (\sqrt{2\mu}\beta^{in} - \mu\alpha^2)]^2 + (2\pi\Omega)^2} \quad (2.3.49)$$

前面我们求得阈值表达式为： $\beta_{th} = \gamma/2\sqrt{\mu}$ ，代入上式得到如下表达式，相应的正交振幅噪声为：

$$\text{Var}(X^{out+}) = 1 + \frac{4\gamma_{out}}{\gamma} \cdot \frac{(\beta^{in}/\beta_{th} - \mu\alpha^2/\gamma)}{(1 + 3\mu\alpha^2/\gamma - \beta^{in}/\beta_{th})^2 + (2\pi\Omega/\gamma)^2} \quad (2.3.50)$$

正交位相噪声为：

$$\text{Var}(X^{out-}) = 1 - \frac{4\gamma_{out}}{\gamma} \cdot \frac{(\beta^{in}/\beta_{th} - \mu\alpha^2/\gamma)}{(1 + \mu\alpha^2/\gamma + \beta^{in}/\beta_{th})^2 + (2\pi\Omega/\gamma)^2} \quad (2.3.51)$$

从式（2.3.50）和（2.3.51）可以看出，当 $\beta^{in}$ 为负实数时，（2.3.50）式始终小于1，也就是说正交振幅分量噪声处于散粒噪声以下；而（2.3.51）式始终大于1，正交位相分量噪声高于散粒噪声基准，这样就得到了正交振幅压缩光，对应于我们上一节提到的参量缩小过程。当 $\beta^{in}$ 为正实数时，想要得到正交位相压缩光，还必须满足注入信号光场功率较小，此时对应于参量放大过程。即正交位相压缩光受注入信号光场的影响，注入光场强度越强，正交位相压缩度越低<sup>[2.15]</sup>。

2、当注入信号光场为零时，产生真空态压缩光场，此时所谓的抽运场和信号光场的相对相位没有意义，式（2.3.50）和（2.3.51）分别表示正交分量在放大方向上的噪声和在压缩方向上的噪声。相应噪声表达式简化为：

$$\text{Var}(X^{out+}) = 1 + \frac{4\gamma_{out}}{\gamma} \cdot \frac{\beta^{in}/\beta_{th}}{(1 - \beta^{in}/\beta_{th})^2 + (2\pi\Omega/\gamma)^2} \quad (2.3.52)$$

$$\text{Var}(X^{out-}) = 1 - \frac{4\gamma_{out}}{\gamma} \cdot \frac{\beta^{in}/\beta_{th}}{(1 + \beta^{in}/\beta_{th})^2 + (2\pi\Omega/\gamma)^2} \quad (2.3.53)$$

从上式可以看出真空压缩态的产生不受抽运光场起伏的影响<sup>[2.15]</sup>。

总之，参量过程输出光场的噪声特性为：当有信号光场注入时，通过控制抽运光场与信号光场的相对位相，使得系统运转于参量缩小过程，得到正交振幅压缩态，注入信号场功率的大小对于该类压缩度影响不大；系统运转于参量放大过程时，得到正交位相压缩态，注入信号场功率的大小对于该类压缩度影响比较大；当没有信号光场的注入时，得到真空压缩态，该类压缩态不受抽运光场起伏的影响。

从压缩态表达式我们可以总结出，压缩度的大小主要取决于输出镜透射损耗在总损耗中所占比例  $\gamma_{out} / \gamma$ 、抽运功率与阈值的比例  $\beta^{in} / \beta_{th}$  以及分析频率相对于谐振腔线宽的比例  $\Omega / (\gamma / \pi)$ 。输出耦合镜透射率损耗占总损耗比例越大，得到的压缩度越高；抽运功率越接近阈值，压缩度越高；分析频率越低，所测得压缩度越高<sup>[2.15]</sup>。

## 2.4 参量过程产生压缩光的实验研究

### 2.4.1 平衡零拍探测：

平衡零拍探测系统的原理如图 2.5 所示，待测光场  $a_s$  和本振光场  $a_L$  在一个干涉器上相干涉，产生  $c$ 、 $d$  两束光分别打进一对孪生探测器  $D_1$  和  $D_2$  中。以  $a_s$  和  $a_s^+$  分别表示待测量光场的湮灭和产生算符， $a_L$  和  $a_L^+$  代表本振光场的湮灭和产生算符。待测量光场与本振光场在分束器上相干涉，得到光场  $c$ 、 $d$  表示为：

$$c(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}[a_s(t) + a_L(t)] \quad (2.4.1)$$

$$d(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}[a_s(t) - a_L(t)] \quad (2.4.2)$$

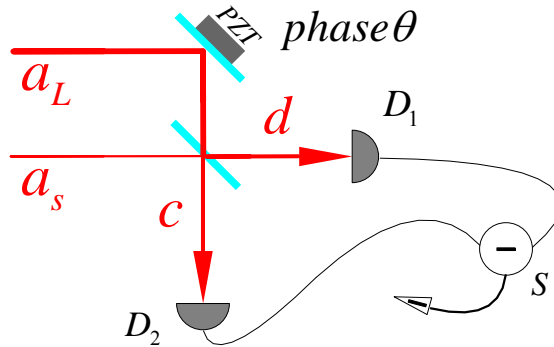


图 2.5:  $a_s$  为待测量光场， $a_L$  为本振光场； $D_1$ 、 $D_2$  为经过精密校准的孪生宽带探测器；phase  $\theta$  PZT 是用于控制本振光相位的压电陶瓷；S 是减法器  
干涉后得到的光场由探测器  $D_1$ 、 $D_2$  探测，转化为光电流，再由减法器相减，输出的电流可以表示为：

$$I_-(t) = \frac{1}{2}[c^+(t)c(t) - d^+(t)d(t)] = \frac{1}{2}[a_s^+(t)a_L(t) + a_L^+(t)a_s(t)] \quad (2.4.3)$$

使用频谱分析仪测量减法器的输出电流，测量到的是该信号的噪声方差：

$$i_- \propto \delta^2 I_- = \langle I_-^2 \rangle - \langle I_- \rangle^2 \quad (2.4.4)$$

由于本振光场是相干态光场，有： $\alpha = \langle \alpha | a_L | \alpha \rangle$  为本振光场的本征值。

由计算得出（见附录 1）：

$$i_- \propto [|\alpha|^2 \delta^2 (e^{i\theta} a_s^+ + e^{-i\theta} a_s) + \langle a_s^+ a_s \rangle] / 4 \quad (2.4.5)$$

式中  $\theta$  代表 Local 光与待测光场的相对位相。待测光场是真空压缩态  $\langle a_s^+ a_s \rangle = 0$  所以：

$$i_- \propto |\alpha|^2 \delta^2 (e^{i\theta} a_s^+ + e^{-i\theta} a_s) / 4 \quad (2.4.6)$$

定义  $x(\theta) = (e^{i\theta} a_s^+ + e^{-i\theta} a_s) / 2$ ，平衡零拍测量得到的两路光电流相减后的信号可以表达为  $i_- \propto \delta^2 x(\theta)$ 。

前面式（1.2.14）定义过量子态的正交振幅算符  $X_s = a_s + a_s^+$  和正交位相算符  $Y_s = -i(a_s - a_s^+)$ ，可以求得：

$$i_- \propto \delta^2 x(\theta) = \delta^2 (X_s \sin \theta + Y_s \cos \theta) \quad (2.4.8)$$

由（2.4.8）式可以得知：当  $\theta = 0$  时，平衡零拍探测测量到的是待测光场量子态的正交位相分量上的噪声方差  $\delta^2 Y_s$ ；当  $\theta = \pi/2$  时，测量到是该量子态的正交振幅分量上的噪声方差  $\delta^2 X_s$ ；当  $\theta$  从 0 到  $\pi$  变化时测量到的是该量子态在某一分析频率处随时间变化的噪声方差。

## 2.4.2 实验元件

### 1. 激光器：

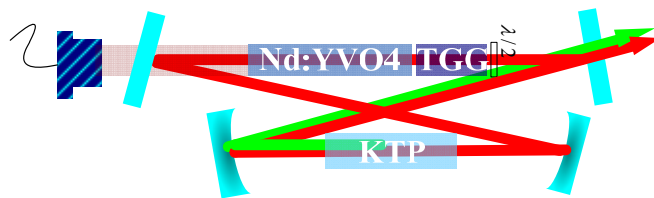


图2.6激光器结构图

实验中采用半导体泵浦的全固化环形Nd:YVO<sub>4</sub>激光器产生1064nm的红外基频光和532nm的绿光倍频光。

整个激光腔由两个平面反射镜和两个曲率半径为 50mm 的凹面镜组成。LD 输出

的 808nm 的泵浦光经过整形聚焦之后注入到 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体上, 产生 1064nm 的基频光。基频光在环形腔内共振并在腔中加入一个 TGG 晶体和  $\lambda/2$  玻片来保证基频光单向。在两凹面镜之间加一块 KTP 晶体产生 532nm 的倍频光, 倍频光在腔内经一次反射之后输出。激光器输出 1064nm 光功率为 60mW, 532nm 光功率为 180mW。

2.光学参量放大器:

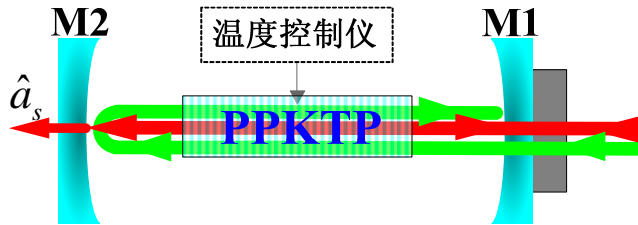


图 2.7 光学参量放大器

光学参量放大器由两片曲率半径为 30mm 的凹面镜组成, 实验中选取输入镜 M1 对 1064nm 光高反, 对 532nm 光反射率约为 35%; 输出镜 M2 对 532nm 光高反, 对 1064nm 光反射率约为 86.5%。腔长约为 59.7mm, 构成近共心驻波腔。为了能够方便地微调腔长, 输入镜 M1 粘在一个  $\Phi 10 \times 10\text{mm}$  的环形压电陶瓷上。整个腔型对 1064nm 光精细度为 34.5, 532nm 光两次穿过。

腔内中心位置放置 PPKTP 晶体( $1 \times 2 \times 10 \text{mm}^3$ ), 晶体两端面 ( $1 \times 2 \text{mm}^2$  面) 镀有 1064 nm 和 532 nm 的增透膜。PPKTP 晶体放置在紫铜块中, 通过反馈控温电路控制晶体温度, 控温精度为 5 mK。

3.模式清洁器:

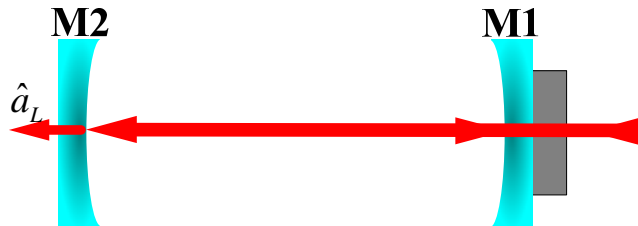


图 2.8 模式清洁器

为了方便干涉的调节, 模式清洁器选取与 OPO 完全相同的结构, 采用两片曲率半径为 30mm 的凹面镜, 腔长在 59mm 附近。

4.平衡零拍探测装置:

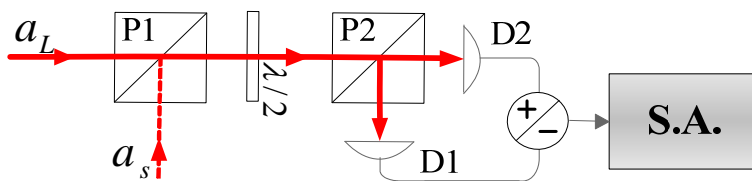


图 2.9 平衡零拍探测装置

OPO输出的真空压缩态光场与模式清洁剂输出的本振光场分别以s偏振和p偏振入射到偏振棱镜P1上耦合，然后经过 $\lambda/2$ 波片旋转 $45^\circ$ 后在偏振棱镜P2上进行50/50的干涉（通过两个偏振棱镜和一个 $\lambda/2$ 波片构成一个50/50的分束器），最后由一对低噪声宽带探测器D1、D2（ETX500T InGaAs光电二极管）转化为电信号，输出光电流经过减法器相减后输出，由频谱分析仪测量噪声。真空压缩态光场与模式清洁剂输出的本振光场要求有很好的空间模式匹配，空间模式匹配的好坏影响最后的探测效率。

### 2.4.3 实验装置及结果

实验装置如图2.10所示：

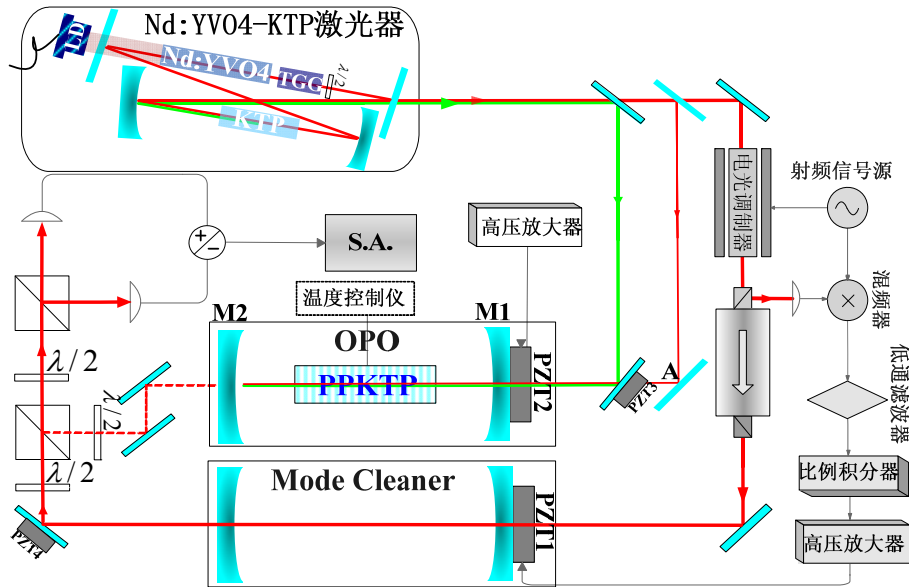


图 2.10

激光器输出的 1064nm 基频光和 532nm 倍频光经过双色镜后分开，绿光直接作为抽运光注入到 OPO 中；红外光经过一个反射镜分开，分成一强一弱两束。

较弱一束注入到 OPO 中作为参考光对 OPO 腔及其后面的光路进行调节，测量时也可用作种子光产生明亮压缩；较强一束经过电光调制器和光隔离器后进入模式清洁剂作为本振光，用于探测。

光隔离器中提取出模式清洁器的反射信号场，经光电探测器转换为电信号后与一个本振信号（与加在电光调制器上的调制信号同源）相混频后经过低通滤波器转化成为误差信号。误差信号经过积分放大之后加在模式清洁器的压电陶瓷 PZT1 上将模式清洁器的腔长锁定在共振位置。

OPO 输出的压缩态光场和模式清洁剂输出的本振光场相干涉后使用平衡零拍探测法测量噪声。

挡住 A 点的红外光，在晶体温度为  $32.1^{\circ}\text{C}$  时，OPO 的下转换阈值为  $145\text{mW}$ 。当抽运功率为  $60\text{mW}$ ，本振功率  $450\mu\text{W}$  时测量得到的 OPO 输出场的噪声谱如图 2.11 所示：

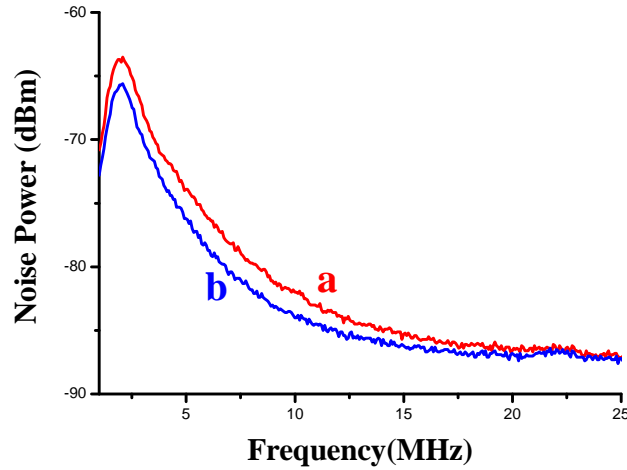


图 2.11：测量得到 1-25MHz 的 OPO 输出场噪声谱。a 曲线是测量得到的真空态噪声谱；b 曲线是测量得到的压缩真空态噪声谱。

由图 2.11 可知，本实验中在 1-20MHz 的频率范围能够测量到一定程度的压缩。由于 OPO 腔有一定的线宽，以及探测器电子元件带宽的影响在探测频率高于 20MHz 时已经很难测到压缩。

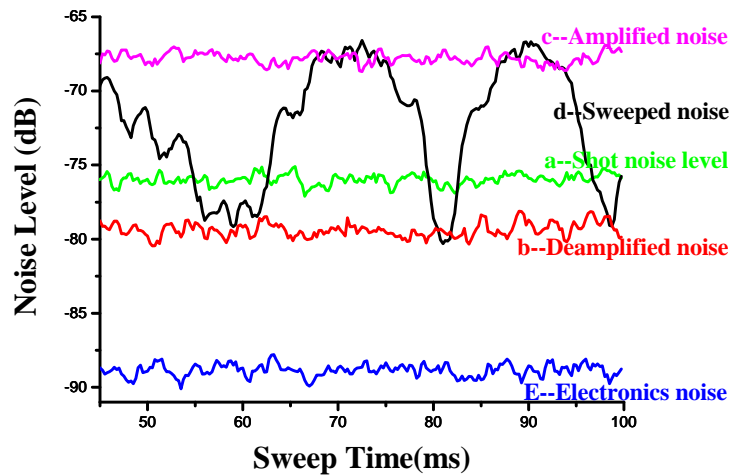


图 2.12：a 是散粒噪声基准；b 是压缩分量的噪声；c 是放大分量的噪声；d 是我们以  $1.64\text{Hz}$  扫描本振光场与待测光场相对位相时的扫描曲线；e 是电子学噪声。将谱线在 5M 的分析频率处展开后测量结果如图 2.12，实测真空压缩为  $3.41\text{dB}$ 。

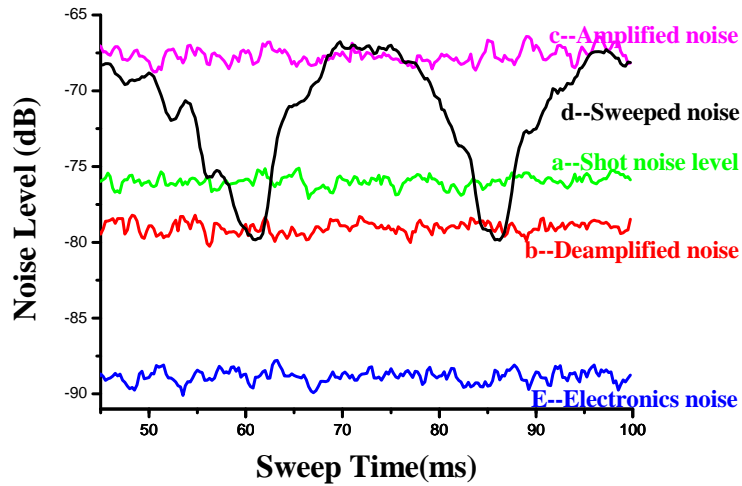


图 2.13: a 是散粒噪声基准; b 是压缩分量的噪声; c 是放大分量的噪声; d 是我们以 1.64Hz 扫描本振光场与待测光场相对位相时的扫描曲线; e 是电子学噪声

放开 A 点的红外光，注入  $8.2\mu\text{W}$  的种子光，在 5M 的分析频率处测量结果如图 2.13，实测明亮压缩为 3.35dB。

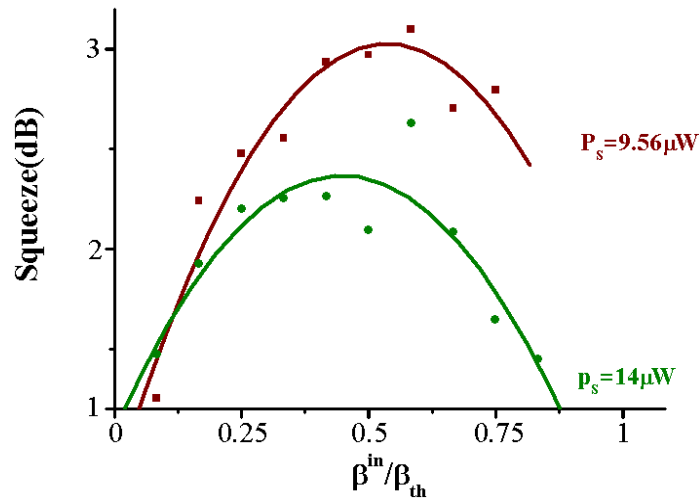


图 2.14: 图中横坐标为抽运功率与转换阈的比值; 纵轴为压缩度。我们分别测量了注入功率为  $9.56\mu\text{W}$  和  $14\mu\text{W}$  时的情况

前面从理论分析得出抽运功率越接近阈值，压缩度越高。于是我们在其他条件相同的情况下测量了不同抽运功率下的压缩，实验结果如图 2.14。实验证明：在抽运接近阈值时腔内噪声增大，压缩效果变差；抽运功率较小时泵浦强度不够，产生的压缩度较小。因此只有在二者之间找最优化值，才能得到较好的结果。本实验中，压缩度最大值一般出现在抽运功率为下转换阈值一半附近时。

本实验中电子学噪声低于散粒噪声基准 10dB，可以忽略不计。考虑实验测量系统中的探测器量子效率以及光路传输损耗，我们可以计算其实际输出的压缩度：

$$V_{sq} = 1 + (V_{sq,\text{det}} - 1) / \eta \quad (2.4.9)$$

式 (2.4.9) 中  $V_{sq,\text{det}}$  为测量到的压缩度,  $V_{sq}$  为实际压缩度,  $\eta$  为测量过程中的总损耗。实验中探测器量子效率为  $\eta_d = 93\%$ , 平衡零拍探测中干涉度为  $\eta_i = 96\%$ , 光路传输损耗为  $\eta_l = 90.5\%$ 。总损耗为这些损耗的乘积:  $\eta = \eta_d \times \eta_i \times \eta_l = 80.8\%$ 。通过上式计算得到实际输出的真空压缩压缩度为 4.86dB, 明亮压缩的压缩度为 4.75dB。

## 2.5 小结

本章对简并参量放大过程中的准相位匹配和周期极化晶体做了简单介绍, 建立了简并光学参量放大器的理论模型, 从光场运动方程出发分析了光学参量过程的经典和量子特性。然后对利用周期性极化  $\text{KTiOPO}_4$  晶体的准相位匹配光学参量放大的实验装置做了介绍, 最后给出了实验结果。实验上使用平衡零拍探测法测量到 3.41dB 的实测压缩, 考虑到光路传输效率、探测器量子效率以及平衡零拍效率后, 实际输出压缩度为 4.86dB, 为后续的实验奠定了基础。



## 参考文献

- [2.1] 赵超樱 “光学参量下转换的动力学及其产生的光在演示 EPR 佯谬中的理论研究” 上海大学博士学位论文
- [2.2] Wu L.A., Kimble H.J., Hall J.L. and Wu H.F. “Generation of squeezed states by Parametric down conversion” [J] *Phys.Rev.Lett.* (1986) **57**(20), 2520
- [2.3] Furusawa A., Soerensen J.L., Braunstein S.L., Fuchs C.A., Kimble H.J. and Polzik E. “Unconditional quantum teleportation” [J] *Science* (1998) **282**(5389), 706
- [2.4] Tapster P.R., Rarity J. G. and Satchell S. [J] *Phys Rev A* (1988) **37**, 1963
- [2.5] S. Machida, Y. Yamamoto, “Observation of amplitude squeezing in a constant-current-driven semiconductor laser”, *Phys. Rev. Lett.* (1987) **58**, 1000
- [2.6] P.A.Franken, A.E.Hill, C.W.Peters, “Generation of Optical Harmonics”, *Phys. Rev. Lett* (1961) **7**, 118;
- [2.7] 桑梅 “准相位匹配 PPKTP 的研制及有关应用研究” 天津大学博士学位论文
- [2.8] F.A.Armstrong, N.Bloembergen, J.Ducuing, et al., “Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric”, *Phys.Rev.* (1962) **127**, 1918
- [2.9] 张铁犁 “周期极化晶体准相位匹配光学参量产生的研究” 天津大学硕士学位论文
- [2.10] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble, “Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables in nondegenerate parametric amplification”, *Appl. Phys. B* (1992) **55**, 265
- [2.11] F. E. Harrison, D. F. Walls, “QND measurement of intensity difference fluctuations”, *Opt. Commun.* (1996) **123**, 331
- [2.12] C. Fabre, E. Gicobino, A. Heidmann, “Noise characteristics of a non-degenerate Optical Parametric Oscillator Application to quantum noise reduction”, *Journal de Physique* (1989) **15**, 1209
- [2.13] M. J. Lawrence, R. L. Byer, M. M. Fejer, et al. “Squeezed singly resonant second-harmonic generation in periodically poled lithium niobate” *J. Opt. Soc. Am. B* (2002) **19**, 1592
- [2.14] A. G. Henderson, M. J. Padgett, F. G. Colville, J. Zhang, M. H. Dunn, “Doubly resonant optical parametric oscillators: tuning behavior and stability requirements”, *Opt.Comm.* (1995) **119**, 256

[2.15] 马红亮 “PPKTP 晶体光学参量过程产生压缩光的理论和实验研究” *山西大学*  
*博士学位论文*

## 第三章 压缩真空态光场 Wigner 准概率分布函数的重构

### 3.1 引言

我们知道量子态是 Hilbert 空间中的矢量，这些矢量是通过算符和算符的期望值与可观测量联系起来的，但是这种在数学上完美到无懈可击的表述方式并不直观。1932 年 Wigner 将一个准概率分布函数引入量子力学中<sup>[3.1]</sup>，它与密度算符和量子态是一一对应的关系，这就是我们所说的 Wigner 函数。利用 Wigner 函数我们可以很方便地求出一个可观测量的几率分布。在量子统计物理中，量子态的 Wigner 函数是极其重要的准概率分布函数，它包含了该量子态在整个相空间演化过程中的全部信息。虽然量子态的 Wigner 函数同量子态一样，本身不能被直接测量，但是人们可以通过一些可观测量来重构各种量子态的 Wigner 函数，借助这种方法实现对相应量子态的间接测量。量子态 Wigner 函数的重构和测量对研究量子体系的演化过程有着重要的意义。

1957 年，Fano 首次提出实验上重构一个量子态的可能性<sup>[3.2]</sup>。以后由于种种原因，很长时间内对量子态的重构一直停留在理论上。直到 1989 年，才由 K. Vogel 小组第一次利用时域的平衡零拍探测（量子层析）技术，在实验上真正重构出一个量子态的 Wigner 函数<sup>[3.3]</sup>。目前，不论在理论上还是在实验上，人们已提出了多种重构和测量量子态 Wigner 函数的方法<sup>[3.4-3.10]</sup>。例如，在理论上，对行波场，典型的重构方案有光学零拍层析法<sup>[3.4]</sup>和光子计数法<sup>[3.5]</sup>。对于腔场，典型的重构方案有原子偏转技术<sup>[3.6]</sup>和微脉腔方案<sup>[3.7]</sup>。在实验上，Nogues<sup>[3.10]</sup>利用原子偏转技术测量了单光子 Fock 态的 Wigner 函数。这些重构和测量量子态 Wigner 函数方案的提出极大地激发了物理学工作者们的研究兴趣。

而量子层析技术也因为被应用于 Wigner 函数重构而被广泛关注，从而得到了迅猛的发展，并被广泛地运用于非经典光场的测量中<sup>[3.8,3.11,3.12]</sup>。特别值得一提的是，1996 年和 1997 年德国 Schiller 小组在 PRL 和 Nature 上发表了他们重构压缩态光场 Wigner 函数的实验结果<sup>[3.11,3.12]</sup>。在 2001 年 Schiller 小组又率先完成了对单光子态 Wigner 函数的重构<sup>[3.13]</sup>。现在，量子层析技术已经作为量子测量中的一种基本的技术手段，被广泛的应用于量子光学实验的各个领域<sup>[3.14-3.19]</sup>。

### 3.2 量子层析技术

由前面的式 (2.4.8) 可以得知：当  $\theta = 0$  时，平衡零拍探测测量到是待测光场量

子态在正交位相分量上的噪声方差  $\delta^2 Y_s$ ；当  $\theta = \pi/2$  时，测量到的是该量子态在正交振幅分量上的噪声方差  $\delta^2 X_s$ ；当  $\theta$  从 0 到  $\pi$  变化时测量到的是该量子态在某一分析频率处随时间变化的噪声方差，通过扫描  $\theta$  可以测量到量子态的全貌。

我们将平衡零拍探测的减法器输出信号  $i_-$  与 5M 射频信号经过混频器混频后进行低通滤波，用这种方法我们便将 5M 处的噪声信号解调到零频附近，解调后的信号经过低噪声放大器放大后由存储示波器进行采集，如图 3.1。

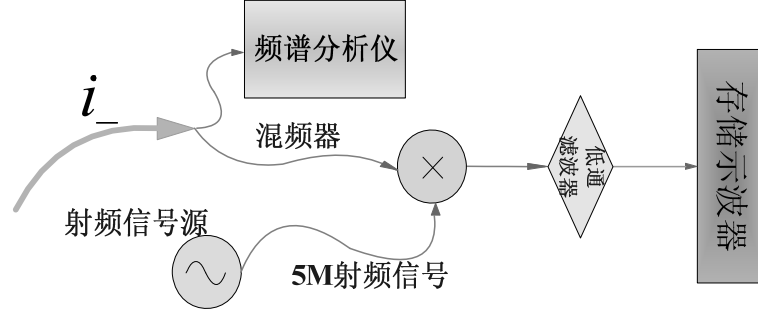


图 3.1: 将高频处的信号与 5M 本征射频信号进行混频后经过低通滤波解调到零频

### 3.3 Wigner 函数的重构的理论分析

量子态的 Wigner 函数定义为相空间中的实函数，它具有准概率分布的基本性质。在一维情况下量子态  $|\varphi\rangle$  或者密度算符  $\rho = |\varphi\rangle\langle\varphi|$  的 Wigner 函数表示为：<sup>[3.1,3.20]</sup>

$$W(x, p) = \frac{1}{\pi\hbar} \int \langle x-x' | \rho | x+x' \rangle e^{i2px'/\hbar} dx' = \frac{1}{\pi\hbar} \int \varphi^*(x+x')\varphi(x-x')e^{i2px'/\hbar} dx' \quad (3.3.1)$$

关于 Wigner 函数的基本性质主要有：

- (1) Wigner 函数为相空间的实函数，即：

$$W^*(x, p) = W(x, p) \quad (3.3.2)$$

- (2) Wigner 函数具有准概率分布的含义，即：

$$\int W(x, p) dp = P_p(x) \quad , \quad \int W(x, p) dx = P_x(p) \quad (3.3.3)$$

式中  $P_x(p)$  和  $P_p(x)$  分别是粒子在坐标空间和动量空间的概率分布函数。

- (3) Wigner 函数是归一化的：

$$\int W(x, p) dp dx = 1 \quad (3.3.4)$$

- (4) Wigner 函数既可以取正值，也可以取负值，所以不能象经典物理那样把  $W(x, p)$

简单地看成是粒子在同一时刻坐标为  $x$  且动量为  $p$  的概率密度，这种观点是违背海森伯不确定关系的。然而，对于准经典态， $W(x, p) \geq 0$ 。

例如，相干态的 Wigner 函数在相空间中始终有  $W(x, p) \geq 0$ ，并呈现一个二维的高斯(Gauss)波包形状。

根据 Wigner 函数的定义式我们容易计算出不同量子态的 Wigner 函数：

$$\text{真空态: } W(q, p) = \frac{1}{\pi} \exp(-q^2 - p^2) \quad (3.3.5)$$

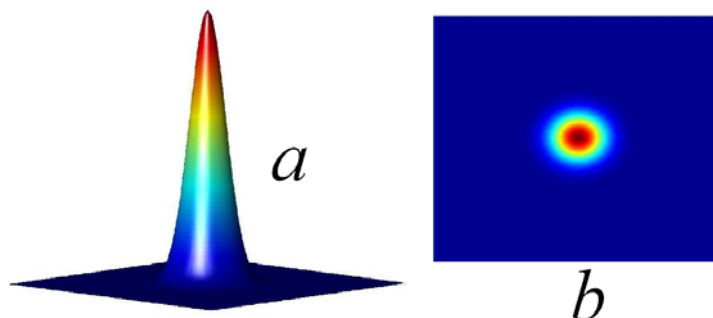


图 3.2: 真空态的 Wigner 函数的理论图形 (a) 及其俯视图 (b)

$$\text{真空压缩态: } W(q, p) = \exp(-e^{2\zeta} q^2 - e^{-2\zeta} p^2) \quad (3.3.6)$$

式中  $\zeta = re^{i\theta}$ ， $r$  为压缩参数， $\theta$  为压缩角。

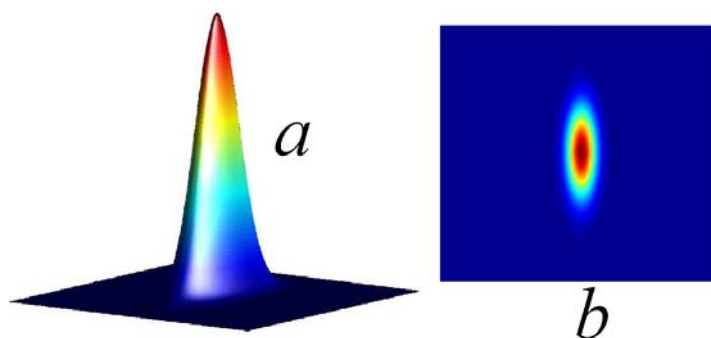


图 3.3: 真空压缩态的 Wigner 函数的理论图形 (a) 及其俯视图 (b) (前面提到我们得到的真空压缩态压缩度为 3.41dB, 为了拟合我们的实验数据, 这里选取  $r=0.45$ )

Wigner 函数又可以写为以下形式：<sup>[3.21]</sup>

$$W(\alpha) = \frac{1}{\pi^2} \int \text{Tr}[\exp(\xi a^+ - \xi^* a) \rho] \exp(\alpha \xi^* - \alpha^* \xi) d^2 \xi \quad (3.3.7)$$

上式中  $a$ 、 $a^+$  是光场的湮灭与产生算符， $\rho$  是密度算符， $\xi$ 、 $\xi^*$ 、 $\alpha$ 、 $\alpha^*$  均为复数。定义： $\tilde{w}(\xi) = \text{Tr}[\rho \exp(\xi a^+ - \xi^* a)]$  我们称之为 Wigner 函数的特征函数，代入到上式中有：

$$W(\alpha) = \frac{1}{\pi^2} \int \tilde{w}(\xi) \exp(\alpha \xi^* - \alpha^* \xi) d^2 \xi \quad (3.3.8)$$

容易看出 Wigner 函数的特征函数是 Wigner 函数的 Fourier 变换，因此有：

$$\tilde{w}(\xi) = \int W(\alpha) \exp(\alpha^* \xi - \alpha \xi^*) d^2 \alpha \quad (3.3.9)$$

由 3.3.1 我们可以看出 Wigner 函数  $W(\alpha)$  与量子态的密度矩阵  $\hat{\rho}$  之间相差一个 Fourier 变换，因此 Wigner 函数与密度矩阵一样，都可以完备地描述一个量子态。

我们写出  $x(\theta)$  的特征函数： $\tilde{p}(\eta, \theta) = \text{Tr}\{\rho \exp[i\eta \hat{x}(\theta)]\}$

$x(\theta)$  的概率分布函数是特征函数的 Fourier 变换： $P_r(x, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{p}(\eta, \theta) e^{-i\eta x} d\eta$

我们比较 Wigner 函数的特征函数和  $x(\theta)$  的特征函数并将  $x(\theta)$  的定义式（见第二章式（2.4.7）令  $x(\theta) = (e^{i\theta} a^+ + e^{-i\theta} a) / 2$ ）代入得到：

$$\tilde{p}(\eta, \theta) = \tilde{w}\left(\frac{i\eta e^{i\theta}}{2}\right) \quad (3.3.10)$$

即满足  $\xi = \frac{i\eta e^{i\theta}}{2}$  的条件下 Wigner 函数的特征函数和  $\hat{x}(\theta)$  的特征函数相同。

因为  $\xi$  是复数，可以表示成为  $\xi = \xi_r + i\xi_i$  则  $\tilde{w}(\xi) = \tilde{w}(\xi_r, \xi_i)$  于是我们得到：

$$\tilde{p}(\eta, \theta) = \tilde{w}(\xi_r, \xi_i) = \tilde{w}\left(-\frac{\eta}{2} \sin \theta, \frac{\eta}{2} \cos \theta\right) \quad (3.3.11)$$

由式（3.3.9）和（3.3.11）可以得到概率分布函数：

$$P_r(x, \theta) = \frac{1}{2\pi} \iiint W(\alpha) e^{-i\eta x} \exp(\alpha^* \xi - \alpha \xi^*) d^2 \alpha d\eta \quad (3.3.12)$$

将我们将  $\alpha$  的实部和虚部分别用  $q$ 、 $p$  表示： $\alpha = q + ip$  再将  $\xi = \xi_r + i\xi_i$  代入：

$$P_r(x, \theta) = \frac{1}{2\pi} \iiint W(q, p) e^{-i\eta x} \exp[2i(q\xi_i - p\xi_r)] dq dp d\eta \quad (3.3.13)$$

再将  $\xi_r = -\frac{\eta}{2} \sin \theta$ ,  $\xi_i = \frac{\eta}{2} \cos \theta$  代入

$$P_r(x, \theta) = \frac{1}{2\pi} \iiint W(q, p) e^{-i\eta x} \exp[i(q\eta \cos \theta + p\eta \sin \theta)] dq dp d\eta \quad (3.3.14)$$

引入坐标变换： $\begin{cases} u = q \cos \theta + p \sin \theta \\ v = p \cos \theta - q \sin \theta \end{cases}$  有  $\begin{cases} q = u \cos \theta - v \sin \theta \\ p = u \sin \theta + v \cos \theta \end{cases}$

$$P_r(x, \theta) = \frac{1}{2\pi} \iiint W(u \cos \theta - v \sin \theta, u \sin \theta + v \cos \theta) \exp[i(u - x)\eta] du dv d\eta \quad (3.3.15)$$

其中  $\delta(x - u) = \frac{1}{2\pi} \int \exp[i(u - x)\eta] d\eta$  所以有：

$$P_r(x, \theta) = \int W(x \cos \theta - v \sin \theta, x \cos \theta + v \sin \theta) dv \quad (3.3.16)$$

我们可以看到 Wigner 函数对某一自身参量的积分是一个可观测量，应于经典的边缘分布。

前面我们已经通过频谱分析仪测量得到不同  $\theta$  角下量子态的噪声幅度，我们只需将平衡零拍探测输出的减信号的起伏  $i$  在某一个频率  $\Omega$  处展开就可以用数字示波器采集到该量子态噪声在不同相位角  $\theta$  下的分布，这对应于该量子态在不同相位角  $\theta$  下噪声的边缘分布。数学上我们可以通过对这个边缘分布的 Fourier 变换作双重 Fourier 积分得到该量子态的 Wigner 函数。

$$\tilde{p}(\eta, \theta) = \int P_r(x, \theta) \exp(i\eta x) dx \quad (3.3.17)$$

将  $\alpha = q + ip$ 、 $\xi = i\eta e^{i\theta} / 2$  代入：

$$W(\alpha) = \frac{1}{\pi^2} \int \tilde{w}(\xi) \exp(\alpha \xi^* - \alpha^* \xi) d^2 \xi \quad (3.3.18)$$

$$W(q, p) = \frac{1}{\pi^2} \int \tilde{w}(i\eta e^{i\theta} / 2) \exp[-i\eta(q \cos \theta + p \sin \theta)] d^2(i\eta e^{i\theta} / 2) \quad (3.3.19)$$

$$W(q, p) = \frac{1}{\pi^2} \int \tilde{p}(\eta, \theta) \exp[-i\eta(q \cos \theta + p \sin \theta)] d^2(i\eta e^{i\theta} / 2) \quad (3.3.20)$$

对上式进行坐标变换，将积分转化到极坐标中：

$$W(q, p) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\pi} \tilde{p}(\eta, \theta) \exp[-i\eta(q \cos \theta + p \sin \theta)] \eta d\eta d\theta \quad (3.3.21)$$

$$W(q, p) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} P_r(x, \theta) \exp[i\eta(x - q \cos \theta - p \sin \theta)] \eta dx d\eta d\theta \quad (3.3.22)$$

这一数学变换被称作逆 Randon 变换<sup>[3.22]</sup>。

取  $K(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |\xi| e^{-i\xi x} d\xi$  有：

$$W(q, p) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\pi} P_r(x, \theta) K(q \cos \theta + p \sin \theta - x) d\theta dx \quad (3.3.23)$$

式中的  $K(x)$  叫做核函数<sup>[3.23]</sup>，积分式的上下限在实际情况中不可能取到无穷远，我们假设积分限取有限区间  $[-k_c, +k_c]$ ，对它作进一步的运算可以得到：

$$K(x) = \frac{1}{x^2} [\cos(k_c x) + k_c x \sin(k_c x) - 1] \quad (3.3.24)$$

### 3.4 Wigner 函数的重构的实验实现

前面我们已经提到，平衡零拍探测测量到的是量子态在某一方向上投影的噪声：

$i_- \propto \delta^2(X_s \sin \theta + Y_s \cos \theta)$ ，在  $\theta: 0 \rightarrow \pi$  时我们观测到的是一个周期内的噪声分布，超出这一范围就是重复测量。把这  $\pi$  角度平均分成  $n$  份则每一份为  $\Delta\theta = \pi/n$  的角度区间，当  $n$  足够大时  $\Delta\theta$  可以被看作是单一角度  $\theta_j = j\Delta\theta$ ， $j \in (0, 1, \dots, n)$ 。对测量数据进行分割可以得到如下  $n$  个角度的量子态噪声的数据： $\Delta i_{-j} \propto \delta^2(X_s \sin \theta_j + Y_s \cos \theta_j)$ ， $j \in (0, 1, \dots, n)$  对其中每一个角度下的噪声做统计。将整个噪声幅度平均分为  $m$  份  $\max\{\Delta i_{-j}\}/m$ ，查看每一份中的数据点数，当  $m$  足够大时得到的是量子态在  $\theta_j$  下的边缘分布函数  $P_r(x, \theta_j)$  带入到逆 Random 变换中就能重构出该量子态的 Wigner 函数。

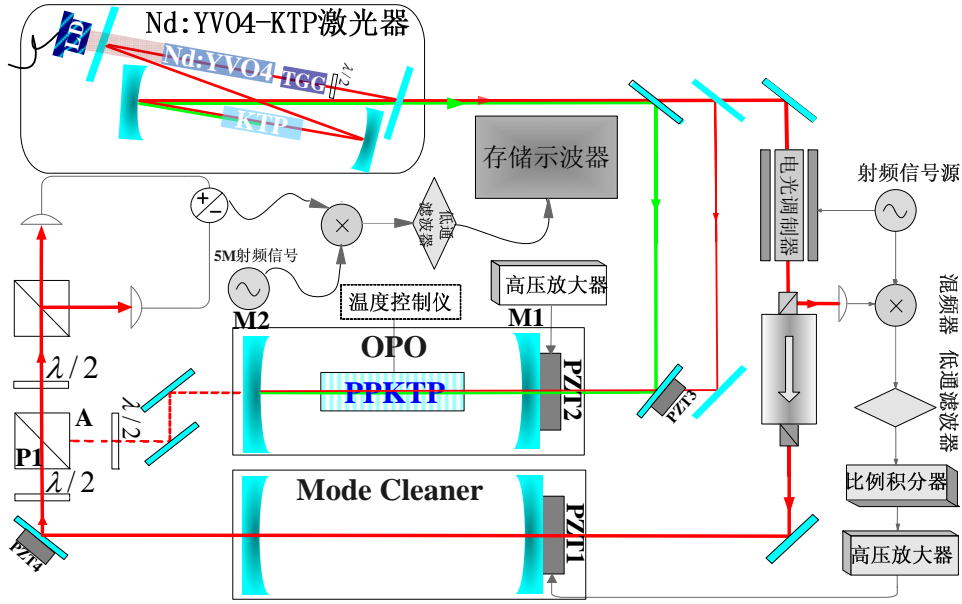


图 3.4: 其中 M1、M2 为 OPO 腔的腔镜；P1 为偏振分束棱镜； $\frac{\lambda}{2}$  为半波片

实验光路如图 3.4 所示。整套实验光路与第二章所用到的的一样，区别在于第二章中我们使用频谱分析仪测量输出信号的噪声，这里我们使用存储示波器测量解调到零频附近的噪声信号。

偏振分束棱镜 P1 的 A 端口输入为真空压缩态光场，探测系统采集到的数据为真空压缩场的噪声；我们将 A 端口前的光路挡住时输入的是真空态光场，探测系统采集到的数据为真空场的噪声。真空态光场的噪声在各个分量上都相等，不随相位角  $\theta$  变化而改变（图 3.6）很难区分不同相位角下的噪声图像，因此单凭真空态光场的数据并不能分辨哪些数据点是一个相位  $\pi$  之内的；真空压缩态光场的噪声随相位角  $\theta$  有明显的周期性变化（图 3.5），由前面的推导容易知道，一个变化周期的数据对应一个  $\pi$  相位。

我们以固定扫描电压以及固定扫描频率 1.64Hz 扫描相位角  $\theta$ （即扫描 PZT4）测



量所有的数据。这样就相当于把相位角  $\theta$  在时域上展开，每一个相等的时间间隔  $\Delta t$  都对应相同的相位角  $\Delta\theta$ 。这样我们通过真空压缩态光场的噪声数据就可以确定真空态光场的相位  $\pi$  的数据

我们将真空压缩态光场输入偏振分束棱镜 P1 的 A 端口，测量得到不同相位角下真空压缩态光场的量子噪声（图 3.5）；然后挡住信号光，使真空态光场输入偏振分束棱镜 P1 的 A 端口，测量得到不同相位角下真空态光场的量子噪声（图 3.6）。

我们采用相位  $\pi$  的数据（917454 个数据点）将其等分为 80 等份（ $n=80$ ），则每一份对应  $\pi/80$  的一个相位区间。我们再将每一个相位区间中的电压值分为 80 个区间（ $m=80$ ）对所有数据点作统计（图 3.7），统计得出的结果对应在该相位角下量子态噪声的边缘分布。

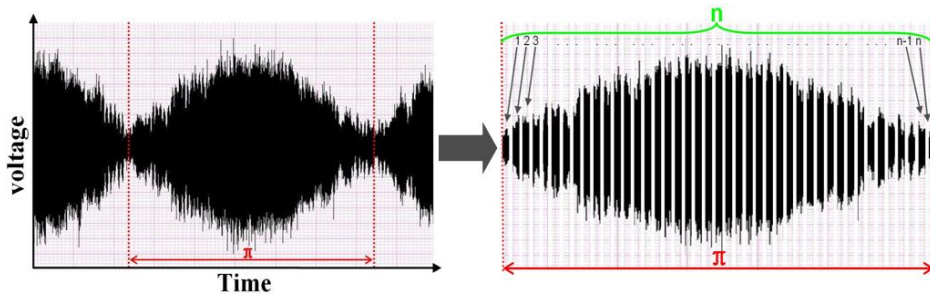


图 3.5: 数字示波器采集到真空压缩态的数据点，将两条虚线中间的部分为  $\pi$  相位的数据提取出来分割为  $n=80$  份

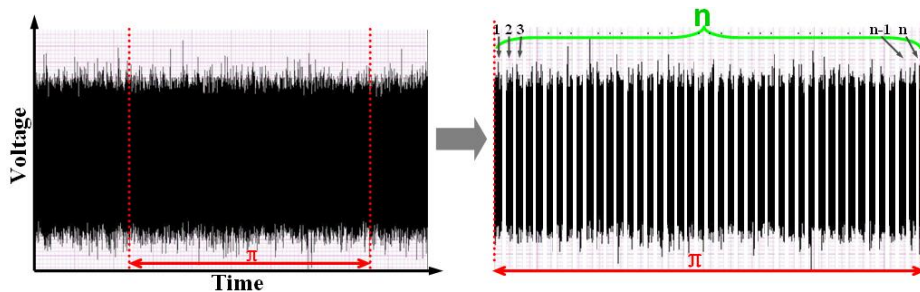


图 3.6: 数字示波器采集到真空态的数据点，将两条虚线中间的部分为  $\pi$  相位的数据提取出来分割为  $n=80$  份

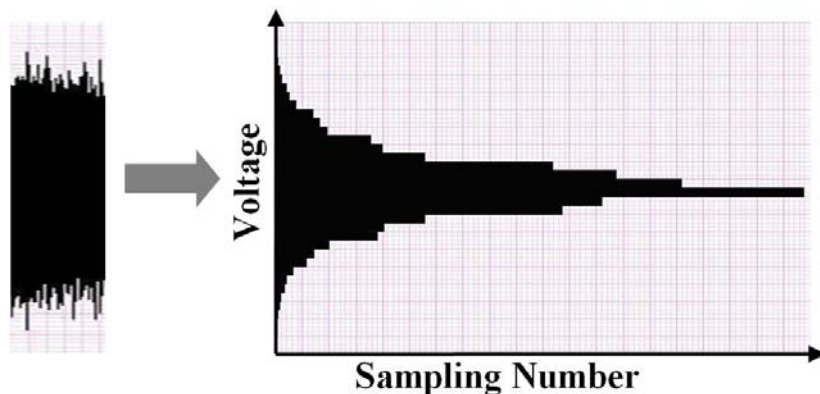


图 3.7: 对每一份  $\Delta\theta$  中的数据做统计，作出不同输出电压下的直方图

这样我们就得到了量子态在不同相位角下的 80 个边缘分布。我们对这一系列边缘分布在计算机上作逆 Random 变换（由 Labview 编写，见附录 2），重构出了该量子态的 Wigner 函数。重构出的量子态如图 3.8、3.9 所示。

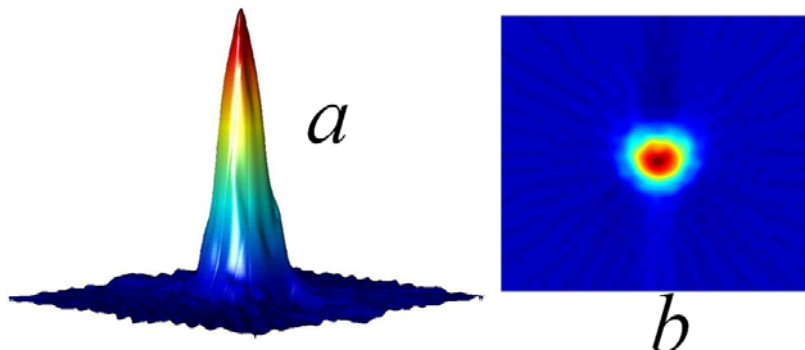


图 3.8: 重构出的真空态 Wigner 准概率分布函数的三维图(a); 及其俯视图(b)

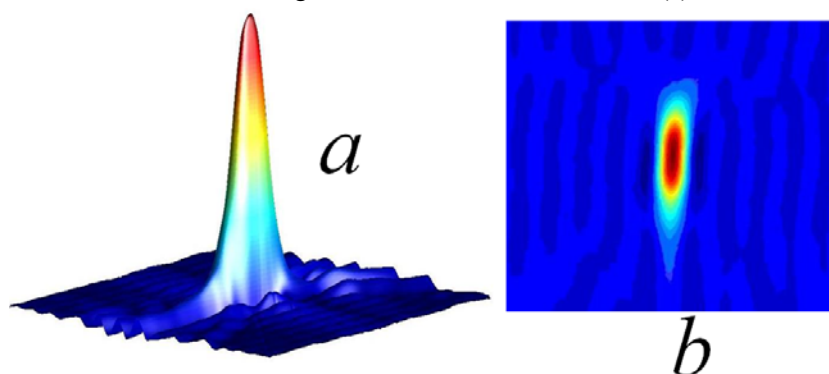


图 3.9: 重构出的真空压缩态 Wigner 准概率分布函数的三维图(a); 及其俯视图(b)

### 3.5 小结

本章对量子层析技术做了简单介绍，并对 Wigner 准概率分布函数以及逆 Random 变换做了理论上的分析。最后对真空态光场和我们得到的压缩真空态光场的 Wigner 函数进行了重构。重构出的量子态 Wigner 函数与理论计算所得出的结果拟合较好。

## 参考文献

- [3.1] Wigner E P “On the Quantum Correction For Thermodynamic Equilibrium” *Phys. Rev.* (1932) **40**,749
- [3.2] Fano,et al “Description of States in Quantum Mechanics by Density Matrix and Operator Techniques” *Rev. Mod. Phys.* (1957) **29**, 74
- [3.3] K. Vogel and H. Risken, “Determination of quasiprobability distributions in terms of probability distributions for the rotated quadrature phase” *Phys. Rev. A* (1989) **40**, 2847
- [3.4] Dariano G.M.,Macchiavello C.and Paris M.G.A., “Detection of the density matrix through optical homodyne tomography without filtered back projection”[J]. *Phys.Rev.A* (1994) **50**(5), 4298
- [3.5] Wallentowitz S.and Vogel W., “Unbalanced homodyning for quantum state measurements” [J]. *Phys.Rev.A* (1996) **53**(6), 4528
- [3.6] Lutervach L.G.and Davidovich L., “Method for direct measurement of the Wigner function in cavity QED and ion traps”[J].*Phys.Rev.Lett.* (1997) **78**(13), 2547
- [3.7] Zhang Z.M., “Measuring the Wigner functions of two-mode cavity fields and testing the Bell’s inequalities”[J].*Chin.Phys.Lett.* (2004) **21**(1), 5
- [3.8] Smithey D.T.,Beck M.and Cooper J., “Measurement of number-phase uncertainty relations of optical fields”[J].*Phys.Rev.A* (1993) **48**(4), 3159
- [3.9] Banaszek K.,Radzewicz C.and Wodkiewicz K., “Direct measurement of the Wigner function by photon counting”[J].*Phys.Rev.A* (1999) **60**(1), 674
- [3.10] Noguees G.,Rauschenbeutel A.and Osnaghi S.,et al., “Measurement of a negative value for the Wigner function of radiation”[J].*Phys.Rev.A* (2000) **62**(5):054101.
- [3.11] Schiller etc., “Quantum Statistics of the Squeezed Vacuum by Measurement of the Density Matrix in the Number State Representation” *Phy. Rev. Lett.* (1996) **77**, 2933
- [3.12] Schiller etc “Measurement of the quantum states of squeezed light”, *Nature* (1997) **387**, 471
- [3.13] A.I.Lvovsky,H.Hansen,T.Aichele,O.Benson,J.Mlynek and Schiller, “Quantum State Reconstruction of the Single-Photon Fock State” *Phys. Rev. Lett.* (2001) **87**, 050402
- [3.14] Bhuvnesh Jain , Andy Taylor, “Cross-Correlation Tomography: Measuring Dark Energy Evolution with Weak Lensing” *Phys. Rev. Lett.* (2003) **91**, 141302

- [3.15] M. W. Mitchell, C. W. Ellenor, S. Schneider, and A. M. Steinberg, “Diagnosis, Prescription, and Prognosis of a Bell-State Filter by Quantum Process Tomography” *Phys. Rev. Lett.* (2003) **91**, 120402
- [3.16] Maged B. Nasr, Bahaa E. A. Saleh, Alexander V. Sergienko, and Malvin C. Teich, “Demonstration of Dispersion-Canceled Quantum-Optical Coherence Tomography” *Phys. Rev. Lett.* (2003) **91**, 083601
- [3.17] J. B. Altepeter, D. Branning, E. Jeffrey, T. C. Wei, P. G. Kwiat, R. T. Thew, J. L. O'Brien, M. A. Nielsen, and A. G. White, “Demonstration of Dispersion-Canceled Quantum-Optical Coherence Tomography” *Phys. Rev. Lett.* (2003) **90**, 193601
- [3.18] S. A. Babichev, J. Appel, and A. I. Lvovsky, “Homodyne Tomography Characterization and Nonlocality of a Dual-Mode Optical Qubit” *Phys. Rev. Lett.* (2004) **92**, 193601
- [3.19] J. L. O'Brien, “Quantum process tomography of a controlled-NOT gate” quant-ph/0402166
- [3.20] 曾谨言.量子力学(卷II)[M].北京:科学出版社,2001
- [3.21] Cahill and Glauber, “Density Operators and Quasiprobability Distributions” *Phys. Rev.* (1969) **177** 1882
- [3.22] U.Leonhardt,measuring the quantum State of Light, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS 1997
- [3.23]李永明 “自发参量下转换过程的单光子测量及量子态重构” 山西大学2004届硕士学位论文

## 第四章 利用简并光学参量放大器对压缩真空态进行操控

### 4.1 引言:

在光场的传播、存储、频率变换等过程中对光场的量子态进行操控是量子网络和量子信息的基本条件。最近人们通过多能级原子系统中的电磁感应透明现象在实验上实现了光场的传输<sup>[4.1]</sup>、减速<sup>[4.2-4.4]</sup>、存储和修复<sup>[4.5,4.6]</sup>。这些对实现量子网络方案十分重要。实现量子操控的另外一个重要手段是利用压缩态光场相位敏感的放大和缩小过程，这项技术在量子信息和量子通讯方面有着广泛的应用。光学参量放大器常被用于放大诸如压缩态<sup>[4.7,4.8]</sup>、单光子态<sup>[4.9]</sup>之类的非经典态。这类过程也被称作“量子注入的光学参量放大过程”，在诸如光量子克隆机<sup>[4.10-4.14]</sup>、光量子非门<sup>[4.15]</sup>和连续全光离物态<sup>[4.16]</sup>等研究领域有着十分丰硕的成果。Bruckmeier 等人在实验上使用振幅压缩光注入到光学参量放大器输入端口的方法实现了对量子非破坏测量的改进<sup>[4.17]</sup>。最近，Agarwal 在理论上研究了阈值以下运转的光学参量放大器对于注入量子态的作用，预言注入场和下转换谐波场的干涉作用会导致光谱的分裂<sup>[4.18]</sup>。

在本章我们实验验证了 Agarwal 的理论结果，并且观测到了量子干涉所产生的图谱。并且解读图谱中的反向压缩、二次压缩等对压缩态光场的操控过程。

### 4.2 参量放大器和光场

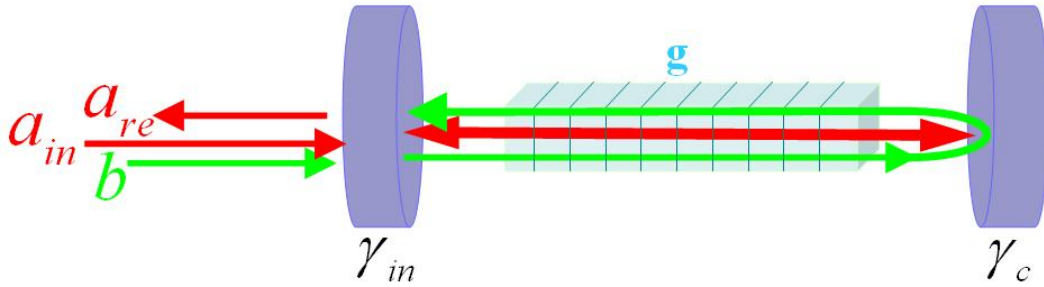


图 4.1

对于前面提到的方程 (2.3.3) 我们考虑有一定失谐  $\omega_s - \omega'_s = \Delta$  时的单共振简并光学参量放大器，抽运光场双次穿过。同时取小信号场，抽运损失可以忽略的情况，有： $\kappa a_p = g\beta e^{i\theta}$ 。式中  $\theta$  是抽运光场与内腔场的相对位相。

代入基波注入项(2.3.12)并考虑  $\gamma_{out} + \gamma_{in} \gg \gamma_l$  的情况后方程 (2.3.3) 变为：

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} a(t) = (-i\Delta - \gamma)a(t) + g\beta \exp(i\theta)a^+(t) + \sqrt{2\gamma_{in}}a_{in} + \sqrt{2\gamma_{out}}v \\ \frac{d}{dt} a^+(t) = (i\Delta - \gamma)a^+(t) + g\beta \exp(-i\theta)a(t) + \sqrt{2\gamma_{in}}a_{in}^+ + \sqrt{2\gamma_{out}}v^+ \end{cases} \quad (4.2.1)$$

根据式 (2.3.6) 得到边界条件:

$$\begin{cases} a_{re} = -a_{in} + \sqrt{2\gamma_{in}} a \\ a_{tr} = \sqrt{2\gamma_{out}} a \end{cases} \quad (4.2.2)$$

令:  $a(t) = \alpha(t) + \delta a(t)$ ,  $a_{in}(t) = \alpha_{in}(t) + \delta a_{in}(t)$  并将方程组 (4.2.1) 中的两式相加、减之后得到:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\delta a(t) + \delta a^+(t)) &= -i\Delta(\delta a(t) - \delta a^+(t)) - \gamma(\delta a(t) + \delta a^+(t)) + g\beta \cos \theta(\delta a(t) + \delta a^+(t)) \\ &\quad - ig\beta \sin \theta(\delta a(t) - \delta a^+(t)) + \sqrt{2\gamma_{in}}(\delta a_{in}(t) + \delta a_{in}^+(t)) + \sqrt{2\gamma_{out}}(\delta v(t) + \delta v^+(t)) \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\delta a(t) - \delta a^+(t)) &= -i\Delta(\delta a(t) + \delta a^+(t)) - \gamma(\delta a(t) - \delta a^+(t)) - g\beta \cos \theta(\delta a(t) - \delta a^+(t)) \\ &\quad + ig\beta \sin \theta(\delta a(t) + \delta a^+(t)) + \sqrt{2\gamma_{in}}(\delta a_{in}(t) - \delta a_{in}^+(t)) + \sqrt{2\gamma_{out}}(\delta v(t) - \delta v^+(t)) \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

根据前面 (1.2.14) 式的定义:  $\begin{cases} X(t) = a(t) + a^+(t) \\ Y(t) = -i(a(t) - a^+(t)) \end{cases}$

方程 (4.2.3) 和 (4.2.4) 变为:

$$\frac{d}{dt} \delta X(t) = \Delta \delta Y(t) - \gamma \delta X(t) + g\beta \cos \theta \delta X(t) + g\beta \sin \theta \delta Y(t) + \sqrt{2\gamma_{in}} \delta X_{in}(t) + \sqrt{2\gamma_{out}} \delta X_v(t) \quad (4.2.5)$$

$$\frac{d}{dt} \delta Y(t) = -\Delta \delta X(t) - \gamma \delta Y(t) - g\beta \cos \theta \delta Y(t) + g\beta \sin \theta \delta X(t) + \sqrt{2\gamma_{in}} \delta Y_{in}(t) + \sqrt{2\gamma_{out}} \delta Y_v(t) \quad (4.2.6)$$

对方程 (4.2.5) 和 (4.2.6) 做 Fourier 变换得到:

$$\begin{aligned} -i\omega \delta X(\omega) &= \Delta \delta Y(\omega) - \gamma \delta X(\omega) + g\beta \cos \theta \delta X(\omega) + g\beta \sin \theta \delta Y(\omega) \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_{in}} \delta X_{in}(\omega) + \sqrt{2\gamma_{out}} \delta X_v(\omega) \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

$$\begin{aligned} -i\omega \delta Y(\omega) &= -\Delta \delta X(\omega) - \gamma \delta Y(\omega) - g\beta \cos \theta \delta Y(\omega) + g\beta \sin \theta \delta X(\omega) \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_{in}} \delta Y_{in}(\omega) + \sqrt{2\gamma_{out}} \delta Y_v(\omega) \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

联立(4.2.7)和(4.2.8)可以解得:

$$\begin{aligned} \delta X(\omega) &= \frac{\sqrt{2\gamma_{in}}(\gamma + g\beta \cos \theta - i\omega)}{(\gamma - i\omega)^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2} \delta X_{in}(\omega) + \frac{\sqrt{2\gamma_{in}}(\Delta + g\beta \sin \theta)}{(\gamma - i\omega)^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2} \delta Y_{in}(\omega) \\ &\quad + \frac{\sqrt{2\gamma_{out}}(\gamma + g\beta \cos \theta - i\omega)}{(\gamma - i\omega)^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2} \delta X_v(\omega) + \frac{\sqrt{2\gamma_{out}}(\Delta + g\beta \sin \theta)}{(\gamma - i\omega)^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2} \delta Y_v(\omega) \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

同时由 (4.2.2) 不难得出:  $X_{re} = -X_{in} + \sqrt{2\gamma_{in}} X$ , 将 (4.2.9) 代入可以得到输出场表达式:

$$\begin{aligned}
 \delta X_{re}(\omega) = & \frac{\gamma(2\gamma_{in} - \gamma) + \omega^2 - \Delta^2 + (g\beta)^2 + 2g\beta\gamma_{in} \cos \theta + 2i\omega(\gamma - \gamma_{in})}{(\gamma - i\omega)^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2} \delta X_{in}(\omega) \\
 & + \frac{2\gamma_{in}(\Delta + g\beta \sin \theta)}{(\gamma - i\omega)^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2} \delta Y_{in}(\omega) + \frac{2\sqrt{\gamma_{out}\gamma_{in}}(\gamma + g\beta \cos \theta - i\omega)}{(\gamma - i\omega)^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2} \delta X_v(\omega) \\
 & + \frac{2\sqrt{\gamma_{out}\gamma_{in}}(\Delta + g\beta \sin \theta)}{(\gamma - i\omega)^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2} \delta Y_v(\omega)
 \end{aligned} \tag{4.2.10}$$

令：

$$\begin{cases}
 J = \frac{\gamma(2\gamma_{in} - \gamma) + \omega^2 - \Delta^2 + (g\beta)^2 + 2g\beta\gamma \cos \theta + 2i\omega(\gamma - \gamma_{in})}{(\gamma - i\omega)^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2} \\
 K = \frac{2\gamma_{in}(\Delta + g\beta \sin \theta)}{(\gamma - i\omega)^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2} \\
 L = \frac{2\sqrt{\gamma_{out}\gamma_{in}}(\gamma + g\beta \cos \theta - i\omega)}{(\gamma - i\omega)^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2} \\
 M = \frac{2\sqrt{\gamma_{out}\gamma_{in}}(\Delta + g\beta \sin \theta)}{(\gamma - i\omega)^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2}
 \end{cases} \tag{4.2.11}$$

则有：
$$\delta X_{re}(\omega) = J\delta X_{in}(\omega) + K\delta Y_{in}(\omega) + L\delta X_v(\omega) + M\delta Y_v(\omega)$$

计算输出场的噪声均方差有：

$$\delta^2 X(\omega) = \langle [\delta X(\omega)]^2 \rangle - \langle \delta X(\omega) \rangle^2 = \langle \delta X^+(\omega) \delta X(\omega) \rangle$$

所以：

$$\begin{aligned}
 \delta^2 X(\omega) &= \langle (J\delta X_{in}(\omega) + K\delta Y_{in}(\omega) + L\delta X_v(\omega) + M\delta Y_v(\omega))^+ (J\delta X_{in}(\omega) + K\delta Y_{in}(\omega) + L\delta X_v(\omega) + M\delta Y_v(\omega)) \rangle \\
 &= J^*J \langle \delta X_{in}^+(\omega) \delta X_{in}(\omega) \rangle + K^*K \langle \delta Y_{in}^+(\omega) \delta Y_{in}(\omega) \rangle + L^*L \langle \delta X_v^+(\omega) \delta X_v(\omega) \rangle + M^*M \langle \delta Y_v^+(\omega) \delta Y_v(\omega) \rangle \\
 &= J^*J \delta^2 X_{in}(\omega) + K^*K \delta^2 Y_{in}(\omega) + L^*L \delta^2 X_v(\omega) + M^*M \delta^2 Y_v(\omega)
 \end{aligned}$$

将 (4.2.11) 代入得到：

$$\begin{aligned}
 \delta^2 X_{re}(\omega) = & \frac{[\gamma(2\gamma_{in} - \gamma) + \omega^2 - \Delta^2 + (g\beta)^2 + 2g\beta\gamma_{in} \cos \theta]^2 + 4\omega^2(\gamma - \gamma_{in})^2}{[\gamma^2 - \omega^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2]^2 + 4\gamma^2\omega^2} \delta^2 X_{in}(\omega) \\
 & + \frac{4\gamma_{in}^2(\Delta + g\beta \sin \theta)^2}{[\gamma^2 - \omega^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2]^2 + 4\gamma^2\omega^2} \delta^2 Y_{in}(\omega) + \frac{4\gamma_{out}\gamma_{in}(\gamma + g\beta \cos \theta)^2 + \omega^2}{[\gamma^2 - \omega^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2]^2 + 4\gamma^2\omega^2} \delta^2 X_v(\omega) \\
 & + \frac{4\gamma_{out}\gamma_{in}(\Delta + g\beta \sin \theta)^2}{[\gamma^2 - \omega^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2]^2 + 4\gamma^2\omega^2} \delta^2 Y_v(\omega)
 \end{aligned} \tag{4.2.12}$$

式中  $\delta^2 X_v(\omega) = \delta^2 Y_v(\omega) = 1$  为真空场噪声。

同理有：

$$\begin{aligned}
 \delta^2 Y_{re}(\omega) = & \frac{[\gamma(2\gamma_{in} - \gamma) + \omega^2 - \Delta^2 + (g\beta)^2 - 2g\beta\gamma_{in} \cos\theta]^2 + 4\omega^2(\gamma - \gamma_{in})^2}{[\gamma^2 - \omega^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2] + 4\gamma^2\omega^2} \delta^2 Y_{in}(\omega) \\
 & + \frac{4\gamma_{in}^2(\Delta - g\beta \sin\theta)^2}{[\gamma^2 - \omega^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2] + 4\gamma^2\omega^2} \delta^2 X_{in}(\omega) + \frac{4\gamma_{out}\gamma_{in}(\gamma - g\beta \cos\theta)^2 + \omega^2}{[\gamma^2 - \omega^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2]^2 + 4\gamma^2\omega^2} \delta^2 Y_v(\omega) \\
 & + \frac{4\gamma_{out}\gamma_{in}(\Delta - g\beta \sin\theta)^2}{[\gamma^2 - \omega^2 + \Delta^2 - (g\beta)^2]^2 + 4\gamma^2\omega^2} \delta X_v(\omega)
 \end{aligned} \tag{4.2.13}$$

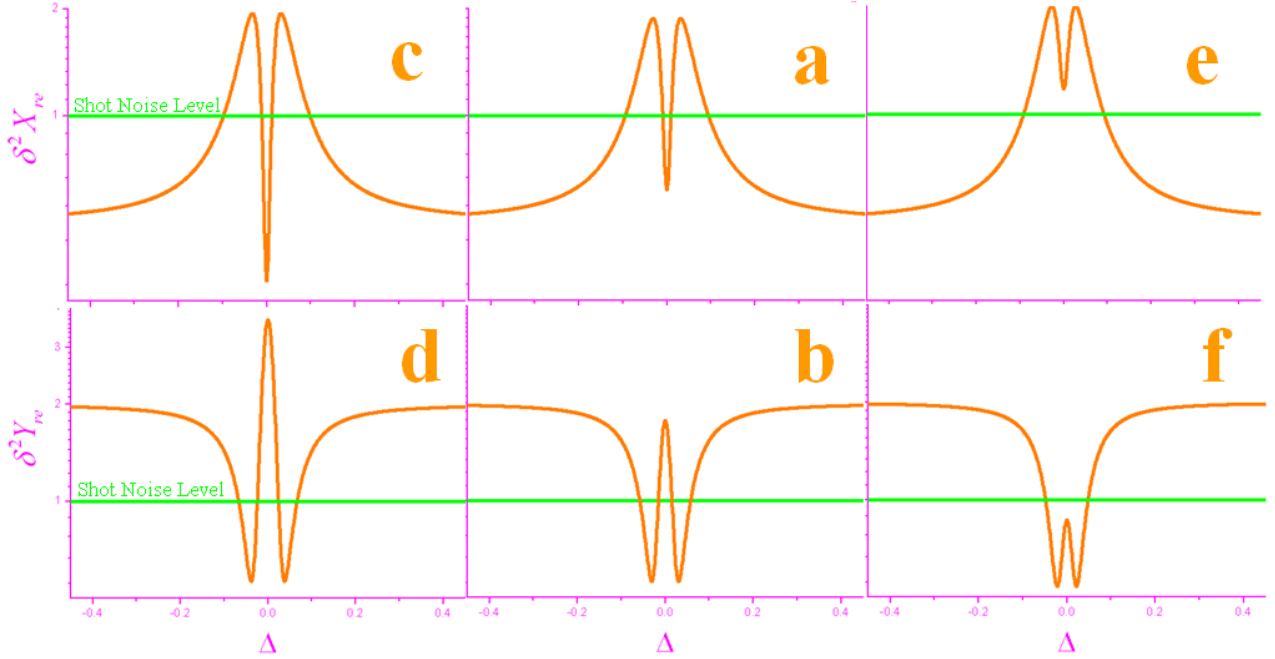


图 4.2: a、b 为压缩真空态光场通过一个空腔( $g=0$ )时的压缩和放大分量的噪声曲线; c、d 为压缩真空态光场通过一个运转于参量缩小状态( $\theta = \pi$ )的光学参量放大器时的压缩和放大分量的噪声曲线; e、f 为压缩真空态光场通过一个运转于参量放大状态( $\theta = 0$ )的光学参量放大器时的压缩和放大分量的噪声曲线

计算结果如图 4.2 所示(Mathematica 程序见附录 3), 注入的压缩态光场与内腔场发生干涉, 干涉作用使得反射场的噪声曲线出现双峰结构的劈裂。这种干涉是一种量子干涉, 不同于只影响输出功率的经典干涉, 量子干涉的作用结果可以直接影响光场的噪声谱。

### 4.3 对压缩真空态操控的实验实现

实验装置如图 4.3 所示。我们使用双色镜将激光器输出的 1064nm 的基频光与 532nm 倍频光分开。532nm 光经过  $\lambda/2$  玻片和棱镜分开, 分别作为 OPA 和 OPO 腔的抽运光; 1064nm 光经过  $\lambda/2$  玻片和棱镜分开后由棱镜 P1 的 A 端口输出的光场注入模式清洁剂中, 作为平衡零拍探测的本振光场, B 端口输出的光场作为调节两个谐振腔时的参考光, 测量数据时挡掉。





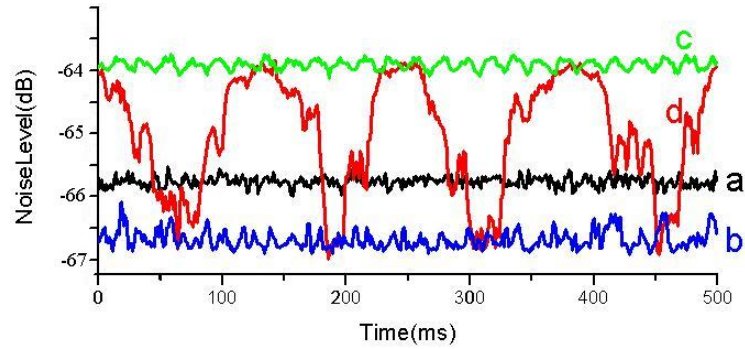


图 4.4: a 为散粒噪声基准, b 为压缩分量的噪声曲线, c 为放大分量的噪声曲线, d 为扫描本振光场与待探测光场相对位相是的扫描曲线

然后去掉 C 处的遮挡, 将真空压缩态光场注入 OPA 中, 测量结果如图 4.5 所示。

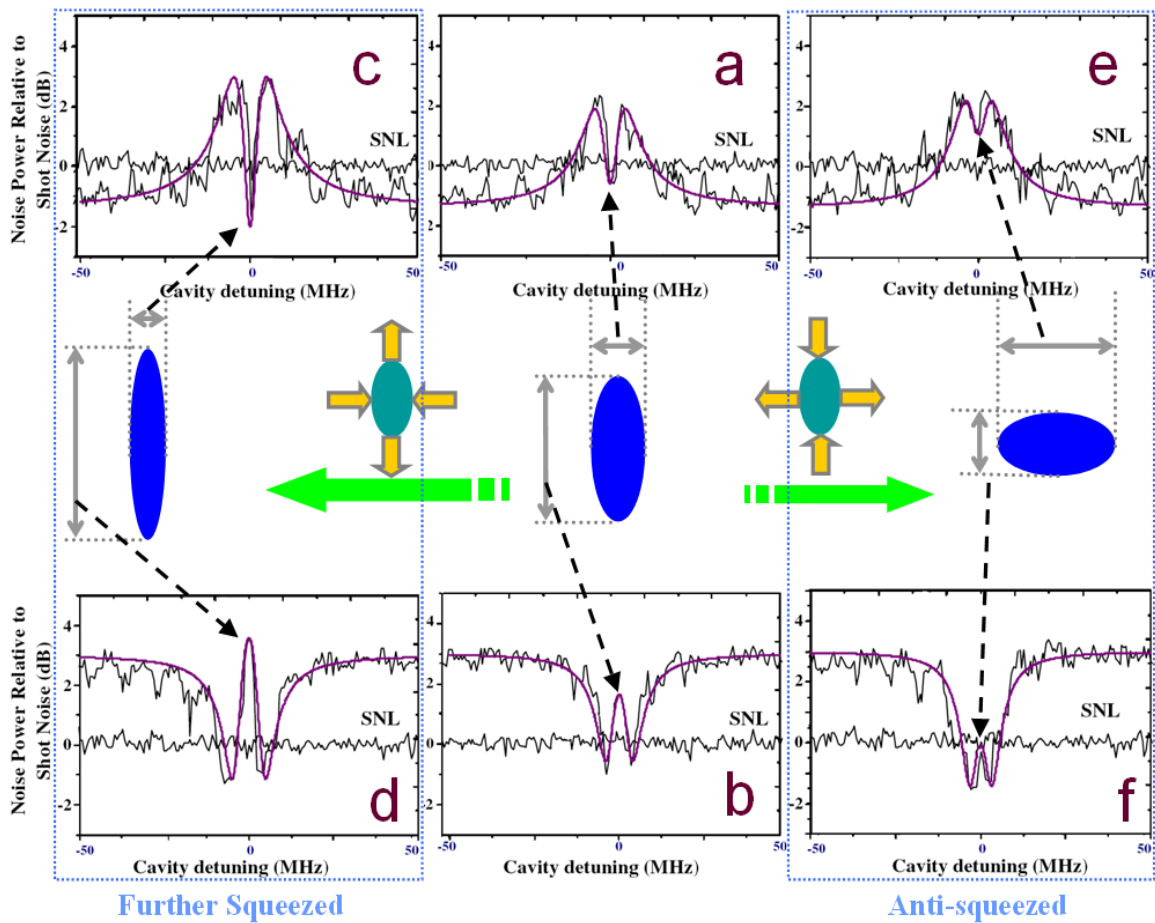


图 4.5

图 4.5-a 中所示是将真空压缩态光场注入到没有抽运光注入的 OPA 腔中, 测量压缩分量量子噪声的结果。此时的 OPA 相当于一个 F-P 腔, 在远失谐处 ( $\Delta = \pm 50\text{MHz}$ ) OPA 腔不共振, 内腔场频率与注入场频率相差很远, OPO 产生的压缩真空态光场被直接反射。这时类似于我们测量 OPO 腔输出的压缩真空态光场的压缩度时的情况, 光场噪声低于散粒噪声基准约 0.8dB; 在无失谐时 ( $\Delta = 0\text{MHz}$ ) OPA 腔完全共振,

内腔场频率与注入场频率完全相同，OPA 腔对于注入光场没有完全反射，有一定透射，因此测量到的压缩有所损耗，相比于远失谐时压缩度略有减小；在小失谐情况下 ( $\Delta=0\sim 50\text{MHz}$ ) 内腔场频率与注入场频率有微小差别，出现量子干涉现象。噪声在偏离零失谐处后迅速增大，到远失谐处缓慢减小到注入光场的噪声水平，形成带有陡峭劈裂的洛伦茨曲线。

图 4.5-b 中所示是将真空压缩态光场注入到没有抽运光注入的 OPA 腔中，测量放大分量量子噪声的结果。在远失谐处 ( $\Delta=\pm 50\text{MHz}$ ) OPA 腔不共振，内腔场频率与注入场频率相差很远，OPO 产生的压缩真空态光场被直接反射。这时类似于我们测量 OPO 腔输出的压缩真空态光场的放大分量时的情况，光场噪声高于散粒噪声基准约 3dB；在无失谐时 ( $\Delta=0\text{MHz}$ ) OPA 腔完全共振，内腔场频率与注入场频率完全相同，OPA 腔对于注入光场没有完全反射，有一定透射，因此测量到的放大有所损耗，相比于远失谐时放大幅度略有减小；在小失谐情况下 ( $\Delta=0\sim 50\text{MHz}$ )，内腔场频率与注入场频率有微小差别，出现量子干涉现象。噪声在偏离零失谐处后迅速减小，到远失谐处缓慢增大到注入光场的噪声水平，形成带有陡峭劈裂的倒置的洛伦茨曲线。

图 4.5-c 中所示是将真空压缩态光场注入到 OPA 腔中，并在 OPA 腔的另一端口注入抽运光 (35mW) 调节 PZT3 使得 OPA 腔中压缩方向与压缩真空态光场的压缩分量一致 ( $\theta = \pi$ )，测量压缩分量量子噪声的结果。可以看到与 a 图相比，在无失谐 ( $\Delta=0\text{MHz}$ ) OPA 腔完全共振时，测量到的压缩度并没有减小，而是相比于远失谐时压缩度略有增大；同时由于干涉所形成的双峰高度也相应增大。图 5-d 中所示是测量放大分量量子噪声的结果，与 b 图相比，在无失谐 ( $\Delta=0\text{MHz}$ ) OPA 腔完全共振时，测量到的噪声相比于远失谐时噪声略有增大。因此可以知道在这种条件下注入的压缩真空态光场被进一步压缩，压缩分量的噪声被进一步压缩到更低的水平，而与其正交的另一分量噪声明显增加。

图 4.5-e 中所示是将真空压缩态光场注入到 OPA 腔中，并在 OPA 腔的另一端口注入抽运光 (35mW) 调节 PZT3 使得 OPA 腔中压缩方向与压缩真空态光场的压缩分量相正交 ( $\theta = 0$ )，测量压缩分量量子噪声的结果。可以看到与 a 图相比，在无失谐 ( $\Delta=0\text{MHz}$ ) OPA 腔完全共振时，测量到的噪声不再低于散粒噪声基准，测量到的是噪声放大。图 5-e 中所示是测量放大分量量子噪声的结果，与 b 图相比，在无失谐 ( $\Delta=0\text{MHz}$ ) OPA 腔完全共振时，测量到的噪声低于散粒噪声基准，由噪声放大分量变成压缩分量。因此可以知道在这种条件下注入的压缩真空态光场被进反向压

缩，噪声放大分量被压缩成为压缩分量，而原来的压缩分量变成噪声放大分量。

#### 4.4 小结

本章对量子场注入的相位敏感光学参量放大器进行了理论上的计算，同时在实验上观察到了压缩态光场注入相位敏感光学参量放大器的量子干涉现象，并且利用运转于阈值以下的相位敏感简并光学参量放大器对注入其中的由另一个简并光学参量振荡器产生的压缩真空态光场进行了操控。实现了对注入压缩真空态光场的进一步压缩和反向压缩的操作。

## 参考文献

- [4.1] D. Akamatsu, K. Akiba, and M. Kozuma, “Electromagnetically induced transparency with squeezed vacuum”, *Phys. Rev. Lett.* (2004) **92**, 203602
- [4.2] D. Akamatsu et al., “Ultraslow propagation of squeezed vacuum pulses with electromagnetically induced transparency”, *Phys. Rev. Lett.* (2007) **99**, 153602
- [4.3] M. Arikawa et al., “Observation of electromagnetically induced transparency for a squeezed vacuum with the time domain method” *Opt. Express* (2007) **15**, 19 11849
- [4.4] G. Hetet et al., “Delay of Squeezing and Entanglement using Electromagnetically Induced Transparency in a Vapour Cell” *arXiv:0803.2097*.
- [4.5] K. Honda et al., “Storage and retrieval of a squeezed vacuum” *Phys. Rev. Lett.* (2008) **100**, 093601
- [4.6] J. Appel, E. Figueroa, and D. Korystov, M. Lobino, and A. I. Lvovsky, “Quantum Memory for Squeezed Light” *Phys. Rev. Lett.* (2008) **100**, 093602
- [4.7] Henning Vahlbruch, Moritz Mehmet, Simon Chelkowski, et al. “Observation of Squeezed Light with 10-dB Quantum-Noise Reduction” *Phys. Rev. Lett.* (2008) **100**, 033602
- [4.8] Yuishi Takeno, Mitsuyoshi Yukawa, Hidehiro Yonezawa and Akira Furusawa “Observation of -9 dB quadrature squeezing with improvement of phase stability in homodyne measurement” *Opt. Express* **15**, No. 7 4321
- [4.9] Masahiro Matsuoka<sup>1</sup> and Takuya Hirano “Quantum key distribution with a single photon from a squeezed coherent state” *Phys. Rev. A* (2003) **67**, 042307
- [4.10] A. Lamas-Linares, C. Simon, J. C. Howell and D. Bouwmeester, “Experimental Quantum Cloning of Single Photons” *Science* (2002) **296**, 712
- [4.11] F. De Martini et al., “Contextual, Optimal, and Universal Realization of the Quantum Cloning Machine and of the NOT Gate” *Phys. Rev. Lett.* (2004) **92**, 067901
- [4.12] G. M. D’Ariano, F. De Martini, and M. F. Sacchi, “Continuous Variable Cloning via Network of Parametric Gates” *Phys. Rev. Lett.* (2001) **86**, 914
- [4.13] S. L. Braunstein et al., “Optimal Cloning of Coherent States with a Linear Amplifier and Beam Splitters” *Phys. Rev. Lett.* (2001) **86**, 4938
- [4.14] J. Fiurasek, “Optimal Cloning of Coherent States with a Linear Amplifier and Beam Splitters” *Phys. Rev. Lett.* (2001) **86**, 4942

- [4.15] F. De Martini, V. Buk, F. Sciarrino, and C. Sias, “Experimental realization of the quantum universal NOT gate” *Nature (London)* (2002) **419**, 815
- [4.16] T. C. Ralph, “All-optical quantum teleportation” *Opt. Lett.* (1999) **24**, 348
- [4.17] R. Bruckmeier, K. Schneider, S. Schiller, and J. Mlynek, “Quantum Nondemolition Measurements Improved by a Squeezed Meter Input” *Phys. Rev. Lett.* (1997) **78**, 1243
- [4.18] G. S. Agarwal, “Interferences in Parametric Interactions Driven by Quantized Fields” *Phys. Rev. Lett.* (2006) **97**, 023601

## 第五章 相位敏感光学参量放大器中的类 EIT 现象

### 5.1 引言

在量子力学中，干涉是无处不在的。早在 1961 年，Fano<sup>[5.1]</sup>就指出，如果原子通过几个可能的不同跃迁过程耦合起来，那么这些过程的振幅会由于干涉而出现总的跃迁几率的相干增强或相干相消，这是因为在量子力学中，一个量子过程中相加的是几率幅而不是几率。一个典型的例子是原子自电离态的辐射跃迁过程中的 Fano 干涉，这种预测的 Fano 干涉现象在后来的半导体量子阱中也发现了。基于这种原子不同过程之间的干涉现象，在此后许多有关原子相干现象的研究都出现了，其中一个很重要的原子相干现象就是电磁诱导透明(electromagnetically induced transparency 简称 EIT)<sup>[5.2]</sup>。

上世纪80年代末90年代初，Harris等人<sup>[5.3]</sup>首次提出了电磁诱导透明的概念，而Kocharovskarya等人<sup>[5.4]</sup>和scully等人<sup>[5.5]</sup>也分别独立的提出了类似的概念。Boller等人<sup>[5.6]</sup>指出EIT并非某种饱和或烧孔效应，而是交流stark效应和量子干涉共同作用的结果。其基本原理如图5.1所示。

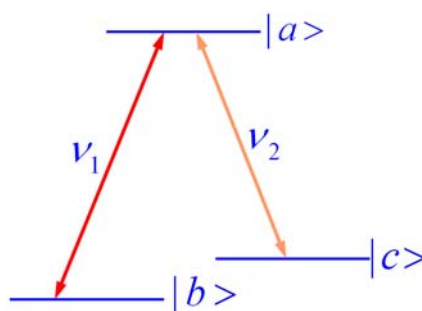


图 5.1

电磁诱导透明现象是由于耦合光与探测光之间强的相互作用对基态到激发态之间的跃迁产生了相消干涉，原子被激发到暗态，不再与探测光作用，从而表现为探测光的透明。电磁诱导透明方法的中心思想是引入另外一束与原子相互作用的控制光，使原子的跃迁过程达到相消干涉的时候，初始相对于探针光的不透明介质就会因而变得透明起来，从而达到无吸收。探测光及控制光与三能级原子的耦合作用下，适当调节两光场强度使得组成介质的所有原子均稳定地处在较低能级 $|b\rangle$ 与 $|c\rangle$ 的相干叠加态上，叠加系数由两束耦合光的耦合 Rabi 频率决定，这种叠加态被称作为暗态，它是体系相互作用 Hamiltonian 的一个本征态，不包含高激发态 $|a\rangle$ 。由量子力学我们知道，光在介质中传播时的衰减主要来源于原子高低能级间的跃迁，由于暗态

不包含高激发态，因此衰减很小可以忽略。这样，在理想情况下便保证了介质对探测光的无吸收色散<sup>[5.2]</sup>。

光的传播速度与所在介质的折射率有关，光脉冲的群速度可以写成  $V_g = c / [n(\omega) + \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega} |_{\omega_0}]$ 。其中  $\omega_0$  是光脉冲的中心频率，介质中光的折射率  $n(\omega)$  是光场频率  $\omega$  的函数。由前面的群速度公式可以知， $V_g$  的大小取决于介质的色散特性  $\frac{dn(\omega)}{d\omega}$ 。色散介质中  $dn/d\omega = 0$  因此  $V_g = c/n$ ，光脉冲的群速度等于相速度；反常色散介质中  $n + \omega \frac{dn}{d\omega} |_{\omega_0} < 1$ ，因此  $V_g > c$ ，这就是群速度的超光速；正常色散介质中， $n + \omega \frac{dn}{d\omega} |_{\omega_0} > 1$ ，因此  $V_g < c$ ，这就是群速度的慢光速，当  $n + \omega \frac{dn}{d\omega} |_{\omega_0} \gg 1$  是，那么群速度将远远小于真空中的光速，这就是我们所说的光减速。而一般介质折射率的变化最大的位置出现在共振频率附近，但是在共振频率附近介质对光场有强烈的吸收，也就是说色散最大的频率点就是吸收最大的频率点，因此在实验上很难用普通介质来实现光速减慢。而 EIT 技术可以改变介质的吸收特性和色散特性，可以做到无吸收的大色散。EIT 介质的共振频率附近，折射率  $n$  趋近于 1 而且  $\frac{dn}{d\omega} |_{\omega_0}$  非常大，从而可以实现光脉冲的超慢群速度<sup>[5.2]</sup>。

20 世纪末，光速已经在实验上被减慢到 17m/s。光速减慢实验的巨大成功，使光脉冲的存储成为了可能。近几年来基于 EIT 的光量子信息存储的研究取得了很大的进展。2001 年，Hau 等人<sup>[5.7]</sup>采用了与早期进行慢光实验相似的装置，首次将光脉冲存储在超冷 Na 原子中，存储时间长达 1ns。2005 年，Kuzmich 小组<sup>[5.8]</sup>利用 EIT 技术在相隔 100m 的两团 Rb 原子气体之间实现了单光子的远程量子存储。

除了上述两方面，EIT 在其它许多方面也有非常重要的理论研究及应用价值。例如，在电磁诱导光栅<sup>[5.9]</sup>、原子激光<sup>[5.10]</sup>、多波混频<sup>[5.11]</sup>、光学双稳<sup>[5.12]</sup>、光学开关<sup>[5.13]</sup>、超慢光孤子<sup>[5.14]</sup>、法拉第旋转<sup>[5.15]</sup>、光学频率转换<sup>[5.16]</sup>、光学诱导波导<sup>[5.17]</sup>、光学诱导规范势<sup>[5.18]</sup>、稳态脉冲<sup>[5.19]</sup>、量子相位门<sup>[5.20]</sup>、量子纠缠<sup>[5.21]</sup>、原子分子凝聚<sup>[5.22]</sup>、高精度光钟<sup>[5.23]</sup>、量子成像<sup>[5.24]</sup>等领域都有着广泛的应用。

同时我们可以通过多种手段来获得 EIT 效应。诸如原子系综、耦合光纤环形腔、微硅光学耦合强、电子谐振子、耦合石英微球、光学耦合腔、力学谐振子都可以通过干涉产生 EIT 现象。这一章我们介绍简并参量放大器中的 EIT 现象。



## 5.2 双共振简并光学参量放大器的理论计算

由前面方程 (2.3.3) 和 (2.3.12) 可以得出双共振简并光学参量放大器有如下平均值运动方程:

$$\begin{cases} \frac{da}{dt} = -i\Delta a - \gamma a + gba^* + \sqrt{2\gamma_{in}} a^{in} \\ \frac{db}{dt} = -i\Delta b - \gamma_b b + \sqrt{2\gamma_{in}^b} b^{in} \end{cases} \quad (5.2.1)$$

这里我们考虑的是小信号注入的情况, 忽略了信号光场对抽运光场的作用。

$$\text{该运动方程有如下边界条件: } \begin{cases} a^{tra} = \sqrt{2\gamma_{out}} a \\ a^{re} = -a_{in} + \sqrt{2\gamma_{in}} a \end{cases}, \begin{cases} b^{tra} = \sqrt{2\gamma_{out}^b} b \\ b^{re} = -b_{in} + \sqrt{2\gamma_{in}^b} b \end{cases} \quad (5.2.2)$$

$$\text{当 OPO 腔运转于缩小状态时, 抽运光的消耗可忽略不计: } \frac{db}{dt} = 0 \quad (5.2.3)$$

$$\text{此时有稳态解: } b = \frac{\sqrt{2\gamma_{in}^b} b^{in}}{i\Delta + \gamma_b} \quad (5.2.4)$$

$$\frac{da}{dt} = -i\Delta a - \gamma a + g \frac{\sqrt{2\gamma_{in}^b}}{i\Delta + \gamma_b} b^{in} a^* + \sqrt{2\gamma_{in}} a^{in} \quad (5.2.5)$$

对于稳态腔有  $\frac{da}{dt} = 0$  所以:

$$0 = -i\Delta a - \gamma a + g \frac{\sqrt{2\gamma_{in}^b}}{i\Delta + \gamma_b} b^{in} a^* + \sqrt{2\gamma_{in}} a^{in} \quad (5.2.6)$$

令  $a = \alpha \exp(-i\phi)$ ,  $a^{in} = A^{in} \exp(-i\varphi)$ ,  $b^{in} = \beta^{in} \exp(-i\theta)$  则:

$$\begin{aligned} 0 = & \Delta^2 \alpha \exp(-i\phi) - i\Delta \gamma_b \alpha \exp(-i\phi) - i\Delta \gamma \alpha \exp(-i\phi) - \gamma \gamma_b \alpha \exp(-i\phi) \\ & + g \sqrt{2\gamma_{in}^b} \beta^{in} \alpha \exp i(\phi - \theta) + i\Delta \sqrt{2\gamma_{in}} A^{in} \exp(-i\varphi) + \gamma_b \sqrt{2\gamma_{in}} A^{in} \exp(-i\varphi) \end{aligned} \quad (5.2.7)$$

等式 5.2.7 两边同时乘以  $\exp(i\varphi)$  并且分离实部与虚部之后得到:

$$\begin{cases} 0 = \Delta^2 \alpha - \gamma \gamma_b \alpha + g \sqrt{2\gamma_{in}^b} \beta^{in} \alpha \cos(2\phi - \theta) - \Delta \sqrt{2\gamma_{in}} A^{in} \sin(\phi - \varphi) + \gamma_b \sqrt{2\gamma_{in}} A^{in} \cos(\phi - \varphi) \\ 0 = -\Delta \gamma_b \alpha - \Delta \gamma \alpha + g \sqrt{2\gamma_{in}^b} \beta^{in} \alpha \sin(2\phi - \theta) + \Delta \sqrt{2\gamma_{in}} A^{in} \cos(\phi - \varphi) + \gamma_b \sqrt{2\gamma_{in}} A^{in} \sin(\phi - \varphi) \end{cases} \quad (5.2.8)$$

根据边界条件 5.2.2 有:  $a^{tra} = \sqrt{2\gamma_{out}} a = \sqrt{2\gamma_{out}} \alpha \exp(-i\phi)$

$$a^{re} = -a^{in} + \sqrt{2\gamma_{in}} a = -A^{in} \exp(-i\varphi) + \sqrt{2\gamma_{in}} \alpha \exp(-i\phi)$$

$$\text{幅角 } \text{Arg}(a^{tra}) = \text{Arg}[\sqrt{2\gamma_{out}} \alpha \exp(-i\phi)] = \phi$$

计算结果:

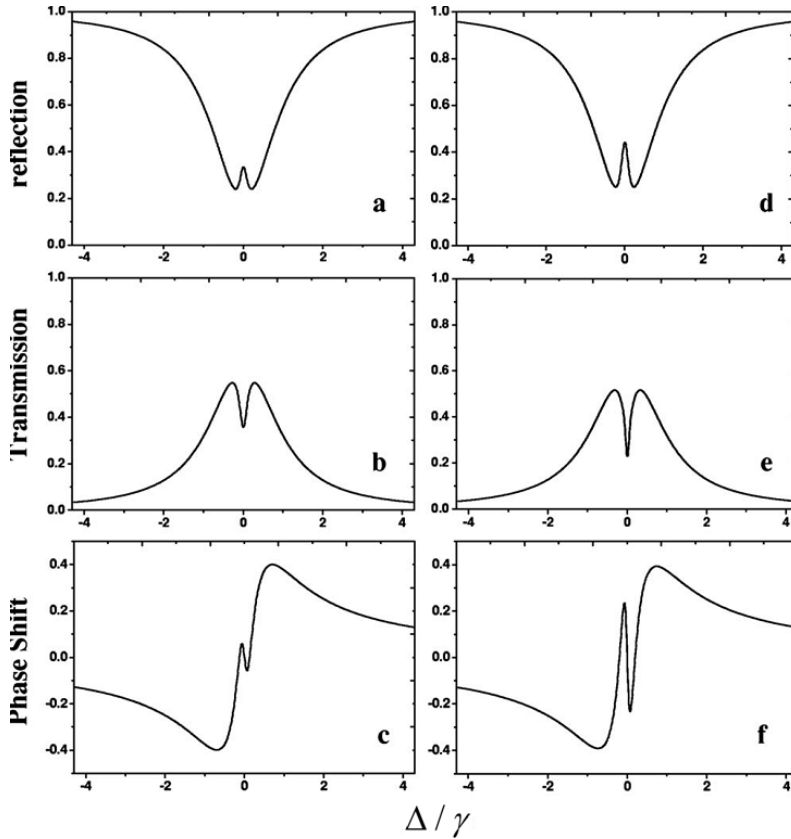


图 5.2

理论结果如图 5.2 所示: 分别为  $\beta^{in} / \beta_{th} = 0.26$  的反射 (a)、透射 (b)、以及色散 (c) 曲线和  $\beta^{in} / \beta_{th} = 0.51$  时的理论结果 (d)、(e)、(f)。

### 5.3 类 EIT 现象的实验实现

实验装置如图:

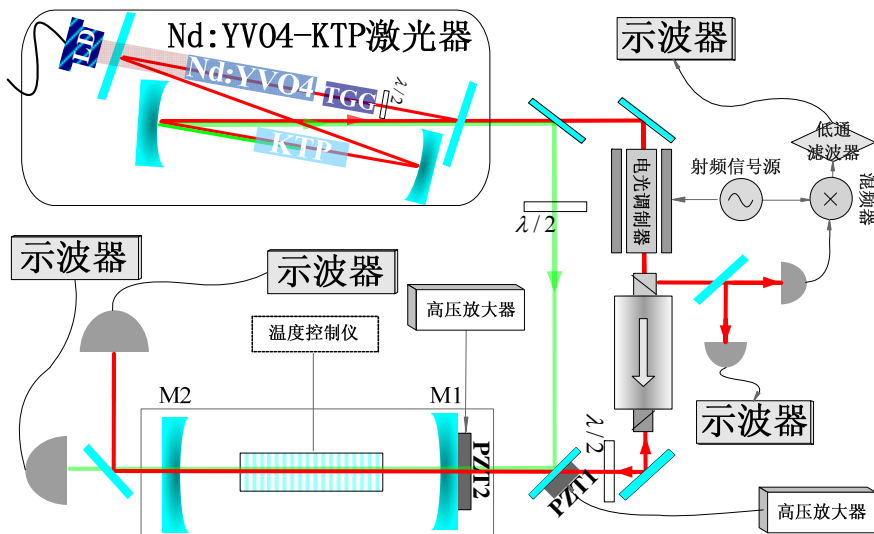


图 5.3

图 5.3 所示是我们的试验装置图：我们将 1064nm 的红外光经过电光调制器和光隔离器后注入到 OPA 中，532nm 的绿光直接注入到光学参量放大器中。电光调制器工作频率为 20MHz，从隔离器分出的 OPA 反射光场与 20MHz 的 Local 信号混频之后经过低通滤波器得到误差信号。这里的误差信号相当于计算当中的色散曲线，反映光场的色散特性。

我们通过调节压电陶瓷 PZT1 改变绿光和红外光相对位相，使得光学参量放大器运转于参量缩小状态。以 20Hz 的频率扫描光学参量放大器的腔长。

实验结果如图 5.4。图中 (a) (b) (c) 是没有抽运光注入时，光学参量放大器中反射、透射以及色散曲线；(d) (e) (f) 是注入抽运功率为  $\beta^{in} / \beta_{th} = 0.15$  时的实验结果；(g) (h) (i) 是注入抽运功率为  $\beta^{in} / \beta_{th} = 0.30$  时的实验结果。

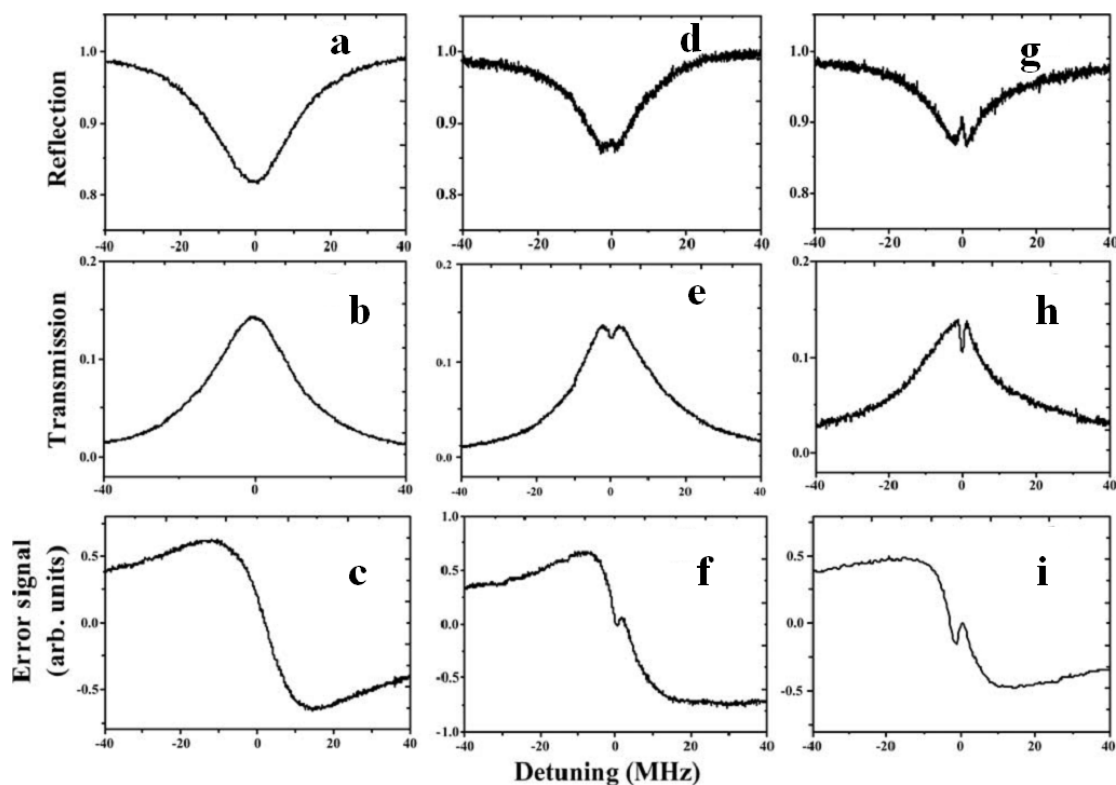


图 5.4

## 5.4 小结

本章从理论上和实验上分析了双共振简并光学参量放大器的反射、透射以及色散特性。并在抽运光精细度远高于信号光精细度的条件下观察到了反射曲线中的吸收减弱，以及色散曲线中的强色散效应。使用简并光学参量放大器实现了类 EIT 效应。

## 参考文献

- [5.1] U.Fano. “Effects of configuration interaction on intensities and phase-shifts” [J]. *Phys. Rev.* (1961) **124**(6), 1866
- [5.2] 郭裕 “多模电磁诱导透明理论及其应用研究” 湖南师范大学博士学位论文
- [5.3] S.E.Harris, J.E.Field and A.Imamoglu. “Nonlinear optical processes using electromagnetically induced transparency” [J].*Phys.Rev.Lett.*,(1990) **64**(10), 1107.
- [5.4] O.A.Kocharovskaya and Y.I.Khanin. “Coherent amplification of ultrashort Pulse in a three-level medium without a population inversion” [J]. *Jetp Letters*, (1988) **48**, 630.
- [5.5] M.O.Scully, S.Y.Zhu and A.Gavrielides. “Degenerate quantum-beat laser: Lasing without inversion and inversion without lasing” [J]. *Phys.Rev.Lett.*, (1989) **62**(24), 2813.
- [5.6] K.J.Boller, A.Immamoglu and S.E.Harris. “Observation of electromagnetically induced transparency” [J]. *Phy.Rev.Lett.* (1991) **66**(20), 2593
- [5.7] C.Liu, Z.Dutton, C.H.Behroozi and L.V.Hau. “Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses” [J].*Nature*, (2001) **409**(6819), 490
- [5.8] T.Chaneliere, D.N.Matsukevich, S.D.Jenkins, S.Y.Lan, R.zhao, T.A.B.Kennedy and A. Kuzmich. “Quantum interference of electromagnetic fields from remote quantum memories” [J].*Phys.Rev.Lett.*, (2007) **98**(11), 113602
- [5.9] H.Y.Ling, Y.Q.Li and M.xiao. “Electromagnetically induced grating: Homogeneously broadened medium” [J].*Phys.Rev.A*, (1998) **57**(2), 1338
- [5.10] M.Fleischhaner and S.Q.Gong. “Stationary source of nonclassical or entangled atoms” [J]. *Phys.Rev.Lett.*, (2002) **88**(7), 070404
- [5.11] L.Deng, M.Kozuma, E.W.Hagley and M.G.Payne. “Opening optical four-wave mixing channels with giant enhancement using ultraslow pump waves” [J]. *Phys. Rev. Lett.*, (2002) **88**(14), 143902
- [5.12]W.Harshawardhan and G.S.AgaIwal. “Controlling optical bistability using electromagnetic-field-induced transparency and quantum interferences” [J].*Phys.Rev.A*, (1996) **53**(3), 1812
- [5.13] S.E.Harris and Y.Yamamoto. “Photon switching by quantum interference” [J].

- Phys.Rev.Lett.*, (1998) **81**(17), 3611
- [5.14] X.J.Liu, H.Jing, and M.L.Ge. “Solitons formed by dark-state polaritons” [J]. *Phys.Rev. A*, (2004) **70**(5), 055802
- [5.15] S.Wielandy and A.L.Gaeta. “Coherent control of the polarization of an optical field” [J]. *Phys.Rev.Lett.*, (1998) **81**(16), 3359
- [5.16] D.V.Kosachiov and E.A.Korsunky “Efficient microwave-induced optical frequency conversion” [J].*Eur. Phys.J.D*, (2000) **11**, 457
- [5.17] R.Kapoor and G.S.Agarwal. “Theory of electromagnetically induced waveguides” [J]. *Phys.Rev.A*, (2000) **61**(5), 053818
- [5.18] G.Juzeliunas and P.Ohberg. “Slow light in degenerate Fermi gases” [J] *Phys. Rev. Lett.*, (2004) **93**(3), 033602
- [5.19] A.Andre, M.Bajcsy, A.S.Zibrov and M.D.Lukin. “Nonlinear optics with stationary pulses of light” [J].*Phys.Rev.Lett.*, (2005) **94**(6), 063902
- [5.20] C.Ottavianil, D.Vitalil, M.Artoni, F.Cataliotti and P.Tombesi “Polarization qubit phase gate in driven atomic media” [J].*Phys.Rev.Lett.*, (2003) **90**(19), 197902.
- [5.21] M.Paternostro, M.S.Kim and B.S.Ham. “Generation of entangled coherent states via cross-phase-modulation in a double electromagnetically induced transparency regime” [J].*Phys.Rev.A*, (2003) **67**(2), 023811
- [5.22] H.Y.Ling, H.Pu and B.Seaman. “Creating a stable molecular condensate using a generalized raman adiabatic passage scheme” [J].*Phys.Rev.Lett.*, (2004) **93**(25), 250403
- [5.23] R.Santra, E.Arimondo, T.Ido, C.H.Greene and J.Ye. “High-accuracy optical clock via three-level coherence in neutral bosonic  $^{88}\text{Sr}$ ” [J].*Phys.Rev.Lett.*, (2005) **94**(17), 173002
- [5.24] J.Cheng and S.Han. “Electromagnetically induced self-imaging” [J].*Opt.Lett.*, (2007) **32**(9), 1162



## 总结

压缩态光场是量子光学实验研究中的重要非经典光场，广泛应用于量子信息、量子通信、精密测量等领域。参量过程是制备压缩态光场的最有效方法之一。本文主要阐述了使用光学参量过程对压缩态光场的产生、特性以及对压缩态光场的操控和相位敏感光学参量放大器中的经典和量子干涉现象等方面的研究：

1) 简要对量子力学的产生、发展以及量子光学对量子力学的推动做了回顾。介绍了相干态和压缩态这两种非经典光场的分类、特性以及现在的研究状况。

2) 对简并参量放大过程中的准相位匹配和周期极化晶体做了简单介绍，建立了简并光学参量放大器的理论模型，从光场的运动方程出发分析了光学参量过程的经典和量子特性。然后对使用 PPKTP 晶体实现准相位匹配的光学参量放大实验装置做了介绍，最后给出了我们的实验结果。我们使用平衡零拍探测法测量到 3.41dB 的实测真空压缩，和 3.35dB 的实测明亮压缩。考虑到光路传输效率、探测器量子效率以及平衡零拍效率后，实际输出压缩度分别为 4.86dB 和 4.75dB。然后在实验上研究了不同抽运功率下输出压缩度随抽运功率的变化情况，得出压缩度最大值一般出现在抽运功率为下转换阈值一半附近时的经验结论，为我们后续的实验奠定了基础。

3) 对量子层析技术做了简单介绍，从 Wigner 准概率分布函数的定义出发对逆 Random 变换做了理论上的分析。实验上使用量子层析技术测量真空态和压缩真空态在不同相位角下的噪声，使用统计方法对采集到的数据进行统计得到噪声的边缘分布函数，然后对边缘分布函数做逆 Random 变换，重构了真空态光场和我们得到的压缩真空态光场的 Wigner 函数。重构出的量子态 Wigner 函数与理论计算所得出的结果拟合较好。

4) 对量子场注入的相位敏感光学参量放大器进行了理论上的计算，模拟了相位敏感光学参量放大器中的量子干涉现象，同时在实验上使用由光学参量振荡器制备压缩真空态光场并将其作为注入光，注入到相位敏感光学参量放大器中观察到了量子干涉现象。并且利用运转于阈值以下的相位敏感简并光学参量放大器对注入其中的压缩真空态光场进行了操控。实现了对注入压缩真空态光场的二次压缩和反向压缩的操作。

5) 从理论上和实验上分析了双共振简并光学参量放大器的反射、透射以及色散特性。并在抽运光精细度远高于信号光精细度的条件下观察到了反射曲线中的吸收减弱，以及色散曲线中的强色散效应。使用简并光学参量放大器实现了类 EIT 效应。





## 附录 1

$$i_- \propto \delta^2 I_- = \langle I_-^2 \rangle - \langle I_- \rangle^2$$

$$\langle I_- \rangle = (\langle \xi | a_s^+ | \xi \rangle \langle \alpha | a_L | \alpha \rangle + \langle \alpha | a_L^+ | \alpha \rangle \langle \xi | a_s | \xi \rangle) / 2$$

Local 光是相干态光场有:  $\alpha^* = \langle \xi | a_L^+ | \xi \rangle$ 、 $\alpha = \langle \xi | a_L | \xi \rangle$  及  $\alpha = |\alpha| e^{i\theta}$

令  $\langle \xi | a_s | \xi \rangle = \langle a_s \rangle$  则:

$$\langle I_- \rangle = (\alpha \langle a_s^+ \rangle + \alpha^* \langle a_s \rangle) / 2 = (|\alpha| \langle e^{i\theta} a_s^+ + e^{-i\theta} a_s \rangle) / 2 = [|\alpha| (\langle e^{i\theta} a_s^+ \rangle + \langle e^{-i\theta} a_s \rangle)] / 2$$

$$\langle I_- \rangle^2 = \frac{1}{4} |\alpha|^2 (\langle e^{i\theta} a_s^+ \rangle + \langle e^{-i\theta} a_s \rangle)^2$$

$$= \frac{1}{4} |\alpha|^2 (e^{2i\theta} \langle a_s^+ \rangle^2 + \langle a_s^+ \rangle \langle a_s \rangle + \langle a_s \rangle \langle a_s^+ \rangle + e^{-2i\theta} \langle a_s \rangle^2)$$

$$\langle I_-^2 \rangle = \langle \frac{1}{4} (a_s^+(t) a_L(t) + a_L^+(t) a_s(t))^2 \rangle$$

$$= \frac{1}{4} \langle a_s^{+2}(t) a_L^2(t) + a_s^+(t) a_s(t) a_L(t) a_L^+(t) + a_s(t) a_s^+(t) a_L^+(t) a_L(t) + a_L^2(t) a_s^2(t) \rangle$$

$$= \frac{1}{4} (\alpha^2 \langle a_s^{+2} \rangle + (1 + |\alpha|^2) \langle a_s^+ a_s \rangle + |\alpha|^2 \langle a_s a_s^+ \rangle + \alpha^{*2} \langle a_s^2 \rangle)$$

$$= \frac{1}{4} (|\alpha|^2 e^{2i\theta} \langle a_s^{+2} \rangle + (1 + |\alpha|^2) \langle a_s^+ a_s \rangle + |\alpha|^2 \langle a_s a_s^+ \rangle + |\alpha|^2 e^{-2i\theta} \langle a_s^2 \rangle)$$

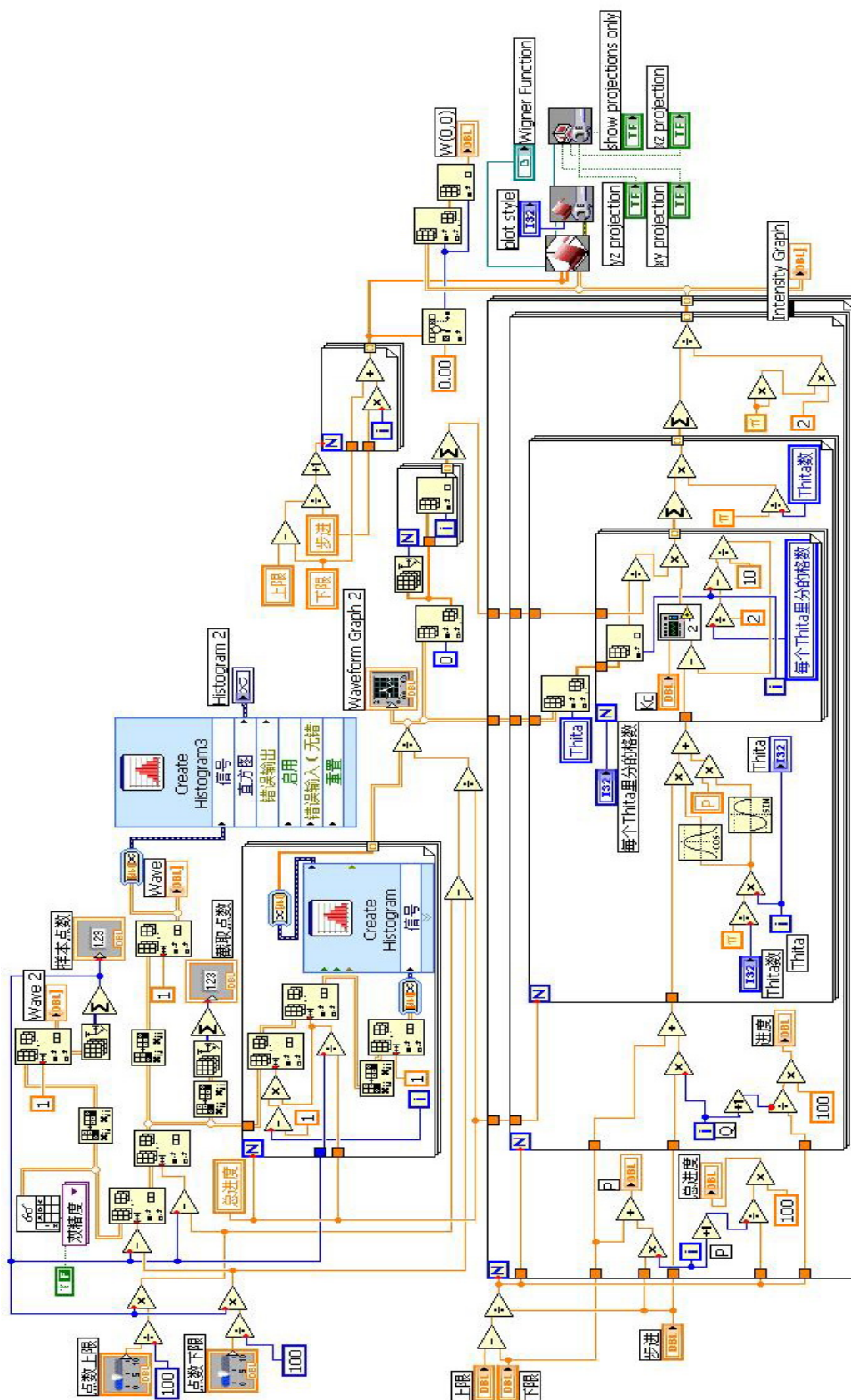
$$i_- = \delta^2 I_- = \langle I_-^2 \rangle - \langle I_- \rangle^2$$

$$= \frac{1}{4} [|\alpha|^2 (e^{2i\theta} \langle a_s^{+2} \rangle - e^{2i\theta} \langle a_s^+ \rangle^2) + \langle a_s^+ a_s \rangle + |\alpha|^2 (e^{-2i\theta} \langle a_s^2 \rangle - e^{-2i\theta} \langle a_s \rangle^2)]$$

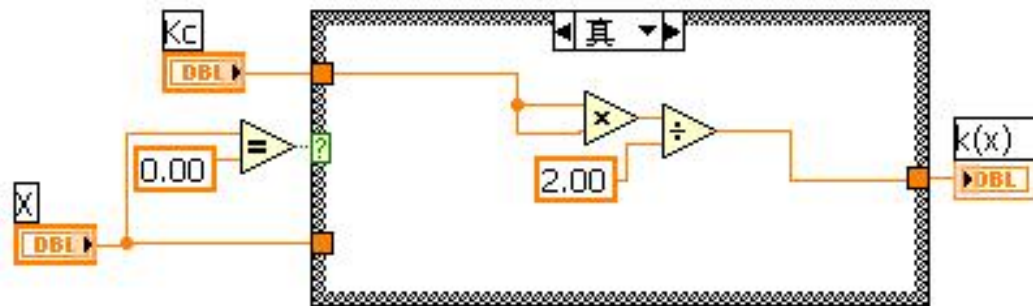
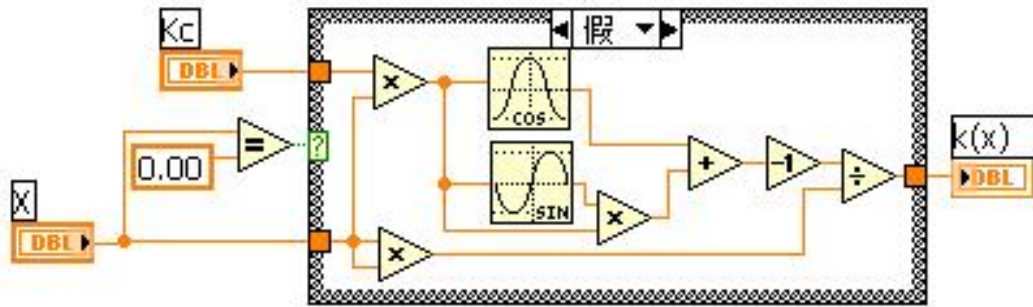
$$= \frac{1}{4} [|\alpha|^2 \delta^2 (e^{i\theta} a_s^+ + e^{-i\theta} a_s) + \langle a_s^+ a_s \rangle]$$

## 附录 2

Labview 程序框图:



索引程序框图：



## 附录 3

Mathematica 程序:

```

gamain = 0.03;
gamaout = 0.002;
gama = gamain + gamaout;
pum = 0.16;
gbata = pum * gama;
thita = 0 *  $\pi$  / 2;
omiga = 0;
xin = 0.5;
yin = 2;
deltaamplitu = 0.7;
deltamiddle = 0;

data1 = {};
data2 = {};
For[j = 0, j < 1000, j = j + 1,
  delta = j * deltaamplitu / 1001 + deltamiddle - deltaamplitu / 2;

  a = (gama^2 - omiga^2 + delta^2 - gbata^2) ^2 + 4 * gama^2 * omiga^2;

  u = (gama * (2 * gamain - gama) + 2 * gamain * gbata * Cos[thita] + omiga^2 - delta^2 + gbata^2) ^2 +
    4 * omiga^2 * (gama - gamain) ^2;
  v = 4 * gamain^2 * (delta + gbata * Sin[thita]) ^2;
  t = 4 * gamain * gamaout * ((gama + gbata * Cos[thita]) ^2 + omiga^2);
  w = 4 * gamain * gamaout * (delta + gbata * Sin[thita]) ^2;

  d = (gama * (2 * gamain - gama) - 2 * gamain * gbata * Cos[thita] + omiga^2 - delta^2 + gbata^2) ^2 +
    4 * omiga^2 * (gama - gamain) ^2;
  e = 4 * gamain^2 * (delta - gbata * Sin[thita]) ^2;
  f = 4 * gamain * gamaout * ((gama - gbata * Cos[thita]) ^2 + omiga^2);
  g = 4 * gamain * gamaout * (delta - gbata * Sin[thita]) ^2;

  output1 =  $\frac{u}{a}$  * xin +  $\frac{v}{a}$  * yin +  $\frac{t + w}{a}$ ;
  output2 =  $\frac{d}{a}$  * yin +  $\frac{e}{a}$  * xin +  $\frac{f + g}{a}$ ;

  AppendTo[data1, {delta, output1}];
  AppendTo[data2, {delta, output2}];
];

SetDirectory["D:\\"];

Export["5.txt", data1, "Table"];
Export["6.txt", data2, "Table"];

ListPlot[data1, PlotRange -> All];
ListPlot[data2, PlotRange -> All];

```

## 发表论文

Jing Zhang, Chenguang Ye, Feng Gao, Min Xiao “Phase-Sensitive Manipulations of a Squeezed Vacuum Field in an Optical Parametric Amplifier inside an Optical Cavity” *PHYSICAL REVIEW LETTERS* **101**, 233602 (2008)

Chenguang Ye, Jing Zhang “Electromagnetically induced transparency-like effect in the degenerate triple-resonant optical parametric amplifier” *OPTICS LETTERS* **33**, No. 16, 1911 (2008)

叶晨光, 张靖 “利用 PPKTP 晶体产生真空压缩态及其 Wigner 准概率分布函数的量子重构” *物理学报* 第 **57** 卷 第 11 期 6962(2008)

Chenguang Ye, Jing Zhang “Absorptive and dispersive properties in the phase-sensitive optical parametric amplification inside a cavity” *PHYSICAL REVIEW A* **73**, 023818 (2006)

Hongliang Ma, Chenguang Ye, Dong Wei and Jing Zhang “Coherence Phenomena in the Phase-Sensitive Optical Parametric Amplification inside a Cavity” *PHYSICAL REVIEW LETTERS* **95**, 233601(2005)

马红亮, 卫栋, 叶晨光, 张靖, 彭堃堃 “利用周期性极化 KTiOPO<sub>4</sub> 晶体参量缩小过程产生明亮振幅压缩光” *物理学报* 第 **54** 卷 第 08 期 3637(2005)

## 获奖情况

“利用周期极化 KTP 晶体的简并参量过程产生压缩”, 2006 年全国量子光学大会研究生优秀论文三等奖

## 致谢

六年前，我有幸进入山西大学光电研究所学习，这成为我人生中的一个重大转折。这里有深厚的学术积淀、严谨的学术作风和浓厚的学术气氛，更有不断指引我前行的良师益友。在这篇论文完成之际，有太多的人需要感谢。

首先向彭堃堃院士和谢常德教授表示最诚挚的谢意，两位老师渊博深厚的学术造诣、辛勤耕耘的工作作风、积极向上的生活态度都是我们青年学子学习的典范。

衷心感谢我的导师张靖教授。张老师客观严谨的治学态度，精益求精的工作作风，平易近人的人格魅力对我影响深远；六年来在学业上的孜孜不倦的教诲，在生活上细致入微的关怀，都是我得以完成博士学业的基础。

感谢赵法刚、马红亮、卫栋三位师兄对我实验技能和理论学习上的指导和帮助；感谢陈海霞、熊德智、王鹏军、高峰、于旭东、邸克、霍强、付正坤等同学在学习和生活上的帮助，和他们相处的过程中，我受益匪浅。特别感谢樊代和同学，没有他提供的 Labview 程序蓝本我不可能顺利的完成第三章的工作。

感谢光电所的各位老师，感谢他们在专业知识和实验技能上的传授和指导。他们孜孜不倦的教诲使我受益良多，在实验上给予的宝贵意见和建议加快了我实验工作的进度。感谢办公室所有老师给予的帮助，感谢机加工车间、电子车间和激光车间的诸位工作人员在工作中的有力配合。

感谢我的父亲、母亲给我创造了一个轻松的生活环境，并在多年来给予我不求回报的支持和无微不至的关怀；感谢所有关心我的亲人们，作为独子的我在外求学的十年间是你们陪伴照顾我的父母，并给我始终如一的鼓励使得我这些年来可以专心完成自己的学业。

仅以此文献给我已故的奶奶。



2009年5月于太原







# 承 诺 书

**本人郑重声明：**所呈交的学位论文，是在导师指导下独立完成的，学位论文的知识产权属于山西大学。如果今后以其他单位名义发表与在读期间学位论文相关的内容，将承担法律责任。除文中已经注明引用的文献资料外，本学位论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的成果。

学位论文作者(签章)：

2009 年    月    日