

山西大学
2011 届博士学位论文

超冷玻色费米气体的集体原子反冲行为 和 Feshbach 共振

作者姓名	王鹏军
指导教师	张靖 教授
学科专业	光学
研究方向	超冷原子物理
培养单位	量子光学与光量子器件国家重点实验室 山西大学光电研究所
学习年限	2005 年 9 月—2011 年 6 月

二〇一一年六月

Thesis for Doctor's degree, Shanxi University, 2011

**Collective Atomic Recoil Motion and Feshbach Resonances
in Ultracold Fermi-Bose Mixtures**

Name	PengJun Wang
Supervisor	Prof. Jing Zhang
Major	Optics
Field of Research	Ultracold atomic physics
Department	State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices Institute of Opto-Electronics, Shanxi University
Research Duration	September 2005 — June 2011

June, 2011

目 录

中文摘要	I
Abstract	III
第一章 绪论	1
1.1 玻色子和费米子	1
1.2 超冷原子的最新进展	4
1.3 论文结构	9
参考文献	11
第二章 量子简并玻色气体和费米气体的实现	16
2.0 原子的精细结构、超精细结构和 Zeeman 效应	16
2.1 实验装置	22
2.2 射频微波装置	32
2.3 预冷却过程	34
2.4 射频微波蒸发	37
2.4.1 射频蒸发冷却	38
2.4.2 微波蒸发冷却	40
2.5 量子简并的判据	43
2.5.1 BEC 产生的判据	43
2.5.2 DFG 产生的判据	45
2.6 本章小结	48
参考文献	49
第三章 超冷原子的大距离转移	52
3.1 概述	52
3.2 大距离转移的困难	52
3.3 单种原子转移的实现	54
3.4 混合原子转移的实现	57
3.5 本章小结	64
参考文献	65
第四章 量子简并玻色费米气体的超辐射	67

4.1 超辐射的基本概念和模型	68
4.1.1 超辐射的光栅模型	69
4.1.2 超辐射的小信号理论	71
4.2 玻色子 ^{87}Rb 的超辐射	72
4.2.1 瑞利超辐射	72
4.2.2 拉曼超辐射	73
4.3 费米子 ^{40}K 的超辐射	74
4.3.1 实验步骤和装置	74
4.3.2 瑞利超辐射的观测	78
4.4 本章小结	80
参考文献	81
第五章 超冷玻色费米气体中 Feshbach 共振的实验观测	84
5.1 概述	84
5.2 Feshbach 共振的相关理论	87
5.3 光学偶极阱的参数和超精细态的自旋制备	92
5.3.1 光学偶极阱的参数	92
5.3.2 超精细态的自旋制备	95
5.4 Feshbach 共振的实验装置	100
5.5 ^{87}Rb 的 Feshbach 共振	101
5.6 ^{40}K 的 Feshbach 共振	103
5.7 ^{87}Rb 和 ^{40}K 混合气体的 Feshbach 共振	106
附录 精确地确定匀强磁场	109
5.8 本章小结	110
参考文献	111
全文总结与展望	115
博士研究生期间完成的学术论文	117
附录	119
致 谢	121
个人简况及联系方式	123
承 诺 书	124
学位论文使用授权声明	125

Contents

Chinese Abstract	I
Abstract	III
Chapter 1 Overview	1
1.1 Bosons and Fermions -----	1
1.2 Frontiers of Ultracold Atoms -----	3
1.3 Overview of this Thesis-----	9
Bibliography -----	11
Chapter 2 Cooling Bose-Fermi Mixtures to Quantum Degeneracy	16
2.0 Fine、Hyperfine structure and Zeeman Effect of atoms -----	16
2.1 Experimental Appartus-----	22
2.2 Radio Frequency and Microwave System-----	32
2.3 Precooling -----	34
2.4 Radio Frequency and Microwave Induced Evaporative Cooling-----	37
2.4.1 Radio Frequency Induced Evaporative Cooling.....	38
2.4.2 Microwave Induced Evaporative Cooling.....	40
2.5 Onset of Quantum Degeneracy -----	43
2.5.1 Phase transition of BEC -----	43
2.5.2 Thermometry for DFG-----	45
2.6 Conclusions-----	48
Bibliography -----	49
Chapter 3 Transport of Ultracold atoms over large distances	52
3.1 Overview-----	52
3.2 Challenges in Macroscopic Transport-----	52
3.3 Transport of Single Species Ultracold Atoms -----	54
3.4 Transport of different Species Ultracold Atoms -----	57
3.5 Conclusions-----	64
Bibliography -----	65
Chapter 4 Superradiance in Quantum Degenerate Gases	67

4.1 Basic Concepts and Models -----	68
4.1.1 Matter Wwave Grating Picture.....	69
4.1.2 The small Signal Theory.....	71
4.2 Superradiance in Bose-Einstein Condensate -----	72
4.2.1 Rayleigh Superradiance.....	72
4.2.2 Raman Superradiance.....	73
4.3 Superradiance in Degenerate Fermi Gases -----	74
4.3.1 Experimental Setup and Procedure	74
4.3.2 Observation of Collective Atomic Recoil Motion.....	78
4.4 Conclusions-----	80
Bibliography -----	81
Chapter 5 Feshbach resonances in Ultracold Bose-Fermi Mixtures	84
5.1 Overview-----	84
5.2 Basic Theory of Feshbach Resonances -----	87
5.3 Optical Trap and Hyperfine Manipulation-----	92
5.3.1 Parameters of Optical Trap.....	92
5.3.2 Hyperfine Manipulation	95
5.4 Experimental Setup -----	100
5.5 Feshbach Resonances in 87Rb -----	101
5.6 Feshbach Resonances in 40K -----	103
5.7 Feshbach Resonances in the Mixtures -----	106
Appendix Precisely Measure the Magnetic Field -----	109
5.8 Conclusions-----	110
Bibliography -----	111
Summary and Outlook.....	115
Research Achievements	117
Appendix	119
Acknowledgment.....	121
Personal Profiles	122
Letter of commitment.....	123
Authorization Statement	124

中文摘要

本论文以玻色子 ^{87}Rb 和费米子 ^{40}K 在磁阱中实现了量子简并为基础，研究了超冷原子的大范围转移，从 QUIC 阱转移到向玻璃气室的中心；在绝热展开量子简并费米气体的基础上研究了费米子的瑞利超辐射；搭建了远失谐的交叉偶极力阱，实现了混合气体的绝热转载，实现了光阱中玻色费米气体的量子简并，结合微波射频制备原子超精细态的技术，观测到了玻色子 ^{87}Rb 和费米子 ^{40}K 的 s -、 p -、 d -波的 Feshbach 共振，实现了原子之间相互作用的精细调节。

简要地描述了实验上在磁阱中实现玻色费米气体量子简并的冷却过程，介绍了实验上需要的光学系统，计算机控制系统，磁场系统和微波射频装置。主要就 QUIC 组合线圈的设计工作，以及实验结果与理论计算的对比作了详细叙述，然后讨论了玻色气体和费米气体在进入量子简并区域的不同实验现象，以及实验上 BEC 和 DFG 的实验判据。BEC 的实验判据很明显，就是飞行吸收成像中原子密度分布的各向异性和 bimodal 的存在；而费米气体的量子简并度有专门的参数衡量，没有像 BEC 一样明显的判据，要通过对实验数据进行拟合才能得到准确的原子云信息。最后详细研究了在 QUIC 阱中，用玻色子 ^{87}Rb 作为中间媒介来共同冷却费米子 ^{40}K 达到量子简并的情况，分别讨论了蒸发冷却中微波和射频的作用。实验中发现 ^{87}Rb 原子的另一个超精细态原子的存在严重影响了费米子的冷却效果，我们提出了一种结合微波和射频共同作用的冷却机制，提高了蒸发冷却的效率。

针对超冷原子大范围转移的困难，我们采取了两种方法来克服，即利用重力方向的磁场抵消重力和加大重力方向磁阱的束缚减小重力的影响。实验上采用上述方法水平转移超冷原子达到 12mm ，最后应用一个巧妙的磁场跳跃实现了原子振荡的压缩。这种转移的方法可以叠加使用，用作原子更大范围内的转移；转移过程中原子加热不明显，不会导致大量的原子损耗。

本论文还介绍了稀薄超冷简并费米气体中的集体原子反冲行为。通过应用一个绝热可控展开将得到量子简并的费米气体进一步动量压缩，然后采用一束垂直偏振泵浦光照射原子云。我们首次在实验上观测到了费米气体的瑞利超辐射现象，证明了超辐射与原子所服从的量子统计没有关系。实验上观测到的许多实验现象期待进一步的理论解释。

应用射频微波绝热转移将超冷原子制备在各自的绝对基态上，在 0G 到 600G 的范围内扫描磁场，观测到了 10 个 Feshbach 共振，包括 6 个同核共振，四个异核共振，其中有 s -， p -， d -波的 Feshbach 共振。为了精确测量共振的位置，实验上测量了原子的损耗和加热，通过理论拟合得到了共振的位置，宽度等信息。实现了精确调节原子之间的相互作用。

关键词：量子简并玻色费米混合气体；大范围超冷原子转移；集体原子反冲行为；绝热快速制备；Feshbach 共振；散射长度。

Abstract

In this thesis, the experiment allowing for the creation of large mixtures of quantum degenerate fermionic 40K and bosonic 87Rb are firstly presented. The design, construction and the apparatus are briefly described here. More details focus to the designs of three coils for the QUIC trap. At low temperature, both the Bose and Fermi gases are expanded relative to a classical gas at the same temperature. For fermions, however, this effect is due to the Pauli exclusion principle rather than atom-atom interactions. While in Bose case a phase transition separates the degenerate and classical regime, a trapped Fermi gas undergoes a gradual crossover between the classical limit and the compact Fermi sea.

We have transport horizontally lot of ultracold atoms over a distance of 12mm in a harmonic trap. By using a horizontal homogeneous magnetic field in the direction reverse to the QUIC trap to decrease the bias field, we achieve a enough radial frequency providing strong confinement in order to hold the atoms against gravity for the whole transport distance. We demonstrate suppression in the oscillation of the atomic clouds using a technique based on the interaction between the atom and the homogeneous magnetic field in the final transport. This transport technique avoids the heating and loss induced by the mechanical noise and might have applications in transporting larger distances with quantum degenerate mixed gases.

We demonstrate clear collective atomic recoil motion in a dilute, momentum-squeezed, ultra-cold degenerate fermion gas by circumventing the effects of Pauli blocking. Although gain from bosonic stimulation is necessarily absent because the quantum gas obeys Fermi-Dirac statistics, collective atomic recoil motion from the underlying wave-mixing process is clearly visible. With a single pump pulse of the proper polarization, we observe two mutually-perpendicular wave-mixing processes occurring

simultaneously. Our experiments also indicate that the red-blue pump detuning asymmetry observed with Bose-Einstein condensates does not occur with fermions.

Homonuclear and heteronuclear Feshbach resonances have been used in order to change the interaction properties of the mixture in a controlled fashion. We report the experimental preparation of the absolute ground states by means of the radio-frequency and microwave adiabatic rapid passages and the observation of magnetic Feshbach resonances in the ultracold mixture between 0 and 600 G, including 6 homonuclear and 4 heteronuclear Feshbach resonances. The resonances are identified by the abrupt trap loss of atoms induced by the strong inelastic three-body collisions. These Feshbach resonances should enable experimental control of the interspecies interactions.

Key words: Quantum degeneration of Bose-Fermi mixture gas; Transport mechanism over large distance; Collective atomic recoil motion; Adiabatic rapid passages; Feshbach resonances; Scattering length.

第一章 绪论

玻色和爱因斯坦两位伟大的科学家在1924-1925年为我们描绘了一个神奇的量子凝聚现象^[1]，即在温度足够低的情况下，宏观数目无相互作用的原子可以聚集在系统的最低量子能态上。这个现象后来被称为玻色爱因斯坦凝聚态(BEC, Bose-Einstein condensation)。

一直到上世纪八十年代，美国加州斯坦福大学的朱棣文教授(Stephen Chu)，法国巴黎法兰西学院和高等师范学院的克洛德科恩-塔诺季教授(Claude Cohen Tannoudji)和美国国家标准技术院的威廉菲利普斯教授(William D. Phillips)，他们先后用激光冷却和俘获原子的方法把我们引入到了 μK 量级的冷原子领域^[2,3,4]。1997 年的Nobel物理学奖授予了这三位物理学家。

在磁光阱技术和上述冷却机制的基础上，物理学家们开始了对BEC的追逐，他们千方百计地在实验上探索通往更低温度的途径。终于在1995年，与玻色和爱因斯坦的预言时隔70年之后，美国科罗拉多大学的埃里克·康奈尔(Eric A. Cornell) 教授、美国麻省理工学院的沃尔夫冈·克特勒(Wolfgang Ketterle)教授和美国科罗拉多大学的卡尔·维曼(Carl E. Wieman)教授带我们进入了 $n\text{K}$ 量级的超冷原子领域，在这里，他们展示了一个奇特的物质状态，物质的第五态-玻色爱因斯坦凝聚态(BEC)^[5,6]。为此他们分享了2001年的诺贝尔物理学奖。到1999年美国科罗拉多大学的德博拉-金(Deborah Jin)教授克服了泡利不相容原理的限制，采用两组份的费米子 ^{40}K ，用蒸发冷却的方法冷却到 300 nK ，接近 $0.5T_F$ ，实现了费米气体的量子简并^[7]。他们的成功为原子物理，为现代物理学开启了一扇大门。时至今日，全球有超过一百个实验室在开展着超冷原子的相关研究，在探索着超低温下的量子现象。

1.1 玻色子和费米子

大家普遍认为低温区域可以分成低温(在 1 mK 和 $1\text{ }\mu\text{K}$ 之间)和超低温(小于 $1\text{ }\mu\text{K}$)。在超低温的区域，玻色子和费米子由于所服从的量子统计不同，表现出了截然不同的物理特性。

玻色子为总自旋为 $1/2$ 偶数倍的粒子，它们服从玻色爱因斯坦统计规律，所组成的全同粒子体系的波函数是对称的。典型的玻色子有光子， α 粒子，氦核和介子

(mesons)等，特别要介绍的是希格斯玻色子(Higgs boson)，它是粒子物理学标准模型预言的一种自旋为零的玻色子，也是标准模型中最后一种未被发现的粒子，是物理学家们从理论上假定存在的一种基本粒子，被认为是物质的质量之源。“上帝粒子”是 1988 年诺贝尔物理学奖获得者莱德曼(Leon.Lederman)对希格斯玻色子的别称。这种粒子至今尚未在实验中观察到。

当玻色原子系统温度达到绝对零度时，全同玻色子可以积聚在系统的最低量子能态上构成 BEC。在 BEC 原子云的中心，典型的密度为 $10^{13}\text{--}10^{15}\text{ cm}^{-3}$ 。相比较与大气中的原子密度 10^{19} cm^{-3} 和固体液体中原子密度 10^{22} cm^{-3} ，BEC 如此低密度的原子系统中，只有把温度降低到 10^{-5} K 或者更低，才能观测到量子现象^[8]。

BEC 的概念可以用原子波的特性来理解。一个质量为 m 的原子的德布罗意波长表示为

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{mv} \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$$

其中 h 为普朗克常数， v 为原子的速度， T 为系统的温度。对于室温下的原子德布罗意波长在 $10^5\ \mu\text{m}$ 量级，对于温度为 10 nk 的原子德布罗意波长在 $10\ \mu\text{m}$ 量级。只有当原子之间的距离与它的德布罗意波长相当时，这个系统才进入了 BEC 的临界态。通常在实验上需要得到温度在 100 nk 左右，密度要得到 $10^{13}\text{--}10^{15}\text{ cm}^{-3}$ 。此时原子系统的相空间密度 $\rho = n\lambda_{dB}^3$ 接近 1，也可以理解为在一个宽度为 λ_{dB} 的正方形空间内的原子个数得到 1。当 $\rho \approx 2.612$ 时，原子系统经过一个量子相变，所有原子积聚在同一个量子态，系统最低的量子态上，形成纯的 BEC^[9]。

大量的冷却技术应用在冷却原子上，比如亚多普勒冷却，蒸发冷却，激光边带冷却。亚多普勒冷却采用对射的激光束，由于原子的 AC 斯塔克效应，让原子重复感受爬坡与摔进低谷的过程，以损失动能来得到冷却的效果，这样可以降低温度至 μk 量级。采用蒸发冷却的方法可以降低到更低的温度 nk 量级^[10]。

费米子为自旋为 1/2 奇数倍的粒子，得名于意大利物理学家费米，它们服从费米狄拉克统计规律，所组成的全同粒子体系的波函数为反对称的。在我们的世界里，费米子是无处不在的，比如电子，质子，中子。由于泡利(Pauli)不相容原理，两个相同的费米子不能处在同一个量子能态上。

在自然界中，费米子组成的物质，比如电子，原子核，金属，白矮星，中子星。这些系统中费米子的密度都很高，并且粒子之间具有很强的相互作用。在表 1.1，列出了几种量子简并费米系统的费米温度^[11]。费米系统的费米温度直接由费米子的密

度所决定，可以说高的密度导致高的费米温度。比如金属中的电子，只需要在 10^4 -- 10^5 K 温度下，就可以观测到它们的量子现象。在实验室玻璃 cell 中的原子，密度较低，只有提高密度同时降低温度到 10^{-6} K 或者更低的温度下才能观测到费米原子的量子效应。可以看出我们必须降低实验室中原子系统的温度，才能实现费米原子的量子简并。

量子简并费米系统	费米温度(T_F)/K	费米简并参数(T/T_F)
中子星、白矮星	10^{12}	10^{-6}
重核(Heavy nuclei)	10^{11}	10^{-9}
Copper Metal	10^4 -- 10^5	10^{-2} -- 10^{-3}
高温超导	10^2	10^{-2}
超流 ^3He	10	10^{-3}
量子简并; 原子气体	10^{-6} -- 10^{-7}	10^{-2} -- 10^{-1}

表 1.1 量子简并费米系统

在超低温的情况下，玻色子和费米子服从不同的量子统计特性才能表现出来。预冷却玻色子的方法也可以用来冷却费米子，比如激光冷却和蒸发冷却。当温度冷却到约 $20\mu\text{K}$ 时，由于泡利不相容原理，费米子之间的 s-波碰撞被禁止了，无法进一步冷却^[12]。物理学家们尝试了两种方法来突破这个禁戒。D. S. Jin 小组在 1999 年，首次采用费米子 ^{40}K 的两个不同超精细态 $|9/2, 9/2\rangle$ 和 $|9/2, -7/2\rangle$ 在 I-P 磁阱中实现了费米子的量子简并 $T/T_F=0.5$ ^[7]；Hulet 小组和 Salomon 小组先后采用 ^7Li (玻色子) 和 ^6Li (费米子) 在磁阱中共同冷却的方法^[13,14]，实现了玻色子和费米子同时达到量子简并。这种方法将玻色子作为中介，通过玻色子与费米子的碰撞来达到冷却费米子的效果。

由于自然界中费米子的广泛存在，因此量子简并费米子的实现为从高温超导到核物理等相关领域的研究提供了一个很好的平台。沃尔夫冈·克特勒(Wolfgang Ketterle)教授说：“One of the biggest impacts of BECs is that they provided the technology and tools to do fermions ”^[15]。由于费米原子具有与超导中电子相似的运动行为，可以形成费米超流，所以物理学家对采用超冷费米子来解释高温超导的基本原理抱有很大的希望。

1.2 超冷原子的最新进展

目前在实验上实现BEC的原子有十五种之多，其中包括气体H^[16]；惰性气体⁴He^[17]；碱金属⁷Li^[18]，²³Na^[19]，⁴¹K^[20]，⁸⁵Rb^[21]，⁸⁷Rb^[22]，¹³³Cs^[23]；碱土金属⁴⁰Ca^[24]，⁸⁴Sr^[25]，⁸⁶Sr^[26]，⁸⁸Sr^[27]；过渡金属⁵²Cr^[28]，镧系金属¹⁷⁴Yb^[29]，¹⁷⁰Yb^[30]，¹⁷⁶Yb^[31]。其中铯，钙，镱金属的价电子为两个，表现出许多与单价电子不同的特性来。

目前在实验上实现简并费米气体的原子有5种，包括³He^[32]，⁶Li^[13,14]，⁴⁰K^[7]，¹⁷³Yb^[31]，⁸⁷Sr^[25,27]。

超冷原子近几年在各个研究方面得到了广泛的应用，特别是光晶格 Feshbach 共振技术，以及光缔合和射频缔合技术的应用，极大地拓宽了其研究领域。超冷原子可以作为基本模型来模拟凝聚态物理中的许多物理问题，从超流到绝缘态，从弱相互作用到强相互作用区域，许多基本的物质态都可以实现。研究的领域涵盖了从高温超导到核物理领域的许多研究。在这里简单地介绍几个有趣的实验。

(1)前面说过超冷原子可以模拟许多物理模型，但是存在一个限制：原子是中性的，不带电的，常识中不可以模拟许多与带电粒子有关的情形，比如电子在磁场中的情况。下面介绍的这个实验^[33]克服了这个困难，拓宽了超冷原子的研究领域。他们采用两束存在相对失谐的激光作用于原子，在中性原子的 BEC 中制造了规范势，观测到了量子涡旋。以前模拟电子在磁场中绕磁场轴旋转的方法，是将原子系统进行旋转，这种方法有个局限性，就是为了实现大磁场，必须加快旋转速度，这样做会使得原子大量损耗。

为了对实验^[33]中采用的方法有个简单的图像，我们考虑这样一种情形，处在河流中的一个轮子，如图 1.1 所示。假如河中的水流在一个相同的速度(图 1.1(a))，轮子将不会转动。假如轮子左右两边的水流速度不同，或水中有个漩涡，这样轮子就会转动起来。就像轮子在河水的漩涡中转动一样，假如原子处在某个磁场中，并且磁场为原子提供一个涡旋势。这就像我们看到的图 1.1(d)一样，从原子吸收成像中，我们可以看到许多的涡流。

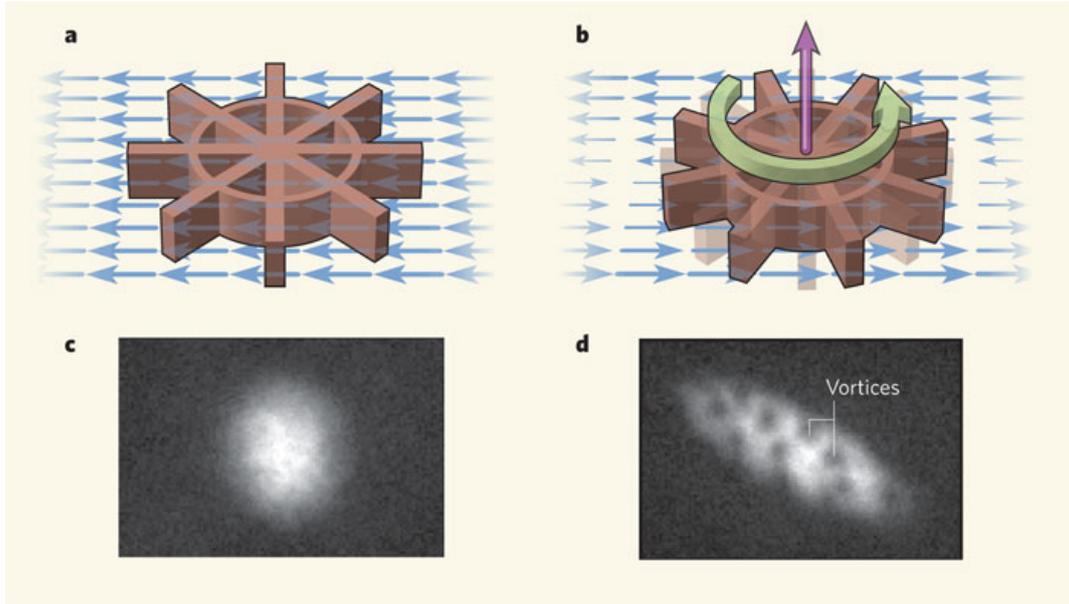


图 1.1 河水中的水轮示意图规范势。(a) 水轮放置在流速一致的河水中，水轮没有转动；(b)水流不再一致，水轮开始旋转。水流模拟实验^[33]中产生的规范势。旋转轴和旋转速度代表有效磁场的方向和大小。(c)(d)为在有效磁场为零和不为零时的原子飞行吸收成像。

实验上，他们先是采用两束存在失谐激光与一个均匀磁场将原子系统置于一个矢量势(vector potential)中，就像将轮子放置在流速一样的河中一样，此时的有效磁场为 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{0}$ ，没有涡旋的存在(图 1.1(c))^[34]。通过应用一个非均匀的磁场，导致两束激光的失谐随空间有了变化 $\delta(x)$ ，此时有效磁场为 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \neq \mathbf{0}$ 在原子云中观测到了涡旋(图 1.1(d))，就像在河水中加入了漩涡一样，轮子开始转动。

(2)观测到新的量子态 FFLO^[35]。这里先介绍一下 FFLO 态，BCS 超流的基本机制中，认为自旋向上和向下的电子必须是成双成对的，也就是改变它们的相对数目将破坏成对机制，此处的自旋向上向下通常表示电子具有相反的动量或者相反的自旋。也就是说一个系统构成超导也就没有磁性了。这种成对机制同样可以通过两组分的费米原子混合气体来研究，相关工作都是在三维下进行的^[36]。假如 BCS 超流下的成对费米子发生了变化，情况将会怎么样呢？

40 年前，Fulde 和 Ferrel 同时与 Larkin 和 Ovchinnikov 提出了一个巧妙的解，表明超流态也将存在于这种自旋数目不相同的情形，并且认为组成的原子对动量不为零。这个量子超流态后来被称为 FFLO 超流态，它可以看作微观的相分离，包括超流区域和正常区域，也就是非超流区域。对这种新奇超流态的寻找在凝聚态物理和超冷原子领域进行了很长时间。直到 2010 年，Hulet 小组才在超冷费米子中观测

到了 FFLO 态^[35]。他们将超冷两组分的费米原子 ${}^6\text{Li}$ 束缚在一维晶格中，如图 1.2 所示。

实验上，他们用将自旋非平衡的量子简并费米子装载在 2D 光晶格，光晶格由垂直入射的两束激光(1064nm)组成。对于每一个光晶格的径向和轴向的振荡频率 $\omega_r/\omega_z = 1000$ ，原子在晶格之间的渡越能量为 $t/K_B \approx 17nk$ 比系统费米能 $\varepsilon_F/K_B \approx 1.2\mu k$ 和原子的热能 $T \approx 175nk$ 要小的多。所以可以将每一个光晶格看做一个一维的管子，其中的原子在轴向的运动是自由的，在径向的运动是禁止的。这样就可以认为单个光晶格中的原子为一维分布。然后他们测量了所有光晶格中原子的密度曲线，发现原子系统处在相分离的状态：中心保持一个极化的核和在两边保持一个全成对的翼，这种相分离就像生活中水和冰的分开一样。这种一维相分离情况与三维束缚中的分离完全不一样。以前非平衡费米子在三维束缚中观测到的是，中心原子成对，周围的原子处在极化状态^[37]。Hulet 小组实验上并没有直接观测到 FFLO 态的关联特性，可能是由于强相互作用的影响。但是他们观测到的密度曲线与理论上 FFLO 态的预计非常吻合。这个实验为以后观测 FFLO 态和理解超流找到了一条捷径。

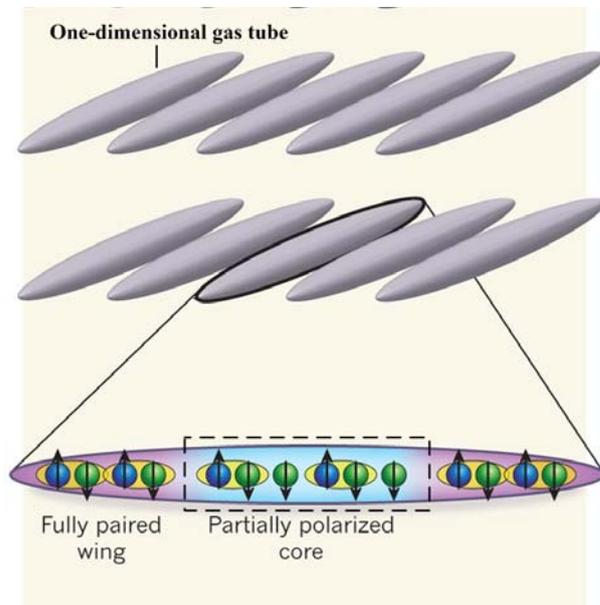


图 1.2 在一系列的一维晶格中俘获两组份的费米原子。两组份的原子由图中向上和向下的粒子表示。对很大范围内的自旋非平衡，系统始终在中心保持一个极化的核，在两边保持一个全成对的翼。

(3) 在 1971 年，苏联理论物理学家 V. Efimov 提出了一个弱束缚的三聚物量子态^[38]。Efimov 量子态是量子力学中非常困难的三体问题的解。Efimov 认为三个玻色原子中两两原子之间不存在两体效应(也就是无法组成二聚物)，却可以进入一个新奇的束缚态中，组成一个三聚物。

借助于 Feshbach 共振调节原子之间相互作用的工具，2006 年，奥地利的一个实验小组在超冷玻色 ^{133}Cs 原子中观测到了 Efimov 三聚物^[39]。由于在 10nk 到 250nk 的超低温下研究这个问题，原子之间除 s 波外，其他的分波已经不存在了，所以用 s 波散射长度 a 来表示原子之间的相互作用。基本的三体问题可以由图 1.3 给出理解，图 1.3 给出了三个原子的能量与原子之间相互作用的关系($E \sim 1/a$)。首先考虑图中三个不同的区域，第一个区域($E > 0$)代表三体连续区域，也就是三个原子是自由的，原子的能量由它们的动能决定；第二个区域为二聚物区域

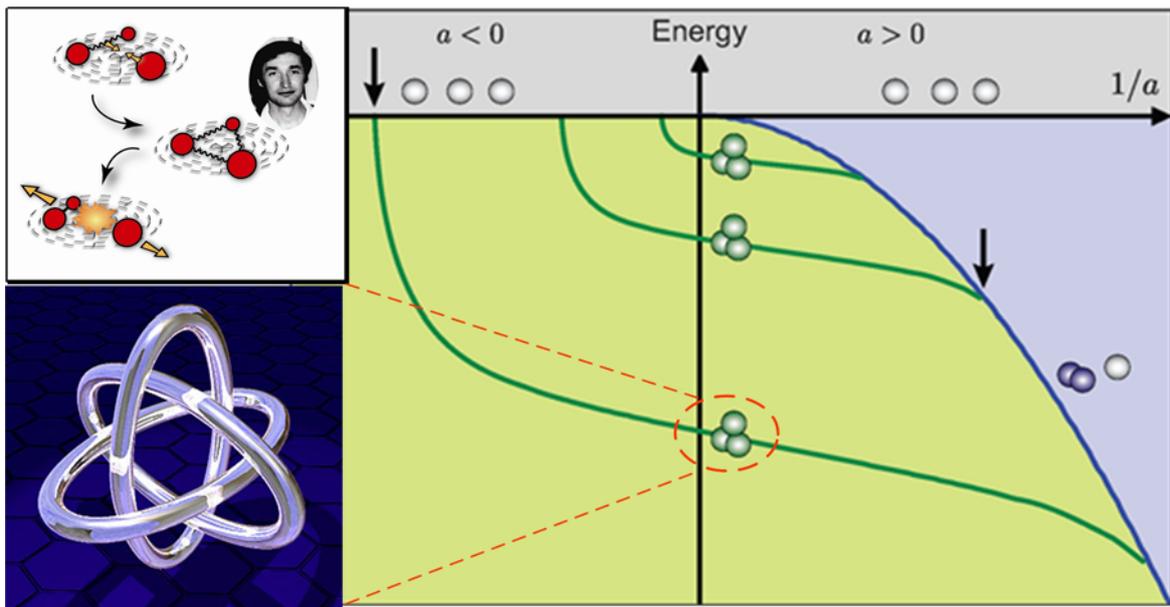


图 1.3 Efimov 三体问题。在右图中划分为三个区域，第一个区域($E > 0$)代表三体连续区域，也就是三个原子是自由的；第二个区域为二聚物区域($a > 0, -\hbar^2/(ma^2) < E < 0$)，第三个区域为三聚物区域。左上图为三体问题的一个类似过程。左下图为 Borromeo 环，类似与这里的三聚物，因此 Efimov 三体态也成为 Borromeo 态。

($a > 0, -\hbar^2/(ma^2) < E < 0$)，原子在这里组成一个弱束缚的二聚物，图中给出的线(蓝线，箭头标注)为二聚物态的能量 $E = -\hbar^2/(ma^2)$ ，可以看做原子和二聚物的阈值。大于这个能量的区域，三原子为一个二聚物和一个自由原子；第三个区域为三聚物

区域, 也就是 Efimov 量子态的区域。Efimov 三聚物存在于任意两个原子之间的相互作用很弱不足以形成两体束缚态的区域。这个违反直觉的特性类似于成名已久的 Borromeo 环(左下图), 三个环纠缠在一起, 但是去掉任何一个环, 这种纠缠将不存在, 而分成三个自由的原子, 因此 Efimov 三体态也成为 Borromeo 态。Efimov 量子态中另一个令人惊奇的是, 与 22.7 有关。Efimov 预计在 $a \rightarrow \pm\infty$ 存在无数个量子态, 相邻两个 Efimov 量子态的能量比值为 $E_N / E_{N+1} = 22.7^2 \approx 515$, 它们在 $a < 0$ 附近出现的区域也满足 22.7 的关系, 对于三体损耗系数 $L_3 = 3C(a)\hbar a^4 / m$, 存在 $C(22.7a) = C(a)$ 。

实验上他们通过改变 Feshbach 共振的磁场, 达到调节原子间相互作用的目的, 在 10nk 到 250nk 范围内的 ^{133}Cs 原子中测量了三体损耗。在 $a < 0$ 的区域, 观测到突然增大的损耗率。分析认为是由于三原子与 Efimov 态的共振耦合打开了一条很快的损耗通道, 使得三个原子结合为一个三聚物, 然后分解为一个束缚的二聚物和一个自由原子。这个实验成功观测到三聚物态的存在为超冷原子领域研究多体问题提供了新的方法。

在这个实验之后, 许多小组竞相开展与 Efimov 相关的多体物理研究。其中 2009 年, Knoop 等人通过观测原子和二聚物的散射共振得到了一个附加的相似 Efimov 三聚物态^[40]。理论上 J. P. D’Incao 等人发现在不同的原子混合中 ^{133}Cs 和 ^6Li , 在 ^{133}Cs 原子中原来观测到的 22.7 的系数变为了 4.9, 他们认为这是由于较轻的费米子的作用, 将增加实验上 Efimov 效应的可观测性。在大散射长度的区域, 四体问题的研究将有助于理解普适性的多体问题, Ferlaino 等人率先在这个领域研究了 Cs_2 二聚物的碰撞, 在原本存在有原子和二聚物的散射极大点观测到了一个极小点^[41], 认为这个现象普适性地联系了三体和四体物理^[42]。2009 年 Hulet 小组在超冷玻色子 ^7Li 中, 通过观测不同相互作用强度下俘获原子的时间变化, 拟合得到三体损耗和四体损耗系数随散射长度的变化, 发现了两个 Efimov 三聚物和相关四体束缚态之间的普适性关系。还在非弹性损失谱中发现了以前确定的十一个三体和四体特性, 它们在 Feshbach 共振两边的位置与普适性理论吻合的很好^[43]。

超冷原子的研究涵盖了太多的领域, 在第五章中将对 Feshbach 共振在超冷原子领域中的应用介绍几个相关的研究方向。许多技术和概念应用在费米子相关的研究领域, 比如原子光学精细测量领域。我们知道由于泡利不相容原理, 单组份超冷费米子的相互作用被禁止。Florence 小组研究光晶格中费米子的传输行为^[44], 观测到碰撞导致的传输, 以及理想费米气体的传导和绝缘特性^[45]。原子干涉和 Bloch 振荡^[46]

在费米气体中的观测表明在精密测量中费米原子不受原子碰撞的影响^[47]。另一个领域是个全新的领域，在光晶格中研究处于排斥相互作用的费米子的反铁磁性^[48,49]和 d 波超流^[48]

目前，超冷原子的实验研究已经扩展到了许多新的研究领域，并且理论和实验物理学家在不断地做着新的探索和尝试，很多的理论文章预计了许多新奇的量子相和超流的新特性，这些都表明超冷原子为世人展示着它美好的研究前景。

1.3 论文结构

本论文首先对实验上实现 ^{87}Rb 和 ^{40}K 量子简并混合气体的光路设计，磁场设计做了简要概述，对实验上冷却混合气体的过程做了回顾。然后就大范围转移超冷混合气体的方案进行了讨论。实验上将超冷原子从 QUIC 阱中成功转移到 Cell 中心，采用绝热装载，自旋态制备，转换磁场等一系列实验技术，开展了对混合气体 Feshbach 共振的详细研究。在这里，罗列一下本论文的基本结构：

第二章，首先介绍了 ^{87}Rb 和 ^{40}K 原子的精细结构、超精细结构和在磁场中的 Zeeman 效应。然后对实验装置做了介绍，包括冷却俘获原子光路的设计和实现；计算机控制系统；蒸发冷却中用到的射频和微波产生、传输、发射装置；QUIC 磁阱的设计和具体制作流程，以及实验的测试结果，然后就原子温度得到 nk 量级的预冷却过程和蒸发冷却过程进行描述。最后讨论了玻色气体和费米气体得到量子简并时的判据。

第三章，在实验上需要将超冷原子转移到更佳的位置来操控原子，此处应该有较好的光路设计空间和匀强磁场的产生空间。在这一章中描述了原子云大范围的转移。首先分析了大范围转移超冷原子的困难，提出了基本的解决方案。实验中采用两种不同的方法都成功实现了原子的转移，一种为加上抵消重力的磁场线圈传输^[8]；另一种为加大重力方向俘获频率的磁场传输。两种方法都是基于实验中 QUIC 阱的使用做了扩展。第一种传输方法可以用作单种原子的转移；第二种传输方法可以用作混合原子的转移。

第四章，首先对超辐射现象在冷原子中的实验研究进行了介绍，然后就对于量子简并玻色原子和费米原子中的超辐射进行比较。最后就实验中观测到的超辐射进行分析讨论，包括实验装置，重要概念，实验结果。

第五章，描述了在 ^{87}Rb 和 ^{40}K 超冷原子系统中，对 Feshbach 共振的研究。首先介绍了 Feshbach 共振的相关理论，对散射长度，开通道，闭通道，准束缚态的概念

进行了简单的描述。然后讨论了在光阱中对混合原子的装载，原子自旋态的制备和探测方法，以及光阱的振荡频率和光阱中的蒸发冷却。最后就实验上实现 Feshbach 共振所需的磁场做了介绍，讨论了单种原子中的共振和混合原子中的共振，对实验的结果，原子损耗和加热，做了一定的分析。

参考文献

- [1] A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., Bericht 1 3(1925).
- [2] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable, and A. Ashkin, Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure, Phys. Rev. Lett., 55 48(1985).
- [3] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, Laser Cooling below the One-Photon Recoil Energy by Velocity-Selective Coherent Population Trapping, Phys. Rev. Lett., 61 826(1988).
- [4] P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould, and H. J. Metcalf, Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit, Phys. Rev. Lett., 61 169(1988).
- [5] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman and E. A. Cornell, Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor, Science, 269, 198(1995).
- [6] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn and W. Ketterle, Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms, Phys. Rev. Lett., 75 3969(1995).
- [7] B. DeMarco, and D. S. Jin, Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas, Science, 285 1703(1999).
- [8] C. J. Pethick, and H. Smith, Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases, Cambridge, Cambridge University Press(2002).
- [9] W. Ketterle, D.S. Durfee, and D.M. Stamper-Kurn, Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates, In Bose-Einstein condensation in atomic gases, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CXL, edited by M. Inguscio, S. Stringari and C.E. Wieman (IOS Press, Amsterdam, 1999) pp. 67-176.
- [10] C. E. Wieman, D. E. Pritchard, and D. J. Wineland, Atom cooling, trapping, and quantum manipulation, Rev. Mod. Phys., 71 253(1999).
- [11] J. M. Goldwin, Quantum degeneracy and interactions in ^{87}Rb - ^{40}K Bose-Fermi mixture, PhD thesis, University of Colorado(2005).

- [12] G. Ferrari, Collisional relaxation in a fermionic gas, *Phys. Rev. A*, 59 R4125(1999).
- [13] A. G. Truscott, K. E. Strecker, W. I. McAlexander, G. B. Partridge and R. G. Hulet, Observation of Fermi Pressure in a Gas of Trapped Atoms, *Science*, 291 2570(2001).
- [14] F. Schreck, L. Khaykovich, K. L. Corwin, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, and C. Salomon, Quasipure Bose-Einstein Condensate Immersed in a Fermi Sea, *Phys. Rev. Lett.*, 87 080403(2001).
- [15] Insights Flow From Ultracold Atoms That Mimic Superconductors, *Science*, 319 1180(2008).
- [16] D. G. Fried, T. C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S. C. Moss, D. Kleppner, and T. J. Greytak, Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen, *Phys. Rev. Lett.*, 81 3811(1998).
- [17] A. Robert, O. Sirjean, A. Browaeys, J. Poupard, S. Nowak, D. Boiron, C. I. Westbrook and A. Aspect, A Bose-Einstein Condensate of Metastable Atoms, *Science*, 292 461 (2001); F. Pereira Dos Santos, J. Léonard, Junmin Wang, C. J. Barrelet, F. Perales, E. Rasel, C. S. Unnikrishnan, M. Leduc, and C. Cohen-Tannoudji, Bose-Einstein Condensation of Metastable Helium, *Phys. Rev. Lett.*, 86 3459 (2001).
- [18] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions, *Phys. Rev. Lett.*, 75 1687 (1995).
- [19] K. B. Davis, M. -O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms, *Phys. Rev. Lett.*, 75 3969(1995).
- [20] G. Modugno, G. Ferrari, G. Roati, R. J. Brecha, A. Simoni and M. Inguscio, Bose-Einstein Condensation of Potassium Atoms by Sympathetic Cooling, *Science*, 294 1320(2001).
- [21] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, Stable ^{85}Rb Bose-Einstein Condensates with Widely Tunable Interactions, *Phys. Rev. Lett.*, 85 1795 (2000).
- [22] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman and E. A. Cornell, Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor, *Science*, 269 198(1995)

- [23] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H.-Christoph Nägerl and R. Grimm, Bose-Einstein Condensation of Cesium, *Science*, 299 232(2003).
- [24] S. Kraft, F. Vogt, O. Appel, F. Riehle, and U. Sterr, Bose-Einstein Condensation of Alkaline Earth Atoms: ^{40}Ca , *Phys. Rev. Lett.*, 103 130401(2009).
- [25] M. Khoon Tey, S. Stellmer, R. Grimm, and F. Schreck, Double-degenerate Bose-Fermi mixture of strontium, *Phys. Rev. A*, 82 011608(R)(2010).
- [26] S. Stellmer, M. K. Tey, R. Grimm, and F. Schreck, Bose-Einstein condensation of ^{86}Sr , *Phys. Rev. A*, 82 041602(R) (2010).
- [27] P. G. Mickelson, Y. N. Martinez de Escobar, M. Yan, B. J. DeSalvo, and T. C. Killian, Bose-Einstein condensation of ^{88}Sr through sympathetic cooling with ^{87}Sr , *Phys. Rev. A*, 81 051601(R) (2010).
- [28] A. Griesmaier, J. Werner, S. Hensler, J. Stuhler, and T. Pfau, Bose-Einstein Condensation of Chromium, *Phys. Rev. Lett.*, 94 160401(2005).
- [29] Y. Takasu, K. Maki, K. Komori, T. Takano, K. Honda, M. Kumakura, T. Yabuzaki, and Y. Takahashi, Spin-Singlet Bose-Einstein Condensation of Two-Electron Atoms, *Phys. Rev. Lett.*, 91 040404 (2003).
- [30] T. Fukuhara, S. Sugawa¹, and Y. Takahashi¹, Bose-Einstein condensation of an ytterbium isotope, *Phys. Rev. A*, 76 051604(R) (2007).
- [31] T. Fukuhara¹, S. Sugawa¹, Y. Takasu, and Y. Takahashi, All-optical formation of quantum degenerate mixtures, *Phys. Rev. A*, 79 021601(R) (2009).
- [32] J. M. McNamara, T. Jelte, A. S. Tychkov, W. Hogervorst, and W. Vassen, Degenerate Bose-Fermi Mixture of Metastable Atoms, *Phys. Rev. Lett.*, 97 080404 (2006).
- [33] Y. -J. Lin, R. L. Compton, K. Jiménez-García, J. V. Porto¹ and I. B. Spielman, Synthetic magnetic fields for ultracold neutral atoms, *Nature* 462, 628(2009).
- [34] Y.-J. Lin, R. L. Compton, A. R. Perry, W. D. Phillips, J. V. Porto, and I. B. Spielman, Bose-Einstein Condensate in a Uniform Light-Induced Vector Potential, *Phys. Rev. Lett.*, 102 130401 (2009).
- [35] Y. -an Liao, A. S. C. Rittner, T. Paprotta, W. Li, G. B. Partridge, R. G. Hulet, S. K. Baur, E. J. Mueller, Spin-imbalance in a one-dimensional Fermi gas, *Nature*, 467 567(2010).
- [36] I. Bloch, J. Dalibard, W. Zwerger, Many-body physics with ultracold gases, *Rev. Mod.*

Phys., 80 885 (2008).

[37] Y. Shin, M. W. Zwierlein, C. H. Schunck, A. Schirotzek, and W. Ketterle, Observation of Phase Separation in a Strongly Interacting Imbalanced Fermi Gas, *Phys. Rev. Lett.*, 97 030401(2006).

[38] V. N. Efimov, Weakly bound states of three resonantly-interacting particles, *Sov. J. Nucl. Phys.*, 12 589(1971).(original, russian)

[39] T. Kraemer, M. Mark, P. Waldburger, J. G. Danzl, C. Chin, B. Engeser, A. D. Lange, K. Pilch, A. Jaakkola, H. -C. Nägerl, and R. Grimm, Evidence for Efimov quantum states in an ultracold gas of caesium atoms, *Nature*, 440 315(2006).

[40] S. Knoop, F. Ferlaino, M. Mark, J. G. Danzl, T. Kraemer, H. -C. Nägerl, and R. Grimm, Observation of an Efimov-like trimer resonance in ultracold atom-dimer scattering, *Nat. Phys.* 5, 227(2009).

[41] F. Ferlaino, S. Knoop, M. Mark, M. Berninger, H. Schöbel, H. -C. Nägerl, and R. Grimm, Collisions between tunable halo dimers: Exploring an elementary four-body process with identical bosons, *Phys. Rev. Lett.*, 101 023201(2008).

[42] J. von Stecher, J. P. D’Incao, and C. H. Greene, Signatures of universal four-body phenomena and their relation to the Efimov effect, *Nat. Phys.*, 5 417(2009).

[43] S. E. Pollack, D. Dries, R. G. Hulet, Universality in Three- and Four-Body Bound States of Ultracold Atoms, *Science*, 326 1683(2009).

[44] H. Ott, E. d. Mirandes, F. Ferlaino, G. Roati, G. Modugno, and M. Inguscio, Collisionally induced transport in periodic potentials, *Phys. Rev. Lett.*, 92 160601(2004).

[45] L. Pezze, L. Pitaevskii, A. Smerzi, S. Stringari, G. Modugno, E. d. Mirandes, F. Ferlaino, H. Ott, G. Roati, and M. Inguscio, Insulating behavior of a trapped ideal Fermi gas, *Phys. Rev. Lett.*, 93 120401(2004).

[46] G. Roati, E. d. Mirandes, F. Ferlaino, H. Ott, G. Modugno, and M. Inguscio, Atom interferometry with trapped Fermi gases, *Phys. Rev. Lett.*, 92 230402(2004).

[47] I. Carusotto, L. Pitaevskii, S. Stringari, G. Modugno, and M. Inguscio, Sensitive measurement of forces at the micron scale using Bloch oscillations of ultracold atoms, *Phys. Rev. Lett.*, 95093202(2005).

[48] W. Hofstetter, J. I. Cirac, P. Zoller, E. Demler, and M. D. Lukin, High temperature superfluidity of fermionic atoms in optical lattices, *Phys. Rev. Lett.*, 89220407(2002).

[49] F. Werner, O. Parcollet, A. Georges, and S. R. Hassan, Interaction-induced adiabatic cooling and antiferromagnetism of cold fermions in optical lattices, *Phys. Rev. Lett.*, 95 056401–4(2005).

第二章 量子简并玻色气体和费米气体的实现

2007年7月7日,我们实验小组在 QUIC 阱中实现了 ^{87}Rb 的玻色爱因斯坦凝聚,同年8月30日实现了 ^{40}K 费米气体的量子简并。玻色费米混合气体的温度得到了 nk 量级^[1], 为我们下一步开展相关工作打下了基础。

在本章,将介绍一下玻色子 ^{87}Rb 和费米子 ^{40}K 的超精细结构; 磁场的设计, 制作及优化; 以及冷却各步骤的实现和最后在磁阱中实现混合量子简并的过程。最后讨论一下玻色气体和费米气体达到量子简并时的判据。

2.0 原子的精细结构、超精细结构和 Zeeman 效应

在本文中,我们要讨论的是 Rb 和 K 原子, 由于它们都是类氢原子, 具有一个弱束缚的外层电子, 即所谓的价电子。而其它的电子 ($Z-1$) 都处于添满的壳层或次壳层, 此组态是闭合壳层或稀有气体组态。

原子的精细结构是由轨道角动量和电子自旋角动量耦合产生的,

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} \quad (2.0.1)$$

总角动量 J 的取值范围为

$$|L - S| \leq J \leq |L + S| \quad (2.0.2)$$

对于基态的类氢原子 $L=0, S=1/2$ 。对于激发态 $L \neq 0$, 存在 $2L+1$ 个简并量子态。以 ^{87}Rb 为例, 基态能级为 $5^2S_{1/2}$, 第一激发态 $L=1, S=1/2$, 存在两个精细量子态 $5^2P_{1/2} (J=1/2)$ 和 $5^2P_{3/2} (J=3/2)$ 。基态能级 $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}$ 之间的跃迁称为 ^{87}Rb 原子的 D_1 跃迁线, 对应波长 794.978nm; 基态能级 $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ 之间的跃迁称为 ^{87}Rb 原子的 D_2 跃迁线, 对应波长 780.246nm。

atom	D ₁ 线	D ₂ 线
⁴⁰ K ^[2,3]	770.108nm	766.701nm
⁸⁷ Rb ^[4]	794.978nm	780.246nm

表 2.1 ⁴⁰K 和 ⁸⁷Rb 的 D₁, D₂ 跃迁线。

这里我们使用了单电子原子（碱金属原子）精细结构的光谱符号 $n^{2S+1}L_j$ ，其中 n 为主量子数即外层价电子的所处能级， L 为电子轨道角动量量子数，左上角标码反映自旋量子数 S ，但并不直接用 S 表示，而采用 $2S+1$ 表示该能级属于几重性， $2S+1$ 叫该能级的多重度，右下角 j 表示总自旋和总轨道角动量的耦合。

我们知道原子核有一定的几何大小，它的电荷有一个分布（电四极矩），它具有自旋角动量 I 和磁矩 μ 。核自旋与电子产生的有效磁场相互作用，使原子光谱进一步分裂，其分裂程度比精细结构还要小，故称为超精细结构。它的起因称之为超精细相互作用。

原子核由中子和质子组成，中子和质子都是费米子，与电子一样，具有固定自旋角动量 $\frac{1}{2}\hbar$ 。核的自旋应该是中子和质子的轨道角动量和自旋之和。

原子核的磁矩为 μ_I ，电子运动在原子核处产生的磁场强度为 B_{el} ，那么磁偶极相互作用的哈密顿量为：

$$H_{HF} = -\mu_I B_{el}$$

式中核磁矩与核的自旋角动量 I 成正比

$$\mu_I = g_I \mu_N I$$

其中， g_I 为核的 g 因子，依赖于原子； μ_N 为核磁子

$$\mu_N = \mu_B \frac{m_e}{m_p} \approx \frac{\mu_B}{1836}$$

因此，此相互作用比电子自旋与轨道之间的精细相互作用要小三个量级。

原子的超精细结构是由电子的总角动量 J （轨道角动量 L 和电子自旋角动量 S ）和原子核的自旋角动量耦合产生的，

$$F = I+J \quad (2.0.3)$$

总角动量 F 的取值范围为

$$|I - J| \leq F \leq |I + J| \quad (2.0.4)$$

以 ^{87}Rb 为例, $I = \frac{3}{2}$, 对于基态能级 $5^2S_{1/2}$, $L = 0$, $S = \frac{1}{2}$, $J = \frac{1}{2}$, 所以基态能级 $5^2S_{1/2}$ 就存在两个超精细能态 $F = 1, 2$, 能级分裂为 $6.83468261(90)\text{GHz}$ 。对于第一激发的精细量子态 $5^2P_{1/2}$ 分裂为两个超精细态 $F = 1, 2$, 而 $5^2P_{3/2}$ 分裂为四个超精细态 $F = 0, 1, 2, 3$, 如图2.1所示。

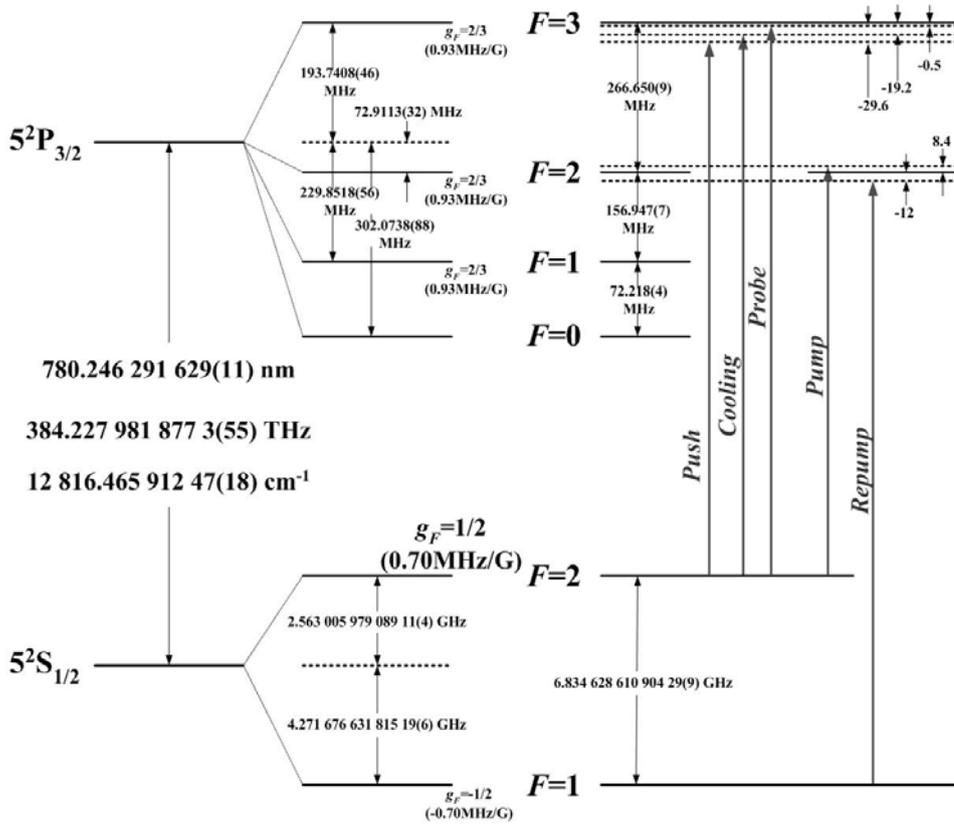


图2.1 ^{87}Rb 的超精细结构。基态和激发态的参数参考文献[5,6]。F代表超精细能级的总自旋。

g_F 为超精细能级的朗道g因子。示意图标出了实验中相关Rb的光频率。

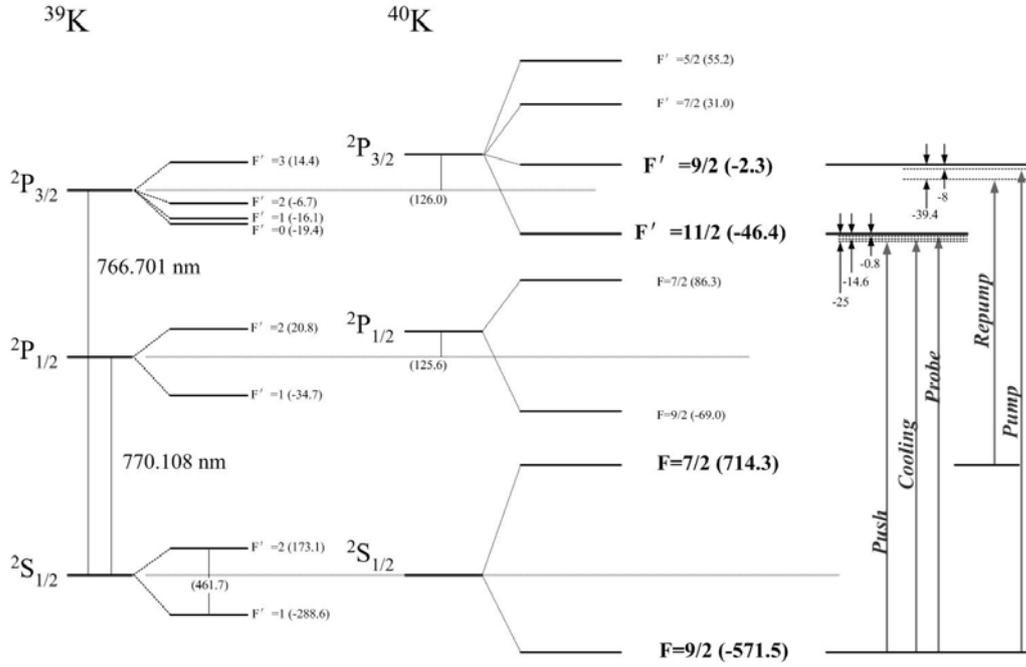


图2.2 ^{40}K 的超精细结构。超精细能级的分裂参数参考文献[2,7]。 F 代表超精细能级的总自旋。 g_F 为超精细能级的朗道g因子。示意图标出了实验中相关K的光频率。

下面我们分析一下在磁场中原子超精细能级的Zeeman分裂，由于在中等强度的磁场下Zeeman能级分裂将与超精细能级分裂在同一量级，因此我们必须同时考虑超精细能级分裂和Zeeman能级分裂。总的哈密顿量写为^[7]

$$H_{HF+Z} = A\hat{I}\cdot\hat{J} + \mu_B g_j \hat{J}\cdot\vec{B} \quad (2.0.5)$$

其中A为超精细相互作用常数，它将决定超精细结构中能级分裂的大小，一般由实验测定。 μ_B 为原子自旋磁距。 g_j 为电子的朗道g因子，可以写为

$$g_j = g_L \frac{J(J+1) - S(S+1) + L(L+1)}{2J(J+1)} + g_S \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (2.0.6)$$

从式(2.0.5)中我们可以看出超精细耦合表象 $|I, J, F, m_F\rangle$ 是 $A\hat{I}\cdot\hat{J}$ 的本征函数，而不是Zeeman效应的本征函数。然而非耦合表象 $|I, J, m_I, m_J\rangle$ 为Zeeman效应 $\mu_B g_j \hat{J}\cdot\vec{B} = \mu_B g_j B \cdot \hat{J}_Z$ 的本征函数。

$$\begin{aligned} \langle I, J, F', m'_F | H_{HF+Z} | I, J, F, m_F \rangle &= \frac{A}{2} [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)] \delta_{F,F'} \delta_{m_F, m'_F} \\ &+ \mu_B g_j B \sqrt{(2F+1)(2F'+1)} \sum_{m_l, m'_l} m_l \begin{pmatrix} J & I & F' \\ m_l & m_l & -m'_l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J & I & F \\ m_l & m_l & -m_F \end{pmatrix} \delta_{m_F, m'_F} \end{aligned}$$

具体的计算程序参考附录。图 2.3 和 2.4 为计算后的 Rb 和 K 的基态原子在磁场中的 Zeeman 分裂图。

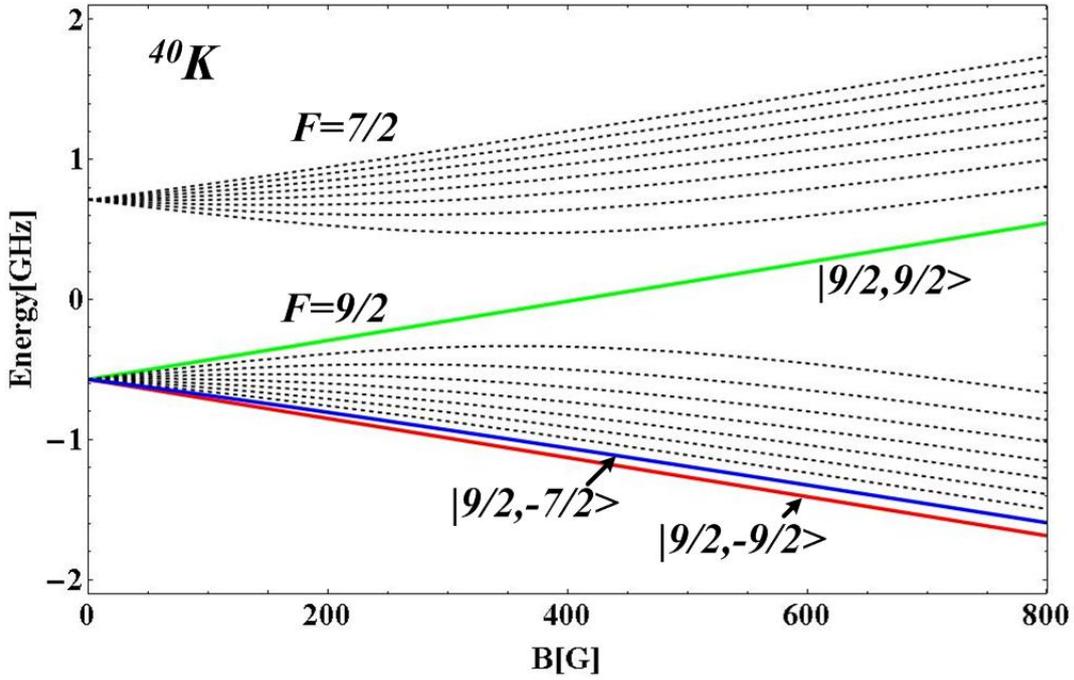


图 2.3 ^{40}K 基态原子($^2\text{S}_{1/2}$)的超精细结构。超精细态由 $|F, m_F\rangle$ 所标记。图中在超精细态 $|9/2, 9/2\rangle$ 的 ^{40}K 在 QUIC 阱中实现了费米气体的量子简并。 ^{40}K 制备在超精细态 $|9/2, -9/2\rangle$ 和 $|9/2, -7/2\rangle$ 研究 Feshbach 共振。

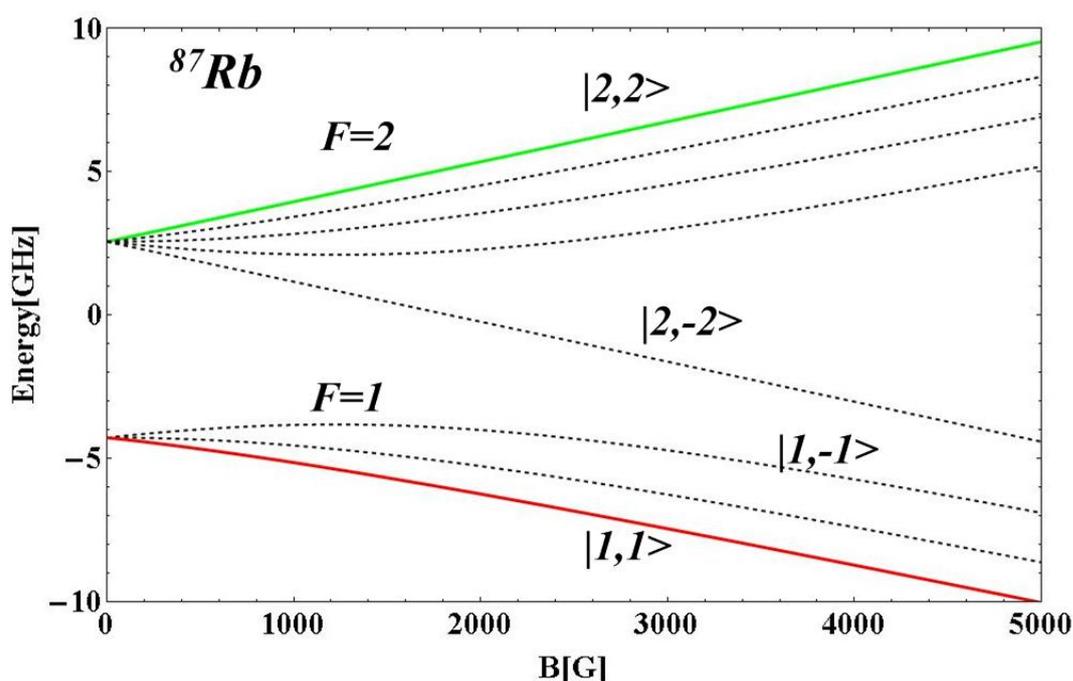


图 2.4 ^{87}Rb 基态原子($5^2\text{S}_{1/2}$)的超精细结构。超精细态由 $|F, m_f\rangle$ 所标记。图中在超精细态 $|2,2\rangle$ 的 ^{87}Rb 在 QUIC 阱中实现了玻色气体的量子简并, 即 BEC。 ^{87}Rb 制备在超精细态 $|1,1\rangle$ 上研究 Feshbach 共振。

从图 2.2 中我们讨论一下在磁阱中实现超冷原子时, 原子超精细态的选取。目前来说最常用的, 稳定地束缚中性原子的就是磁阱了, 并且由于一个稳定的磁场极大点是不容易在自由空间中的实现的, 所以低场趋近态就是实验上的首选, 也就是这些态 $f = i + 1/2, m_f > -f$ 和 $f = i - 1/2, m_f < 0$, 以 ^{87}Rb 原子为例, $|2,2\rangle \sim |2,-1\rangle$ 和 $|1,-1\rangle$ 。其中在弱磁场条件下, $|2,2\rangle, |2,1\rangle, |1,-1\rangle$ 为低场趋近态。对于原子超精细态的选取, 还有另外一个要求需要满足, 就是原子之间的非弹性碰撞是禁止的。这种相互作用中的自旋交互碰撞 (spin-exchange collisions) 可以导致不同超精细态之间的跃迁。

首先可以选择的就是超精细态 $f = i + 1/2, m_f = f$, 这种态又被称为双自旋偏振态 (doubly spin-polarized state)。以这种超精细态组成的系统是相对稳定的, 对交互相互作用是免疫的。因为系统中原子的电子自旋方向是平行的, 沿着磁场的方向, 碰撞将只存在于三重态 ($S = 1$) 势上。所以在实验中, 我们选取在超精细态 $|2,2\rangle$ 上的 ^{87}Rb 原子和在超精细态 $|9/2, 9/2\rangle$ 上的 ^{40}K 原子做为蒸发冷却时的原子样品, 如图 2.3 和 2.4。其实 $f = i - 1/2, m_f = -f$ 也是一个选择, 用作在磁阱中实现超冷原子的超

精细态。这种情形下两原子系统具有 $M_F = m_{f1} + m_{f2} = -2i + 1$ ，不存在相同 M_F 的其他可实现的超精细态组合。

2.1 实验装置

本实验相关的冷却实验装置已经在先前的博士论文^[8,9,10]中做了详细的描述，这里简单介绍一下。主要对实验中 QUIC 阱的设计工作进行详细的讨论。

2.1.1 激光系统

比较冷却单一原子来说，同时冷却玻色子 ^{87}Rb 和费米子 ^{40}K 需要一个更加复杂的光学系统用来俘获，冷却，泵浦，探测 ^{87}Rb 和 ^{40}K 原子。

碱金属原子的激光冷却俘获使用的都是 D_2 线 ($ns\ j=1/2 \rightarrow np\ j=3/2$ 为 D_2 线)。 ^{87}Rb 和 ^{40}K 原子的 D_2 线分别为 780nm 和 767nm。这两个波长比较接近，在实验上可以使用共同的光学元件来简化实验系统，并且在工业上这一波段的半导体激光器和放大器的技术已经十分成熟。

我们实验上采用两台光栅外腔反馈半导体激光器 (Toptic DL100) 分别用作 ^{87}Rb 原子的冷却光 (cooling) 和再抽运光 (repumping)^[11,12]，用调制转移光谱技术和饱和吸收技术稳频后，通过 AOM 移频，使用单模保偏光纤 (OZ Optics) 转移到另一个光学平台上。一部分光作为种子光注入锁定自制的半导体激光器，剩下的光用作泵浦光和探测光等。为了满足 MOT 光大功率的需要，经注入锁定后的冷却光被一台半导体激光放大器 (TA, Toptic BoosTA 780) 二次放大，功率得到 200mW。然后经过分光棱镜分为三束光分别用作 MOT1 和 MOT2 的冷却光、推送光。

具体的频率设置为

$$\begin{aligned} V_{\text{Rb,Cooling}} &= V_{2 \rightarrow 3} - 19.2\text{MHz} & (2.1.1) \\ &= \boxed{V_{\text{Rbcooling Laser}} + 2 * 82\text{MHz}} - 110\text{MHz}_{(\text{TA})} \\ &= \underline{V_{2 \rightarrow 3} - 146.4/2\text{MHz} + 2 * 82\text{MHz}} - 110\text{MHz}_{(\text{TA})} \end{aligned}$$

式(2.1.1)中带边框的代表小平台转移到大平台上的激光频率，带下滑线的代表小平台上稳频的激光频率。 $V_{2 \rightarrow 3}$ 对应于对应于 ^{87}Rb 的 $F=2 \rightarrow F'=3$ 的跃迁线

$$\begin{aligned} V_{\text{Rb,Repump}} &= V_{1 \rightarrow 2} - 12\text{MHz} & (2.1.2) \\ &= \boxed{V_{\text{RbRepump Laser}} + 2 * 109.4\text{MHz}} - 112.3\text{MHz} \\ &= \underline{V_{1 \rightarrow 2} - 156.92/2\text{MHz} - 40\text{MHz} + 2 * 109.4\text{MHz}} - 112.3\text{MHz} \end{aligned}$$

锁定在 ^{87}Rb 的 $F=1 \rightarrow F'=2$ ----- $F=1 \rightarrow F'=1$ 的交叉线上。 $V_{1 \rightarrow 2}$ 对应于对应于 ^{87}Rb 的 $F=1 \rightarrow F'=2$ 的跃迁线

$$\begin{aligned}
V_{\text{Rb,Push}} &= V_{2 \rightarrow 3} - 29.6 \text{MHz} & (2.1.3) \\
&= \boxed{V_{\text{Rbcooling Laser}} + 2 * 82 \text{MHz}} - 120.4 \text{MHz} \\
&= \underline{V_{2 \rightarrow 3} - 146.4/2 \text{MHz}} + 2 * 82 \text{MHz} - 120.4 \text{MHz}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{\text{Rb,Probe}} &= V_{2 \rightarrow 3} - 0.5 \text{MHz} & (2.1.4) \\
&= \boxed{V_{\text{Rbcooling Laser}} + 2 * 91.5 \text{MHz}} - 110.3 \text{MHz} \\
&= \underline{V_{2 \rightarrow 3} - 146.4/2 \text{MHz}} + 2 * 91.5 \text{MHz} - 110.3 \text{MHz}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{\text{Rb,Pump}} &= V_{2 \rightarrow 2} + 8.4 \text{MHz} & (2.1.5) \\
&= V_{2 \rightarrow 3} - 266.6 \text{MHz} + 8.4 \text{MHz} \\
&= \boxed{V_{\text{Rbcooling Laser}} + 2 * (91.5 + 5) \text{MHz}} - 2 * 189 \text{MHz} \\
&= \underline{V_{2 \rightarrow 3} - 146.4/2 \text{MHz}} + 2 * (91.5 + 5) \text{MHz} - 2 * 189 \text{MHz}
\end{aligned}$$

以上为俘获，冷却，探测 ^{87}Rb 原子所需要的激光频率。

第三台光栅外腔反馈半导体激光器(Topic DL100)的波长为 767nm，对应于 ^{40}K 原子的 D_2 线。由于 ^{40}K 原子的基态能级分裂仅为 1286MHz，因此通过 AOM 移频，可以同时产生所需的冷却光和再抽运光的种子光。鉴于稳频所用的钾泡中 ^{40}K 的含量较小，因此用 ^{39}K 的吸收线进行稳频。将冷却光和再抽运光的种子光经单模保偏光纤转移到另一个光学平台上。一部分光作为种子光注入锁定自制的半导体激光器，剩下的光用作泵浦光和探测光等。与铷所不同的是，我们需要同时将冷却光和再抽运光注入到另外一台半导体激光放大器(TA, Topic BoosTA) 中做二次放大用作 MOT1 和 MOT2 的冷却光和俘获光。在这里我们需要注意的是，必须调节 ^{40}K MOT 光中冷却光和再抽运光的比例，以俘获的最多的原子。实验中优化的光强比例约为 3:1(cooling: repumping)。

$$\begin{aligned}
V_{\text{K,Laser}} &= V_{39\text{K},1 \rightarrow 0-2} + 132.4/2 \text{MHz} & (2.1.6) \\
&= V_{40\text{K},9/2 \rightarrow 11/2} - 866.6 \text{MHz} + 132.4/2 \text{MHz} \\
&= V_{40\text{K},7/2 \rightarrow 9/2} + 375.8 \text{MHz} + 132.4/2 \text{MHz}
\end{aligned}$$

$V_{39\text{K},1 \rightarrow 0-2}$ 对应于 ^{39}K 的 $F=1 \rightarrow F'=0,1,2$ 的跃迁线，为锁定的频率。 $V_{40\text{K},9/2 \rightarrow 11/2}$ 对应于 ^{40}K 的 $F=9/2 \rightarrow F'=11/2$ 的跃迁线， $V_{40\text{K},7/2 \rightarrow 9/2}$ 对应于 ^{40}K 的 $F=7/2 \rightarrow F'=9/2$ 的跃迁线。

$$V_{K,Cooling}=V_{40K,9/2 \rightarrow 11/2}-14.6\text{MHz} \quad (2.1.7)$$

$$= \boxed{V_{39K,1 \rightarrow 0-2} + 132.4/2\text{MHz} + 2*202.5\text{MHz}} - 110\text{MHz}$$

$$V_{K,Repump}=V_{40K,7/2 \rightarrow 9/2}-39.4\text{MHz} \quad (2.1.8)$$

$$= \boxed{V_{39K,1 \rightarrow 0-2} + 132.4/2\text{MHz} - 2*208.7\text{MHz} - 2*222.4\text{MHz}} - 110\text{MHz}$$

$$V_{K,Push}=V_{40K,9/2 \rightarrow 11/2}-25\text{MHz} \quad (2.1.9)$$

$$= \boxed{V_{39K,1 \rightarrow 0-2} + 132.4/2\text{MHz} + 2*202.5\text{MHz}} - 120.4\text{MHz}$$

$$V_{K,Probe}=V_{40K,9/2 \rightarrow 11/2}-0.8\text{MHz} \quad (2.1.10)$$

$$= \boxed{V_{39K,1 \rightarrow 0-2} + 132.4/2\text{MHz} + 2*209.5\text{MHz}} - 110\text{MHz}$$

$$V_{K,Pump}=V_{40K,9/2 \rightarrow 9/2}-8\text{MHz} \quad (2.1.11)$$

$$= \boxed{V_{39K,1 \rightarrow 0-2} + 132.4/2\text{MHz} + 2*227.5\text{MHz}} - 110\text{MHz}$$

以上为俘获，冷却，探测 ^{40}K 原子所需要的激光系统。

2.1.2 计算机控制系统

在玻色费米量子简并的实验实现过程中，需要做到精确的时间，幅度等的控制，其中时间的控制精确到微秒量级，甚至几十纳秒。在我们实验室所有这些都依赖与两台 TCP/IP 协议连接的计算机联机来控制，详细的描述参考文献[10]。

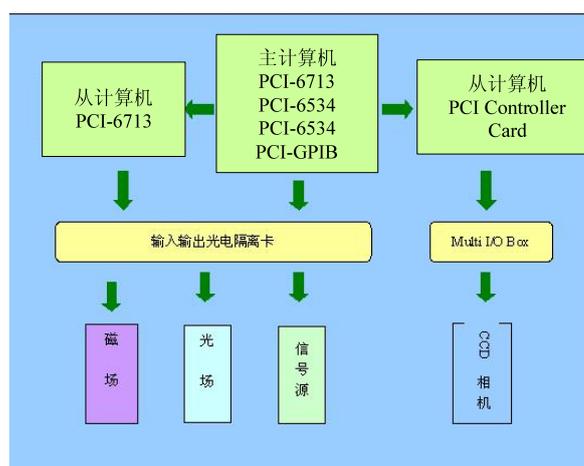


图 2.5 计算机控制系统示意图

2.1.3 磁场系统

近年来，磁阱囚禁中性原子在冷原子研究的各个领域得到了广泛应用，为了不同的设计目的，人们提出了各种各样结构的磁阱，其中最广泛的一类磁阱是 Ioffe-Pritchard 阱。除了“传统”的 Ioffe-Pritchard 阱外，还有很多基于它的设计，如四叶阱(clover-leaf trap)，棒球阱(baseball trap)，四级-Ioffe 线圈组合磁阱(QUIC 磁阱，Quadrupole-Ioffe configuration trap)，以及微结构阱(micro-chip trap)。其中 QUIC 磁阱的优势在于：电流大小适中，关断较好，结构简单。在实验上由于磁光阱和四极磁阱使用同一对线圈，它们所处的空间位置完全重合，这种设计极大简化了线圈的几何结构，可以大数目地预装入中性原子。只要在四极线圈的基础上加上 Ioffe 线圈的磁场，就可以形成 QUIC 磁阱，将原子由四极磁阱转移到 QUIC 磁阱中，QUIC 阱为保守势阱，是实验上蒸发冷却实现超冷原子的场所。因此磁光阱和 QUIC 磁阱在空间上是完全分离的。

在这里详细介绍一下我们实验中所采用的 QUIC 阱^[13]。我们在 QUIC 阱中实现了玻色费米混合气体的量子简并，并且 QUIC 阱有很强的扩展性。只需要改变四极线圈和 Ioffe 线圈所通过的电流的比例，就可以实现超冷原子的空间转移，这个在第三章中将会详细讨论。

实验采用的四极和 Ioffe 线圈，空间位置如图 2.4 所示。四极线圈沿 x 轴对称放置在真空玻璃气室(外部高为 40mm，宽为 40mm；内部高为 30mm，宽为 30mm，厚度为 5mm，长度为 120mm)的两侧，距气室外壁 2mm；Ioffe 线圈沿着 z 轴方向放

置在真空玻璃气室的另外一侧，距气室外壁 2mm。四极线圈和 Ioffe 线圈的轴线与真空玻璃气室的几何中心相交于一点。

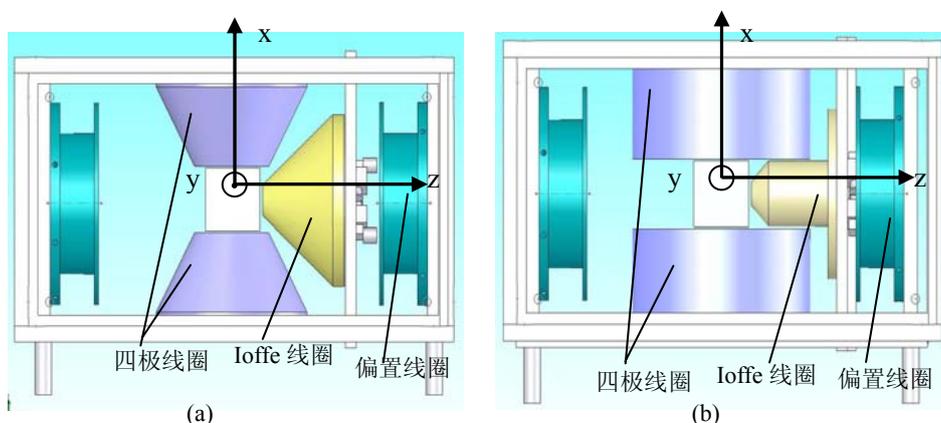


图 2.6 四极线圈和 Ioffe 线圈的组合示意图 (a)第一组线圈,(b)第二组线圈。

图中线圈 1 为四极线圈，线圈 2 为 Ioffe 线圈，线圈 3 为偏置线圈。

	第一组线圈		第二组线圈	
	四极线圈	Ioffe	四极线圈	Ioffe
内径(mm)	30	10	20	3
前端外径 (mm)	52	14	60	
末端外径 (mm)	102	110	60	51.5
长度(mm)	60	60	42	62
绕线(匝)	124	173	288	199
漆包线 直径(mm)	2	2	2	1.6
层数	12	16	12	6
绝缘材料 (mm)	1	1	1	1
分隔材料	3	3	3	3
前端长度				11.9

表 2.2 两种选用组合 QUIC 阱线圈的参数

我们的 QUIC 磁阱先后设计了两种不同结构的线圈组合，参数列在表 2.2。线圈外壳采用 PP 材料(Polypropylene 聚丙烯)，绕制完成后与外壳焊接成一体，内部通水以提高冷却效果，线圈的内部结构参见图 2.7。这种聚丙烯材料具有防水、耐高温、可焊接等优点，而且还略微有点透明，比较先前所选择的尼龙要好了很多。但是市

场上，可以购买的 PP 材料都无法保证直径得到 20cm 的中心品质的质量。中心会布满气孔，导致在水压较大时有渗水的现象。所以选择好的材料是必要的。

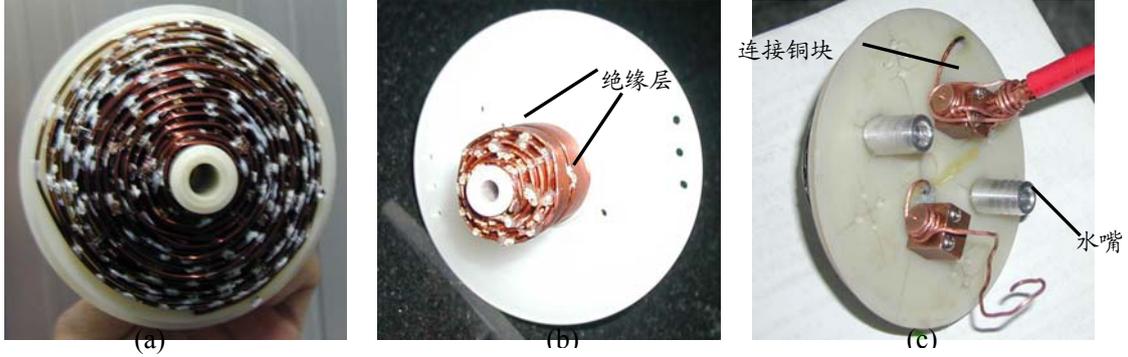


图 2.7 制作完成的 Ioffe 线圈照片。(a) 第一组的 Ioffe 线圈；(b) 第二组的 Ioffe 线圈；(c) 第一组 Ioffe 线圈的侧视图

实验上，我们数值计算了所产生的磁阱是否符合实验要求并用磁场计测量了 QUIC 磁阱轴向磁场值的变化，来研究四极磁阱向 QUIC 磁阱的变化过程，并结合转移时磁阱中原子的吸收成像进行对比分析。我们采用 Mathematic5.0 软件来数值计算 QUIC 磁阱的轴向磁场的分布。由于原子转移区域离线圈很近，线圈的大小、形状和结构的微小变化将对计算都有很大的影响，所以在计算中要求逼真地模拟线圈的真实情况。数值模拟时，通过矢量叠加每匝通电漆包线在空间一点的作用来获得此点的磁场值。

我们知道，单个线圈在空间形成的磁场为^[14],

$$B_z = \frac{\mu I}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(R+\rho)^2 + (z-D)^2}} \left[K(k^2) + \frac{R^2 - \rho^2 - (z-D)^2}{(R-\rho)^2 + (z-D)^2} E(k^2) \right]$$

$$B_\rho = \frac{\mu I}{2\pi} \frac{1}{\rho} \frac{z-D}{\sqrt{(R+\rho)^2 + (z-D)^2}} \left[-K(k^2) + \frac{R^2 + \rho^2 + (z-D)^2}{(R-\rho)^2 + (z-D)^2} E(k^2) \right]$$

$$k^2 = \frac{4R\rho}{(R+\rho)^2 + (z-D)^2}$$

其中式 B_z 表示磁感应强度的轴向分量，式 B_ρ 表示距离线圈 D 的磁感应强度的径向分量， $K(k^2)$ 、 $E(k^2)$ 分别是第一类和第二类完全椭圆积分。

我们可以用上式来计算 QUIC 磁阱中空间任意一点的磁感应强度。因为 QUIC

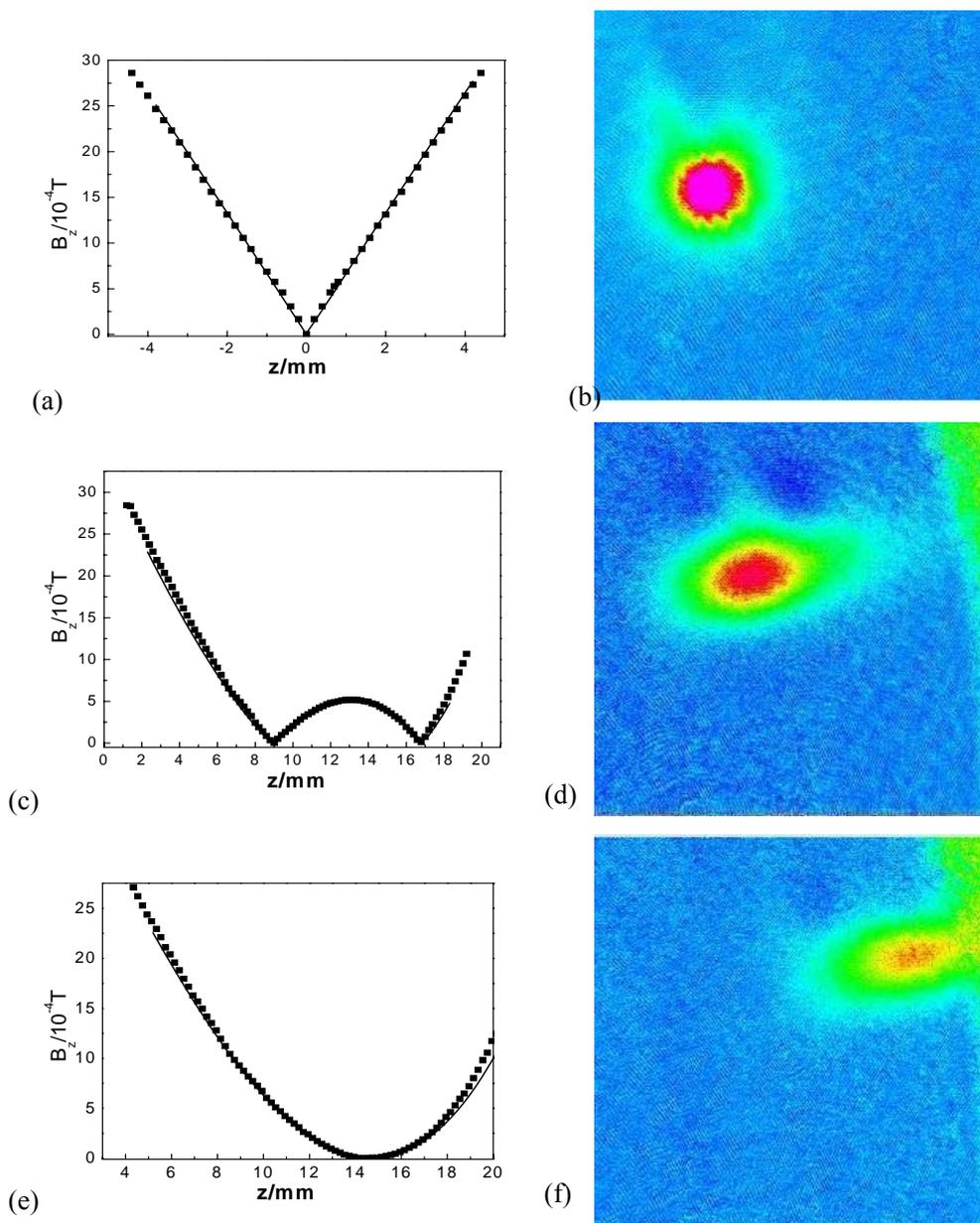


图 2.8 四极线圈电流为 25.1A 时, 第一组线圈组合的四极磁阱向 QUIC 磁阱的转变过程, (a)(c)(e) 图为数值模拟(线)与实验数据(黑点)的对比; (b)(d)(f) 图为与 (a)(c)(e) 相应的原子吸收成像的照片, Ioffe 线圈的电流从上而下分别为 0A, 16.6A 和 18A。 (c)(e) 相对于 (a), 成像系统分别移动了约 8mm 和 11mm

磁阱中 z 轴上各点磁感应强度的 x , y 方向的分量都为零, 只需考虑磁场 z 方向的分量变化就可以分析四极磁阱向 QUIC 磁阱的变化过程, 所以本文只计算了四极线圈和 Ioffe 线圈在 z 轴上各点(-20mm—20mm)的磁感应强度变化, 并与实验测得的数据进行了比较。

采用第一组线圈组合时得到的结果如图 2.8 所示，图中给出了在不同 Ioffe 线圈的电流下，轴向磁场强度的变化和相应的原子吸收成像的照片。从图中可以看出，最后形成的 QUIC 磁阱的最低点距真空玻璃气室中心约 15mm，也就是紧贴着玻璃气室内壁。这样导致在转移过程中，原子与气室壁碰撞被加热到室温损耗掉了。吸收成像结果如图 2.8(f)所示，显示原子团有碰壁现象，所以第一组线圈在真空玻璃气室中无法形成可囚禁原子的 QUIC 磁阱。

采用第二组线圈组合时，四极线圈，Ioffe 线圈由分别两个电流源供电，得到的拟合和实验结果如图 2.9 所示。当四极线圈的电流达到 25.1A 时，测得四极磁场的径向磁场梯度 $1.02 \times 10^{-2} T/cm$ ，数值模拟的梯度为 $1.07 \times 10^{-2} T/cm$ ，如图 2.9(a)所示。此时 Ioffe 线圈的电流为零时，磁场在 $z=0$ 处有一个磁场零点，原子装载在四极磁阱中。当加大 Ioffe 线圈中的电流时，四极磁阱的零点向 Ioffe 线圈方向移动，原子团将随磁阱的最低点而移动。由于 Ioffe 磁场的影响，磁阱最低点梯度变小，原子团的纵横比发生了变化，所以在原子团的移动过程中，要求小心缓慢地移动以尽可能地达到绝热移动，使原子不至于加热而损失掉^[14]。

当 Ioffe 线圈的电流加大到 20A 时，模拟上可以看出磁场在 Ioffe 线圈附近出现了两个零点，形成一个双势阱结构。随着 Ioffe 线圈的电流加大，两个零点相互靠近，之间的势垒逐渐降低。当原子的能量不足以越过势垒时，没有原子跃迁过靠近 Ioffe 线圈的零点，所有的原子处在第一个零点处。当势垒降低到一定程度之后如图 4(c)所示，处于第一势阱的原子会“流”向第二个势阱，由于原子的移动方向为向着 Ioffe 线圈。此时第二个势阱处于真空玻璃气室内壁的外侧，靠近 Ioffe 线圈的原子就与室温下的玻璃气室壁发生了碰撞。原子立刻被加热从磁阱中逃逸出来，这段时间称作四极磁阱向 QUIC 磁阱转变的“损失窗口”。在实验中，改进 Ioffe 线圈的电流时序，就减少了“损失窗口”时间和由此带来的原子损失。最后形成 QUIC 磁阱时，Ioffe 线圈的电流为 35A，磁场在轴向呈抛物线分布， z 轴的磁场分布如图 4(e) 所示。

采用第二组线圈形成的 QUIC 磁阱，四极线圈的电流和 Ioffe 线圈的电流得到相同值为 32.5A，由同一个电源(Delta SM-45D)供电，得到了较好的电流稳定，实现了稳定的磁阱。此时磁阱中磁场最小值为 1.5G，磁场径向梯度为 $172 G/cm$ ，轴向曲率为 $162.2 G/cm^2$ 。由此得知对于 ^{87}Rb 来说，磁阱的径向和轴向角频率分别为 $2\pi \times 179.3 \text{ Hz}$ 和 $2\pi \times 16.3 \text{ Hz}$ 。相对的 ^{40}K 的角频率为 ^{87}Rb 的 $(m_{\text{Rb}}/m_{\text{K}})^{1/2} = 1.47$ 倍， m_{Rb} 和 m_{K} 分别代表 ^{87}R 和 ^{40}K 的单原子质量。

在 QUIC 阱的最低点附近，磁场分布与标准的 Ioffe-Prichard 磁阱是相似的^[15]，

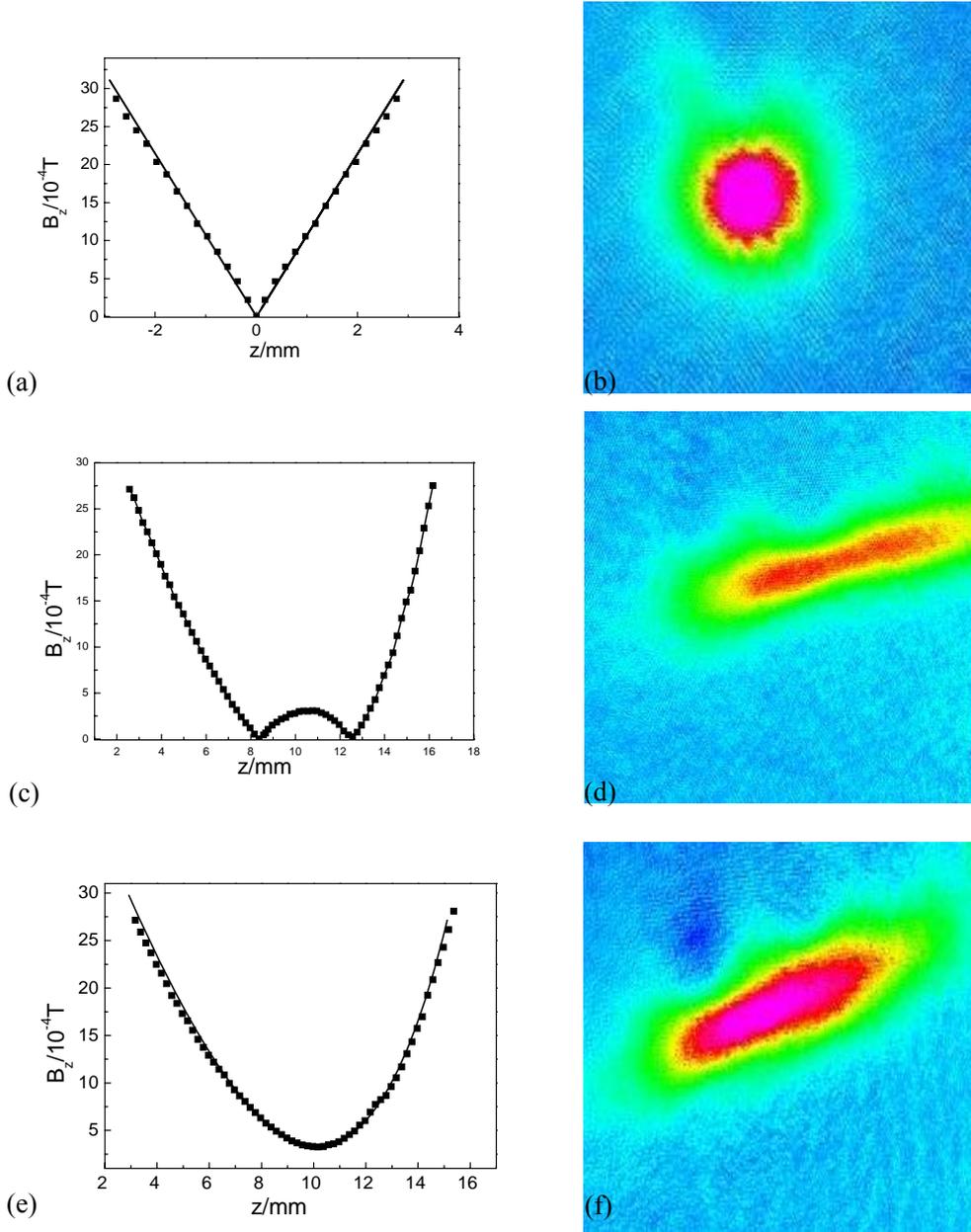


图 2.9 四极线圈电流为 25.1A 时,第二组线圈组合的四极磁阱向 QUIC 磁阱的转变过程。(a)(c)(e)图为数值模拟(线)与实验数据(黑点)的对比, (b)(d)(f)图为与(a)(c)(e)相应的原子吸收成像的照片。Ioffe 线圈的电流从上而下分别为 0A, 33A 和 35A。(c)(e)相对于(a), 成像系统分别移动了约 7mm 和 9mm。

为标准的简谐势阱。我们可以把四极磁阱势写为

$$U(\vec{r}) = \mu B_0 + \frac{m}{2}(\omega_z^2 z^2 + \omega_\rho^2 \rho^2)$$

\vec{r} 可以用 QUIC 阱的轴向 z 和径向 ρ 来标示, $\mu = m_F g_F \mu_B$ 为 $|F, m_F\rangle$ 态的原子的磁

距， B_0 为磁阱的最小值点。对于谐振势的给定方向的谐振频率可以表示为 $\omega = \sqrt{\mu B''/m}$ ， B'' 为这个方向的磁场曲率。

QUIC 阱的轴向曲率为 $B_z = B_0 + \frac{B_z'' z^2}{2}$ ，径向曲率为 $B_\rho'' = \frac{B_\rho'^2}{B_0} - \frac{B_z''}{2} \approx \frac{B_\rho'^2}{B_0}$ ，这

里的近似是由于实验中 $B_\rho' \gg B_0$ 。所以可以得出^[16]

$$\omega_z = \sqrt{\mu B_z''/m}$$

$$\omega_\rho = \sqrt{\mu B_\rho'^2/mB_0} = \sqrt{\mu/m} \times \sqrt{B_\rho'^2/B_0}$$

B_ρ' 为磁阱径向的磁场梯度， B_z'' 为 QUIC 磁场轴向的曲率， B_0 为磁阱的最小值点。

因为四极磁场的磁场梯度满足这样的关系 $B_x' = B_y'/2$ ，其中 B_x' 为四极磁场的轴向。

对于 QUIC 磁阱，径向的磁场梯度完全由四极磁场提供，所以 $B_\rho' = \sqrt{B_x' \times B_y'} = B_y'/\sqrt{2}$ 。

对于 $|F=2, m_F=2\rangle$ 的 ^{87}Rb 原子， $g_F = \frac{1}{2}$ ， $\sqrt{\mu/m} = 2\pi \cdot 1.2765 \text{ Hz}$ 。

对于 $|F=\frac{9}{2}, m_F=\frac{9}{2}\rangle$ 的 ^{40}K 原子， $g_F = \frac{2}{9}$ ，有 $\mu_K = \mu_{\text{Rb}}$ ，所以

$$\omega_K/\omega_{\text{Rb}} = \sqrt{m_{\text{Rb}}/m_K} \approx 1.47。$$

我们实验上采用三台电源 (Delta SM-45D) 供电，如图所示。在装载原子阶段，四极电源独立为四极线圈供电，这样四极线圈组成四极磁阱。随着总电源的打开，Ioffe 线圈电流的加大，当总电源在四极线圈两端的电压与四极电源在四极线圈两端的电压相等时，关闭四极电源。此时，四极线圈和 Ioffe 线圈中电流相同，它们共同组成 QUIC 磁阱。在转移原子过程中，我们打开 Ioffe 电源，同时降低总电源的电压，实现冷原子的空间转移。在光阱中操控原子之间的相互作用时，我们需要采用电路如图所示的虚线部分。通过四个开关巧妙的变换，使得四极线圈从反亥姆霍兹组态变为亥姆霍兹组态，从而提供均匀的磁场，实现原子之间相互作用的调节。

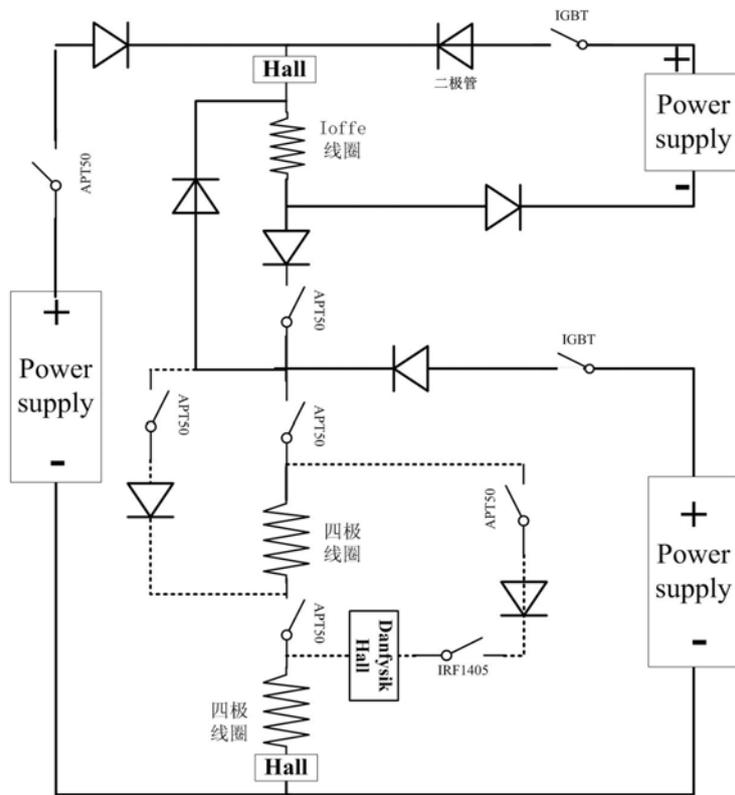


图 2.10 磁场电流控制电路。Hall 为霍尔元件，检测线圈中的电流。

2.2 射频微波装置

激光冷却原子之后，为了进一步冷却，用的唯一方法就是蒸发冷却，而射频微波蒸发是常用的冷却手段。在这里简单介绍一下我们实验上射频和微波产生的实验装置。

图为射频产生的示意图。射频信号源(SRS, DS-345)产生的信号，经过幅度调节器(Minicircuits, PAS-150)，随后在通过开关，输入到功率放大器(Minicircuits) 放大后耦合到自制的射频天线上，为了匹配阻抗，在天线前串联了一个 50 欧姆的电阻。由于实验中射频频率在 30KHz 和 30MHz 之间，BNC 同轴电缆就可以满足要求，但需要使用屏蔽电缆。

图 B 为射频产生的示意图。微波信号源(Agilent, 5183 MXG)产生的信号,通过开关(Minicircuits, ZFSHA-1-20)，输入到功率放大器(Minicircuits, ZVE-8G+) 放大后通过波导同轴转换器(Vetor Telecom, HD-70SMAK)耦合在矩形波导上，为了防止微波信

号反馈损坏放大器，我们在放大器后使用了隔离器(Aerotek, H13-1FFF)。由于实验中微波频率使用在 1GHz 和 12GHz 之间，信号传输采用同轴电缆(Minicircuits, CBL-4FT-SMSM+)就可以满足要求。

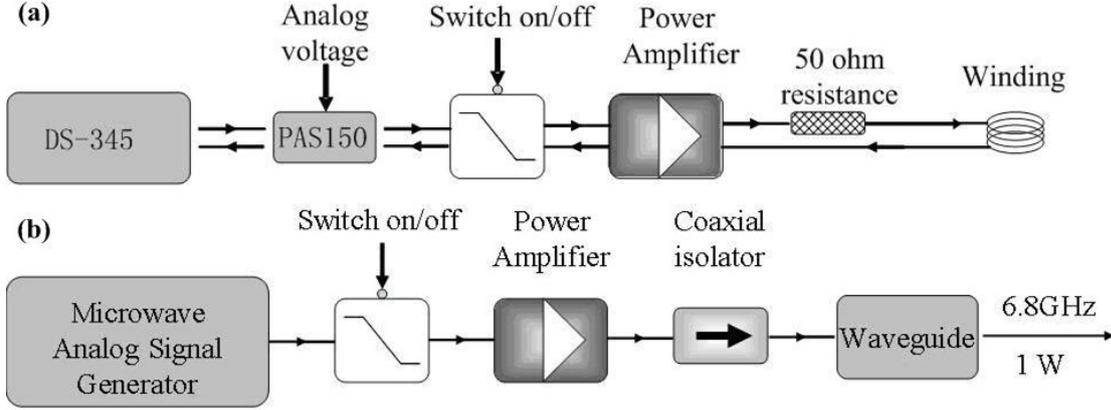


图 2.11 (a)射频蒸发系统示意图; (b)微波信号产生和放大系统的示意图

实验中微波射频放置的位置如图 2.12，射频线圈放置在紧贴上四极线圈的内壁，同时靠近玻璃 cell 的上壁，以期获得最大的耦合效率。微波的波导放置在 Y 方向上，垂直于 QUIC 阱的轴向，也就是原子团的极化方向(Z 轴)。实验中微波的天线在波导同轴转换器内，平行于波导的短轴方向，微波信号的电场振荡方向平行于短轴方向(Z 轴)，而磁场振荡方向平行于波导的长轴方向(X 轴)，信号的传播方向在 Y 轴上，正好垂直于原子团的极化方向。

射频和微波的信号可以看作线偏振的^[17]

$$\vec{B}_{RF}(t) = B_0 \cdot \cos(\omega t) \hat{e}_{RF}$$

由射频信号导致的 $|F, m_F\rangle$ 和 $|F, m_F \pm 1\rangle$ 之间的跃迁，耦合矩阵元为

$$(1/4) \cdot g \mu_B \cdot B_0 \left(\hat{e}_{rf} \times \hat{e}_z \right) \sqrt{F(F+1) - m_F(m_F+1)}$$

g 为朗道因子， \hat{e}_z 为原子团的量化轴， B_0 跃迁位置的磁场值，我们可以看出当射频信号磁场振荡方向与原子团量化轴垂直时，可以实现最大耦合。

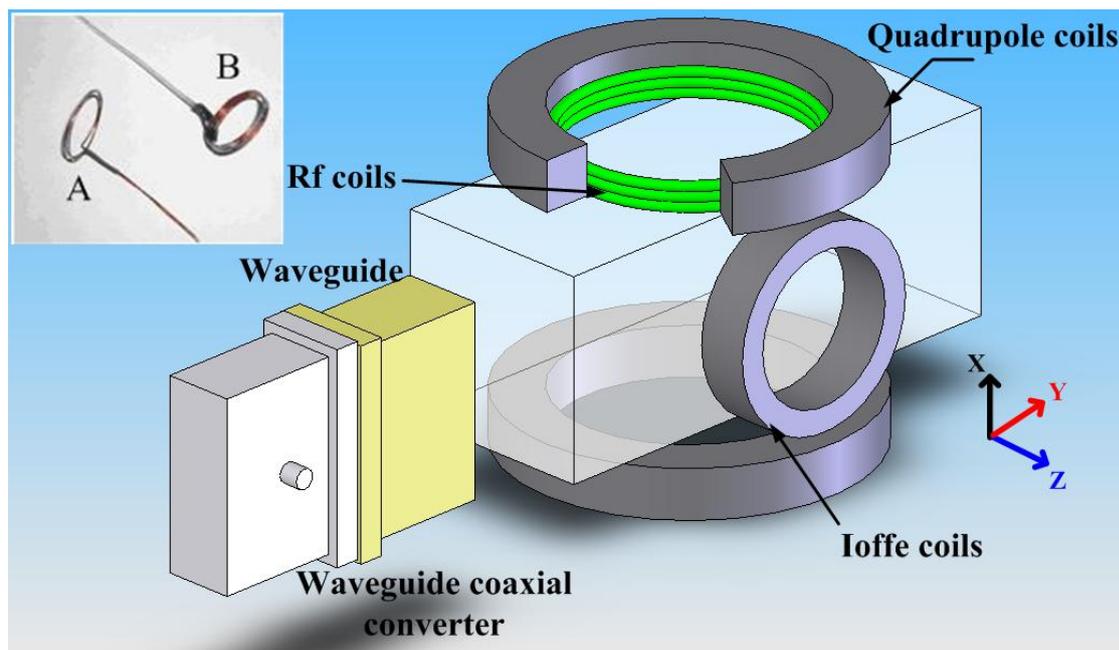


图 2.12 射频微波蒸发冷却的示意图，图中已标出了射频线圈和微波器件。指示处它们与四极线圈，Ioffe 线圈，和玻璃 cell 的相对位置。图中插入的为实验中射频线圈的图片。

2.3 预冷却过程

实验上在 MOT2 俘获足够的原子后，原子团要经历压缩磁光阱(CMOT)，偏振梯度冷却(Molasses)，光学抽运(Optical pump) 和冷原子团的转移到 QUIC 阱中进行展开蒸发冷却。具体的实验过程已经在以前的博士论文^[8,9,10]中有大量的描述，这里简单地就每个实验阶段的原子参数，磁阱参数做一下比较。

在 MOT2 中我们采用六束光来俘获原子，磁场梯度 9G/cm，俘获的原子数 10^9 个 ^{87}Rb 原子和 $3 \cdot 10^7$ 个 ^{40}K 原子。温度约为 $500 \mu\text{K}$ 。

为了提高冷原子的空间密度，压缩磁光阱通过关闭推送光(Push laser)，提高四极阱的磁场梯度从 9G/cm 到 30G/cm，压缩了势阱的体积实现了提高密度的目的。同时将铷原子的冷却光频率从失谐-19.2MHz 增大到-30MHz，钾原子的冷却光频率从失谐-14.6MHz 增大到-19MHz，光强降低为原来的 90%。这样避免了由于原子密度升高原子之间间距变小，更加容易吸收其他原子放出的荧光，最终导致温度升高，造成原子数目下降。

偏振梯度冷却阶段我们需要先关闭四极磁场，同时增大铷原子冷却光的失谐到 -48MHz。钾原子的冷却光频率失谐保持不变，光强保持不变。由 $\sigma^+ - \sigma^-$ 偏振结

构的对射冷却光进行偏振梯度冷却(Polarizatio gradient cooling; Sisyphus cooling)^[18]。相关理原理在很多原子物理学^[19]中都有所涉及。在这个冷却阶段，由于原子受到冷却光的辐射压力对磁场非常敏感。所以补偿 MOT2 周围杂散磁场就非常重要，实验上用 X、Y、Z 三个方向的补偿地磁场线圈来实现。在六束光平衡的前提下，可以看到监视屏上原子团均匀而缓慢地扩散，此时三个方向的补偿磁场才调节适当。这里由于原子团是铷钾混合，控制此阶段的时间十分重要，最佳时间 5ms。较长时间引起钾原子数目的大幅度减少，原子团温度约 $40 \mu\text{K}$ 。

在进行原子团转移之前，我们还要进行光学抽运，使原子团实现自旋极化。我们的目的是将 ^{87}Rb 制备到超精细态 $|F=2, m_F=2\rangle$ ， ^{40}K 制备到超精细态 $|F=9/2, m_F=9/2\rangle$ ，这样可以保证在接下来的四极阱中拥有最大的原子装载率。因为这两个超精细态都是低场趋近态，并且对自旋交互非弹性碰撞是免疫的。在实验上，我们关闭了所有偏振梯度阶段的冷却光，打开沿 z 轴的导向磁场为原子团提供一个量化轴，这个磁场强度仅为几高斯。紧接着迅速打开泵浦光照射 0.2ms。泵浦光为 σ^+ 偏振光分别与 ^{87}Rb 的 $F=2 \rightarrow F'=2$ 跃迁， ^{40}K 的 $F=9/2 \rightarrow F'=9/2$ 跃迁共振。

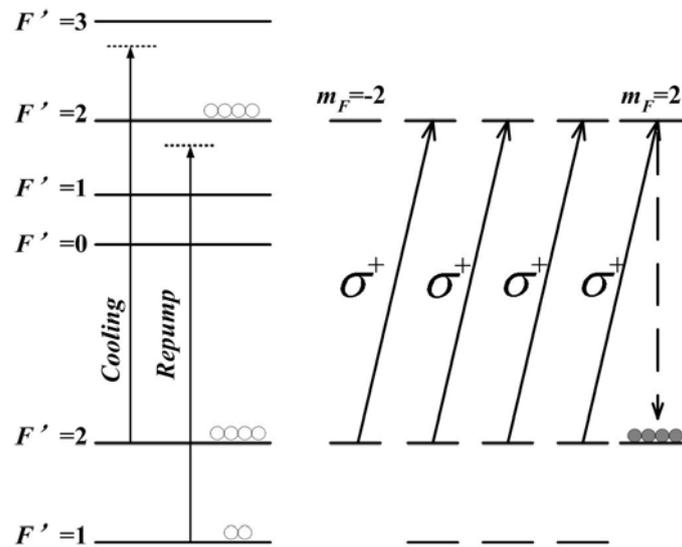


图 2.13 实验中光学泵浦示意图。空心圆圈为泵浦前和中的原子分布，实心圆圈为泵浦后的原子分布。

以 ^{87}Rb 为例，由于原子经过偏振梯度冷却后，原子分布在 $F=2, F'=2$ 态上。

在 σ^+ 偏振光的作用下，处在 $|F = 2, m_F = i\rangle$ 的原子被泵浦到 $|F' = 2, m_F = i + 1\rangle$ 态，然后原子会自发跃迁到基态超精细能级 $F = 1, F = 2$ 上，遵守跃迁选择定理

$\Delta F = 0, \pm 1$ 。自发跃迁到态 $F = 1$ 的原子在随之打开的 Repump 光的作用下重新参与光泵浦循环过程；自发跃迁到态 $F = 2$ 的原子重新被泵浦，最终抽运到 $|F = 2, m_F = 2\rangle$ 。在泵浦过程中，由于原子团的密度分布，优化一个合适的泵浦光强及时间是十分重要的，可以使原子完全抽运到所要求的超精细态。

我们迅速打开四极磁场，在 10ms 内四极电流增大到 15A，磁场轴向梯度得到 100G/cm，这样我们可以最大地装载光学泵浦后的原子。在经过 600ms，电流加大到 31A，实现对俘获原子的绝热压缩。接下来，我们打开总电源开关，加大电压来增加 Ioffe 线圈的电流，同时保持四极电源电压不变，实现了四极阱向 QUIC 磁阱的转变。当 Ioffe 电流中的电源增大到 31A 时，我们关闭四极电源。此时四极线圈和 Ioffe 线圈由总电源同时供电，在将电流增加至 32.5A。单一电源供电降低了电流噪声，提高了磁场的稳定度，完全满足实验上的精度要求。具体的原子随磁阱转移的情况已经在先前的文中讨论，这里不在重复。QUIC 磁阱与四极磁阱中心相距 12mm。最终在 QUIC 阱中俘获了 10^8 个 ^{87}Rb 原子和 $5 \cdot 10^6$ 个 ^{40}K 原子，温度约为 $200 - 300 \mu\text{K}$ 。这为我们下一步蒸发冷却提供了较好的实验平台。

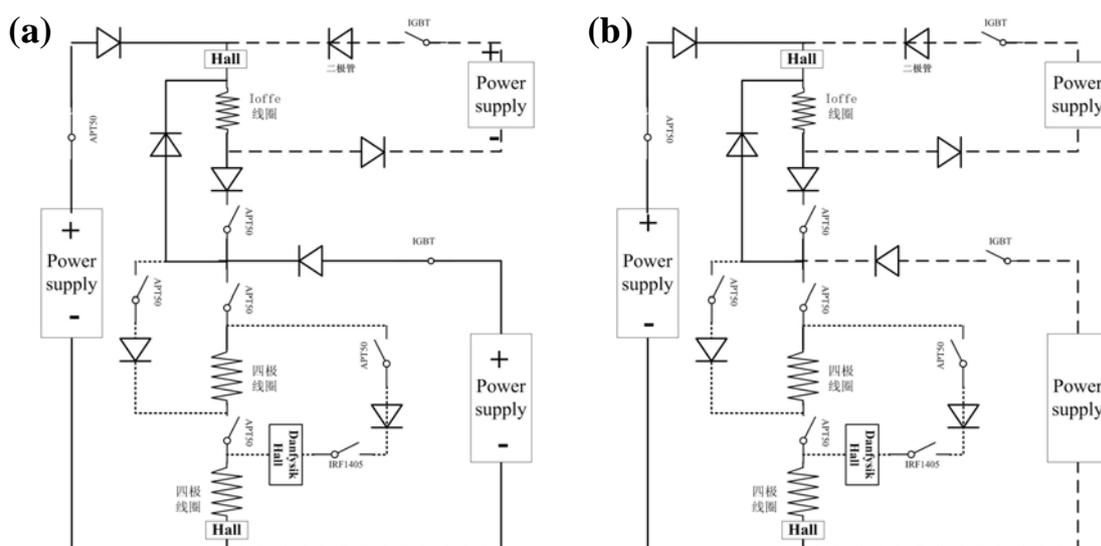


图 2.14 (a)四极磁阱向 QUIC 磁阱转化时磁场电流控制电路。Hall 为霍尔元件，检测线圈中的电流，虚线部分为无电流通过。(b) QUIC 磁阱时磁场电流控制电路。

2.4 射频微波蒸发

激光冷却原子的极限温度小于 $1\ \mu\text{K}$ ，实验上我们得到的温度区域在 $20\ \mu\text{K}$ 附近。为了进一步冷却原子进入nk量级，人们不断地探索寻找新的冷却技术。在1985年，Harald Hess 在理论上提出了新的冷却方法：蒸发冷却^[20,21]。初始的蒸发尝试只在H原子中进行。只到1994年，蒸发冷却技术才结合激光冷却原子技术由Davis和Petrich等人推广到冷却其他碱金属原子。这个推广迅速打开了通向量子区域的大门。在1995年美国科罗拉多大学的埃里克·康奈尔（Eric A.Cornell）教授、美国麻省理工学院的沃尔夫冈·克特勒（Wolfgang Ketterle）教授和美国科罗拉多大学的卡尔·维曼（Carl E. Wieman）教授在 ^{87}Rb 和 ^{23}Na 中采用这种冷却方法直接观测到了冷原子向玻色爱因斯坦凝聚态的转变^[22,23]。1999年D. S. Jin教授等人在 ^{40}K 中观测到了费米气体进入到量子区域的实验现象^[24]。一直到现在，蒸发冷却方法始终做为中性原子通向量子简并区域的主要途径。

蒸发冷却方法不但操作简单，而且可以工作在很宽的温度和密度区域。在实验中，我们需要考虑的主要问题是原子热弛豫的时间，或者说热平衡时间(the thermalization time) 要比原子团的寿命要短的多。原子团的寿命主要取决于原子阱的损失或加热过程，而损失或加热过程又与真空气室和磁阱的稳定密切相关，或者说原子团的寿命受到非弹性碰撞的限制。因为原子之间的弹性碰撞是蒸发冷却所必须的，决定了热平衡过程，所以弹性碰撞与非弹性碰撞的比率决定了蒸发冷却的极限。对于碱金属原子来说，蒸发冷却的极限是PK(picokelvin)量级。到目前为止，实验上可以得到的温度可以到几个nk。为了实现解释高温超导原理，理论学家提议需要冷却到蒸发冷却的极限温度。克服所有实验技术上的难题从而得到冷却极限温度依然是一个巨大的挑战^[25]。

蒸发冷却一个常被提及的缺点是它是以损耗原子为代价的，但是实验上发现蒸发冷却的效率是相当高的^[17]，通过冷却，原子团的相空间密度可以增长六个数量级而仅仅损耗1%的原子。

对于俘获在保守势中的原子，通常采用的蒸发方法有射频(rf, radio frequency)、微波(mw, microwave) 和 circle of death的技术^[26]。这里主要介绍射频和微波蒸发冷却技术。它们有选择地将高能原子从束缚态转移到非束缚态，如图2.15所示。射频蒸发是引发原子跃迁从 $|F, m_F\rangle$ 到 $|F, m_F - 1\rangle$ ，原子处在共振条件：

$$g_F \mu_B B(x) = \hbar \omega_{rf}$$

其中 $B(x)$ 为原子所在位置的磁场值, μ_B 为玻尔磁距, ω_f 为射频场的频率, g_F 为朗道因子。对于 $|2, 2\rangle$ 态的 ^{87}Rb , $g_F = 1/2$; 费米子 $|9/2, 9/2\rangle$ 态的 ^{40}K , $g_F = 2/9$ 。

微波蒸发是引发原子跃迁从 $|F, m_F\rangle$ 到 $|F-1, m_F-1\rangle$, 原子处在共振条件:

$$\hbar\omega_{hf} + g_F(2m_F - 1)\mu_B B(x) = \hbar\omega_{mw}$$

对 ^{87}Rb $\omega_{hf}/2\pi$ 为超精细分裂 $\sim 6.8\text{GHz}$, ω_{mw} 为微波场的频率。

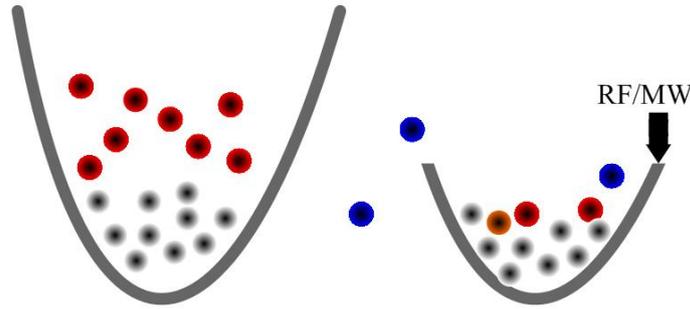


图 2.15 蒸发冷却的示意图, 左图为蒸发冷却前的 QUIC 阱中原子分布示意图; 右图为蒸发冷却过程中。实心红圈代表热原子, 实心黑圈代表冷原子(在束缚态), 实心蓝圈代表吸收 RF/MW 光子后原子自旋反转到非束缚态的原子。

2.4.1 射频蒸发冷却

玻色子 ^{87}Rb 和费米子 ^{40}K 混合气体量子简并的实现是通过蒸发冷却玻色子 ^{87}Rb 实现玻色-爱因斯坦凝聚(BEC), 同时采用“共同冷却”(sympathetic cooling)的技术使费米子 ^{40}K 达到量子简并(DFG)^[1]。这个冷却方法克服了自旋偏振费米气体在超冷温度由于缺少 s 波碰撞无法进一步冷却的困难。这个困难也可以采用制备费米气体到不同超精细态再进行蒸发冷却来克服。我们分别研究了射频(radio frequency) 和微波(microwave frequency) 导致的蒸发冷却混合气体^[27]。

首先我们研究射频蒸发冷却, 对于纯 ^{87}Rb 的原子样品, 实验上在 43s 内, 扫描射频信号从 30MHz 到 1MHz。高能量原子吸收射频光子自旋反转到高场趋近态 $|F=2, m_F=-1\rangle$, $|F=2, m_F=-2\rangle$ 而被抛出阱外, 剩下的原子经过热弛豫过程得到热平衡到了更低的温度, 整个原子系统的原子分布与速度满足 Maxwell-Boltzmann 分布。实验中 ^{87}Rb 原子的相变温度为 $T_C \approx 500\text{nk}$, 我们可以得到纯的 BEC, 原子数约为 2×10^5 。

当冷却 ^{87}Rb 和 ^{40}K 混合气体时, 在 QUIC 阱中俘获了 10^8 个 ^{87}Rb 原子和 5×10^6

个 ^{40}K 原子，温度约为 $200 - 300 \mu\text{K}$ 。对于 $|F=2, m_F=2\rangle$ 态的 ^{87}Rb 原子和 $|F=9/2, m_F=9/2\rangle$ 态 ^{40}K 原子拥有相同的磁距 $\mu_K = \mu_{\text{Rb}}$ 。对 ^{40}K 原子来说，由于相对大的核自旋 ($I=4$)，它拥有 10 个自旋态，远大于 ^{87}Rb 原子的五个自旋态，如图所示。我们知道在相同磁场处铷钾拥有不同的 Zeeman 分裂， ^{87}Rb 的分裂为 ^{40}K 的分裂的 2.25 倍。这就导致蒸发冷却过程中，射频光子只引起 ^{87}Rb 的自旋反转，而对 ^{40}K 可以说毫无影响。

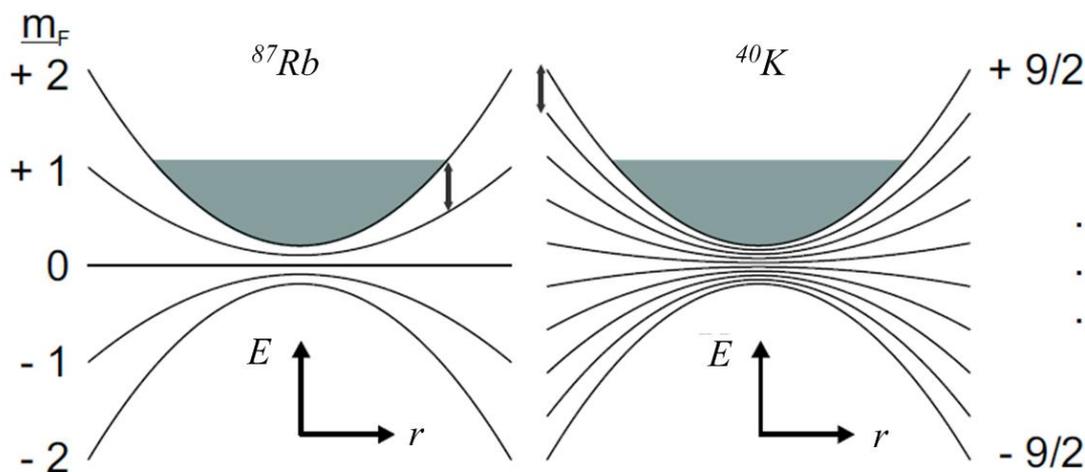


图 2.16: 在相同谐振势中的 ^{87}Rb 和 ^{40}K 原子的超精细 Zeeman 子能级。图中的黑色区域分别代表在 $|F=2, m_F=2\rangle$ 态的铷原子和在 $|F=9/2, m_F=9/2\rangle$ 态的钾原子，热平衡后它们拥有相同的能量。图中相同半径内的位置 ^{40}K 原子的 Zeeman 分裂比 ^{87}Rb 原子的 Zeeman 分裂要小得多。箭头标明了射频光子导致 ^{87}Rb 实现 Zeeman 跃迁，却对 ^{40}K 毫无影响。

当原子团冷却到 $< 1 \mu\text{K}$ 时，磁阱中的原子团很小密度很高。为了准确地得到原子的信息，我们通常关闭磁阱使 ^{87}Rb 原子自由飞行 25ms， ^{40}K 原子自由飞行 8--15ms。再用探测光照射，CCD (Charge coupled devices) 成像，得到原子团的二维光学密度分布。在从中提取出原子数，原子温度，轴向和径向宽度等信息。具体分析方法参照下一节的描述。在量子简并费米气体有 $8 \cdot 10^5$ 个 ^{40}K 原子，相应的费米温度 $T_F = 981 \text{ nK}$ ，实际温度为 461 nK，费米简并参数 $T/T_F = 0.48$ 。

在这里简单介绍一下在一次实验过程中同时探测 ^{40}K 原子和 ^{87}Rb 原子的成像方法。实验中 CCD 的成像区域为 $1024 \cdot 1024$ ，1024 为像素点的个数。CCD 上每个像素点为 $13 \cdot 13 \mu\text{m}^2$ ，我们采用的成像系统放大率为 3.3 倍，所以每个像素点成像原子团平面的 $3.9 \cdot 3.9 \mu\text{m}^2$ 内的信息，整个成像平面为 $4 \text{ mm} \cdot 4 \text{ mm}$ 。在成像时，我们将成像区

域分为三部分，每部分为 1024×341 。最上面的，第一个区域为成像区域(Image area)，另外两个区域为储存区域(Storage area)，分别储存 ^{40}K 和 ^{87}Rb 。

实验中一个成像序列，主要分为三个步骤。第一个包括两个吸收成像对 ^{87}Rb 和 ^{40}K 。在关闭磁阱 5ms 后，开始探测 ^{40}K ，提前 $100 \mu\text{s}$ 给 CCD 一个外部触发信号，CCD 打开 $500 \mu\text{s}$ ，在这段时间内钾的探测光用 AOM 控制打开 $60 \mu\text{s}$ 。然后 CCD 曝光区域的数据向下 341 个像素点，由于 CCD 在 FKS 模式下的像素移动速率为 $4 \mu\text{s}/\text{Pixel}$ ，这样数据的移动需要 $340 \times 4 \mu\text{s} = 1360 \mu\text{s}$ 。当 Rb 原子飞行 20-30ms，开始探测 ^{87}Rb ，提前 $100 \mu\text{s}$ 给 CCD 一个外部触发信号，CCD 打开 $500 \mu\text{s}$ ，在这段时间内铷的探测光用 AOM 控制打开 $60 \mu\text{s}$ 。然后 CCD 曝光区域的数据向下 341 个像素点。这样 ^{40}K 的成像信息储存在储存区域 2， ^{87}Rb 的成像信息储存在储存区域 1。此后，在大约 250ms 内整个存储信息从 CCD 中读出。

紧接着，我们进行第二个步骤，得到参考信息。同第一步一样重复只是此时没有原子成像。当参考信息从 CCD 中读出后。进入最后一步，得到背景信息。这样整个 FKS 成像序列结束。经过计算机处理，得到 ^{40}K 和 ^{87}Rb 的二维光学密度分布。

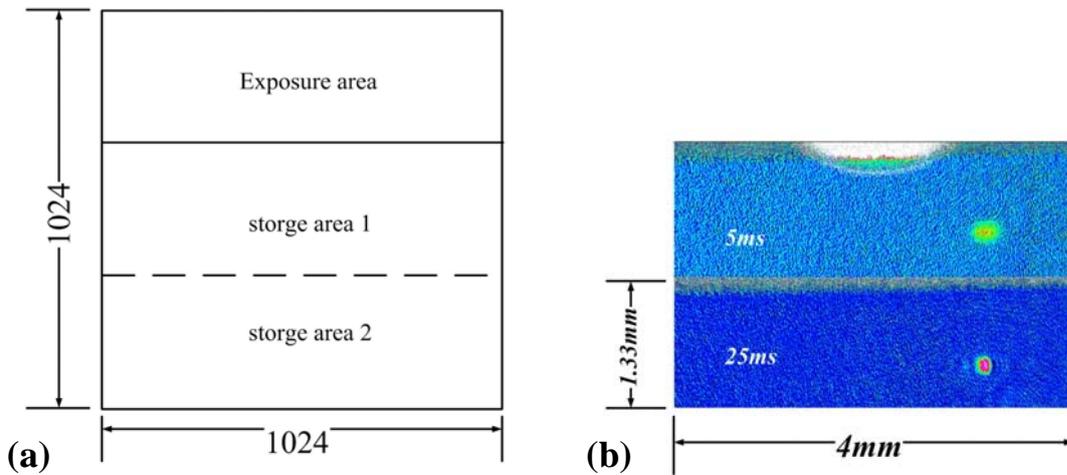


图 2.17 (a)FKS 模式下，CCD 像素点的设置；(b) FKS 模式下，铷钾的吸收成像。

2.4.2 微波蒸发冷却

我们讨论微波蒸发冷却的情形，依旧先考虑只有 ^{87}Rb 原子，微波信号将处在 $|F = 2, m_F = 2\rangle$ 态(低场趋近态)的 ^{87}Rb 原子自旋反转到 $|F = 1, m_F = 1\rangle$ 态(高场趋近态)上，如图所示。在 37.4s 内微波频率分段从 6.9GHz 扫描至 6.8372GHz。在蒸发冷却最后阶段，我们尽力优化微波的信号和频率后，发现始终无法得到纯的 BEC，仅

仅得到一个原子样品，同时拥有凝聚体和热原子，总原子数为 2.03×10^{28} 。这种情形是由 $|F=2, m_F=1\rangle$ 态(低场趋近态)的 ^{87}Rb 原子大量存在所导致的。我们猜测 $|2,2\rangle$ 态的 ^{87}Rb 原子经微波作用跃迁到 $|1,1\rangle$ 态，由于 $|1,1\rangle$ 态为高场趋近态，会离开磁阱的最低点。当运动到某个磁场值点时， $|1,1\rangle \rightarrow |2,1\rangle$ 态的跃迁频率与微波信号频率共振，此时原子激发跃迁回 $|2,1\rangle$ 态。而 $|2,1\rangle$ 态为低场趋近态，原子在这里会大量布居。这种现象在文献[29,30]中也有观测到。

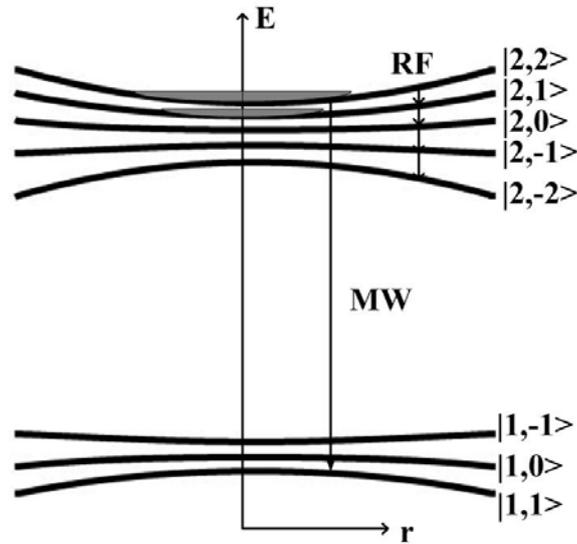


图 2.18 在超精细态 $|F=2, m_F=2\rangle$ 的 ^{87}Rb 微波和射频导致的蒸发冷却。RF 箭头表明射频信号导致的超精细态之间的跃迁。微波箭头表明微波信号导致的超精细态之间的跃迁。

当冷却 ^{87}Rb 和 ^{40}K 混合气体时，分段蒸发后让原子团热平衡 10ms，再关闭磁场飞行 1.2ms 然后吸收成像，与类似射频蒸发步骤的原子进行比较。这里的类似是指原子团冷却到相同温度。这种比较可以让我们清楚地看出微波蒸发冷却和射频蒸发冷却的区别。

从图 2.19 中我们可以看出在初始三步的蒸发阶段，钾原子团的光学密度发生了明显的增加，表明在高的温度下 ($100 - 10 \mu\text{K}$)，两种完全不同的蒸发冷却都是有效的。当混合气体冷却到 $10 \mu\text{K}$ 时，也就是第四步，观测到了在微波蒸发冷却下，钾原子团的原子数大量的减少并且光学密度明显降低；在射频蒸发中，钾原子团的光学密度有显著的增加。在最后蒸发阶段，射频蒸发冷却下 ^{40}K 进入到量子简并区域，而微波蒸发冷却的原子损失殆尽。这个现象，我们归因于 $^{87}\text{Rb} |F=2, m_F=1\rangle$ 原子

的存在与 ^{40}K 原子发生非弹性碰撞导致钾原子的大量损耗。

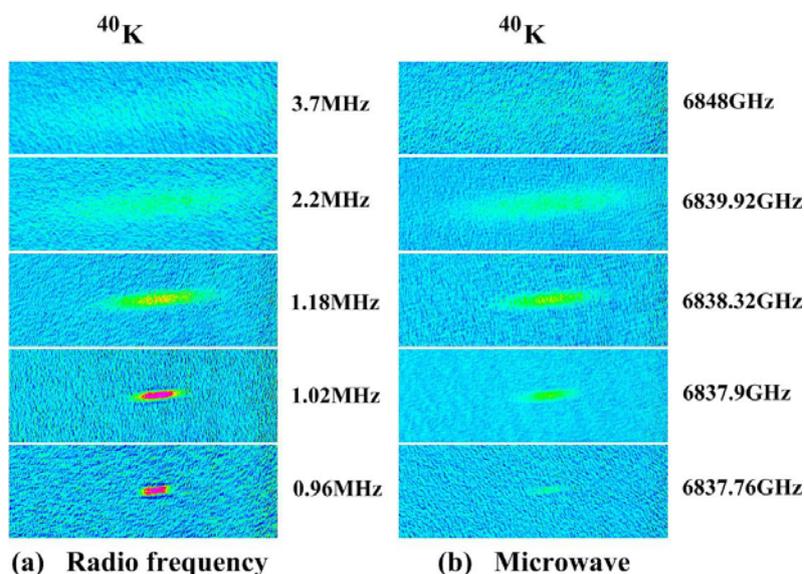


图 2.19 在 QUIC 阱 5 个不同的“共同冷却”阶段后 ^{40}K 的飞行吸收成像。(a)为射频导致的蒸发冷却；(b)为微波导致的蒸发冷却；

在微波蒸发冷却中， ^{87}Rb $|F=2, m_F=1\rangle$ 原子的存在是由于 $|1,1\rangle$ 态的原子由微波重新激发跃迁到 $|2,1\rangle$ 的。在 Stern-Gerlach 场的作用下的吸收成像中，观测到了大量 $|1,1\rangle$ 态的原子存在，甚至超过了 $|2,2\rangle$ 态的原子，如图 2.20 (b)所示。在射频蒸发冷却中，也发现了少量 $|1,1\rangle$ 态的原子存在，图 2.20 (a)所示。它的存在归因于两个可能的途径：1) 在光学泵浦阶段不完全，没有将所有的原子传输到 $|2,2\rangle$ 超精细态上；2) 在射频蒸发冷却中，有射频导致的原子自旋反转。

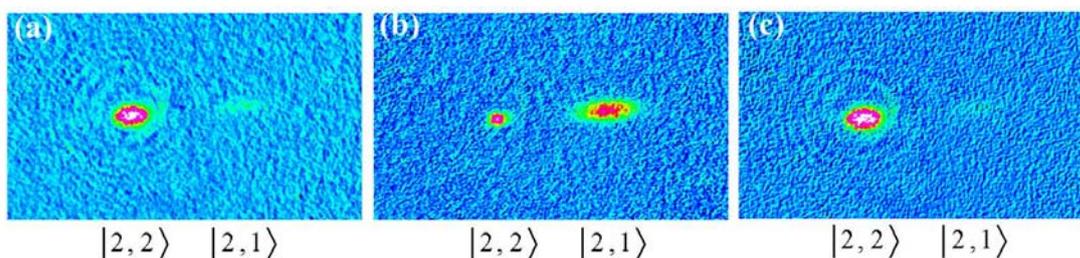


图 2.20 Stern-Gerlach 场作用下的在超精细态 $|2,2\rangle$ 和 $|2,1\rangle$ 的 ^{87}Rb 原子的飞行吸收成像(a)为射频导致蒸发冷却后的成像；(b)为微波导致蒸发冷却的成像；(c)为改进蒸发冷却后的成像。

对于微波蒸发冷却来说，必须将 $|2,1\rangle$ 态 ^{87}Rb 原子移出阱外，才能实现 ^{40}K 原子

的量子简并。一种方案，将另外一个微波信号频率固定在 $|2,1\rangle$ (低场趋近态) 和 $|1,0\rangle$ (非束缚态) 在磁场最低点的跃迁线上。这个方案已经用于微波蒸发冷却混合气体玻色子 ^{87}Rb 和费米子 ^6Li ^[29]，玻色子混合 ^{87}Rb 和 ^{133}Cs ^[30]。在射频蒸发冷却了，我们使用这种方法来净化 ^{87}Rb 原子。实验上我们得到了 $1 \cdot 10^6$ 个 K 原子在量子简并时。比较与单纯的射频蒸发，这种改进的方法增加了约 20% 的 K 原子数。但是在 Stern-Gerlach 场的作用下的吸收成像中，依旧观测到了少量 $|2,1\rangle$ 态 ^{87}Rb 原子，虽然已经少了很多。我们认为要绝对的移除它，需要更加精细地调节微波信号的频率，与 $|2,1\rangle$ 和 $|1,0\rangle$ 在磁场最低点的跃迁线共振。

2.5 量子简并的判据

2.5.1 BEC 产生的判据

实验上，我们采用吸收成像的方法来分析得到原子的信息，不论是热原子还是凝聚体。吸收成像给我们直接的信息是原子团飞行后密度的分布，它反映这原子在磁阱中的动量分布。

BEC 产生的一个重要判据是 Bimodal 的形成，意味着在相变温度附近热原子与凝聚体并存。因为在磁阱中凝聚体的尺寸很小，实验上必须突然关闭磁阱然原子团自由飞行 20---30ms 来做吸收成像。此时热原子的密度分布服从高斯分布，凝聚体的密度分布抛物线分布，所以我们用式来拟合探测到的原子团密度分布。

$$n(x) = n_{th} \left(\prod_{i=1}^3 e^{-x_i^2 / x_{i,th,0}^2} \right) + n_c \left(1 - \sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{x_{i,c,0}^2} \right)$$

如图 2.20 所示，点线（蓝）为实验数据，实线（红）为对凝聚体的抛物线拟合曲线，段线（青）为对热原子的高斯拟合曲线。

BEC 产生的另一个重要判据是飞行吸收成像 TOF(time-of-flight) 中 BEC 的各向异性。我们实验中，当飞行时间 $> 20\text{ms}$ 时，就可以看出 ^{87}Rb BEC 原子的各向异性了。对于热原子飞行得到的是一个各向同性的密度分布，表明不论磁阱如何变化，飞行足够的时间始终得到的是一个各向同性的密度分布。相变后得到的凝聚体却完全不一样，它各向异性的密度分布完全依赖于磁阱的各向异性。

对一个理想的玻色气体，原子之间没有相互作用，当它们处在系统的基态时，我们认为原子形成 BEC。扩散后的原子云的速度分布的宽度由海森堡不确定关系给出，与基态波函数的空间尺度成反比^[31]。

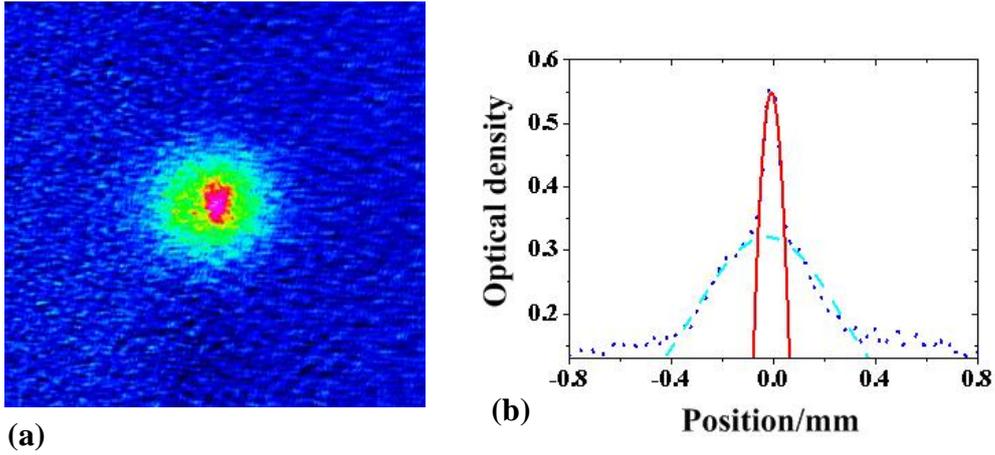


图 2.21 (a)飞行时间为 25ms 时, BEC 的吸收成像照片; (b)轴向的光学密度分布的实验数据和拟合结果。点线(蓝)为实验数据, 实线(红)为对凝聚体的抛物线拟合曲线, 段线(青)为对热原子的高斯拟合曲线。飞行时间为 25ms。

对一个弱相互作用的凝聚体, 囚禁在势阱中的 BEC 的形状有两个作用的平衡决定: 1) 磁阱的束缚作用; 2) 玻色原子之间平均长所造成的排斥相互作用。两者平衡使得凝聚体的半径远大于理想玻色气体处在凝聚态时在阱内的尺度, 也就是基态波函数的尺度。当磁阱关闭时, 原子的内能(平均场的能量) 转化为原子的动能: 有平均场引起作用于原子的力与平均场的梯度, 也就是密度分布的梯度。这意味着在各向异性的磁阱中, 比如实验中的 QUIC 阱 ($\omega_r(\omega_z) = 2\pi \times 179.3(16.3)Hz$), 径向的加速度要远远大于轴向, 飞行足够的时间后纵横比发生了颠倒。

飞行时间为 0 时, 轴向尺度大, 径向尺度小。两者满足这样的关系:

$$\frac{R_r(0)}{R_z(0)} = \frac{\omega_z}{\omega_r}$$

不断地飞行, 原子云由“雪茄型”变为了圆形, 飞行中满足这样的关系^[32,33]:

$$\eta(t) = \frac{R_r(t)}{R_z(t)} = \eta(0) \times \frac{\sqrt{1+t^2}}{1 + \eta(0)^2 [t \cdot \arctan t - \ln \sqrt{1+t^2}]}$$

飞行时间足够长, 纵横比满足:

$$\frac{R_r(t_F)}{R_z(t_F)} = \frac{2\omega_r}{\pi\omega_z}$$

以上的分析仅仅使用磁阱两个方向的频率相差很大的情形, 比如我们实验中的 QUIC 阱 $\omega_r \gg \omega_z$ 。对于两个方向频率相差不大的情形, 比如 Time-Orbiting Potential (TOP)

trap, 分析参考文献[34]。

2.5.2 DFG 产生的判据

费米气体温度降低的到量子简并时, 并不像玻色气体存在一个明显的量子相变特征(bimodal; 飞行时纵横比的颠倒)可以区分经典和量子区域, 而是经历一个从经典气体到费米海的逐渐变化。实验上需要通过适当的模型对费米子吸收成像的光学密度分布进行拟合, 从而得到准确的量子简并费米气体的重要参数 T/T_F , 来衡量费米气体的量子简并程度。

我们知道零温度的费米子分布,

$$f(\varepsilon) = \begin{cases} 1 & \varepsilon < E_F \\ 0 & \varepsilon > E_F \end{cases}$$

E_F 称为费米能, 费米子全部集居在小于费米能的能级。就像海水一样只存在海平面之下, 所以形象地称零温度的费米子系统为费米海, 如图 2.22 所示。

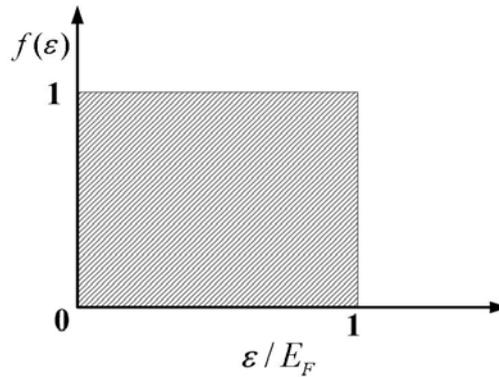


图 2.22 零温度时的费米分布

当费米气体得到量子简并时, 服从费米狄拉克(Feimi-Dirac)统计, 而在经典区域服从麦克斯韦玻尔兹曼统计。所以我们比较实验中得到的原子云密度分布和经典区域下相同数目的费米子在相同温度下的密度分布。

理论上量子简并费米气体飞行一段时间 t_E 后的二维密度分布为^[9,33,34], 也就是将原子云投影到二维平面, 比如 $x-y$ 平面上。

$$\begin{aligned} n(x, y) &= \int n(x, y, z) dz \\ &= -\left(\frac{1}{2\pi\beta^2 \hbar^2 \omega^2}\right)^{3/2} \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2} \times \sqrt{2\pi} Li_2(-e^{\beta\mu} \cdot e^{-\sum_{i=3}^{\infty} \frac{x_i^2}{2\sigma_i^2}}) \end{aligned}$$

其中 $\beta = \frac{1}{K_B T}$ ，其中 K_B 为玻尔兹曼常数， T 为系统温度。其中 $\varpi = \sqrt[3]{\omega_1 \omega_2 \omega_3}$

为磁阱的几何平均频率。

μ 为化学势，经常用逸度(fugacity) $\xi = e^{\beta\mu}$ 来代替。在高温区域 $K_B T \gg E_F$ ，有表达式

$$\mu(T, N) = -k_B T \times \ln E_F \left[6 \left(\frac{k_B T}{E_F} \right)^3 \right]$$

在低温区域 $K_B T \ll E_F$ ，有表达式

$$\mu(T, N) = E_F \left[1 - \frac{\pi^3}{3} \left(\frac{k_B T}{E_F} \right)^3 \right]$$

在零温度时 $\mu(0, N) = E_F$ 。其中 $E_F = \hbar \varpi (6N)^{1/3} = K_B T_F$ 对所有温度下都适用。

σ_i 为一段时间 t_E 飞行后费米气体在 i 方向上的空间密度分布宽度，满足

$\sigma_i^2 = \frac{1}{M \beta \omega_i^2} [1 + \omega_i^2 t_E^2]$ 。看出在长时间 ($\omega_i^2 t_E^2 \gg 1$) 的自由飞行后，原子团的纵横比

趋向于 1。

则实验中原子云对应的吸收成像光学密度分布为

$$OD(x, y) = A \cdot \frac{Li_2[-Exp[\ln(\xi) - \sum_{i=1,2} \frac{r_i^2}{2\sigma_i^2}]]}{Li_2[-Exp(\ln(\xi))]}$$

其中 $A = -\left(\frac{1}{2\pi\beta^2 \hbar^2 \varpi^2}\right)^{3/2} \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2} \sqrt{2\pi} Li_2[-Exp[\ln(\xi)]] \cdot \sigma$ ， σ 为原子的吸收截

面。拟合 CCD 成像得到的实验数据，得到参数 A ， σ_1 ， σ_2 ， ξ 。利用这些参数就可

以得到费米粒子数 N ， x, y 方向上的温度 T_1 、 T_2 。由原子数可以得到费米温度 T_F ，

以及两个方向上的费米简并参数 T_i / T_F 。由(fugacity) $\xi = e^{\beta\mu}$ 可以得到另一种费米简并参数的表示方式：

$$\frac{T}{T_F} = [-6Li_3[-\xi]]^{1/3} = \sqrt[3]{-1/(6Li_3[-\xi])}$$

这几种表示方法是相同，可以相互推导的，所以得到的简并参数是一样的。

实验上我们从图 2.23 (a) 相应的矩阵 (1024*1024) 就可得到费米气体的简并

参数为 $T_v/T_F=0.50$ 和 $T_h/T_F=0.48$ 。由参数 ζ 也得到费米气体简并参数为 $T/T_F=0.28$ 。这里的参数不相同是由于拟合得到的原子数的不确定度造成；也可能是由于 ^{40}K 能级具有相对小的超精细分裂(图 2.16 所示)，导致原子很快地跃迁到了其他超精细高场趋近态上，造成原子损失。

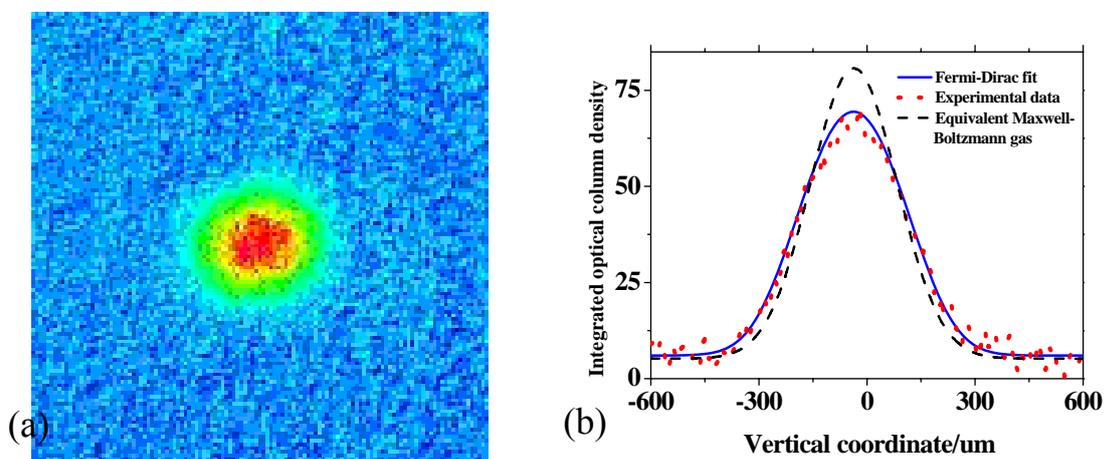


图 2.23 (a) ^{40}K 在达到费米简并时，12 ms 的时间飞行吸收成像。简并参数为 $T/T_F=0.5$; (b) 简并费米气体的一维轴向积分光学密度分布和拟合。点线(红)为实验数据，实线(蓝)为费米—狄拉克分布拟合，虚线(黑)为处于相同温度和粒子数下的经典气体的一维麦克斯韦-玻尔兹曼(Maxwell-Boltzmann)分布。

图 2.23 (b) 中点线表示 ^{40}K 在达到量子简并时实验上一维轴向积分光学密度分布，实线为费米—狄拉克分布拟合实验数据，虚线为处于相同温度和粒子数下的经典气体的一维麦克斯韦-玻尔兹曼(Maxwell-Boltzmann)分布。

我们可以清楚地看出，由于泡利不相容原理当费米子实现量子简并时费米压的存在，使费米气体比起经典气体(服从麦克斯韦-玻尔兹曼分布)在空间尺寸上有着明显的加宽，如图 2(b)所示。这成为判断费米气体是否达到量子简并的一个重要实验判据。

不论玻色气体还是费米气体，原子云飞行后的密度分布反映了在磁阱中原子在动量空间的分布。我们讨论一下它们在实现量子简并时，在动量空间分布上的不同，表现在这几个方面^[35]：(1) 在半经典的理论中，费米气体的动量分布式各项同性的不受束缚势的影响；BEC 的情况却完全不同，它动量的分布与凝聚体波函数富士变换(Fourier transform) 的平方有关，受俘获势形状的严重影响。(2) 随着原子系统中原

子的增多, BEC 的动量分布的宽度将变小; 费米子云的动量分布宽度将变大。这个截然不同的特性说明在 BEC 中根据海森堡不确定关系, 原子的波函数改变的为原子云的大小, 动量空间中相对的宽度 \hbar/R_l 。在费米气体中有泡利不相容原理, 原子的波函数改变的为原子的间距, 也可以说原子云的密度, 动量空间中的宽度在 $\sim \hbar/n_\sigma^{-1/3}$ 。

2.6 本章小结

本章介绍了 ^{87}Rb 和 ^{40}K 的精细结构, 超精细结构。简要地回顾了实验上的激光装置, 控制系统和蒸发装置, 重点描述了 MOT2 的磁场系统和磁场从四极阱向 QUIC 阱的转变, 以及射频和微波蒸发冷却。最后就玻色气体和费米气体得到量子简并时的实验判据分别作了讨论。

参考文献

- [1] Xiong De-Zhi, Chen Hai-Xia, Wang Peng-Jun, Yu Xu-dong, Gao Feng and Zhang Jing, Quantum Degenerate Fermi–Bose Mixtures of 40K and 87Rb Atoms in a Quadrupole-Ioffe Configuration Trap, *Chin. Phys. Lett.* 25, 843 (2008).
- [2] Stephan Falke, Eberhard Tiemann, Christian Lisdat, Harald Schnatz, and Gesine Grosche, Transition frequencies of the D lines of 39K, 40K, and 41K measured with a femtosecond laser frequency comb, *Physical Review A* 74,032503(2006).
- [3] T.G. Tiecke, Properties of Potassium, available online at <http://staff.science.uva.nl/~tgtiecke/PotassiumProperties.pdf>
- [4] Daniel A. Steck, Rubidium 87 D Line Data, available online at <http://steck.us/alkalidata> (revision 2.1.4, 23 December 2010).
- [5] Jun Ye, Steve Swartz, Peter Jungner, and John L. Hall, Hyperfine structure and absolute frequency of the ^{87}Rb $5P_{3/2}$ state, *Optics Letters* 21, 1280 (1996).
- [6] S. Bize, Y. Sortais, M. S. Santos, C. Mandache, A. Clairon, and C. Salomon, High-accuracy measurement of the ^{87}Rb ground-state hyperfine splitting in an atomic fountain, *Europhysics Letters* 45, 558 (1999).
- [7] E. Arimondo, M. Inguscio, and P. Violino, Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms, *Rev. Mod. Phys.* 49 31(1977).
- [8] 卫栋, $^{87}\text{Rb}-^{40}\text{K}$ 玻色费米混和气体磁光阱的实验研究, 博士论文, 山西大学, (2007).
- [9] 陈海霞, $^{87}\text{Rb}-^{40}\text{K}$ 玻色费米混和气体量子简并的实现, 博士论文, 山西大学, (2009).
- [10] 熊德智, ^{87}Rb 和 ^{40}K 玻色费米量子简并混合气体在磁阱和光阱中的操控, 博士论文, 山西大学, (2010).
- [11] 卫栋, 陈海霞, 熊德智, 张靖, $^{40}\text{K}-^{87}\text{Rb}$ 原子冷却的半导体激光器系统, *物理学报* 55 6342(2006).
- [12] Wei Dong, Xiong De-Zhi, Chen Hai-Xia, Wang Peng-Jun, Guo Lu and Zhang Jing, Simultaneous magneto-optical trapping of fermionic ^{40}K and bosonic ^{87}Rb atoms, *Chin. Phys. Lett.* 24, 1541 (2008).
- [13] 王鹏军, 陈海霞, 熊德智, 于旭东, 高峰, 张靖, 实现玻色-费米混合气体量子

简并的四极Ioffe组合磁阱设计, 物理学报 57 4840(2006).

[14] Bergeman T, Erez G, Metcalf H J, Physical Review A 35, 1535(1987).

[15] D. Pritchard, Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy, Phys. Rev. Lett., 51, 1336(1983).

[16] Todd Philips Meyath, Experiments with Bose-Einstein condensation in an optical box, Ph. D thesis, University of Texas at Austin, (2005).

[17] W. Ketterle and N. J. Van Druten, Adv. At. Modl. Opt. Phys. 37, 181(1996).

[18] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradient: simple theoretical models, J. Opt. Soc. Am. B 6, 2023(1989).

[19] C. J. Foot, Atomic physics, Oxford, Oxford university press, 2005, 203-207.

[20] H. F. Hess, ,Bull. Am. Phys. Soc. **30**, 854 (1985).

[21] H. F. Hess, Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen, Phys. Rev. B **34**, 3476 (1986).

[22] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman and E. A. Cornell, Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor, Science, 269, 198(1995).

[23] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn and W. Ketterle, Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms, Phys. Rev. Lett., 75, 3969(1995).

[24] B. DeMarco and D. S. Jin, Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas, Science, 285, 1703(1999).

[25] Insights flow from ultracold atoms that mimic Superconductors, Science, 319, 1180(2008)

[26] D. Ciampini, E. Courtade, C. Sias, D. Cossart, G. Carelli, F. Mango, O. Morsch and E. Arimondo, Opt. Commun., 257, 340(2006).

[27] Wang Peng-jun, Xiong De-Zhi, Fu Zheng-Kun and Zhang-Jing, Experimental investigation of evaporative cooling mixture of bosonic ^{87}Rb and fermionic ^{40}K atoms with microwave and radio frequency radiation, Chin. Phys. B, 20, 016701(2011).

[28] Xiong De-Zhi, Wang Peng-jun, Chen Hai-xia and Zhang-Jing, Evaporative cooling Rubidium atoms with Radiation, Chin. Opt. Lett., 8 351(2010).

[29] C. Silber, S. Gunther, C. Marzok, B. Deh, Ph.W. Courteille, and C. Zimmermann,

Quantum-Degenerate Mixture of Fermionic Lithium and Bosonic Rubidium Gases, *Phys. Rev. Lett.*, 95, 170408(2005).

[30] M Haas, V Leung, D Frese, D Haubrich, S John, C Weber, A Rauschenbeutel and D Meschede, Species-selective microwave cooling of a mixture of rubidium and caesium atoms, *New J. Phys.*, 9 147(2007)

[31] D. S. Durfee and W. Ketterle, Experimental studies of Bose-Einstein condensation, *Opt. Express* 8 299(1998)

[32] 徐震, 周蜀渝, 屈求智, 刘华, 周善钰 和王育竹, QUIC阱中紧束缚状态下⁸⁷Rb原子气体的玻色-爱因斯坦你具体相变的直接观测, *物理学报*, 55 56443(2006).

[33] Y. Castin and R. Dum, Bose-Einstein condensates in time-dependent traps, *Phys. Rev. Lett.* 77, 5315(1996).

[32] D. G. Greif, Evaporative cooling and Bose-Einstein Condensation of Rb-87 in a moving-coil TOP trap geometry, Ph. D thesis, Stony Brook University(2007)

[33] C.Ospelkaus, Fermi-Bose mixtures From mean-field interactions to ultracold chemistry, Ph. D thesis, University of Hamburg(2006)

[34] 王鹏军 熊德智 陈海霞 张靖, 原子吸收成像的二维光学密度分布获得量子简并费米气体参数, *光学学报*, 30 893(2010)

[35] Stefano Giorgini, Lev P. Pitaevskii and Sandro Stringari, Theory of ultracold Fermi gases, *Rev. Mod. Phys.* 80 1215(2008)

第三章 超冷原子的大距离转移

3.1 概述

实验上，玻色费米气体实现量子简并后，早期的一些实验都是在同一个空间位置进行的，即原子达到量子简并的位置。受磁场线圈，光路等的限制，我们需要将超冷原子转移到更佳的位置，来操控原子做一些更加复杂的实验，如研究量子光学、多体物理、超流的许多问题，转移BEC到高精度光学腔中研究BEC与腔量子场的耦合^[1]。因此近年来超冷原子的大范围转移成为原子物理实验发展的一个重要话题，人们不断尝试用各种方法进行超冷原子的转移工作，比如“光学镊子”^[2,3]，一维移动的光晶格^[4]，原子芯片中的传输^[5,6]，磁场谐振势^[7]。

我们实验中尝试了两种方法，一种加上抵消重力的磁场线圈传输^[8]；另一种加大俘获频率磁场传输。这两种方法都是基于实验中QUIC阱的结构，然后做了扩展。本章将首先描述一下实现超冷原子大范围转移的困难，然后介绍实验中采用的两种转移方法。

3.2 大距离转移的困难

大范围转移超冷原子的首要困难就是转移过程中原子的加热问题，加热会导致原子大量地丢失。如何实现绝热是每种转移方法首先需要考虑的。其次在传输过程中，如何保证束缚阱，不论光阱还是磁阱，在重力方向拥有足够的束缚从而不受重力的影响。传输的目的是转移到某个确切的位置，如何实现高精度的定位，应该实现微米量级的精度。不论光学传输，还是磁场传输都有一定的使用范围和局限性。我们分别就以上几个问题，对各种传输方法进行讨论。

光学镊子传输^[2]时，首先将 BEC 装载在红失谐的偶极阱(1064nm)中，再机械移动它的聚焦点，小心翼翼地传输 BEC 实现了 44cm 的转移。他们发现由于机械抖动，原子的加热十分明显，导致大量原子的丢失。实验上初始制备的 BEC，原子数为 $(10-20) \times 10^6$ ，然后 100% 装载在偶极阱(光镊子)，(这里光阱和磁阱的耦合是很完美的，完全的空间重叠，形状相似)经过 7.5s 的转移，得到的原子数为 6×10^5 。原子数的损耗还有一个原因就是光阱中的损耗。光阱的俘获频率为轴向 4Hz，径向 440Hz，足够

抵消重力的影响，但是大的径向束缚频率加大了原子之间的碰撞，加剧了原子的三体损耗。

另一种光学的传输方法是一维移动的光晶格^[4]，通过调整对射光束(830nm)的相对相位变化，实现了非线性传输原子约 10cm。简单来说，他们将原子装载在光晶格的振动基态，然后小心地移动光晶格，到达目的地后绝热地释放原子，得到了精细定位($1\mu\text{m}$ 的精度)。实验上组成光晶格的两束光，一束为贝塞尔光束，另一束高斯光束。贝塞尔光速很强的径向束缚可以消除重力的影响。为了抑制不必要的加热和原子损耗，选择了平滑的相对频率扫描来实现要求的速度变化 $V = (\lambda/2)\Delta\nu$ 。

利用谐振磁阱实现超冷原子的传输，相对于光学传输方法来说，不存在由机械振动和光子散射引起的不必要的加热，但是没有很大的移动距离。文献[7]中他们在谐振磁场中，十二段分布绝热地移动玻色费米混合量子简并原子样品，实现了 6mm 的原子转移。这种传输是用 QUIC 线圈和另外一对线圈实现的。实验过程中磁阱径向频率最小维持在 $2\pi \times 100\text{Hz}$ ，以抵消重力的影响，使原子传输轨迹维持在 QUIC 阱的轴线上，最后原子的定位精度 $< 50\mu\text{m}$ 。另外在转移过程中很低的轴向俘获频率也降低了样品的加热率。

我们实验中冷却量子简并玻色费米混合气体的位置如图 3.1，在距 Cell 中心线 12mm 处。实验中 Cell 内部尺寸为 30mm*30mm，原子团距 Cell 内壁 3mm。受到 Ioffe 线圈的影响，无法将原子样品装载在 3D 光晶格中。

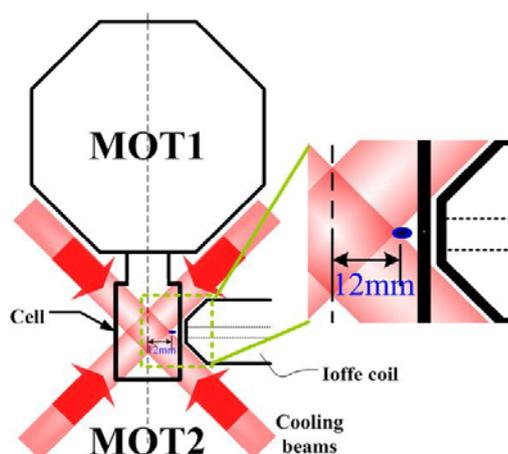


图 3.1 大范围转移的示意图。距 Ioffe 较近的点为超冷原子形成的位置，距 cell 中心 12mm。虚线为 Cell 中心，移动的终点。45° 为 MOT 光。

基于后续实验要用 Feshbach 共振调节原子之间相互作用的考虑，此处无法用 QUIC 中的四极线圈提供匀强磁场。我们需要将原子团移动到 Cell 的中心，即图中虚线位置，才可以满足获得匀强磁场和较好的光学环境的要求。

3.3 单种原子转移的实现

在这一节，我们只考虑 ^{87}Rb 原子的输运，具体研究参考文献[8,9]。首先我们考虑一下 $|F, m_F\rangle$ 态的原子在磁场的谐振势中重力的影响

$$\mu B' = mg \quad (3.1)$$

其中 B' 为磁场在重力方向的梯度； m 为原子的质量； g 为重力加速度； $\mu = g_F m_F \mu_B$ 为原子的磁距， μ_B 为玻尔磁距， m_F 为原子总自旋的投影，

$$g_F \approx g_J \cdot \frac{F(F+1) - I(I+1) + J(J+1)}{2F(F+1)} [10]$$

对于玻色子 $|2, 2\rangle$ 态的 ^{87}Rb ， $g_F = 1/2$ ，为了平衡重力所需要的磁场梯度为 $B' = (m/\mu)g \approx 15.234\text{G/cm}$ 。

对于 $|2, 1\rangle$ 态的 ^{87}Rb ， $g_F = 1/2$ ， $B' = (m/\mu)g \approx 30.468\text{G/cm}$

对于费米子 $|9/2, 9/2\rangle$ 态的 ^{40}K ， $g_F = 2/9$ ， $B' = (m/\mu)g \approx 7.05\text{G/cm}$

为了更加清楚地认识这个问题，我们计算一下在一个谐振的磁阱中重力方向的下落距离为 $\Delta x = g/\omega^2$ ，对于不同态的原子谐振频率是不相同的。实验上 QUIC 阱在重力方向的频率为

$$\omega_\rho = \sqrt{\mu B_\rho'^2 / m B_0} = \sqrt{\mu/m} \times \sqrt{B_\rho'^2 / B_0} \quad (3.2)$$

所以

$$\omega_K : \omega_{\text{Rb}, |2,2\rangle} : \omega_{\text{Rb}, |2,1\rangle} \approx 1.47 : 1 : \frac{1}{\sqrt{2}}$$

推导出

$$\Delta x_{K, |9/2, 9/2\rangle} : \Delta x_{\text{Rb}, |2,2\rangle} : \Delta x_{\text{Rb}, |2,1\rangle} \approx 0.46 : 1 : 2$$

为了减小原子之间的间距，实验上要尽可能地提供大的径向曲率，提高原子在磁场中感受的振荡频率。

其实这个问题在“同步冷却”时更加重要^[11]，因为同步冷却的一个制约条件就是两团原子的重叠，不同的质量的原子有不同的下落距离 Δx 。实验上有的小组用有一

定频率差的两束光在竖直方向对射，来得到补偿重力的目的。当然不同原子下落距离不同的实验现象也可以用于净化原子云，比如净化处在 $|2,1\rangle$ 态的 ^{87}Rb 原子^[12]。

实验上用补偿线圈来抵消重力的影响在各个方面都有应用，比如在实现 Cs 的 BEC 时，光阱冷却需要降低光强，就减小了光阱在重力方向上对原子的束缚，采用补偿线圈来抵消重力对原子的影响^[13,14]。

我们的实验的装置如图 3.2 所示。实验装置的主体是有一对四极线圈和一个 Ioffe 线圈组成的 QUIC 组合。在第二章中已经详细介绍了 QUIC 阱在实现混合气体量子简并时的使用。这里在四极线圈上添加了一个补偿重力的线圈，放置在 Cell 上方。电流方向与下线圈的方向一致。补偿线圈绕制 96 圈，所用漆包线直径 1mm。探测光从正上方入射。

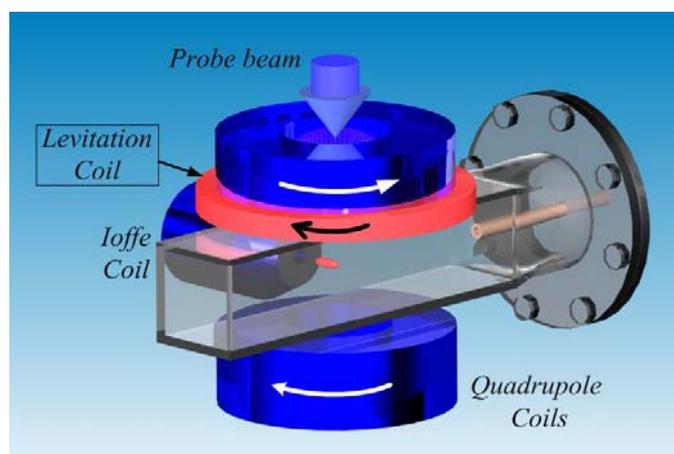


图 3.2 用于转移原子的 QUIC 阱的实验装置图。图中重点表示出了补偿重力的线圈。图中箭头表示线圈中电流的方向。

在实现了 ^{87}Rb 的 BEC 后，我们打开 Ioffe 电源的开关，给定电源一个初始电压，优化电压，使得降低总电源时保持 Ioffe 线圈中的电流不变。Ioffe 线圈中电流变小有可能导致磁阱最小值过零点，从而导致 Majorana 跃迁产生多组分 BEC^[15]。然后控制四极线圈和 Ioffe 线圈中的电流比值，实现 QUIC 磁阱最小值点的移动，如图 3.3 所示。在忽略重力的情况下，QUIC 阱最低点可以转移到 cell 中心。但是实验上随着转移的进行，四极电流的减小，QUIC 阱径向频率的降低，重力效应将必须考虑在内，磁场结合重力的影响使得原子脱离 QUIC 的轴向而向重力方向和 Ioffe 方向转移，当四极电流降低到一定值时，我们无法找到磁场力和重力的平衡点。文献^[8]中给出了

详细的理论计算。

我们在不断优化补偿线圈的电流后，使得原子云的整个输运过程在 QUIC 阱的轴向位置上，经历 3s 的时间后，原子成功地转移到了 Cell 的中心。此时原子数为 3.4×10^6 ，温度 $1.5 \mu\text{k}$ 。然后我们绝热地打开光学偶极阱(1064nm)，再缓慢降低磁阱的束缚，使得在 Cell 中心位置在重力方向有 10Gs/cm 的梯度，可以抵消一部分重力，但是不可以完全抵消，保留的原因是有利于光阱蒸发实现 ^{87}Rb 的 BEC^[16]。对于光阱中的蒸发不同于磁阱中的蒸发，不存在原子的自旋反转使得高场趋近态的原子被“赶”出磁阱，而是高能原子在降低的光阱中无法被束缚而离开光阱自由下落。

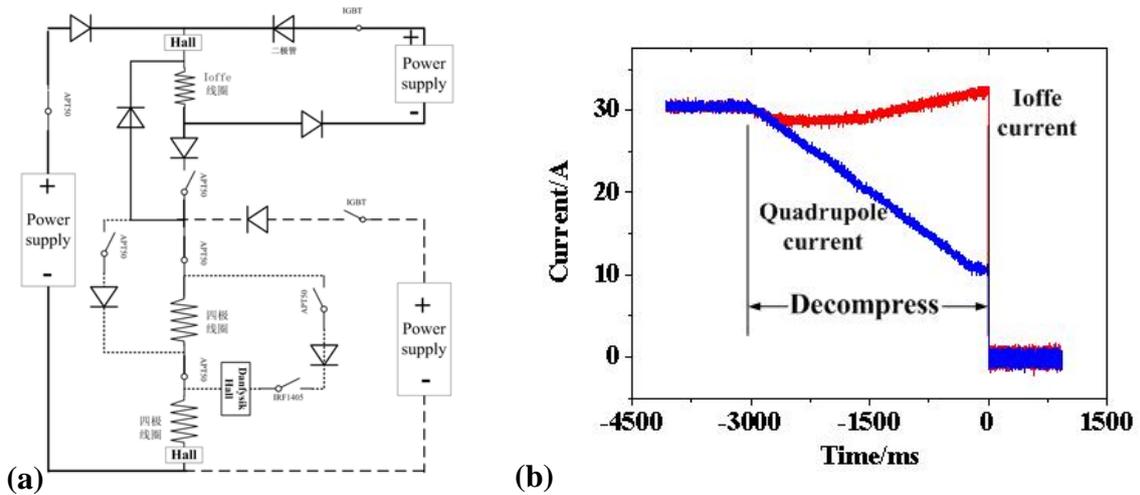


图 3.3 (a) 转移原子时电路工作的示意图; (b) 转移过程中，四极和 Ioffe 线圈中电流的变化。

在不加补偿线圈的转移过程中，我们观察到了一个有趣的现象，就是 $|2,1\rangle$ 态和 $|2,2\rangle$ 态的原子在转移过程中出现了空间上的分离，这是由于不同超精细态的原子在磁场中有不同的俘获频率所导致的。在某个磁场条件下观测到了原子团运动的拐点，如图 3.3¹。

这是实现自旋态分离的一种简单方法，比较另外加线圈实现 Stern-Gerlach 场，不需要在添加额外的线圈，只用已有的四极和 Ioffe 线圈就可以了；而且我们用这种方法观测到了自旋态大距离的分离。

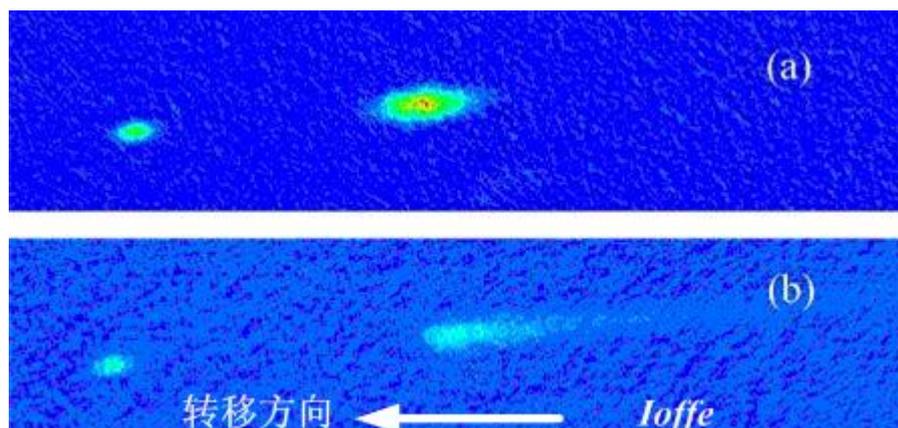


图 3.3¹ 分离不同自旋态的新方法。(a)拐点前的原子的分离;(b) 拐点后的原子的分离,可以看出 $|2,1\rangle$ 态原子加速向 Ioffe 方向移动。左边为 $|2,2\rangle$ 态的 ^{87}Rb 原子,右边为 $|2,1\rangle$ 态的 ^{87}Rb 原子

3.4 混合原子转移的实现

从上一节中我们可以看出两个超精细态 $|2,1\rangle$ 态和 $|2,2\rangle$ 态的 ^{87}Rb 在原子转移过程中,出现了很大的分离,这是一种简单有效的分离不同自旋态的方法。这种利用补偿重力的方法仅对单种原子有效,对 ^{87}Rb 和 ^{40}K 混合气体的转移出现了问题:两种原子在空间位置上的不重合,使得实验上无法同时用光学偶极阱来装载,严重影响了下一步的工作。虽然我们先用光阱装载 ^{87}Rb ,然后缓慢减小补偿线圈的电流,使得 ^{40}K 原子下落到光阱的位置,实现装载,但是装载效率极低,并且原子加热十分明显。为此,我们设计了第二种转移方法,目标:(1)将原子转移到 Cell 中心;(2) ^{87}Rb 和 ^{40}K 原子必须在空间上保持完全重合;(3)必须将原子的加热和损耗降到最低。

我们从式 3.2 中得到启发,提高磁阱的径向频率。在不加任何线圈和忽略重力的情况下,通过改变四极和 Ioffe 线圈电流比率的方法转移原子,随着转移的进行,磁阱的最低点磁场值在升高,甚至得到 60G 左右。我们知道 $\omega_\rho \propto B_0^{-1/2}$,所以降低 B_0 从而增大磁阱径向频率是事半功倍的方法,只需要将磁阱降低到 3G 附近,径向频率将提高约 4.47 倍,这是一个可喜的信息。

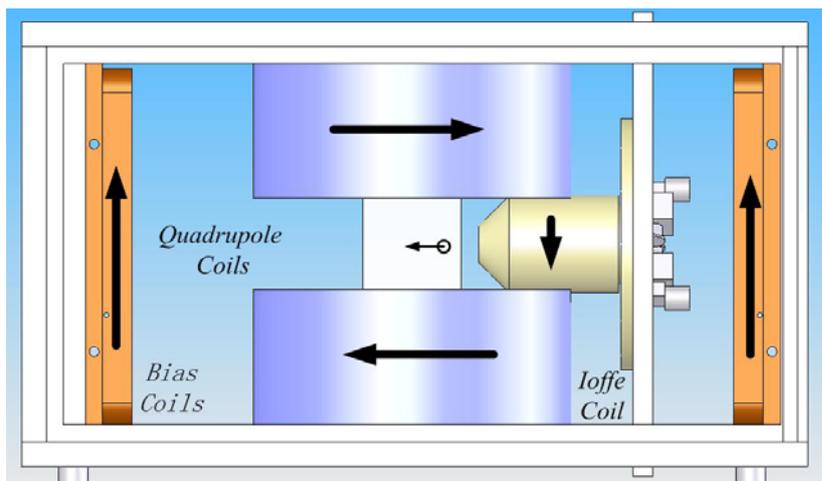


图 3.4 用于传输玻色费米混合实验装置。两个四极线圈和一个 Ioffe 线圈组成 QUIC 磁阱，一对偏置线圈用于调节磁场。四极线圈工作在反向亥姆霍兹模式，偏置线圈工作在亥姆霍兹模式产生匀强磁场。

我们添加了新的线圈，如图 3.4 中的偏置线圈，工作在亥姆霍兹模式，产生的磁场方向与 QUIC 阱磁场方向相反，降低 QUIC 阱中磁场最小值从而保证磁阱径向频率不小于 $2\pi \times 100 \text{ Hz}$ 。两个偏置线圈相距 21cm，对于 cell 中 30mm 的尺寸范围，近似均匀磁场，在原子处不存在梯度场，从而对原子加热可以忽略。

在转移时，选择一条平滑的运动曲线是很重要的，可以最小化原子的加热和损耗。我们采用这样的一条曲线^[17],

$$x(t) = \frac{D}{2\pi} \sin \frac{2\pi t}{T} + \frac{Dt}{T}$$

其中 D 为移动的总距离， T 为所需要的时间。这个式子保证了初始和最终的速度、加速度均为零。为了在实验上很好地模拟这条运动方程，我们将 12mm 的转移距离分为 24 段，每段为 5mm，每段都是一个线性的过程。

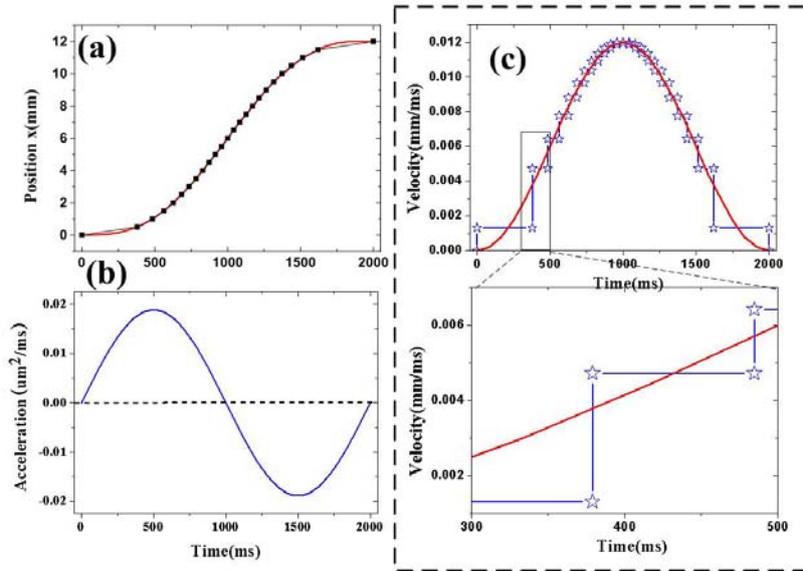


图 3.5 选择的磁阱运动方程即模拟行为。磁阱的(a)位置(b)加速度(c)速度与时间的关系。(a)(c)中的点代表实验上的模拟行为。(c)中同时给出了一个短时间内速度的变化。

实验上，由于转移时原子团的运动及动量分布的加宽使得我们很难精确地确定原子的位置。为了克服这个困难，我们采用了一个附加的实验。步骤：当原子装载进 QUIC 磁阱后，我们首先将原子转移到指定位置，然后将原子冷却到足够小以确定 24 段的位置。因为先转移原子然后蒸发，这样在蒸发过程中原子的动量已经完全弛豫掉了。

我们将同时在实验室坐标系和磁阱坐标系中描述原子的运动过程。从图 3.5 (c) 中，我们可以看出在初始阶段由于磁阱的突然运动，原子团将得到一个冲量。一定时间后，在磁阱坐标系上，可以用两个参数来标定原子的运动速度 \vec{v} 和位置 \mathbf{r} 。在加速和减速两个阶段，为了尽可能地降低原子的加热，选择合适的持续时间序列是很重要的。

为了更好地研究原子样品的运动行为，我们采用一个简单有效的一维模型来分析。考虑冷原子中心的移动，认为原子波包初始在一个谐振势中的轴向俘获频率 ω_0 ，速度为 \vec{v}_0 和位置为 x_0 。由于磁阱的突然移动，原子得到一个冲量导致的速度变化为 Δv 。根据牛顿定律，在 t 时间后磁阱运动了 s 的距离，原子的运动方程为

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t) + \left(\frac{v_0 - \Delta v}{\omega_0} \right) \sin(\omega_0 t) + s$$

$$v(t) = -x_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t) + (v_0 - \Delta v) \cos(\omega_0 t)$$

我们首先简单分析一个转移过程，如图 3.6。有一个矩形脉冲的速度曲线^[17]，持续时间 $T = 2n\pi/\omega_0$ 运动距离 D 。在开始阶段， $t = T_1$ 时，原子样品静止地待在磁阱中，速度 $\vec{v}_0 = \mathbf{0}$ ，位置 $x_0 = 0$ ；然后磁阱突然开始运动，在磁阱坐标系中考虑原子团得到一个速度 $v_c = -D/T$ ，在整个过程中原子团将在磁阱中不断振荡。当 $t = T_2$ ，原子团到达了磁阱底部 $v = D/T$ 。然后磁阱突然停止，速度从 D/T 降到了零，导致原子团再次得到一个冲量，引起速度变化 $\Delta v = -D/T$ 。这样原子也突然停止振荡。实现了转移原子的目的，但是突然地变速导致了原子的加热和损失。

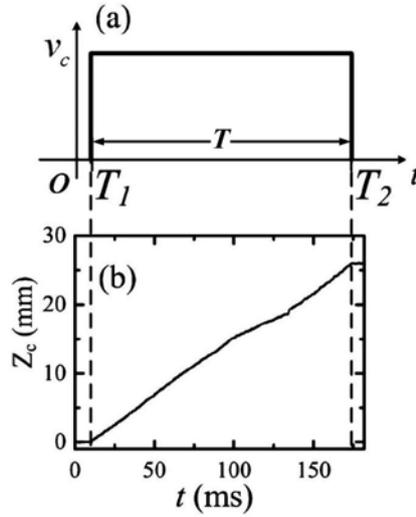


图 3.6 来自文献^[17], (a) 期望的速度曲线, v_c 为磁阱的运动速度; (b) 磁阱位置的变化速度为 15cm/s.

在我们的一维分析模型中，假定了在这一步转移过程中，磁阱的轴向频率保持不变。在这个线性过程(初始速度 $\vec{v}_0 = \mathbf{0}$ 和初始位置 $x_0 = 0$)之后，在磁阱坐标系中原子团的运动由位置和速度决定，它们的值完全由运动时间决定。原子在磁阱中的振荡周期为 $T_1 = 2\pi/\omega_0$ 。假如我们选择 $t_1 = n\pi/\omega_0 = n\frac{T_1}{2}$ ， n 为奇数。原子拥有与初始一样的位置，速度方向(磁阱坐标)与磁阱的运动方向(实验室坐标)一致。然后我们选择下一步的时间为 $t_2 = t_1/2$ ，此时原子得到的冲量与第一次相同，使得原子与磁阱相对静止，在实验室坐标系中，原子与磁阱拥有了一样的速度 $\vec{v} = 2D/t_1$ 。有可能第二步的选择使得速度变化太大，可以选择一系列的时间来细化，每一步时间的选择必须在 $n\frac{T_1}{2}$ 附近。这样我们就实现了原子的加速。原子在磁阱中可以达到的最

大速度为 $v_{\max} = D/(2\pi w_0)$ 。

当原子减速时，最好的方法是选择相同的持续时间序列。因为这样的话始终保持原子受到的冲量方向与磁阱运动方向一致。在上面的描述中，我们假定了磁阱的轴向频率是不变的。这对于光学方法的转移是十分有效的，但是在实验中是不可能的。实验中轴向频率不断降低，必须从得到的位置与持续时间图中选择合适的时间，如图 3.7 所示，来实现小的加热，低的原子速度(相对于磁阱的速度)和小的相对位移。

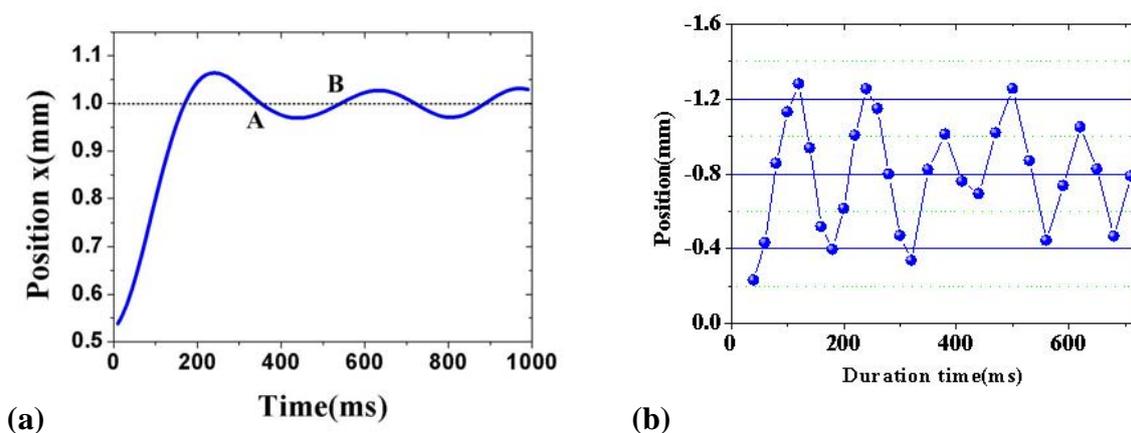


图 3.7 原子的位置与持续时间的关系；虚线为磁阱的位置，实线为原子的位置，A 点为减速点，B 点为加速点。图(b)为实验上测到的原子位置与持续时间的关系。

我们用同样的选取持续时间的方法选取了二十四段的线性转移，将原子从 QUIC 阱中，转移到了 Cell 中心，转移距离为 12mm，所用时间 2.4s。这种磁阱传输的优点在于低的轴向频率，使得原子的加热率很小。轴向频率从 $2\pi \times 16.3\text{Hz}$ 降低到 $2\pi \times 8.3\text{Hz}$ 。转移后的原子寿命足够长，保证了光阱的装载。图 3.8 中给出了实验中各线圈电流变化的情况。可以看到 Ioffe 线圈中的电流达到了 45A 左右，四极线圈 15A，偏置线圈达到 19.7A 左右。如此大的电流对我们的冷却系统是个不小的考验。

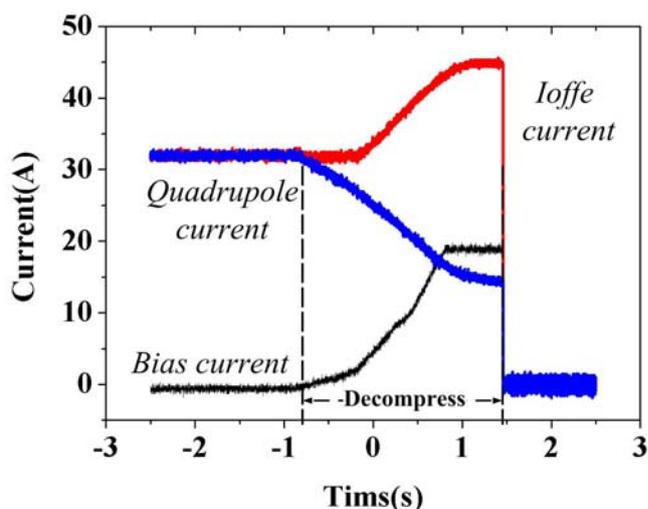


图 3.8 转移过程中 QUIC 组合中四极线圈、Ioffe 线圈和偏置线圈的电流变化，转移过程历时 2400ms。

在转移原子之后，发现原子在磁阱中的振荡范围得到了 $100\ \mu\text{m}$ ，如图 3.9(b)所示。我们研究了如何抑制它的振荡幅度。在转移原子之后，可以认为原子团的行为与经典粒子在谐振势中的情况类似。我们利用一种类似于 Zeeman 减速的原理^[18,19,20]来尝试降低原子的振荡幅度，也就是它们的动能。我们考虑磁阱已经静止之后，原子由于拥有一定的速度，将在磁阱中作简谐振荡。在磁阱中等待不同的时间然后观测原子的振荡，如图 3.9(b)中所表示的振荡曲线。当原子团第一次运动到简谐振荡的最顶点时，此时原子团的速度 $v = 0$ ，原子的动能全部转化为势能，势能达到最大。此时迅速(1ms 内)改变四极和 Ioffe 线圈中的电流，使得磁阱沿着 QUIC 阱的轴向跳跃 $50\ \mu\text{m}$ ，原子将损失掉势能而待在磁阱底部拥有比较小的动能。这种方法的缺点在于，磁阱在跳跃过程中磁阱形状的变化导致了原子加热。实验中电流的变化只有 0.025A，变化极小。没有观测到明显的加热现象。转移后混合气体中， ^{87}Rb 原子的数目为 8×10^6 ， ^{40}K 原子的数目为 4×10^6 ，温度为 $2\text{-}3\ \mu\text{K}$ 。

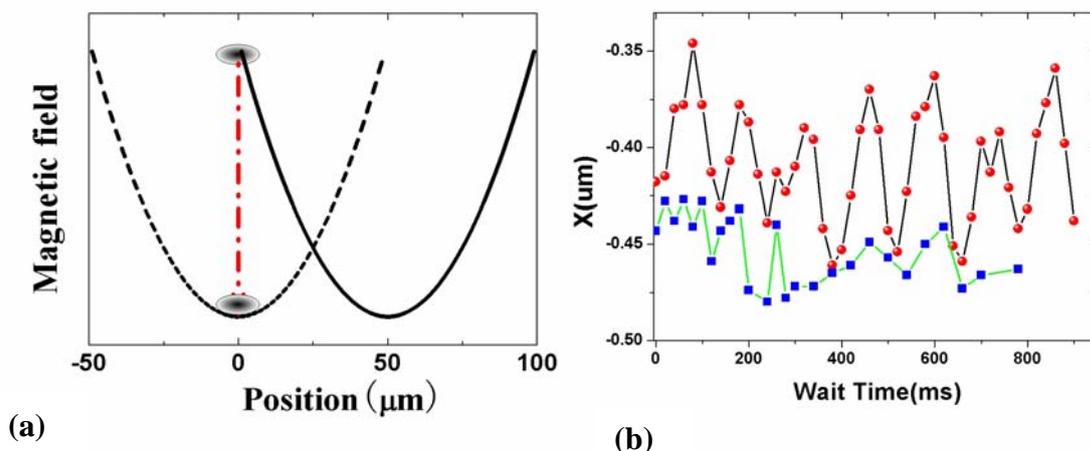


图 3.9 (a) 原子的“跳跃”示意图，两个抛物线为原子在谐振磁阱中受的 Zeeman 势能。(b)转移后原子在 QUIC 阱中的振荡曲线，圆点(红色)为转移后没有加原子“跳跃”的步骤；正方形(蓝色)为转移过程后加了原子“跳跃”的步骤。

从图 3.9(b)中，我们可以看到跳跃后的原子在磁阱中的振荡仅有 $50 \mu\text{m}$ ，是原来振荡的一半，充分说明这种方法简单可行，有效地抑制了原子的残余振荡。将原子的振荡抑制在极小范围内。从图中我们还可以看出随着等待时间的增加，原子的振荡逐渐加大。我们分析这是由两个原因导致的：

(1) 转移原子之后，如图 3.3(a)所示，磁阱系统中由三个电源供电，总电源和 Ioffe 电源如图中所示，偏置线圈采用第三个电源供电。电源的噪声导致磁阱的抖动，引起原子抖动的增加。

(2) 当原子转移到 Cell 中心时，Ioffe 线圈中的电流达到了 45A ，四极线圈电流 15A ，偏置线圈电流 19.7A 左右。线圈的发热导致了电阻的变化，引起磁阱的单方向的偏移，导致了原子团的抖动。

在转移原子实验中，我们观测到了一个现象，如图 3.10 所示。为了确定 24 步的持续时间，我们需要测出原子位置与持续时间的关系。在几乎所有的分段中，都观测到原子团会在 400ms 附近， 800ms 附近有个极大的抖动。我们无法对此作出令人信服的解释。可以简单认为原子相对抖动的加大是由于 QUIC 磁阱轴向频率的减小造成的。

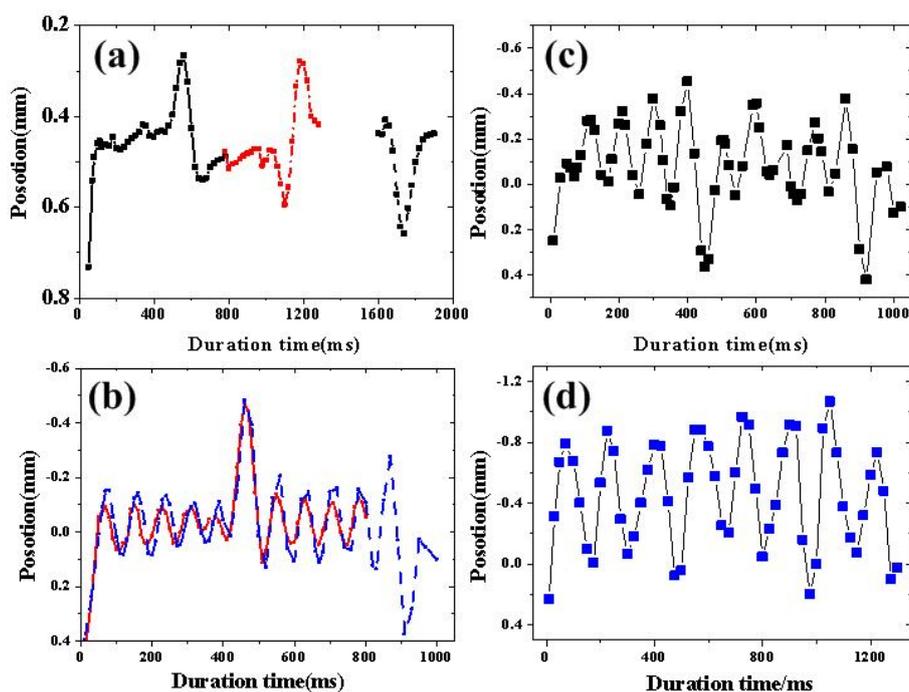


图 3.10 原子的位置与分段转移持续时间的关系, (a)第一步,(b)第二步,(c)第九步,(d)第二十一步。

3.5 本章小结

在本章中, 我们详细分析了大范围转移超冷原子的实验困难, 特别是重力的影响。提出了两种不同的抵消重力效应的方法。实验上我们用磁阱的方法将 $2\mu\text{k}$ 附近的玻色费米混合气体从 QUIC 阱转移到 Cell 的中心, 转移距离为 12mm。对于单种原子, 我们用补偿重力的方法实现了转移, 并且在实验中发现到了一种简单有效分离不同自旋态原子的方法。对于转移多种原子, 我们用降低 QUIC 阱极小磁场值的方法, 提高重力方向上的磁阱频率, 使得原子的转移轨迹可以沿着 QUIC 磁阱轴线。并且提出了采用磁阱“跳跃”的手段来抑制原子振荡的方法。两种转移方法都实现了大范围的转移, 各有其适用范围。

原子转移后, 磁阱系统用三个电源供电, 并且大电流工作, 使得磁场由于加热和电流噪声的影响出现了偏移和原子团振荡的加大。

参考文献

- [1] F. Brennecke, T. Donner, S. Ritter, T. Bourdel, M. Köhl, and T. Esslinger, Cavity QED with a Bose-Einstein condensate, *Nature*, 450 268 (2007).
- [2] T. L. Gustavson, A. P. Chikkatur, A. E. Leanhardt, A. Görlitz, S. Gupta, D. E. Pritchard and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.*, 88 020401(2001).
- [3] A. Couvert, T. Kawalec, G. Reinaudi and D. Guéry-Odelin ,Optimal transport of ultracold atoms in the non-adiabatic regime, *Eur. Phys. Lett.*, 83 13001 (2008).
- [4] S. Schmid, G. Thalhammer, K. Winkler, F. Lang and J. Denschlag, Long distance transport of ultracold atoms using a 1D optical lattice, *New J. Phys.*, 8 159(2006).
- [5] W. Hänsel, P. Hommelhoff, T.W. Hänsch, and J. Reichel, Bose–Einstein condensation on a microelectronic chip, *Nature*, 413 498 (2001).
- [6] J. Fortágh and C. Zimmermann, Magnetic microtraps for ultracold atoms, *Rev. Mod. Phys.*, 79 235 (2007).
- [7] C. Klempt, T. Henninger, O. Topic, J. Will, St. Falke, W. Ertmer, and J. Arlt, Transport of a quantum degenerate heteronuclear Bose-Fermi mixture in a harmonic trap, *Eur. Phys. J. D*, 48 121(2008).
- [8] D. Xiong, P. Wang, Z. Fu and J. Zhang, Transport of Bose-Einstein condensate in QUIC trap and separation of trapping spin states, *Opt. Express* 18 1649(2010).
- [9] 熊德智, ^{87}Rb 和 ^{40}K 玻色费米量子简并混合气体在磁阱和光阱中的操控, 博士论文, 山西大学, (2010).
- [10] Daniel A. Steck, Rubidium 87 D Line Data, available online at <http://steck.us/alkalidata> (revision 2.1.4, 23 December 2010).
- [11] Ketterle W and Zwierlein M 2006 Making, probing and understanding ultracold Fermi gases Ultracold Fermi Gases Proc. Int. School of Physics ‘Enrico Fermi’ (Varenna, Italy, 20–30 June 2006) ed M Inguscio et al Course CLXIV, arxiv:0801.2500.
- [12] J. J. Zirbel, K.-K. Ni, S. Ospelkaus, T. L. Nicholson, M. L. Olsen, P. S. Julienne, C. E. Wieman, J. Ye, and D. S. Jin, Heteronuclear molecules in an optical dipole trap, *Phys. Rev. A*, 78 013416 (2008).
- [13] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H.-C. Nägerl, and R. Grimm, Bose-Einstein Condensation of Cesium, *Science* 299 232 (2003).

- [14] D. J. Han, M. T. DePue, and D. S. Weiss, Loading and compressing Cs atoms in a very far-off-resonant light trap, *Phys. Rev. A* 63, 023405 (2001).
- [15] 陈帅, 87Rb原子玻色-爱因斯坦凝聚的实验研究, 博士论文, 北京大学(2004).
- [16] D. Xiong, P. Wang, Z. Fu, S. Chai and J. Zhang, Evaporative cooling of 87Rb atoms into Bose-Einstein condensate in an optical dipole trap, *Chin. Opt. Lett.*, 7 627(2010).
- Chen-Lung Hung, Xibo Zhang, Nathan Gemelke, and Cheng Chin, Accelerating evaporative cooling of atoms into Bose-Einstein condensation in optical traps, *Phys. Rev. A* 78, 011604(R) (2008)
- [17] D. Chen, H. Zhang, X. Xu, T. Li, and Y. Wang, Nonadiabatic transport of cold atoms in a magnetic quadrupole potential, *Appl. Phys. Lett.*, 96 134103(2010).
- [18] S. D. Hogan, A.W. Wiederkehr, H. Schmutz, and F. Merkt, Magnetic Trapping of Hydrogen after Multistage Zeeman Deceleration, *Phys. Rev. Lett.*, 101 143001 (2008).
- [19] S. D. Hogan, D. Sprecher, M. Andrist, N. Vanhaecke, and F. Merkt, Zeeman deceleration of H and D, *Phys. Rev. A*, 76 023412 (2007).
- [20] N. Vanhaecke, U. Meier, M. Andrist, B. H. Meier, and F. Merkt, Multistage Zeeman deceleration of hydrogen atoms, *Phys. Rev. A*, 75 031402 (2007).

第四章 量子简并玻色费米气体的超辐射

超辐射，通常是指增强的光子辐射。1954年普林斯顿大学的 Dicke 教授在理论上提出了超辐射的概念^[1]，目前在许多系统中都观测到了超辐射，比如激发态的原子，分子，量子点^[2,3]，BEC^[4]。最近超辐射现象应用在 BEC 的相干成像^[5-7]，光与原子^[8](离子^[9])的耦合作用下量子信息网络的建立等方面。

1999年，MIT 的研究小组在 ^{23}Na 的 BEC 中观测到了瑞利超辐射现象^[4]，这引起了大家极大的兴趣。在超冷原子中研究超辐射，对物质波集体行为的关注更胜于对出射光子的关注。这是由于 BEC 中的超辐射与其他系统的超辐射有很多不同的地方，其中主要的不同是 BEC 有极窄的动量分布和很强的相干性。在 BEC 中，原子吸收一个光子然后放出一个光子得到一个反冲动量，这对 BEC 的整体动量分布有着很大的影响，导致明显的原子集体激发。在这之后的一段时间里，人们认为超辐射实验中，观测到的原子集体行为只能存在于玻色系统中，因为这是由玻色子服从玻色爱因斯坦统计规律所决定的。但是也有人提出了异议^[10,11,12]，他们认为尽管玻色子的激励机制为超辐射提供了高的增益和高阶散射，但是基于对超辐射的深层次认识，BEC 不是观测到原子集体行为的唯一原子系统；理论上在热原子中(服从麦克斯韦玻尔兹曼分布)，甚至在超冷费米气体中(服从费米狄拉克分布)也是可以观测到原子集体反冲现象的。

2005年，日本的一个小组在热的玻色原子 ^{87}Rb 中观测到了超辐射现象^[13]，热原子的温度为 560nk ，只是区别于量子简并下状态下的原子，它们服从麦克斯韦玻尔兹曼分布。由于在这个温度下，原子系统的动量扩展很大，不同于 BEC 极窄的动量分布，因此不能直接分辨出反冲原子云空间上的分离，所以他们采用拉曼超辐射的手段，使得反冲原子处在不同于初始的超精细态上，可以用不同的吸收成像来区分反冲的原子和未被散射出去的原子。

2010年，我们小组在量子简并的费米气体 ^{40}K 中观测到了费米子的瑞利超辐射现象^[14]。至此所有的实验表明，在超辐射中集体原子的反冲行为与原子所服从的量子统计是没有关系的，而是由原子系统的相干时间长度来决定。

在这一章中，我们首先简要介绍一下超辐射的概念，然后在三个原子系统中讨

论一下超辐射的情况，热原子(温度几百 nk ，未得到量子简并状态)，BEC(玻色气体的量子简并状态)，DFG(费米气体的量子简并状态)。

4.1 超辐射的基本概念和模型

在自发辐射的实验中，初始制备在上能级的原子(分子)指数衰减地跃迁到下能级，在这个过程中原子之间的跃迁是相互独立的。自发辐射的荧光光强随时间变化呈指数衰减，衰减常数为 T_{sp} ， T_{sp} 与上能级原子的寿命相同。原子辐射光的方向为各向同性(如图 4.1(a)所示)，自发辐射通常发生在稀薄的原子气体中。

假如初始制备在上能级上的原子数足够多时，辐射的现象就截然不同了，初始原子样品中，原子间的相位是很混乱的，它们的自发辐射是互不相关的，这个阶段与上面的自发辐射相同；随着自发辐射的进行，样品中原子的辐射发生了相长干涉(constructive interference)，原子间自发地建立起了相位同步，当所有上能级原子的相位锁定时，辐射强度达到最大。此时辐射强度正比于上能级原子数目的平方。辐射的方向不再是各向同性，而是在固定的方向上出射光子，这个方向由束缚阱的几何结构决定。这种辐射，也就是超辐射将经历一个很窄的脉冲辐射，脉冲宽度 T_{sp}/N (如图 4.1(b)所示)。可以看出超辐射比自发辐射更快，更强^[15]。

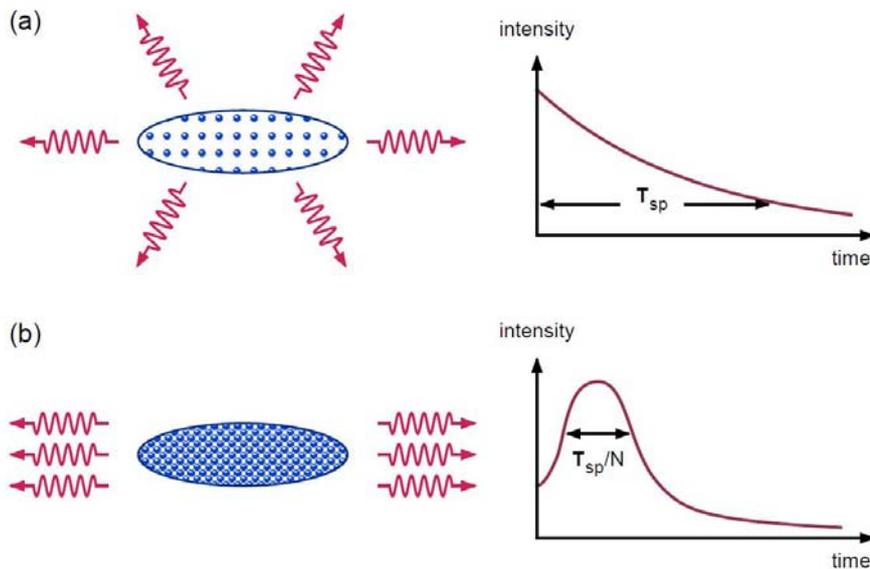


图 4.1 自发辐射与超辐射的比较。(a)自发辐射是各向同性的，散射光强是指数衰减的，时间常数为 T_{sp} (b) 超辐射是在各向异性的，在固定的方向上辐射光子，辐射的脉冲宽度为 T_{sp}/N 。图片来自文献[21]

4.1.1 超辐射的光栅模型

超辐射的物理机制并不像它的实验看起来那样简单，对它的定性描述比较容易，但是对其产生过程，激发机制的详细分析涉及到量子电动力学，多体理论和非线性光学等很多研究领域，对它的理论解释十分困难。早期人们普遍将 BEC 当做一个点来研究，忽略了散射光场在 BEC 中传播的空间效应。在对 BEC 瑞利超辐射的解释中常用的有两种模型，平均场模型和量子模型。

在平均场模型中，采用半经典的麦克斯韦薛定谔方程推导光场和物质波场随时间的演化，可以解释超辐射中的许多现象，比如集体原子激发、传播效应。而且还提供了详细的光波和物质波的耦合。考虑如图 4.2 (a)所示的超辐射过程，线偏振光场表示为 $\varepsilon_l(t)e_y(e^{i(k_l x - \omega t)})/2$ ，散射光场为 $\varepsilon_{\pm}(t)e_y(e^{-i(\omega t \mp k z)})/2$ ，对于在 x 方向动量压缩的 BEC，在 BEC 长轴方向上出射光子可以获得最大的增益，所以光子在这个方向出射也成为 End-Fire 模式。半经典的麦克斯韦薛定谔方程写为：

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi &= -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta \psi + \frac{(\hat{d} \cdot E^{(-)})(\hat{d} \cdot E^{(+)})}{\hbar \delta} \psi \\ \frac{\partial^2 E^{(\pm)}}{\partial t^2} &= c^2 \Delta E^{(\pm)} - \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial^2 P^{(\pm)}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (4.1)$$

其中 δ 为光场与原子跃迁线的失谐， \hat{d} 为原子的偶极距， M 为原子的质量，

$E^{(+)}$ 散射光的偏振表示为：

$$P^{(+)} = -\hat{d} |\psi(x, t)|^2 \frac{(\hat{d} \cdot E^{(+)})}{\hbar \delta} \quad (4.2)$$

采用慢变包络近似(SVEA, slowly varying-envelop approximation)，可以解释超辐射中的许多实验现象，但是这种模型的缺点在于它必须引入一个运动方程来开启系统随时间的演化。对于系统的解，这个方程引入了许多不确定的因素。

平均场模型可以形象地表示为物质波光栅的布拉格衍射(图 4.2)。从超辐射的产生过程很容易解释物质波光栅的建立。在初始时刻，BEC 中的原子吸收一个入射光子(波矢 \vec{k}_l)，然后自发辐射发出一个光子(波矢 \vec{k})，这样这个原子就得到一个反冲动量 $\hbar \vec{K} = \hbar(\vec{k}_l - \vec{k})$ 。由于散射光子的速度远远大于反冲原子的速度，所以反冲原子还是与原来的凝聚体在空间位置上重叠。当大量反冲原子产生时，它们与凝聚体有着很强的相干性，会与原来的凝聚体生成一个运动的密度光栅(波矢为 \vec{K})，如图 4.2(b)

所示。光栅的形成又定向地衍射了大量的光子，所产生的反冲原子又增强了光栅的幅度，这是一个正反馈的过程，如图 4.2(c)所示。

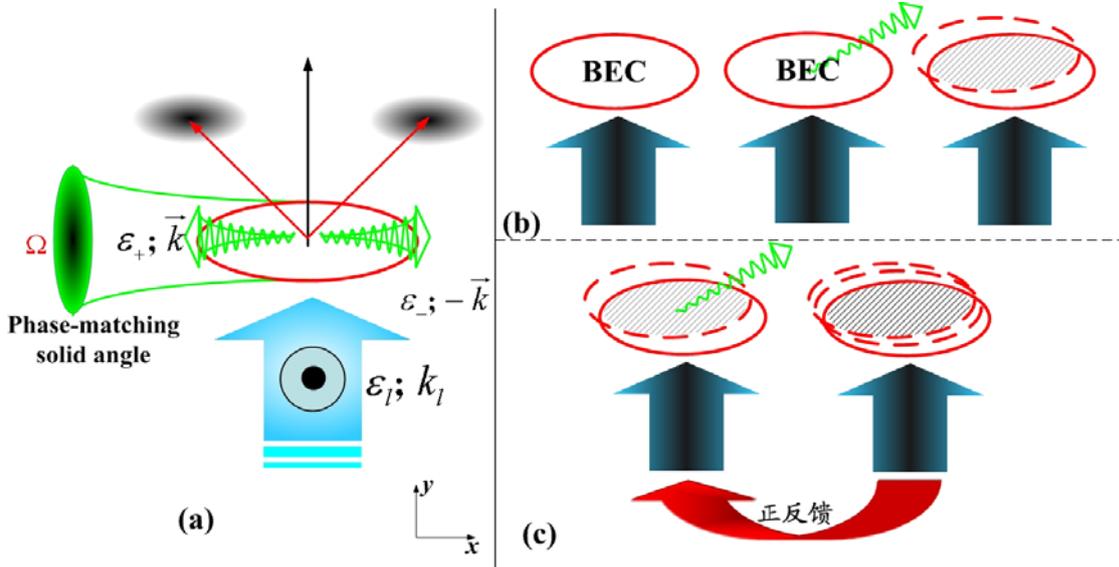


图 4.2 BEC 瑞利超辐射的半经典模型。(a)示意图，垂直 BEC 长轴线偏振光入射；(b)模型中初始自发辐射导致的反冲原子与原始的原子组成光栅；(c)物质波光栅的建立加强了光子在固定方向上的散射，产生的反冲原子加强了光栅的作用(正反馈)

当散射模式 j 下的 N_j 个反冲原子与 N_0 凝聚体内的原子相互作用组成光栅时，密度调制包括 $N_{\text{mod}} = 2\sqrt{N_0 N_j}$ 个原子。在相位匹配的方向上，如图 4.2(a)所示的立体角 Ω 内的总光强为

$$P = \hbar\omega f_j R \frac{N_{\text{mod}}^2}{4} \quad (4.3)$$

$$f_j = \frac{\text{Sin}^2 \theta_j}{8\pi/3} \Omega_j = f_j(\theta) \Omega_j \quad (4.4)$$

其中 R 为单个原子瑞利散射率，与入射光的光强和失谐有关^[16]

$$R = \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + \Omega^2/2 + \Gamma^2/4} \xrightarrow{I/I_{\text{sat}}=2\Omega^2/\Gamma^2} \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{\text{sat}}}{I + I/I_{\text{sat}} + 4\delta^2/\Gamma^2} \quad (4.4)$$

I 为入射光的光强。式(4.4)中 $f_j(\theta)$ 为瑞利散射光的角分布，不同于拉曼散射的角

度分布[式(4.9)], θ 为入射光的偏振方向和出射光的方向的夹角。其中 $\Omega \sim \lambda^2 / A$, A 为垂直于散射光的散射截面。

由于每个散射光子都生成一个反冲原子, 从式(4.3)可以得到反冲原子数的增长率为

$$\dot{N}_j = \frac{P_j}{\hbar\omega} = G_j N_j = RN_0 \frac{\sin^2 \theta_j}{8\pi/3} \Omega_j N_j \quad (4.5)$$

可以看出初始时刻散射原子数(散射光子数)为指数增加, 式中 G_j 为小信号增益 $G_j = RN_0 f_j \sim R \sin^2 \theta_j D_j$, 其中 $D_j \sim \rho \lambda^2 l_j$, ρ 为凝聚体中原子的密度, l_j 为散射光子方向上的凝聚体长度。散射光子在凝聚体的轴向上将产生最大的增益, 也就是 End-fire mode。当入射光的偏振方向平行于凝聚体的长轴方向($\theta = \theta^0$)时, 不会发生超辐射。

在全量子计算的处理下^[17]得到一个不同于式(4.5)的表示, 取代式(4.5)中的 N_j 为 $N_j + \mathbf{I}$, 另外加入一个损耗项 Γ , 描述物质波光栅的退相干率, 决定了散射光指数增加的阈值,

$$\dot{N}_j = RN_0 \frac{\sin^2 \theta_j}{8\pi/3} \Omega_j (N_j + \mathbf{I}) - \Gamma N_j \quad (4.6)$$

物质波光栅的理论可以解释许多瑞利超辐射中观测到的实验现象, 但是依然无法解释超辐射中的红蓝失谐非对称现象^[18]和光波在凝聚体内的传播效应。

4.1.2 超辐射的小信号理论

最近, L. Deng 等人提出了解释超辐射的小信号理论^[19], 他们认为散射光子在凝聚体中的传播将严重影响超辐射的物理过程。紧接着一个实验观测到, 采用蓝失谐的入射光(泵浦光)时, 物质波的超辐射被很强烈地抑制掉了^[18]。这个说明在集体原子的反冲行为中, 红蓝失谐泵浦光的效果是截然不同的。为了解释这种现象, L. Deng 等人提出了将超辐射的起源归因于多个物质光波混合和传输的假设, 认为产生的散射光场具有超慢的群速度导致了相干光学偶极势的建立, 这个将改变凝聚体的结构系数, 影响早期的散射率。这个假设可以解释红蓝泵浦光现象不一致的问题。

小信号理论描述了轴向泵浦 BEC 时, 从物质波和光波耦合的薛定谔方程出发

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left[\frac{(\hat{d} \cdot \mathbf{E}^{(+)}) (\hat{d} \cdot \mathbf{E}^{(-)})}{\hbar \Delta} + H.c \right] \Psi \quad (4.7)$$

$$E^{(+)} = E_L^{(+)} e^{-i(w_L t + k_L x + k_L v_d t)} + E_B^{(+)} e^{-i(w_B t - k_B x - k_B v_d t)} \quad (4.8)$$

其中 \hat{d} 为原子偶极矩的算符， E_L 和 E_B 分别为泵浦场和原子向后散射的光场。与前面的光栅理论比较，需要指出的是，式(4.8)式中加入了以前所忽略的单光子反冲的多普勒效应，式(4.7)中考虑光的失谐是 $\Delta = \delta + i\Gamma_0$ ，其中新加入的 Γ_0 为处于激发态原子的自发辐射率。

最后得到了一个超辐射中的泵浦光失谐的关系，具体细节参考文献[19]。但是这中理论解释依旧存在许多争论^[20]。

对超辐射中的物理概念，还有几个需要说明一下如瑞利超辐射与拉曼超辐射的比较；水平偏振与垂直偏振导致超辐射的区别；红失谐和蓝失谐对超辐射的影响；瑞利超辐射中 X 型和扇形反冲原子的集体分布。

4.2 玻色子 ^{87}Rb 的超辐射

4.2.1 瑞利超辐射

我们在实验上观测到了 ^{87}Rb 的瑞利超辐射。实验步骤如下，在 QUIC 阱中蒸发冷却得到 ^{87}Rb 的 BEC 后，等待 10ms 左右，目的是一方面使得原子团实现热平衡得到纯的凝聚体；第二方面，完全关闭射频信号，避免其对超辐射产生的高动量态原子的影响。然后打开泵浦光，调节泵浦光的作用时间，最后同时关闭磁场和泵浦光，让原子自由飞行 15ms，再进行饱和吸收成像。

图 4.3 (a) 中给出了实验中超辐射的示意图，BEC 的原子处在 QUIC 阱中，泵浦光红失谐 1GHz，功率为 2mw，入射方向沿着 y 轴，也就是 QUIC 阱的径向。散射光子沿着 BEC 的长轴方向(QUIC 阱的轴向，也是原子量化轴方向)出射，为 End-fire 模式，作用时间 0.15ms。图 4.3 (b) 给出了实验中超辐射的吸收成像图。可以看到不同动量态的原子云。

对于(-2, 2)标注的原子云，是由(-1, 1)标注的原子云散射光子得到的。(-1, 1)标注的原子云中的原子动量为 $\sqrt{2}\hbar k_L$ ，吸收一个光子得到沿 y 方向的动量 $\hbar k_L$ ，然后向 z 轴正方向辐射了一个光子，得到反冲动量 $\hbar k_L$ 。这样原子得到的合成动量为 $\sqrt{2}\hbar k_L$ ，与原子初始的动量在一个方向，两者相加得到 $2\sqrt{2}\hbar k_L$ 。详细的分析可以参考文献[21]。

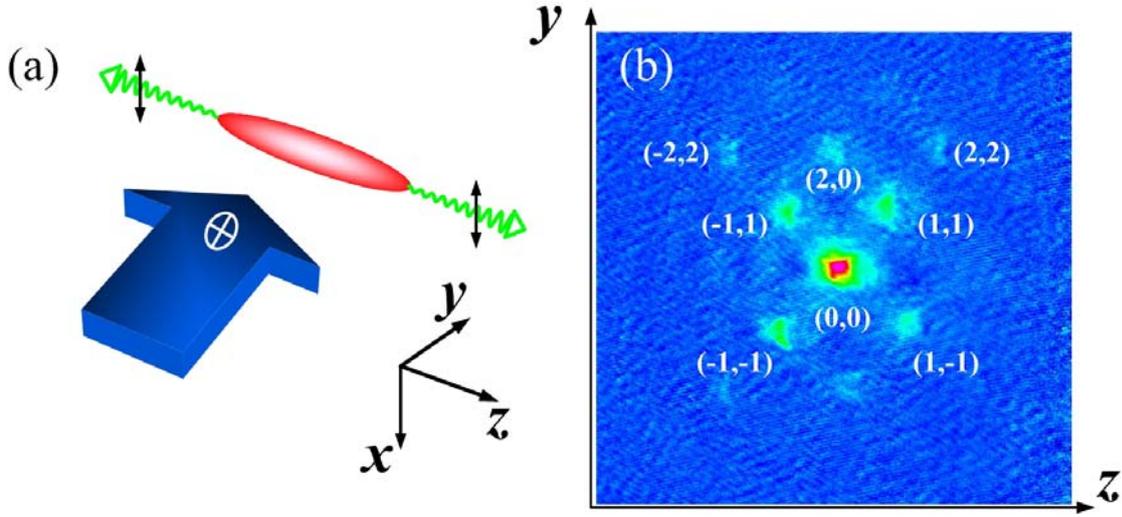


图 4.3 瑞利超辐射的示意图 (^{87}Rb)。 (a) 泵浦光为竖直偏振(平行于 x 轴)的光沿 y 轴入射, End-fire 模式散射的光沿 z 轴方向, 偏振保持不变。BEC 的量化轴沿着 Z 轴方向; (b) 实验上观测到的吸收成像, 飞行时间 15ms, 可以清楚地观测到高动量态的原子。图中标注 (n, m) 的原子云动量为 $\sqrt{n^2 + m^2} \hbar k_L$, 原子动量为吸收光子得到的动量和放出光子得到的反冲动量的和。

4.2.2 拉曼超辐射

在瑞利超辐射的实验中, 泵浦光的偏振方向垂直于 BEC 的长轴。当偏振方向平行于长轴时(π 偏振, 原子的量化轴方向为长轴方向), End-fire 模式的超辐射被抑制, 只能观测到原子加热现象。这是由于散射的光子也为 π 偏振, 这些光子服从角分布公式:

$$f_{\pi}(\theta) = (3/8\pi) \sin^2 \theta \quad (4.9)$$

其中 θ 为入射光偏振方向与出射光方向的夹角。可以看出在 BEC 的长轴方向, 光子的出射被完全的抑制掉了, 所以 End-fire 模式也无法形成。

当散射的光子为偏振 σ^+ 偏振时, 出射光子的角分布完全不一样了

$$f_{\sigma}(\theta) = (3/16\pi)(1 + \cos^2 \theta) \quad (4.10)$$

此时, 光子在长轴的出射得到最大分布, End-fire 模式形成。也就是原子吸收一个光子(π 偏振), 然后放出一个光子(σ^+ 偏振), 然后跃迁到另一个超精细态上去, 也就是原子在 z 轴的角动量分量改变了 \hbar , 如图 4.4(b) 所示。人们在热原子^[13], BEC^[22] 中都观测到了拉曼超辐射, 并且通过改变泵浦光的方向, 实现了超辐射模式的平滑转换^[23]。

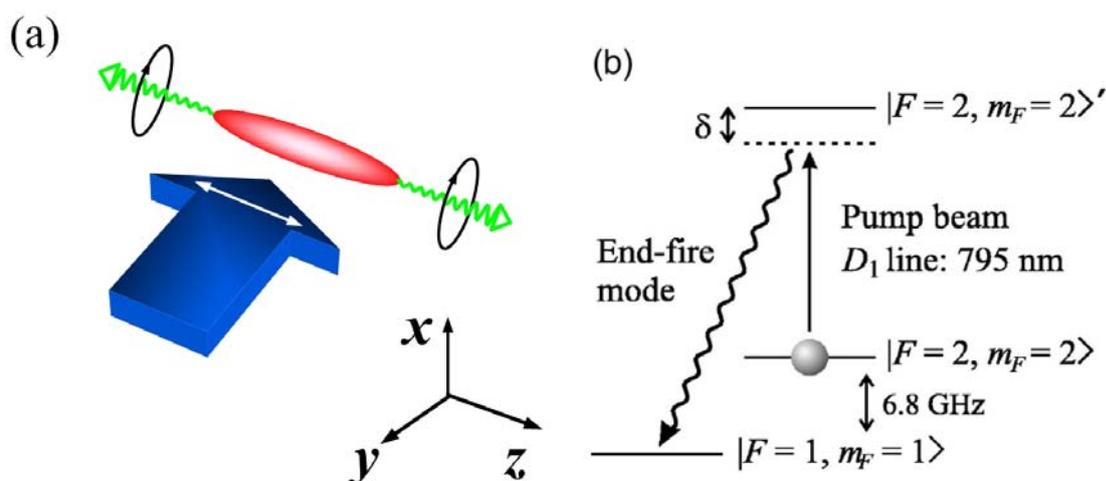


图 4.4 拉曼超辐射的示意图和原子能级图(^{87}Rb)。 (a) 泵浦光为 π 偏振的光, 沿 y 轴入射, End-fire 模式散射的光为 σ^+ 的偏振。 BEC 的量化轴沿着 Z 轴方向; (b) BEC 初始制备在 $|2, 2\rangle$ 的超精细能态上, 通过 Raman 过程被泵浦到 $|1, 1\rangle$ 态上。

4.3 费米子 40K 的超辐射

早在 1999 年, 人们就提出了超辐射的实验现象只依赖于原子系统的相干时间。并且在 2005 年日本的一个研究小组就在热原子 (560nk) 中观测到了超辐射现象, 再一次证实了超辐射现象与原子所服从统计规律没有任何关系。但是由于量子简并费米气体服从费米狄拉克统计, 受泡利不相容原理的限制, 费米子原子系统的动量分布较宽, 相干时间长度有限, 所以很长一段时间人们一直没有在费米原子系统中观测到超辐射现象。

在本节中, 我们在实验上用一个可控的绝热展开, 得到了一个超冷的, 动量压缩的量子简并费米气体, 巧妙克服了泡利不相容原理的限制, 在量子简并费米气体 ^{40}K 中观测到了瑞利超辐射。

4.3.1 实验步骤和装置

前面的实验已经提到, 在 QUIC 磁阱中蒸发冷却玻色子 ^{87}Rb 和费米子 ^{40}K ($|9/2, 9/2\rangle$) 的混合气体得到量子简并。磁阱的振荡频率为

$$\omega_x / 2\pi = 372\text{Hz}, \omega_y / 2\pi = 166\text{Hz}, \omega_z / 2\pi = 24\text{Hz}$$

最后得到的 ^{40}K 的原子数为 2×10^6 , 温度为 $T \sim 400\text{nk}$ ($0.3T_F$)。然后所有的 ^{87}Rb

原子都被去除掉，避免与 ^{40}K 发生碰撞引起原子的加热和损耗。紧接着，通过改变磁阱的束缚频率到一定的纵横比，这样可以实现 ^{40}K 原子团绝热地展开。

在这个可控的绝热过程中，不存在任何的加热机制，对这个实验有着重要的意义，可以得到一个动量压缩的费米原子云。然后用一束红失谐的泵浦光沿着 y 轴方向，也就是 QUIC 阱的径向，照射费米原子云(图 4.5(a)所示)。泵浦光为线偏振光(偏振方向 x 轴)，持续一定时间后，同时关闭泵浦光和磁阱，让原子自由飞行 15ms，可以使不同动量的原子在空间上充分地分开。实验上用沿着 x 轴方向的探测光来探测原子的信息，包括动量分布、各动量的原子数、密度分布。吸收成像得到的信息是原子云在 y - z 平面上的投影的二维密度分布。

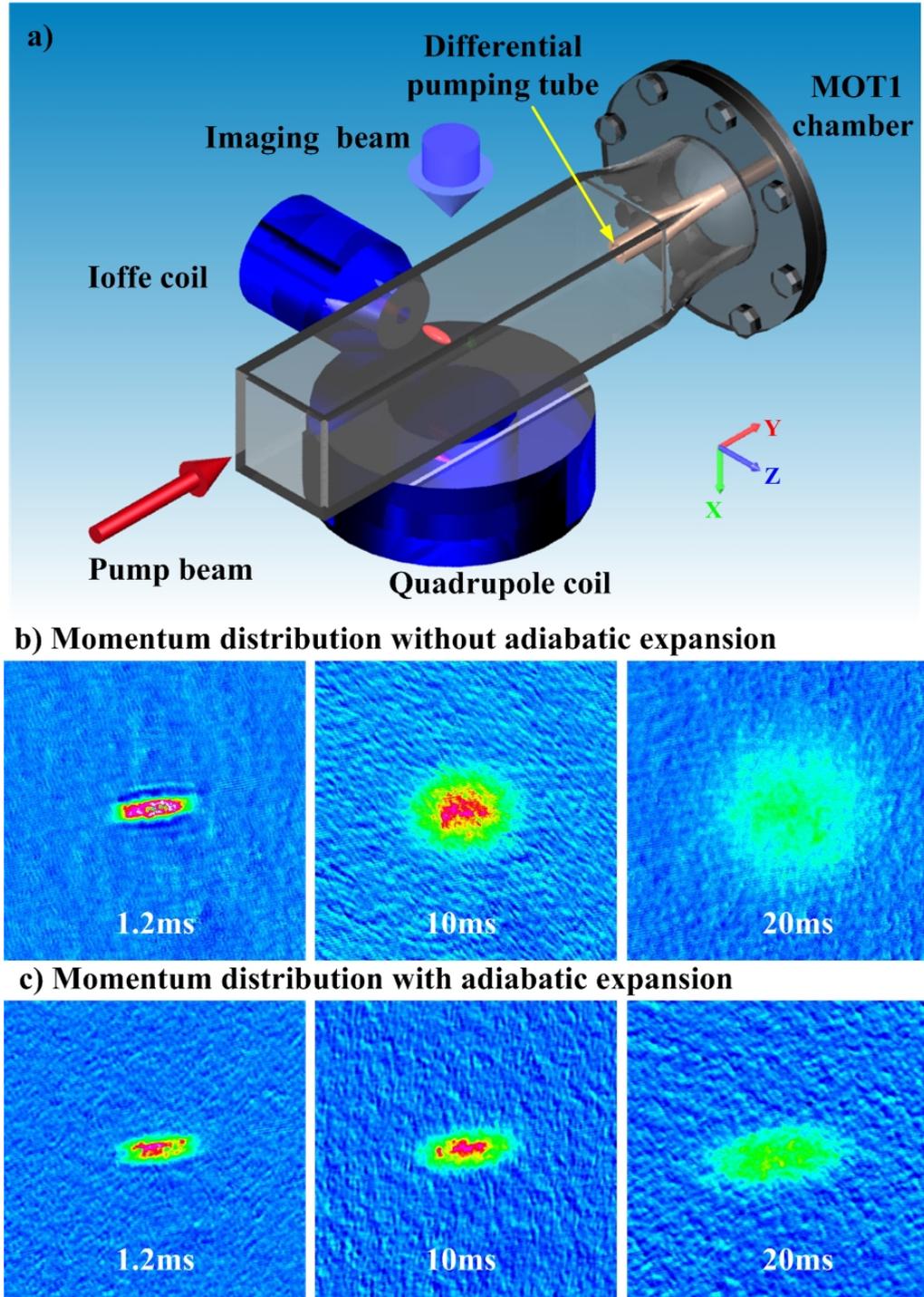


图 4.5 动量压缩简并费米气体的产生。(a) 费米气体瑞利超辐射的实验装置示意图，一束红失谐的泵浦光垂直于原子云长轴方向入射，偏振方向为 x 方向。(b) 在 QUIC 阱中得到简并费米气体后，很快释放原子，让原子自由飞行 $t_F = 1.2\text{ms}, 10\text{ms}, 20\text{ms}$ 后得到的吸收成像。(c) 绝热展开后，原子自由飞行的吸收成像。每个成像范围为 $1.17\text{mm} \times 1.17\text{mm}$ 。

图 4.5(a)给出了实验装置的示意图, 整个实验是在 MOT2 (玻璃 Cell) 中进行, 出于视角的考虑, 图中省略了四极线圈对的上线圈。原子经过 3 s 的绝热压缩后在空间上转移了约 2mm。泵浦光沿着 y 轴方向入射, 实验上尽量使它完全穿过 MOT1 和 MOT2 之间的无氧铜管, 避免反射光对超辐射实验的影响。

在这里, 我们首先分析一下可控绝热展开前后原子云动量分布的不同, 如图 4.5(b) (c)所示。可以看出可控绝热展开前, 原子云在自由飞行中, 动量展开很快, 也就是存在加大的动量, 意味着较高的温度, 在飞行 20ms 后, 可以看出原子云的动量分布是各向同性的(参照图 4.6(b)), 此时用高斯拟合得到的空间展开 $\Delta y = \Delta z \approx 195 \mu\text{m}$, 对应的半高宽的动量展开为 $\approx 1.8\hbar k_L$, 相干时间为 $\approx 40 \mu\text{s}$ 。从图 4.6(b)中我们可以看出, 这样大的初始动量分布无法使我们清楚地分辨超辐射后不同动量原子云的空间展开, 就是图中三个红色圆圈存在很大的重叠区域。

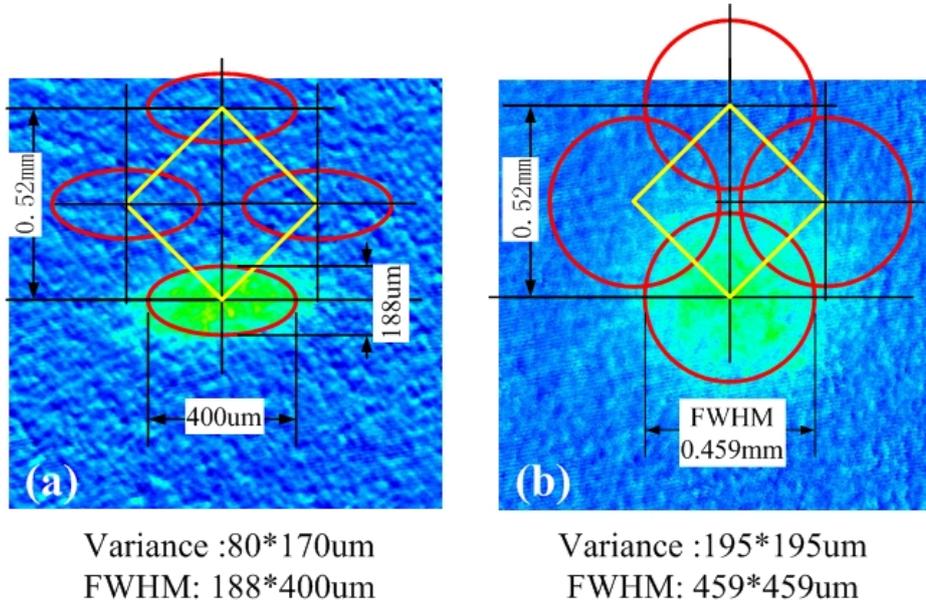


图 4.6 (a)可控绝热展开后; (b)可控绝热展开前的原子吸收成像($t_F = 20\text{ms}$)。三个红圈代表存在超辐射时, 散射后原子云所处的位置和相互重叠的情况, 每个成像范围为 $1.17\text{mm} \times 1.17\text{mm}$ 。图中标注 $d(2\hbar k_L) = 0.52 \mu\text{m} (20\text{ms})$ 为原子云自由飞行 20ms 的距离。

为了克服这个障碍, 我们在实验上做了可控绝热展开, 就是绝热地降低磁阱的振荡频率到 $\omega_x / 2\pi = 66\text{Hz}$, $\omega_y / 2\pi = 33\text{Hz}$, $\omega_z / 2\pi = 17\text{Hz}$ 。这个过程中原子云的熵保持不变, 原子云的温度得到显著降低^[24], 动量分布被压窄, 得到了一个超冷的, 动量压缩的量子简并费米气体^[25]。从图 4.5(c) 中, 可以看出原子云的纵横比几乎始

终维持在一个固定的比例上。我们知道飞行展开中原子云的空间分布反映了原子云的动量分布，也就是说，绝热展开使得原子云在 QUIC 阱径向上的动量分布被压缩在一个很窄的范围内。用高斯拟合得到 $y(z)$ 轴方向上对应的相干时间为 $215 \mu\text{s}$ ($42 \mu\text{s}$)。从图 4.6(a) 中我们可以看出，这样的初始动量分布可以清楚地分辨超辐射后不同动量原子云的空间展开。

4.3.2 瑞利超辐射的观测

实验中我们观测到了量子简并费米气体的瑞利超辐射，如图 4.7(b) 所示，可以清晰地观测到三个不同动量态 ($2\hbar k_L$, $2\hbar k_L \cos 39^\circ$) 原子的集体行为。

我们考虑三个决定散射后集体反冲原子方向的物理机制。第一，泡利不相容原理^[26]对散射后原子的影响；第二简并费米气体的动量分布；第三，不同方向上原子云的光学厚度。这三个因素导致费米气体中的超辐射与 BEC 中的超辐射存在很大不同。

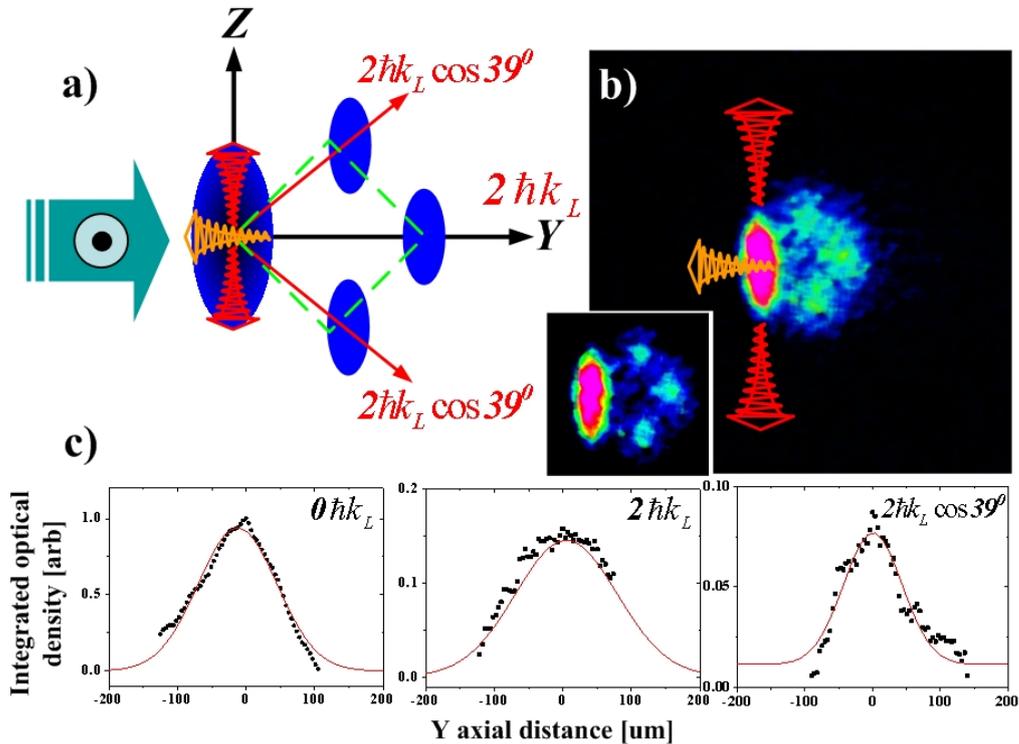


图 4.7 费米原子超辐射时，集体原子的反冲行为。(a) 实验的示意图，图中的正方形四个点标注为 End-fire 模式下，原子动量分布；(b) 费米原子的吸收成像，自由飞行时间 15ms ，成像区域 $2\text{mm} \times 2\text{mm}$ ；(c) 不同动量原子的一维光学密度积分分布。

从以上的叙述，我们知道 BEC 的超辐射，光子从凝聚体轴线方向出射可以获得最大的增益，所以光子出射的方向为凝聚体的轴向，为 End-fire 模式。反冲原子增加的动量为 $\sqrt{2}\hbar k_L$ 。

在费米子的超辐射中，从图 4.7(b)中，我们测量得到反冲后原子的动量大于 $\sqrt{2}\hbar k_L$ ，而且成对的反冲原子角度分布小于 $\pm 45^\circ$ 。

另一个不同于 BEC 中的情形是动量为 $2\hbar k_L$ 原子云的成因。我们知道在 BEC 中，一阶反冲原子的 End-fire 模式出射光子再次得到动量 $\sqrt{2}\hbar k_L$ ，最后动量合成得到 $2\hbar k_L$ 的原子云。分析图 4.7(b)中动量为 $2\hbar k_L$ 的 ^{40}K 原子云的成因将更加复杂，它不可能由 $2\hbar k_L \cos 39^\circ$ 的原子云二次与泵浦光作用生成。因为假如原子云二次与泵浦光作用将在相同的 39° 方向生成高阶反冲原子。另外动量为 $2\hbar k_L$ 的 ^{40}K 原子云的原子很多，我们分析极有可能是由于反向散射所造成的，也就是原子吸收一个光子后在向后(y 轴负方向)散射一个光子，共得到了动量 $2\hbar k_L$ 。当然这些还有待实验上进一步证实。

实验上我们在 z 轴方向上注入了一束光照射原子云，光的失谐、偏振与 y 轴的泵浦光完全一致，在 BEC[图 4.8(a)]和 DFG[图 4.8(b)] 中都观测到高动量的散射原子云，如图 4.8 所示。

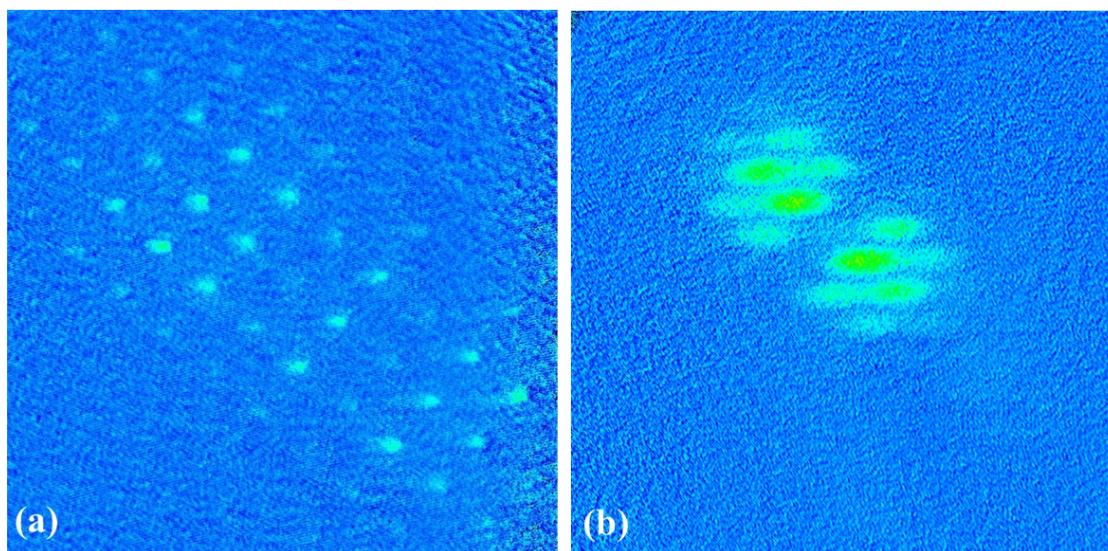


图 4.8 在 QUIC 阱的轴向上注入一束与泵浦光失谐偏振完全一致的光，光强为泵浦光的 1/10；观测到的 ^{87}Rb (a)和 ^{40}K (b)原子云的动量分布情况

4.4 本章小结

我们首先描述了超辐射的光栅理论和小信号理论，紧接着就 BEC 中的瑞利超辐射和拉曼超辐射进行了比较。在实验上我们分别观测到了玻色子 ^{87}Rb 和费米子 ^{40}K 简并状态下的瑞利超辐射，比较了它们的实验现象。简并费米子 ^{40}K 瑞利超辐射的实现为研究费米物质波放大和四波混频等相关研究提供了平台。值得注意的是由于目前依旧没有明确的理论可以完美地解释超辐射中所有的实验现象，所以对超辐射的理解还需要进一步的实验和理论上的研究。

参考文献

- [1] R. H. Dicke, Coherence in Spontaneous Radiation Processes, *Phys. Rev.*, **93** 99 (1954).
- [2] N. Skribanowitz, I. P. Herman, J. C. MacGillivray, and M. S. Feld, Observation of Dicke Superradiance in Optically Pumped HF Gas, *Phys. Rev. Lett.*, **30** 309 (1973); Y. N. Chen, D. S. Chuu, and T. Brandes, Current Detection of Superradiance and Induced Entanglement of Double Quantum Dot Excitons, *Phys. Rev. Lett.*, **90** 166802 (2003); Y. N. Chen, C. M. Li, D. S. Chuu, and T. Brandes, Proposal for teleportation of charge qubits via super-radiance, *New J. Phys.* **7**, 172 (2005);
- [3] A. Mitra, R. Vyas, and D. Erenso, Generation and evolution of entanglement in coupled quantum dots interacting with a quantized cavity field, *Phys. Rev. A*, **76** 052317 (2007).
- [4] S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, J. Stenger, and W. Ketterle, Superradiant Rayleigh Scattering from a Bose-Einstein Condensate, *Science*, **285** 571 (1999).
- [5] L. E. Sadler, J. M. Higbie, S. R. Leslie, M. Vengalattore, and D. M. Stamper-Kurn, Coherence-Enhanced Imaging of a Degenerate Bose-Einstein Gas, *Phys. Rev. Lett.*, **98** 110401 (2007).
- [6] H. Uys, and P. Meystre, Theory of coherent Raman superradiance imaging of condensed Bose gases, *Phys. Rev. A*, **75** 033805 (2007).
- [7] H. Uys, and P. Meystre, Superradiant Raman scattering in an ultracold Bose gas at finite temperature, *Phys. Rev. A*, **77** 063614 (2008).
- [8] A. T. Black, J. K. Thompson, and V. Vuletic, On-Demand Superradiant Conversion of Atomic Spin Gratings into Single Photons with High Efficiency, *Phys. Rev. Lett.*, **95** 133601 (2005).
- [9] P. F. Herskind, A. Dantan, J. P. Marler, M. Albert, and M. Drewsen, Realization of collective strong coupling with ion Coulomb crystals in an optical cavity, *Nat. Phys.*, **5** 494 (2009).
- [10] W. Ketterle, and S. Inouye, Does Matter Wave Amplification Work for Fermions?, *Phys. Rev. Lett.*, **86** 4203(2001)
- [11] M. G. Moore, and P. Meystre, Atomic Four-Wave Mixing: Fermions versus Bosons,

Phys. Rev. Lett., 86 4199(2001)

[12] P. Villain, P. Öhberg, L. Santos, A. Sanpera, and M. Lewenstein, Four-wave mixing in degenerate atomic gases, Phys. Rev. A, 64 023606 (2001)

[13] Yutaka Yoshikawa, Yoshio Torii, and Takahiro Kuga, Superradiant Light Scattering from Thermal Atomic Vapors, Phys. Rev. Lett., 94 083602 (2005).

[14] Pengjun Wang, L. Deng, E.W. Hagley, Zhengkun Fu, Shijie Chai, Jing Zhang, Observation of collective atomic recoil motion in a momentum-squeezed, ultra-cold, degenerate fermion gas, arXiv:1006.3250v2.

[15] M Gross, and Serge Haroche, Superradiance: An essay on the theory of collective spontaneous emission, Phys Rep., 93 301 (1982).

[16] C. J. Foot, Atomic Physics, Department of Physics University of Oxford, Oxford University presses (2005) P180.

[17] W. Ketterle, and S. Inouye, Collective enhancement and suppression in Bose-Einstein condensates. Comptes rendus de l'académie des sciences, Série IV - Physique Astrophysique, vol. 2, pp. 339-380 (2001); E-print : cond- mat/0101424.

[18] L. Deng, E. W. Hagley, Qiang Cao, Xiaorui Wang, Xinyu Luo, Ruquan Wang, M. G. Payne, Fan Yang, Xiaoji Zhou, Xuzong Chen, and Mingsheng Zhan, Observation of a Red-Blue Detuning Asymmetry in Matter-Wave Superradiance, Phys. Rev. Lett., 105 220404 (2010).

[19] L. Deng, M. G. Payne, and E. W. Hagley, Electromagnetic Wave Dynamics in Matter-Wave Superradiant Scattering, Phys. Rev. Lett., 104 050402 (2010)

[20] W. Ketterle, Comment on “Electromagnetic Wave Dynamics in Matter-Wave Superradiant Scattering”, Phys. Rev. Lett., 106 118901 (2011); Deng, M. G. Payne, and E. W. Hagley, “Deng, Payne, and Hagley Reply:”, Phys. Rev. Lett., 106 118902 (2011).

[21] 杨帆, 玻色-爱因斯坦凝聚体动量操控的物理机制研究, 博士论文, 北京大学 (2008).

[22] Y. Yoshikawa, T. Sugiura, Y. Torii, and T. Kuga, Observation of superradiant Raman scattering in a Bose-Einstein condensate, Phys. Rev. A, 69 041603(R) (2004).

[23] D. Schneble, G. K. Campbell, E. W. Streed, M. Boyd, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, Raman amplification of matter waves, Phys. Rev. A, 69 041601(R) (2004).

[24] J. Catani, G. Barontini, G. Lamporesi, F. Rabatti, G. Thalhammer, F. Minardi, S.

Stringari, and M. Inguscio, Entropy Exchange in a Mixture of Ultracold Atoms, *Phys. Rev. Lett.*, 103 140401 (2009).

[25] L. Costa, J. Brachmann, A.-C. Voigt, C. Hahn, M. Taglieber, T. W. Hänsch, and K. Dieckmann, s-Wave Interaction in a Two-Species Fermi-Fermi Mixture at a Narrow Feshbach Resonance, *Phys. Rev. Lett.*, 105 123201 (2010).

[26] B. DeMarco, and D. S. Jin, Exploring a quantum degenerate gas of fermionic atoms, *Phys. Rev. A*, 58 3267(1998).

第五章 超冷玻色费米气体中 Feshbach 共振的实验观测

5.1 概述

超冷原子气体的实现为研究许多量子现象提供了良好的平台，比如超流，Mott 绝缘位相，多体物理，新奇量子相(FFLO 等)。最近一段时间，对超冷原子的研究达到了一个新的顶点，因为人们掌握了一种精确控制原子之间相互作用的工具，可以将相互作用调节到任意一个值，从 $a > 0$ (排斥)到 $a < 0$ (吸引)，以至到 $a \rightarrow \infty$ (强相互作用区域)，这个工具就是 Feshbach 共振。

Feshbach 共振最早是在研究核物理中发现的^[1]。受这个发现的启发，理论学家认为这种共振也有可能存在于超冷原子气体中^[2,3]。在超冷温度下，原子之间的相互作用很大一部分由 s 波的碰撞来决定。类似于核物理中的 Feshbach 共振，两个自由超冷原子组成一个有一定寿命的束缚态，比如说双原子分子。这两个原子在组成束缚态之后，原子所处的超精细态发生了改变。由于不同的超精细态在磁场中有不同的 Zeeman 分裂，因此束缚态的能量与两个自由原子的散射能量可以通过外部磁场来调节。这意味着原子之间的 s 波相互作用就可以控制在任意的值上 $(-\infty, \infty)$ 。1998 年第一次在实验上用超冷原子观测到了 Feshbach 共振^[4]，他们用光阱俘获了超精细态 $|F=1, m_F=1\rangle$ 上的 ^{23}Na 原子，然后将均匀磁场放置在 907G 观测到了原子突然大量的损耗。在这个实验之后，人们在许多种玻色原子(包括 ^7Li ^[5], ^{23}Na ^[4,6], ^{39}K ^[7], ^{85}Rb ^[8], ^{87}Rb ^[9], ^{133}Cs ^[10], ^{52}Cr ^[11])，费米原子(包括 ^6Li ^[5,12], ^{40}K ^[13], ^{171}Yb ^[14])中都观测到了 Feshbach 共振，这些都是同核原子之间的共振，还观测到了许多异核原子(比如 $^6\text{Li}^{87}\text{Rb}$ ^[15,16], $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ ^[17,18])之间的共振，观测到的共振有 s 波， p 波， d 波， g 波的共振。

Feshbach 共振在超冷量子气体的研究中扮演着极其重要的角色，从图 5.0 中我们看出，在 1998 年以前仅仅有一小部分的文章与 Feshbach 共振有关，而且大部分与原子没有任何关系。而到了 98 年之后，每年都看到了文章数量上的大幅度增长，特别是 2002 年到 2005 年。有意思的是 2002 年被称为 Feshbach 共振年(the year of Feshbach resonances)，2003 年又被称为 Feshbach 分子年(the year of Feshbach molecules)。为什么 Feshbach 共振在超冷原子研究中如此吸引人呢？它为超冷原子

到底带来了什么？

因为它为实验上操控超冷原子提供了一个新的维度，在原子之间调节其相互作用。这为人们提供研究超冷原子多体物理中的量子现象提供了平台。下面介绍几个在实验中的应用。

第一个详细地研究了 BEC 塌缩，也就是原子之间的散射长度小于零的情形。在 98 年之前，人们已经在 ^7Li 的凝聚体中观测到了塌缩^[19]，实验上原子之间的散射长度为一个不可改变的负值。这个相互作用导致原子形成凝聚时原子数目很小。在 98 年之后人们才用 Feshbach 共振人为地调节相互作用来研究塌缩效应中的许多细节^[20]。我们知道 BEC 中的许多物理过程可以用平均场很好地描述，平均场中相互作用强度是由密度和散射长度 a 来决定的。当 $a > 0$ 时，原子之间相互排斥，当 $a < 0$ 时，原子之间相互吸引。在凝聚体中，当原子之间的相互吸引足够强时，原子之间的动能不足以平衡这种作用来稳定 BEC，此时 BEC 就会出现塌缩。可以从吸收成像中直接观测到一串串的原子从 BEC 中喷射出来，剩余的为长寿命的凝聚态原子，这是一个很令人奇怪的事情。这种现象被解释为长寿命的凝聚态原子已经分裂为亮孤子^[21]。

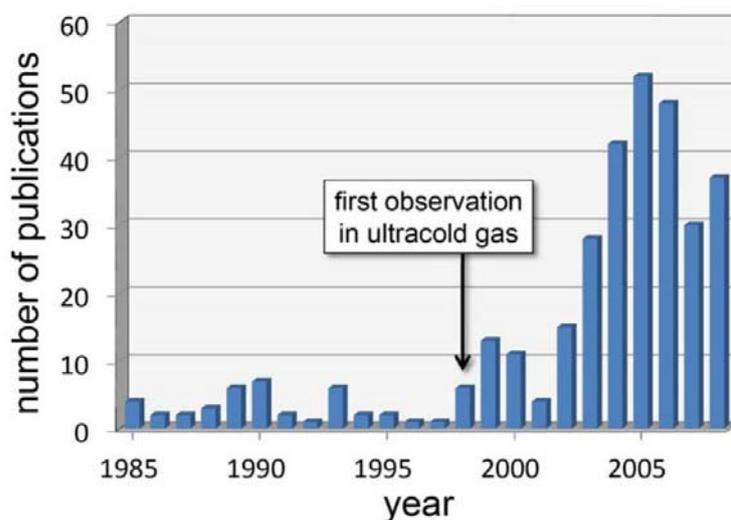


图 5.1 每年标题中包括“Feshbach resonances”的文章数目(1985, 2008)。数据来源于 ISI。图片来自于文献[22].

第二个实验将 Feshbach 共振应用于产生大的 BEC 或者说得到 BEC。我们知道有些原子有非常好的、有益的碰撞特性，比如 ^{87}Rb 和 ^{23}Na ，它们不需要加任何相互作用调节就可以实现大数目的 BEC，但是有的原子却不可以，它们需要 Feshbach 共

振调节相互作用生成大的 BEC(^7Li), 甚至得到 BEC(^{85}Rb , ^{133}Cs , ^{39}K)。我们先讨论一下产生 BEC, 怎样的散射长度才是完美的。首先, 它应该大于零也就是相互排斥, 因为相互吸引会导致凝聚体的塌缩。其次, 它不应该很小, 因为实现 BEC 的蒸发过程是通过原子之间的弹性碰撞来实现的, 弹性碰撞的散射截面为 $8\pi a^2$, 太小的散射长度无法保证很好的蒸发过程。最后, 它不应该很大, 因为三体损耗正比于 a^4 , 太大的散射长度会导致由三体碰撞引起的原子快速损耗。

以上的分析表明最完美的散射长度应该在几十倍到几百倍的玻尔半径 a_0 之间。实验上, 最适宜的散射长度还应该取决于俘获阱的特性和原子之间的非弹性损耗。特别要说的是, Feshbach 共振的调节在 ^{133}Cs BEC 的实现过程中起着至关重要的作用^[23], 由于 ^{133}Cs 的背景散射长度在 $-3000a_0$ ($B=0\text{G}$), 在这样的情况下实现 BEC 是完全不可能的, 但是 2003 年奥地利的 Grimm 小组在光阱中实现了 ^{133}Cs 的 BEC^[23], 实验上的第一步蒸发冷却阶段, 把原子装载在浅的, 大体积的光阱中, 散射长度调节在 $1200a_0$ (73G), 这样的散射长度为低密度的原子样品提供了大的弹性碰撞。随着密度的提高, 第二个冷却阶段将原子装载在紧束缚的光阱中, 散射长度调节在 $210a_0$ (21G), 高效的蒸发冷却得到了 BEC。上面讨论的两个应用都是用在玻色原子方面, 下面讨论一下在费米原子方面的应用。

第三个实验应用于实现费米子的双原子分子。冷分子是目前一个快速发展的研究领域, 它为研究冷化学(cold chemistry), 精密测量, 多体物理, 量子信息提供了一个很好的机会。目前最冷的分子冷却在 nk 量级, 是由超冷原子经过 Feshbach 缔合来实现的。实验上可以采用三种方法来实现: (a)扫描磁场通过 Feshbach 共振点, 这样可以绝热地转化两个自由原子为双原子分子^[24,25]。(b)一个振荡的磁场导致原子实现从散射态向分子态的跃迁^[26,27]。(c)原子之间的三体重构组成一个双原子分子和一个自由原子^[28,29]。实验已经实现了同核分子^[24,26-29]和异核分子^[25]。实验上还将费米子的分子冷却到 BEC。分子 BEC 可以用平均场近似来描述, 简单的将原子的质量换做分子的质量, 将原子的散射长度换做分子的散射长度就可以了。但是由于分子间大的散射长度, 分子 BEC 会表现出不同于平均场的效应(beyond-mean-field effects)^[30]。

第四个实验应用于 BEC-BCS 交叉区域。对于两组分的费米气体, 当 $a > 0$ 时可以形成双原子分子, 零温度下实现可以分子 BEC 超流; 当 $a < 0$ 时可以组成库珀对为多体效应, 零温度下可以实现 BCS 超流。在这两个弱相互作用区域($|1/k_F a| \gg 1$) 都有很好的理论解释。

许多理论学家试图解释费米 BCS 超流(超导)和分子 BEC 之间的联系, 其中

BEC-BCS 交叉区域的图像就描绘出一个平滑的过渡连接着这两个弱相互作用区域。在这个图像中，原子的费米特性和成对后的玻色特性都是必须要考虑的。这种解释上的努力已经持续了 20 年，依然存在很大的困难^[31,32]。通过 Feshbach 共振调节费米原子之间的相互作用为定量地研究这个难题提供了一个平台。

Feshbach 共振在实验中还用作研究多体物理，比如 Effimov state，研究许多新奇的量子态，比如最近在实验上观测到的 FFLO 态。以上提到的都是在碱金属中的应用。最近几年也被应用在碱土金属中，但由于在碱土金属原子系统中，原子的基态不存在超精细相互作用，所以不存在磁场的 Feshbach 共振。但是原子之间相互作用的调节可以用光学的方法来实现，光子耦合原子的散射基态和一个激发束缚态^[33]，也就是光学 Feshbach 共振。总之，Feshbach 共振作为一种有用的工具，拓宽了超冷原子的研究领域，并且成为了这一领域不可或缺的研究工具。

5.2 Feshbach 共振的相关理论

在原子碰撞中三种主要的共振起着关键作用，Potential 共振，Shape 共振和 Feshbach 共振。在这里我们主要讨论 Feshbach 共振。Feshbach 共振发生在当处在

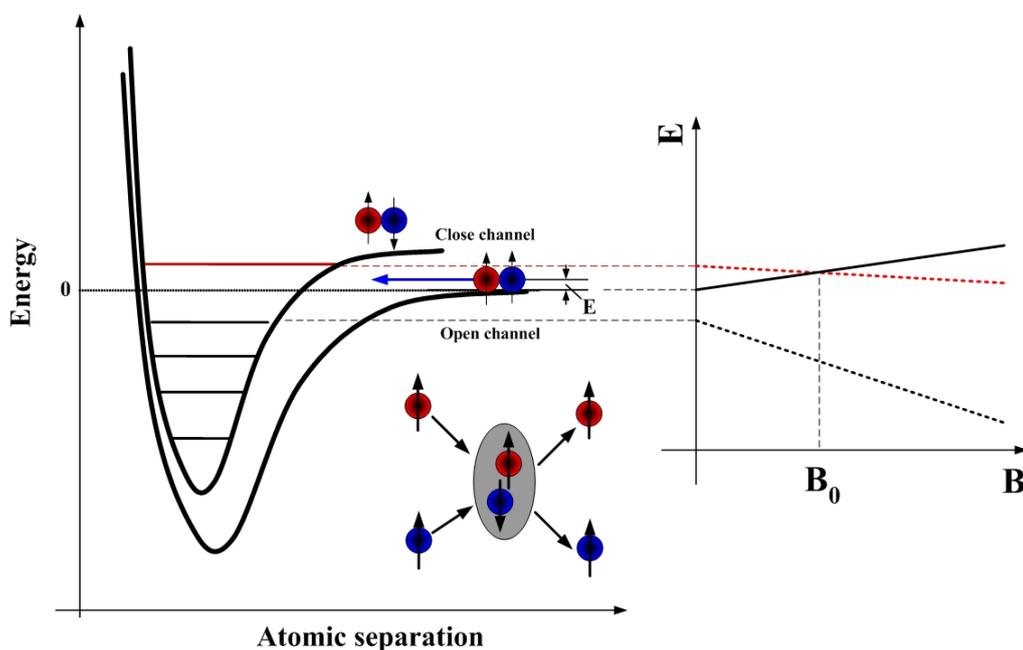


图 5.2 Feshbach 共振中基本的两通道模型。处在开通道上两个自由原子发生碰撞，与闭通道上的一个束缚态发生耦合。共振耦合发生在 $B = B_0$ ，此时磁场调节束缚态能量和阈值能量得到同一个值。

开通道上的碰撞原子的散射态能量与闭通道上束缚态能量相同时，处于散射态的原子会跃迁到束缚态上，此时就意味着发生了共振，但是这个束缚态势极不稳定的，也被称为准束缚态(quasi-bound state)，如图 5.2 所示。

在这里简单地描述一下 Feshbach 的基本理论，对通道，准束缚态等概念有个了解。详细的阐述可以参考文献[22,34,35]。

我们考虑两个原子发生碰撞的情形，用 (m, x, k) 来标定每一个原子， m 为质量， x 为位置， k 为原子的动量。这个问题可以用薛定谔方程来表示

$$\left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{\mu} + V(r)\right)\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (5.1)$$

其中 $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ 为约化质量， $V(r)$ 为原子的相互作用势，有效区域 r_0 。对于 $r \gg r_0$ 时，有一般解

$$\psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} + f(k, \theta) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (5.2)$$

$f(k, \theta)$ 为散射幅度， $\vec{k} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$ ， $\vec{r} = \vec{x}_1 - \vec{x}_2$ 。在实验上与微分散射强度有关

$$|f(k, \theta)|^2 = \frac{d\sigma}{d\Omega}, \quad \sigma \text{ 为总的散射碰撞截面。}$$

为了计算散射幅度，用勒让德(Legendre)多项式 $P_l(\cos(\theta))$ 展开得到

$$\psi(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{u_l(k, r)}{r} P_l(\cos(\theta)) \quad (5.3)$$

$$f(k, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} f_l(k) P_l(\cos(\theta)) \quad (5.4)$$

其中 $u_l(k, r)$ 为径向波函数， l 代表角动量。满足径向波函数薛定谔方程。

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{\mu}{\hbar^2} V(r) + k^2\right)u_l(k, r) = 0 \quad (5.5)$$

由于 $r \gg r_0$ 忽略第三项，得到它的解

$$u_l(k, r) = \frac{1}{k} \text{Sin}\left(kr - \frac{\pi}{2}l + \delta(k)\right) \quad (5.6)$$

可以得到

$$f_l(k) = \frac{2l+1}{2ik} (e^{2i\delta(k)} - 1) \quad (5.7)$$

$\delta_l(k)$ 为相移。

对于低的温度，所有 $l > 0$ 的项都没有了，则

$$f(k, \theta) = f_0(k) P_0(\cos(\theta)) \rightarrow \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\delta_0(k)}{k} \quad (5.8)$$

我们定义散射长度 $a = -\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\delta_0(k)}{k}$

在希尔伯特空间，两原子不同自旋态的组合定义为不同的通道。有根据大于和小于原子能量的通道分为闭通道子空间 Q 和开通道子空间 P，如图 5.2 所示。

在 Feshbach 理论中，引入算符 P 和 Q ，投影到子空间 Q 和 P 上，满足这样的关系

$$\begin{aligned} P &= P^\dagger & Q &= Q^\dagger \\ P^2 &= P & Q^2 &= Q \\ P + Q &= I \end{aligned}$$

这样两个正交的子空间就跨越了整个希尔伯特空间，可以这样描述散射态波函数和束缚态的波函数 $\Psi = P\Psi + Q\Psi$ 。系统中描述两体问题的薛定谔方程 $(E - H)\Psi = 0$ 就可以被分割为两个耦合方程

$$(E - H_{PP})\Psi_P = H_{PQ}\Psi_Q \quad (5.9)$$

$$(E - H_{QQ})\Psi_Q = H_{QP}\Psi_P \quad (5.10)$$

此处用到了 $\Psi_P = P\Psi$, $\Psi_Q = Q\Psi$, $H_{PP} = PHP$, $H_{QQ} = QHQ$, $H_{PQ} = PHQ$ 。

哈密顿量 $H = H^0 + V$ ， H^0 为单粒子相互作用， V 为两体相互作用。方程(5.10)可

以用格林算符 $\frac{I}{E^+ - H_{QQ}}$ 解得

$$\Psi_Q = \frac{I}{E^+ - H_{QQ}} H_{QP} \Psi_P \quad (5.11)$$

其中 $E^+ = E + i\delta$ ， δ 为从正的方向趋近于零。将(5.11)代入(5.10)得到

$$(E - H_{eff})\Psi_P = 0 \quad (5.12)$$

此处 $H_{eff} = H_{PP} + H_{PQ} \frac{1}{E^+ - H_{QQ}} H_{QP}$ ，这里的第二项描述了 Feshbach 共振中临时跃迁的过程原子从 P 空间跃迁到 Q 空间，在 Q 空间传播，最后跃迁回 P 空间，如图 5.2 所示。

经过在 Q 空间展开格林算符，通过引入 T 矩阵元，最后得到一个散射长度的表示式

$$\frac{4\pi\hbar^2 a}{\mu} = \frac{4\pi\hbar^2 a_p}{\mu} - \sum_n \frac{\left| \langle n | \hat{H}_{QP} | k, \hat{U}_{I,+} \rangle \right|^2}{E - E_n} \quad (5.13)$$

其中 a_p 为假如只有 P 空间的散射时的散射长度，也可以叫背景散射长度，假定 Q 空间只有一个束缚态与两个原子散射态有作用，

$$a \approx a_p + \frac{\mu \left| \langle n | \hat{H}_{QP} | k, \hat{U}_{I,+} \rangle \right|^2}{4\pi\hbar^2} \frac{1}{E - E_n} \quad (5.14)$$

在共振点 B_0 附近，

$$E - E_n \approx (\mu_n - \mu_1 - \mu_2)(B - B_0)$$

其中 $\mu_i = -\frac{\partial E_i}{\partial B}$ 为态 i 的磁距。 μ_1, μ_2 为碰撞原子的磁距， μ_n 为束缚态上两原子的磁距，如图 5.2 所示。

这样我们就可以得到

$$a \approx a_p \left(1 + \frac{\Delta B}{B - B_0} \right) \quad (5.15)$$

$$\Delta B = \frac{\mu \left| \langle n | \hat{H}_{QP} | k, \hat{U}_{I,+} \rangle \right|^2}{4\pi\hbar^2 a_p}$$

磁场 Feshbach 共振可以用一个简单的公式描述，s 波散射长度是磁场的函数：

$$a(B) = a_{bg} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right) \quad (5.16)$$

其中 a_{bg} 为背景的散射长度，联系到开通道的势能， Δ 为共振宽度， B_0 为共振

点, s 波散射长度趋向于无穷大。从式中我们可以看出当 $B = B_0 + \Delta$ 时, 散射长度为零, 此处原子之间的相互作用为零, 为理想气体区域, 也是研究的重点。另外, 共振耦合也可以通过用光的方法, 光的 Feshbach 共振可以引用磁场 Feshbach 共振不适用的时候, 比如碱土金属中。

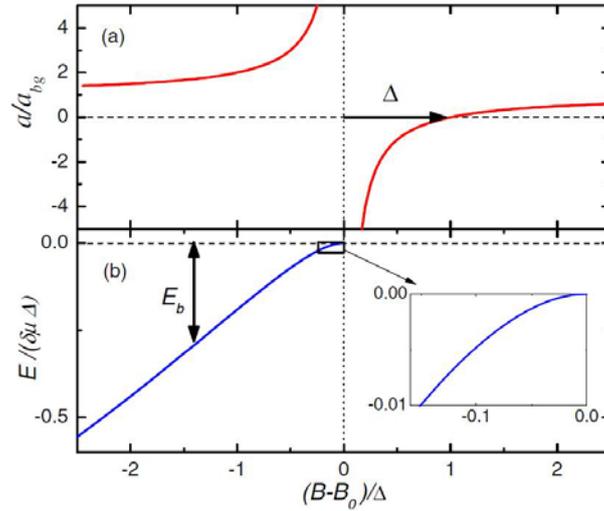


图 5.3 Feshbach 共振特性。在共振点附近(a)散射长度(b)分子能量与磁场的关系。 E_b 定义为分子的束缚能。

在共振点附近, 弱束缚分子态的能量联系到零动量两自由原子的阈值。当分子态的能量接近于 0 时, 散射长度趋向于正无穷。当远离共振点时, 分子态的能量随磁场为线性变化, 斜率为 $\delta\mu$, 也就是两个通道之间的磁距差。在共振点附近, 两通道的耦合很强, 散射长度很大。对于正的, 大的散射长度, 分子态的束缚能为

$$E_b = \hbar^2 / 2Ma^2 \quad (5.17)$$

其中 $M = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ 为原子对的约化质量。在这个区域分子态的束缚能 $E_b \propto (B - B_0)^2$, 如图 5.3(b)中插图所示。这个区域是十分有趣的区域, 因为它的普适性, 这个区域内束缚态的特性可以用一个有效分子势就可以确定, 分子势的散射长度 a 。此处原子行为的波函数为一个量子态(halo state)^[36]。

Feshbach 共振两个显著的特点为散射长度的磁场可调节性, 和原子在共振区域可以观测到一个很快的损耗。第二个特性主要归因于共振点附近增强的三体重构和分子组成。在文献[37]中对原子损耗有这样的描述: 当我们考虑处于激发 Zeeman 通道时, 有两个物理过程决定了两体碰撞损耗, (1) 自旋交互耦合(Spin-exchange

coupling) 导致非弹性自旋弛豫过程(ISR, inelastic spin relaxation)。这个过程中碰撞的原子对耦合到能量较低的通道上, 这个通道与原子初始所处的通道相同的 $M_F = m_{F1} + m_{F2}$ 和空间波数 l 。对于处在能量最低的 s 波通道的原子, 这种损耗机制是不必考虑的。(2) 自旋偶极耦合(Spin dipole coupling) 可以耦合碰撞的原子到某个通道, 与原来的通道的有着不一样的 M_F 和 l 。这个过程满足 $M_{tot} = M_F + m_l$ 是守恒的, 在空间波数上的变化满足 $\Delta l = \pm 2$, m_l 为 l 在磁场量化轴上的投影。这类耦合是关于 s 波和 d 波, d 波和 g 波之间进行, 也就是由于对称要求奇数波不再考虑内。

5.3 光学偶极阱的参数和超精细态的自旋制备

5.3.1 光学偶极阱的参数

在第二章我们已经描述过, 实验上实现 ^{87}Rb 和 ^{40}K 的量子气体简并时, ^{87}Rb 原子处在 $|F=2, m_F=2\rangle$ 态上, ^{40}K 原子处在 $|F=9/2, m_F=9/2\rangle$ 态上。这两个超精细态都是低场趋近态, 在 QUIC 磁阱中有着很好的束缚, 并且对于非弹性碰撞是免疫的。但是, 这两个态的原子组合在基态和激发态的分子势具有相同的磁距, 两个通道之间的能量就不能通过磁场来实现调节了。我们必须将原子转移到其他自旋态来研究 Feshbach 共振。

将原子转移到它们的最低能量超精细态上, 即 $|F=1, m_F=1\rangle$ 和 $|F=9/2, m_F=-9/2\rangle$ 。这两个态的混合对于两体损耗是很稳定的, 但是在实验室制备时, 总是先将 ^{87}Rb 由 $|2, 2\rangle$ 制备到 $|1, 1\rangle$ 态, 而 $|2, 2\rangle$ 态的 ^{87}Rb 和 $|9/2, -9/2\rangle$ 态的 ^{40}K 之间是很不稳定, 发生非弹性碰撞, 导致原子损耗。尽管 ^{87}Rb 制备后剩余的 $|2, 2\rangle$ 态的原子时很少的, 我们依然要将 $|2, 2\rangle$ 态的原子移除, 实验上采用 $30 \mu\text{s}$ 的共振光, 将 $|2, 2\rangle$ 态的原子泵浦掉。

$|1, 1\rangle$ 态和 $|9/2, -9/2\rangle$ 态都属于高场趋近态, 并且实验上将通过改变外部磁场来实现 Feshbach 共振, 所以不能使用磁阱束缚。实验上我们首先将原子转移到光阱中, 光阱是由两束 1064nm 激光成 90° 交叉而形成, 具体的光阱构成和参数参见论文 [38]。在这里简单介绍一下,

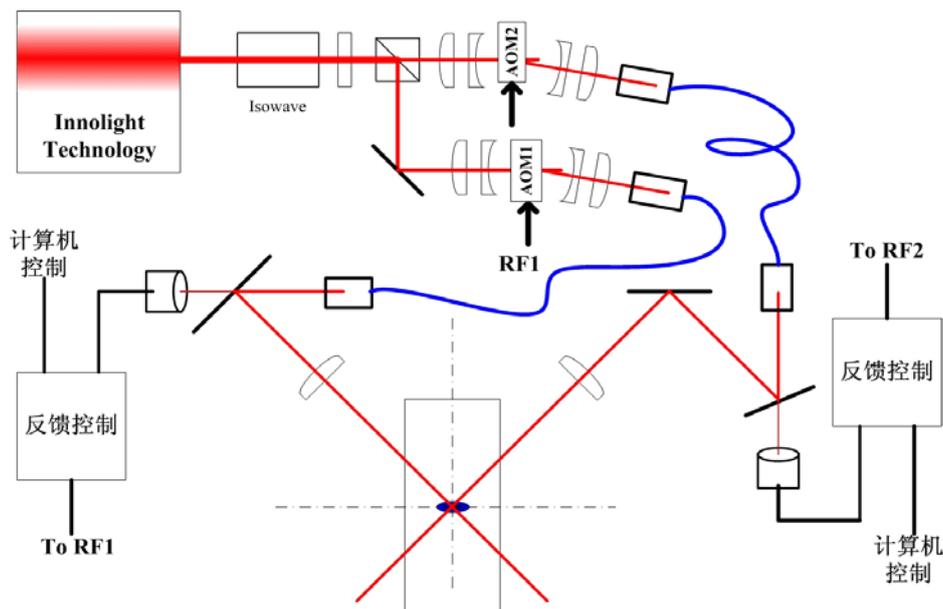


图 5.4 光学偶极阱的光路示意图。

激光器(MOPA 15NE, Innolight Technology, Ltd) 输出 1064nm 激光, 约为 6W, 经过隔离器后在偏振分束棱镜处分为两束, 分别经过两个 AOM (AOM1 -100MHz; AOM2 -110MHz, 频率的不同保证了两束光之间不会产生干涉) 再耦合到大功率单模保偏光纤, 经过光纤传输到 MOT2 附近, 从耦合光纤头输出的激光经过消相差的透镜会聚在混合气体的原子团上, 形成光学偶极阱。

使用光纤的传输, 一方面为了方便我们调节, 更重要的是避免光束指向性的抖动。为了保证光阱蒸发冷却和后续过程的稳定, 加上了光学反馈的装置用于稳定每束光的光强, 避免由于光强抖动导致的原子加热。

光束 1(过 AOM1)会聚的腰斑半径 $49 \mu\text{m}$, 光束 2: $38 \mu\text{m}$ 。光学阱中的振荡频率, 由光斑大小和光强来决定, 所以光阱中蒸发冷却原子时, 随着光强的降低, 光阱的频率也在降低。当降低到一定程度时, 蒸发冷却不再起任何作用, 意味低频率无法保证原子之间足够的弹性碰撞。

对于实验中 90° 交叉形成的光阱, 光阱的振荡频率主要取决于单个光速径向的频率。在实验上, 知道了每个光速径向的频率, 就可以得到 90° 交叉形成的光阱的振荡频率。

单光束光阱的底部满足谐振势近似, 振荡频率可以表示为^[39]

$$\omega_r = \sqrt{\frac{4\alpha P}{\pi c \epsilon_0 m w_0^4}} \quad (5.18)$$

$$\omega_z = \sqrt{\frac{2\alpha P}{\pi c \epsilon_0 m z_R^2 w_0^2}}$$

其中 z_R 为瑞利长度，为高斯光束 z 轴的光束半径公式 $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$ ， w_0 为光束腰斑半径。 α 为给定波长的极化度。

我们接着讨论一下光斑的测量，在光束传播的方向上，任何一点的光强测量满足这样的公式

$$I(x) = -I_0 \left(1 + e^{\frac{x-x_0}{w}} \right) + b \quad (5.19)$$

$$P(x) \sim w \left\{ 1 + \text{Erf} \left[\frac{\sqrt{2}}{w} (x - x_0) \right] \right\}^{[39]}$$

实验上我们直接用刀片法测量光斑半径，用式(5.19) 来对实验数据进行拟合。

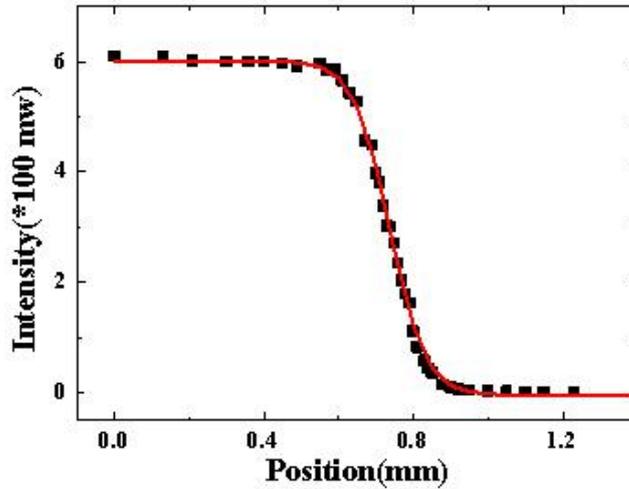


图 5.5 光斑半径的测量。

根据上面的测量的一系列数据，我们可以得到与光斑半径公式 $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$ ，相一致的数据，就是沿着光束传播方向光斑的大小。

从第二章中我们已经得到了磁阱转移后的超冷玻色费米混合气体，紧接着要做的就是将原子装载在光阱中。这是我们实验上的一个难点，通常来说最完美的装载是实现绝对的绝热装载，要求光阱的各个方向的振荡频率与磁阱的振荡频率完全一

致。还有在光阱绝热打开后，将磁阱缓慢地关闭，并且要保证关闭磁阱过程中不会在原子处存在任何磁场梯度。

还有一个问题，对于相同的磁阱，不同种原子在重力作用下会存在不一样的拖曳距离。由于转移后 ^{87}Rb 的原子得到了 8×10^6 大于 ^{40}K 的原子数，我们将光阱的位置固定在 ^{40}K 所在的高度，如图 5.6 所示。图中还给出了两束光光强的变化，分为光阱绝热装载过程，磁阱释放过程和光阱的三步蒸发过程。图中的右侧附着光阱三步蒸发后 ^{87}Rb 的飞行吸收成像。第一步后的原子数为 1.02×10^6 ，原子温度为 $1.03 \mu\text{K}$ ；第二步后的原子数为 6.55×10^5 ，原子温度为 $0.32 \mu\text{K}$ ；第三步实现 BEC 后的原子数为 3×10^5 。可以看出蒸发效率很高，第二步失去不到一半的原子，温度降低到了 1/3。

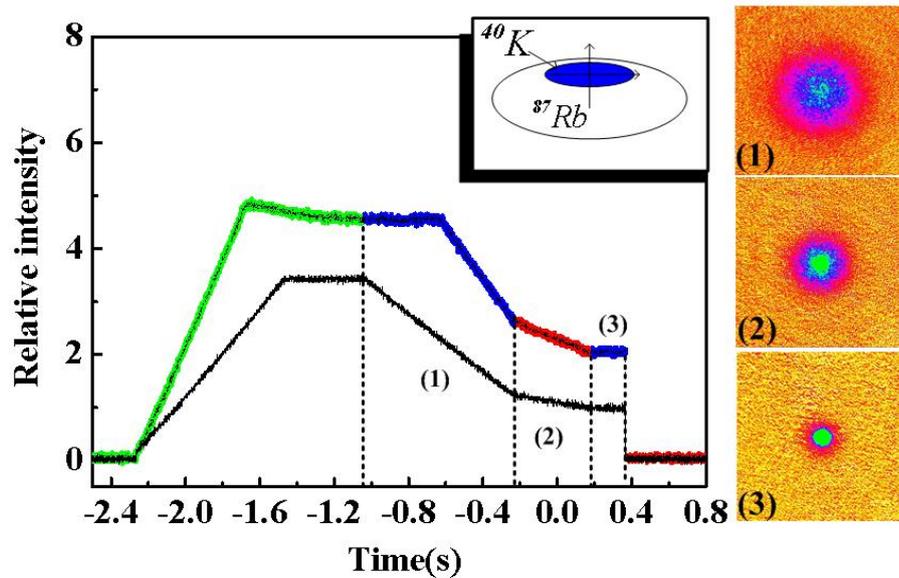


图 5.6 组成光阱的两束光光强变化，图中标记出了分三步的光阱蒸发，以及每步蒸发后原子的吸收成像，飞行 30ms。插图调节光阱位置时将光阱固定在 ^{40}K 原子的高度。

5.3.2 超精细态的自旋制备

在光阱中将混合气体冷却到 $1 \mu\text{K}$ 附近时，进行超精细态的自旋制备。在 60ms 内缓慢地降低四极线圈和 Ioffe 线圈中的电流，然后将偏置线圈的电流降到需要的值，

此时偏置线圈产生的磁场为 4G；然后打开微波信号源，在 50ms 内扫描微波信号从 6843.535MHz 到 6842.535MHz ，这样就将 $|2,2\rangle$ 态的 ^{87}Rb 转移到最低超精细态 $|1,1\rangle$ 上了。从后来的 Stern-Gerlach 磁场下的吸收成像中我们可以看出转移的效率大于 95%。然后用一个 $30\mu\text{s}$ 的共振光将在 $|2,2\rangle$ 态的 ^{87}Rb 原子泵浦掉。

紧接着在 100ms 将偏置磁场增加到 19.6G，因为在小的磁场下， $^{87}\text{Rb}(F=1)$ 和 $^{40}\text{K}(F=9/2)$ 的能级分裂很接近不允许对各自的超精细能级做射频跃迁。只有当磁场大约 20G 时，原子超精细态之间的能量分裂才互不干扰，可以由第二章中的超精细能级在磁场中的 Zeeman 分裂进行推导。实验上在 50ms 内，将 ^{40}K 从超精细态 $|9/2,9/2\rangle$ 扫描到 $|9/2,-9/2\rangle$ ，其中射频扫描以 6.3MHz 为中心，扫描宽度 3MHz 。原子在十个超精细能级之间实现跃迁采用的是绝热快速跃迁技术(Adiabatic rapid passage)^[40]。

自旋态制备的关键在于：(1)如何产生和控制一个稳定的偏置磁场；(2)如何实现射频(微波)信号与原子的最大耦合来实现原子的超精细能级转移。实验上用图 3.4 中的偏置线圈，也用作原子大范围转移过程中的加大磁阱束缚的作用，来做原子超精细态转移的偏置磁场。

偏置线圈由 Delta 电源供电，电路通过一个开关 APT50 后，通过霍尔电流传感器(CIN-200, F.W.Bell)来监视电路中的电流，然后输入到反馈控制中与计算机输出进行比较后控制电路中的 MOSFET(6 个并联的 IRF1405)管子的打开情况，改变他们上面的分压来实现对电路中电流的精确控制。实现稳定的磁场对于得到稳定的原子转换效率是第一步的工作。

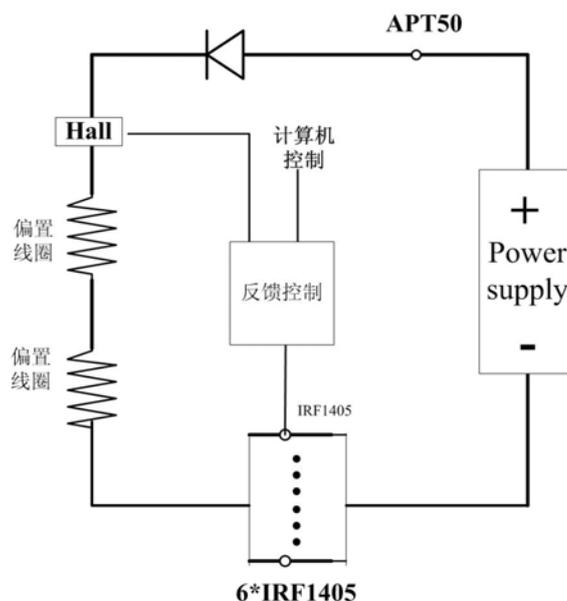


图 5.7 偏置磁场的产生和精确控制;

另一个影响因素就是射频线圈和微波天线摆放的位置。如何实现射频(微波)信号与原子的最大耦合来实现原子的超精细能级转移，我们需要调整信号的带宽和信号的幅度。

在第二章 2.2 中我们要讨论过射频信号与原子的耦合问题。由射频信号导致的 $|F, m_F\rangle$ 和 $|F, m_F \pm 1\rangle$ 之间的超精细跃迁，耦合矩阵元

$$(1/4) \cdot g \mu_B \cdot B_0 (\hat{e}_{rf} \times \hat{e}_z) \sqrt{F(F+1) - m_F(m_F+1)} \quad (5.20)$$

这耦合矩阵元给出了很好的解释，将射频信号产生的磁场振荡方向与原子的量化轴方向垂直可以得到最大的耦合。从 2.12 中蒸发冷却的示意图中，我们可以看出线圈和微波天线满足我们的要求。

图 5.8 中展示了我们在自旋制备中的一些问题，(a)为大部分原子没有实现转移，左边的原子团为 $|2, 2\rangle$ 态的原子。从(b,c)中我们看见的 $|1, 1\rangle$ 态 ^{87}Rb 的转换效率的有的最大只得到了 50%，这是我们在调转微波天线方向，看出耦合效率明显的降低，但是比不是想象中一样一点转移都没有。(e,f,g,h)为同样的磁场下射频信号实现了 $|2, -2\rangle$ 态 ^{87}Rb 原子的制备，(f,g)是在磁场极不稳定的情况下实验的，可以看出 5 个子能级的原子都可以看到了。在调整电流控制为 Delta 电源的恒流模式下之后，观测到了(d,g) 的原子制备，可以看出 $|2, -2\rangle$ 态 ^{87}Rb 原子的制备基本上实

现 100%。

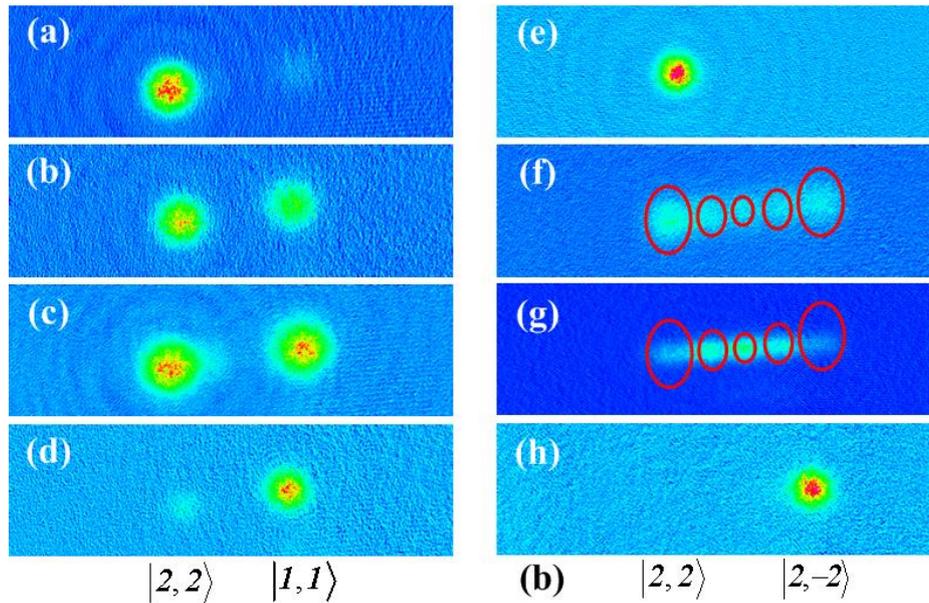


图 5.8 超精细态的制备。(a,b,c,d) 用微波信号扫描实现 $|1,1\rangle$ 态 ^{87}Rb 的制备；(e,f,g,h) 用射频信号扫描实现 $|2,-2\rangle$ 态 ^{87}Rb 的制备。飞行时间 15ms，这里为 Stern-Gerlach 场下的饱和成像。

由于多次重复，线圈加热等原因的影响，使得微波导致的超精细态转移的效率不稳定，于是我们在电路中加入了电流的反馈控制，如图 5.7 所示。实验上用计算机来控制电流，电源的电压比线圈所需要的电压高出 1V，避免由于线圈发热等原因，为 MOSFET 管子调节电流留有余地。当霍尔元件测到的电流比计算机要求的电流小时，给 MOSFET 管子一个信号，使得 IRF1405 打开程度更高，实现电流加大，最大可以得到完全打开状态。

从图 5.8¹ 中可以看出，经过对磁场的稳定控制，微波和射频导致的转移效率实现了近乎 100% 的实现。图中第二排的原子的直接飞行，没有做自旋态制备和加上 Stern-Gerlach 磁场做吸收成像。可以看出 ^{87}Rb 的 $|2,2\rangle$ 态和 ^{40}K 的 $|9/2,9/2\rangle$ 态都是低场趋近态，飞行过程中偏向于左侧。

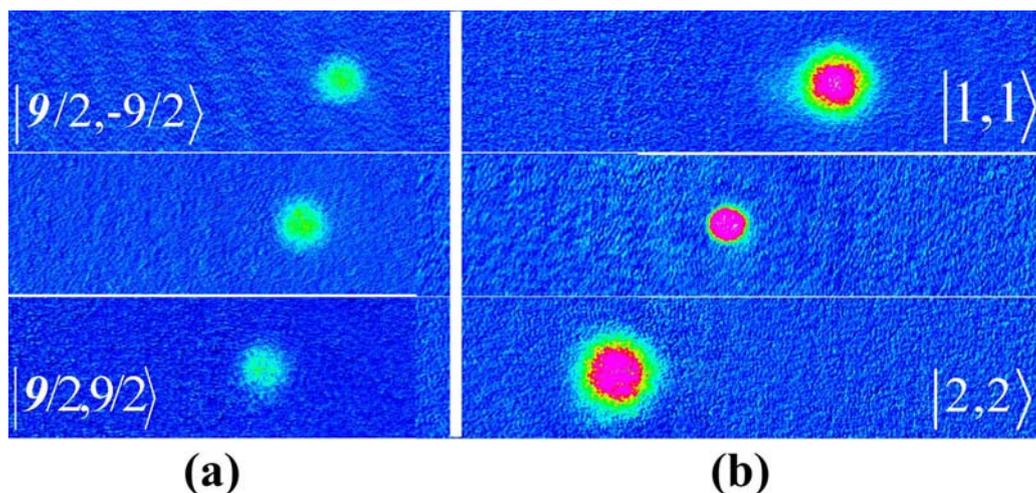
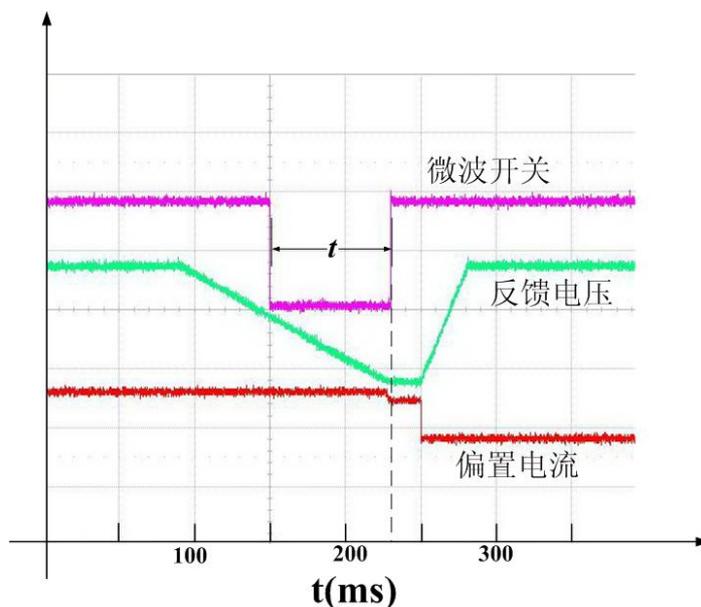


图 5.8¹ 加上电流反馈稳定磁场超精细态的制备。(b) 用微波信号扫描实现 $|1, 1\rangle$ 态 ^{87}Rb 的制备,; (a) 用射频信号扫描实现 $|9/2, -9/2\rangle$ 态 ^{40}K 的制备。飞行时间 15ms, 这里为 Stern-Gerlach 场下的饱和成像

在实验上我们发现这样一个问题, 实验上的设计是将偏置磁场稳定在某个值时, 然后再打开微波进行绝热扫描(adiabatic rapid passage), 但是从实验中观测, 发现磁场还在稳定过程中, 微波已经完成了扫描, 得到了 100% 的转换率, 反而稳定之后再打开微波的效率得不到这样的程度, 如图 5.9 所示。

我们采用绝热快速跃迁技术将玻色子 ^{87}Rb 和费米子 ^{40}K 混合气体制备在 $|1, 1\rangle \otimes |9/2, -9/2\rangle$ 态的组合上, 用于下一步测量它们之间的 Feshbach 共振。为了观测 $|9/2, -9/2\rangle \otimes |9/2, -7/2\rangle$ 混合态上的 s 波共振。我们需要制备原子到 ^{40}K 原子到 $|9/2, -7/2\rangle$ 态上, 通过一个 20ms 的朗道齐纳(Landau-Zener) 传输, 将 $|9/2, -9/2\rangle$ 态的 ^{40}K 原子实现 50% 的布局在 $|9/2, -7/2\rangle$ 态上。为了观测 $|9/2, -7/2\rangle \otimes |9/2, -7/2\rangle$ 态上的 p 波共振, 我们在 19.6G 的偏置磁场下, 改变射频信号的终止频率就可以实现制备。实验上以 6.3MHz 为中心, 扫描宽度 1.05MHz 。原子在九个超精细能级之间实现跃迁, 从 $|9/2, 9/2\rangle$ 转移到 $|9/2, -7/2\rangle$ 。

这里简单讨论一下前面用到的 Stern-Gerlach 场的分析。原子自旋态混合的测量手段就是 Stern-Gerlach 实验, 在 Rb(K)原子云飞行过程中, 飞行时间 15ms(8ms), Stern-Gerlach 磁场在关闭光阱时迅速打开, 提前 2ms 关闭, 也就是作用时间为 13ms(6ms), 不同态的原子由各自线性 Zeeman 效应主宰他们的飞行轨迹。然后做吸收成像。对于转移到 $|1, 1\rangle$ 的铷来说, 此时要打开 Repump 光, 将原子重新泵浦。



图：5.9 用微波实现 ^{87}Rb 的自旋制备时，偏置磁场电流，反馈电压和微波开关随时间的变化。

5.4 Feshbach 共振的实验装置

Feshbach 共振点的理论计算有很多模型，其中耦合通道计算(Coupled channels technique)^[41,42]是具有极高的精确度的，但是需要相当复杂的计算。所以人们一直寻找比较简化的方法，比如利用多通道量子缺失理论(multichannel quantum defect theory)构建Feshbach共振模型^[43]，绝热累计相模型(Adiabatic accumulated phase method)^[44]等。

由于三体损耗正比于 a^4 ，所以共振点附近，很大的散射长度会导致大的三体碰撞，引起原子很快的损耗。所以在实验上，通常采用观测原子数的损耗来确定共振点的位置。我们实验上用四极线圈来产生匀强磁场，通过四个开关巧妙的变换使得四极线圈工作在亥姆霍兹组态，如图5.10(a)所示。我们实验上在0到600G来研究Feshbach共振现象。由于Feshbach 共振的许多宽度为几十mG量级，所以必须精密地控制线圈的电流来实现。这种精密控制只能靠外部的反馈来实现。我们使用精确的电流转换器(Danfysik, Ultrastab 867- 60I)来监视线圈中的电流变化，将测得的信号与计算机给出的电流信号进行对比，产生的误差信号控制接在电路中的MOSFET管子(IRF1405)的开关情况，来实现对电路的精确控制。为了避免外部电流源的噪声干扰，对控制电路，隔离模块，电流转换器都用电池供电。

实验采用如图5.10(b)所示的实验序列，初始用50ms实现，偏置磁场向Feshbach共振匀强磁场的转变，并关闭偏置磁场。然后在50ms内，将匀强磁场线性增加到所

需要的磁场值，等待约10ms。再将在 Δt 的时间内磁场线性改变 ΔB 。这里的 Δt 在0.5s到4s之间选择以满足不同的测量需求，最后在10ms内迅速关闭磁场，同时关闭光学偶极阱，让原子自由飞行，吸收成像，得到原子云的信息，包括原子数，温度等。

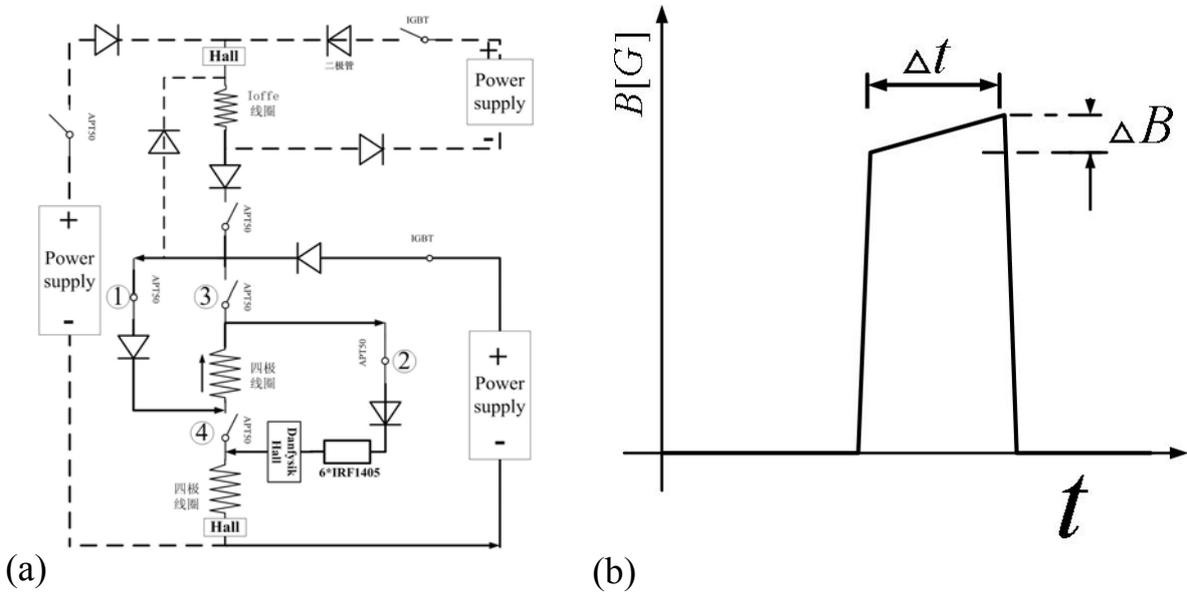


图5.10 (a) Feshbach 共振的磁场电路控制; (b) 寻找Feshbach共振点的磁场示意图。

5.5 ^{87}Rb 的 Feshbach 共振

实验上我们研究 $|1,1\rangle$ 态的 ^{87}Rb 原子的 Feshbach 共振。Feshbach 共振导致的碰撞确定了原子云的许多特性，比如密度分布，温度等。在全世界的 BEC 实验中有超过半数的实验采用 ^{87}Rb 原子来研究 BEC 的特性，所以研究它的 Feshbach 共振将十分有趣。

$ F_1, m_{F1}\rangle + F_2, m_{F2}\rangle$	B_{expt}/G	l
$ 1,1\rangle + 1,1\rangle$	319.3	2
	387.25	2
	406.23	0
	551.47	2

表 5.1 实验上观测到的 $|1,1\rangle$ 态的 ^{87}Rb 原子 Feshbach 共振磁场点， l 为与该共振相对应的分子态的轨道角动量

实验上，我们将 ^{87}Rb 原子光阱冷却到 $1\ \mu\text{K}$ 附近，然后在绝热地将光阱增加约

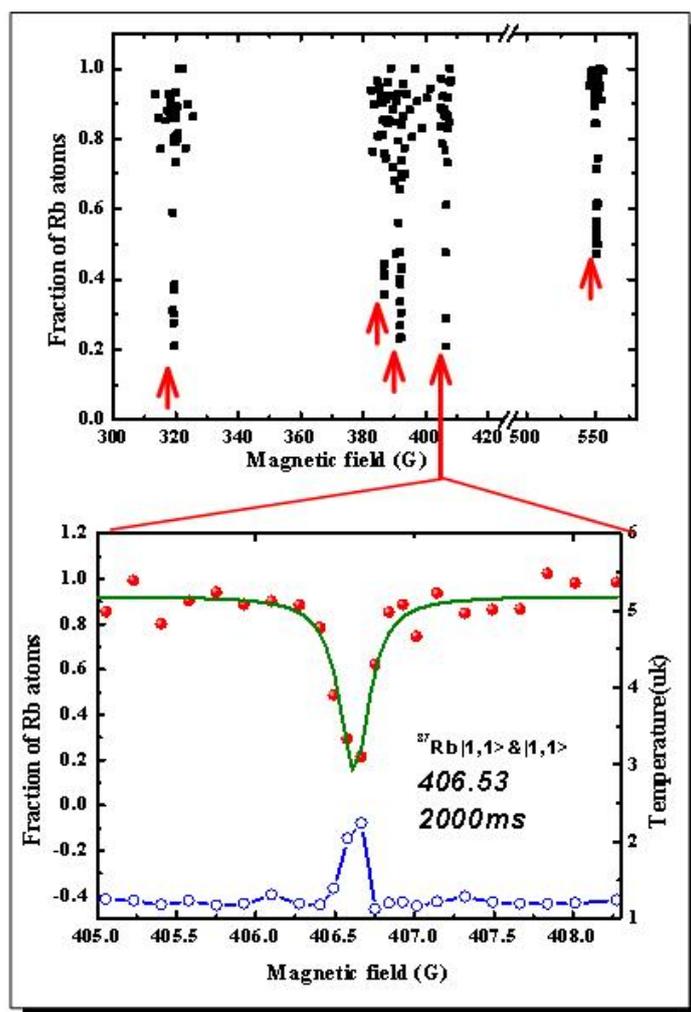


图 5.11 ^{87}Rb 的相对非弹性损耗与磁场的关系；下图给出了 406.23G 附近的原子损耗的细节以及温度的变化。原子数比率上面的线为洛伦兹拟合曲线。温度对应的线为连接线，没有拟合。

50%，再进行自旋态制备，用前面所提到的微波绝热快速跃迁技术(Adiabatic rapid passage)将 $|2,2\rangle$ 态的原子制备到最低能态 $|1,1\rangle$ 上。将四极线圈转换到亥姆霍兹组态，加大四极线圈中的电流到预定值，比如 405.5G，然后在 2s 的时间内将磁场增大到 405.55G。然后同时关闭磁场和光场，吸收成像得到原子数，温度等参数。2s 时间长度的选择一方面得到一个好的信噪比，另一方面原子损耗测量不受其他 Zeeman 态的影响。

在 0G 到 600G，我们观测到五个 Feshbach 共振点，其中除 406.23G 的共振点为 s 波共振点外，其他的四个点都是 d 波共振点，如表 5.1 中所罗列。图 5.11 中给出了相对非弹性损耗与磁场的关系，由于每个共振点不是在同一时间内测量，总的原

子数目也存在波动，所以我们做了归一化处理。可以看出相对的损耗。对每一个共振位置，由洛伦兹或高斯拟合得到共振点的磁场值，也可以得到 $1/e^2$ 处的宽度。由于每个共振点所等待的时间即图 5.10(b)中的 Δt 不相同。我们在这里不对磁场宽度做比较，具体可以参考文献^[9]。

5.6 40K 的 Feshbach 共振

在超冷温度区域，原子之间的碰撞主要为 s 波碰撞($l=0$)，但是对于费米子来说，情况就完全的不同了，由于泡利不相容原理，同一类费米子之间的弹性碰撞只能发生在 l 为奇数的开通道上，所以它们之间 s 波碰撞是禁止的，详细分析参考文献^[43]。这就意味着原子之间的主要相互作用为 p 波碰撞($l=1$)。这种碰撞也被原子势之间的离心效应所抑制，弹性碰撞截面与温度存在这样的关系 $\sigma \propto T^2$ 。

在 ^{40}K 的 Feshbach 共振研究中，我们观测到了两个共振点，一个为 $|9/2, -9/2\rangle \otimes |9/2, -7/2\rangle$ 的 s 波共振，另一个为 $|9/2, -7/2\rangle \otimes |9/2, -7/2\rangle$ 的 p 波 Feshbach 共振。其中 p 波共振点在生成 Feshbach 分子和研究 BEC-BCS 交叉区域有着广泛应用。

$ F_1, m_{F1}\rangle + F_2, m_{F2}\rangle$	B_{expt}/G	L
$ 9/2, -9/2\rangle + 9/2, -7/2\rangle$	202.1	0[s]
$ 9/2, -7/2\rangle + 9/2, -7/2\rangle$	198.8	1[p]

表 5.2 实验上观测到的 ^{40}K 原子 Feshbach 共振磁场点, l 为与该共振相对应的分子态的轨道角动量

p 波共振是不同于 s 波共振的，原子必须克服一个偏心的势垒与分子态耦合才能达到共振的条件。这个特别依赖于原子云的温度和外部磁场，从它的散射截面与磁场，温度的关系中更可以得到清楚地理解^[44]。在实验上 p 波共振在 ^6Li ^[12]和 ^{40}K ^[13]被观测到，通过测量弹性散射和非弹性损失率，并且用磁场扫描的方法直接观测到了 ^6Li 的原子对^[12]。

在这里我们理解一下 p 波 Feshbach 共振。在式(5.5)中，由于 $l \neq 0$ ，我们简化

$$V_{\text{eff}}(r) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} + V(r) \quad (5.21)$$

原子之间的感受的势不同于 s 波。在超低温下，原子没有足够的动能克服势

垒，共振也是被抑制地。在 μk 温度， p 波散射截面要比 s 波散射截面小好几个量级^[44]。由于磁偶极相互作用，一个 p 波 Feshbach 共振会分裂为两个共振点。哈密顿量为

$$H_{ss} = -\alpha^2 \frac{3(\hat{R} \cdot \hat{s}_1)(\hat{R} \cdot \hat{s}_2) - \hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2}{R^2} \quad (5.22)$$

α 为精细结构常数， \hat{s}_i 为单个原子的电子自旋， R 为原子之间的相互作用。对于角动量 $l=1$ ，存在 $m_l \in \{-1, 0, 1\}$ 代表角动量在各个方向的投影。投影的不同可以用原子之间偶极相互作用的不同来形象的理解。原子的外层价电子自旋方向通常都是平行于磁场方向的。当两个原子处在平行于量化轴的平面上时，如图 5.12(a) 所示，式(5.22)中的 $\hat{R} \cdot \hat{s}_i = 1$ ， $|m_l| = 0$ ，原子之间的相互作用与两个原子的位置有很大的关系，可以相互吸引也可以排斥；当在垂直于量化轴的平面上时，如图 5.12(b) 所示， $\hat{R} \cdot \hat{s}_i = 0$ ， $|m_l| = 1$ 原子之间只有相互排斥的作用。所以 $|m_l| = 1$ 所对应的共振束缚态将具有更高的能量^[44]。

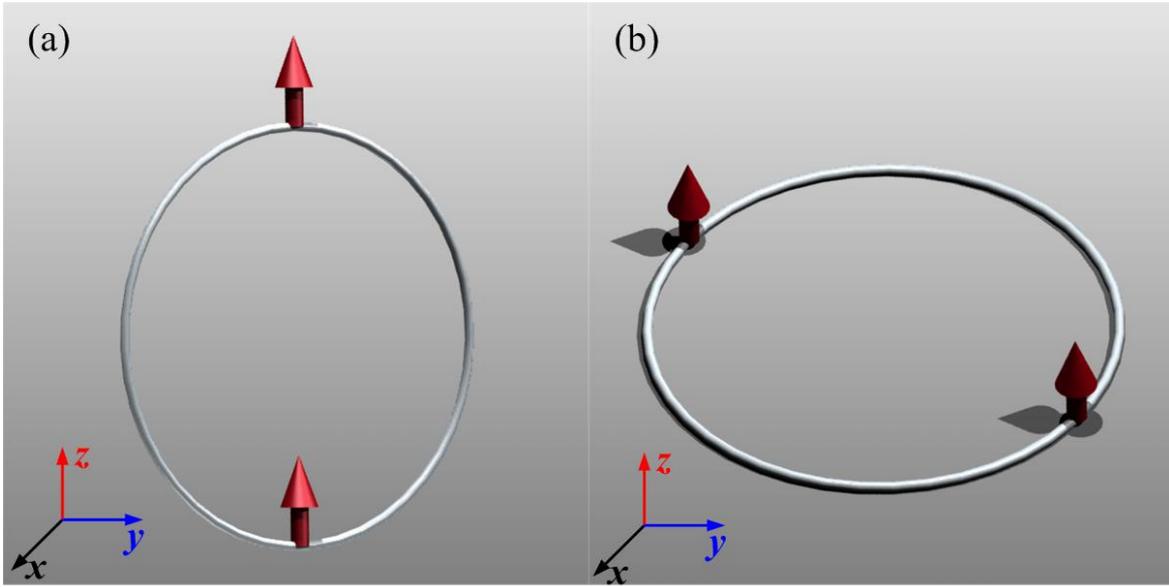


图 2.12 原子偶极相互作用的经典图像，磁场的方向沿着 Z 轴。(a) 两个原子在轨道 $m_l=0$ ，轨道所在平面与 Z 轴平行，原子之间的相互作用与原子的位置有很大关系，可以吸引，也可以排斥，图中只显示了吸引的位置。(b) 两个原子在轨道 $|m_l|=1$ ，轨道所在平面与 Z 轴垂直，原子之间的相互作用只有排斥。

在实验上，我们观测到了这种 p 波 Feshbach 共振的双峰结构，如图 5.13 所示。

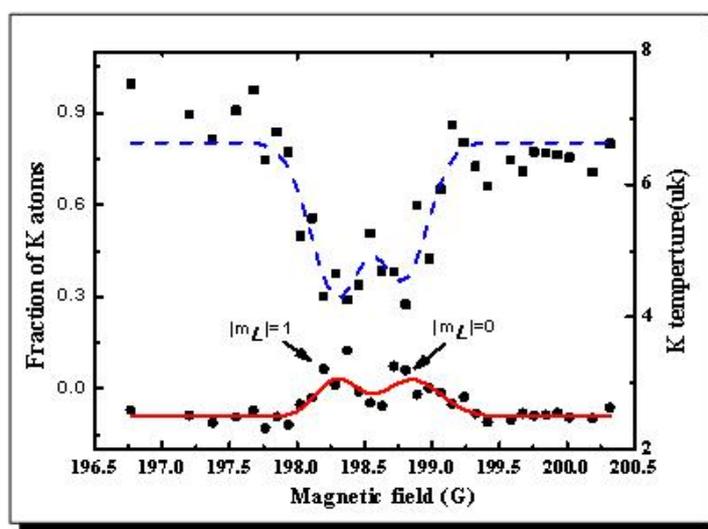


图 5.13 $^{40}\text{K}|9/2, -7/2\rangle$ 的相对非弹性损耗与磁场的关系。虚线为原子数相关的双峰洛伦兹拟合曲线，下面的原点为对应测量到的温度变化，实线为对温度的洛伦兹拟合曲线。

我们将 ^{40}K 原子制备在 $|9/2, -7/2\rangle$ 超精细态上。然后转换偏置磁场到 Feshbach 共振磁场，与前面描述的探测共振的步骤一样。最后吸收成像，得到原子云的信息，包括温度和原子数。在 198.5G 附近观测到了原子的损耗和加热，这些是有与原子之间的相互作用加强引起的三体碰撞导致的，通过双峰的洛伦兹拟合曲线。得到共振点在 198.3G 和 198.7G 。

这种双峰结构的观测是依赖原子系统的对称和维度的，我们的观测是在光学偶极阱中，三个方向的振荡频率为 $(\omega_x, \omega_y, \omega_z) = 2\pi \times (422, 330, 536)\text{KHz}$ 基本上属于三维的情况。ETH 小组研究了在二维，一维和“零维”的情形^[45]，如图 5.14 所示。其中(b)是将原子之间的排列垂直于磁场方向，原子之间的相互作用为排斥，只能看见 $|m_l|=1$ 的峰，详细理论描述参考文献^[46]。

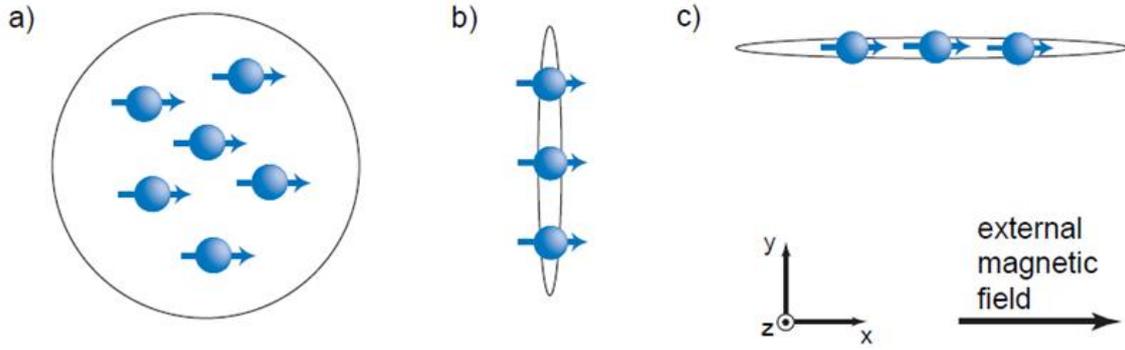


图 5.14 原子自旋相互作用在 1D 和 2D 中的情形, (a),在二维情况中 p 波共振的双峰结构可以观测到的。(b)(c)为一维的情况, 原子的排列垂直于或者平行于磁场, 仅仅可以观测到一个峰, (b)只能观测到 $|m_l|=1$ 的峰; (c)只能观测到 $|m_l|=0$ 的峰;

5.7 ^{87}Rb 和 ^{40}K 混合气体的 Feshbach 共振

实验上, 我们将原子制备在 $|1,1\rangle \otimes |9/2, -9/2\rangle$ 超精细态上, 然后采用与上述寻找共振点的实验步骤一致, 在 0 到 600G 内寻找。由于 $^{40}\text{K}|9/2, -9/2\rangle$ 在这个磁场区域没有共振点, 所以通过测量原子云的原子数, 来判定共振点的存在。在任何一个损耗的磁场点, 必须排除掉由于 $^{87}\text{Rb}|1,1\rangle$ 共振点的干扰。因为 $^{87}\text{Rb}|1,1\rangle$ 的共振点附近, ^{87}Rb 原子之间的三体损耗会加热原子样品, 引起 ^{40}K 的温度加热和损耗。

通过反复确定, 我们在实验上确定了 4 个共振点, 其中 515.75G 为 p 波共振, 其他三个都是 s 波共振。我们用量子碰撞理论模型^[47,48]来对实验结果进行简单的分析。两原子的相互作用势可以用散射长度来参数化,

单态 $X^1\Sigma^+$ 和三重态 $a^3\Sigma^+$ 分别用 a_s 和 a_t , 其中单态(singlet)为 $S = s_1 + s_2 = 0$; 三重态(triplet)为 $S = s_1 + s_2 = 1$, 可以形象地理解为原子电子自旋的同向或者反向。

对于 Feshbach 共振联系到的分子态可以用多通道束缚态计算来很好地理理解。单态和三重态上的分子振动能级分裂远小于原子的超精细相互作用。对于多通道束缚态计算 s 波共振, 由于实验上的入射通道为 $|1,1\rangle \otimes |9/2, -9/2\rangle$, 两个原子都处于最低的能态, 计算中只考虑投影量子数为 $M_{tot} = -9/2 + 1 = -7/2$, M_{tot} 也包括了分波(Partial wave)的投影 m_l , 对于所有的 s 波共振, $m_l = 0$ 。在有限磁场内中, M_{tot} 为好量子数, 所以只有相同 M_{tot} 的通道才能与入射通道耦合。我们标记入射通道为

$\alpha = |1,1\rangle \otimes |9/2, -9/2\rangle$, β 具有相同 M_{tot} 的通道。则原子波函数的耦合通道展开得到

$$\Psi(R, E) = \sum_{\beta} f_{\beta\alpha}(R, E) |\beta\rangle / R$$

耦合通道方程确定了上面的解，并且需要它们满足散射态边界条件 $E > E_{\alpha}$ 或者分离束缚态的解满足束缚态边界条件 $E < E_{\alpha}$ 。耦合通道计算和束缚态的解可以很好的预计 Feshbach 共振点的位置，宽度等，值得注意的是，计算中需要对原子之间的势，也就是单纯态和三重态，有着极高的精确数值。

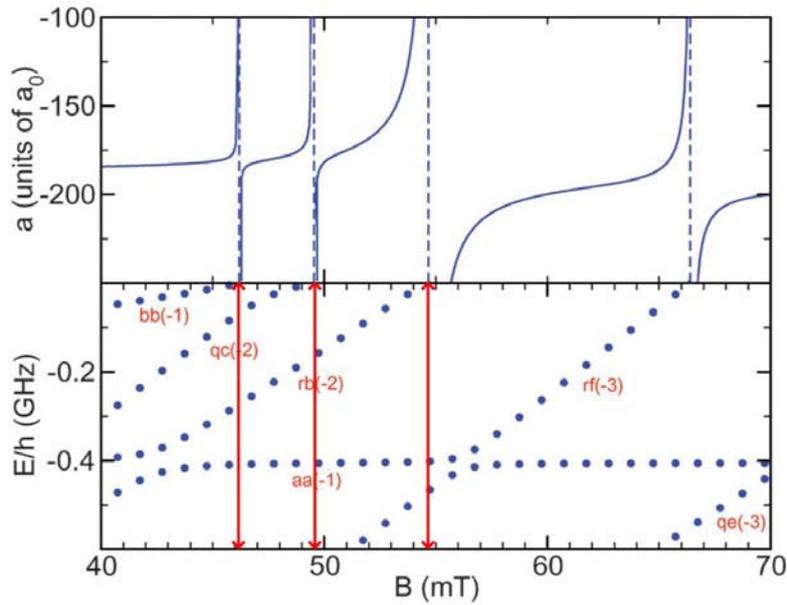


图 5.15 ^{87}Rb 和 ^{40}K 原子的总投影量子数为 $-7/2$ 的通道散射长度(上)束缚态能量(下)。 $E = 0$ 的能量为入射通道的能量，这里为势曲线区域无穷远时的能量。下图中蓝色的虚线代表束缚态的能量，与零能量的交点代表存在一个可能的共振，虚线所标注的为该束缚态所在的闭合通道，比如 $bb(-1)$, -1 为该束缚态的振动量子数。

比较图 5.15 和表 5.3，可以看出耦合通道计算得到的共振点与实验上测到的符合的很好。其中实验上测到的 515.76 为 p 波共振点，和上一节中提到的 ^{40}K p 波共振点的一样，这个也存在双峰结构，双峰间隔约为 140mG，在文献^[49]中有详细报道。但是在实验中由于磁场的精度不足，所以没有观测到。

$ F_1, m_{F1}\rangle + F_2, m_{F2}\rangle$	B_{expt}/G	L
$ 1, 1\rangle + 9/2, -9/2\rangle$	462.45	0
	495.71	0
	515.75	1
	546.89	0

表 5.3, 实验上观测到 $|1, 1\rangle \otimes |9/2, -9/2\rangle$ 的 ^{87}Rb 和 ^{40}K 原子 Feshbach 共振点, l 为与该共振相对应的分子态的轨道角动量

图 5.16 中给出了实验中对应 Feshbach 共振的原子数相对损耗, 观测到四个损耗点 462.45G, 495.71G, 515.75G 和 546.89G, 鉴于实验上电流源的限制, 我们得到的磁场最大值为 600G。图 5.16 中的下图详细地给出了在 495.7G 共振点附近的相对原子数和温度随磁场值的变化。对原子数的变化进行洛伦兹拟合, 得到共振磁场值和共振磁场宽度。由于没有采用相同的等待时间, 所以磁场宽度不具有可比

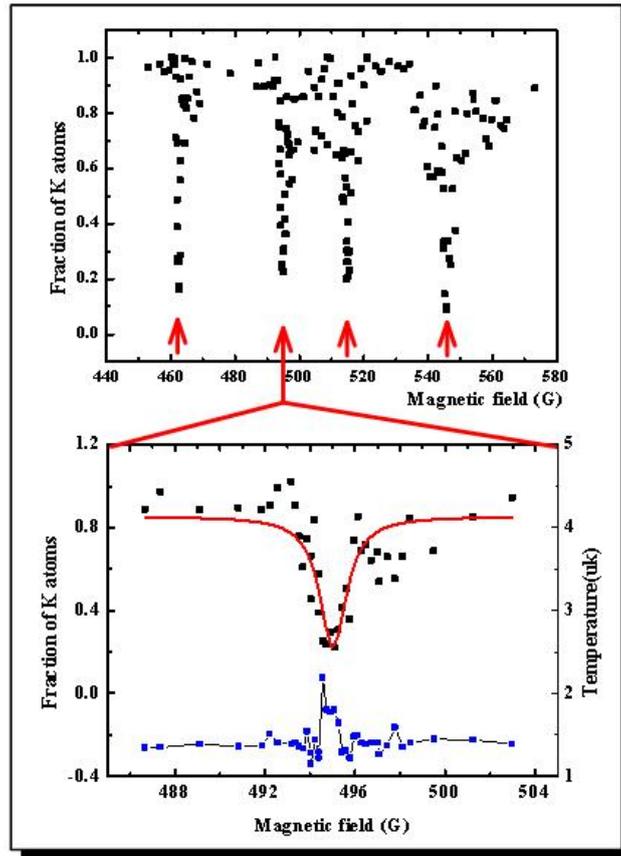


图 5.16 ^{40}K 的相对非弹性损耗与磁场的关系; 下图给出了 495.7G 附近的原子损耗的细节以及温度的变化。原子数比率上面的线为洛伦兹拟合曲线。温度对应的线为连接线, 没有拟合。

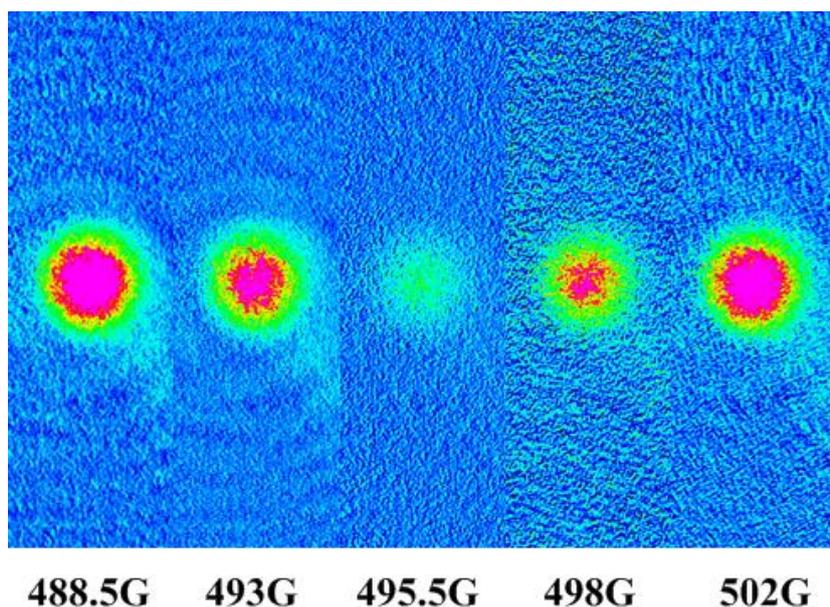


图 5.17 在不同磁场点下等待 2s 之后的 ^{40}K 原子的吸收成像，飞行时间 8ms。看出在 495.5G 的磁场中，原子数出现了明显的减少。

性，没有在表 5.3 中列出。从原子数的损耗曲线上，可以看出共振点附近，偏高磁场处的原子数损耗较大。这是由于磁场是从低磁场向高磁场扫描，虽然我们实验上采用较快的扫描，但是共振处的三体重构依然导致了原子数的减小。从温度的变化上可以看出在共振点附近，由于三体碰撞的加强，原子云的温度升高特别明显，从初始的 $1.4 \mu\text{K}$ 迅速升高到 $2 \mu\text{K}$ 附近。

图 5.17 中给出了 495.7G 附近的几幅原子吸收成像图。也可以清楚地看出在共振点附近原子的明显加热和损耗。

附录 精确地确定匀强磁场

在测量 Feshbach 的共振点时，需要精确地知道匀强磁场的磁场值，从前面的叙述中，可以看出为了实现稳定的磁场，我们做了很多努力，比如用电流转换器精确测定磁场，IRF1405 实现电流反馈，用电池来对相关电流供电等措施。这里讨论一下磁场的测量，由于需要的磁场从几高斯到几百高斯不等，有时需要得到上千高斯的磁场来实现 Feshbach 共振，实验上不可能用磁场计来测量。我们有着更加精密的测量方法，应用微波和射频导致原子超精细态跃迁来实现。实验上，我们采用微波导致 ^{87}Rb 原子从 $|2,2\rangle$ 向 $|1,1\rangle$ 的跃迁来测量。

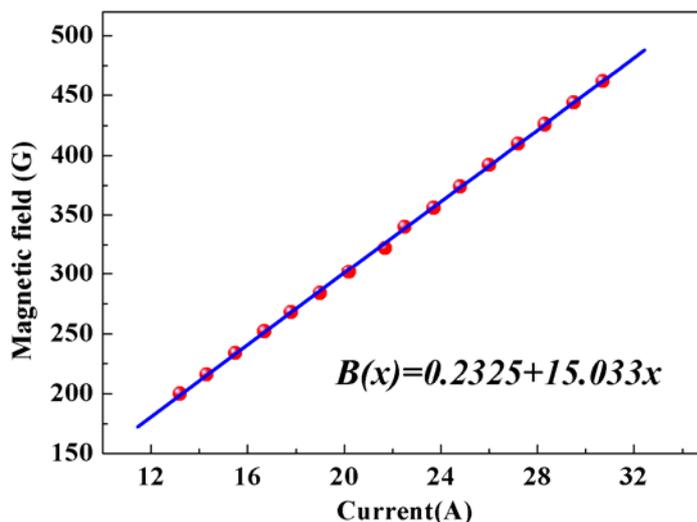


图 5.18 Feshbach 磁场的精确测定，和线性拟合

先将磁场增大到需要测量的值，然后扫描微波，观测 Stern-Gerlach 场中原子的吸收成像来判定光阱中的 $|2,2\rangle$ 态原子有没有向 $|1,1\rangle$ 态跃迁。最后重复微波扫描将微波信号范围直至压窄到 200KHz，对应于 300G 附近的 100mG。这样实验上我们测定了从 12A 到 32A 的电流对应的磁场值，如图 5.18 所示，图中还给出了线性拟合得到的结果。

5.8 本章小结

Feshbach 共振作为超冷原子领域中的一个必要研究技术，已经广泛地应用在各个分支上，如超冷分子，多体问题研究，强关联区域。我们通过熟悉掌握了光阱蒸发、自旋制备、以及磁场转换的基本实验手段之后，观测在光阱中原子的损耗和加热，来确定 Feshbach 共振点的磁场值和磁场宽度。扫描了 0 到 600G 的磁场范围，基本上得到了 ^{87}Rb ， ^{40}K ，以及两者的混合在这个区域的 Feshbach 共振谱。根据原子团的信息，比如原子数，温度，轴向大小，径向大小，原子云在各磁场的寿命等，可以得到散射截面，散射长度、单体、两体、三体损耗系数等一系列参数。而精确熟练控制原子之间的相互作用，是我们进行下一步深入研究基本物理问题的必要条件。

参考文献

- [1] H. Feshbach, Unified theory of nuclear reactions, *Ann. Phys.*, 5, 357(1958);
H. Feshbach, Unified theory of nuclear reactions II, *Ann. Phys.*, 19 287 (1962).
- [2] F. Dalfovo, S. Giorgini, L.P. Pitaevskii, and S. Stringari, Theory of Bose-Einstein condensation, *Rev.Mod.Phys.*, 71 463(1999).
- [3] A.J. Leggett, Bose-Einstein condensation in the alkali gases; Some fundamental concepts, *Rev. Mod. Phys.*, 73 307 (2001).
- [4] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle, Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate, *Nature*, 392 151(1998).
- [5] M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, R. Geursen, S. Jochim, C. Chin, J. Hecker Denschlag, R. Grimm, A. Simoni, E. Tiesinga, C. J. Williams, and P. S. Julienne, Precise determination of ^6Li cold collision parameters by radio-frequency spectroscopy on weakly bound molecules, *Phys. Rev. Lett.*, 94 103201(2005).
- [6] J. Stenger, S. Inouye, M. R. Andrews, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle, Strongly enhanced inelastic collisions in a Bose-Einstein condensate near Feshbach resonances, *Phys. Rev. Lett.*, 82 2422–2425(1999).
- [7] C. D’Errico, M. Zaccanti, M. Fattori, G. Roati, M. Inguscio, G. Modugno, and A. Simoni, Feshbach resonances in ultracold ^{39}K , *New J. Phys.*, 9 223(2007).
- [8] N. R. Claussen, S. J. J. M. F. Kokkelmans, S. T. Thompson, E. A. Donley, E. Hodby, and C. E. Wieman, Very-highprecision bound-state spectroscopy near a ^{85}Rb Feshbach resonance, *Phys. Rev. A*, 67 060701(2003).
- [9] A. Marte, T. Volz, J. Schuster, S. Dürr, G. Rempe, E. G. M. van Kempen, and B. J. Verhaar, Feshbach resonances in rubidium 87: Precision measurement and analysis, *Phys. Rev. Lett.*, 89, 283202(2002).
- [10] C. Chin, V. Vuletić, A. J. Kerman, S. Chu, E. Tiesinga, P. J. Leo, and C. J. Williams, Precision Feshbach spectroscopy of ultracold Cs_2 , *Phys. Rev. A*, 70 032701(2004).
- [11] J. Werner, A. Griesmaier, S. Hensler, J. Stuhler, T. Pfau, A. Simoni, and E. Tiesinga, Observation of Feshbach resonances in an ultracold gas of ^{52}Cr , *Phys. Rev. Lett.*, 94 183201(2005).

- [12] J. Zhang, E. G. M. van Kempen, T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and C. Salomon, p-wave Feshbach resonances of ultracold ^6Li , *Phys. Rev. A*, 70 030702(2004).
- [13] C. A. Regal, and D. S. Jin, Measurement of positive and negative scattering lengths in a Fermi gas of atoms, *Phys. Rev. Lett.*, 90 230404(2003).
- [14] K. Goyal, I. Reichenbach and I. Deutsch, p-Wave Optical Feshbach Resonances in ^{171}Yb , *Phys. Rev. A*, 82 062704 (2010).
- [15] B. Deh, C. Marzok, C. Zimmermann, and P. W. Courteille, Feshbach resonances in mixtures of ultracold ^6Li and ^{87}Rb gases, *Phys. Rev. A*, 77 010701(2008).
- [16] Z. Li, S. Singh, T. V. Tscherbul, and K. W. Madison, Feshbach resonances in ultracold ^{85}Rb - ^{87}Rb and ^6Li - ^{87}Rb mixtures,” *Phys. Rev. A*, 78 022710(2008).
- [17] A. Pashov, O. Docenko, M. Tamanis, R. Ferber, H. Knöckel, and E. Tiemann, Coupling of the $X^1\Sigma^+$ and a $^3\Sigma^+$ states of KRb ,” *Phys. Rev. A* 76, 022511(2007).
- [18] A. Simoni, M. Zaccanti, C. D’Errico, M. Fattori, G. Roati, M. Inguscio, and G. Modugno, Near-threshold model for ultracold KRb dimers from interisotope Feshbach spectroscopy, *Phys. Rev. A*, 77 052705(2008).
- [19] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions, *Phys. Rev. Lett.*, 75 1687 (1995).
- C. C. Bradley, C. A. Sackett, and R. G. Hulet, Bose-Einstein Condensation of Lithium: Observation of Limited Condensate Number, *Phys. Rev. Lett.*, 78 985 (1997).
- [20] E. A. Donley, N. R. Clausen, S. L. Cornish, J. L. Roberts, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, Dynamics of collapsing and exploding Bose-Einstein condensates, *Nature*, 412 295(2001).
- [21] S. L. Cornish, S. T. Thompson, and C. E. Wieman, Formation of bright matter-wave solitons during the collapse of attractive Bose-Einstein condensates, *Phys. Rev. Lett.* 96, 170401(2006).
- [22] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne and E. Tiesinga, Feshbach resonances in ultracold gases, *Rev. Mod. Phys.*, 82 1225 (2010)
- [23] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H.-C. Nägerl, and R. Grimm, Bose-Einstein condensation of cesium, *Science*, 299 232 (2003).

- [24] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, Creation of ultracold molecules from a Fermi gas of atoms, *Nature*, 424 47 (2003). [$^{40}\text{K}_2$]
- [25] E. Hodby, S. T. Thompson, C. A. Regal, M. Greiner, A. C. Wilson, D. S. Jin, and E. A. Cornell, Production efficiency of ultra-cold Feshbach molecules in bosonic and fermionic systems, *Phys. Rev. Lett.*, 94, 120402(2005). [$^{85}\text{Rb}^{40}\text{K}$]
- [26] S. T. Thompson, E. Hodby, and C. E. Wieman, Ultracold molecule production via a resonant oscillating magnetic field, *Phys. Rev. Lett.*, 95 190404(2005). [^{85}Rb]
- [27] J. P. Gaebler, J. T. Stewart, J. L. Bohn, and D. S. Jin, p-wave Feshbach molecules, *Phys. Rev. Lett.*, 98 200403(2007). [$^{40}\text{K}_2$]
- [28] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, G. Hendl, S. Riedl, C. Chin, J. Hecker Denschlag, and R. Grimm, Bose-Einstein condensation of molecules, *Science*, 302 2101(2003). [Li_2]
- [29] M. W. Zwierlein, C. A. Stan, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach, S. Gupta, Z. Hadzibabic, and W. Ketterle, Observation of Bose-Einstein condensation of molecules *Phys. Rev. Lett.*, 91 250401(2003). [$^6\text{Li}_2$]
- [30] A. Altmeyer, S. Riedl, C. Kohstall, M. Wright, R. Geursen, M. Bartenstein, C. Chin, J. Hecker Denschlag, and R. Grimm, Precision measurements of collective modes in the BEC-BCS crossover, *Phys. Rev. Lett.*, 98 040401(2007).
- [31] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, Theory of ultracold Fermi gases, *Rev. Mod. Phys.*, 80 1215(2008).
- [32] M. Inguscio, W. Ketterle, and C. Salomon, 2008, Eds., *Ultracold Fermi Gases*, Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi,” Course CLXIV, Varenna, 2006 (ISO, Amsterdam).
- [33] P.O. Fedichev, Yu. Kagan, G.V. Shlyapnikov, and J.T.M. Walraven, Influence of Nearly Resonant Light on the Scattering Length in Low-Temperature Atomic Gases, *PRL* 77, 2913 (1996).
- [34] R. A. Duine, and H. T. C. Stoof, Atom-molecule coherence in Bose gases, *Phys. Rep.*, 396 115(2004).
- [35] H. Feshbach, *Theoretical nuclear physics*, Wiley, New York(1992).
- [36] T. Köhler, K. Góral, and P. S. Julienne, Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances, *Rev. Mod. Phys.*, 78 1311(2006).

- [37] D. Naik, A. Trenkwalder, C. Kohstall, F. M. Spiegelhalder, M. Zaccanti, G. Hendl, F. Schreck, R. Grimm, T. M. Hanna, and P. S. Julienne, Feshbach resonances in the ${}^6\text{Li}$ - ${}^{40}\text{K}$ Fermi-Fermi mixture: Elastic versus inelastic interactions, arXiv:1010.3662(2010)
- [38]熊德智, ${}^{87}\text{Rb}$ 和 ${}^{40}\text{K}$ 玻色费米量子简并混合气体在磁阱和光阱中的操控, 博士论文, 山西大学, (2010).
- [39] V.V. Ivanov, Cold atoms: modified radiative properties and evaporative cooling from optical traps, Phd thesis, Universiteit of Amsterdam, (2007).
- [40] M. succo, Degenerate Quantum Gases in Optical Lattice Potentials, Diplomarbeit, University of Hamburg(2006).
- [41] H. T. C. Stoof, J. M. V. A. Koelman, and B. J. Verhaar, Spin-exchange and dipole relaxation rates in atomic hydrogen: Rigorous and simplified calculations, Phys. Rev. B, 38 4688 (1988).
- [42] E. Tiesinga, B. J. Verhaar, and H. T. C. Stoof, Threshold and resonance phenomena in ultracold ground-state collisions, Phys. Rev. A, 47 4114 (1993).
- [43] B. DeMarco, Quantum Behavior of an Atomic Fermi Gas, Phd thesis, Universiteit of Colorado(2001).
- [44] C. Ticknor, C. A. Regal, D. S. Jin, and J. L. Bohn, Multiplet structure of Feshbach resonances in nonzero partial wave, Phys. Rev. A, 69 042712 (2004).
- [45] K. Günter, T. Stöferle, H. Moritz, M. Köhl, and T. Esslinger, p-Wave Interactions in Low-Dimensional Fermionic Gases, Phys. Rev. Lett., 95 230401 (2005).
- [46] K. J. Günter, Interacting Fermi gases and Bose-Fermi mixtures in optical lattices, Phd thesis, Universiteit of Zurich (2007).
- [47] A. Pashov, O. Docenko, M. Tamanis, R. Ferber H. Knöckel and E. Tiemann, Coupling of the $X^1\Sigma^+$ and $a^3\Sigma^+$ states of KRb, Phys. Rev. A, 76 022511 (2007).
- [48] A. Simoni, F. Ferlaino, G. Roati, G. Modugno, and M. Inguscio, Magnetic Control of the Interaction in Ultracold K-Rb Mixtures, Phys. Rev. Lett., 90 163202 (2003).
- [49] S. Ospelkaus, C. Ospelkaus, L. Humbert, K. Sengstock, and K. Bongs, Tuning of Heteronuclear Interactions in a Degenerate Fermi-Bose Mixture, Phys. Rev. Lett., 97 120403 (2006)

全文总结与展望

该论文的大部分工作是建立在玻色子 ^{87}Rb 和费米子 ^{40}K 在磁阱中达到量子简并的基础上的。工作主要包括实现了超冷原子混合气体的大范围转移；首次观测到了费米子的瑞利超辐射现象；搭建了光学偶极力阱并将费米和玻色原子转载在光阱中，进一步冷却同时得到了玻色费米气体的量子简并；实现了冷原子的自旋态制备；采用磁场 Feshbach 共振实现了玻色原子和玻色原子、费米原子和费米原子以及玻色原子和费米原子之间相互作用精确控制。这为我们下一步在光阱或者在光晶格中研究量子相位，量子霍尔效应，以及超流，BEC-BCS crossover 等实验提供了平台。

超冷原子的大范围转移始终是冷原子实验中的一个挑战，要实现不同原子混合气体的转移有诸多困难，我们在实验上采用两种方法实现了这个目的。第一种为加入新的线圈补偿重力，实现了单种原子的大范围转移，这种方法简单易行，使用于任何单种原子的转移。第二种为采用一对偏置线圈降低 QUIC 磁阱的磁场最低点，增大 QUIC 阱径向频率来抵消重力效应，可以应用于多种原子的大范围转移。第二种方法存在一定的局限性，就是通过这种方法重力方向上磁阱频率不能无限增大存在一定的范围，这就对所转移原子有一定的要求：原子之间所需的磁阱频率不应该相差太多。

实验上我们首次观测到了费米子的瑞利超辐射现象，这是继在 BEC 和热原子 (560nk) 系统后第三个观测到超辐射的原子系统。实验上首先需要对已经达到量子简并的 ^{40}K 原子云做进一步的可控绝热展开，这个过程内原子云的熵保持不变，降低了原子云的温度和动量扩展，得到了一个超冷的、动量压缩的简并气体。然后采用红失谐的泵浦光照射，观测到了瑞利超辐射现象和原子云的集体行为。由于量子简并费米气体服从费米狄拉克统计，与 BEC 中的超辐射现象有很多不同，包括反冲原子的方向，泵浦光红蓝失谐的区别，动量 $2\hbar k_L$ 原子云的成因。

目前依旧没有对简单的超辐射现象有个完美的理论解释，包括超辐射的初始阶段的物理机制和光波在凝聚体中传输的情形，所以为了更进一步的理解超辐射实验现象的物理机制，需要更进一步的理论和实验研究。

Feshbach 共振是超冷原子研究领域中的一个必须的基本工具。我们在实验上观测到了玻色子 ^{87}Rb 和费米子 ^{40}K 的 s -, p -, d -波的 Feshbach 共振。首先需要将原子

装载在光学偶极阱中，进一步的蒸发冷却得到 $1\mu\text{K}$ 的超冷原子。用微波射频将原子制备在所需要的超精细态上，然后扫描均匀磁场到某个值，通过观测原子云的损耗和加热现象，来确定 Feshbach 共振，进一步的数据处理来确定共振的磁场点，磁场宽度等信息。

Feshbach 共振的实现可以使我们在实验上简单地改变外部磁场的强度来实现对冷原子之间相互作用的调节，从排斥到吸引，甚至得到强相互作用区域，研究 BEC-BCS crossover 等问题，这个问题依旧是理论上的一个热点，因为实验上平缓的过渡却连接了理论上 BEC 和 BCS 的两种理论极限。

相信，量子简并气体的美丽，我们领略的才是冰山的一角，它将给我们展示的是更加迷人的景色。

博士研究生期间完成的学术论文

1. **Pengjun Wang**, L. Deng, E.W. Hagley, Zhengkun Fu, and Shijie Chai, Jing Zhang, Observation of collective atomic recoil motion in a momentum-squeezed, ultra-cold, degenerate fermion gas, *Phys. Rev. Lett*, 106, 210401(2011).
2. **Pengjun Wang**, Zhengkun Fu, Shijie Chai, Jing Zhang, Feshbach resonances in ultracold mixture of ^{87}Rb and ^{40}K , Accepted by *Chin. Phys. B*.
3. **王鹏军** 熊德智 付正坤 张靖, Experimental investigation of evaporative cooling mixture of bosonic ^{87}Rb and fermionic ^{40}K atoms with microwave and radio frequency radiation, *Chin. Phys. B*, Vol.20, No.1 016701(2011).
4. **王鹏军** 熊德智 陈海霞 张靖, 原子吸收成像的二维光学密度分布获得量子简并费米气体参数, *光学学报*, Vol.30, No.3 893-897(2010)
5. **王鹏军** 陈海霞 熊德智 于旭东 高峰 张靖, 实现玻色-费米混合气体量子简并的四极 Ioffe 组合磁阱设计, *物理学报*, Vol.57, No.8, 4840(2008)
6. 熊德智 **王鹏军** 付正坤 柴世杰 张靖, Evaporative cooling of ^{87}Rb atoms into Bose-Einstein condensate in an optical dipole trap, *Chin. Opt. Lett.*, Vol.8, No.7 627-629(2010).
7. 熊德智 **王鹏军** 陈海霞 张靖, Evaporative cooling rubidium atoms with microwave radiation, *Chin. Opt. Lett.*, Vol.8, No.4 351-353(2010).
8. 熊德智 **王鹏军** 付正坤 张靖, Transport of Bose-Einstein condensate in QUIC trap and separation of trapping spin starts, *Opt. Express*, Vol.18, No.2 1649-1656(2010)
9. 熊德智 陈海霞 **王鹏军** 于旭东 高峰 张靖, Quantum Degenerate Fermi-Bose Mixtures of ^{40}K and ^{87}Rb Atoms in a Quadrupole-Ioffe Configuration Trap, *Chin. Phys. Lett.*, Vol.525, No.3 843(2008)
10. 陈海霞 熊德智 **王鹏军** 张靖, Pulse loading ^{87}Rb Bose-Einstein condensation in optical lattice: the Kapitza-Dirac scattering and temporal matter-wave-dispersion Talbot effect, *Chin. Opt. Lett.*, Vol.8, No.4 348-350(2010).
11. 卫栋 熊德智 陈海霞 **王鹏军** 郭璐 张靖, Simultaneous Magneto-Optical Trapping of Fermionic ^{40}K and Bosonic ^{87}Rb Atoms, *Chin. Phys. Lett.*, Vol.24, No.6, 1541(2007).
12. 高峰 叶晨光 **王鹏军** 张靖, 光学耦合腔中类电磁感应透明现象的实验研究, 光

学学报, Vol.29, No.9, 2567-2569(2009)

13. 于旭东 熊德智 陈海霞 王鹏军 肖敏 张靖, Muti-normal-mode splitting of a cavity in the presence of atoms: A step towards the superstrong-coupling regime, *Phys. Rev. A*, 79, 061803(R)(2009).
14. 郭璐 卫栋 陈海霞 熊德智 王鹏军 张靖, 铷原子热蒸气中强非线性效应产生激光模式图样的实验研究, *物理学报*, Vol.57, No.7, 4224(2008).

附录

这一部分主要介绍一下计算原子的超精细能级在磁场中的Zeeman 分裂。

输入的参数: 核自旋角动量 I (程序中为 j_1), 价电子的总角动量 j (程序中为 j_2) 以及超精细相互作用常数和电子朗道因子, 和玻尔磁距。程序中以⁸⁷Rb的基态 $5^2S_{1/2}$ 为例, 以GHz为单位

```
>>j1=3/2; (*87Rb 的核自旋*)
>>j2=1/2; (*87Rb 基态原子的总角动量*)

>>t=Abs[-j1+j2];
>>statenumber=Sum[2*w+1,{w,t,j1+j2}]; (*超精细态  $F, mF$  的总数目, *)

>>p[u_,w_]:=If[u==w,1,0]; (*Delta 函数  $\delta(x)$  *)
>>Q[r_,a_,b_,c_]:=p[r,b]*p[a,c]*1/2*(r(r+1)-j1*(j1+1)-j2*(j2+1))
>>S[x_,y_,z_]:=Sum[((( -1)^v)*v!* (j1+j2-z-v)!*(j1-x-v)!*(j2+y-v)!*
(z-j1-y+v)!*(z-j2+x+v)!)^(-1),{v,Max[0,j1-z+y,j
2-z-x],Min[j1+j2-z,j1-x,j2+y]}]
>>k[e_,f_,g_,h_]:=p[h,e+f]*((2*g+1)*((j1+j2-g)!*(-j1+j2+g)!*(j1-
j2+g)!)/(j1+j2+g+1)!*(g-h)!*(g+h)!*(j1-e)!*(j1+
e)!*(j2-f)!*(j2+f)!)^1/2)*S[e,f,g] (*C-G系数*)
>>F[j3_,m3_,j4_,m4_]:=Sum[k[m1,m2,j3,m3]*k[m1,m2,j4,m4]*m2,{m1,-j
1,j1},{m2,-j2,j2}]

>>A=Table[(2.79*10^-3)*B*F[a,b,c,d]+3.417*Q[a,b,c,d],{a,t,j1+j2},{
b,-a,a},{c,t,j1+j2},{d,-c,c}];
>>H=Partition[Flatten[A],statenumber]; (*对应哈密顿量在超精细态基中的矩
阵表示*)
```

>>L=Eigenvalues [H]; (*求取矩阵的本征值,也就是每个超精细态的Zeeman分裂,是磁场的函数*)

```
>>SetOptions [Plot, Frame->True,
  FrameLabel->{"B[G]", "Energy [GHz]"},
  FrameStyle->Directive [Black, 30],
  LabelStyle->Directive [Large, Bold],
  PlotRange->{{0, 5000}, {-10, 10}},
  PlotRangePadding->None,
  AxesOrigin->{0, -10},
  ImageSize->1000,
  PlotStyle->{{
    RGBColor [0, 0, 0], Dashed, AbsoluteThickness [2]},
    {RGBColor [0, 1, 0], AbsoluteThickness [3]},
    {RGBColor [0, 0, 0], Dashed, AbsoluteThickness [2]},
    {RGBColor [1, 0, 0], AbsoluteThickness [3]}
  ]}
```

]; (*设定画图的大小,大小,各条线的颜色粗细等*)

```
>>Rbok=Plot [Evaluate [Table [L [ [0]], {0, statenumber}]], {B, 0, 5000}]
```

(*一定磁场范围内原子超精细结构*)

	⁸⁷ Rb	⁴⁰ K
I	3/2	4
A _{HF} (MHz)	3417.34130642	-285.7308
g _I	-0.0009951414	0.000176490
g _J	2.00233113	2.00229421

表: 超精细结构参数。⁸⁷Rb的基态5²S_{1/2}, ⁴⁰K的基态4²S_{1/2}

致 谢

十年的时间长度，丈量了我从物电学院到光电所的所有求学生活，充实了我的世界。十年了，有的朋友走了，有的朋友来了。只有我一直待在这里，感受着山大十年的花开花落，月明星稀。等我蓦然回首仰望星空，发现应该感谢这里的实在太多太多。

感谢光电所，这六年生活不仅教会了我如何做学问，更教会了我如何做人、如何做事。这里的学术氛围，良好环境使我学会了很多，也懂得了很多。每一个教授独有的学术思维方式和人格魅力都令我终生难忘。感谢彭堃堦教授，他的循循善诱、谆谆教诲必将使我们终生受益。感谢谢常德教授，她的渊博学识使我们受益匪浅。感谢各位老师，他们的勤奋专研，他们的一丝不苟，他们的平易近人，他们的无微不至，他们的攀登奉献深深地感染了我们，是我们年轻学子终生学习的榜样。

感谢玻色-费米混合气体冷却实验室，这里宽松的环境和积极讨论的科研氛围是我最喜欢的。感谢我的导师张靖教授，张老师忘我的工作精神、熟练的实验技能、严谨的科学态度、敏锐的科学洞察、渊博的科学知识、开放的科学思维使我真真切切地感受到了一个科学家的魅力。感谢张老师在学业上不厌其烦的讲解，生活上细致入微的关怀。感谢张老师引领我们进入了冷原子的世界，让我们欣赏到了 ^{87}Rb 和 ^{40}K 原子的迷人和美丽，体会到了科研工作的快乐和痛苦，领略了超冷物理的无穷魅力。清楚地记得张老师给我的第一篇文献是关于 Feshbach 共振的，能在毕业之前在实验室观测到这个现象，是足以令我自豪的事情了。

感谢已经毕业的卫栋师兄、叶晨光师兄，是你们教会了我许多实验技能。感谢陈海霞师姐、熊德智师兄，和你们每次激烈的讨论都令我现在久久回味。那种有理不饶人，无理亦不饶人的有趣，每次都让我对超冷原子的理解更进一步。感谢付正坤、柴世杰，有幸能和你们一起在超冷原子的平台上战斗，是你们加快了实验工作的进展。感谢郭璐、高峰、于旭东、霍强、邱克、程峰钰、黄良辉、孟增明、张岩的合作和交流。感谢王宇、张鹏飞、何军、刘奎、刘勤、刘建丽、冯志刚、卢华东、王凯宁、张杰、常博，这六年大家一路走来，共同面对许多困难。有了你们，我紧张的学习生活中才不再孤单，充满了快乐。特别感谢柴世杰、黄良辉同学对论文初稿的修改。真诚地感谢每位同学，谢谢你们。

感谢办公室、机加工车间、电子车间、激光车间各位老师、师傅的热情帮助和

工作上的大力配合，极大地加快了实验工作的进展。

最后感谢我的父母、妹妹，是你们一直在身后鼓励着我。爸爸妈妈，你们尽心竭力的支持，是我完成学业的绝对保证。你们默默的眼神是我前进的动力，你们的笑容是对我最高的奖励，你们的白发和皱纹是我的心痛，谢谢你们。还要感谢我的女友，在这几年的生活中，共同分享着快乐，也品尝了困苦，分担了我许多的苦恼，给了我太多的快乐，谢谢你。

王鹏军

2011-5-20

个人简况及联系方式

◆个人概况

姓名：王鹏军	性别：男
出生年月：1982.12	政治面貌：群众
民族：汉	婚姻状况：未婚
籍贯：山西省阳城县	现居住地：山西省阳城县演礼乡

联系电话：13834510725
电子邮箱：wpj1223@yahoo.cn

◆教育经历

2005.9 – 2011.7	山西大学光电研究所 量子光学与光量子器件国家重点实验室	硕博连读
2001.9 – 2005.7	山西大学物理电子工程学院	本科
1997.9 – 2001.7	山西省阳城一中	高中

承 诺 书

本人郑重声明：所提交的学位论文，是在导师指导下独立完成的，学位论文的知识产权属于山西大学。如果今后以其他单位名义发表与在读期间学位论文相关的内容，将承担法律责任。除文中已经注明引用的文献资料外，本学位论文不包括任何其他个人或集体已经发表或撰写过的成果。

作者签名：

20 年 月 日

学位论文使用授权声明

本人完全了解山西大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关机关或机构送交论文的复印件和电子文档，允许论文被查阅和借阅，可以采用影印、缩印或扫描等手段保存、汇编学位论文。同意山西大学可以用不同方式在不同媒体上发表、传播论文的全部或部分内容。

保密的学位论文在解密后遵守此协议。

作者签名：

导师签名：

20 年 月 日