



山西大學
Shanxi University

2017 届 博 士 学 位 论 文

压缩态光场的双色本振光探测及应用

姓 名	李 卫
导 师	张 靖 教 授 于旭东 副教授
专 业	光 学
研究方向	量子光学
培养单位	量子光学与光量子器件国家重点实验室 光电研究所
学习年限	2011 年 9 月至 2017 年 6 月

二〇一七年六月

山西大学

2017 届博士学位论文

压缩态光场的双色本振光探测及应用

姓 名	李 卫
导 师	张 靖 教 授 于旭东 副教授
专 业	光 学
研究方向	量子光学
培养单位	量子光学与光量子器件国家重点实验室 光电研究所
学习年限	2011 年 9 月至 2017 年 6 月

二〇一七年六月

Thesis for Doctor's degree, Shanxi University, 2017

Measurement and application of the squeezed state with
a bichromatic local oscillator

Student Name	Wei Li
Supervisor	Prof. Jing Zhang A. P. Xudong Yu
Major	Optics
Specialty	Quantum optics
Department	State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Device Institute of Opto-Electronics
Research Duration	2011.09-2017.06

June, 2017

目 录

2017 届博士学位论文	3
Thesis for Doctor's degree, Shanxi University, 2017	4
Institute of Opto-Electronics	4
Research Duration 2011.09-2017.06	4
Contents	I
中 文 摘 要	I
ABSTRACT	III
第一章 绪论	1
1.1 光场的正交算符	1
1.2 高斯态	2
1.2.1 真空态	2
1.2.2 相干态	2
1.2.3 单模压缩态	3
1.2.4 双模压缩态	4
1.3 量子态的 Wigner 函数	5
1.4 边带表象	6
1.5 论文的主要工作	8
第二章 用双色本振光实现压缩真空态的探测	11
2.1 引言	11
2.2 压缩态的制备	11
2.2.1 利用原子系综产生压缩态	11
2.2.2 利用光纤产生压缩态	12
2.2.3 利用铁电晶体产生压缩态	13
2.3 单模压缩光对称边带之间的关联	15
2.3.1 理论研究现状	15
2.3.1 实验研究进展	15
2.4 用双色本振光测量信号光的理论分析	17
2.5 实验装置	20
2.5.1 激光器	20
2.5.2 双边带产生装置	21

2.5.3 光学参量放大器	22
2.5.4 平衡零拍探测	23
2.6 实验结果	25
2.6.1 单边带本振光与双边带本振光对压缩真空态的测量	25
2.6.2 基频信号光的测量	27
2.7 本章小结	27
第三章 利用压缩光和双色本振光提高信号测量的信噪比	33
3.1 引言	33
3.2 研究进展	34
3.2.1 低频压缩的实验研究	34
3.2.2 利用压缩光提高引力波探测的灵敏度	35
3.2.3 依赖于频率的压缩光实验研究	36
3.3 理论分析	38
3.3.1 不同功率的双色本振光对于信号场的测量	40
3.3.2 单模压缩光的理想条件压缩	40
3.3.3 单模压缩光的实际条件压缩	42
3.4 实验实现	43
3.4.1 实验装置	43
3.4.2 压缩优化步骤	44
3.4.3 压缩优化测量结果	45
3.4.4 提高低频信号探测的灵敏度	46
3.5 小结	46
第四章 用可控边带注入的方法实现压缩态的重构	53
4.1 引言	53
4.2 研究现状	53
4.2.1 量子态重构的理论研究	53
4.2.2 准经典量子态的重构	53
4.2.3 非经典量子态的重构	54
4.2.4 产生算符和湮灭算符的实验实现	54
4.3 理论分析	56
4.3.1 平衡零拍探测	56

4.3.2 光学参量放大器对于单边带输入场的作用	57
4.3.3 探测机制	58
4.4 实验装置	59
4.5 实验结果	61
4.5.1 光学参量放大器的参量转换	61
4.5.2 压缩态在频域的噪声特性	62
4.5.3 真空态和压缩真空态的重构	62
4.5.4 相干态和明亮压缩光在时域的量子噪声	63
4.6 本章小结	66
第五章 相干态的部分无实体传输	69
5.1 引言	69
5.2 研究现状	70
5.2.1 分离变量量子隐形传输	70
5.2.2 连续变量量子隐形传输	70
5.2.3 混合变量量子隐形传输	75
5.3 部分无实体传输的理论分析	77
5.3.1 相干态隐形传输的保真度	77
5.3.1 相干态部分无实体传输的理论分析	78
5.4 相干态部分无实体传输的实验实现	82
5.4.1 纠缠态的制备的实验装置	82
5.4.2 纠缠态的制备的过程及结果	84
5.4.3 相干态部分隐形传输	85
5.5 小结	88
第六章 总结与展望	93
成果目录	93
致 谢	95
个人简况	97
承 诺 书	98
学位论文使用授权声明	99

Contents

Chinese abstract	I
English abstract	III
Chapter 1 Introduction	1
1.1 Quadrature operators	1
1.2 Gaussian states.....	2
1.2.1 Vacuum state.....	2
1.2.2 Coherent state	2
1.2.3 Single-mode squeezed state.....	3
1.2.4 Two-mode squeezed state.....	4
1.3 Wigner function.....	5
1.4 The quantum sideband picture.....	6
1.5 The structure of this thesis.....	8
Chapter 2 Measurement of squeezed state by a bichromatic local oscillator	11
2.1 Introduction	11
2.2 Generation of squeezed states	11
2.2.1 Squeezed light from atomic ensembles	11
2.2.2 Squeezed light from optical fibers.....	12
2.2.3 Squeezed light from ferroelectric crystals.....	13
2.3 EPR sideband entanglement in squeezed light.....	15
2.3.1 Theoretical research.....	15
2.3.1 Experimental research	15
2.4 Theoretical analysis of bichromatic local oscillator.....	17
2.5 Experimental setup	20
2.5.1 The laser	20
2.5.2 Generation of double-sidebands	21
2.5.3 Optical Parametric Amplifier	22
2.5.4 Homodyne detection.....	23
2.6 Experimental results	25
2.6.1 Results with single-sideband and double-sidebands	25

2.6.2	Measurement of fundamental frequency signal	27
2.7	Summary.....	27
Chapter 3	Enhanced sensitivity of low-frequency signal.....	33
3.1	Introduction	33
3.2	Research progress.....	34
3.2.1	Experimental study of low-frequency squeezing	34
3.2.2	Improving the sensitivity of gravitational wave detection	35
3.2.3	Advance in frequency-dependent squeezing.....	36
3.3	Theoretical analysis	38
3.3.1	Analysis of bichromatic local oscillator with different power	40
3.3.2	The ideal conditional squeezing	40
3.3.3	The practical conditional squeezing	42
3.4	Experimental realization.....	43
3.4.1	Experimental setup	43
3.4.2	Procedure of measuring conditional squeezing.....	44
3.4.3	Results of optimal squeezing.....	45
3.4.4	Enhancing sensitivity of low-frequency signal	46
3.5	Summary.....	46
Chapter 4	Tomography of squeezed states with controllable sideband modulation	53
4.1	Introduction	53
4.2	Research progress.....	53
4.2.1	Theoretical research of quantum tomography.....	53
4.2.2	Tomography of gaussian states.....	53
4.2.3	Tomography of nonclassical states	54
4.2.4	Experimental realization of the creation and annihilation operators.....	54
4.3	Theoretical analysis	56
4.3.1	Homodyne detection.....	56
4.3.2	The parametric interaction with single-sideband injection	57
4.3.3	Detection scheme	58
4.4	Experimental setup	59
4.5	Experimental results	61

4.5.1	The parametric conversion of OPA	61
4.5.2	Quantum noise of squeezed state in frequency domain	62
4.5.3	Tomography of the vacuum state and squeezed vacuum state	62
4.5.4	Quantum noise of squeezed state in time domain	63
4.6	Summary.....	66
Chapter 5 Coherent state transfer with partially disembodied transport		69
5.1	Introduction	69
5.2	Research progress.....	70
5.2.1	DV teleportation	70
5.2.2	CV teleportation	70
5.2.3	Hybrid quantum teleportation.....	75
5.3	Theoretical analysis	77
5.3.1	The fidelity of quantum teleportaion.....	77
5.3.1	Analysis of partially disembodied transport.....	78
5.4	Experimental demonstration of coherent state transfer	82
5.4.1	Experimental setup of entangled state generation.....	82
5.4.2	Experimental procedure and results	84
5.4.3	Results of coherent state transfer.....	85
5.5	Summary.....	88
Chapter 6 Summary and outlook.....		93
Research achievement		93
Acknowledgment.....		95
Personal profiles		97
Letter of commitment		98
Authorization statement.....		99

中文摘要

非线性光学是量子光学的一个重要分支，主要研究介质在强相干光作用下产生的非线性效应。非线性光学不仅突破了传统光学中线性叠加原理和独立传播原理的限制，而且揭示出光场在介质中的位相关联和能量转换。近年来，随着激光技术的日益成熟，诸如倍频、和频、差频和受激散射等非线性效应都取得了快速的发展。尤其是基于光学非线性效应产生的压缩态光场，更是受到了人们的广泛关注，并成功地在不同的物理系统中实现了压缩态的制备。同时，压缩态光场也被广泛的应用于光学精密测量、量子态工程、量子存储、量子通信和量子计算等各个领域。

本文主要介绍了基于PPKTP晶体搭建光学参量放大器的一系列工作：利用三个声光调制器产生了一束双频激光，并将其作为本振光验证了压缩真空态两对对称边带之间的EPR关联；利用双色本振光和压缩真空态提高了低频信号测量的信噪比；将双频激光作为光学参量放大器的信号光，实现了真空态、相干态、压缩真空态、振幅压缩态和位相压缩态的重构；将两束单模压缩光在50/50分束镜耦合产生纠缠光，并将其应用于相干态的部分隐形传输实验中。

将PPKTP晶体的前端面作为输入耦合镜，搭建了半整体光学参量放大器，并利用反射的泵浦场将腔长锁定后，得到了压缩真空态光场。利用三个声光调制器产生了一束频率分别为基频光两侧对称边带的双频激光，并将其作为本振光实现压缩真空态的探测，进而验证了压缩真空态两对对称边带之间的EPR关联特性。

用双色本振光实现压缩真空态的平衡零拍探测，并通过改变双色本振光的功率比，寻找最优化的增益因子，进而获得最大的条件压缩。在辅助光光路中引入低频相位调制，与压缩真空态在98/2分束镜耦合后，进入平衡零拍探测系统，进而提高了低频信号测量的信噪比。

分别将单边带和双边带作为光学参量放大器的信号光，并用一束基频本振光对其进行测量，进而用光学零拍层析的方法重构了真空态、相干态、压缩真空态、振幅压缩态和位相压缩态的Wigner函数。

将两束单模压缩光在50/50分束镜耦合后得到纠缠光，并将其应用于相干态的部分隐形传输实验中。通过控制联合Bell态测量过程中被破坏的信息量，从而用低于3dB的纠缠源实现了保真度对于不可克隆极限2/3的突破，得到了最大的保真度为0.9。

关键词：压缩态光场；双色本振光；平衡零拍探测；部分隐形传输

ABSTRACT

Nonlinear optics is an important branch of quantum optics, which mainly studies the nonlinear effects of dielectrics under strong coherent light. Nonlinear optics not only breaks through the linear superposition principle and independent propagation principle in traditional optics, but also reveals the phase correlation and energy conversion of light field in medium. In recent years, the frequency doubling, difference frequency generation, sum frequency generation, stimulated scattering and other nonlinear effects have achieved rapid development with the increasingly mature of laser technology. Especially, the squeezed states, generated by optical nonlinear effect, are paid extensive attention and realized successfully in different physical systems. At the same time, the squeezed states are widely applied to optical precision measurement, quantum state engineering, quantum state storage, quantum communication and quantum computing.

In this thesis, we introduce a series of work based on optical parametric amplifiers with PPKTP crystal. We use three acousto-optic modulators to produce double-sidebands around the fundamental frequency, which is served as local oscillator to verify quantum correlation between the upper and lower sideband mode of the squeezed vacuum state. Then the bichromatic local oscillator and squeezed vacuum state are utilized to improve the signal-to-noise ratio of the low-frequency signal measurement. We also inject the single-sideband and double-sidebands into the optical parametric amplifier, and reconstruct the vacuum state, coherent state, squeezed vacuum state, amplitude squeezed state and phase squeezed state with optical homodyne tomography. Moreover, we generate the entangled state by coupling two single-mode squeezed states on a 50/50 beam splitter, and demonstrate the coherent state transfer with partially disembodied transport.

We build the semi-monolithic optical parametric amplifier with PPKTP crystal whose front end is used as the input coupling mirror. The length of OPA is locked by Pound-Driver-Hall technology and the error signal is extracted from the reflected pump field. We use three acousto-optic modulators to produce double-sidebands around the fundamental frequency, which is served as local oscillator to verify quantum correlation between the upper and lower sideband mode of the squeezed vacuum state.

We utilize bichromatic local oscillator to detect the squeezed vacuum state, and achieve

the maximum conditional squeezing by altering the power ratio of double-sidebands. Moreover, a small portion of lower sideband is used to generate the low-frequency signal, and detected by bichromatic local oscillator together with the squeezed vacuum state. In this way, the sensitivity of low-frequency signal is enhanced with the maximum conditional squeezing.

The single-sideband and double-sidebands are used as the signal field of the optical parametric amplifier, whose output is measured by an intense local oscillator with fundamental frequency. We then reconstruct the vacuum state, coherent state, squeezed vacuum state, amplitude squeezed state and phase squeezed state with optical homodyne tomography.

We generate the entangled state by coupling two single-mode squeezed states on a 50/50 beam splitter, and demonstrate the coherent state transfer with partially disembodied transport. By controlling the amount of information that is broken during the joint Bell state measurement, the fidelity break through the no-cloning limit with the introducing of semi-quantum channel, resulting in a maximum fidelity of 0.9.

Key words: The squeezed states; Bichromatic local oscillator; Homodyne detection; Partially disembodied transport

第一章 绪论

量子光学是量子理论与光学相结合的产物，主要研究光辐射的产生、传输、探测以及光与物质相互作用的基本问题。量子光学用一种不可替代的实验手段验证了许多尚存争议的量子力学基本原理，例如互补性原理^[1.1]、隐变量理论^[1.2]、波粒二象性^[1.3]等，进而从深层次上推动着物理学的发展。另一方面，通过将基本理论与操纵量子比特的实验技术应用于信息处理，又开拓出实用性极强的量子信息领域^[1.4]，为信息科学的发展注入了新鲜血液。例如以量子比特为核心的量子计算可以实现经典计算机无法达到的信息处理能力^[1.5-1.7]；以量子态为信息载体的量子通信^[1.8-1.10]在信息传输的安全性和高效性方面具有经典通信无法比拟的优越性。

以量子系统本征态的结构为依据，量子信息处理主要分为分离变量和连续变量两种方式^[1.11]。分离变量量子信息处理是以量子比特为信息处理单元，例如单光子的偏振^[1.12]和电子的自旋^[1.13]，具有保真度高，对损耗不敏感的特点，但由于几率性的存在，其效率较低^[1.14]。连续变量信息处理的效率较高，但由于受到非理想纠缠源的限制，其保真度较低^[1.15]。为了同时利用连续变量的高效率和分离变量的高保真度，人们提出了混合变量量子信息处理，并且已经实验实现了混合变量的量子隐形传态^[1.16]和纠缠交换^[1.17]。

1.1 光场的正交算符

为了更全面的研究光场与物质相互作用，我们需要对光场进行量子化处理。量子化的具体方法是将单模光场等价为一个量子谐振子^[1.18]，其哈密顿量为

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) \quad (1.1)$$

其中， \hbar 为约化普朗克常数， ω 为谐振频率， \hat{a}^\dagger 和 \hat{a} 分别为光场的产生和湮灭算符，它们满足对易关系 $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ 。值得注意的是，光场的产生和湮灭算符不是厄米算符，因而不能被实验测量。定义光场的正交振幅 \hat{X} 和正交位相算符 \hat{Y} 分别为

$$\begin{aligned} \hat{X} &= (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \\ \hat{Y} &= -i(\hat{a} - \hat{a}^\dagger) \end{aligned} \quad (1.2)$$

显然，光场的正交算符是非对易的厄米算符并可被实验直接测量，它们满足对易关系

$$[\hat{X}, \hat{Y}] = 2i \quad (1.3)$$

根据海森堡不确定原理，光场的正交振幅和正交位相不能被同时精确测量，它们的量子均方涨落之积满足

$$\delta^2 \hat{X} \cdot \delta^2 \hat{Y} \geq 1 \quad (1.4)$$

1.2 高斯态

本文中，我们将量子态的分析范围限制在连续变量领域，即我们只讨论高斯态。接下来，我们分别介绍量子光学实验中最基本的高斯态：真空态，相干态，单模压缩态和双模压缩态。

1.2.1 真空态

真空态 $|0\rangle$ 是电磁场的基态，其平均光子数为 0。由于真空态仍然具有零点振动能 $\frac{1}{2}\hbar\omega$ ，其电磁场依然在振荡。真空态为最小不确定态，其振幅分量和位相分量量子起伏相等： $\delta^2 \hat{X} = \delta^2 \hat{Y} = 1$ ，这就是标准量子极限(SQL)。在相空间中，真空态各正交分量的量子起伏呈圆形(如图 1.1(a))，当相空间平移或者转动时其噪声圆都保持不变。由于光学损耗等价于真空噪声的引入，因此系统中的光学损耗将影响其正交分量量子起伏，进而限制光学测量的精度。

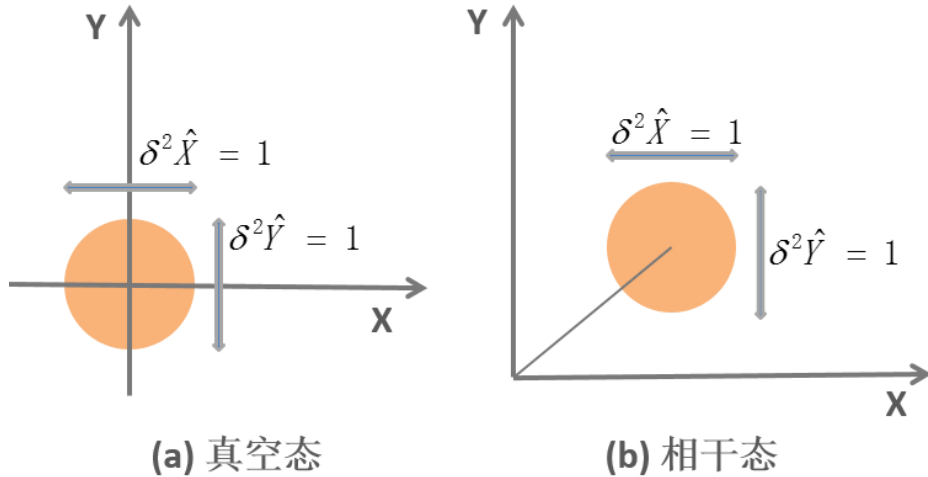


图 1.1 真空态和相干态在相空间的描述

1.2.2 相干态

相干态 $|\alpha\rangle$ 是平均光子数为 $\bar{n} = |\alpha|^2$ 的最小不确定态，其振幅分量和位相分量量子起伏与真空态相同： $\delta^2 \hat{X} = \delta^2 \hat{Y} = 1$ 。定义平移算符为

$$\hat{D}(\alpha) = \text{Exp} \left[-\frac{1}{2} |\alpha|^2 + \alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a} \right] \quad (1.5)$$

则将平移算符作用到真空态上便可产生相干态，即 $|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha)|0\rangle$ 。图 1.1(b)对应于相干态各正交分量的量子起伏在相空间中的分布。显然， $\hat{D}(\alpha)$ 的作用只是将真空态平移到相干态，而没有改变其正交分量量子起伏。这也是 $\hat{D}(\alpha)$ 被称为平移算符的原因。在实验中，单频激光器的输出光场就是一个近似的相干态。

1.2.3 单模压缩态

单模压缩态光场的定义为某一正交分量量子起伏被压缩到 SQL 以下，即 $\delta^2\hat{X} < 1$ 或 $\delta^2\hat{Y} < 1$ 。由于压缩态光场的正交分量量子起伏仍满足海森堡不确定原理，其共轭分量的量子起伏必然大于 SQL。

压缩相干态可以通过压缩算符^[1,19]来描述，定义压缩算符为

$$\hat{S}(\xi) = \text{Exp}\left(\frac{1}{2}\xi^*\hat{a}^2 - \frac{1}{2}\xi\hat{a}^{\dagger 2}\right) \quad (1.6)$$

其中 $\xi = re^{i\theta}$ ， r 称为压缩参数， θ 为压缩角。将此压缩算符作用到相干态 $|\alpha\rangle$ 上，即可得到压缩相干态： $|\alpha, \xi\rangle = \hat{S}(\xi)|\alpha\rangle$ 。显然，压缩态 $|\alpha, \xi\rangle$ 是从相干态 $|\alpha\rangle$ 中通过产生或湮灭两个光子而形成的，因此压缩相干态也称为双光子相干态。

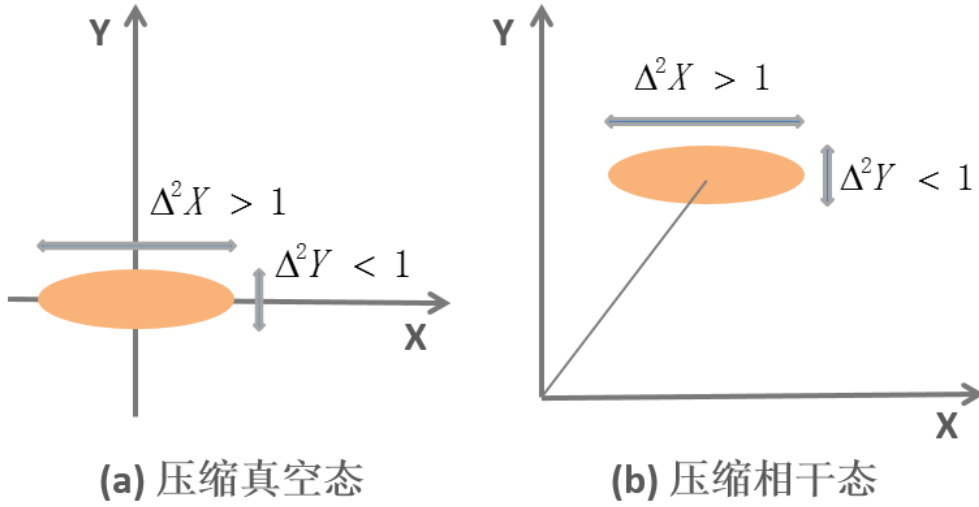


图 1.2 压缩真空态和压缩相干态在相空间的描述

为了更好的理解压缩算符中因子 r 和 θ 的物理意义，我们计算得到压缩态 $|\alpha, \xi\rangle$ 中光场振幅分量和位相分量的量子起伏分别为

$$\begin{aligned} \delta^2\hat{X} &= e^{-2r} \cos^2 \frac{\theta}{2} + e^{2r} \sin^2 \frac{\theta}{2} \\ \delta^2\hat{Y} &= e^{-2r} \sin^2 \frac{\theta}{2} + e^{2r} \cos^2 \frac{\theta}{2} \end{aligned} \quad (1.7)$$

显然，两正交分量的量子起伏只与 r 和 θ 有关，而不依赖于相干态 $|\alpha\rangle$ 。(1)当 $\theta = 0$ 时，两正交分量量子起伏可简化为 $\delta^2\hat{X} = e^{-2r}$ 和 $\delta^2\hat{Y} = e^{2r}$ 。若 $r > 0$ ，则光场振幅分量量子起伏被压缩到 SQL 以下，相应地，位相分量量子起伏被放大到 SQL 以上。 $\delta^2\hat{X}$ 被压缩的程度依赖于 r 的大小，因此 r 被称为压缩因子。(2)当 $\theta = \pi$ 时，两正交分量量子起伏简化为 $\delta^2\hat{X} = e^{2r}$ 和 $\delta^2\hat{Y} = e^{-2r}$ 。若 $r > 0$ ，则光场振幅分量量子起伏被放大，而位相分量量子起伏被压缩。由此可见，在压缩态中，光场分量量子起伏的放大还是压缩决定于 θ 的取值，即 θ 的取值决定压缩的方向。

同理，从真空态 $|0\rangle$ 中产生或湮灭两个光子可以得到压缩真空态： $|0, \xi\rangle = \hat{S}(\xi)|0\rangle$ 。压缩真空态的平均光子数为 $\langle \hat{n} \rangle = \sinh^2 r$ ，这是其与真空态的不同之处。图 1.2 分别给出了压缩真空态(a)和正交位相压缩态(b)各正交分量量子起伏在相空间中的分布。可以看出，虽然压缩真空态和正交位相压缩态具有不同的平均光子数，但它们展现了相同的正交分量量子起伏。

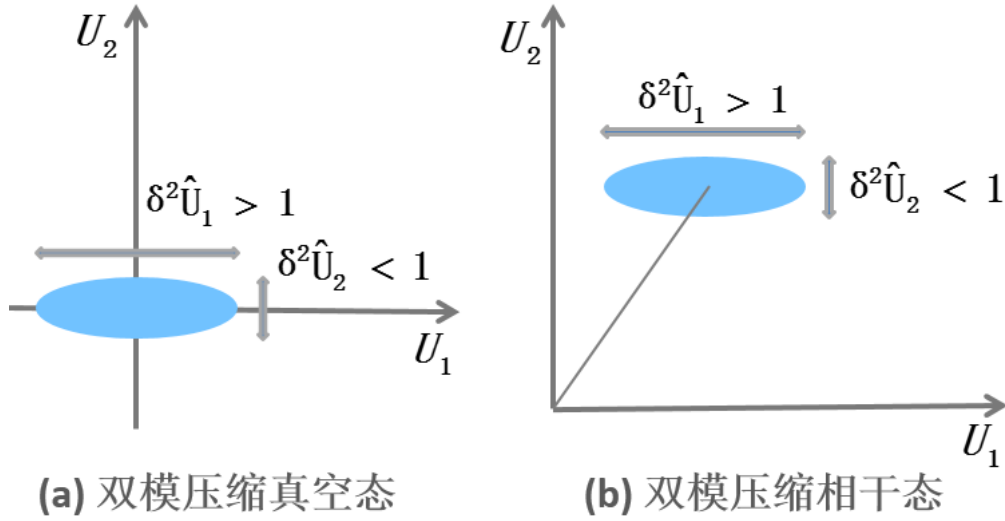


图 1.3 双模压缩真空态和双模压缩相干态的描述

1.2.4 双模压缩态

双模压缩态光场的压缩算符可以定义为

$$\hat{S}(\xi) = \exp(\xi^* \hat{b}_1 \hat{b}_2 - \xi \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_2^\dagger) \quad (1.8)$$

将此算符作用到相干态 $|\alpha_1\rangle$ 和 $|\alpha_2\rangle$ 上，即可得到双模压缩相干态光场： $|\alpha_1, \alpha_2, \xi\rangle = \hat{S}(\xi)|\alpha_1\rangle|\alpha_2\rangle$ 。定义光场两正交分量算符分别为

$$\begin{aligned} \hat{U}_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{b}_1 + \hat{b}_1^\dagger + \hat{b}_2 + \hat{b}_2^\dagger) \\ \hat{U}_2 &= \frac{-i}{\sqrt{2}}(\hat{b}_1 - \hat{b}_1^\dagger + \hat{b}_2 - \hat{b}_2^\dagger) \end{aligned} \quad (1.9)$$

根据 \hat{U}_1 和 \hat{U}_2 的对易关系 $[\hat{U}_1, \hat{U}_2] = 2i$ ，可得到其量子起伏所满足的不确定关系为

$$\delta^2 \hat{U}_1 \cdot \delta^2 \hat{U}_2 \geq 1 \quad (1.10)$$

当某一正交分量量子起伏小于 1 的时候，我们就说该分量量子噪声被压缩。通过计算，我们可以得到光场两正交分量的量子起伏分别为

$$\begin{aligned} \delta^2 \hat{U}_1 &= e^{-2r} \cos^2 \frac{\theta}{2} + e^{2r} \sin^2 \frac{\theta}{2} \\ \delta^2 \hat{U}_2 &= e^{-2r} \sin^2 \frac{\theta}{2} + e^{2r} \cos^2 \frac{\theta}{2} \end{aligned} \quad (1.11)$$

显然，双模压缩相干态与单模压缩相干态的两正交分量量子起伏性质相同。值得注意的是， $\delta^2\hat{U}_1$ 和 $\delta^2\hat{U}_2$ 都与双模纠缠态各模式的场振幅 α_1 和 α_2 无关。令双模光场的振幅 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ，我们可以得到双模压缩真空态： $|0,0,\xi\rangle = \hat{S}(\xi)|0\rangle|0\rangle$ ，其正交分量量子起伏性质与双模压缩相干态无异。当 $\theta = 0$ 且 $r > 0$ 时，上式可简化为 $\delta^2\hat{U}_1 = e^{-2r} < 1$ 和 $\delta^2\hat{U}_2 = e^{2r} > 1$ ，即光场呈现振幅反关联，相位关联特性。同理，当 $\theta = \pi$ 且 $r > 0$ 时，我们将得到振幅关联，相位反关联的双模压缩态光场。图 1.3 分别展现了 $\theta = \pi$ 时的双模压缩真空态和双模压缩相干态在 U_1 和 U_2 空间的量子噪声分布。

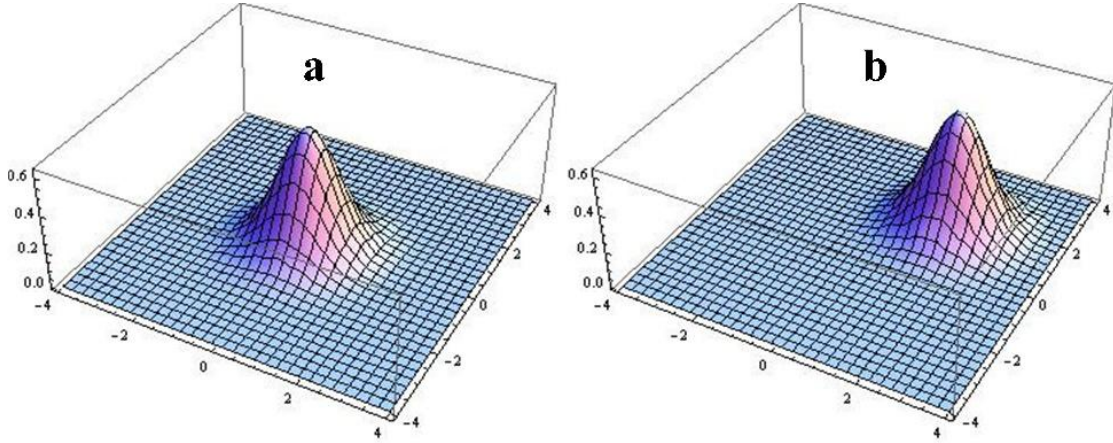


图1.4 真空态和相干态的Wigner函数

1.3 量子态的 Wigner 函数

Wigner函数是与量子态一一对应的准概率分布函数，可以描述量子态在相空间演化的全部信息。在一维空间中，量子态 $|\psi\rangle$ 的Wigner函数^[1.20]定义为

$$W(x, p) = \frac{1}{\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x+x')\psi(x-x')e^{2ipx'/\hbar} dx' \quad (1.12)$$

基于Wigner函数准概率分布的性质，对坐标 x 和动量 p 进行积分，我们可以得到两者的概率分布函数 $P_x(p)$ 和 $P_p(x)$

$$\begin{aligned} P_x(p) &= \int_{-\infty}^{\infty} W(x, p) dx \\ P_p(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} W(x, p) dp \end{aligned} \quad (1.13)$$

同理，沿位相空间中与 x 轴成任意角度 ϕ 的方向对Wigner函数进行积分，我们将得到该方向的概率分布函数^[1.21]

$$P_p(x, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} W(x \cos \phi - p \sin \phi, x \sin \phi + p \cos \phi) dp \quad (1.14)$$

因此，如果多次测量量子态的可观测量，进而得到区间 $[0, \pi]$ 内每一个角度 ϕ 所对应的概率分布函数，我们就可以重构该量子态的Wigner函数。

真空态的Wigner函数可以表示为 $W(x, p) = \frac{1}{\pi} \exp(-x^2 - p^2)$, 其准概率分布为原点处对称的高斯波包(如图1.4(a)), 且在相空间展现非负性 $W(x, p) \geq 0$ 。相干态的Wigner函数^[1.22]可以表示为 $W(x, p) = \frac{1}{\pi} \exp[-(x - x_0)^2 - (p - p_0)^2]$, 其准概率分布(如图1.4(b))也是对称的高斯波包, 但中心位置从原点平移到 (x_0, p_0) 。

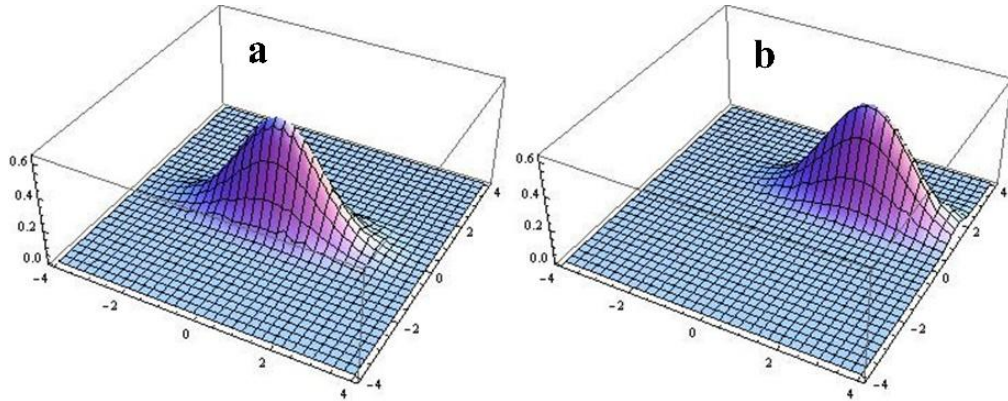


图1.5 压缩真空态和压缩相干态的Wigner函数

压缩真空态的 Wigner 函数^[1.23]可以表示为 $W(x, p) = \frac{1}{\pi} \exp(-e^{2\xi} x^2 - e^{-2\xi} p^2)$ 。其中 $\xi = r e^{i\theta}$, r 和 θ 分别为压缩因子和压缩角。图 1.5(a)表示压缩真空态在相空间的准概率分布。与真空态相比, 其在振幅分量的概率分布被放大, 而位相分量的概率分布被压缩。压缩相干态的 Wigner 函数可以表示为 $W(x, p) = \frac{1}{\pi} \exp[-e^{2\xi}(x - x_0)^2 - e^{-2\xi}(p - p_0)^2]$ 。图 1.5(b)为压缩相干态在相空间的准概率分布, 其波包形状与压缩真空态完全相同, 且同样具有非负性。

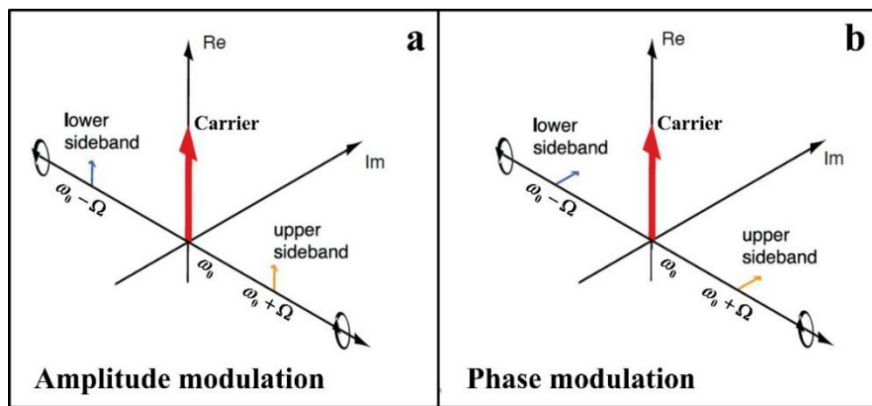


图 1.6 振幅调制和位相调制在边带表象中的描述

1.4 边带表象

边带表象与相空间表象都可以用于量子态的描述。在利用连续变量进行量子通信的过程中, 信息的编码是通过在特定频率 Ω 处的振幅调制和位相调制实现的。一般情况下, 调制频率在几赫兹到几十兆赫兹的范围内, 远小于激光自身的频率。振幅调

制与位相调制最大的区别是其边带相对于载频的位相^[1.24]。

一束频率为 ω_0 的基频光经过调制深度为 m 、频率为 Ω 的振幅调制后，其输出场可以表示为

$$\begin{aligned} E_{am} &= E_0[1 + m \cdot \cos(\Omega t)]e^{i\omega_0 t} \\ &= E_0 \left[1 + \frac{m}{2} \cdot (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}) \right] e^{i\omega_0 t} \\ &= E_0 \left[e^{i\omega_0 t} + \frac{m}{2} \cdot e^{i(\omega_0 + \Omega)t} + \frac{m}{2} \cdot e^{i(\omega_0 - \Omega)t} \right] \end{aligned} \quad (1.15)$$

显然，输出场中除了载频外，还有上边带 $\omega_0 + \Omega$ 和下边带 $\omega_0 - \Omega$ ，且两个边带的强度正比于调制幅度。在边带表象中，振幅调制的输出场如图 1.6(a)所示^[1.25]，相对于载频 ω_0 来说，两个边带分别以频率 Ω 沿相反的方向旋转，且两个边带的实部展现正关联特性。

同理，该基频光经过调制深度为 m 、频率为 Ω 的相位调制后，其输出场为

$$\begin{aligned} E_{pm} &= E_0 e^{i[\omega_0 t + m \cos(\Omega t)]} \\ &\approx E_0 e^{i\omega_0 t} [J_0(m) + iJ_1(m)(e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t})] \\ &= E_0 \left[e^{i\omega_0 t} + i \frac{m}{2} \cdot e^{i(\omega_0 + \Omega)t} + i \frac{m}{2} \cdot e^{i(\omega_0 - \Omega)t} \right] \end{aligned} \quad (1.16)$$

上式中， $J_0(m)$ 和 $J_1(m)$ 分别为零阶和一阶贝塞尔函数。当调制幅度很小时($m \ll 1$)， $J_0(m) = 1$ ， $J_1(m) = m/2$ 。在边带表象中，相位调制的输出场(图 1.6(b))也存在载频 ω_0 和两个边带 $\omega_0 \pm \Omega$ ，但两个边带的实部之间存在反关联。

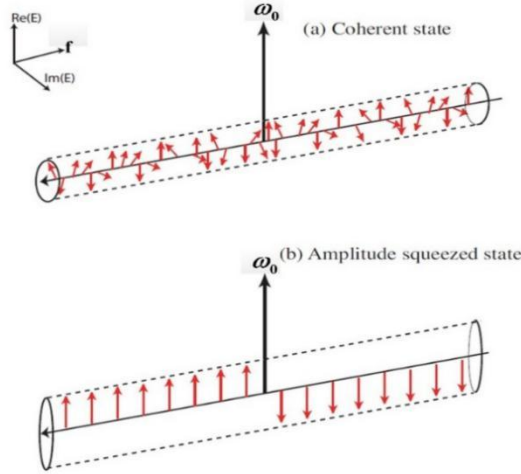


图 1.7 相干态和振幅压缩态在边带表象中的描述

边带表象可以用来解释量子噪声和压缩态^[1.26]。量子噪声可以理解为边带与载频的拍频，而边带是由于量子谐振子的真空起伏而产生的。因此，量子噪声在所有的频率处产生连续的边带，这些边带平均场强为 $\sqrt{\hbar\omega/2}$ ，且相互之间没有关联。压缩态的产生则是由于非线性过程引入了基频光两侧一对对称边带之间的关联。例如，边带

频率为 Ω 处的振幅压缩光是将 Ω 处随机分布的一对边带转换为位相关联的边带，故测得的位相分量量子噪声将高于散粒噪声基准，而振幅分量量子噪声将被压缩。图 1.7 给出了相干态和振幅压缩态在相空间的描述^[1,27]。显然，相干态的所有边带随机分布，而振幅压缩态的两个对称边带存在反关联。

1.5 论文结构

本文的主要工作是利用 I 类准相位匹配的 PPKTP 晶体搭建了半整体光学参量放大器，进而获得了单模压缩态光场。在此基础上，我们采用双色本振光验证了压缩真空态两对对称边带之间的 EPR 关联特性，并提高了低频信号测量的灵敏度。

第二章，首先简要介绍了压缩光的制备方法，并对光学参量下转换产生压缩光的实验装置进行了详细描述。然后，利用三个声光调制器产生了一束频率分别为基频光两侧对称边带的双频激光，并将其作为本振光实现压缩真空态的探测，进而验证了压缩真空态两对对称边带之间的 EPR 关联特性。

第三章，以引力波探测为出发点，回顾了低频压缩和提高迈克尔逊干涉仪灵敏度的研究现状，并提出了用双色本振光和压缩真空态提高低频信号测量的灵敏度。通过改变双色本振光的功率比，寻找最优化的增益因子，进而获得最大的条件压缩。

第四章，详细回顾了平衡零拍层析法的原理及研究现状，然后对我们的方案进行了理论计算和实验验证。通过将单边带和双边带作为光学参量放大器的信号光，并用一束基频本振光对其进行测量，进而用光学零拍层析的方法重构了真空态、相干态、压缩真空态、振幅压缩态和位相压缩态的 Wigner 函数。

第五章，简要介绍了分离变量量子隐形传态、连续变量量子隐形传态和混合变量量子隐形传态的研究现状。将两束单模压缩光在 50/50 分束镜耦合后得到纠缠光，并将其应用于相干态的部分隐形传输实验中。通过控制联合 Bell 态测量过程中被破坏的输入态信息量，从而用低于 3 dB 的纠缠源突破了相干态隐形传输保真度的不可克隆极限 $2/3$ ，得到了最大的保真度 0.9。

参考文献

- [1.1] S. Saunders, Complementarity and Scientific Rationality. *Foundations of Physics*, 2005, 35, 417-447.
- [1.2] B. Hensen, H. Bernien, A. E. Dr au, A. Reiserer, N. Kalb, T. H. Taminiau, and R. Hanson, Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres. *Nature*, 2015, 526, 682-686.
- [1.3] G. Adesso and D. Girolami, Wave-particle superposition. *Nature Photonics*, 2012, 6, 579-580.
- [1.4] S. L. Braunstein, P. van Loock, Quantum information with continuous variables. *Rev. Mod. Phys.*, 2005, 77, 513-577.
- [1.5] S. Debnath, N. M. Linke, C. Figgatt, K. A. Landsman, K. Wright, and C. Monroe, Demonstration of a small programmable quantum computer with atomic qubits. *Nature*, 2016, 536, 63-66.
- [1.6] T. D. Ladd, F. Jelezko, R. Laflamme, Y. Nakamura, C. Monroe, and J. L. O'Brien, Quantum computer. *Nature*, 2010, 464, 45-53.
- [1.7] P. Kok, K. Nemoto, T. C. Ralph, J. P. Dowling, and G. J. Milburn, Linear optical quantum computing with photonic qubits. *Rev. Mod. Phys.*, 2007, 79, 135-174.
- [1.8] J. Yin, J. G. Ren, H. Lu, Y. Cao, H. L. Yong, Y. P. Wu, C. Liu, S. K. Liao, F. Zhou, Y. Jiang, Y. A. Chen, C. Z. Peng, and J. W. Pan, Quantum teleportation and entanglement distribution over 100-kilometre free-space channels. *Nature*, 2012, 488, 185-188.
- [1.9] N. Gisin, and R. Thew, Quantum communication. *Nature Photonics*, 2007, 1, 165-171.
- [1.10] V. Scarani, H. B. Pasquinucci, N. J. Cerf, M. Dušek, N. Lütkenhaus, M. Peev, The security of practical quantum key distribution. *Rev. Mod. Phys.*, 2008, 81, 1301-1350.
- [1.11] P. van Loock, Optical hybrid approaches to quantum information. *Laser & Photonics Reviews*, 2007, 1, 1-35.
- [1.12] J. W. Pan, Z. B. Chen, C. Y. Lu, H. Weinfurter, A. Zeilinger, and M. Zukowski, Multiphoton entanglement and interferometry. *Rev. Mod. Phys.*, 2012, 84, 777-838.
- [1.13] C. Yale, J. Heremans, B. Zhou, A. Auer, G. Burkard, and D. D. Awschalom, Optical manipulation of the Berry phase in a solid-state spin qubit. *Nature Photonics*, 2016, 10, 184-189.
- [1.14] U. L. Andersen, J. S. Neergaard-Nielsen, P. van Loock, and A. Furusawa, Hybrid

- discrete- and continuous-variable quantum information. *Nature Physics*, 2015, 11, 713-719.
- [1.15] I. Kogias, S. Ragy, and G. Adesso, Continuous-variable versus hybrid schemes for quantum teleportation of Gaussian states. *Phys. Rev. A*, 2014, 89, 052324.
- [1.16] S. Takeda, T. Mizuta, M. Fuwa, P. van Loock, and A. Furusawa, Deterministic quantum teleportation of photonic quantum bits by a hybrid technique. *Nature*, 2013, 500, 315-318.
- [1.17] S. Takeda, M. Fuwa, P. van Loock, and A. Furusawa, Entanglement Swapping between Discrete and Continuous Variables. *Phys. Rev. Lett.*, 2015, 114, 100501.
- [1.18] M. O. Scully, and M. S. Zubairy, *Quantum optics*. British, Cambridge university, 1997, 1-13.
- [1.19] J. Plebanski, Wave functions of a harmonic oscillator. *Phys. Rev.*, 1956, 101, 1825-1826.
- [1.20] 曾谨言. 量子力学. 北京, 科学出版社, 2011, 46-51.
- [1.21] G. Breitenbach, S. Schiller, and J. Mlynek, Measurement of the quantum states of squeezed light. *Nature*, 1997, 387, 471-475.
- [1.22] D. T. Smithey, M. Beck, J. Cooper, and M. G. Raymer, Measurement of number-phase uncertainty relations of optical fields. *Phys. Rev. A*, 1993, 48, 3159-3167.
- [1.23] 李永明. 自发参量下转换过程的单光子测量及量子态重构. 博士论文, 山西大学, 2004.
- [1.24] P. K. Lam. Application of quantum electro-optic control and squeezed light. PHD thesis, The Australian National University, 1998.
- [1.25] H. Vahlbruch. Squeezed light for gravitational wave astronomy. PHD thesis, Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik, 2008.
- [1.26] 苏晓龙. 连续变量四组份纠缠光场产生和量子保密通信研究. 博士论文, 山西大学, 2007.
- [1.27] K. McKenzie, Squeezing in the audio gravitational wave detection band. PHD thesis, The Australian National University, 2002.

第二章 用双色本振光实现压缩真空态的探测

2.1 引言

压缩光是量子信息科学的重要资源之一，在光学精密测量、微弱信号检测等领域有着广泛的应用，例如，将压缩真空态注入迈克尔逊干涉仪的暗端，可以提高引力波探测的灵敏度^[2.1]。在量子通信方面，两个单模压缩光可以用于制备量子纠缠源^[2.2]，进而完成量子隐形传态^[2.3]和量子密钥分发^[2.4]等经典光无法实现的通信协议。另外，对应于铯原子和铷原子吸收线的压缩光可应用于非经典光谱^[2.5]、光与原子相互作用^[2.6]和量子存储^[2.7]等方面。压缩光还可以应用于非经典态的产生，例如，在压缩真空态中减去一个光子后，可以得到薛定谔小猫态^[2.8]。

压缩态的理论研究可以追溯到 1927 年，E. Kennard^[2.9]研究了在海森堡不确定原理的限制下，量子谐振子的高斯波包随时间的演化。多年以后，随着压缩算符^[2.10]的引入，压缩光的相关理论才得以正式建立。最初，H. Yuen 将压缩算符作用于相干态上产生的量子态称为双光子相干态^[2.11]。直到 1981 年，C. M. Cave 才将该量子态命名为压缩态^[2.12]。

2.2 压缩态的制备

在实验上，压缩算符的作用是通过光学非线性效应实现的。到目前为止，可用来产生压缩光的最有效方法有原子系综，光纤和铁电晶体^[2.13]。下面我们将对这三种方法逐一介绍。

2.2.1 利用原子系综产生压缩态

在光与原子相互作用的过程中，伴随着很强的非线性效应，这也是用原子系综产生压缩态光场的原理。当入射光与原子跃迁线共振时，存在较强的三阶非线性效应，因此利用原子系综中的四波混频机制可以产生压缩光。考虑一个简单的 Λ 型原子能级结构，泵浦光可以激发原子在两个基态之间的往返跃迁，从而释放出两束频率非简并的双模压缩态光场。1985 年，R. E. Slusher 等人利用光与钠原子相互作用过程中的非线性效应产生了 0.3 dB 的压缩^[2.14]。如此小的压缩度主要是受到了四波混频过程中伴随的拉曼散射和荧光效应的限制。直到 2007 年，P. D. Lett 研究小组通过考虑三能级系统中的强度差压缩，从而避免了上述的各种问题。他们首次在铷原子系统中利用非简并四波混频过程产生了 3.5 dB 的强度差压缩^[2.15]。随后，通过优化探测光和泵浦光的腰斑大小，他们将压缩度提高到了 8.8 dB^[2.16]。2011 年，来自法国的 Q. Glorieux

等人在改进的系统中测得了 9.2 dB 的强度差压缩，从而创造了原子系综中的最大压缩度^[2.17]。图 2.1(a)为他们的实验装置示意图，(b)为铷原子系综中双 Λ 结构的能级图。

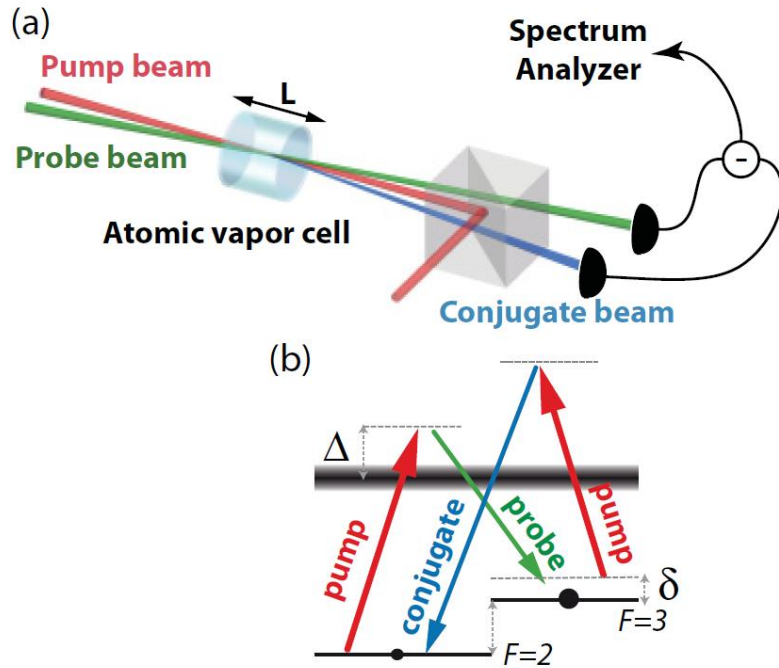


图 2.1 实验装置和能级示意图

2.2.2 利用光纤产生压缩态

除了四波混频以外，可用来产生压缩态光场的三阶非线性过程还有克尔效应。图 2.2 所示为利用非线性克尔效应产生压缩相干态的原理图。在三阶非线性作用下，光在介质中传播的折射率依赖于其自身的强度，进而影响输出光斑不同位置处的相位变化，使输出光的不确定性变为椭圆。当然，这种三阶非线性系数要比对应的二阶非线性系数更小，因此需要通过较长的相互作用长度来补偿。另外，由于光纤在长距离传输中的损耗很低，而且非线性克尔效应不需要复杂的相位匹配条件，因此光纤是产生压缩态光场的理想材料。

1986 年，来自 IBM 研究中心的 R. M. Shelby 等人利用一根 114 米长的光纤和高功率的连续激光产生了 0.6 dB 的压缩^[2.18]。但由于声波布里渊散射会在很宽的频率范围内引入额外噪声，因此光纤需要在液氮中冷却到 4.2 K。为了降低实验难度，M. Rosenbluh 等人实验提出了用短脉冲激光代替高功率连续激光的办法，并产生了 1.1 dB 的压缩^[2.19]。随后，许多小组开展了利用光纤产生压缩光的实验研究，并提出了不同的测量方法^[2.20,2.21]。到目前为止，该领域的压缩度记录是由董瑞芳等人在 2008 年完成的，他们利用半高全宽为 140 fs 的超短脉冲和 13.2 m 的保偏光纤实现了 6.8 dB 的压缩^[2.22]。

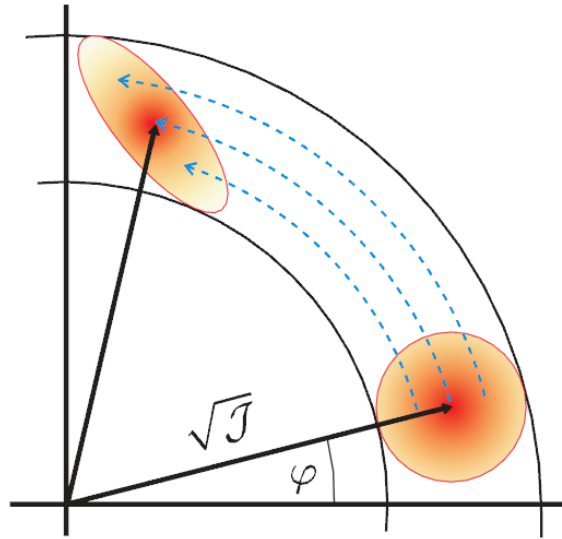


图 2.2 克尔效应产生压缩光的原理图

2.2.3 利用铁电晶体产生压缩态

铁电晶体的二阶非线性效应可以被广泛的应用于和频和差频产生、二次谐波产生、参量放大和缩小等领域。一般情况下，晶体的二阶非线性系数 χ^2 比较小。因此为了获得高强度的压缩，我们必须增加非线性转换的效率。对此，人们主要有两种解决办法：1) 用高功率的脉冲激光注入非线性晶体；2) 将晶体放置在一个光学腔中，通过信号光和闲置光的共振提高非线性转换效率。

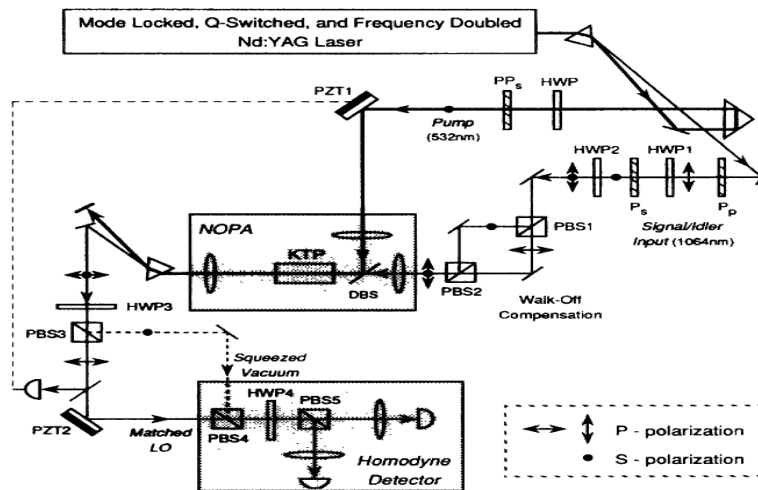


图 2.3 用超短泵浦脉冲产生压缩光的实验装置

采用超短脉冲激光可以有效地增强光学非线性转换效率，进而得到压缩态光场。然而，由于压缩度强烈地依赖于泵浦光脉冲和本振光脉冲在时域的模式重合，因此脉冲的形状对实验的影响很大。1987年，P. Grangier 小组利用脉冲的参量下转换首次实现了压缩态光场的制备^[2,23]，测得的压缩度为 0.6 dB。1994年，P. Kumar 研究小组

利用二类相位匹配的 **KTP** 晶体将信号光和一束与信号光偏振正交的辅助光同时放大，进而得到了与信号光时空模式近似相等的本振光(如图 2.3)。通过这种本振光模式优化的方法，他们测得了 5.8 dB 的压缩^[2,24]，创造了至今无人可破的记录。

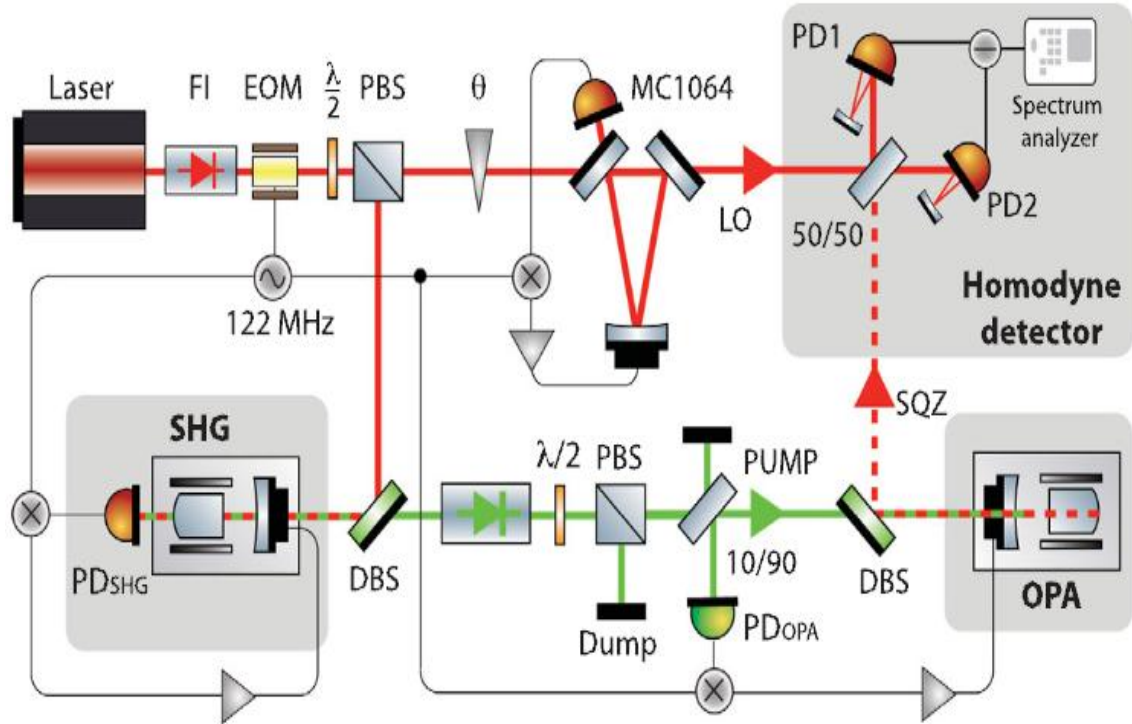


图 2.4 光学参量放大器产生单模压缩光的实验装置

利用光在 FP 腔中的共振可以提高非线性转换效率。1986 年，吴令安^[2,25]等人利用光学腔和 $\text{MgO}:\text{LiNbO}_3$ 晶体构成的简并光学参量振荡器观察到 3.5 dB 的压缩真空态，创造了当时的压缩度记录。为了减小光学参量振荡器的内腔损耗，人们开始考虑将 $\text{MgO}:\text{LiNbO}_3$ 晶体的两端面抛光并镀膜，进而使得信号光直接在晶体内共振。通过这种整体腔的设计，G. Breitenbach^[2,26] 和 P. K. Lam^[2,27] 分别于 1997 年和 1998 年获得了 6 dB 和 7 dB 的压缩光。随后的八年内，科学家们一直没有在压缩度上取得更大的突破。直到 2007 年，日本的 A. Furusawa 小组通过进一步减小内腔损耗和稳定平衡零拍探测的位相锁定，从而测得了 9 dB 的压缩^[2,28]。2008 年，德国马普所的 R. Schnabel 小组利用两个行波腔过滤泵浦光和本振光的相位噪声，在 $\text{MgO}:\text{LiNbO}_3$ 晶体构成的整体腔中获得了 10 dB 的压缩光^[2,29]。2010 年，它们使用更高量子效率的平衡零拍探测器测得了 11.6 dB 的压缩^[2,30]。同年，他们利用 PPKTP 构成的双共振整体光学参量放大器将压缩度提高到了 12.7 dB^[2,31]。目前的压缩度记录是 R. Schnabel 小组在 2016 年创造的(如图 2.4)，他们利用双共振的半整体光学参量放大器获得了 15 dB 的压缩光^[2,32]。

2.3 单模压缩光对称边带之间的关联

2.3.1 理论研究现状

2002年，来自澳大利亚的E. H. Huntington和T. C. Ralph理论研究了光学腔的输入场和输出场的量子噪声及他们之间的联系，首次提出了利用一个阻抗匹配的、远失谐的光学腔分离信号光的正负边带^[2.33]。其原理是信号光的正负边带分别被锁定在正边带处的光学腔透射和反射，而丢失的边带将由光学腔另一端输入的真空场代替。因此，该光学腔可以将输入场边带之间的关联转变为空间分离的两束输出光之间的关联。

2003年，山西大学的张靖教授首次理论提出了单模压缩态光场的两对称边带模式呈现类EPR纠缠特性^[2.34]。同时，他也提出了实验验证的办法，即先用一个空腔将单模压缩光的两个边带模式分开，然后用两套平衡零拍探测系统分别探测两个边带模式的振幅和位相分量量子噪声，最后用减法器 and 加法器得到其关联噪声谱。也就是说，通过一个空腔的透射和反射，我们将一束单模压缩光分成了两束具有EPR关联特性的纠缠光。同理，我们可以从一束单模压缩光中分离得到N对EPR纠缠光，而不减小其关联的信噪比。

2.3.1 实验研究进展

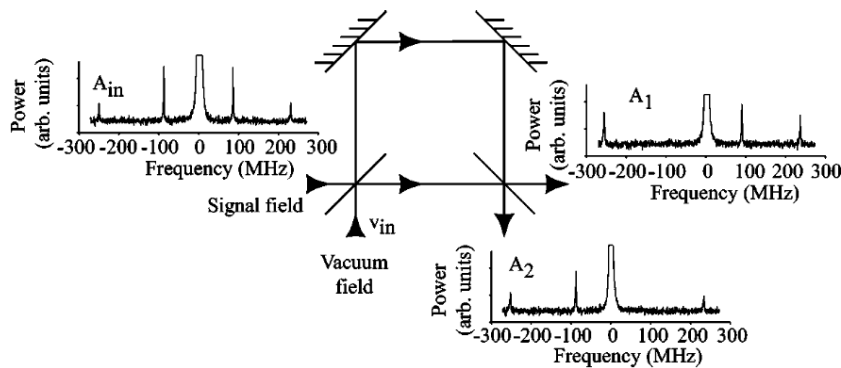


图 2.5 用干涉仪分离光场的量子边带示意图

2002年，来自丹麦的C. Schori等人实验研究了光学参量放大器简并模式两侧对称的两个纵模之间的EPR纠缠^[2.35]。首先他们搭建了一套基于铌酸钾晶体的光学参量放大器（自由光谱区为370 MHz），并利用平衡零拍探测测得了4 dB的压缩。然后利用一个滤波腔将简并模式两侧对称的间隔为740 MHz的两个纵模分开，并将两束基频光（频率为 ω_0 ）两次穿过调制频率为185 MHz的声光调制器，分别得到频率为 $\omega_0 \pm 370\text{MHz}$ 的两束本振光。最后用两套平衡零拍探测系统探测分离的两个纵模各分量的量子噪声，并分别用不可分判据和EPR判据验证两个纵模之间的关联特性。

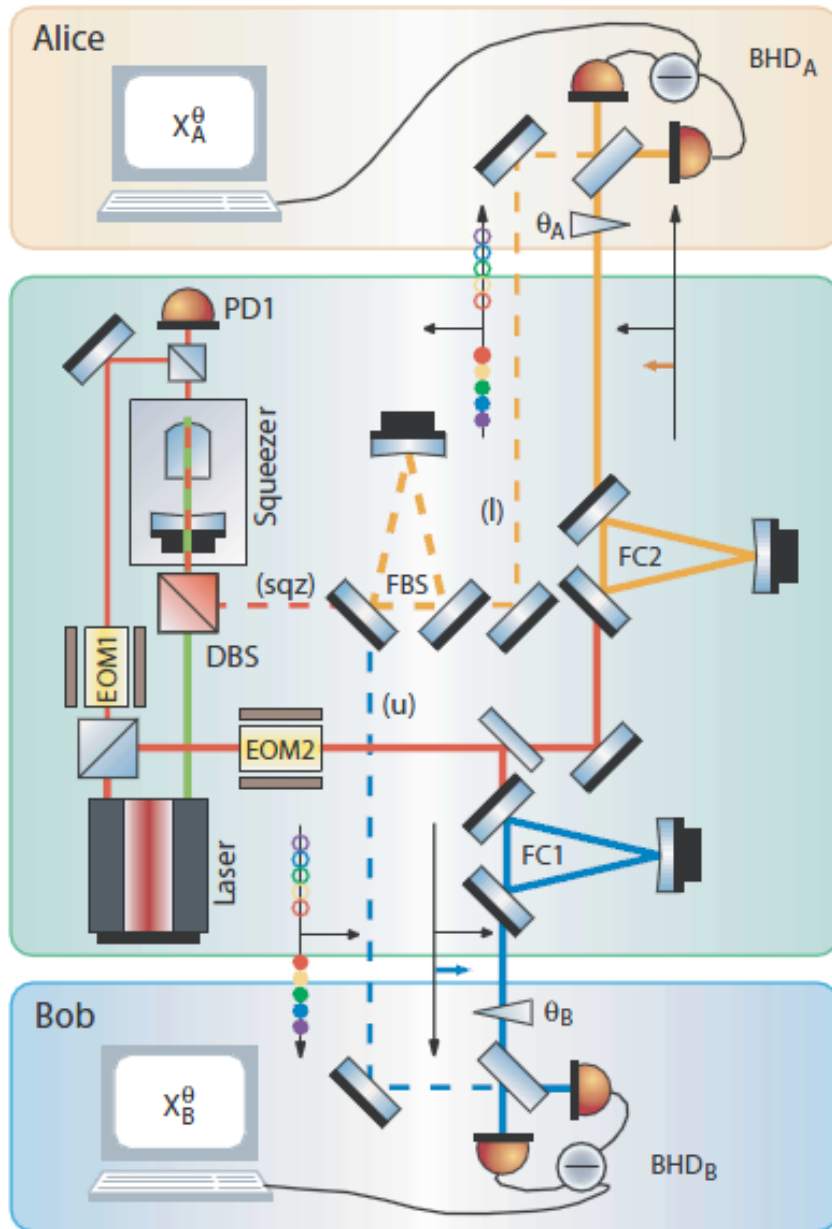


图 2.6 用失谐的光学腔分离单模压缩光的对称边带

2005 年，来自澳大利亚的 E. H. Huntington 等人利用不平衡的 Mach-Zehnder 干涉仪，将一束振幅压缩光的两对称边带分离（如图 2.5 所示），并首次实验验证了两边带之间存在类 EPR 纠缠^[2.36]。通过采用 Bell 态探测方法，他们测得的两边带模式之间的振幅和与位相差量子噪声分别低于散粒噪声基准 1.6 dB 与 1.4 dB，从而验证了两边带之间具有振幅反关联，位相关联。实验中，为了将单模压缩光的特定边带分离，Mach-Zehnder 干涉仪的光程差必须锁定在特定的长度，即干涉仪的光程差与待分离的边带频率之间一一对应。因此，这种方法分离的两边带模式只能在特定的分析频率处测得 EPR 关联特性。

2010年,德国马普所的 R. Schnabel 小组在单模压缩光光路中引入了一个三镜环形腔(FBS),并将其锁定在基频光的-7 MHz 边带处,如图 2.6 所示,单模压缩光-7 MHz 附近的边带将被光学腔透射,而+7 MHz 附近的边带将被光学腔反射。为了验证这两个边带之间的 EPR 关联,他们将两束经过 7 MHz 相位调制的基频光分别锁定在三镜环形腔的 ± 7 MHz 边带处,并分别作为两套平衡零拍探测的本振光。通过调节本振光和两个边带模式的相对位相,可以得到两个边带的各个分量量子噪声,最后分别用不可分判据和 EPR 判据分别验证两束光之间的 EPR 关联^[2.37]。值得注意的是,只要分析频率在三镜环形腔的线宽范围内,用三镜环形腔分离的两个边带均可测得 EPR 关联。

2.4 用双色本振光测量信号光的理论分析

以上的方法都从不同的角度验证了单模压缩态光场两个对称边带之间的关联,但由于引入了光学腔和两套平衡零拍探测系统,增加了实验难度。因此我们提出了用双色本振光测量压缩真空态的方案。双色本振光是由美国罗契斯特大学的 A. M. Marino 等人^[2.38]提出的,他们将该方案应用于双模压缩光的探测。通过改变双色本振光的频率,他们可以任意选择压缩信息存在的频率,进而用低带宽探测系统完成任意频率间隔的双模压缩光的探测。更重要的是,只要测量频率在压缩带宽之内,这种双色本振光的方法不会引入任何的额外噪声。

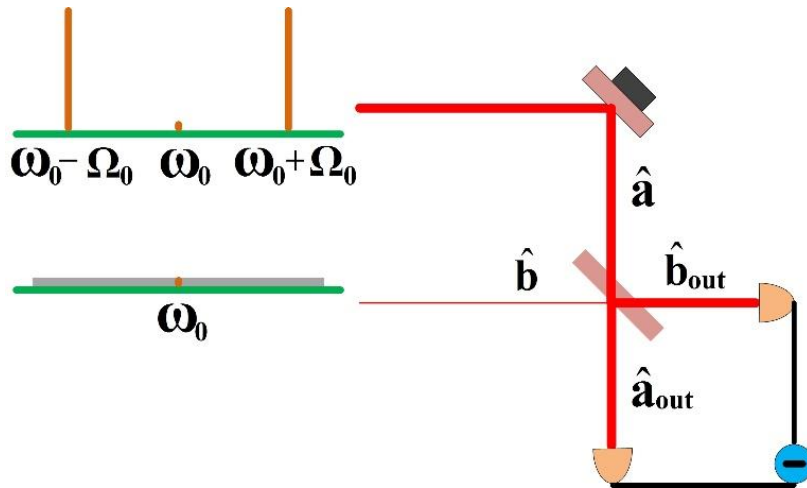


图2.7 双色本振光测量信号场的示意图

如图2.7所示,我们通过引入频率为 $\omega_0 \pm \Omega_0$ 的双色本振光(BLO),从而用一种更简便的方式验证压缩真空态两对对称边带之间的关联。双色本振光和信号光的湮灭算符可以分别表示为

$$\begin{aligned}\hat{a}(t) &= \hat{a}_+(t)e^{-i(\omega_0+\Omega_0)t} + \hat{a}_-(t)e^{-i(\omega_0-\Omega_0)t} \\ \hat{b}(t) &= \hat{b}_0(t)e^{-i\omega_0 t}\end{aligned}\quad (2.1)$$

其中, $\hat{a}_+(t)$ 、 $\hat{a}_-(t)$ 和 $\hat{b}_0(t)$ 分别为场的慢变算符。将双色本振光和信号光在50/50分束器上耦合后, 其输出场为

$$\begin{aligned}\hat{a}_{out}(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\hat{a}(t)e^{i\theta} + \hat{b}(t)] \\ \hat{b}_{out}(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\hat{a}(t)e^{i\theta} - \hat{b}(t)]\end{aligned}\quad (2.2)$$

其中, θ 为双色本振光与信号光之间的相对位相。两个平衡零拍探测器探测到的光电流信号为

$$\begin{aligned}\hat{I}_a(t) &= \hat{a}_{out}^\dagger(t)\hat{a}_{out}(t) = \frac{1}{2}[\hat{a}^\dagger(t)\hat{a}(t) + \hat{b}^\dagger(t)\hat{b}(t) + \hat{a}^\dagger(t)\hat{b}(t)e^{-i\theta} + \hat{b}^\dagger(t)\hat{a}(t)e^{i\theta}] \\ \hat{I}_b(t) &= \hat{b}_{out}^\dagger(t)\hat{b}_{out}(t) \\ &= \frac{1}{2}[\hat{a}^\dagger(t)\hat{a}(t) + \hat{b}^\dagger(t)\hat{b}(t) - \hat{a}^\dagger(t)\hat{b}(t)e^{-i\theta} - \hat{b}^\dagger(t)\hat{a}(t)e^{i\theta}]\end{aligned}\quad (2.3)$$

经过减法器相减后, 最终输出信号为

$$\hat{I}(t) = \hat{I}_a(t) - \hat{I}_b(t) = \hat{a}^\dagger(t)\hat{b}(t)e^{-i\theta} + \hat{b}^\dagger(t)\hat{a}(t)e^{i\theta}\quad (2.4)$$

将(1)带入(4)后可得

$$\begin{aligned}\hat{I}(t) &= [\hat{a}_+^\dagger(t)\hat{b}_0(t)e^{i\Omega_0 t} + \hat{a}_-^\dagger(t)\hat{b}_0(t)e^{-i\Omega_0 t}]e^{-i\theta} \\ &\quad + [\hat{b}_0^\dagger(t)\hat{a}_+(t)e^{-i\Omega_0 t} + \hat{b}_0^\dagger(t)\hat{a}_-(t)e^{i\Omega_0 t}]e^{i\theta}\end{aligned}\quad (2.5)$$

将本振光与信号光的场算符进行线性化处理, 即令 $\hat{a}_\pm(t) = \alpha_\pm + \delta\hat{a}_\pm(t)$, $\hat{b}_0(t) = \beta + \delta\hat{b}_0(t)$, 则

$$\begin{aligned}\hat{a}_\pm^\dagger(t)\hat{b}_0(t) &= \alpha_\pm^* \beta(t) + \alpha_\pm^* \delta\hat{b}_0(t) + \beta \delta\hat{a}_\pm^\dagger(t) + \delta\hat{a}_\pm^\dagger(t)\delta\hat{b}_0(t) \\ \hat{b}_0^\dagger(t)\hat{a}_\pm(t) &= \beta^* \alpha_\pm(t) + \beta^* \delta\hat{a}_\pm(t) + \alpha_\pm \delta\hat{b}_0^\dagger(t) + \delta\hat{b}_0^\dagger(t)\delta\hat{a}_\pm(t)\end{aligned}\quad (2.6)$$

由于双色本振光的功率均远大于信号光功率, 即 $\alpha_\pm \gg \beta$, 那么, 忽略极小值项后, 可得减法器输出的光电流的起伏为

$$\delta\hat{I}(t) = \delta\hat{b}_0(t)[\alpha_+ e^{i\Omega_0 t} + \alpha_- e^{-i\Omega_0 t}]e^{-i\theta} + \delta\hat{b}_0^\dagger(t)[\alpha_+ e^{-i\Omega_0 t} + \alpha_- e^{i\Omega_0 t}]e^{i\theta}\quad (2.7)$$

将上式进行傅里叶变换后, 可得分析频率为 Ω 处的光电流起伏

$$\begin{aligned}\delta\hat{I}(\Omega) &= [\alpha_+ \delta\hat{b}_0(\Omega_0 - \Omega) + \alpha_- \delta\hat{b}_0(-\Omega_0 - \Omega)]e^{-i\theta} \\ &\quad + [\alpha_+ \delta\hat{b}_0^\dagger(\Omega_0 + \Omega) + \alpha_- \delta\hat{b}_0^\dagger(-\Omega_0 + \Omega)]e^{i\theta}\end{aligned}\quad (2.8)$$

(1) 当本振光为单边带 $\omega_0 + \Omega_0$ 时, 公式(2.8)将变为

$$\delta\hat{I}(\Omega) = \alpha_+ \delta\hat{b}_0(\Omega_0 - \Omega)e^{-i\theta} + \alpha_+ \delta\hat{b}_0^\dagger(\Omega_0 + \Omega)e^{i\theta}\quad (2.9)$$

此时光电流反应的是上边带 Ω_0 两侧对称的两个边带 $\Omega_0 \pm \Omega$ 的信息。当 $\theta = 0$ 时, 我们可以分别得到信号场上边带的正交振幅分量量子起伏

$$\delta\hat{X}_U(\Omega) = \frac{1}{2}[\delta\hat{X}(\Omega_0 + \Omega) - i\delta\hat{Y}(\Omega_0 + \Omega) + \delta\hat{X}(\Omega_0 - \Omega) + i\delta\hat{Y}(\Omega_0 - \Omega)]\quad (2.10)$$

当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时，我们得到信号场上边带的正交位相分量量子起伏

$$\delta\hat{Y}_U(\Omega) = \frac{1}{2} [i\delta\hat{X}(\Omega_0 + \Omega) + i\delta\hat{Y}(\Omega_0 + \Omega) - i\delta\hat{X}(\Omega_0 - \Omega) + i\delta\hat{Y}(\Omega_0 - \Omega)] \quad (2.11)$$

如图2.8(a)所示，在边带表象中，紫色的实线表示单边带本振光，此时测得的信号场为本振光两侧的两个对称边带，即绿色实线和红色实线。若信号场为压缩真空态，由于这两个边带均位于基频光的左侧，即他们都是EPR纠缠光场的单个模式，因此我们将测得热光场的正交分量量子起伏，即 $\langle \delta^2 \hat{X}_U(\Omega) \rangle = \langle \delta^2 \hat{Y}_U(\Omega) \rangle = \frac{e^{-2r} + e^{2r}}{2} > 1$ 。也就是说，用单边带本振光测量压缩真空态光场时，其测得的任意正交分量量子起伏都等于压缩分量与反压缩分量量子起伏的平均值。同理，当本振光为单边带 $\omega_0 - \Omega_0$ 时，也可得到类似的结果。

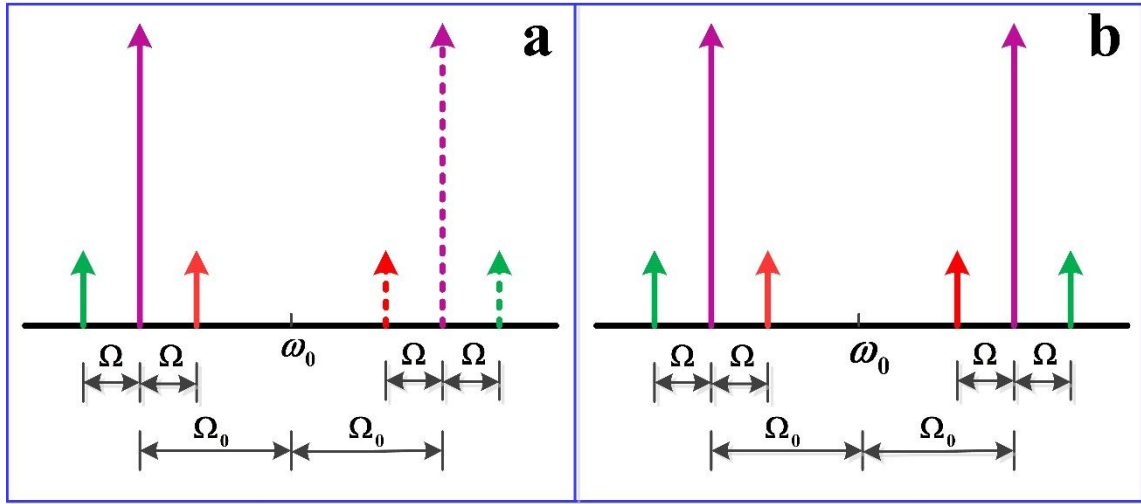


图2.8 边带测量示意图

(2) 当双本振光具有相同的功率时， $\alpha_+ = \alpha_- = \alpha$ ，公式(8)化简为

$$\begin{aligned} \delta\hat{I}(\Omega) = & \alpha [\delta\hat{b}_0(\Omega_0 - \Omega) + \delta\hat{b}_0(-\Omega_0 - \Omega)] e^{-i\theta} \\ & + \alpha [\delta\hat{b}_0^\dagger(\Omega_0 + \Omega) + \delta\hat{b}_0^\dagger(-\Omega_0 + \Omega)] e^{i\theta} \end{aligned} \quad (2.12)$$

显然，上式中包含信号场两对边带模式 $\pm|\Omega_0 - \Omega|$ 和 $\pm(\Omega_0 + \Omega)$ 的量子起伏信息。通过改变双本振光和信号场的相对位相 θ ，我们可以得到信号光任意正交分量的信息。当 $\theta = 0$ 时，我们可以得到信号场正交振幅分量的信息

$$\delta\hat{X}_B(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\delta\hat{X}_S(|\Omega_0 - \Omega|) + \delta\hat{X}_S(\Omega_0 + \Omega)] \quad (2.13)$$

当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时，我们可以得到信号场正交位相分量的信息

$$\delta\hat{Y}_B(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\delta\hat{Y}_S(|\Omega_0 - \Omega|) + \delta\hat{Y}_S(\Omega_0 + \Omega)] \quad (2.14)$$

因此，双本振光的探测方法是一个相敏探测，这等价于传统的平衡零拍探测。如图2.8(b)所示，此时测得的信号场为基频光两侧的两对对称边带，即一对红色边带和一对绿色边带。

对绿色边带。若信号场为中心频率为 ω_0 的压缩真空态光场，则红色对称边带和绿色对称边带分别具有EPR纠缠特性，即 $\langle \delta^2 \hat{Y}_S(|\Omega_0 - \Omega|) \rangle = \langle \delta^2 \hat{Y}_S(\Omega_0 + \Omega) \rangle = e^{-2r} < 1$ ，而 $\langle \delta^2 \hat{X}_S(|\Omega_0 - \Omega|) \rangle = \langle \delta^2 \hat{X}_S(\Omega_0 + \Omega) \rangle = e^{2r} > 1$ ，因此双色本振光可以同时测量两对对称边带之间的量子关联。且测量结果为

$$\begin{aligned} \langle \delta^2 \hat{Y}_B(\Omega) \rangle &= e^{-2r} < 1 \\ \langle \delta^2 \hat{X}_B(\Omega) \rangle &= e^{2r} > 1 \end{aligned} \quad (2.15)$$

也就是说，我们通过双本振光的方法测量得到了压缩真空态光场两对边带模式之间的量子关联，其位相和与振幅差分量量子噪声低于散粒噪声基准。

2.5 实验装置

图2.9所示为双色本振光测量压缩真空态光场的实验装置，主要分为四大部分，即激光器、双边带产生装置、光学参量放大器和平衡零拍探测系统。

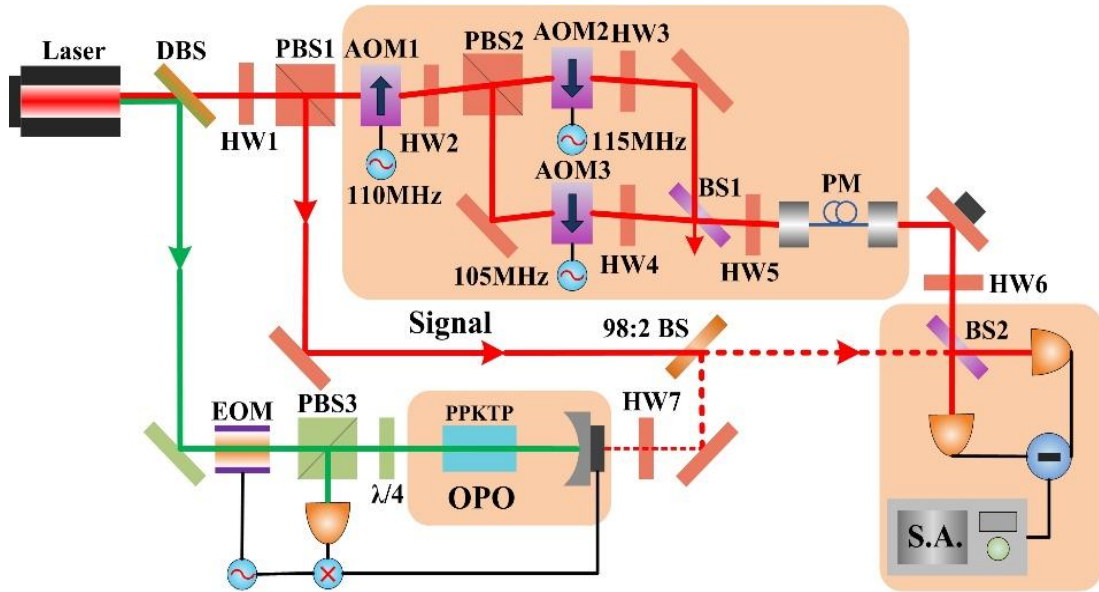


图2.9 双色本振光测量压缩真空态的实验装置图

2.5.1 激光器

实验中，我们采用德国INNOLIGHT公司生产的二极管泵浦、外腔倍频的双波长固体激光器(Diabolo 400-200NE)。其输出的1064 nm基频光和532 nm二次谐波的功率分别为200 mW和450 mW。该激光器输出的双波长激光均为线偏振光，但绿光为水平偏振，而红外光为垂直偏振。该激光器的线宽很窄，其半高全宽大约为1 kHz，而且可以保证长时间单频运转。另外，由于“Noise Eater”的引入，该激光器输出的激光具有极低的强度噪声。

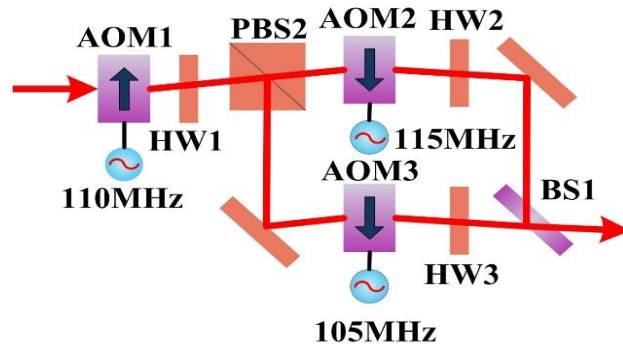


图2.10 双边带产生示意图

2.5.2 双边带产生装置

产生双边带的传统方法是通过电光调制器（EOM）对光场进行振幅调制和位相调制。一束频率为 ω_0 的光经过驱动频率为 Ω 的EOM后，输出场除了一个很强的载频 ω_0 外，还有两个边带 $\omega_0 \pm \Omega$ 。但在很多实际应用中，我们只需要光的两个边带，而不需要载频，因此我们需要一种全新的产生双边带的方法。

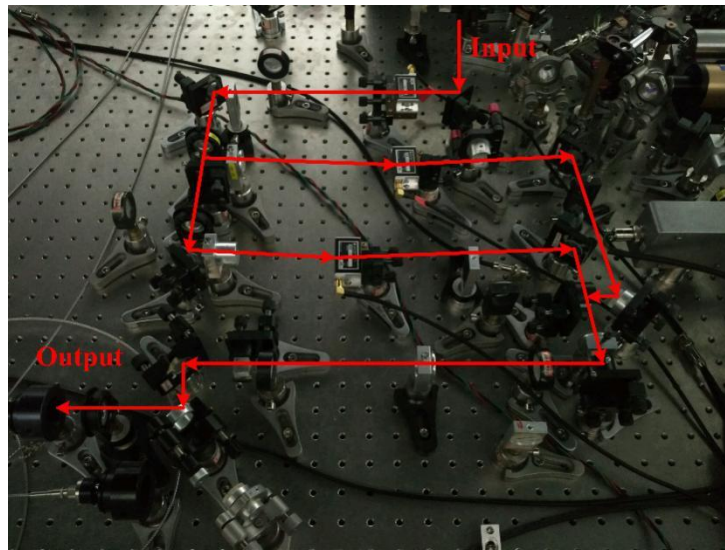


图2.11 双边带产生实验装置图

如图2.10所示，我们的设计方案是通过三个声光调制器(AOMs, 3110-197, Crystal Technology)实现双边带的产生。三个声光调制器的中心频率和带宽分别为110MHz和15MHz。首先，利用AOM1的正一级衍射，将基频光的频率上移+110 MHz。然后，将得到的频移光 $\omega_0 + 110\text{MHz}$ 分为两束，分别利用AOM2和AOM3的负一级衍射，将光场频率下移-115 MHz和-105 MHz，从而得到了频率分别为 $\omega_0 \pm 5\text{MHz}$ 的两束光。最后将得到的两束光在50/50分束镜上以相同的偏振耦合，进而得到了一束频率为 $\omega_0 \pm 5\text{MHz}$ 的双频激光。实验中，三个声光调制器的一级衍射效率均为70%左右。驱

动三个声光调制器的射频场分别由一个N5183A (Agilent)和一个双通道的AFG3252 (Tektronix)提供, 且信号幅度均为1 dBm。显然, 用这种方法得到的激光只包含基频光两侧的两个边带, 而没有很强的载频, 因此可以将其应用于许多量子信息实验中。

图2.11为我们的实际光路图。

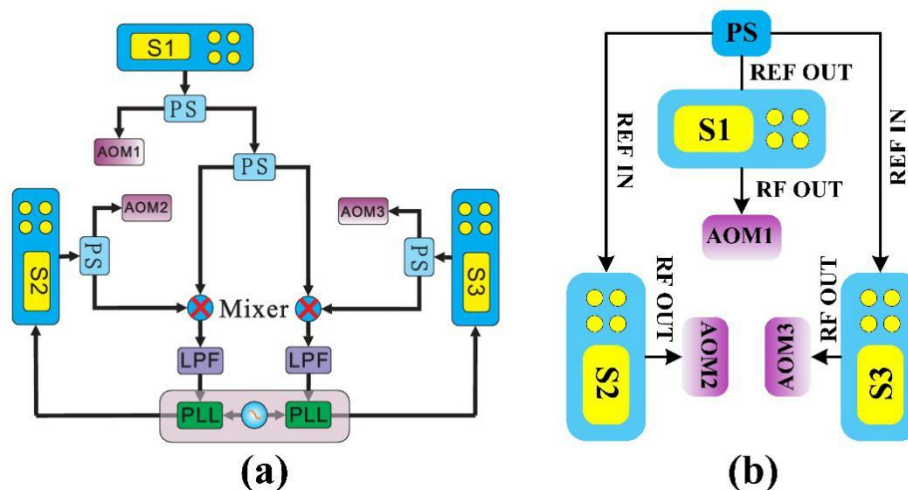


图2.12 双边带频率和位相锁定

我们分别用两种方法完成了双边带的频率和位相锁定(如图 2.12)。第一种方法是基于锁相环实现的, 如图(a)所示, 将信号源输出的正弦信号分为两部分, 一部分用于驱动声光调制器, 另一部分用于频率和位相锁定。信号源 S1 与 S2 (S3) 输出的信号在混频器 (Mini-Circuits ZAD-6+) 混频, 用低通滤波器过滤高频信号, 我们可以得到 5 MHz 的混频信号 M1 (M2)。将信号 M1 (M2) 输入锁相放大器 HF2LI (Zurich Instruments) 的信号输入端, 利用相位锁定环路 (PPL) 将 M1 (M2) 锁定在内部的 5 MHz 参考信号上。由于相位锁定环路输出的误差信号包含输入信号与参考信号的频率差和位相差信息, 因此将误差信号输入比例积分电路进行锁定后, 反馈回信号源 S2 (S3), 即可完成双边带的频率与位相锁定。另一种方法是利用信号源自身的时钟同步实现双边带频率和位相锁定。将信号源 S1 的 10 MHz 参考输出信号分为两路, 分别注入信号源 S2 和 S3 的参考输入端。将信号源 S2 和 S3 的参考设置为外部 10 MHz 输入后, 我们实现了信号源 S2 和 S3 与信号源 S1 的同步, 进而完成了双边带的频率和位相锁定。

2.5.3 光学参量放大器

我们的光学参量放大器(OPA)采用半整体腔设计, 且泵浦光、信号光和闲置光均在腔内共振。这种设计的优点有: (1)由于泵浦光在腔内共振, 则在相同的泵浦功率

下，我们可以得到更高的非线性增益，因此可以通过增大输出镜对于基频光的透射率来增加OPA腔的逃逸效率；(2)这种三共振的腔型设计可以为相互作用的光场提供更好的模式匹配。由于基频光与倍频光都在腔内共振，则当基频光在腔内的腰斑是倍频光的 $\sqrt{2}$ 倍时，非线性相互作用最强^[2.39]；(3)由于泵浦光的共振，我们可以从泵浦光的反射信号中解调出腔长锁定的误差信号，而不用注入其它辅助光用OPA腔长的锁定。当然，这样的设计也有如下的缺点：(1)由于泵浦光和基频光在OPA腔内的色散，相位匹配温度的半高全宽减小，进而需要更严格的温度稳定性来保证相位匹配；(2)由于非线性晶体对于泵浦光的吸收而产生的光热效应将降低腔长锁定的稳定性^[2.40]。

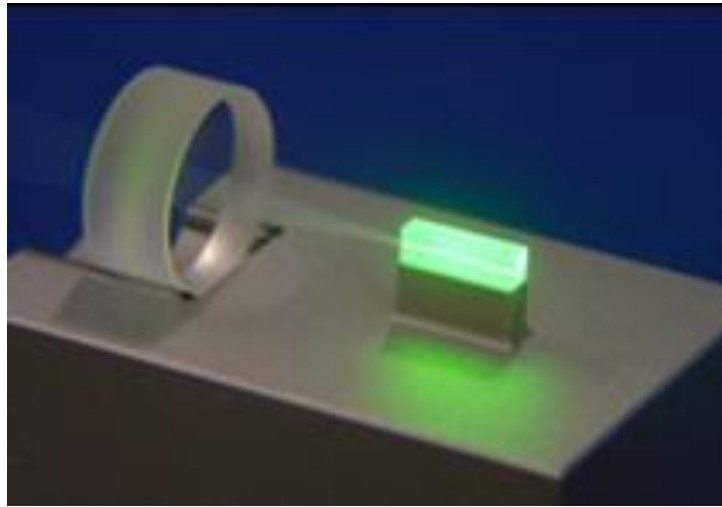


图2.13 光学参量放大器

图 2.13 为我们的光学参量放大器，非线性晶体为以色列 Raicol 公司生产的尺寸为 $1\text{mm} \times 2\text{mm} \times 10\text{mm}$ 的周期性极化磷酸钛氧钾(PPKTP)晶体，其位相匹配是通过调节晶体的温度实现的。选择 PPKTP 的原因是其具备更高的非线性效率、更宽的相位匹配温度和更小的光热效应。晶体的前端面作为 OPA 的输入耦合镜，其对 1064nm 红外光高反，对 532nm 绿光透射率为 5% 。晶体后端面镀膜对于 532nm 和 1064nm 均增透。OPA 腔的输出耦合镜对于 1064nm 红外光透射率为 12.5% ，对于 532nm 绿光高反。在此参数下，OPA 的自由光谱区和线宽分别为 3.2GHz 和 70MHz ，且 OPA 腔对于红外光和绿光的精细度分别为 46 和 122 。OPA 的腔长锁定是通过 Pound-Drever-Hall 技术实现的，误差信号来源于反射的泵浦光。

2.5.4 平衡零拍探测

为了改善双边带激光的空间模式，我们将其输入一根单模保偏光纤(OZ Optics)，通过改变输入光的方向和光斑大小，得到的透过率为 75% 。另外，我们引入了一束频率为 ω_0 的辅助光，并将其输入同一根光纤，以便使本振光与OPA输出光具有很好的

模式匹配。光纤的输出光作为平衡零拍探测的本振光，与OPA输出光在另一个50/50分束镜上耦合，并分别将输出场注入平衡零拍探测系统。通过改变辅助光的方向和光斑大小，辅助光与OPA输出光的干涉度为98%。我们的光电二极管采用美国Fermionics Opto-Technology公司生产的FD500W，其感光面积为 $500\ \mu\text{m}^2$ ，在1064 nm波段的量子效率为91%。

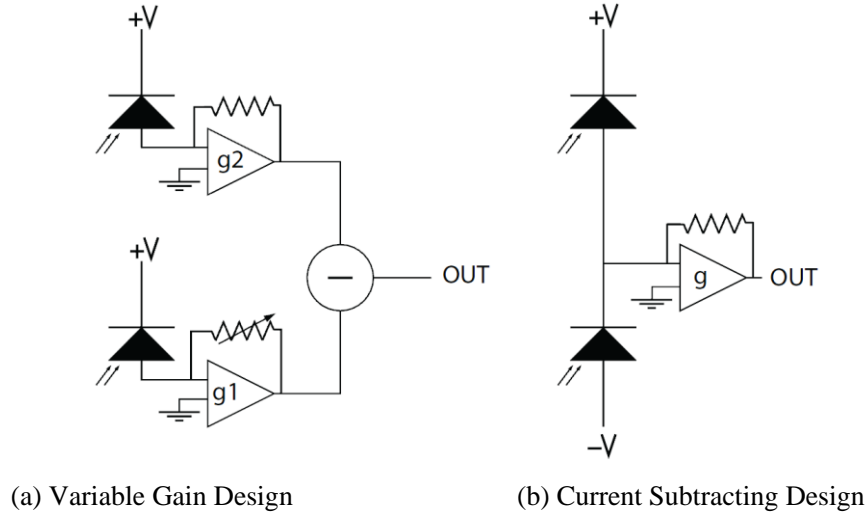


图2.14 平衡零拍探测器的电路设计

平衡零拍探测器是平衡零拍探测的核心部件，如图 2.14 所示，主要有两种不同的电路设计方案。第一种为可变增益设计(a)，即两个光电二极管测得的信号分别经过不同的电路放大后，用减法器相减得到两个探测器光电流的差值。由于两个探测器的增益均可调，我们可以通过改变增益来弥补功率不等分或光电二极管的响应差异而引起的两个探测器不平衡。另一种为电流减法设计(b)，即两个光电二极管测得的信号先相减后，再经过同样的电路进行放大。因此，为了达到平衡，注入两个光电二极管的光功率必须严格等分。由于两个光电二极管采用同一个放大电路，这种设计极大地减小了输出信号的经典噪声和电阻引入的闪光噪声。

我们的平衡探测器采用电流减法设计，因此需要仔细调节信号光和本振光的偏振和方向，使得 50/50 分束镜的两个输出端具有相同的功率，进而使平衡零拍探测系统具有较高的共模抑制比。另外，为了防止光电二极管将注入光反射回原光路，再被其它原件反射回来引起的寄生干涉，我们将光电二极管倾斜一定的角度，使得其反射光与入射光不在一条直线上。但这种方法也使信号光的传输损耗增大，进而降低测得的压缩度，因此在很多高压压缩度的实验中，需要用高反镜将光电二极管的反射光重新注入光电二极管。然而，我们的实验仅仅是提供了一种全新的测量方法，而没有刻意的追求获得的压缩度，因此，我们只是将光电二极管倾斜了一定的角度。

2.6 实验结果

2.6.1 单边带本振光与双边带本振光对压缩真空态的测量

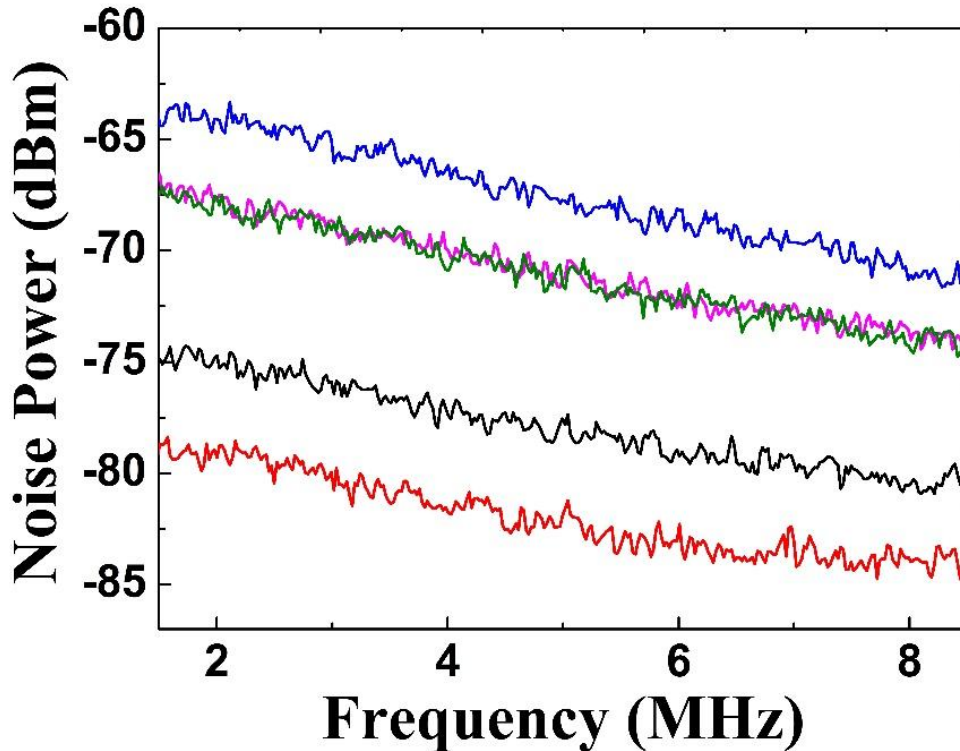


图2.15 分析频率为1.5-8.5 MHz的测量结果

调节双边带本振光的功率为4 mW，即每个边带的功率均为2 mW，记录双边带本振光的散粒噪声基准，如图2.15中黑线所示，该基准高于电子学噪声14 dB。然后调节泵浦光的功率为40 mW，利用反射的泵浦场完成光学参量放大器的腔长锁定，并调节PPKTP晶体的最佳相位匹配温度34 ℃，则此时光学参量放大器输出压缩真空态。我们首先挡住AOM2(或AOM3),利用单边带本振光完成压缩真空态的测量，图2.15中的紫线(或绿线)为测得的功率噪声谱。显然，两个边带测得了相同的功率噪声谱，且均高于散粒噪声基准。值得注意的是，改变本振光和信号光的相对位相，单边带本振光测得的功率噪声谱不变，即该方案是非相敏探测。测量过程中，谱仪的分辨率带宽和视频带宽分别为100 kHz和300 Hz。

然后，我们用双色本振光完成压缩真空态的测量，锁定双色本振光的频率和位相后，改变本振光和信号光的相对位相，我们可以分别测得压缩分量和反压缩分量的量子噪声，如图2.15中的红线和蓝线。因此，双色本振光对于信号光的测量是相敏探测，这与传统的平衡零拍探测类似。

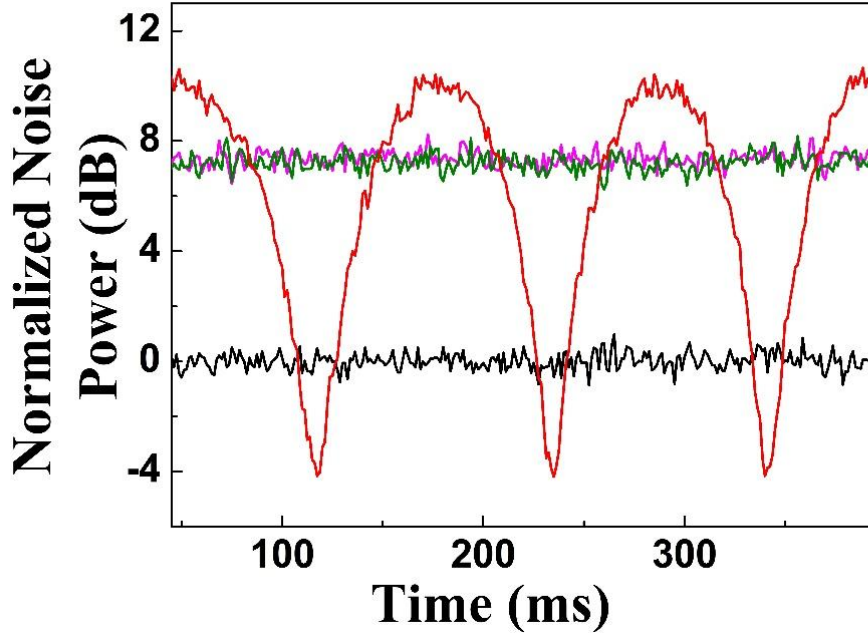


图2.16 分析频率为5 MHz的测量结果

将谱仪的分析频率固定为5 MHz，扫描本振光与信号光的相对位相，测得的结果如图2.16所示。图中，黑线为双色本振光的散粒噪声基准；绿线和紫线分别表示单边带本振光测得的压缩真空场的量子噪声。红线为双色本振光测得的压缩真空态各正交分量量子噪声。显然，当用双色本振光测量压缩真空态时，通过改变本振光与压缩光的相对位相，我们可以测得压缩光的任意分量的量子噪声。实验中，我们获得了 4.1 ± 0.2 dB的压缩($\langle \delta^2 \hat{Y} \rangle = 0.39 \pm 0.02$)和 10.1 ± 0.2 dB的反压缩($\langle \delta^2 \hat{X} \rangle = 10.2 \pm 0.5$)。但用单边带测量压缩真空态时，噪声谱将表现出相位不灵敏特性，此时测得的是压缩分量与反压缩分量量子噪声的平均值。实验中，我们用单边带测得的量子噪声高于散粒噪声基准约 7.3 ± 0.2 dB，这与理论预测的7.25 dB相一致 ($\frac{\langle \delta^2 \hat{Y} \rangle + \langle \delta^2 \hat{X} \rangle}{2} = 5.3$)。

值得注意的是，我们用双边带本振光的探测方法与传统的平衡零拍探测具有不同的物理意义。例如，用传统的平衡零拍探测测得的4.9 MHz信号展示的是基频光两侧 $\omega_0 \pm 4.9$ MHz两个边带之间的关联，但用双边带本振光测得的4.9 MHz信号展示的是基频光两侧 $\omega_0 \pm 0.1$ MHz和 $\omega_0 \pm 9.9$ MHz四个边带之间的关联。那么，当光学参量振荡器的线宽远小于10 MHz时，即 $\omega_0 \pm 9.9$ MHz两个边带不存在关联的时候，双边带本振光的测量结果将只显示 $\omega_0 \pm 0.1$ MHz两个边带之间的关联。因此，这种双边带本振光的平衡零拍探测可以被广泛应用于低频压缩的测量。

2.6.2 基频信号光的测量

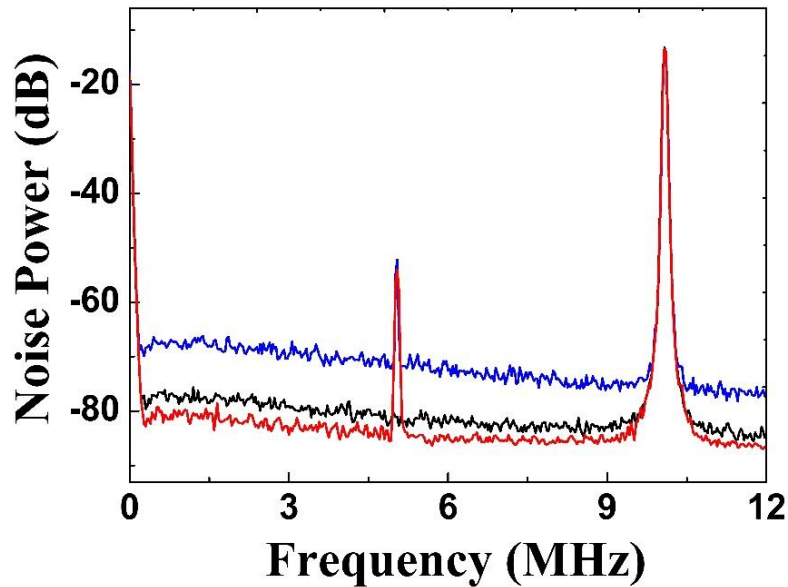


图2.16 基频信号光的测量结果

为了证明双色本振光可以测量信号光的基频信号，我们引入了另一束频率为 ω_0 的辅助光，并与压缩真空态光场在98/2分束镜上耦合后，被双色本振光探测。图4为我们测得的分析频率在0-12 MHz范围内的实验结果。测量过程中，双色本振光和辅助光的功率分别为4 mW和200 nW, 谱仪的分辨率带宽和视频带宽分别为30 kHz和1 kHz。图中，黑线表示双边带本振光的散粒噪声基准；红线为压缩真空态的压缩分量与基频光信号叠加后的量子噪声；蓝线为压缩真空态的反压缩分量与基频光信号叠加后的量子噪声。显然，测得的曲线中包含两个尖峰，10 MHz处的尖峰来自于双色本振光的拍频，而5 MHz处的尖峰来自于我们输入的辅助光信号。也就是说，通过双色本振光的测量方法，我们将辅助光的基频信号平移到5 MHz附近。更重要的是，压缩真空态的注入使测量的灵敏度提高了4.1 dB。

2.7 本章小结

我们首先用三个声光调制器产生了基频光 ω_0 两侧对称的两个边带 $\omega_0 \pm 5$ MHz，三个声光调制器的一级衍射光频率移动分别为+110 MHz、-115 MHz 和-105 MHz。然后用此双色光场作为本振光，与压缩真空态在50/50分束镜耦合后，用一对平衡的光电二极管探测其输出场。当本振光只有一个边带 $\omega_0 + 5$ MHz (或 $\omega_0 - 5$ MHz) 时，对应于平衡差拍探测，此时探测的信号场为基频光右侧(或左侧)的两个边带，由于该边带

场为纠缠态光场的一个模式，所以减法器输出的光电流为信号场正交振幅和正交位相分量量子噪声的平均值。当本振光为双边带 $\omega_0 \pm 5 \text{ MHz}$ ，且具有相同的功率时，该方案同时测到了基频光右侧的两个边带和左侧的两个边带，即同时测得了两对具有 EPR 关联的对称边带，所以该方案为相敏探测，随着本振光与信号光的相对位相改变，我们可以测得信号场任意正交分量的量子起伏。因此，我们分别用单边带本振光和双边带本振光的方法验证了压缩真空态两对对称边带之间的 EPR 关联特性。

参考文献

- [2.1] K. Goda, O. Miyakawa, E. E. Mikhailov, S. Saraf, R. Adhikari, K. Mckenzie, R. Ward, S. Vass, A. J. Weinstein, and N. Mavalvala, A quantum-enhanced prototype gravitational-wave detector. *Nature Physics*, 2008, 4, 472-476.
- [2.2] X. D. Yu, W. Li, S. Y. Zhu, and J. Zhang, Mach–Zehnder interferometer with squeezed and EPR entangled optical fields. *Chin. Phys. B*, 2016, 25, 020304.
- [2.3] A. Furusawa, J. L. Sørensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, and E. S. Polzik, Unconditional quantum teleportation. *Science*, 1998, 282, 706-709.
- [2.4] L. S. Madsen, V. C. Usenko, M. Lassen, R. Filip, and U. L. Andersen, Continuous variable quantum key distribution with modulated entangled states. *Nature communications*, 2012, 3, 1083.
- [2.5] E. S. Polzik, J. Carri, and H. J. Kimble, Spectroscopy with squeezed light. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, 68, 3020–3023.
- [2.6] J. Hald, J. L. Sørensen, C. Schori, and E. S. Polzik, Spin squeezed atoms: a macroscopic entangled ensemble created by light. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, 83, 1319–1322.
- [2.7] J. Appel, E. Figueroa, D. Korystov, M. Lobino, and A. I. Lvovsky, Quantum memory for squeezed light. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 100, 093602.
- [2.8] K. Wakui, H. Takahashi, A. Furusawa, and M. Sasaki, Photon subtracted squeezed states generated with periodically poled KTiOPO4. *Optics Express*, 2007, 15, 3568-3574.
- [2.9] E. H. Kennard, Zur Quantenmechanik einfacher Bewegungstypen. *Z. Phys.*, 1927, 44, 326.
- [2.10] J. Plebanski, Wave functions of a harmonic oscillator. *Phys. Rev.*, 1956, 101, 1825-1826.
- [2.11] H. P. Yuen, Two-photon coherent states of the radiation field. *Phys. Rev. A*, 1976, 13, 2226-2243.
- [2.12] C. M. Caves, Quantum-mechanical noise in an interferometer. *Phys. Rev. D*, 1981, 23, 1693-1708.
- [2.13] U. L Andersen, T. Gehring, C. Marquardt, and G. Leuchs, 30 years of squeezed light generation. *Phys. Scr.*, 2016, 91, 053001.
- [2.14] R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke, J. C. Mertz, and J. F. Valley, Observation of squeezed states generated by Four-Wave Mixing in an optical cavity. *Phys. Rev. Lett.*,

1985, 55, 2409.

[2.15] C. F. McCormick, V. Boyer, E. Arimondo, and P. D. Lett, Strong relative intensity squeezing by four-wave mixing in rubidium vapor. *Opt. Lett.*, 2007, 32, 17.

[2.16] C. F. McCormick, A. M. Marino, V. Boyer, and P. D. Lett, Strong low-frequency quantum correlations from a four-wave-mixing amplifier. *Phys. Rev. A*, 2008, 78, 043816.

[2.17] Q. Glorieux, L. Guidoni, S. Guibal, J. Likforman, and T. Coudreau, Quantum correlations by four-wave mixing in an atomic vapor in a nonamplifying regime: Quantum beam splitter for photons. *Phys. Rev. A*, 2011, 84, 053826.

[2.18] R. M. Shelby, M. D. Levenson, S. H. Perlmutter, R. G. DeVoe, and D. F. Walls, Broad-Band Parametric Deamplification of Quantum Noise in an Optical Fiber. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, 57, 691.

[2.19] M. Rosenbluh, and R. M. Shelby, Squeezed optical solitons. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, 66, 153.

[2.20] K. Bergman and H. A. Haus, Squeezing in fibers with optical pulses. *Opt. Lett.*, 1991, 16, 663.

[2.21] D. Krylov, and K. Bergman, Amplitude-squeezed solitons from an asymmetric fiber interferometer. 1998, *Opt. Lett.*, 23, 1390.

[2.22] R. F. Dong, J. Heersink, J. F. Corney, P. D. Drummond, U. L. Andersen, and G. Leuchs, Experimental evidence for Raman-induced limits to efficient squeezing in optical fibers. *Opt. Lett.*, 2008, 33, 116.

[2.23] R. E. Slusher, P. Grangier, A. LaPorta, B. Yurke, and M. J. Potasek, Pulsed Squeezed Light. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 59, 2566.

[2.24] C. Kim, and P. Kumar, Quadrature squeezed light detection using a self-generated matched local oscillator. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, 73, 1605.

[2.25] L. A. Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall, and H. F. Wu, Generation of squeezed states by parametric down conversion. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, 57, 2520.

[2.26] G. Breitenbach, S. Schiller, and J. Mlynek, Measurement of the quantum states of squeezed light. *Nature*, 1997, 387, 471.

[2.27] P. K. Lam, T. C. Ralph, B. C. Buchler, D. E. McClelland, H. A. Bachor, and J. Gao, Optimization and transfer of vacuum squeezing from an optical parametric oscillator. *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, 1999, 1, 469.

- [2.28] Y. Takeno, M. Yukawa, H. Yonezawa, and A. Furusawa, Observation of -9 dB quadrature squeezing with improvement of phase stability in homodyne measurement. *Opt. Express*, 2007, 15, 4321.
- [2.29] H. Vahlbruch, M. Mehmet, S. Chelkowski, B. Hage, A. Franzen, N. Lastzka, S. Goßler, K. Danzmann, and R. Schnabel, Observation of squeezed light with 10-dB quantum noise reduction. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 100, 033602.
- [2.30] M. Mehmet, H. Vahlbruch, N. Lastzka, K. Danzmann, and R. Schnabel, Observation of squeezed states with strong photon-number oscillations. *Phys. Rev. A*, 2010, 81, 013814.
- [2.31] T. Eberle, S. Steinlechner, J. Bauchrowitz, V. Händchen, H. Vahlbruch, M. Mehmet, and R. Schnabel, Quantum enhancement of the zero-area sagnac interferometer topology for gravitational wave detection. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 104, 251102.
- [2.32] H. Vahlbruch, M. Mehmet, K. Danzmann, and R. Schnabel, Detection of 15 dB squeezed states of light and their application for the absolute calibration of photoelectric quantum efficiency. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 117, 110801.
- [2.33] E. H. Huntington, and T. C. Ralph, Separating the quantum sidebands of an optical field. *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, 2002, 4, 123–128.
- [2.34] J. Zhang, Einstein-Podolsky-Rosen sideband entanglement in broadband squeezed light. *Phys. Rev. A*, 2003, 67, 054302.
- [2.35] C. Schori, J. L. Sørensen, and E. S. Polzik, Narrow-band frequency tunable light source of continuous quadrature entanglement. *Phys. Rev. A*, 2002, 66, 033802.
- [2.36] E. H. Huntington, G. N. Milford, and C. Robilliard, Demonstration of the spatial separation of the entangled quantum sidebands of an optical field. *Phys. Rev. A*, 2005, 71, 041802.
- [2.37] B. Hage, A. Samblowski, and R. Schnabel, Towards Einstein-Podolsky-Rosen quantum channel multiplexing. *Phys. Rev. A*, 2010, 81, 062301.
- [2.38] A. M. Marino, C. R. Stroud, V. Wong, R. S. Bennink, and R. W. Boyd, Bichromatic local oscillator for detection of two-mode squeezed states of light. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2007, 24, 335-339.
- [2.39] G. D. Boyd and D. A. Kleinman, Parametric interaction of focussed gaussian light beams, *J. Appl. Phys.*, 1968, 39, 3597.
- [2.40] V. B. Braginsky, M. L. Gorodetsky, and S. P. Vyatchanin, Thermodynamical

fluctuations and photo-thermal shot noise in gravitational wave antennae, *Phys. Lett. A*, 1999, 264, 1.

第三章 利用压缩真空态和双色本振光提高低频信号测量的信噪比

测量的信噪比

3.1 引言

2016年，美国激光干涉引力波天文台（LIGO）直接探测到两个黑洞合并释放出的引力波信号^[3.1]，从而验证了物理学家爱因斯坦100年前的预言^[3.2]。引力波的直接探测开始于1960年，J. Weber发明了共振质量探测器^[3.3]，这也促进了后来低温共振探测器网络的实现^[3.4]。基于干涉仪的引力波探测器研究开始于二十世纪六十年代^[3.5]。后来，R. Weiss仔细研究了干涉仪探测器的噪声和性能^[3.6]，R. W. P. Drever提出了改善干涉仪性能的方法^[3.7]，进而出现了利用较长的干涉臂来放大引力波信号^[3.8]。图3.1所示为美国激光干涉引力波天文台的引力波探测器，其臂长均为4 km。目前世界上已经投入使用的引力波探测系统有德国汉诺威的GEO 600^[3.9]，日本东京的TAMA 300^[3.10]，美国利文斯顿和汉福德的LIGO^[3.11]和意大利比萨的Virgo^[3.12]。正在建设的引力波探测器有日本东京的KAGRA和印度的LIGO-India。基于卫星的空间引力波探测器计划于2020年完成，该探测器可以测量0.1 mHz-0.1 Hz的信号，这是地面探测器无法测量的频率范围^[3.13]。



图 3.1 LIGO 引力波探测器

LIGO 这次探测到的引力波是由 13 亿光年之外的初始质量分别为 29 颗太阳和 36 颗太阳的两颗黑洞在合并的最后阶段产生的。为了探测更多、质量更小的黑洞合并^[3.14], 甚至中子星合并^[3.15]的引力波事件, 引力波探测的灵敏度还需要进一步提高。直接的解决办法是增加注入干涉仪的激光功率, 进而降低散粒噪声, 但这种方法会产生严重的热效应, 影响干涉仪的性能。另一种行之有效的方法是将压缩真空态光场注入干涉仪的暗端^[3.16]。例如, 注入 20 dB 的压缩真空态可以将引力波探测的灵敏度提高一个量级^[3.17]。

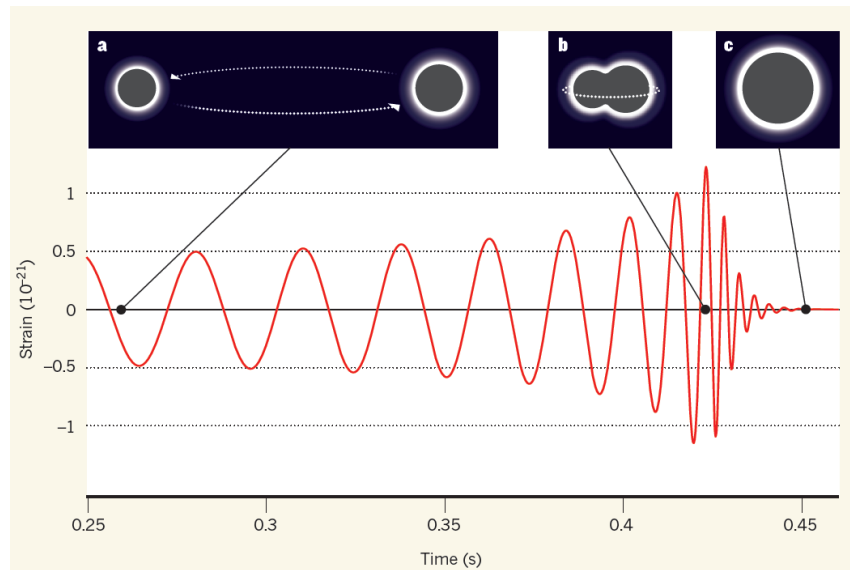


图 3.2 黑洞合并释放引力波的示意图

3.2 研究进展

3.2.1 低频压缩的实验研究

由于我们目前探测的引力波所处的频率范围是 10 Hz-10 kHz, 所以我们需要研制声频段的压缩真空态。2002年, 澳大利亚国立大学的 P. K. Lam 小组首次将压缩真空态的分析频率延伸到 220 kHz^[3.18]。2004年, 他们通过锁定压缩真空态与本振光的相对位相, 在 180 Hz-100 kHz 分析频率范围内测得了压缩^[3.19]。同年, 法国的 J. Laurat 等人采用阈值以下的非简并光学参量振荡器产生了低至 50 kHz 的双模压缩真空态^[3.20]。2007年, 德国马普所的 R. Schnabel 研究小组通过引入两束辅助光分别锁定了光学参量振荡器的腔长和泵浦光与本振光的相对位相, 从而在 10 Hz-35 MHz 范围内制备了宽带的压缩真空态^[3.21]。2008年, 美国麻省理工学院的 K. Goda 等人首次将 PPKTP 晶体用于 1064 nm 波段压缩真空态的制备, 并在分析频率为 700 Hz 处获得了压缩光^[3.22]。2010年, R. Schnabel 采用单共振的半整体 OPO 产生了分析频率在 10 Hz-10 kHz

的压缩度为9 dB的压缩真空态，并通过辅助光完成了腔长和压缩角的锁定^[3.23]。2011年，P. K. Lam小组利用双共振的行波腔在10 Hz-10 kHz的频率范围内观察到了 8.6 ± 0.8 dB的压缩^[3.24]，且稳定运转的时间长达5900 s。2012年，他们通过降低影响低频压缩的各种技术噪声，在10 Hz分析频率处测得了10 dB的压缩(如图3.3)，且在0.5 Hz处获得了平坦的散粒噪声基准^[3.25]。

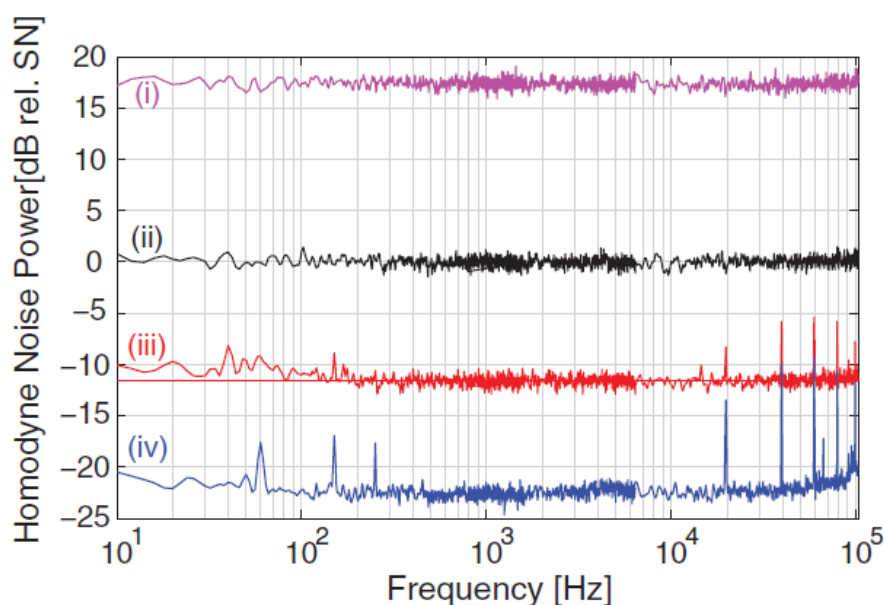


图3.3 低频压缩测量结果

3.2.2 利用压缩光提高引力波探测的灵敏度

在测量低频压缩的同时，许多研究小组也开始用实验验证压缩真空态对于迈克尔逊干涉仪灵敏度的提高。2002年，K. McKenzie首次将2.8 dB的压缩真空态注入功率循环的迈克尔逊干涉仪，并在5 MHz-6 MHz的频率范围内，将干涉仪灵敏度提高了2.3 dB^[3.26]。2005年，德国的H. Vahlbruch首次同时实现了迈克尔逊干涉仪的功率循环、信号循环和压缩真空态注入，并将测量信号的信噪比提高了2.8 dB^[3.27]。2008年，美国麻省理工学院的K. Goda首次将压缩真空态注入LIGO引力波探测器的原型中^[3.28]，并将位移测量的灵敏度提高了44%。2011年，R. Schnabel小组将分析频率为10 Hz-10 kHz的9 dB压缩真空态注入引力波探测器GEO 600，在高于700 Hz的频率范围内观察到了3.5 dB的量子噪声减少^[3.29]。2013年，德国的H. Grote等人将压缩真空态注入GEO 600(如图3.4)，观察到了400 Hz左右的灵敏度提高，且完成了干涉仪在11个月内的稳定运转^[3.30]。同年，美国的LIGO科学合作组织也将压缩真空态注入华盛顿的引力波探测器LIGO，从而首次在150 Hz-300 Hz频率范围内观察到了量子噪声的压缩^[3.31]，使LIGO达到了前所未有的灵敏度。

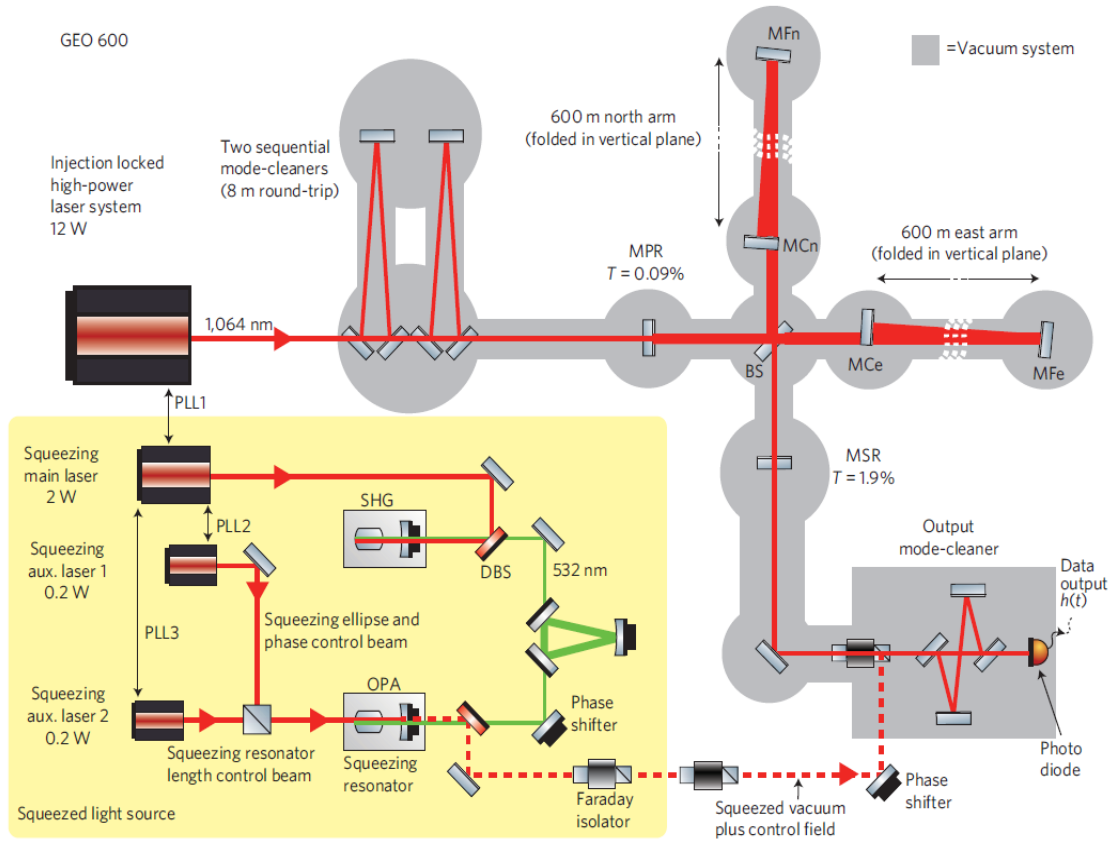


图3.4 用压缩光提高引力波探测的灵敏度

3.2.3 依赖于频率的压缩光实验研究

经过仔细的理论分析，物理学家发现在低频处限制引力波探测灵敏度的量子噪声有散粒噪声和辐射压噪声两种^[3.32]，前者受光场的位相分量量子噪声限制，而后者受光场的振幅分量量子噪声限制^[3.33]。因此，为了在较宽的频率范围内实现引力波探测灵敏度的提高，我们需要注入依赖于频率的压缩真空态^[3.34, 3.35]。对于宽带的引力波探测器 LIGO，压缩真空态的压缩角应在 50 Hz 处完成 90° 的旋转，这相当于将纠缠的光子存储 3 ms^[3.36]。因此，F. Y. Khalili 提出了用一个低损耗光学腔实现依赖于频率的压缩角旋转^[3.37]。当一束压缩态光场被一个失谐的光学腔反射时，腔的依赖于频率的振幅和位相应可以旋转压缩态的压缩角，使其随着频率的变化而改变^[3.38]。2005 年，R. Schnabel 小组首次用腔长为 50 cm 的线性光学腔在高频处实现了压缩角的旋转^[3.39]。2016 年，麻省理工学院的 M. Evans 小组利用腔长为 2 m 的高精度度光学腔实现了 1.2 kHz 处压缩角的旋转^[3.40]，如图 3.5 所示，腔的存储时间为 128 μs。这是目前世界上实现的最低频率处的压缩角旋转，为了达到压缩角在 50 Hz 处的旋转，美国的 LIGO 计划建造一个腔长为 16 m 的线性光学腔^[3.41]，而日本的 KAGRA 计划用一个腔长为 300 m 的光学腔^[3.42]。

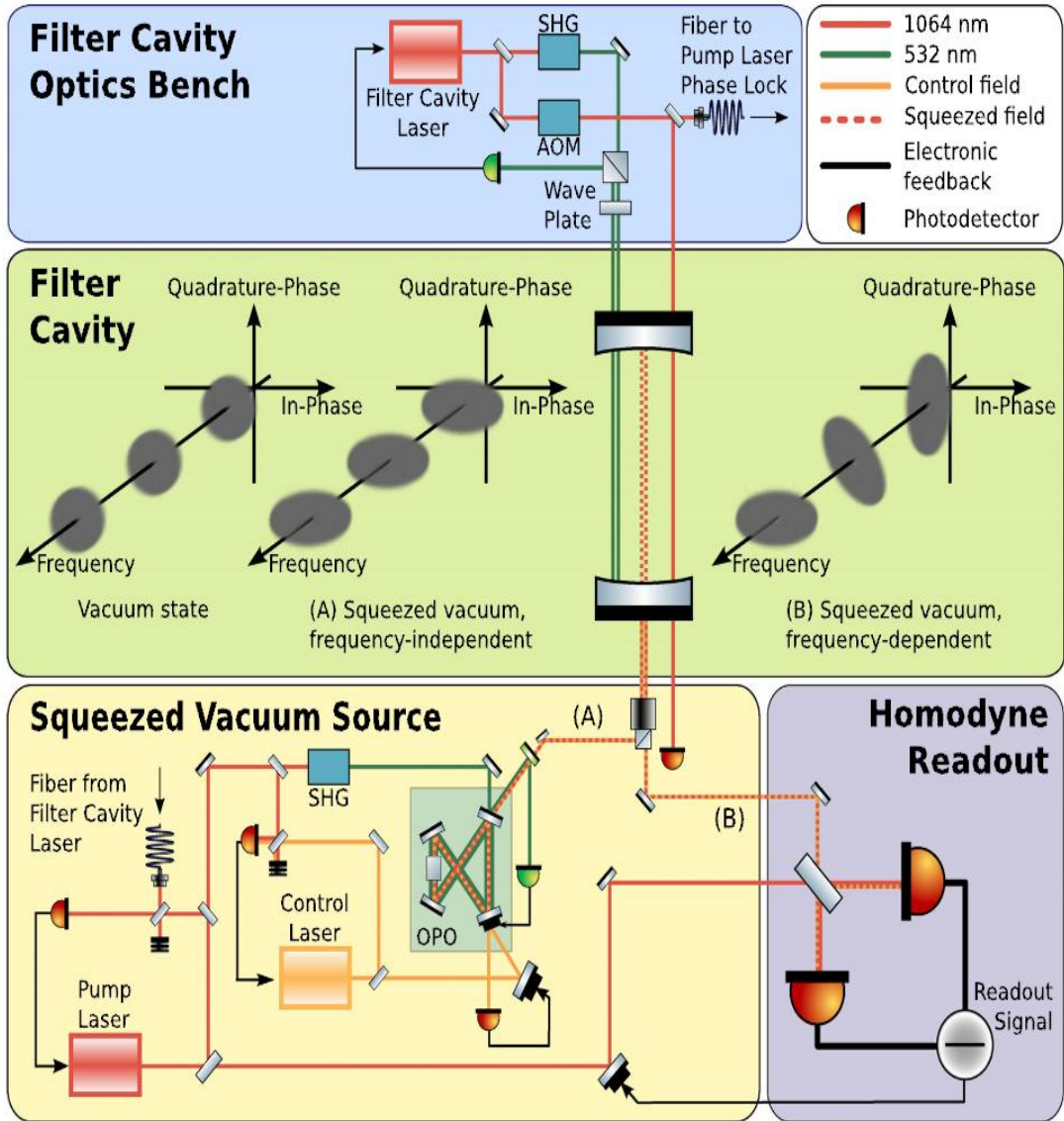


图 3.5 依赖于频率的压缩光产生装置

引入大型的光学腔不仅会增加实验难度，而且光学腔的损耗也会降低注入干涉仪的压缩真空态的压缩度，进而降低引力波探测的灵敏度。2016年，美国加州理工学院的陈雁北小组提出了利用EPR纠缠光的方法实现引力波探测灵敏度的提高^[3,43]。如图3.6所示，先用一束频率为 $2\omega_0 + \Delta$ 的绿光作为光学参量振荡器的泵浦光，从而产生频率为 ω_0 的信号光和频率为 $\omega_0 + \Delta$ 的闲置光，且信号光和闲置光之间存在EPR关联。然后，通过调节 Δ 的大小，使干涉仪（共振频率为 ω_0 ）远失谐于闲置光，因此闲置光将经历依赖于频率的正交分量旋转。最后，用一个模式清洁器将干涉仪输出场的信号光与闲置光分离，并分别用频率为 ω_0 和 $\omega_0 + \Delta$ 的两束本振光对其进行平衡零拍探测。通过这样的设计，闲置光某一正交分量的量子起伏将以一种依赖于频率的方式条件性地压缩信号光的正交分量量子起伏，进而实现宽带的干涉仪灵敏度增加。

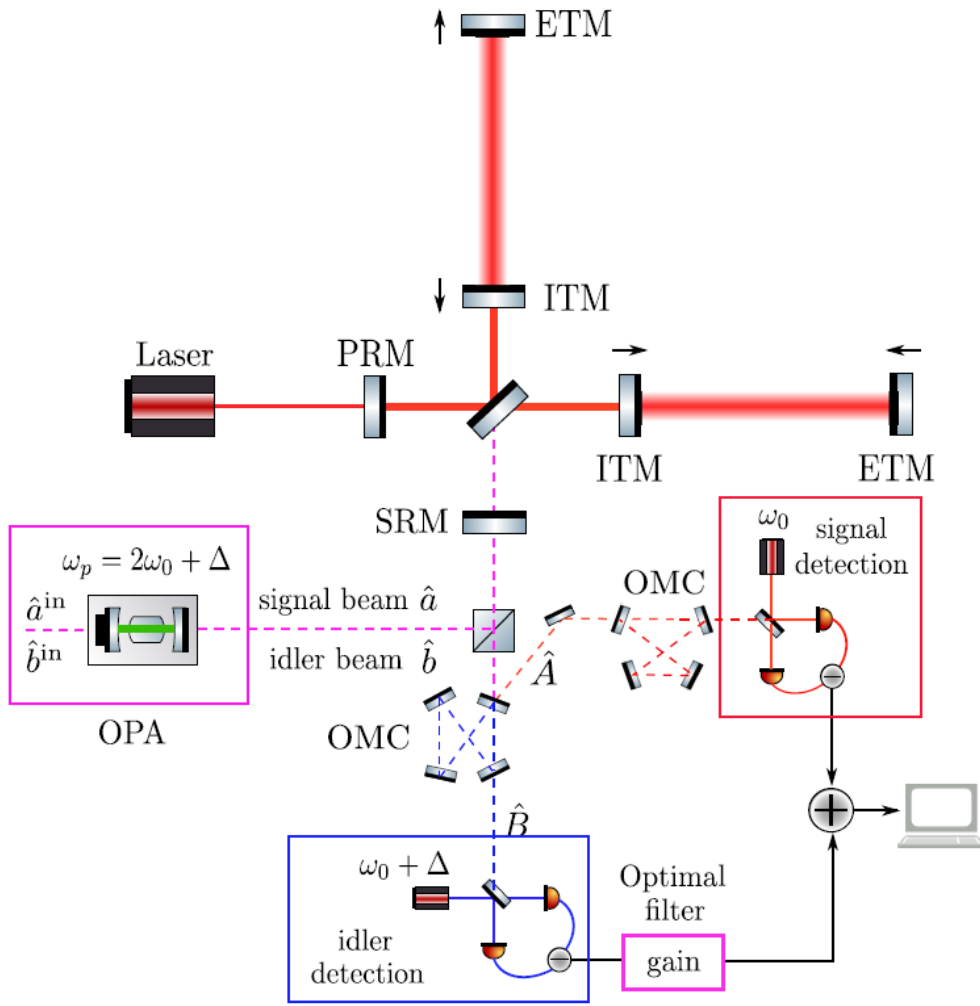


图3.6 利用EPR纠缠提高引力波探测的灵敏度

3.3 理论分析

陈雁北小组的实验方案巧妙的利用干涉仪实现了依赖于频率的压缩角旋转，但由于分离信号光与闲置光的时候引入了光学腔，必然会增加实验操作的复杂度。因此我们提出了一种更简便可行的方案，即直接用一束频率分别为 ω_0 和 $\omega_0 + \Delta$ 的双色本振光同时实现信号光和闲置光的探测。如图 3.7 所示，我们用一束经过低频调制的频率为 ω_0 的光作为待测信号，并用频率为 ω_0 的单边带本振光(LO1)对其进行探测，测量结果作为散粒噪声基准。然后，注入压缩真空态，调节频率为 $\omega_0 + \Delta$ 的本振光(LO2)的功率与 LO1 相等，我们可以实现待测信号光的条件压缩，进而提高待测信号测量的信噪比。另外，固定频率为 ω_0 的本振光功率不变，而改变频率为 $\omega_0 + \Delta$ 的本振光的功率，我们可以找到最优化的双色本振光功率比，进而测得信号光最大的条件压缩，使待测信号测量的信噪比达到最佳。

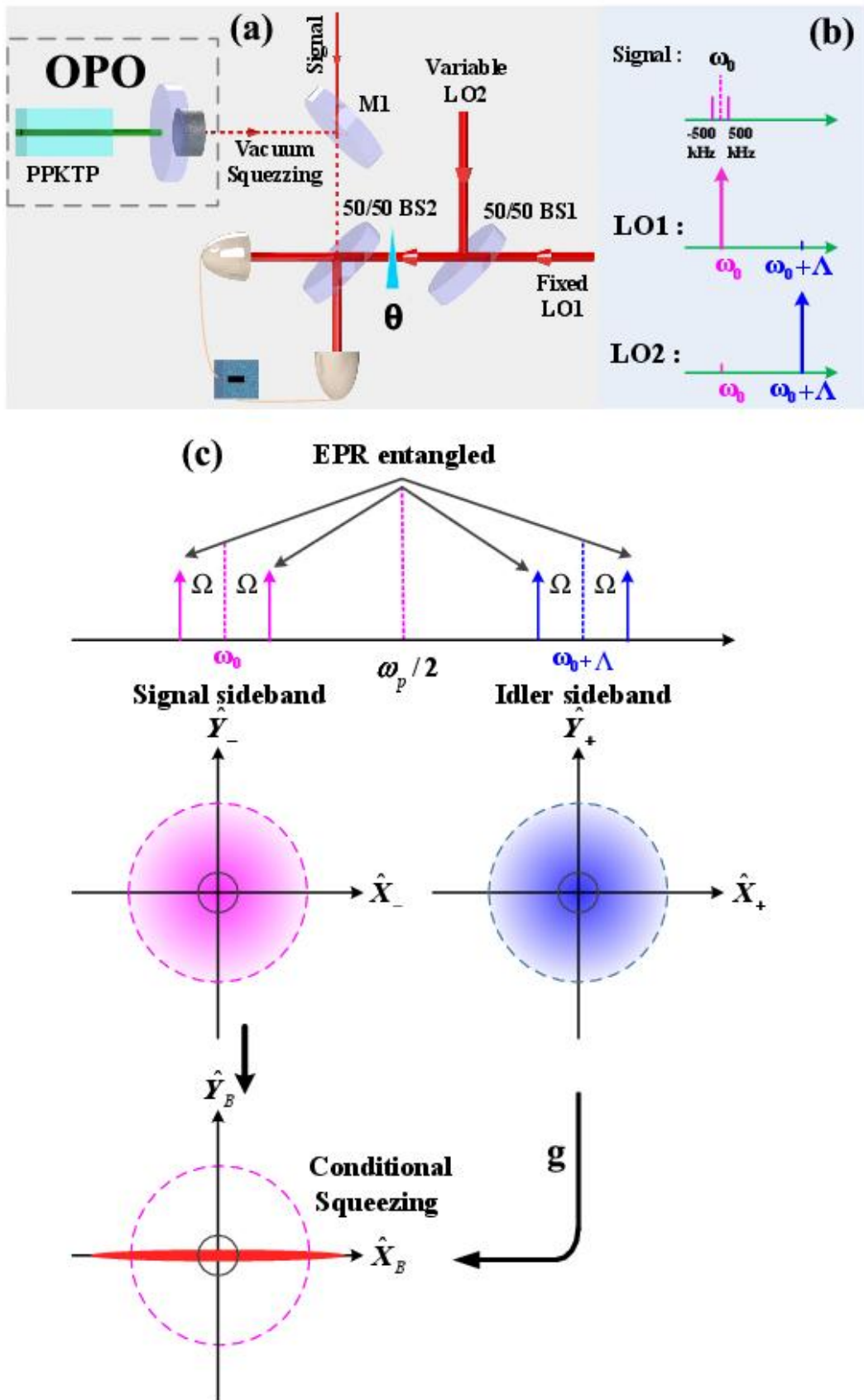


图 3.7 实验装置及原理示意图

3.3.1 不同功率的双色本振光对于信号场的测量

在我们的方案中，双色本振光和待测信号场的湮灭算符分别为

$$\begin{aligned}\hat{a}(t) &= \hat{a}_-(t)e^{-i\omega_0 t} + \hat{a}_+(t)e^{-i(\omega_0 + \Lambda)t} \\ \hat{b}(t) &= \hat{b}_0(t)e^{-i\omega_0 t}\end{aligned}\quad (3.1)$$

$\hat{a}_+(t)$ 、 $\hat{a}_-(t)$ 和 $\hat{b}_0(t)$ 分别为场的慢变算符。利用平衡零拍探测得到的归一化光电流信号为

$$\hat{I}(t) = \frac{1}{\alpha} [\hat{a}^\dagger(t)\hat{b}(t)e^{-i\theta} + \hat{b}^\dagger(t)\hat{a}(t)e^{i\theta}] \quad (3.2)$$

本振光与信号场的幅度关系为 $\langle \hat{a}_+(t) \rangle = g\alpha$ ， $\langle \hat{a}_-(t) \rangle = \alpha$ ，且 $\alpha \gg \langle \hat{b}_0(t) \rangle \approx 0$ 。则在分析频率为 Ω 处的光电流信号为

$$\hat{I}(\Omega) = \hat{Q}_-(\Omega, \theta) + g\hat{Q}_+(\Omega, \theta) \quad (3.3)$$

其中，待测场的正交分量定义分别为

$$\begin{aligned}\hat{Q}_-(\Omega, \theta) &= \hat{b}(\omega_0 - \Omega)e^{-i\theta} + \hat{b}^\dagger(\omega_0 + \Omega)e^{i\theta} \\ \hat{Q}_+(\Omega, \theta) &= \hat{b}(\omega_0 + \Lambda - \Omega)e^{-i\theta} + \hat{b}^\dagger(\omega_0 + \Lambda + \Omega)e^{i\theta}\end{aligned}\quad (3.4)$$

当 $\theta = 0$ 时，待测场的正交振幅分量被测量

$$\hat{X}_B(\Omega) = \hat{X}_-(\Omega) + g\hat{X}_+(\Omega) \quad (3.5)$$

当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时，待测场的正交位相分量被测量

$$\hat{Y}_B(\Omega) = \hat{Y}_-(\Omega) + g\hat{Y}_+(\Omega) \quad (3.6)$$

因此，通过扫描本振光和待测信号光的相对位相 θ ，我们可以得到待测信号场的任意正交分量量子噪声。

3.3.2 单模压缩光的理想条件压缩

我们考虑简单的光学参量过程，非线性晶体的泵浦光为 $\omega_p = 2\omega_0 + \Lambda$ 。光学参量放大器（OPA）输出场的上、下边带的湮灭算符可以表示为

$$\begin{aligned}\hat{b}_+^s(\Omega) &= \hat{b}_+^0(\Omega)\cosh r + \hat{b}_-^{0\dagger}(\Omega)e^{i\theta_p}\sinh r \\ \hat{b}_-^s(\Omega) &= \hat{b}_-^0(\Omega)\cosh r + \hat{b}_+^{0\dagger}(\Omega)e^{i\theta_p}\sinh r\end{aligned}\quad (3.7)$$

其中， r 为压缩因子， θ_p 为泵浦光的位相， $\hat{b}_+^0(\Omega)$ 和 $\hat{b}_-^0(\Omega)$ 分别为 OPA 输入的上、下边带真空场的湮灭算符，且 $\langle \delta^2 \hat{X}_+^0(\Omega) \rangle = \langle \delta^2 \hat{X}_-^0(\Omega) \rangle = \langle \delta^2 \hat{Y}_+^0(\Omega) \rangle = \langle \delta^2 \hat{Y}_-^0(\Omega) \rangle = 1$ 。

当 $\theta_p = 0$ 时，OPA 输出光的上、下边带正交振幅和正交位相分别表示为

$$\begin{aligned}\hat{X}_+^s(\Omega) &= \hat{X}_+^0(\Omega)\cosh r + \hat{X}_-^0(\Omega)\sinh r \\ \hat{Y}_+^s(\Omega) &= \hat{Y}_+^0(\Omega)\cosh r - \hat{Y}_-^0(\Omega)\sinh r \\ \hat{X}_-^s(\Omega) &= \hat{X}_-^0(\Omega)\cosh r + \hat{X}_+^0(\Omega)\sinh r \\ \hat{Y}_-^s(\Omega) &= \hat{Y}_-^0(\Omega)\cosh r - \hat{Y}_+^0(\Omega)\sinh r\end{aligned}\quad (3.8)$$

则 OPA 输出光的上、下边带正交振幅和正交位相的和与差分别为

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_-^s(\Omega) - \hat{X}_+^s(\Omega) &= \left(\hat{X}_-^0(\Omega) - \hat{X}_+^0(\Omega) \right) e^{-r} \\
 \hat{Y}_-^s(\Omega) + \hat{Y}_+^s(\Omega) &= \left(\hat{Y}_-^0(\Omega) + \hat{Y}_+^0(\Omega) \right) e^{-r} \\
 \hat{X}_-^s(\Omega) + \hat{X}_+^s(\Omega) &= \left(\hat{X}_-^0(\Omega) + \hat{X}_+^0(\Omega) \right) e^{+r} \\
 \hat{Y}_-^s(\Omega) - \hat{Y}_+^s(\Omega) &= \left(\hat{Y}_-^0(\Omega) - \hat{Y}_+^0(\Omega) \right) e^{+r}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

OPA 输出场的上、下边带各自的正交分量量子起伏为

$$\langle \delta^2 \hat{X}_+^s(\Omega) \rangle = \langle \delta^2 \hat{X}_-^s(\Omega) \rangle = \langle \delta^2 \hat{Y}_+^s(\Omega) \rangle = \langle \delta^2 \hat{Y}_-^s(\Omega) \rangle = \frac{e^{-2r} + e^{2r}}{2} \tag{3.10}$$

它们的关联方差可以表示为

$$\begin{aligned}
 \langle \delta^2 \left(\hat{X}_-^s(\Omega) - \hat{X}_+^s(\Omega) \right) \rangle &= \langle \delta^2 \left(\hat{Y}_-^s(\Omega) + \hat{Y}_+^s(\Omega) \right) \rangle = 2e^{-2r} \\
 \langle \delta^2 \left(\hat{X}_-^s(\Omega) + \hat{X}_+^s(\Omega) \right) \rangle &= \langle \delta^2 \left(\hat{Y}_-^s(\Omega) - \hat{Y}_+^s(\Omega) \right) \rangle = 2e^{2r}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

因此，用双色本振光探测到的待测场的正交相位为

$$\langle \delta^2 \hat{Y}_B(\Omega) \rangle = \langle \delta^2 \left(\hat{Y}_-(\Omega) + g \hat{Y}_+(\Omega) \right) \rangle = \frac{e^{2r}}{2} (1-g)^2 + \frac{e^{-2r}}{2} (1+g)^2 \tag{3.12}$$

当优化因子 $g = 0$ 时，即没有上边带本振光时， $\langle \delta^2 \hat{Y}_B(\Omega) \rangle = \frac{e^{-2r} + e^{2r}}{2}$ 。当我们选择最

优化的因子 $g_{opt} = \frac{e^{2r} - e^{-2r}}{e^{2r} + e^{-2r}}$ ，可以得到下边带场的最大条件压缩

$$\langle \delta^2 \hat{Y}_B^{opt}(\Omega) \rangle = \frac{2}{e^{2r} + e^{-2r}} \tag{3.13}$$

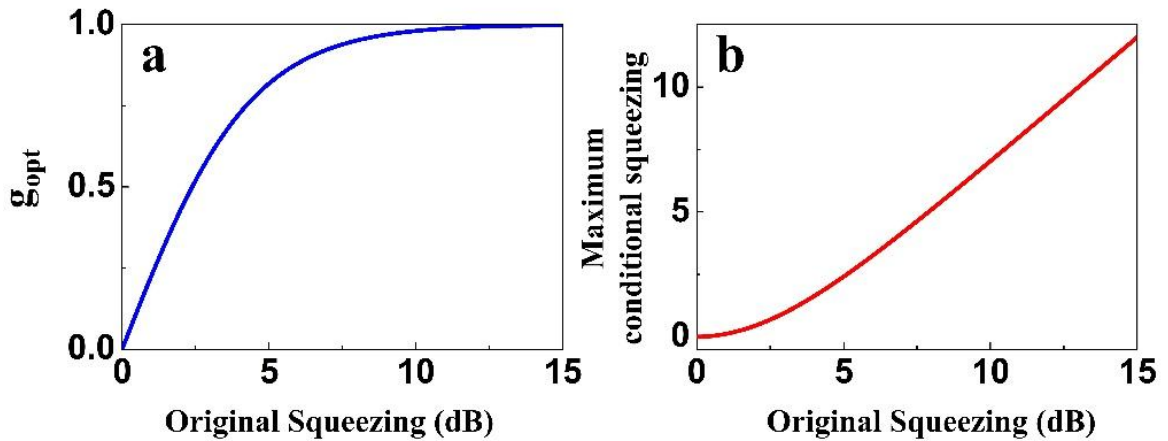


图 3.8 最优化因子和最大条件压缩

图 3.8 分别给出了最优化因子 g_{opt} 和得到的最大条件压缩与 OPA 输出光场的压缩度之间的依赖关系。显然，随着压缩度的增加，最优化因子 g_{opt} 也急剧增加并趋近于 1，而得到的最大条件压缩也逐渐增加。

3.3.3 单模压缩光的实际条件压缩

然而, 实验中产生的压缩真空态不一定是最小不确定态, 其反压缩分量中包含额外噪声。因此实际上, 输出光的上、下边带正交振幅和正交位相分别表示为

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_+^s(\Omega) &= \hat{X}_+^0(\Omega) \cosh r + \hat{X}_-^0(\Omega) \sinh r + \frac{N_X}{2} \\
 \hat{Y}_+^s(\Omega) &= \hat{Y}_+^0(\Omega) \cosh r - \hat{Y}_-^0(\Omega) \sinh r - \frac{N_Y}{2} \\
 \hat{X}_-^s(\Omega) &= \hat{X}_-^0(\Omega) \cosh r + \hat{X}_+^0(\Omega) \sinh r + \frac{N_X}{2} \\
 \hat{Y}_-^s(\Omega) &= \hat{Y}_-^0(\Omega) \cosh r - \hat{Y}_+^0(\Omega) \sinh r + \frac{N_Y}{2}
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

其中, $\langle \delta^2 N_X \rangle = \langle \delta^2 N_Y \rangle = N_e$ 。输出光的上、下边带正交振幅和正交位相的和与差分别为

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_-^s(\Omega) - \hat{X}_+^s(\Omega) &= (\hat{X}_-^0(\Omega) - \hat{X}_+^0(\Omega)) e^{-r} \\
 \hat{Y}_-^s(\Omega) + \hat{Y}_+^s(\Omega) &= (\hat{Y}_-^0(\Omega) + \hat{Y}_+^0(\Omega)) e^{-r} \\
 \hat{X}_-^s(\Omega) + \hat{X}_+^s(\Omega) &= (\hat{X}_-^0(\Omega) + \hat{X}_+^0(\Omega)) e^{+r} + N_X \\
 \hat{Y}_-^s(\Omega) - \hat{Y}_+^s(\Omega) &= (\hat{Y}_-^0(\Omega) - \hat{Y}_+^0(\Omega)) e^{+r} + N_Y
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

OPA 输出场的上、下边带各自的正交分量量子起伏为

$$\langle \delta^2 \hat{X}_+^s(\Omega) \rangle = \langle \delta^2 \hat{X}_-^s(\Omega) \rangle = \langle \delta^2 \hat{Y}_+^s(\Omega) \rangle = \langle \delta^2 \hat{Y}_-^s(\Omega) \rangle = \frac{e^{-2r} + e^{2r}}{2} + \frac{N_e}{4} \tag{3.16}$$

但它们的关联方差可以表示为

$$\begin{aligned}
 \langle \delta^2 (\hat{X}_-^s(\Omega) - \hat{X}_+^s(\Omega)) \rangle &= \langle \delta^2 (\hat{Y}_-^s(\Omega) + \hat{Y}_+^s(\Omega)) \rangle = 2e^{-2r} \\
 \langle \delta^2 (\hat{X}_-^s(\Omega) + \hat{X}_+^s(\Omega)) \rangle &= \langle \delta^2 (\hat{Y}_-^s(\Omega) - \hat{Y}_+^s(\Omega)) \rangle = 2e^{2r} + N_e
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

因此, 用双色本振光探测到的待测场的正交相位为

$$\langle \delta^2 \hat{Y}_B(\Omega) \rangle = \langle \delta^2 (\hat{Y}_-(\Omega) + g\hat{Y}_+(\Omega)) \rangle = \frac{1}{2} \left(e^{2r} + \frac{N_e}{2} \right) (1-g)^2 + \frac{e^{-2r}}{2} (1+g)^2 \tag{3.18}$$

当我们选择最优化的因子 $g_{opt} = \frac{e^{2r} + N_e/2 - e^{-2r}}{e^{2r} + N_e/2 + e^{-2r}}$, 则可以得到下边带场的最大条件压缩

$$\langle \delta^2 \hat{Y}_B^{opt}(\Omega) \rangle = \frac{2e^{-2r}(e^{2r} + N_e/2)}{e^{2r} + N_e/2 + e^{-2r}} \tag{3.19}$$

显然, 实际情况下, 最优化因子和测得的最大条件压缩不仅依赖于压缩真空态的压缩分量和反压缩分量量子噪声, 还依赖于反压缩分量中引入的额外噪声。

3.4 实验实现

3.4.1 实验装置

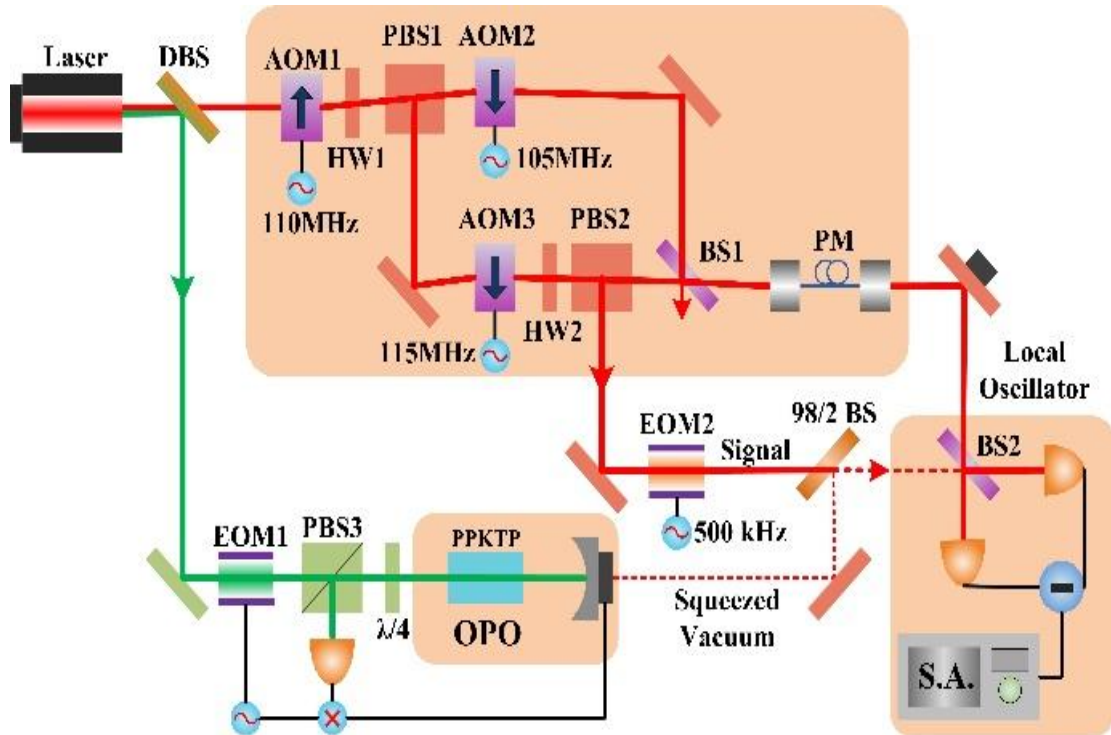


图 3.9 实验光路图

图 3.9 所示为我们的实验光路图，激光器输出的频率为 $\omega_p/2$ 的基频光经过双边带产生系统后产生频率分别为 $\omega_0 + \Lambda = \frac{\omega_p}{2} + 5\text{MHz}$ 和 $\omega_0 = \frac{\omega_p}{2} - 5\text{MHz}$ 的移频光，分别称为基频光的上、下边带。将频率为 ω_0 的下边带分为两部分，一部分经过驱动频率为 500 kHz 的位相调制器 (LM0202) 后，作为待测量的低频信号。另一部分与频率为 $\omega_0 + \Lambda$ 的上边带以相同的偏振在 50/50 分束镜耦合后，作为平衡零拍探测的本振光 (LO)，频率为 ω_0 的下边带称为 LO1，而频率为 $\omega_0 + \Lambda$ 的上边带称为 LO2。

激光器输出的频率为 ω_p 的倍频光注入光学参量振荡器 (OPO)，作为参量转换的泵浦光。我们的 OPO 采用半整体腔设计，即晶体的前端面与输出镜构成了一个平凹腔，因此腔的腰斑在晶体的前端面附近。另外，由于泵浦光与信号光在腔内同时共振，因此可以通过解调反射的泵浦场，得到 OPO 腔长锁定的误差信号，进而用 PDH 方法完成腔长的锁定。OPO 输出的压缩真空态先与待测信号光在 98/2 分束镜上耦合后，再与本振光 (LO) 在另一个 50/50 分束镜耦合，调节其干涉效率在 96% 以上。将分束镜的输出场分别注入两个参数近似相同的光电二极管 (FD 500W) 中，并用谱仪 (HP 8590) 记录探测器输出的交流信号。

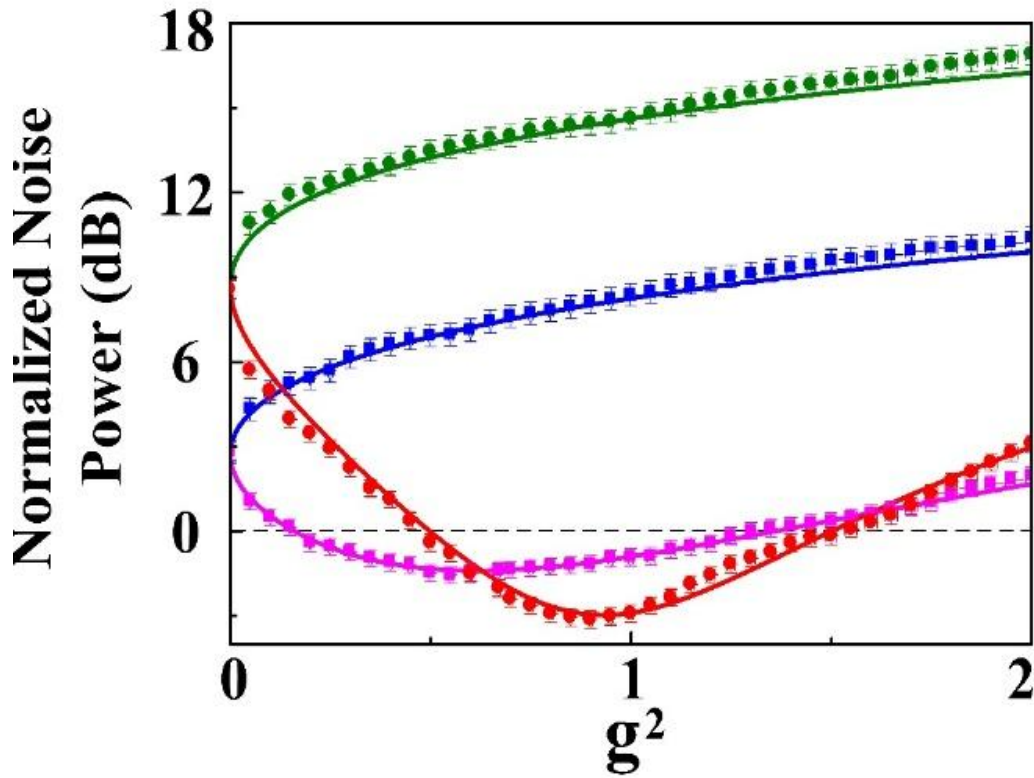


图 3.10 条件压缩与反压缩测量

3.4.2 压缩优化步骤

挡住待测的低频信号光，通过改变双色本振光的功率比，寻找与输入压缩真空态对应的最优化因子，测得最大的条件压缩。实验步骤如下：

(1) 固定 LO1(频率为 ω_0)的功率为 4 mW，并同时挡住压缩真空态和 LO2(频率为 $\omega_0 + \Lambda$)，用谱仪记录此时的噪声功率谱作为散粒噪声基准。

(2) 利用反射的泵浦场将光学参量振荡器 (OPO) 的腔长锁定，调节 PPKTP 晶体的温度至最佳相位匹配温度，则 OPO 输出光场为压缩真空态。将压缩真空态作为信号光注入探测系统，并用单边带本振光(LO1)实现平衡差拍探测，记录此时谱仪测得的噪声功率谱。由于此时测得的是压缩真空态压缩分量与反压缩分量量子起伏的平均值，故可以以此为基准，用于监视 OPO 输出的压缩真空态的压缩度，进而保证实验测量的准确性。

(3) 打开 LO2(频率为 $\omega_0 + \Lambda$)，利用双色本振光实现对压缩真空态的测量。然后用一个玻片和棱镜逐渐改变 LO2 的功率，其变化范围为 0-8 mW，间隔为 0.1 mW。对于 LO2 的每一个功率值，扫描双色本振光与压缩真空态的相对位相，用谱仪分别记录测得的压缩分量和反压缩分量量子起伏。

3.4.3 压缩优化测量结果

我们分别测量了泵浦光注入功率为 6 mW (1)和 20 mW (2)时, 测得的条件压缩与反压缩随 g^2 的变化关系, 如图 3.10。在测量过程中, 谱仪的分析频率为 $CF=500$ kHz, 分辨率带宽和视频带宽分别为 $RBW=30$ kHz 和 $VBW=30$ Hz。图中, 横坐标 g^2 的大小表示上边带本振光(频率为 $\omega_0 + \Lambda$)与下边带本振光(频率为 ω_0)的功率比。纵坐标为谱仪测得的归一化的噪声功率。(1) 我们首先测量了泵浦光输入功率为 6 mW 时的结果。图中的紫色和蓝色的点分别为不同的 LO2 功率下测得的压缩分量与反压缩分量量子起伏。紫色和蓝色的线为根据平衡零拍探测测得的-3.9 dB 压缩和 5.2 dB 反压缩而作出的理论拟合曲线。实验测得的最优化因子 $g^2 = 0.55$, 最大的条件压缩为-1.5 dB。(2)将泵浦光的功率提高到 20mW, 红色和绿色的点分别为不同的 LO2 功率下测得的压缩分量与反压缩分量量子起伏。红色和绿色的线为根据平衡零拍探测测得的-5.9 dB 压缩和 11.6 dB 反压缩而作出的理论拟合曲线。实验测得的最优化因子 $g^2 = 0.9$, 最大的条件压缩为-3.1 dB。

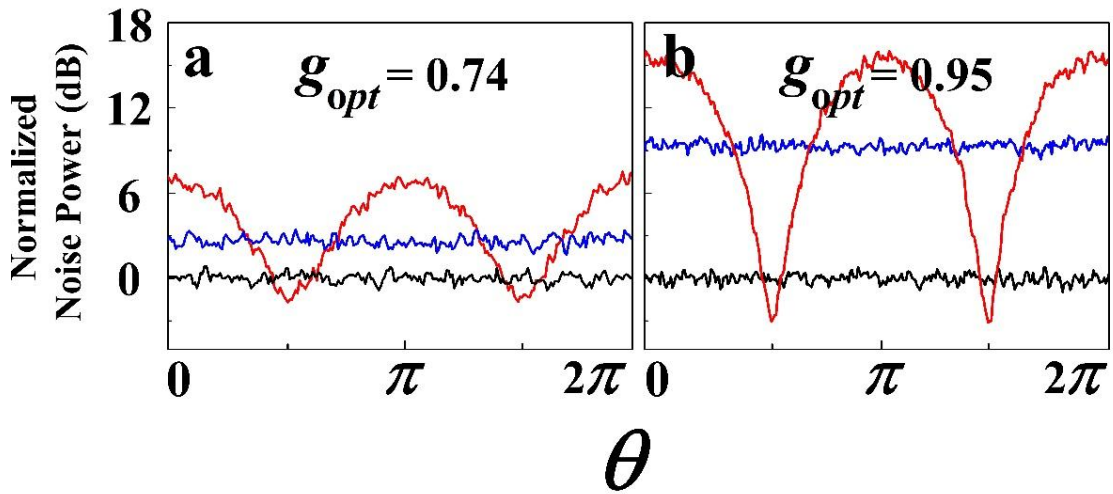


图 3.11 最优化因子处的实验结果

图3.11为我们测得的最优化因子处的实验结果。黑线表示下边带本振光(LO1)的散粒噪声基准; 蓝线为下边带本振光测得的压缩分量与反压缩分量量子起伏的平均值; 红线为最优化的因子 g_{opt} 处, 双色本振光测得的压缩真空态随相对位相 θ 的变化关系。显然, 在最优化的因子 g_{opt} 处, 我们测得了压缩真空态任意正交分量的量子起伏。图3.11(a)和3.11(b)分别代表泵浦功率为6 mW和20 mW时测得的结果, 两种情况下的最优化因子分别为 $g_{opt} = 0.74$ 和 $g_{opt} = 0.95$,测得的最大条件压缩分别为-1.5 dB和-3.1 dB。

3.4.4 提高低频信号探测的灵敏度

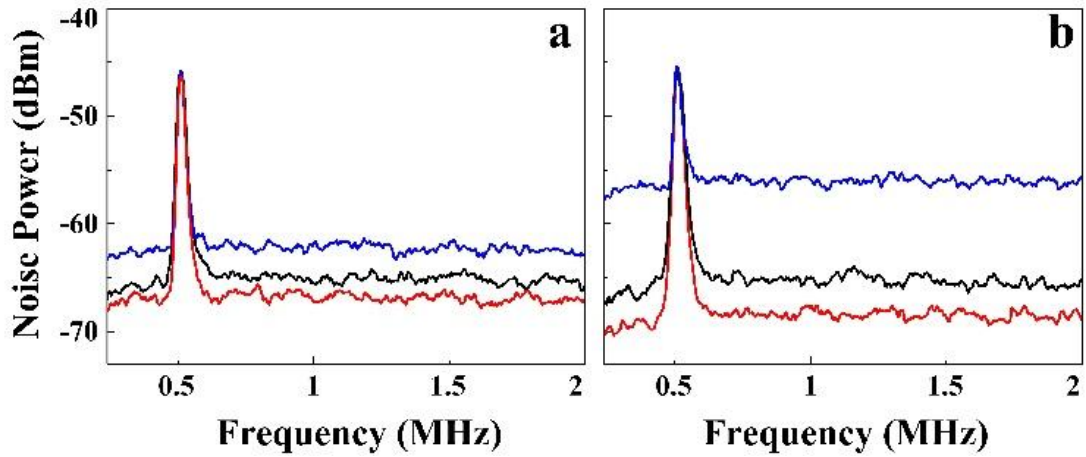


图 3.12 提高 500kHz 调制信号测量的灵敏度

打开待测信号光，挡住压缩真空态和频率为 $\omega_0 + \Lambda$ 的本振光 LO2，用下边带本振光(频率为 ω_0)对待测低频信号进行平衡零拍探测，并将测量结果作为散粒噪声基准；然后，打开压缩真空态，使其与待测信号光一起被下边带本振光测量，并用谱仪记录测得的噪声功率谱；最后，打开上边带本振光(频率为 $\omega_0 + \Lambda$)，调节其功率至测得的最优化因子 g_{opt} 处，改变双色本振光与信号场的相对位相，测得最大的条件压缩，使待测信号测量的信噪比达到最佳。

图 3.12 (a)和(b)分别表示泵浦功率为 6 mW 和 20 mW 时测得的噪声功率谱。在测量过程中，谱仪的分辨率带宽和视频带宽分别为 RBW=10 kHz 和 VBW=30 Hz。黑线表示下边带本振光(LO1)对于低频信号的测量，并作为散粒噪声基准；蓝线为下边带本振光测得的压缩真空态与 500 kHz 调制信号叠加后的功率噪声谱，此时测得的低频信号信噪比较差，其原因是调制信号淹没在纠缠态的热光场中；红线为最优化的因子 g_{opt} 处，双色本振光测得的压缩真空态压缩分量量子噪声与 500 kHz 调制信号的叠加。显然，我们在不同的泵浦功率下，分别将低频信号探测的信噪比提高了 1.5 dB 和 3.1 dB。

3.5 小结

我们用频率为 $2\omega_0 + \Lambda$ 的倍频光通过光学参量下转换产生了一束具有 EPR 关联的信号光(频率为 ω_0)和闲置光(频率为 $\omega_0 + \Lambda$)。然后用一束频率分别为 ω_0 和 $\omega_0 + \Lambda$ 的双色本振光同时实现了信号光和闲置光的探测，并通过改变上边带本振光(频率为 $\omega_0 + \Lambda$)的功率，测得了信号光的最大条件压缩。我们在理论和实验上证明了最优化

因子和最大条件压缩都是输入压缩真空态压缩度的函数，并在泵浦功率为 6 mW(20 mW)时，测得了最优化因子和最大的条件压缩分别为 $g_{opt} = 0.74$ 和($g_{opt} = 0.95$)和-1.5dB(-3.1 dB)。另外，我们也用双色本振光和压缩真空态提高了 500 kHz 调制信号测量的信噪比，进而证明了此系统在引力波探测中的应用价值。

参考文献

- [3.1] B. P. Abbott et al., Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 116, 061102.
- [3.2] A. Einstein, *Sitzungsber. K. Preuss. Akad. Wiss.*, 1916, 1, 688.
- [3.3] J. Weber, Detection anti Generation of Gravitational Waves., *Phys. Rev.* 1960, 117, 306-313.
- [3.4] P. Astone et al., IGEC2: A 17-month search for gravitational wave bursts in 2005–2007. *Phys. Rev. D*, 2010, 82, 022003.
- [3.5] M. E. Gertsenshtein and V. I. Pustovoit, On the detection of low frequency gravitational waves. *Sov. Phys. JETP*, 1962, 16, 433-435.
- [3.6] R. Weiss, Electromagnetically coupled broadband gravitational antenna, Quarterly Report of the Research Laboratory for Electronics, MIT Report, 1972, 105.
- [3.7] R.W. P. Drever, In *Gravitational Radiation*, edited by N. Deruelle and T. Piran (North-Holland, Amsterdam), 1983, p. 321.
- [3.8] A. Abramovici, W. E. Althouse, R. W. P. Drever, Y. Gürsel, S. Kawamura, F. J. Raab, D. Shoemaker, L. Sievers, R. E. Spero, K. S. Thorne, R. E. Vogt, R. Weiss, S. E. Whitcomb, and M. E. Zucker, LIGO: The Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory. *Science*, 1992, 256, 325-333.
- [3.9] H. Grote, and the GEO Scientific Collaboration, The GEO 600 status. *Class. Quantum Grav.*, 2010, 27, 084003.
- [3.10] K. Arai, and the TAMA Collaboration, Recent progress of TAMA300. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2008, 120, 032010.
- [3.11] B. P. Abbott, and the LIGO Collaboration, LIGO: the laser interferometer gravitational-wave observatory. *Rep. Prog. Phys.*, 2009, 72, 076901.
- [3.12] T. Accadia, B. L. Swinkels, and the VIRGO Collaboration, Commissioning status of the Virgo interferometer. *Class. Quantum Grav.*, 2010, 27 084002.
- [3.13] M. Punturo, M. Abernathy, F. Acernese, B. Allen, and N. Andersson et al., The Einstein Telescope: a third-generation gravitational wave observatory. *Class. Quantum Grav.*, 2010, 27, 194002.
- [3.14] C. V. D. Broeck, Binary black hole detection rates in inspiral gravitational wave searches. *Class. Quantum Grav.*, 2006, 23, 51-58.

- [3.15] F. A Rasio, and S. L. Shapiro, Coalescing binary neutron stars. *Class. Quantum Grav.*, 1999, 16, 1-29.
- [3.16] C. M. Caves, Quantum-mechanical noise in an interferometer. *Phys. Rev. D*, 1981, 23, 1693-1708.
- [3.17] H. Vahlbruch, Squeezed light for gravitational wave astronomy. Doctoral thesis, 2008.
- [3.18] W. P. Bowen, R. Schnabel, N. Treps, H. A. Bachor, and P. K. Lam, Recovery of continuous wave squeezing at low frequencies. *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, 2002, 4, 421-424.
- [3.19] K. McKenzie, N. Grosse, W. P. Bowen, S. E. Whitcomb, M. B. Gray, D. E. McClelland, and P. K. Lam, Squeezing in the Audio Gravitational-Wave Detection Band. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, 93, 161105.
- [3.20] J. Laurat, T. Coudreau, G. Keller, N. Treps, and C. Fabre, Compact source of Einstein-Podolsky-Rosen entanglement and squeezing at very low noise frequencies. *Phys. Rev. A*, 2004, 70, 042315.
- [3.21] S. Chelkowski, H. Vahlbruch, K. Danzmann, and R. Schnabel, Coherent control of broadband vacuum squeezing, *Phys. Rev. A*, 2007, 75, 043814.
- [3.22] K. Goda, E. E. Mikhailov, O. Miyakawa, S. Saraf, S. Vass, A. Weinstein, and N. Mavalvala, Generation of a stable low-frequency squeezed vacuum field with periodically poled KTiOPO₄ at 1064 nm. *Opt. Lett.*, 2008, 33, 92-94.
- [3.23] H. Vahlbruch, A. Khalaidovski, N. Lastzka, C. Gräf, K. Danzmann, and R. Schnabel, The GEO 600 squeezed light source. *Class. Quantum Grav.*, 2010, 27, 084027.
- [3.24] S. Y. Chua, M. S. Stefszky, C. M. Mow-Lowry, B. C. Buchler, S. Dwyer, D. A. Shaddock, P. K. Lam, and D. E. McClelland, Backscatter tolerant squeezed light source for advanced gravitational-wave detectors. *Opt. Lett.*, 2011, 36, 4680-4682.
- [3.25] M. S. Stefszky, C. M. Mow-Lowry, S. S. Y. Chua, D. A. Shaddock, B. C. Buchler, H. Vahlbruch, A. Khalaidovski, R. Schnabel, P. K. Lam, and D. E. McClelland, Balanced homodyne detection of optical quantum states at audio-band frequencies and below. *Class. Quantum Grav.*, 2012, 29, 145015.
- [3.26] K. McKenzie, D. A. Shaddock, and D. E. McClelland, Experimental Demonstration of a Squeezing-Enhanced Power-Recycled Michelson Interferometer for Gravitational

- Wave Detection. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, 88, 231102.
- [3.27] H. Vahlbruch, S. Chelkowski, B. Hage, A. Franzen, K. Danzmann, and R. Schnabel, Demonstration of a Squeezed-Light-Enhanced Power- and Signal-Recycled Michelson Interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, 95, 211102.
- [3.28] K. Goda, O. Miyakawa, E. E. Mikhailov, S. Saraf, R. Adhikari, K. Mckenzie, R. Ward, S. Vass, A. J. Weinstein, and N. Mavalvala, A quantum-enhanced prototype gravitational-wave detector. *Nature Physics*, 2008, 4, 472-476.
- [3.29] The LIGO Scientific Collaboration, A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit. *Nature Physics*, 2011, 7, 962-965.
- [3.30] H. Grote, K. Danzmann, K. L. Dooley, R. Schnabel, J. Slutsky, and H. Vahlbruch, First Long-Term Application of Squeezed States of Light in a Gravitational-Wave Observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 2013, 110, 181101.
- [3.31] The LIGO Scientific Collaboration, Enhanced sensitivity of the LIGO gravitational wave detector by using squeezed states of light. *Nature Photonics*, 2013, 7, 613-619.
- [3.32] A. Buonanno, and Y. B. Chen, Quantum noise in second generation, signal-recycled laser interferometric gravitational-wave detectors. *Phys. Rev. D*, 2001, 64, 042006.
- [3.33] S. Dwyer, D. Sigg, S. W. Ballmer, L. Barsotti, N. Mavalvala, and M. Evans, Gravitational wave detector with cosmological reach. *Phys. Rev. D*, 2015, 91, 082001.
- [3.34] R. Schnabel, N. Mavalvala, D. E. McClelland, and P. K. Lam, Quantum metrology for gravitational wave astronomy. *Nature Communication*, 2010, 1, 121.
- [3.35] H. J. Kimble, Y. Levin, A. B. Matsko, K. S. Thorne, and S. P. Vyatchanin, Conversion of conventional gravitational-wave interferometers into quantum nondemolition interferometers by modifying their input and output optics. *Phys. Rev. D*, 2001, 65, 022002.
- [3.36] J. Harms, Y. B. Chen, S. Chelkowski, A. Franzen, H. Vahlbruch, K. Danzmann, and R. Schnabel, Squeezed-input, optical-spring, signal-recycled gravitational-wave detectors. *Phys. Rev. D*, 2003, 68, 042001.
- [3.37] F.Y. Khalili, Optimal configurations of filter cavity in future gravitational-wave detectors. *Phys. Rev. D*, 2010, 81, 122002.
- [3.38] M. Evans, L. Barsotti, P. Kwee, J. Harms, and H. Miao, Realistic filter cavities for advanced gravitational wave detectors. *Phys. Rev. D*, 2013, 88, 022002.
- [3.39] S. Chelkowski, H. Vahlbruch, B. Hage, A. Franzen, N. Lastzka, K. Danzmann, and

R. Schnabel, Experimental characterization of frequency-dependent squeezed light. *Phys. Rev. A*, 2005, 71, 013806.

[3.40] E. Oelker, T. Isogai, J. Miller, M. Tse, L. Barsotti, N. Mavalvala, and M. Evans, Audio-band frequency-dependent squeezing for gravitational-wave detectors. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 116, 041102.

[3.41] P. Kwee, J. Miller, T. Isogai, L. Barsotti, and M. Evans, Decoherence and degradation of squeezed states in quantum filter cavities. *Phys. Rev. D*, 2014, 90, 062006.

[3.42] E. Capocasa, M. Barsuglia, J. Degallaix, L. Pinard, N. Straniero, R. Schnabel, K. Somiya, Y. Aso, D. Tatsumi, and R. Flaminio, Estimation of losses in a 300 m filter cavity and quantum noise reduction in the KAGRA gravitational-wave detector. *Phys. Rev. D*, 2016, 93, 082004.

[3.43] Y. Q. Ma, H. X. Miao, B. H. Pang, M. Evans, C. N. Zhao, J. Harms, R. Schnabel, and Y. B. Chen, Proposal for Gravitational-Wave Detection Beyond the Standard Quantum Limit via EPR Entanglement. *ArXiv: 1612.06934v1*, 2016.

第四章 用可控边带注入的方法实现压缩态的重构

4.1 引言

在量子力学中,单个体系的量子态都不能被精确测量,因为任何的测量过程都会造成量子态的坍塌。**Wigner**函数^[4.1]是与量子态一一对应的准概率分布函数,它包含了量子态在整个相空间演化的全部信息。虽然**Wigner**函数也不能被直接测量,但是通过对全同量子态做多次重复测量,可以重构各种量子态的**Wigner**函数,进而实现对相应量子态的间接测量。因此重构量子态的**Wigner**函数对研究量子体系随时间的演化有着重要的意义。另外,由于**Wigner**函数是一个准概率分布函数,其数值可以为正,也可以为负,因此**Wigner**函数的取值可以作为区分经典态和非经典态的标准。

4.2 研究现状

4.2.1 量子态重构的理论研究

量子态重构的理论研究开始于1957年, U. Fano^[4.2]首次提出了重构量子态的可能性,但在之后的30年内,该领域一直没有实质性的进展。直到1987年, J. Bertrand首次提出了量子层析术的概念^[4.3],并将其应用于量子态**Wigner**函数的重构。1989年, K. Vogel通过测量量子态各正交分量的概率分布,重构出了量子态的准概率分布函数^[4.4]。1994年, G. M. D'Ariano将光学零拍层析术应用于电磁场密度矩阵的测量,并利用计算机重构了相干态和压缩真空态的密度矩阵^[4.5]。1996年, S. Wallentowitz用光子计数统计的方法得到了量子态的全部信息,进而模拟出了相干态的**Wigner**函数^[4.6]。随后,人们也分别用原子偏转技术^[4.7]、非线性原子零拍探测法^[4.8]和量子态内窥法^[4.9]实现了腔内电磁场的**Wigner**函数重构。

4.2.2 准经典量子态的重构

量子态重构的实验研究开始于1993年, D. T. Smithey首次利用光学零拍层析法重构了相干态的波函数在振幅和位相方向上的投影,并得到了不同幅度的相干态的光子数分布^[4.10]。1996年, S. Schiller等人将光学零拍层析法应用于压缩态的重构,并得到了压缩真空态在光子数表象中的密度矩阵^[4.11]。次年, G. Breitenbach用同样的方法重构出了相干态、位相压缩态、振幅压缩态和压缩真空态的**Wigner**函数,以及他们在光子数表象中的密度矩阵^[4.12]。1999年, K. Banaszek等人利用光子计数技术首次在实验上重构了真空态和相干态的**Wigner**函数^[4.13]。最近, V. D'Auria等人用光学零拍层析法实现了双模压缩真空态的重构^[4.14]。

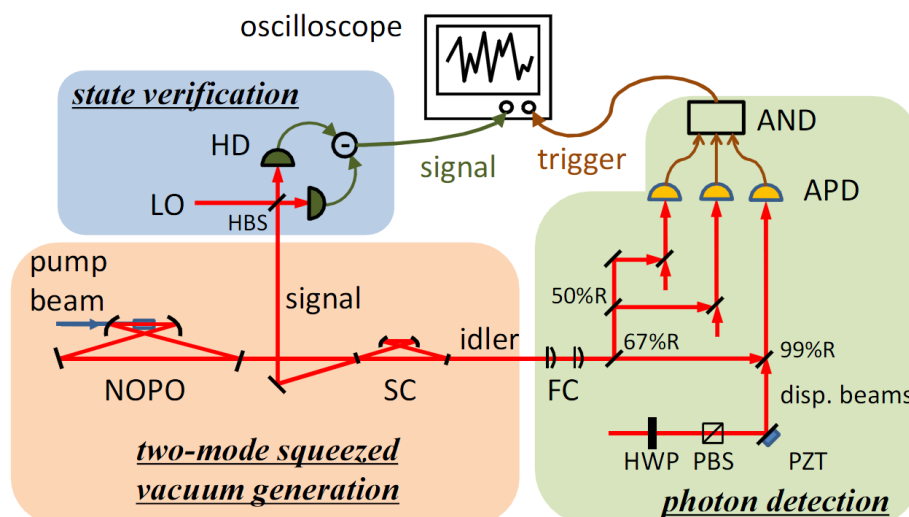


图4.1 多光子Fock态重构光路图

4.2.3 非经典量子态的重构

同时，人们也积极开展了非经典态的重构。1996年，D. Leibfried等人重构了束缚离子运动量子态的密度矩阵和Wigner函数，首次获得了取负值的Wigner函数^[4.15]。2001年，A. I. Lvovsky等人用脉冲非简并光学参量放大器产生了单光子Fock态 $|1\rangle$ ，并利用相位随机的脉冲光学零拍层析法重构了其密度矩阵和Wigner函数，从而在相空间原点附近观察到了单光子态的非经典特性^[4.16]。类似的产生和测量方法很快被应用于双光子Fock态^[4.17]和三光子Fock态^[4.18]Wigner函数的重构。同年，日本的Furusawa小组将连续的激光注入非简并光学参量振荡器，如图4.1所示，并用光学零拍层析法重构了三光子Fock态的密度矩阵和Wigner函数^[4.19]。

4.2.4 产生算符和湮灭算符的实验实现

将光场的产生算符和湮灭算符作用于已产生的光场量子态后，可以得到全新的量子态，其性质与原量子态差异很大。在实验中，光场的产生算符可以通过非线性晶体中的自发参量下转换实现，而通过一个低反射率的分束镜和单光子探测器可以实现光场的湮灭算符。2006年，P. Grangier小组成功地将湮灭算符作用于压缩真空态，实现了薛定谔小猫态的制备^[4.20]，并用脉冲零拍层析法重构了薛定谔猫态的Wigner函数。次年，K. Wakui将连续激光注入简并光学参量振荡器，并用类似的方法制备和重构出连续的薛定谔小猫态^[4.21]。图4.2所示为用平衡零拍层析法重构出的薛定谔猫态的Wigner函数，插图为其在相空间的投影。

2013年，A. I. Lvovsky小组将产生算符和湮灭算符作用于相干态，并用光学零拍层析法重构出了量子态在光子数表象中密度矩阵的变化^[4.22]。由于相干态是光场湮灭算符的本征态，因此将湮灭算符作用于相干态后，输出光场仍然是一个相干态。但将

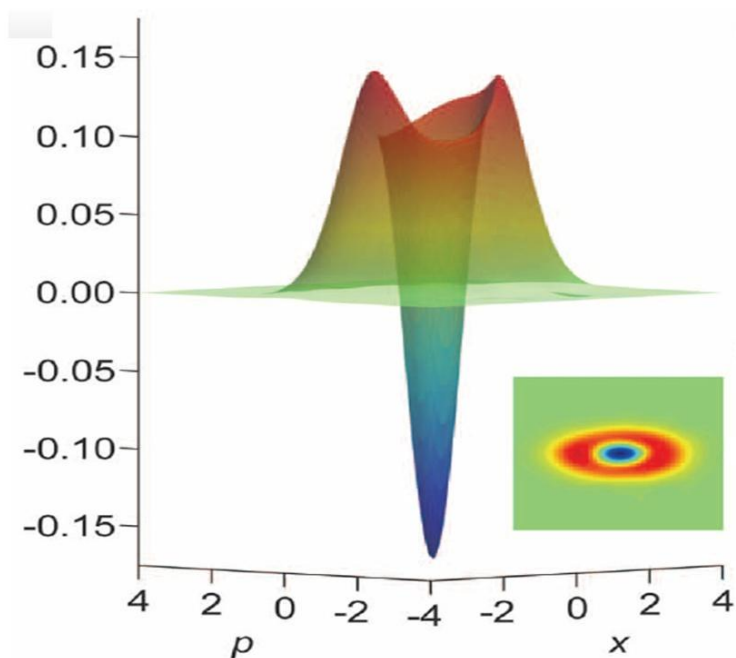


图4.2 薛定谔猫态的重构

光场的产生算符作用于相干态后，会得到介于单光子Fock态和相干态之间的独特的量子态^[4.23]。当相干态幅度为0，即为真空态时，经过产生算符的作用，输出态为单光子Fock态，其Wigner函数在原点附近取负值(如图4.3(A))。若相干态的幅度较小，则随着相干态幅度的增加，输出量子态的Wigner函数在原点附近的取值逐渐接近于0(如图4.3(B)和(C))。当相干态的幅度达到临界值的时候，输出量子态的非经典性质消失(如图4.3(D))。2004年，A. Zavatta等人用产生算符和不同幅度的相干态相互作用后，利用光学零拍层析法重构出了输出量子态的Wigner函数，从而实现了非经典态到经典态的过渡^[4.24]。

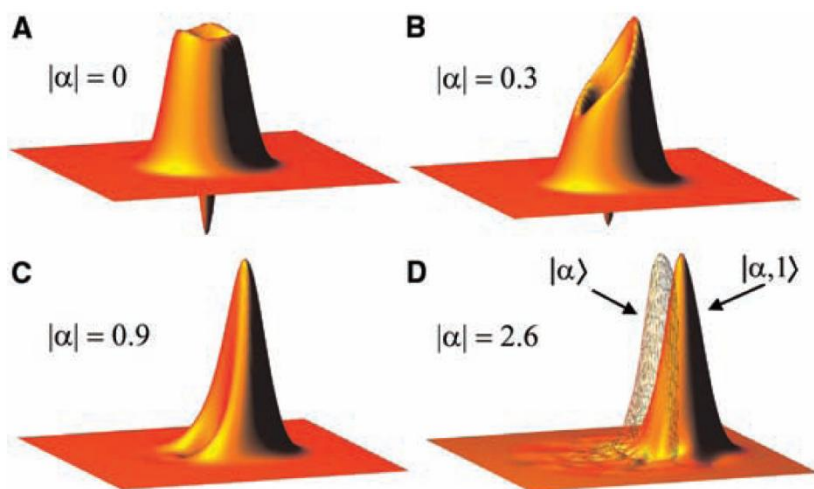


图4.3 产生算符与相干态作用后输出态的Wigner函数

4.3 理论分析

4.3.1 平衡零拍探测

量子态的振幅和位相是一对非对易的可观测物理量，因此无法被同时精确测量。用一个光电探测器可以很容易的得到量子态的振幅信息，但同时丢失了量子态的位相信息。1983年，H. P. Yuen首次提出了平衡零拍探测的方案^[4.25]，即将信号光和一束同频率的本振光在一个50/50分束镜耦合后，用两个平衡探测器分别测量分束镜的输出场，将得到的交流信号用减法器相减后，得到最终的输出信号。通过扫描本振光和信号光的相对位相，我们不仅可以得到光场正交振幅和正交位相的信息，而且还可以得到任意正交分量的信息。因此，通过平衡零拍探测的方法多次测量该量子态，我们可以得到任意正交分量的概率分布，进而得到量子态在整个相空间的准概率分布，即Wigner函数。

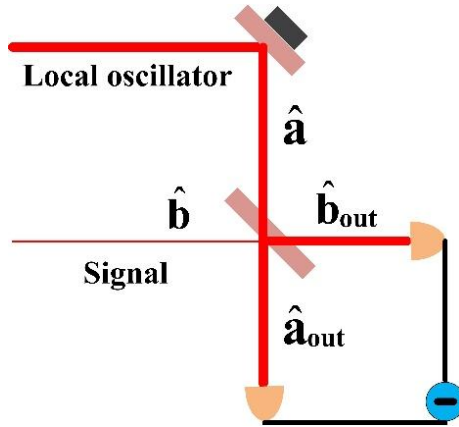


图4.4 理论方案

如图4.4所示，为了重构信号光的Wigner函数，我们将信号光与一束同频率的本振光在50/50分束镜耦合，得到的输出场分别为

$$\begin{aligned}\hat{a}_{out} &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\hat{a}e^{i\theta} + \hat{b}] \\ \hat{b}_{out} &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\hat{a}e^{i\theta} - \hat{b}]\end{aligned}\quad (4.1)$$

其中， θ 为双本振光与信号光之间的相对位相。两个平衡零拍探测器探测到的光电流信号为

$$\begin{aligned}\hat{I}_a &= \hat{a}_{out}^\dagger \hat{a}_{out} = \frac{1}{2}[\hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{b}^\dagger \hat{b} + \hat{a}^\dagger \hat{b}e^{-i\theta} + \hat{b}^\dagger \hat{a}e^{i\theta}] \\ \hat{I}_b &= \hat{b}_{out}^\dagger \hat{b}_{out} = \frac{1}{2}[\hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{b}^\dagger \hat{b} - \hat{a}^\dagger \hat{b}e^{-i\theta} - \hat{b}^\dagger \hat{a}e^{i\theta}]\end{aligned}\quad (4.2)$$

经过减法器相减后，最终输出信号为

$$\hat{I}_- = \hat{I}_a - \hat{I}_b = \hat{a}^\dagger \hat{b}e^{-i\theta} + \hat{b}^\dagger \hat{a}e^{i\theta}\quad (4.3)$$

对上式作线性化处理，即令 $\hat{a} = \alpha + \delta\hat{a}$, $\hat{b} = \beta + \delta\hat{b}$ ，则可得减法器输出的光电流起伏为

$$\delta\hat{I}_- = \alpha(\delta\hat{b}e^{-i\theta} + \delta\hat{b}^\dagger e^{i\theta}) \quad (4.4)$$

上式中，我们已假设本振光幅度远大于信号光幅度 $\alpha \gg \beta \approx 0$ 。当 $\theta = 0$ 时，上式可化简为 $\delta\hat{I}_- = \alpha\delta\hat{X}_b$ ，即此时得到的光电流表示信号光振幅分量量子起伏；当 $\theta = \pi/2$ 时， $\delta\hat{I}_- = \alpha\delta\hat{Y}_b$ ，我们可以得到信号光位相分量量子起伏。而当 $0 < \theta < \pi/2$ 时，我们可以得到信号光的振幅与位相叠加分量量子起伏。因此，通过改变本振光与信号光的相对位相 θ ，我们可以得到信号光任意正交分量量子起伏，进而通过数据处理后得到重构出的 Wigner 函数。

4.3.2 光学参量放大器对于单边带输入场的作用

在用光学零拍层析法重构压缩态的实验中，需要将一束经过相位调制的基频光注入光学参量放大器，作为参量转换的信号光。基频光经过频率为 Ω 的相位调制后，输出场除了载频 $\hat{b}^{in}(\omega_0)$ 外，还有两个对称的边带 $\hat{b}_{\pm}^{in}(\omega_0 \pm \Omega)$ 。在分析频率 Ω 处，输入光场的正交振幅和正交位相为

$$\begin{aligned} \hat{X}^{in}(\Omega) &= \hat{b}_-^{in}(\omega_0 - \Omega) + \hat{b}_+^{in\dagger}(\omega_0 + \Omega) \\ \hat{Y}^{in}(\Omega) &= -i[\hat{b}_-^{in}(\omega_0 - \Omega) - \hat{b}_+^{in\dagger}(\omega_0 + \Omega)] \end{aligned} \quad (4.5)$$

当基频光单边带 $\hat{b}_-^{in}(\omega_0 - \Omega)$ 作为参量转换的信号光时，即 $\langle \hat{b}_-^{in}(\omega_0 - \Omega) \rangle = \beta_-$, $\langle \hat{b}_+^{in}(\omega_0 + \Omega) \rangle = 0$ 。通过光学参量放大器的作用后，输出场的正交振幅和正交位相可以表示为

$$\begin{pmatrix} \hat{X}^{out}(\Omega) \\ \hat{Y}^{out}(\Omega) \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \hat{X}^{in}(\Omega) \\ \hat{Y}^{in}(\Omega) \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

$$M = \begin{pmatrix} \cosh(r) + \sinh(r) \cos(2\phi) & \sinh(r) \sin(2\phi) \\ \sinh(r) \sin(2\phi) & \cosh(r) - \sinh(r) \cos(2\phi) \end{pmatrix}$$

对上式作线性化处理，即令 $\hat{b}_-^{in}(\omega_0 - \Omega) = \beta_- + \delta\hat{b}_-^{in}(\omega_0 - \Omega)$, $\hat{b}_+^{in}(\omega_0 + \Omega) = \delta\hat{b}_+^{in}(\omega_0 + \Omega)$ 。我们可以分别得到输出场正交分量的平均值和量子起伏与输入场的依赖关系。

(1) 输出场正交振幅分量和正交位相分量的平均值可以分别表示为

$$\begin{aligned} \langle \hat{X}^{out}(\Omega) \rangle &= -i\beta_- \sinh(r) \sin(2\phi) + \beta_- [\cosh(r) + \sinh(r) \cos(2\phi)] \\ \langle \hat{Y}^{out}(\Omega) \rangle &= \beta_- \sinh(r) \sin(2\phi) - i\beta_- [\cosh(r) - \sinh(r) \cos(2\phi)] \end{aligned} \quad (4.7)$$

通过计算，我们可以得到输出场的两个边带的平均值分别为

$$\begin{aligned}\langle \hat{b}_-^{out}(\omega_0 - \Omega) \rangle &= \frac{1}{2}(\langle \hat{X}^{out}(\Omega) \rangle + i\langle \hat{Y}^{out}(\Omega) \rangle) = \frac{1+g}{2\sqrt{g}}\beta_- = \beta_-^{out} \\ \langle \hat{b}_+^{out}(\omega_0 + \Omega) \rangle &= \frac{1}{2}(\langle \hat{X}^{out}(\Omega) \rangle - i\langle \hat{Y}^{out}(\Omega) \rangle) = \frac{g-1}{2\sqrt{g}}\beta_- e^{-2\phi} = \beta_+^{out}\end{aligned}\quad (4.8)$$

其中, $g = \exp(r)$ 。显然, 输出场包含基频光两侧对称的两个边带 $\hat{b}_\pm^{out}(\omega_0 \pm \Omega)$, 且边带 $\hat{b}_+^{out}(\omega_0 + \Omega)$ 的平均值不仅依赖于输入场 $\hat{b}_-^{in}(\omega_0 - \Omega)$ 的平均值 β_- , 而且依赖于参量转换的增益 g 和压缩角 ϕ 。

(2) 由于输入信号场的量子起伏为 $\langle \delta^2 \hat{X}^{in}(\Omega) \rangle = \langle \delta^2 \hat{Y}^{in}(\Omega) \rangle = 1$, 则输出场的量子起伏可以表示为

$$\begin{aligned}\langle \delta^2 \hat{X}^{out}(\Omega) \rangle &= [\cosh(r) + \sinh(r) \cos(2\phi)]^2 + [\sinh(r) \sin(2\phi)]^2 \\ \langle \delta^2 \hat{Y}^{out}(\Omega) \rangle &= [\cosh(r) - \sinh(r) \cos(2\phi)]^2 + [\sinh(r) \sin(2\phi)]^2\end{aligned}\quad (4.9)$$

当 $\phi = 0$ 时, 上式可以化简为 $\langle \delta^2 \hat{X}^{out}(\Omega) \rangle = \exp(2r)$, $\langle \delta^2 \hat{Y}^{out}(\Omega) \rangle = \exp(-2r)$ 即经过参量转换后, 输入信号场的正交振幅分量量子噪声被放大, 而正交位相分量量子噪声被压缩。当 $\phi = \pi/2$ 时, 上式可以化简为 $\langle \delta^2 \hat{X}^{out}(\Omega) \rangle = \exp(-2r)$, $\langle \delta^2 \hat{Y}^{out}(\Omega) \rangle = \exp(2r)$, 即经过参量转换后, 输入信号场的正交振幅分量量子噪声被压缩, 而正交位相分量量子噪声被放大。

4.3.3 探测机制

我们考虑将分别将基频光边带 $\hat{b}_-^{in}(\omega_0 - \Omega_1)$, $\hat{b}_+^{in}(\omega_0 + \Omega_2)$ 注入光学参量放大器, 然后将各自的输出场与频率为 ω_0 的强本振光输入平衡零拍探测系统, 进而得到减法器输出的光电流信号。

(1) 当单边带 $\hat{b}_-^{in}(\omega_0 - \Omega_1)$ 作为参量转换的信号光时, 光学参量放大器的输出场可以表示为 $\hat{b} = \hat{b}_{i1}^{out} e^{-i(\omega_0 + \Omega_1)t} + \hat{b}_{s1}^{out} e^{-i(\omega_0 - \Omega_1)t}$ 。则分析频率 $\Omega_0 = \Omega_1$ 处减法器输出的光电流为

$$\begin{aligned}\hat{I}_{-1}(\Omega_0) &= \alpha(\beta_{s1}^{out} + \beta_{i1}^{out}) \cos \theta + \alpha[\delta \hat{X}_{s1}^{out}(-\Omega_0) + \delta \hat{X}_{i1}^{out}(\Omega_0)] \cos \theta \\ &\quad + \alpha[\delta \hat{Y}_{s1}^{out}(-\Omega_0) + \delta \hat{Y}_{i1}^{out}(\Omega_0)] \sin \theta \\ &= \alpha[\beta_{s1}^{in} e^{\pm r} \cos \theta + \delta \hat{X}^{in}(\Omega_0) e^{\pm r} \cos \theta + \delta \hat{Y}^{in}(\Omega_0) e^{\mp r} \sin \theta]\end{aligned}\quad (4.10)$$

(2) 当单边带 $\hat{b}_+^{in}(\omega_0 + \Omega_2)$ 作为参量转换的信号光时, 光学参量放大器的输出场可以表示为 $\hat{b} = \hat{b}_{s2}^{out} e^{-i(\omega_0 + \Omega_2)t} + \hat{b}_{i2}^{out} e^{-i(\omega_0 - \Omega_2)t}$ 。分析频率 $\Omega_0 = \Omega_2 - \Delta\Omega$ 处减法器输出的光电流为

$$\hat{I}_{-2}(\Omega_0) = \alpha \left[\begin{aligned} &\pm \frac{g-1}{2\sqrt{g}} \beta_{s2}^{in} \cos(\theta + \Delta\Omega t) + \frac{g+1}{2\sqrt{g}} \beta_{s2}^{in} \cos(\theta - \Delta\Omega t) \\ &+ \delta \hat{X}^{in}(\Omega) e^{\pm r} \cos \theta + \delta \hat{Y}^{in}(\Omega) e^{\mp r} \sin \theta \end{aligned} \right]\quad (4.11)$$

(3) 当非对称的边带 $\hat{b}_-^{in}(\omega_0 - \Omega_1)$ 和 $\hat{b}_+^{in}(\omega_0 + \Omega_2)$ 同时以相同的功率注入光学参量放大器时, 分析频率 Ω_0 处减法器输出的光电流为

$$\hat{I}_{-3}(\Omega_0) = \hat{I}_{-1}(\Omega_0) + \hat{I}_{-2}(\Omega_0) \quad (4.12)$$

当 $\Delta\Omega = 0$ 时，即双对称边带注入光学参量放大器时，该方案等价于传统的光学零拍层析法。

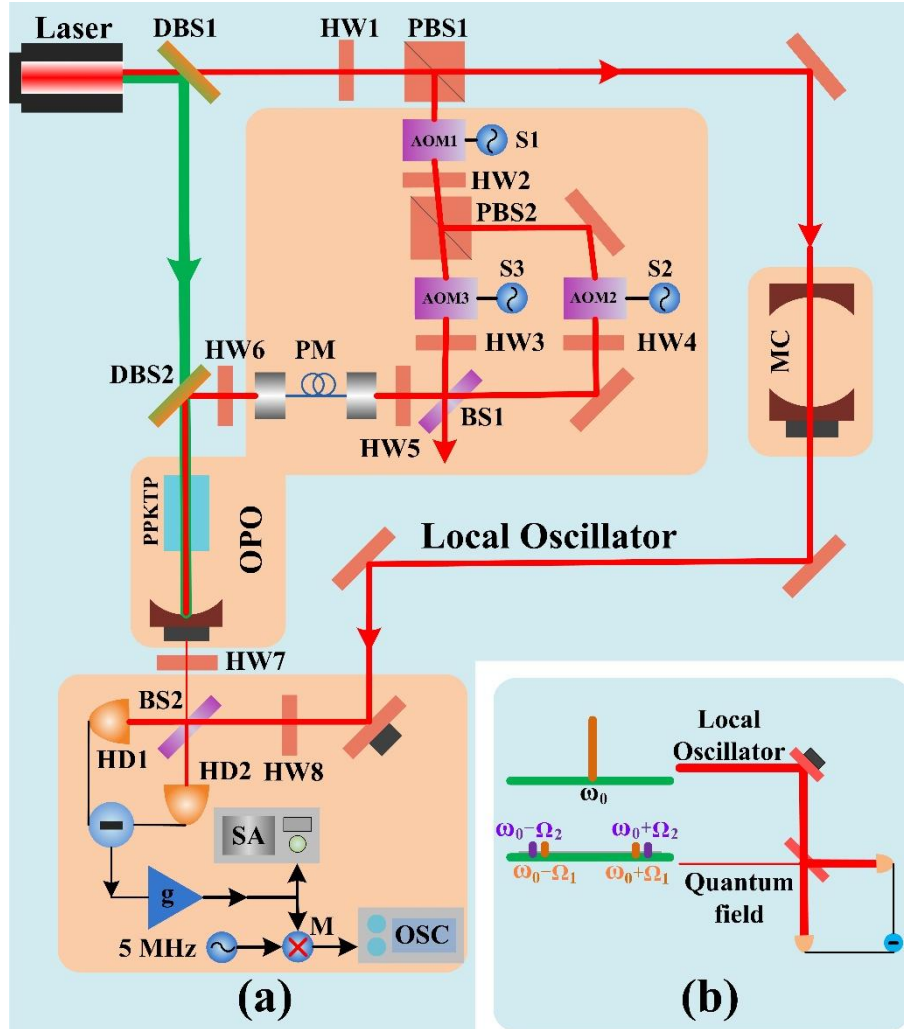


图4.5 实验装置

4.4 实验装置

实验装置如图4.5所示，主要分为四大部分：双边带产生装置、光学参量放大器、模式清洁器和平衡零拍探测系统。双边带产生装置与第二章类似，先用一个声光调制器将基频光频率下移-110 MHz，然后用两个声光调制器将光频率分别上移105 MHz和115 MHz，进而通过三个声光调制器的组合产生基频光两侧对称的±5 MHz边带。另外，通过改变AOM3的调制频率，我们可以产生基频光两侧非对称的两个边带。例如，实验中我们将AOM3的调制频率变为115.0001 MHz，进而得到了基频光的-5 MHz和5.0001 MHz两个非对称边带。

光学参量放大器(OPA)的参数设置与前文相同,仍然采用由PPKTP晶体和输出耦合镜组成的半整体腔。与前文不同的是,输入光学参量放大器的信号光为我们产生的双边带。通过控制注入OPA的边带数量及频率,我们分别实现了压缩态光场的重构。

模式清洁器(MC)的引入一方面可以改善光束的空间模式,进而保证本振光和压缩态光场有较高的干涉效率。另一方面,模式清洁器可以作为低通滤波器,降低激光的强度噪声,使其在较低的频率处达到散粒噪声基准。本文中的MC采用共心腔设计,输入耦合镜和输出耦合镜均采用透射率为1%,曲率半径为30 mm的平凹镜。在此腔型设计下,模式清洁器的腔长和自由光谱区分别为60 mm和2.5 GHz,精细度和线宽分别为250和10 MHz。MC腔长的锁定是通过Pound-Drever-Hall (PDH)技术实现的,其误差信号是通过解调反射场与内部12 MHz本振信号而获得的。为了提高MC的稳定性,以便于获得稳定输出的本振光,我们将一个空心的殷钢圆柱体作为MC的腔体(如图4.6所示),其外径和内径分别为40 mm和22 mm。输入耦合镜固定在腔体的前端面,输出耦合镜与压电陶瓷侧固定在另一个与腔体高度密合的、可以在腔体内移动的直径为22 mm的殷钢圆柱体上。

平衡零拍探测系统由一个50/50分束镜、一对平衡探测器和一个减法器组成。减法器输出的光电流信号分为两部分,一部分输入频谱分析仪(HP8590),用于观测压缩态光场在频域的压缩度。另一部分与信号源输出的5 MHz信号混频、滤波后,直接用示波器观测压缩态光场在时域的噪声分布。

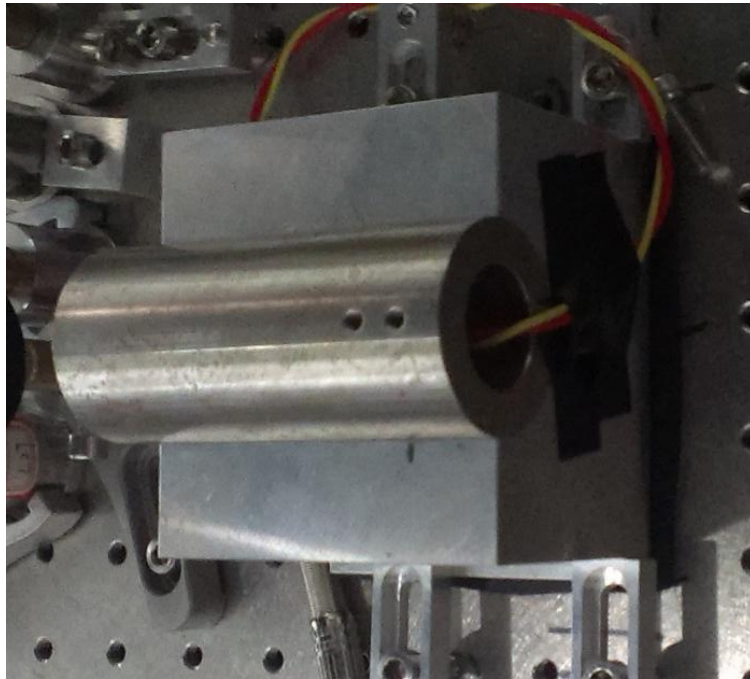


图 4.6 模式清洁器实物图

4.5 实验结果

4.5.1 光学参量放大器的参量转换

我们首先测量光学参量放大器输出场的增益曲线，进而直观地描述其参量转换过程。调节泵浦光的输入功率为30 mW，对应于输出的红外光场功率被放大4倍。用反射的泵浦场将光学参量放大器腔长锁定在共振位置，调节PPKTP晶体的温度至最佳位相匹配，则可以用示波器观察到参量转换过程。图4.7所示为扫描输入信号场与泵浦场的相对位相 ϕ ，将5 MHz单边带(绿线)和 ± 5 MHz双对称边带(红线)注入光学参量放大器测得的增益曲线。(1)当信号光为单边带时，光学参量放大器展现非相敏特性，输出场功率为定值。这是因为通过参量下转换过程，OPA将 ± 5 MHz双对称边带同时放大，这对应于偏振简并、频率非简并的光学参量放大器(NOPA)。(2)当信号光为双对称边带时，光学参量放大器展现相敏特性，其输出场的功率随着相对位相 ϕ 的扫描而周期性变化。当 $\phi = 0$ 时，对应于红色曲线的最大值，此时OPA将 ± 5 MHz双对称边带同时放大，输出场的正交位相分量量子噪声被压缩到散粒噪声基准以下。当 $\phi = \pi/2$ 时，对应于红色曲线的最小值，此时OPA将 ± 5 MHz双对称边带同时缩小，输出场的正交振幅分量量子噪声被压缩到散粒噪声基准以下。显然，将双对称边带同时注入光学参量放大器，测得的增益曲线与基频光注入OPA的增益曲线完全一致，即此时的OPA是一个简并光学参量放大器。

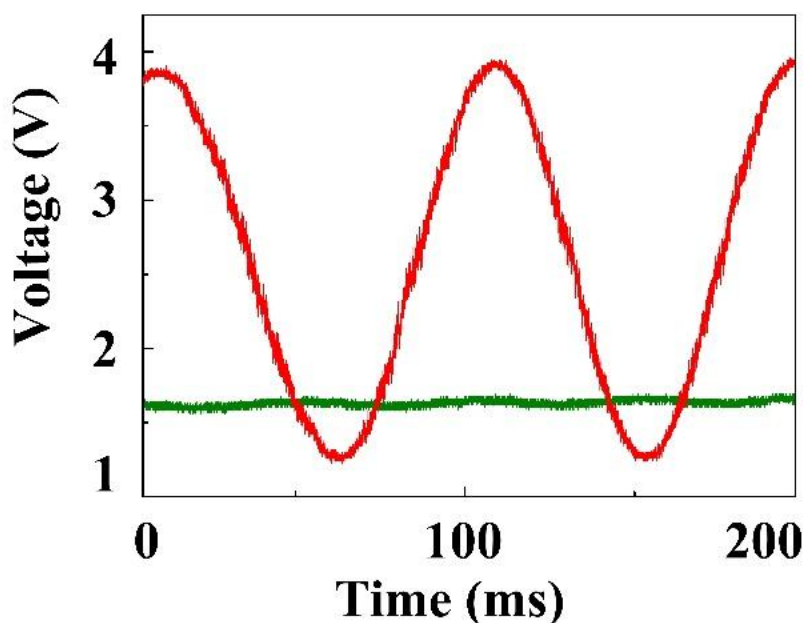


图 4.7 增益曲线

4.5.2 压缩态在频域的噪声特性

我们用谱仪测量了光学参量放大器输出的压缩态光场在频域的噪声功率谱。图4.8(a)为挡住所有注入OPA的信号场，测得的压缩真空态在分析频率为5 MHz处的噪声功率谱。图中，黑线表示散粒噪声基准，即挡住压缩真空态后测得的噪声谱；红线为扫描本振光与压缩真空态的相对位相 θ ，测得的压缩真空态的各正交分量量子起伏。显然，我们获得的压缩真空态的压缩度为3.4 dB，反压缩分量量子噪声高于散粒噪声基准9.3 dB。测量过程中，谱仪的分辨率带宽和视频带宽分别为300 kHz和300 Hz。当双对称边带注入光学参量放大器时，我们测量了分析频率为3-11MHz范围内明亮压缩光的噪声谱(如图4.8(b)所示)。黑线为散粒噪声基准；红线为明亮压缩光压缩分量量子噪声；蓝线为反压缩分量量子噪声。显然，压缩分量和反压缩分量都携带着5 MHz的调制信号，其源于放大的信号场与本振光的拍频信号。

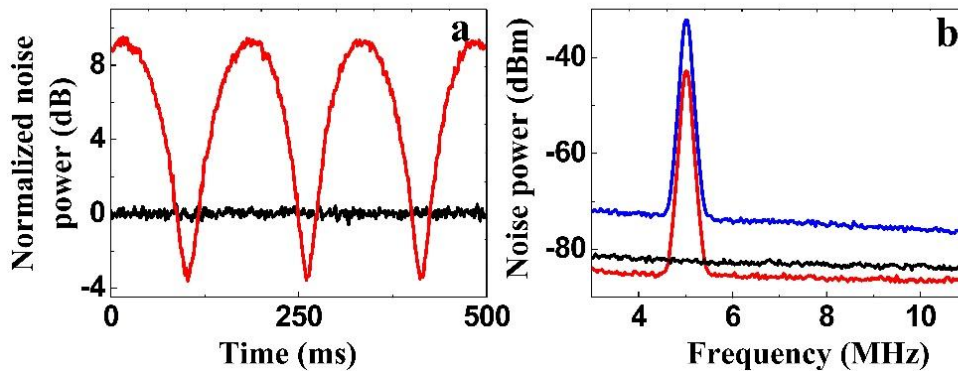


图4.8 压缩光在频域的噪声谱

4.5.3 真空态和压缩真空态的重构

挡住注入光学参量放大器的信号场，图4.9为测得的真空态(a)和压缩真空态(b)在时域的噪声特性。随着本振光与压缩真空态(真空态)的相对位相 θ 的周期性扫描，我们测得了压缩真空态(真空态)任意正交分量的量子噪声。

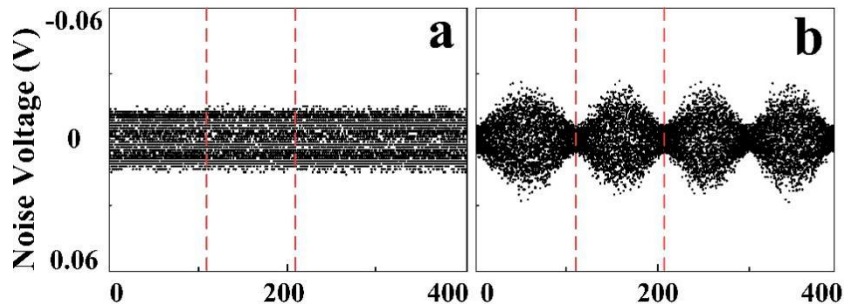


图4.9 真空态和压缩真空态在时域的量子噪声

为了实现真空态和压缩真空态Wigner函数的重构，我们只需在图4.9中截取一个周期内的量子噪声(红色虚线之间)，将其等分为100份，则每一份对应于 $\Delta\theta = \pi/100$ 的相位区间。然后将各个相位区间内的电压分为100份，并通过统计所有的数据点，得到量子态在该相位区间内的边缘分布。最后，将我们得到的100个不同相位区间的边缘分布用Labview程序作逆Randon变换，即可重构出量子态的Wigner函数。图4.10分别为重构出的真空态(a)和压缩真空态(b)的Wigner函数。显然，真空态和压缩真空态在相空间中都取非负值，且两者的噪声分布都在原点附近。真空态的任意分量量子噪声均相等，其在相空间的投影为圆形。压缩真空态的某一正交分量量子噪声被压缩，而其共轭分量量子噪声被放大，因此其在相空间的投影为椭圆形。

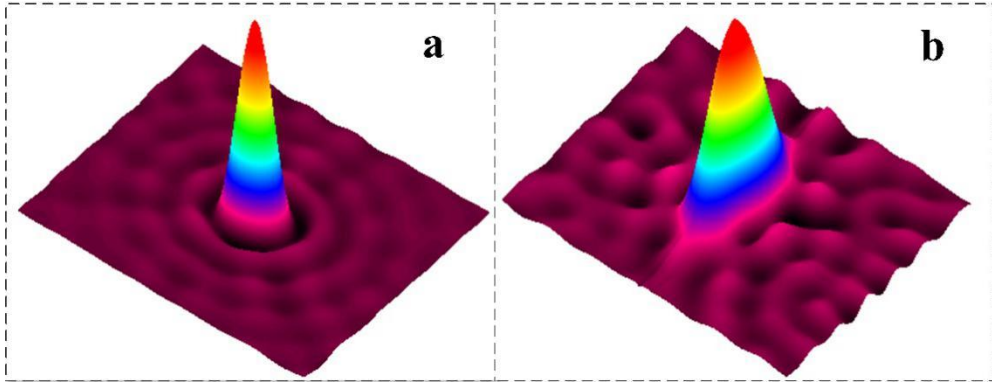


图 4.10 真空态和压缩真空态 Wigner 函数的重构

4.5.4 相干态和明亮压缩光在时域的量子噪声

我们先将单边带信号场注入光学参量放大器，且固定解调频率为 $\Omega_0 = 5$ MHz后，测量OPA输出场的噪声分布(如图4.11)。图中，(a)和(e)分别表示注入光学参量放大器的信号光在边带表象中的示意图，实验中 $\Omega_1 = 5$ MHz， $\Omega_2 = 5.0001$ MHz。图(b-d)为将-5 MHz边带注入光学参量放大器后，测得的输出场在时域的噪声分布，对应于探测机制中的方案一。图(b)为挡住泵浦光后，测得的相干态的噪声分布，其相干幅度正比于 β_{s1}^{in} ，噪声起伏等同于真空态的涨落幅度。图(c)为当泵浦光与输入信号光的相对位相为 $\pi/2$ ，即OPA工作在参量反放大状态时，测得的振幅压缩态的噪声分布。此时，OPA输出的信号场和闲置场的位相差近似为 π ，因此得到的振幅压缩光的平均幅度正比于 $|\beta_{s1}^{out}| - |\beta_{i1}^{out}| = e^{-r} \beta_{s1}^{in} < \beta_{s1}^{in}$ 。同时，当本振光与振幅压缩态的相对位相为 $\theta = \pm n\pi (n=0,1,2,\dots)$ 时，由于关联噪声起伏 $|\delta X_{s1}^{out}(-\Omega_0) + \delta X_{i1}^{out}(\Omega_0)| \simeq e^{-r} < 1$ ，因此振幅压缩光的噪声起伏要小于真空涨落。但当本振光与振幅压缩态的相对位相为 $\theta = \pm n\pi + \pi/2 (n=0,1,2,\dots)$ 时，由于关联噪声幅度 $|\delta Y_{s1}^{out}(-\Omega_0) + \delta Y_{i1}^{out}(\Omega_0)| \simeq e^r > 1$ ，因此振幅压缩光的噪声起伏要大于真空涨落。图(d)为当泵浦光与输入信号光

的相对位相为0，即OPA工作在参量放大状态时，测得的位相压缩态的噪声分布。此时，OPA输出的信号场和闲置场的近似同相，因此得到的位相压缩光的平均幅度正比于 $|\beta_{s1}^{out}| + |\beta_{i1}^{out}| = e^r \beta_{s1}^{in} > \beta_{s1}^{in}$ 。值得注意的是，位相压缩光的噪声起伏与图(c)相反，即当本振光与振幅压缩态的相对位相为 $\theta = \pm n\pi (n=0,1,2\cdots)$ 时，关联噪声幅度 $|\delta X_{s1}^{out}(-\Omega_0) + \delta X_{i1}^{out}(\Omega_0)| \approx e^r > 1$ ，而当相对位相为 $\theta = \pm n\pi + \pi/2 (n=0,1,2\cdots)$ 时，关联噪声幅度 $|\delta Y_{s1}^{out}(-\Omega_0) + \delta Y_{i1}^{out}(\Omega_0)| \approx e^{-r} < 1$ 。

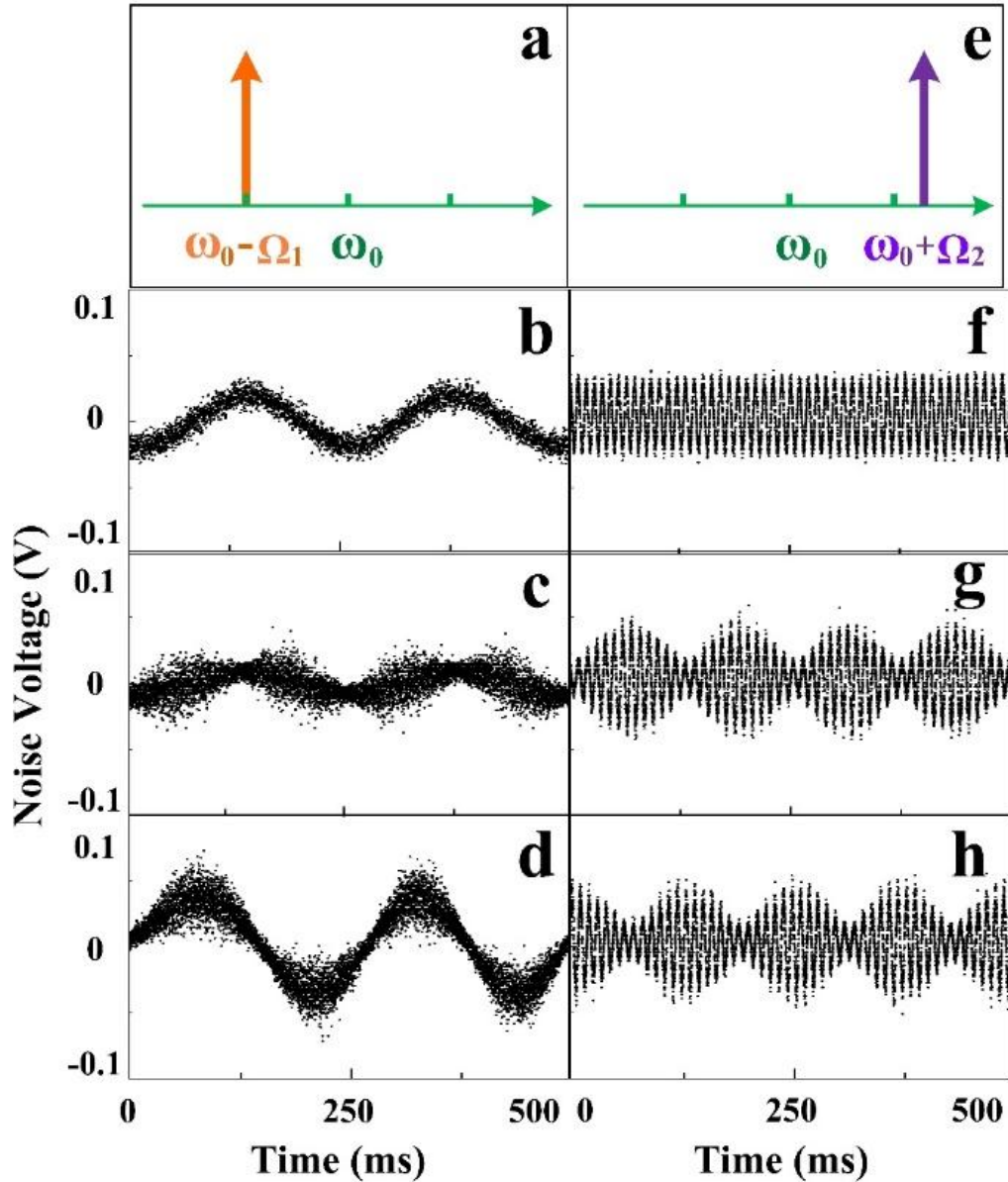


图4.11 单边带注入OPA测得的噪声分布

图4.11(f-h)为将5.0001 MHz边带注入光学参量放大器后，测得的输出场在时域的噪声分布，对应于探测机制中的方案二。图(f)为挡住泵浦光后，测得的相干态在时域的噪声分布。此时探测器输出的信号为本振光和边带场的 $\Omega_0 + \Delta\Omega$ 拍频，与 $\Omega_0 = 5$

MHz本振信号混频、滤波后，我们将得到 $\Delta\Omega = 100$ Hz的拍频。图(g)和(h)均为打开泵浦光，经过OPA的参量转换后，测得的输出场的噪声分布。显然，由于调制频率和解调频率的差异，两者均类似于压缩真空态的噪声起伏。也就是说，我们测得的输出场的噪声分布为压缩真空态和 $\Delta\Omega = 100$ Hz拍频的叠加。图(g)中，输入信号场和泵浦光的相对位相为 $\pi/2$ ，而OPA输出的信号场和闲置场的位相差为 π 。因此当 $\theta = \pm n\pi (n=0,1,2\cdots)$ 时，OPA输出场的相干幅度正比于 e^{-r} 。而当 $\theta = \pm n\pi + \pi/2 (n=0,1,2\cdots)$ 时， $\hat{I}_{-2}(\Omega_0)$ 的相干幅度正比于 e^r 。

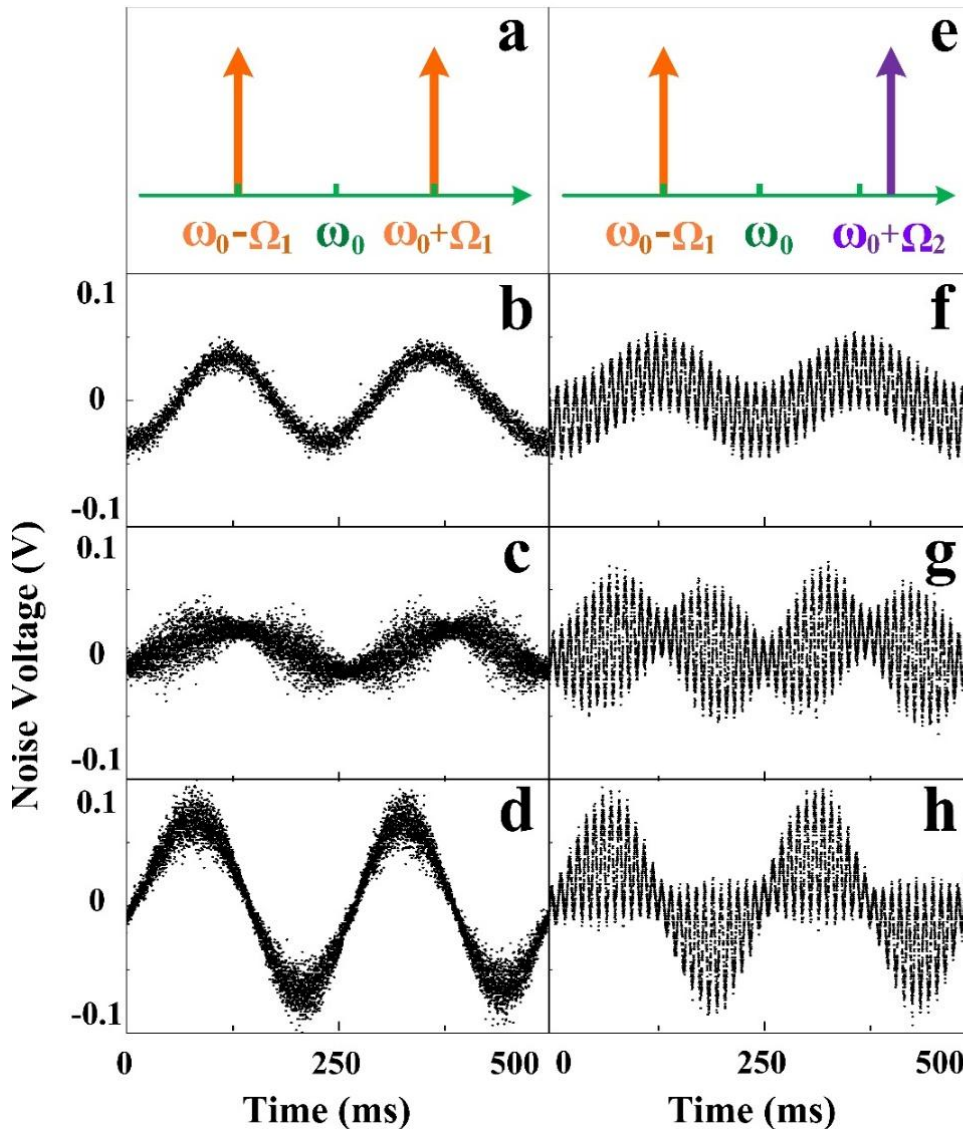


图4.12 双边带注入OPA测得的噪声分布

图4.12(a)和(e)分别表示注入光学参量放大器的信号光在边带表象中的示意图，且 $\Omega_1 = 5$ MHz， $\Omega_2 = 5.0001$ MHz。(b-d)所示为将双对称边带信号光注入光学参量放大器后，我们测得的相干态、振幅压缩态和位相压缩态的噪声分布。这种情况测得的

噪声分布等价于传统的平衡零拍层析法，且得到的量子态的平均幅度均约等于图 4.11(b-d)的两倍。(f-h)表示将非对称双边带 $\Omega_1 = 5 \text{ MHz}$ 和 $\Omega_2 = 5.0001 \text{ MHz}$ 同时注入光学参量放大器，测得的输出场的噪声分布。显然，此时输出场的噪声分布分别为图 4.11(b-d)和图4.11(f-h)的噪声分布之和，即分别在-5 MHz单边带注入OPA得到的相干态、振幅压缩态和相位压缩态上叠加了 $\Delta\Omega = 100 \text{ Hz}$ 的拍频信号。

同理，根据我们前文所述的重构真空态和压缩真空态Wigner函数的方法，我们可以得到相干态、振幅压缩态和位相压缩态在每一个 $\Delta\theta = \pi/100$ 的相位区间内的边缘分布，进而通过逆Randon变换重构出各量子态的Wigner函数。由于本章着重与对比两个不同频率的边带注入OPA后，得到的输出场的不同性质，故在此不再重构各量子态的Wigner函数。

4.6 本章小结

本章先对量子态的 Wigner 函数作了简单的介绍，然后对重构 Wigner 函数的理论和实验进行了简要的总结，概述了不同的量子态重构方法，例如平衡零拍层析法、光子计数法和原子偏转技术等。通过平衡零拍层析法，人们不仅实现了真空态、相干态和压缩态等准经典态的 Wigner 函数重构，而且重构了单光子态、双光子态、三光子态和薛定谔猫态等非经典态的 Wigner 函数。然后，简要分析了利用平衡零拍探测方法实现 Wigner 函数的原理，并对我们提出的方案进行了详细的推导。最后，详细介绍了我们的实验装置，并分别将-5 MHz 单边带、5.0001 MHz 单边带、 $\pm 5 \text{ MHz}$ 双边带和非对称双边带($\Omega_1 = 5 \text{ MHz}$ 和 $\Omega_2 = 5.0001 \text{ MHz}$)注入光学参量放大器，利用平衡零拍探测方法实现了各输出场噪声分布的测量。

参考文献

- [4.1] E. P. Wigner, On the quantum correction for thermodynamic equilibrium. *Phys. Rev.*, 1932, 40, 749.
- [4.2] U. Fano, Description of states in quantum mechanics by density matrix and operator techniques. *Rev. Mod. Phys.*, 1957, 29, 74-93.
- [4.3] J. Bertrand, and P. Bertrand, A tomographic approach to Wigner's function. *Foundations of Physics*, 1987, 17, 397-405.
- [4.4] K. Vogel, and H. Risken, Determination of quasiprobability distributions in terms of probability distributions for the rotated quadrature phase. *Phys. Rev. A*, 1989, 40, 2847-2849.
- [4.5] G. M. D'Ariano, C. Macchiavello, and M. G. A. Pans, Detection of the density matrix through optical homodyne tomography without filtered back projection. *Phys. Rev. A*, 1994, 50, 4298-4302.
- [4.6] S. Wallentowitz, and W. Vogel, Unbalanced homodyning for quantum state measurements. *Phys. Rev. A*, 1996, 53, 4528-4533.
- [4.7] L. G. Lutterbach, and L. Davidovich, Method for direct measurement of the wigner function in cavity QED and Ion traps. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, 78, 2547-2550.
- [4.8] M. Wilkens, and P. Meystre, Nonlinear atomic homodyne detection: A technique to detect macroscopic superpositions in a micromaser. *Phys. Rev. A*, 1991, 43, 3832-3835.
- [4.9] P. J. Bardroff, E. Mayr, and W. P. Schleich, Quantum state endoscopy: measurement of the quantum state in a cavity. *Phys. Rev. A*, 1995, 51, 4963-4966.
- [4.10] D. T. Smithey, M. Beck, J. Cooper, and M. G. Raymer, Measurement of number-phase uncertainty relations of optical fields. *Phys. Rev. A*, 1993, 48, 3159-3167.
- [4.11] S. Schiller, G. Breitenbach, S. F. Pereira, T. Müller, and J. Mlynek, Quantum statistics of the squeezed vacuum by measurement of the density matrix in the number state representation. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, 77, 2933-2936.
- [4.12] G. Breitenbach, S. Schiller, and J. Mlynek, Measurement of the quantum states of squeezed light. *Nature*, 1997, 387, 471-475.
- [4.13] K. Banaszek, C. Radzewicz, and K. Wódkiewicz, Direct measurement of the Wigner function by photon counting. *Phys. Rev. A*, 1999, 60, 674-677.
- [4.14] V. D'Auria, S. Fornaro, A. Porzio, S. Solimeno, S. Olivares, and M. G. A. Paris, Full

- characterization of gaussian bipartite entangled states by a single homodyne detector. *Phys. Rev. Lett.*, 2009, 102, 020502.
- [4.15] D. Leibfried, D. M. Meekhof, B. E. King, C. Monroe, W. M. Itano, and D. J. Wineland, Experimental Determination of the Motional Quantum State of a Trapped Atom. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, 77, 4281-4285.
- [4.16] A. I. Lvovsky, H. Hansen, T. Aichele, O. Benson, J. Mlynek, and S. Schiller, Quantum state reconstruction of the single-photon Fock state. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, 87, 050402.
- [4.17] A. Ourjoumtsev, R. Tualle-Brouri, and P. Grangier, Quantum homodyne tomography of a two-photon Fock state. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, 96, 213601.
- [4.18] M. Cooper, L. J. Wright, C. Söller, and B. J. Smith, Experimental generation of multi-photon Fock states. *Optics Express*, 2013, 21, 5309-5317.
- [4.19] M. Yukawa, K. Miyata, T. Mizuta, H. Yonezawa, P. Marek, R. Filip, and A. Furusawa, Generating superposition of up-to three photons for continuous variable quantum information processing. *Optics Express*, 2013, 21, 5529-5535.
- [4.20] A. Ourjoumtsev, R. Tualle-Brouri, J. Laurat, and P. Grangier, Generating optical schrödinger kittens for quantum information processing. *Science*, 2006, 312, 83-86.
- [4.21] K. Wakui, H. Takahashi, A. Furusawa, and M. Sasaki, Photon subtracted squeezed states generated with periodically poled KTiOPO₄. *Optics Express*, 2007, 15, 3568-3574.
- [4.22] R. Kumar, E. Barrios, C. Kupchak, and A. I. Lvovsky, Experimental characterization of bosonic creation and annihilation operators. *Phys. Rev. Lett.*, 2013, 110, 130403.
- [4.23] A. Zavatta, S. Viciani, and M. Bellini, Single-photon excitation of a coherent state: Catching the elementary step of stimulated light emission. *Phys. Rev. A*, 2005, 72, 023820.
- [4.24] A. Zavatta, S. Viciani, and M. Bellini, Quantum-to-classical transition with single-photon-added coherent states of light. *Science*, 2004, 306, 660-662.
- [4.25] H. P. Yuen, and V. W. S. Chan, Noise in homodyne and heterodyne detection. *Opt. Lett.* 1983, 8, 177-179.

第五章 相干态的部分无实体传输

5.1 引言

量子隐形传态是量子信息处理和远距离量子通信的重要组成部分，同时，它在构建量子网络^[5.1]，量子计算^[5.2]，量子克隆^[5.3]，量子模拟^[5.4]等领域都有广阔的应用前景。近年来，量子隐形传态更是引起了人们的广泛关注，并在许多物理系统中完成了量子态的隐形传输，比如光子比特^[5.5]，光场模式^[5.6]，原子系综^[5.7]，束缚原子系统^[5.8]和固态系统^[5.9]。

Teleport 是一个经常出现在科幻小说和电影中的词，指的是物体或人的无实体传输。什么意思呢？我们举例说明一下。假设我要去北京旅游，我需要坐上高铁，并花费将近 3 小时的时间才能到达北京火车站。更重要的是，我经过了火车走过的每个地方。但如果我有一台隐形传输机，我只需要走进太原的发射端，然后从北京的接收端走出来，而不需要经过太原到北京之间的任何地方。当然，这种情况只存在于科幻小说和电影中，在现实生活中是不可能实现的。

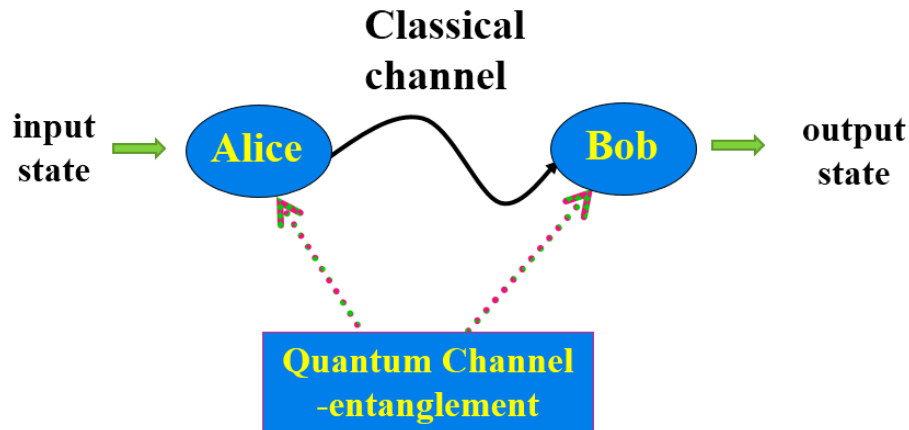


图 5.1 量子隐形传态原理图

但是，在微观世界中，量子态的隐形传输却是可以实现的。1993 年，C. H. Bennett 等六位科学家首次提出了量子隐形传态的理论方案^[5.10]。如图 5.1 所示，Alice 将待传送的量子态的所有信息分成纯经典信息和非经典 EPR 关联两部分，分别经过经典和量子通道传送给接收者，Bob 用接收到的信息重构被传送的量子态。在传送过程中，发送者对未知量子态和纠缠态的一个模式进行联合 Bell 态测量，因此输入量子态被完全破坏，且发送者得不到量子态的任何信息；接收者是利用辅助手段和接收到的信息将输入量子态重构出来，所以他对该量子态也始终全然不知。总的来说，量子隐形传态是从 Alice 手中毁灭量子态，然后在 Bob 手中重构量子态。

5.2 研究现状

量子系统的本征态有分离谱结构和连续谱结构两种，我们将其分别定义为分离变量和连续变量。分离变量的本征态可用有限维的希尔伯特空间表征，例如光子的偏振和自旋等。诸如光场的正交振幅和正交位相等连续变量，其本征态只能用无限维的希尔伯特空间表征^[5.11]。随着量子技术的高速发展，人们已经在实验上实现了分离变量、连续变量及混合变量的量子隐形传输。

5.2.1 分离变量量子隐形传输

1997年，奥地利 A. Zeilinger 小组首次实现了光子偏振态的量子隐形传态^[5.12]，成为量子信息实验领域的经典之作。该实验也为验证其他量子信息理论奠定了基础，例如量子纠缠交换^[5.13]和纠缠纯化^[5.14]。然而，这些实验都只是原理性验证，而要实现真正意义上的量子通信，就必须实现远距离的量子信息传输。2003年，N. Gisin 小组利用 2 km 长的光纤，实现了光子偏振态在两个实验室之间的隐形传输^[5.15]。2004年，R. Ursin 等人在多瑙河下面铺设了一根长约 600 m 的光纤，从而在现实环境中实现了量子隐形传态^[5.16]。

然而，光纤中较大的光学损耗和退相干效应，限制了量子隐形传态的最大传输距离。2010年，潘建伟小组首次实现了自由空间的量子隐形传输^[5.17]，其传输距离和保真度分别为 16 km 和 89%。2012年，潘建伟小组在国际上首次将光子偏振态在自由空间隐形传输的距离突破了百公里量级，且获得了 0.8 ± 0.01 的保真度。同年，Zeilinger 小组量子隐形传态的最远距离增加到 143 公里^[5.19]，创造了新的世界纪录。2015年，潘建伟小组在单光子的自旋和轨道角动量上同时编码信息，并用超纠缠光子对实现了该量子态的隐形传输，从而首次实现了多自由度量子体系的隐形传态^[5.20]。全球首颗量子科学实验卫星“墨子号”于 2016 年底发射升空，并于 2017 年初完成了在轨测试，其目的是要在卫星和地面站之间实现量子保密通信，相信在不久的将来，我国将在量子通信领域做出更大的突破。

5.2.2 连续变量量子隐形传输

1998年，S. L. Braunstein 和 H. J. Kimble 理论提出了电磁场正交分量的量子隐形传态方案^[5.21]，从而将量子隐形传态扩展到了连续变量领域。如图 5.2 所示，他们的方案主要有三个步骤：(1) Alice 和 Bob 共享一个振幅正关联，位相反关联的双模压缩态光场；(2) Alice 对输入态和 EPR1 进行联合 Bell 态测量，并将得到的振幅和位相信息通过经典通道传递给 Bob；(3) Bob 利用得到的信息对 EPR2 进行相空间平移，得到输出量子态。

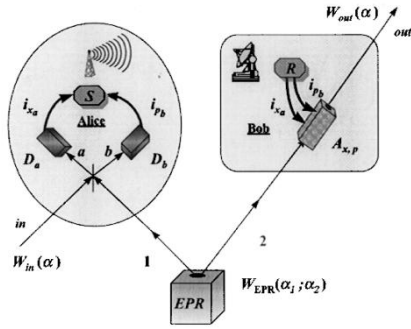


图 5.2 连续变量隐形传态原理图

1998 年，A. Furusawa 等人利用两个单模压缩态耦合而成的纠缠态首次实现了相干态的量子隐形传输^[5.22]，保真度为 0.58，超越了经典极限 0.5。如图 5.3 所示，通过双向泵浦光学参量放大器，并将输出的两束单模压缩光在 50/50 分束镜耦合后完成 EPR 纠缠态的制备。Alice 将输入量子态和 EPR1 在另一个 50/50 分束镜上耦合后，分别用两套平衡零拍探测系统测量输出场的振幅和位相信息，并将其传递给 Bob。Bob 利用一束经过振幅调制和位相调制的辅助光，通过 99/1 分束镜来实现 EPR2 在相空间的平移操作，进而重构出输入量子态。2003 年，张天才^[5.23]等人理论模拟了探测效率和位相涨落对相干态隐形传输保真度的影响，并通过优化纠缠源的压缩度和提高探测效率，将保真度提高到了 0.61 ± 0.02 。

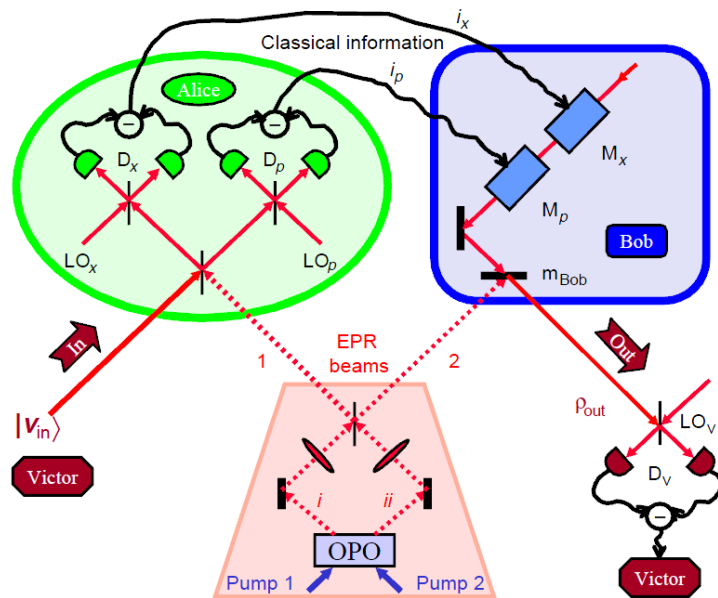


图 5.3 相干态隐形传输的实验装置图

同年，澳大利亚国立大学的 P. K. Lam 小组用类似的方法实现了光场正交分量的隐形传输^[5.24]，保真度为 0.64 ± 0.02 。如图 5.4 所示，将两个独立的光学参量放大器输出的振幅压缩光在 50/50 分束镜耦合，并将其相对位相锁定为 $\pi/2$ 后，两输出场(a 和

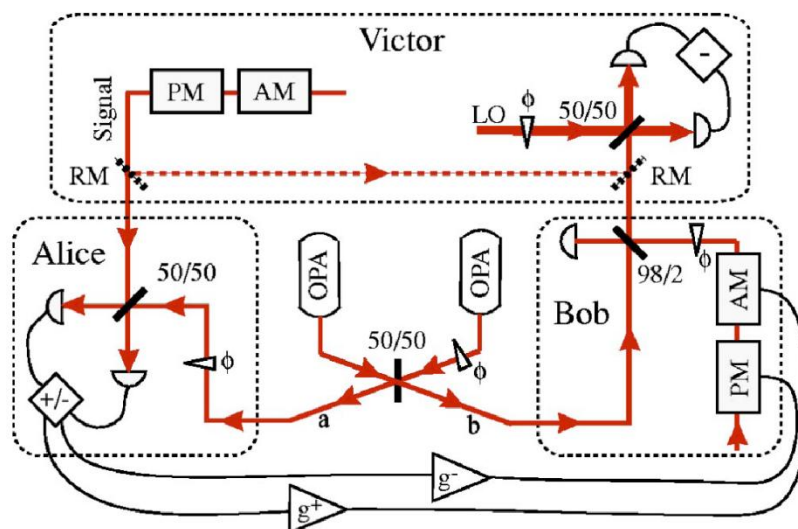


图 5.4 光场正交分量的隐形传输

b)之间具有 EPR 关联。Alice 将输入态和 EPR1(a)在另一个 50/50 分束镜上耦合，并将其相对位相锁定为 $\pi/2$ ，则当输入态和 EPR1 功率相等时，光电流的和(差)表示 Alice 测得的振幅(位相)信息。最后，Bob 将得到的信息分别作用于辅助光的振幅调制器和位相调制器上，并通过 99/2 分束镜来实现 EPR2(b)在相空间的平移操作。

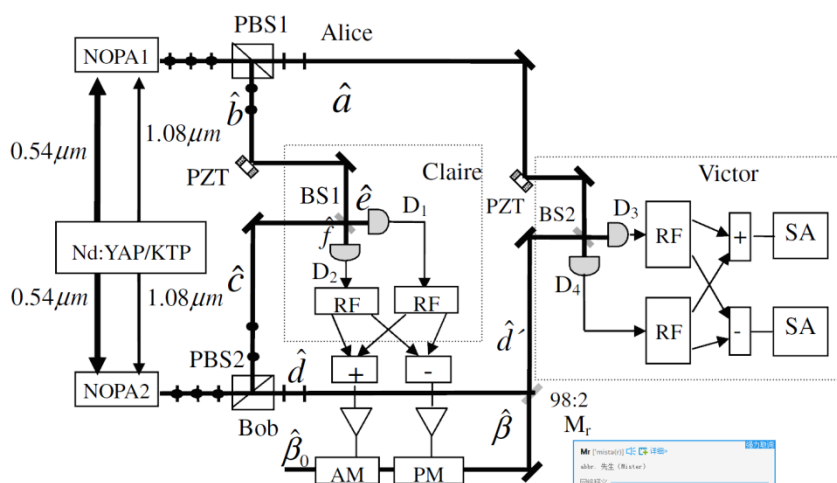


图 5.5 连续变量无条件纠缠交换

2004 年，山西大学光电所的郜江瑞小组利用 II 类匹配 KTP 晶体产生的双模压缩光实现了相干态的量子隐形传输，保真度为 0.57。同年，贾小军等人首次实现了双模压缩光的隐形传输-连续变量纠缠交换，即利用测量导致的纠缠塌缩，使两个从未发生过直接接触的光场之间产生了量子纠缠^[5,25]。如图 5.5 所示，Alice (Bob)首先利用非简并光学参量放大器 NOPA1(NOPA2)产生了具有正交振幅反关联与正交位相正关联的纠缠态光场 a 和 b (或 c 和 d)。Claire 将模式 b 和模式 c 在 50/50 分束镜上耦合

后,用 Bell 态直接探测法得到两模式的正交振幅和与正交位相差信息,并传递给 Bob。Bob 利用得到的信息对光场 d 进行相空间的平移操作,即可重构出模式 b (d')。因此模式 a 与模式 d' 之间也具有正交振幅反关联与正交位相正关联特性。

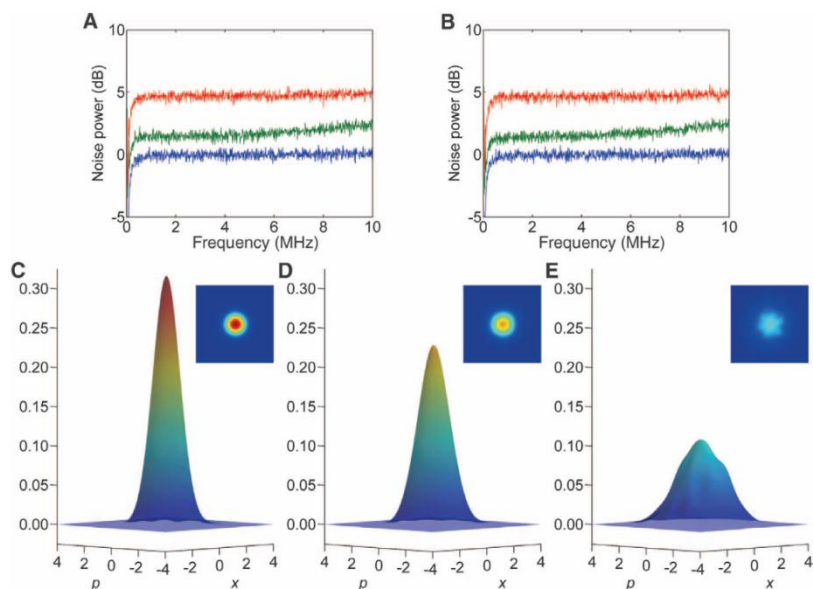


图 5.6 真空态的隐形传输结果

以上的这些实验保真度都超越了经典极限 0.5,但都低于不可克隆极限 $2/3$ 。超越经典极限标志着隐形传态的成功,但是只有超越不可克隆极限,才能保证 Bob 重构出的量子态是未知输入态的最好复制品,也只有超越不可克隆极限,才能实现非经典性质的隐形传输。2005 年,日本的 A. Furusawa 小组将相干态隐形传输的保真度提高到了 0.70 ± 0.02 ,首次超越了不可克隆极限^[5.26]。同时,他们也利用该装置实现了量子纠缠交换,从而首次实现了非经典性质的隐形传输。2007 年, A. Furusawa 小组又通过提高纠缠源的压缩度^[5.27],将相干态传输的保真度提高到了 0.76 ± 0.02 。同时,他们也利用该装置实现了压缩态的隐形传输,测量得到了输出态的压缩度为 0.8 ± 0.2 dB。目前相干态传输的保真度记录是 A. Furusawa 小组在 2008 年实现的^[5.28],保真度为 0.83 ± 0.01 。所有的这些提高都要归功于三个方面:更高的压缩度,更好地位相稳定性,更高的探测效率。如图 5.6 所示为真空态量子隐形传输的最新结果。图中,(A)和(B)分别为 Victor 测得的振幅分量和位相分量的量子噪声,蓝线为散粒噪声基准;红线为真空态经典传输所引入的额外噪声;绿线为利用纠缠态实现真空态隐形传输的实验结果。显然,在分析频率为 1 MHz 处,真空态隐形传输的量子噪声高于散粒噪声 1.4 dB,对应的保真度为 0.83。(C-E)分别为重构出的输入态、量子传输输出态和经典传输输出态的 Wigner 函数。

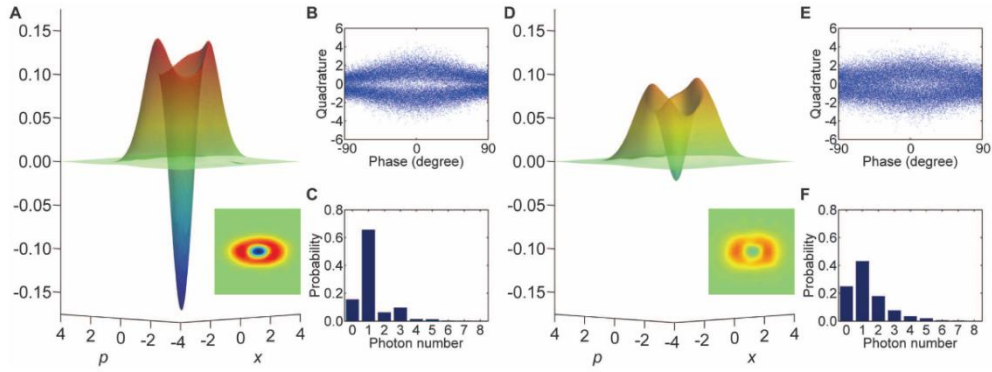


图 5.7 薛定谔猫态的隐形传输

有了高保真度的连续变量隐形传输机，我们就可以完成各种非经典光场的隐形传输，比如单模压缩光和双模压缩光。但真空态、相干态和压缩态都是高斯态，其 Wigner 函数均为非负值。因此，实现非高斯态的隐形传输就显得尤为重要。2011 年，A. Furusawa 小组首次实验实现了薛定谔猫态的隐形传输^[5,29]，从而验证了该量子传输机能很好的传输非高斯态的非经典性。如图 5.7 所示，(A) 为重构出的输入薛定谔猫态的 Wigner 函数，其在相空间原点处的取值为 $W_{in}(0,0) = -0.171 \pm 0.003$ ，即薛定谔猫态是一个典型的非经典态。(D) 为重构出的输出薛定谔猫态的 Wigner 函数，其在相空间原点处的取值为 $W_{in}(0,0) = -0.022 \pm 0.003$ 。因此，该连续变量量子传输机不仅能完成薛定谔猫态的隐形传输，而且能保持该量子态的非经典性。(B)和(E)分别为输入和输出薛定谔猫态的边缘分布，而(C)和(F)分别为输入和输出薛定谔猫态的光子数分布。

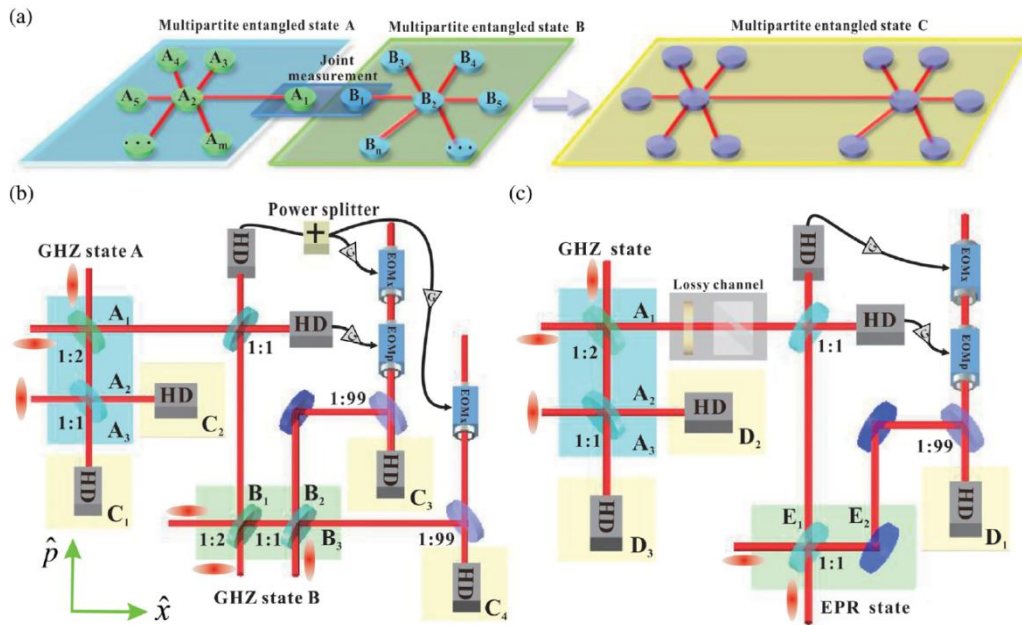


图 5.8 多体纠缠态之间的纠缠交换

2016 年, 山西大学光电所的苏晓龙等人实验实现了两个独立的多体纠缠态之间的纠缠交换^[5.30]。如图 5.8(a)所示, 量子纠缠交换是在两个多体纠缠态中选取两个模式进行联合 Bell 态测量, 利用测量结果和反馈实现的。图(b)表示他们实现两个三体 GHZ 纠缠态之间的纠缠交换的实验装置图。同时, 他们也实现一个三体 GHZ 纠缠态和一个 EPR 纠缠态之间的纠缠交换(图(c))。

5.2.3 混合变量量子隐形传输

基于分离变量(DV)的量子隐形传态具有高保真度的优势, 但由于其实验操作是概率性的, 因此需要对测得的数据进行后处理。基于连续变量(CV)的量子隐形传态具有较高的制备和探测效率, 但其保真度受到非理想纠缠源的限制^[5.31]。为了弥补各自的优缺点, 人们提出了两种混合型的量子隐形传态方案: 用 DV 隐形传输机传输 CV 量子态和用 CV 隐形传输机传输 DV 量子态。

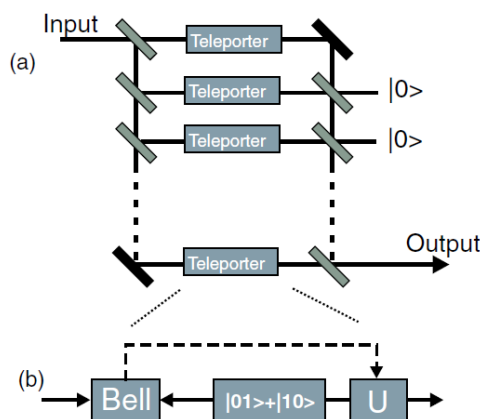


图 5.9 用单光子纠缠源实现 CV 量子态的隐形传输

第一种混合型的量子隐形传态是用 DV 隐形传输机传输 CV 量子态。2013 年, U. L. Andersen 提出了用单光子纠缠态传输连续变量量子态的方案^[5.32]。如图 5.9(a)所示, 其基本原理是: Alice 先把输入量子态用分束镜分成 N 个模式, 然后分别将每个模式用分离变量的隐形传输机传递给 Bob, Bob 利用重构出的每个模式叠加得到输出态。(b)表示用单光子纠缠态实现量子隐形传输的示意图。2014 年, 加拿大多伦多大学的 K. Marshall 将上述方案进行了扩展, 并提出采用更高维度的最大纠缠态可以提高量子隐形传输的保真度^[5.33]。由于在 DV 隐形传输机传输 CV 量子态的过程中, 需要将连续变量量子态分裂成 N 个模式, 实验实现的难度较大, 因此该方向的研究只停留在理论阶段, 没有相关的实验报道。

另一种混合型的量子隐形传态是用 CV 隐形传输机传输 DV 量子态。2001 年, 日本东京大学的 T. Ide 等人首次理论提出了用连续变量隐形传输机实现单光子态的隐

形传输^[5.34]，并考虑了不同的测量机制对输出态的影响。2010年，L. Mišta 等人在理论上研究了用连续变量隐形传输机实现单光子纯态和单光子混合态的隐形传输^[5.35]，并提出很弱的纠缠源就可以保持单光子纯态的非经典性。

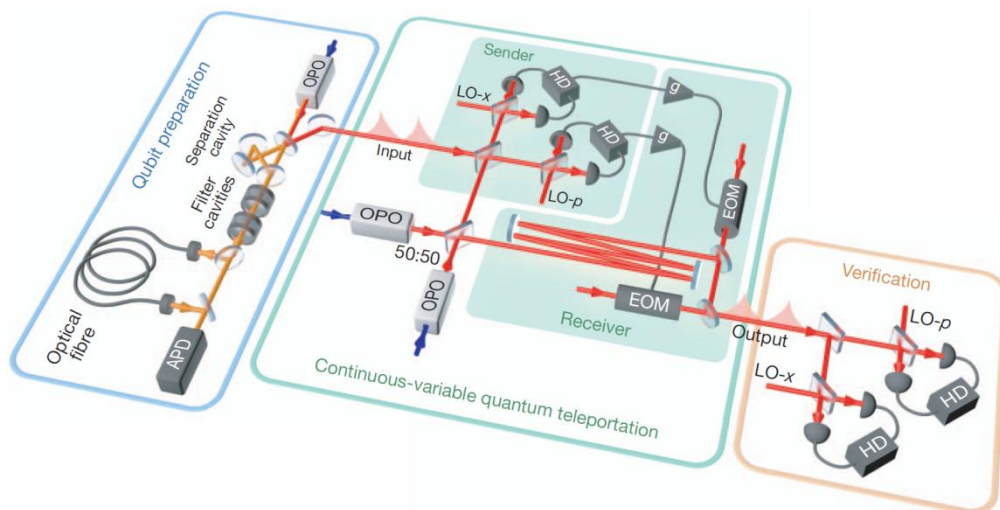


图 5.10 用连续变量隐形传输机实现光子比特的隐形传输

2013年，A. Furusawa 小组首次用连续变量隐形传输机实现了光子比特的隐形传输^[5.36]。如图 5.10 所示，利用一个光学腔将光学参量振荡器产生的纠缠光子对分离，透射的闲置光子注入雪崩光电二极管，用于预示光子比特的产生。然后将光子比特作为输入态，注入连续变量隐形传输机。最后用两套平衡零拍系统对输出态进行探测，得到其在光子数表象中的密度矩阵。值得注意的是，实验上产生的光子比特不是一个纯态，它包含 25% 的真空态、69% 的单光子态和 6% 的多光子态，但由于连续变量隐形传输机可以传输任意维度的量子态，因此所有的分量都将被高效的传输，进而得到最终的混合输出态。

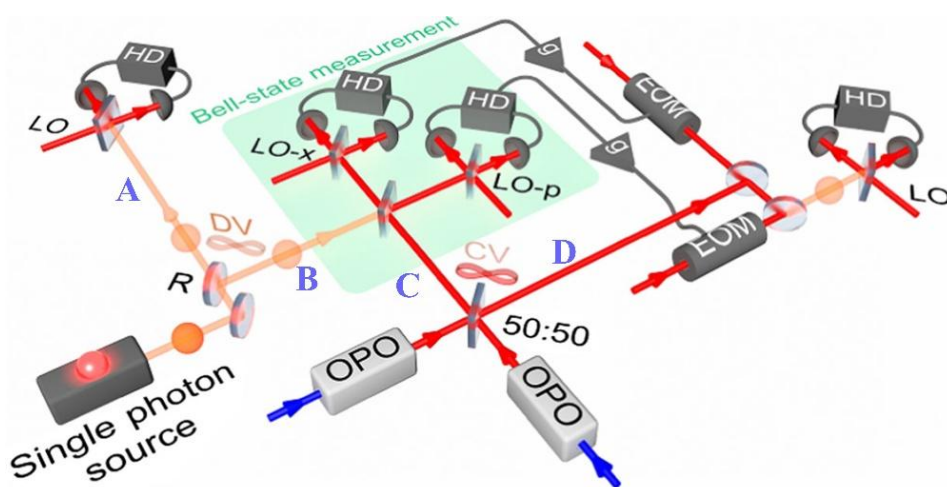


图 5.11 连续变量和分离变量的纠缠交换

2015年, A. Furusawa 小组又首次实现了分离变量和连续变量的纠缠交换^[5.37]。如图 5.11 所示, 将单光子态经过一个反射率为 R 的分束镜后, 即可得到分离变量纠缠态(模式 A 和模式 B)。连续变量量子纠缠态(模式 C 和模式 D)是在 50/50 分束镜上耦合两束压缩真空态产生的。将分离变量纠缠态的模式 B 注入连续变量隐形传输机, 则通过联合 Bell 态测量和反馈后, 得到的输出场就是重构出的模式 B。最后用两套平衡零拍探测系统验证输出场和分离变量纠缠态的模式 A 之间的纠缠特性。也就是说, 通过对分离变量的模式 B 和连续变量纠缠态的模式 C 作联合 Bell 态测量, 他们实现了两个从未直接接触的模式 A 和模式 D 之间的纠缠。

5.3 部分无实体传输的理论分析

5.3.1 相干态隐形传输的保真度

在传统的相干态隐形传输实验中, Alice 将输入量子态的所有信息分成经典信息和非经典信息两部分, 并分别通过经典通道和量子通道传递给 Bob。因此, 在传输的过程中, 输入量子态被完全破坏, 而输出态是 Bob 根据接收到的信息重构出来的。为了描述输出量子态和输入量子态的相似度, 人们引入了保真度^[5.38, 5.39]的概念, 其定义为

$$F = \langle \psi_{in} | \hat{\rho}_{out} | \psi_{in} \rangle \quad (5.1)$$

其中, $|\psi_{in}\rangle$ 为输入量子态, 而 $\hat{\rho}_{out}$ 为输出量子态的密度算符。在探测效率为 1, 但纠缠源的压缩度有限的情况下, 相干态隐形传输的保真度可以表示为

$$F = \frac{2}{\sigma_Q} \exp \left[-\frac{2}{\sigma_Q} |\beta_{out} - \beta_{in}|^2 \right]$$

$$\sigma_Q = \sqrt{(1 + \sigma_w^x)(1 + \sigma_w^p)}$$

$$\sigma_w^x = \sigma_w^p = g^2 + \frac{1}{2} e^{2r} (1 - g)^2 + \frac{1}{2} e^{-2r} (1 + g)^2 \quad (5.2)$$

其中, σ_w^x 和 σ_w^p 分别为输出态的振幅分量和位相分量量子噪声, g 为经典通道的增益。 β_{in} 和 β_{out} 分别为输入量子态和输出态的幅度, r 为压缩参数。当经典通道的增益 $g = 1$, 且 $r = 0$ 时, 对应于相干态的经典传输, 则 $\sigma_w^x = \sigma_w^p = 3$, 即在 Victor 的平衡零拍探测系统中引入了三个单位的真空噪声。一个单位的真空噪声来自于输入相干态本身, 另两个单位的真空噪声来源于经典领域和量子领域边界的跨越。因此, 在 Victor 的平衡零拍探测器中, 我们将看到 4.77 dB 的额外噪声, 此时对应的相干态传输的保真度为 0.5。另外, 当经典通道的增益 $g = 1$ 时, 相干态隐形传输的保真度可以简化为

$$F = \frac{1}{1+e^{-2r}} \quad (5.3)$$

图 5.12 所示为相干态隐形传输的保真度和纠缠源压缩度之间的依赖关系。显然，纠缠源的压缩度越高，相干态隐形传输保真度就越好。而且只要有量子纠缠的存在 ($r > 0$)，保真度就可超越经典极限 0.5。保真度超越经典极限就意味着量子隐形传态的成功^[5.40]，但只有超过不可克隆极限 $2/3$ ，才能保证传输过程中输入态没有被克隆，进而保证输出态是输入态的最好复制品^[5.41]。而要超越不可克隆极限 $2/3$ ，纠缠源的压缩度必须大于 3 dB^[5.42]。而我们的目的就是利用低于 3 dB 的纠缠源实现高保真度的相干态传输。

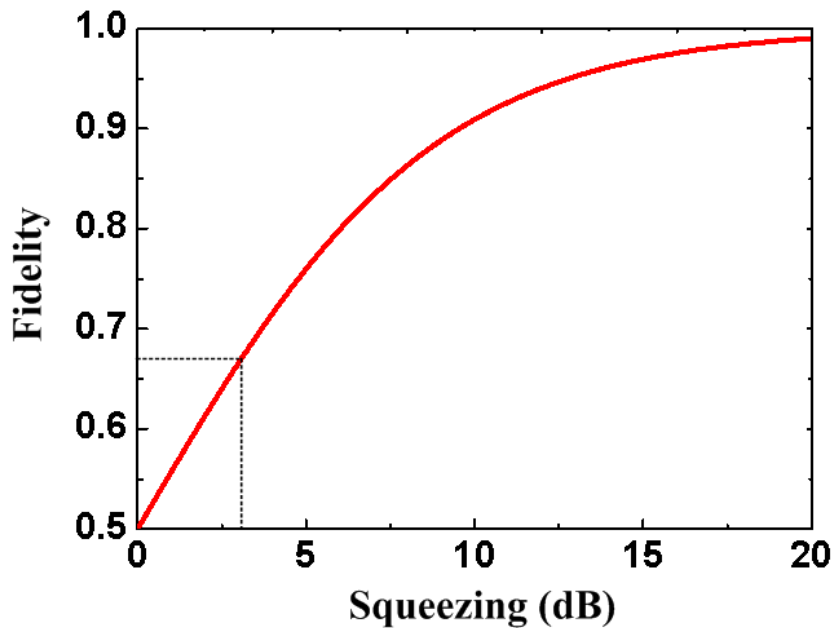


图 5.12 保真度与纠缠源压缩度的依赖关系

5.3.1 相干态部分无实体传输的理论分析

在传统的量子隐形传态方案中，输入量子态被分成经典信息和非经典信息两部分，并通过两个不同的通道传递给 Bob，因此在传输过程中，输入量子态被完全破坏。为了减少传输过程中破坏的信息量，进而提高量子隐形传态的保真度，我们提出了部分无实体传输^[5.43]的方案。

如图 5.13 所示，首先，Alice 和 Bob 共享一对具有振幅正关联、位相反关联的纠缠态光场，分别命名为 EPR1 和 EPR2。纠缠态光场的两个模式之间的振幅差量子噪声为 $\langle \delta^2(\hat{X}_{b_{EPR1}} - \hat{X}_{b_{EPR2}}) \rangle = 2e^{-2r}$ ，位相和量子噪声为 $\langle \delta^2(\hat{Y}_{b_{EPR1}} + \hat{Y}_{b_{EPR2}}) \rangle = 2e^{-2r}$ 。

然后，Alice 用一个反射率连续可调的分束镜（反射率为 R）将输入的未知量子态分为两部分，反射的光束与 EPR1 进行联合 Bell 态测量，因此反射率的大小决定未知

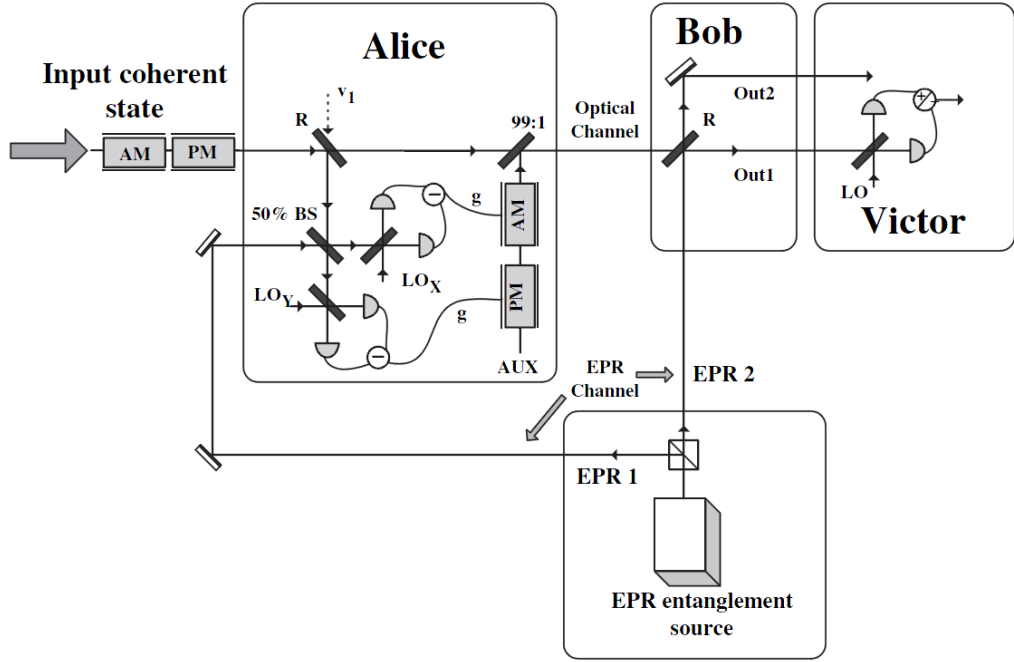


图 5.13 相干态部分无实体传输的示意图

量子态被破坏的多少。两套平衡零拍探测系统测得的振幅和位相信息经过放大后(增益为 g)，分别作用于辅助光的振幅调制器和位相调制器上，然后对未被测量的输入量子态进行平移操作。在海森堡表象中，平移后的光场的湮灭算符可以表示为

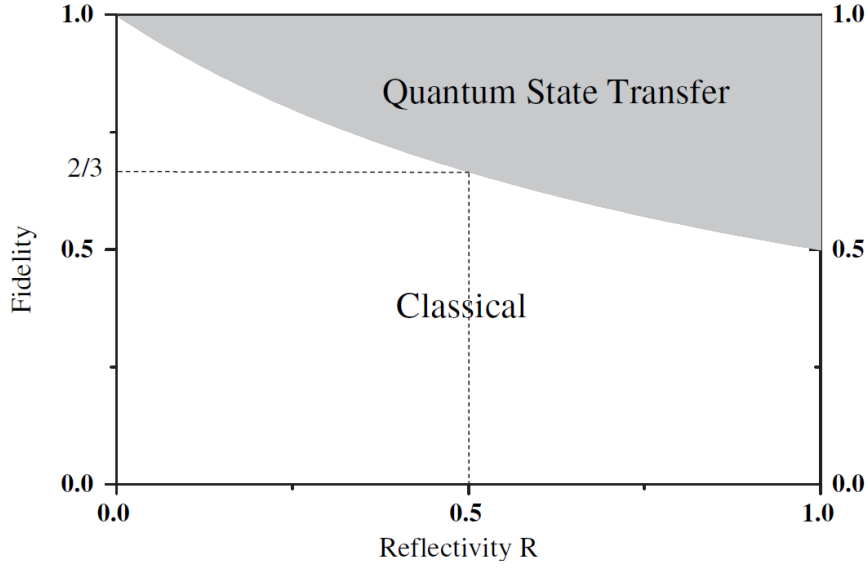
$$\hat{a}_{disp} = \left(\sqrt{1-R} + \frac{g}{\sqrt{2}}\sqrt{R}\right)\hat{a}_{in} + \left(\sqrt{R} - \frac{g}{\sqrt{2}}\sqrt{1-R}\right)\hat{v}_1 - \frac{g}{\sqrt{2}}\hat{b}_{EPR1}^\dagger \quad (5.4)$$

其中， \hat{a}_{in} 和 \hat{b}_{EPR1} 分别表示输入量子态和 Alice 拥有的纠缠态模式 EPR1 的湮灭算符， \hat{v}_1 为从分束镜引入的真空场的湮灭算符。当 $g = \sqrt{2R/(1-R)}$ 时，可以将真空场 \hat{v}_1 的影响消除，相应的平移场为

$$\hat{a}_{disp}^c = \frac{1}{\sqrt{1-R}}\hat{a}_{in} - \sqrt{\frac{R}{1-R}}\hat{b}_{EPR1}^\dagger \quad (5.5)$$

最后，平移后的光场用光学通道传输到量子态接收端(Bob)。值得注意的是，这时候的光学通道既不是量子通道，也不是经典通道，而是一个半量子通道。在理想纠缠的情况下，纠缠态的单个模式 EPR1 的量子噪声足以淹没传输场的所有信息，所以窃听者从半量子通道中得不到输入态的任何信息。Bob 将接收到的光场和自己的纠缠态模式 EPR2 在反射率为 R 的分束镜耦合后，即可将未知的输入量子态重构出来。在不考虑损耗的情况下，分束镜的两个输出场可以表示为

$$\begin{aligned} \hat{a}_{out1} &= \sqrt{R}\hat{b}_{EPR2} + \sqrt{1-R}\hat{a}_{disp}^c = \hat{a}_{in} + \sqrt{R}(\hat{b}_{EPR2} - \hat{b}_{EPR1}^\dagger) \\ \hat{a}_{out2} &= \sqrt{R}\hat{a}_{disp}^c - \sqrt{1-R}\hat{b}_{EPR2} = \sqrt{\frac{R}{1-R}}\hat{a}_{in} - \frac{R}{\sqrt{1-R}}\hat{b}_{EPR1}^\dagger - \sqrt{1-R}\hat{b}_{EPR2} \end{aligned} \quad (5.6)$$


 图 5.14 相干态部分隐形传输保真度随 R 的变化关系

其中, \hat{b}_{EPR2} 为 Bob 拥有的纠缠态模式 EPR2 的湮灭算符。显然, 对于输出态 out1 来说, 其正交振幅和正交位相可以表示为

$$\begin{aligned}\hat{X}_{out1} &= \hat{X}_{in} + \sqrt{R}(\hat{X}_{EPR2} - \hat{X}_{EPR1}) \\ \hat{Y}_{out1} &= \hat{Y}_{in} + \sqrt{R}(\hat{Y}_{EPR2} + \hat{Y}_{EPR1})\end{aligned}\quad (5.7)$$

其正交振幅和正交位相分量的量子起伏为

$$\begin{aligned}\langle \delta^2 \hat{X}_{out1} \rangle &= \langle \delta^2 \hat{X}_{in} \rangle + R \langle \delta^2 (\hat{X}_{EPR2} - \hat{X}_{EPR1}) \rangle = \langle \delta^2 \hat{X}_{in} \rangle + 2Re^{-2r} \\ \langle \delta^2 \hat{Y}_{out1} \rangle &= \langle \delta^2 \hat{Y}_{in} \rangle + R \langle \delta^2 (\hat{Y}_{EPR2} + \hat{Y}_{EPR1}) \rangle = \langle \delta^2 \hat{Y}_{in} \rangle + 2Re^{-2r}\end{aligned}\quad (5.8)$$

显然, 若输入的未知量子态为相干态, 则 $\langle \delta^2 \hat{X}_{in} \rangle = 1$, 当 $r = 0$ 时, 我们可以得到相干态经典传输所引入的额外噪声为 $1 + 2R$, 因此随着分束镜反射率 R 的减小, 经典传输引入的额外噪声也线性地减小。而当 $r > 0$, 即引入量子纠缠后, 相干态部分隐形传输引入的额外噪声为 $1 + 2Re^{-2r}$, 低于经典传输的额外噪声。相干态隐形传输的保真度可以表示为

$$F = \frac{2}{\sqrt{(1 + \langle \delta^2 \hat{X}_{out1} \rangle)(1 + \langle \delta^2 \hat{Y}_{out1} \rangle)}}\quad (5.9)$$

则可得输出态 1 的保真度为

$$F_1 = \frac{1}{1 + Re^{-2r}}\quad (5.10)$$

图 5.14 为输出态 out1 的保真度与分束镜反射率之间的关系。当 $r = 0$ 时, 我们可以得到相干态经典传输与部分隐形传输的保真度边界为 $F_1^{boun} = 1/(1 + R)$ 。显然, 随着被破坏信息量的增加, 保真度边界降低。而当 $r > 0$, 即引入量子纠缠后, 相干态部分隐形传输的保真度将高于保真度边界。

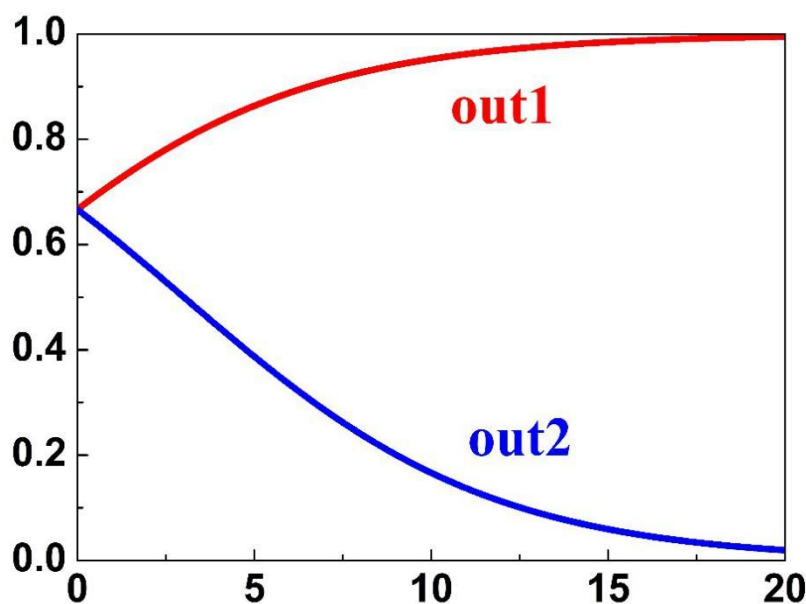


图 5.15 输出态 out1 和 out2 的保真度随压缩度的变化关系

另外， R 的不同取值也对应于不同的物理意义。当 $R = 1$ ，即输入量子态被完全破坏时，保真度边界为 0.5，等价于传统的相干态隐形传输。唯一的区别是平移操作是由 Alice 完成的。当 $R = 0$ 时，对应于未知量子态被直接传送到接收端。当 $0 < R < 1$ 时，对应于相干态的部分隐形传输。特殊地，当 $R = 0.5$ ，即一半的输入量子态信息被破坏时，Bob 重构出的输出态 out2 为 $\hat{a}_{out2} = \hat{a}_{in} - \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{b}_{EPR1}^\dagger + \hat{b}_{EPR2})$ 。显然，该输出态也可以完整的展现未知输入态的全部信息，且保真度为 $F_2 = \frac{1}{1+0.5e^{2r}}$ 。当 $r = 0$ 时，对应于相干态的经典传输，此时重构出的两个输出态具有相同的保真度 $2/3$ ，即我们的装置等价于一个 $1 \rightarrow 2$ 对称的高斯态克隆机^[5.44, 5.45]。但当 $r > 0$ ，即引入量子纠缠后，量子态接收端的两个输出态性质完全不同。如图 5.15 所示，随着纠缠源压缩度的增加，输出态 out1 的保真度也逐渐增加，且趋近于 1。值得注意的是，此时输出态 out1 的保真度边界为 $2/3$ ，所以只要有量子纠缠的引入，其保真度就将大于 $2/3$ ，从而消除了对量子纠缠源压缩度的限制。相反地，输出态 out2 的保真度随压缩度的增加而减小。因此，随着压缩度的增加，两输出态的保真度差别越来越大，这等价于 $1 \rightarrow 2$ 非对称的高斯态克隆机^[5.46]。

在实际情况下，由于非理想的量子纠缠源，窃听者可以从光学通道中提取出部分输入态的信息。为了得到输入量子态的信息，窃听者需要用一个 50/50 分束镜同时测量光学通道的正交振幅和正交位相分量，测量到的正交分量的信噪比可以表示为

$$(S/N)_{X(Y)} = \frac{V_{X_{in}(Y_{in})}}{\frac{e^{2r}+e^{-2r}}{2} + \frac{1}{1-R}\left(1 - \frac{e^{2r}+e^{-2r}}{2}\right)} \quad (5.11)$$

显然，相同的量子纠缠情况下，随着 R 的增加，即量子态被破坏的信息量的增加，从光学通道泄露的未知输入态的信息将减少。另一种影响输出态保真度的因素是光学通道的损耗。假设光学通道的传输损耗是 η ，则通过光学通道传输给 Bob 的光场可以表示为

$$\hat{a}_{disp}^c = \frac{1}{\sqrt{1-R}} \hat{a}_{in} + \frac{\eta-1}{\sqrt{R}} \hat{v}_1 - \frac{1-\eta(1-R)}{\sqrt{R(1-R)}} \hat{b}_{EPR1}^\dagger + \sqrt{1-\eta^2} \hat{v}_c \quad (5.12)$$

其中，为了保证 \hat{a}_{in} 前的系数为 $1/\sqrt{1-R}$ ，我们取增益 $g = \sqrt{2}(1-\eta(1-R))/\eta\sqrt{R(1-R)}$ 。因此，在量子态接收端，输出态 out1 为

$$\begin{aligned} \hat{a}_{out1} = & \hat{a}_{in} + \sqrt{R}(\hat{b}_{EPR2} - \hat{b}_{EPR1}^\dagger) - \frac{(1-\eta)(1-R)}{\sqrt{R}} \hat{b}_{EPR1}^\dagger \\ & - \frac{(1-\eta)\sqrt{1-R}}{\sqrt{R}} \hat{v}_1 + \sqrt{(1-\eta^2)(1-R)} \hat{v}_c \end{aligned} \quad (5.13)$$

因此，随着未知量子态被破坏信息量的增加，传输损耗对于输出态 out1 的影响减少。这是由于输出态 out1 中只包含 $\sqrt{1-R}$ 倍的平移场和 \sqrt{R} 倍的 EPR2。

5.4 相干态部分无实体传输的实验实现

5.4.1 纠缠态的制备的实验装置

连续变量纠缠光的制备方法主要有两种：一种是通过非简并光学参量放大器直接产生纠缠态^[5.47]。第二种是将两束单模压缩态在 50/50 分束器上耦合，锁定其相位为 $\pi/2$ 后，两输出光之间具有 EPR 关联^[5.48]。我们采用第二种方法，用两束位相压缩光在 50/50 分束器上耦合产生振幅正关联，位相反关联的纠缠光^[5.49]。

图 5.16 所示为我们的实验光路图，主要有激光器，两套光学参量放大器，模式清洁器和两套平衡零拍探测系统。激光器采用宇光公司生产的全固态双波长激光器，可同时输出 2W 的 1064 nm 红外光和 8W 的 532 nm 绿光。1064 nm 基频光是激光二极管产生的 808 nm 泵浦光与 Nd: YVO₄ 晶体相互作用产生的，而 532 nm 绿光是利用 LBO 晶体的二阶非线性效应产生的。为了达到非线性晶体的准相位匹配条件，LBO 晶体被精确控温到 149.8 ℃，控温精度为 0.1 ℃。

我们的两套光学参量放大器均采用图 5.17 所示的共心腔设计，将 I 类准相位匹配的 PPKTP 晶体放置在光学腔的腰斑处。晶体的尺寸为 1mm×2mm×15mm，且两

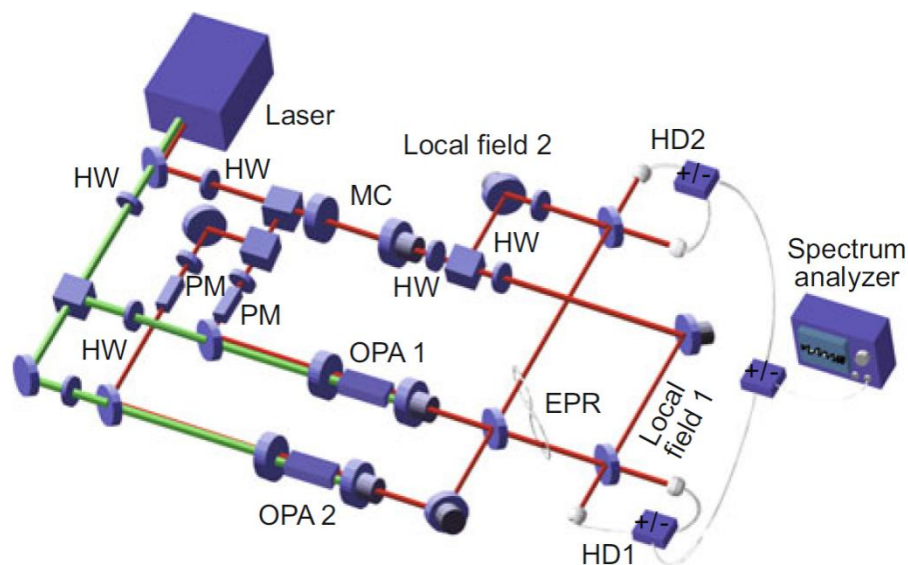


图 5.16 纠缠态的制备光路图

个端面均镀有 532 nm 和 1064 nm 的双色增透膜。输入耦合镜对于 1064 nm 基频光高反，对于 532 nm 倍频光反射率为 $R=30\%$ 。输出耦合镜对于 532 nm 绿光高反，对于 1064 nm 红外光透射率为 $T=15\%$ 。两个凹面镜的曲率半径均为 30 mm，腔长约为 57 mm。在此腔型设计下，1064 nm 红外光在腔内共振，而 532 nm 绿光两次穿过晶体。对于 1064 nm 基频光来说，光学参量放大器的线宽和精细度分别为 62 MHz 和 40。

为了改善本振光的空间模式，降低其强度和位相噪声，我们在本振光光路中插入了模式清洁剂。腔型设计采用与光学参量放大器类似的共心腔，输入耦合镜与输出耦合镜的曲率半径均为 30 mm，腔长约为 60 mm。两凹面镜对于 1064 nm 红外光的透射率均为 $T=1\%$ 。因此模式清洁器的自由光谱区为 2.5 GHz，精细度和线宽分别为 250 和 10 MHz。

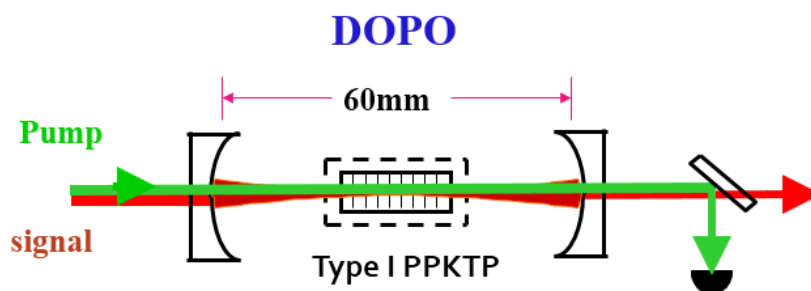


图 5.17 光学参量放大器示意图

为了验证 EPR 纠缠态光场的关联特性，我们用两套平衡零拍探测系统分别测量两束光场的振幅和位相分量，将得到的光电流信号用注入加法器和减法器，进而得到两束光场之间的关联噪声谱。实验中，为了锁定本振光和待测光场的相对位相为 0 或

$\pi/2$ ，我们在注入光学参量放大器的信号光光路中插入了两个位相调制器，则分别在平衡零拍探测输出的光电流中解调调制信号，可以得到相位锁定的误差信号。

5.4.2 纠缠态的制备的过程及结果

首先调节两套筒并光学参量放大器对于 1064 nm 基频光共振，并将腔长锁定在 TEM₀₀ 模式上，以保证该模式的高效输出。扫描泵浦光与信号光的相对位相，并将其锁定在参量放大状态，此时光学参量放大器输出位相压缩光。如表 5.1 所示，光学参量放大器腔长和位相的锁定都是将 2% 的腔透射信号输入锁相放大器，通过解调低频调制而得到锁定的误差信号。

表 5.1 腔长和位相锁定方法

	锁定方法	解调频率
OPA1 腔长锁定	2%的腔透射信号输入锁相放大器	32.7 kHz
OPA1 位相锁定	2%的腔透射信号输入锁相放大器	18.9 kHz
OPA2 腔长锁定	2%的腔透射信号输入锁相放大器	36.0 kHz
OPA2 位相锁定	2%的腔透射信号输入锁相放大器	16.3 kHz
MC 腔长锁定	基于反射场的 PDH 锁定	20.1 MHz
两束压缩光位相锁定	2%的直流干涉信号	
EPR1 与 LO1 位相锁定	交流干涉信号与信号光的位相调制	9.5 MHz
EPR2 与 LO2 位相锁定	交流干涉信号与信号光的位相调制	13.2 MHz

然后，将得到的两束位相压缩光在一个 50/50 分束镜上耦合，调节干涉效率达到 97%，并利用其直流干涉信号将相对位相锁定为 $\pi/2$ 。将两束本振光分别与产生的纠缠光 EPR1 和 EPR2 进行模式匹配，调节其干涉效率为 95% 左右，并利用平衡零拍探测器输出的交流信号将纠缠光与本振光的位相锁定。

图 5.18 所示为我们测得的纠缠态的噪声谱。(a)和(b)中的红色实线分别为 EPR1 和 EPR2 的噪声功率谱，红色的虚线为本振光光路中压电陶瓷的扫描信号，黑线为散粒噪声基准。从图(a)中可以得到 EPR1 的正交振幅和正交位相分量量子噪声分别为 $\langle \delta^2 \hat{X}_{EPR1} \rangle = 3.0$ 和 $\langle \delta^2 \hat{Y}_{EPR1} \rangle = 2.2$ 。同理，从图(b)中可以得到 EPR2 的正交振幅和正交位相分量量子噪声分别为 $\langle \delta^2 \hat{X}_{EPR2} \rangle = 3.1$ 和 $\langle \delta^2 \hat{Y}_{EPR2} \rangle = 2.1$ 。(c)和(d)为纠缠态的关联噪声谱，(c) 表示当 LO1 与 EPR1 的相对位相锁定为 0，而扫描 LO2 与 EPR2 的相对位相时，测得的噪声功率谱。因此，我们可以从点 1 和点 3 得到 EPR1 和 EPR2 的振幅和与振幅差的量子起伏： $\langle \delta^2 (\hat{X}_{EPR1} + \hat{X}_{EPR2}) \rangle = 11.6$ ， $\langle \delta^2 (\hat{X}_{EPR1} - \hat{X}_{EPR2}) \rangle = 0.78$ 。(d) 表示当 LO1 与 EPR1 的相对位相锁定为 $\pi/2$ ，而扫描 LO2 与 EPR2 的相对

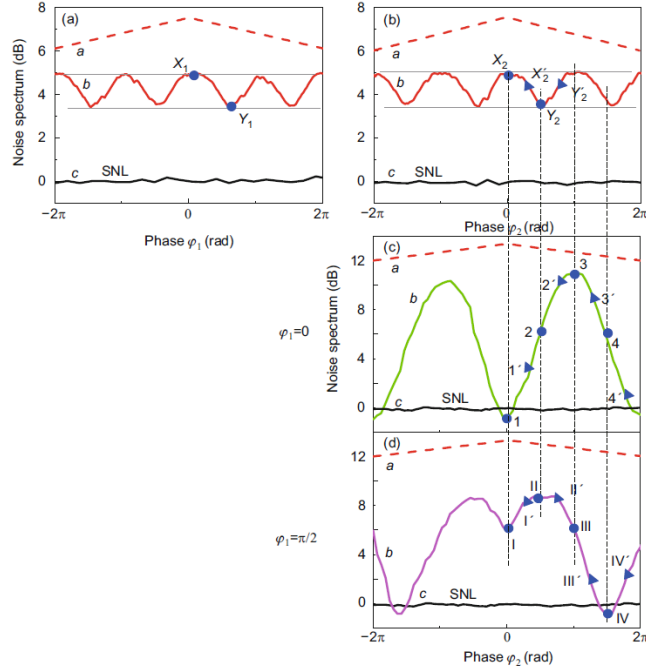


图 5.18 纠缠态的噪声功率谱

位相时，测得的噪声功率谱。因此，我们可以从点 II 和点 IV 得到 EPR1 和 EPR2 的位相和与位相差的量子起伏： $\langle \delta^2(\hat{Y}_{EPR1} + \hat{Y}_{EPR2}) \rangle = 0.74$ ， $\langle \delta^2(\hat{Y}_{EPR1} - \hat{Y}_{EPR2}) \rangle = 8.7$ 。另外，从图(c)中的点 2 和点 4 与图(d)中的点 I 和点 III，我们还可以得到非对角项的关联谱： $\langle \delta^2(\hat{X}_{EPR1} - \hat{Y}_{EPR2}) \rangle = 5.5$ ， $\langle \delta^2(\hat{X}_{EPR1} + \hat{Y}_{EPR2}) \rangle = 5.0$ ， $\langle \delta^2(\hat{Y}_{EPR1} - \hat{X}_{EPR2}) \rangle = 5.7$ 和 $\langle \delta^2(\hat{Y}_{EPR1} + \hat{X}_{EPR2}) \rangle = 5.6$ 。因此，我们得到的纠缠态的关联矩阵可以表示为

$$\sigma = \begin{pmatrix} 3.0 & 0 & 2.7 & 0 \\ 0 & 2.2 & -0.1 & -1.8 \\ 2.7 & -0.1 & 3.1 & 0 \\ 0 & -1.8 & 0 & 2.1 \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

5.4.3 相干态部分隐形传输

图 5.19 所示为相干态部分隐形传输的实验光路图。实验过程分为六步：(1) 将纠缠源输出的纠缠态光场 EPR1 和 EPR2 分别传送给 Alice 和 Bob。(2) 激光器输出的相干态经过振幅和位相调制后，被半波片 HW1 和偏振分束棱镜 PBS1 分为两部分，反射的光束与 EPR1 在 50/50 分束镜 BS2 上耦合后，分别注入两套平衡零拍探测系统。(3) 分别将两束本振光与待测光场的相对位相锁定为 0 和 $\pi/2$ ，即两套平衡零拍探测系统分别测得待测光场的正交振幅和正交位相分量量子噪声。(4) 将减法器输出的光电流信号分别经过放大电路后，加载到辅助光的振幅调制器和位相调制器的信号输入端，利用辅助光对 PBS1 的透射场进行平移操作，并将平移后的光场传递给

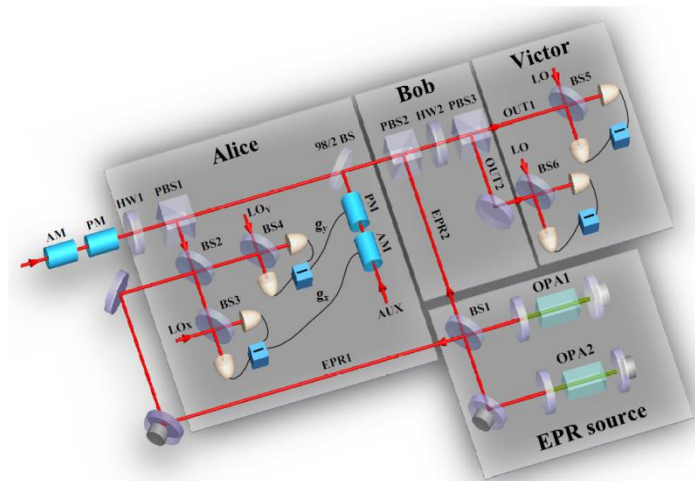


图 5.19 相干态部分隐形传输的实验光路图

Bob。(5) Bob 利用接收到的平移场与 EPR2 在 PBS2 上耦合，利用半波片 HW2 和偏振分束棱镜 PBS3 的组合实现与 PBS1 相同的反射率，此时输出态 out1 即为我们重构出的未知输入态。(6) Victor 用平衡零拍探测测量输出态 out1 的正交振幅和正交位相分量量子噪声，验证部分隐形传态的成功。实验中，我们需要锁定辅助光和未被测量的输入态之间的相对位相为 0，平移后的场与 EPR2 的相对位相为 0，两者都是通过干涉的交流信号和锁相放大器(SR830)实现的。

此外，为了使输出态 out1 与输入态具有相同的相干幅度，我们需要调节经典通道的增益 $g_x = g_y = 1$ 。此处以调节 $R=1$ 时的 g_x 为例。首先，挡住 EPR 纠缠源，在输入态振幅调制器上加载频率为 2 MHz，幅度为 18.5 dB 的振幅调制，锁定 Alice 处的 LOx 与输入态位相为 0，则由于被 BS2 透射的光场为输入态的一半，所以其探测到

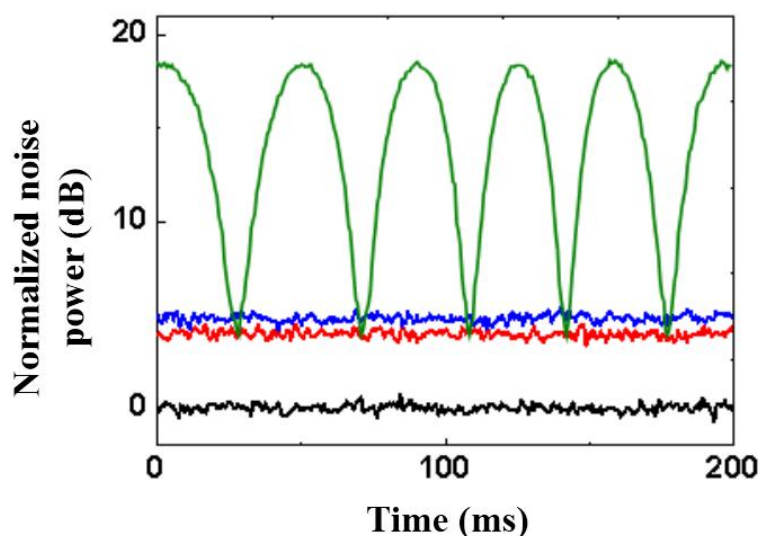


图 5.20 相干态的量子隐形传输

的信号幅度为 15.5 dB,比实际输入态调制幅度低 3 dB。然后,锁定 Victor 处 LO 与 out1 相对位相为 0,打开经典增益的放大电路,调节衰减器,使得 Victor 处恢复输入态的信号幅度 18.5 dB,即可保证 $g_x = 1$ 。同理,我们可以调节另一个经典通道的增益 $g_y = 1$ 。

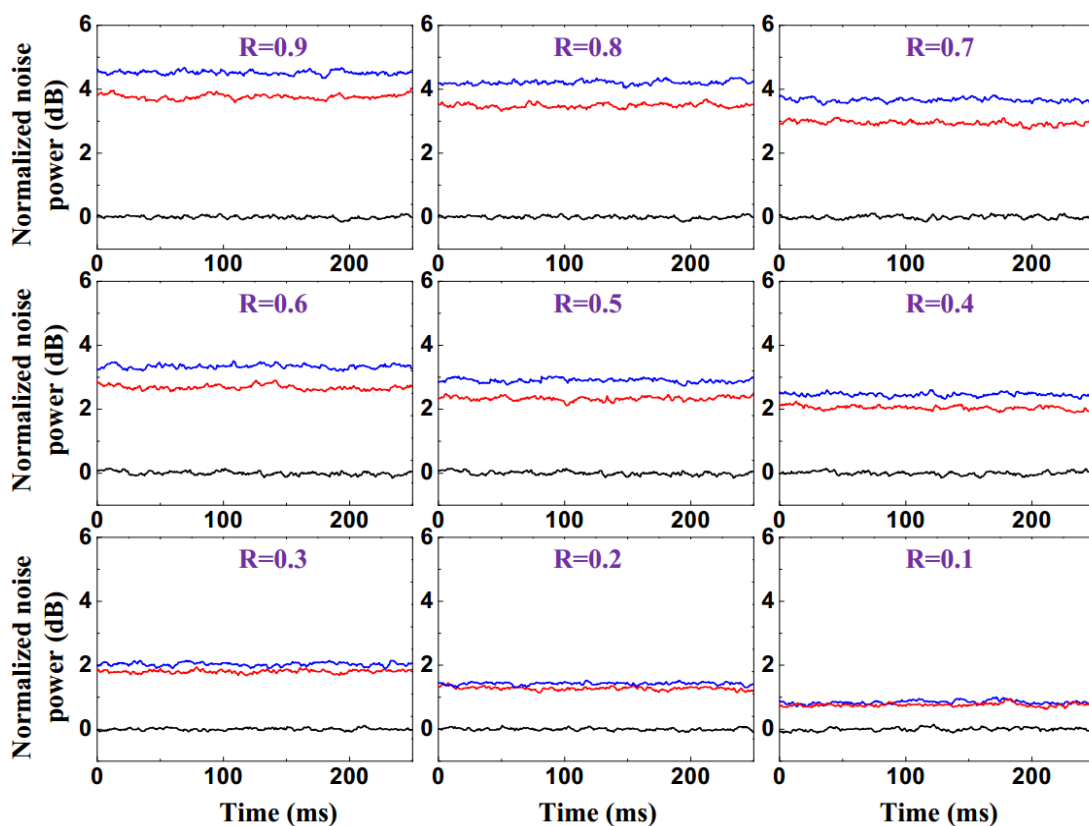


图 5.21 真空态的部分无实体传输

调节好经典通道增益后,打开 EPR 纠缠源,完成相干态的量子隐形传输。图 5.20 中给出的是 Victor 记录的 2 MHz 处的相干态隐形传输结果。黑线表示一个单位的真空噪声,即 Victor 的散粒噪声基准.蓝线表示无 EPR 纠缠时引入的三倍额外噪声,其高于散粒噪声基准 4.8 dB。绿线为纠缠存在时重构出的相干态振幅分量的噪声谱。红线为纠缠存在时重构出的真空态。因此,我们成功地实现了相干态和真空态的量子隐形传输,其保真度为 0.57。

同样的方法可以调节 $0 < R < 1$ 时的经典通道增益,完成真空态和相干态的部分隐形传输。图 5.21 分别给出了 Victor 记录的 R 不同取值时输出态 out1 的量子噪声。黑线表示 SNL,蓝线表示经典传输引入的额外噪声,红线表示部分无实体传输的实验结果。显然,对于每一个 R,真空态量子传输的噪声谱都低于经典传输引入的额外噪声,预示着都突破了各自的经典极限。

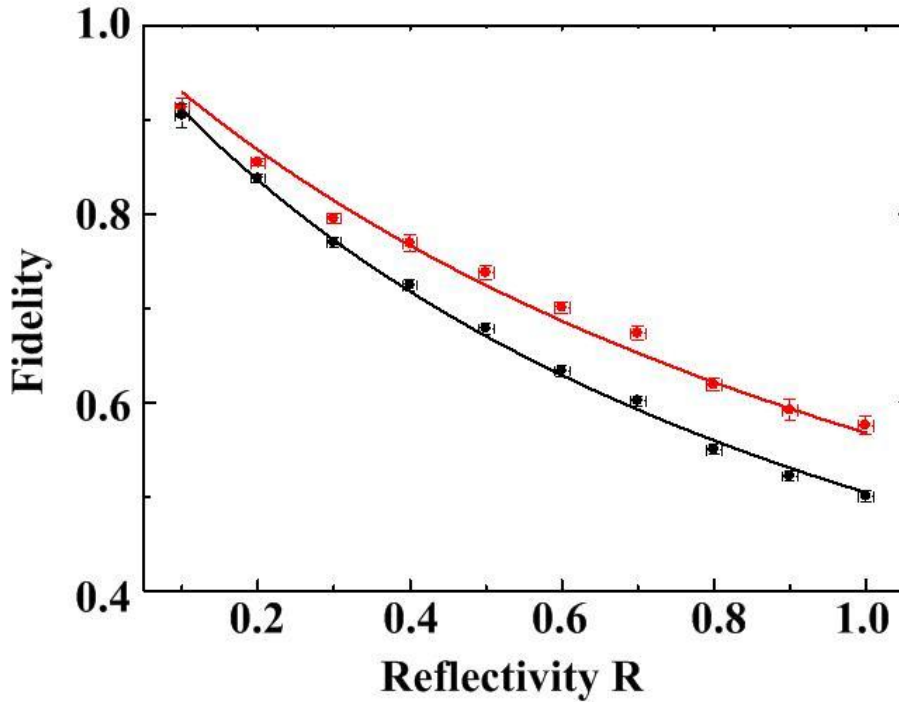


图 5.22 相干态部分无实体传输的保真度

图 5.22 给出的是实验测得的真空态传输的保真度与反射率 R 的关系。小圆点表示实验结果，黑线和红线为理论拟合。黑点和红点分别表示真空态经典传输和量子传输时的保真度。显然，对于每一个 R 取值，真空态量子传输的保真度都突破了经典保真度边界。特别地，当 $R < 0.7$ 时，真空态传输的保真度都突破了不可克隆极限 $F=2/3$ ；当 $R=0.1$ 时，真空态量子传输的保真度达到了 0.91。

5.5 小结

我们首次实验实现了相干态和真空态的部分无实体传输，得出了输出态保真度与反射率 R 的关系图。随着反射率 R 的增加，即输入态被破坏信息量的增加，相干态经典传输和量子传输的保真度边界降低。且对于每一个 R 取值，量子纠缠的引入都会使真空态量子传输的保真度突破保真度边界。特别地，当 $R < 0.7$ 时，真空态传输的保真度都突破了不可克隆极限 $F=2/3$ ；当 $R=0.1$ 时，真空态量子传输的保真度达到了 0.91。

参考文献

- [5.1] H. J. Kimble, The quantum internet. *Nature*, 2008, 453, 1023-1030.
- [5.2] X. L. Su, S. H. Hao, X. W. Deng, L. Y. Ma, M. H. Wang, X. J. Jia, C. D. Xie, and K. C. Peng, Gate sequence for continuous variable one-way quantum computation. *Nature communications*, 2013, 4, 2828.
- [5.3] S. Koike, H. Takahashi, H. Yonezawa, N. Takei, S. L. Braunstein, T. Aoki, and A. Furusawa, Demonstration of quantum telecloning of optical coherent states. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, 96, 060504.
- [5.4] X. W. Deng, S. H. Hao, H. Guo, C. D. Xie, and X. L. Su, Continuous variable quantum optical simulation for time evolution of quantum harmonic oscillators. *Scientific reports*, 2016, 6, 22914.
- [5.5] Y. H. Kim, S. P. Kulik, and Y. Shih, Quantum teleportation of a polarisation state with complete Bell state measurement. *Phys. Rev. Lett.* 2001, 86, 1370-1373.
- [5.6] N. Takei, T. Aoki, S. Koike, K. Yoshino, K. Wakui, H. Yonezawa, T. Hiraoka, J. Mizuno, M. Takeoka, M. Ban, and A. Furusawa, Experimental demonstration of quantum teleportation of a squeezed state. *Phys. Rev. A*, 2005, 72, 042304.
- [5.7] H. Krauter, D. Salart, C. A. Muschik, J. M. Petersen, H. Shen, T. Fernholz, and E. S. Polzik, Deterministic quantum teleportation between distant atomic objects. *Nature Physics*, 2013, 9, 400-404.
- [5.8] M. D. Barrett, J. Chiaverini, T. Schaetz, J. Britton, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, D. Leibfried, R. Ozeri, and D. J. Wineland, Deterministic quantum teleportation of atomic qubits. *Nature*, 2004, 429, 737-739.
- [5.9] L. Steffen, Y. Salathe, M. Oppliger, P. Kurpiers, M. Baur, C. Lang, C. Eichler, G. Puebla-Hellmann, A. Fedorov, and A. Wallraff, Deterministic quantum teleportation with feed-forward in a solid state system. *Nature*, 2013, 500, 319-322.
- [5.10] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crepeau, R. Jozsa, A. Peres, and W. K. Wootters, Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, 70, 1895-1899.
- [5.11] U. L. Andersen, J. S. Neergaard-Nielsen, P. van Loock, and A. Furusawa, Hybrid discrete- and continuous-variable quantum information. *Nature Physics*, 2015, 11, 713-719.
- [5.12] D. Bouwmeester, J. W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger,

- Experimental quantum teleportation. *Nature*, 1997, 390, 575-579.
- [5.13] J. W. Pan, D. Bouwmeester, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, Experimental entanglement swapping: entangling photons that never interacted. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, 80, 3891-3894.
- [5.14] J. W. Pan, S. Gasparoni, R. Ursin, G. Weihs, and A. Zeilinger, Experimental entanglement purification of arbitrary unknown states. *Nature*, 2003, 423, 417-422.
- [5.15] I. Marcikic, H. De Riedmatten, W. Tittel, H. Zbinden, and N. Gisin, Long distance teleportation of qubits at telecommunication wavelengths. *Nature*, 2003, 421, 509-513.
- [5.16] R. Ursin, T. Jennewein, M. Aspelmeyer, R. Kaltenbaek, M. Lindenthal, P. Walther, and A. Zeilinger, Quantum teleportation across the Danube. *Nature*, 2004, 430, 849-849.
- [5.17] X. M. Jin, J. G. Ren, B. Yang, Z. H. Yi, F. Zhou, X. F. Xu, S. K. Wang, D. Yang, Y. F. Hu, S. Jiang, T. Yang, H. Yin, K. Chen, C. Z. Peng, and J. W. Pan, Experimental free-space quantum teleportation. *Nature Photonics*, 2010, 4, 376-381.
- [5.18] J. Yin, J. G. Ren, H. Lu, Y. Cao, H. L. Yong, Y. P. Wu, C. Liu, S. K. Liao, F. Zhou, Y. Jiang, Y. A. Chen, C. Z. Peng, and J. W. Pan, Quantum teleportation and entanglement distribution over 100-kilometre free-space channels. *Nature*, 2012, 488, 185-188.
- [5.19] X. S. Ma, T. Herbst, T. Scheidl, D. Q. Wang, S. Kropatschek, W. Naylor, B. Wittmann, A. Mech, J. Kofler, E. Anisimova, V. Makarov, T. Jennewein, R. Ursin, and A. Zeilinger, Quantum teleportation over 143 kilometres using active feed-forward. *Nature*, 2012, 489, 269-273.
- [5.20] X. L. Wang, X. D. Cai, Z. E. Su, M. C. Chen, D. Wu, L. Li, N. L. Liu, C. Y. Lu, and J. W. Pan, Quantum teleportation of multiple degrees of freedom of a single photon. *Nature*, 2015, 518, 516-519.
- [5.21] S. L. Braunstein, and H. J. Kimble, Teleportation of Continuous Quantum Variables. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, 80, 869-872.
- [5.22] A. Furusawa, J. L. Sørensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, and E. S. Polzik, Unconditional quantum teleportation. *Science*, 1998, 282, 706-709.
- [5.23] T. C. Zhang, K. W. Goh, C. W. Chou, P. Lodahl, and H. J. Kimble, Quantum teleportation of light beams. *Phys. Rev. A*, 2003, 67, 033802.
- [5.24] W. P. Bowen, N. Treps, B. C. Buchler, R. Schnabel, T. C. Ralph, H. A. Bachor, T. Symul, and P. K. Lam, Experimental investigation of continuous-variable quantum

- teleportation. *Phys. Rev. A*, 2003, 67, 032302.
- [5.25] X. J. Jia, X. L. Su, Q. Pan, J. R. Gao, C. D. Xie, and K. C. Peng, Experimental demonstration of unconditional entanglement swapping for continuous variables. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, 93, 250503.
- [5.26] N. Takei, H. Yonezawa, T. Aoki, and A. Furusawa, High-fidelity teleportation beyond the no-cloning limit and entanglement swapping for continuous variables. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, 94, 220502.
- [5.27] H. Yonezawa, S. L. Braunstein, and A. Furusawa, Experimental demonstration of quantum teleportation of broadband squeezing. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, 99, 110503.
- [5.28] M. Yukawa, H. Benichi, and A. Furusawa, High-fidelity continuous-variable quantum teleportation toward multistep quantum operations. *Phys. Rev. A*, 2008, 77, 022314.
- [5.29] N. Lee, H. Benichi, Y. Takeno, S. Takeda, J. Webb, E. Huntington, and A. Furusawa, Teleportation of nonclassical wave packets of light. *Science*, 2011, 332, 330-333.
- [5.30] X. L. Su, C. X. Tian, X. W. Deng, Q. Li, C. D. Xie, and K. C. Peng, Quantum Entanglement Swapping between Two Multipartite Entangled States. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 117, 240503.
- [5.31] I. Kogias, S. Ragy, and G. Adesso, Continuous-variable versus hybrid schemes for quantum teleportation of Gaussian states. *Phys. Rev. A*, 2014, 89, 052324.
- [5.32] U. L. Andersen, and T. C. Ralph, High-fidelity teleportation of continuous-variable quantum states using delocalized single photons. *Phys. Rev. Lett.*, 2013, 111, 050504.
- [5.33] K. Marshall, and D. F. V. James, High-fidelity teleportation of continuous-variable quantum states with discrete-variable resources. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2014, 31, 423-428.
- [5.34] T. Ide, H. F. Hofmann, T. Kobayashi, and A. Furusawa, Continuous-variable teleportation of single-photon states. *Phys. Rev. A*, 2001, 65, 012313.
- [5.35] L. Mišta, R. Filip, and A. Furusawa, Continuous-variable teleportation of a negative Wigner function. *Phys. Rev. A*, 2010, 82, 012322.
- [5.36] S. Takeda, T. Mizuta, M. Fuwa, P. van Loock, and A. Furusawa, Deterministic quantum teleportation of photonic quantum bits by a hybrid technique. *Nature*, 2013, 500, 315-318.
- [5.37] S. Takeda, M. Fuwa, P. van Loock, and A. Furusawa, Entanglement Swapping

- between Discrete and Continuous Variables. *Phys. Rev. Lett.*, 2015, 114, 100501.
- [5.38] A. V. Chizhov, L. Knödl, and D. G. Welsch, Continuous-variable quantum teleportation through lossy channels. *Phys. Rev. A*, 2002, 65, 022310.
- [5.39] H. F. Hofmann, T. Ide, T. Kobayashi, and A. Furusawa, Fidelity and information in the quantum teleportation of continuous variables. *Phys. Rev. A*, 2000, 62, 062304.
- [5.40] S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, and P. van Loock, Quantum versus classical domains for teleportation with continuous variables. *Phys. Rev. A*, 2001, 64, 022321.
- [5.41] F. Grosshans, and P. Grangier, Quantum cloning and teleportation criteria for continuous quantum variables. *Phys. Rev. A*, 2001, 64, 010301(R).
- [5.42] P. van Loock, and S. L. Braunstein, Unconditional teleportation of continuous-variable entanglement. *Phys. Rev. A*, 1999, 61, 010302(R).
- [5.43] J. Zhang, C. D. Xie, and K. C. Peng, Continuous-variable quantum state transfer with partially disembodied transport. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, 95, 170501.
- [5.44] N. J. Cerf, and S. Iblisdir, Optimal N-to-M cloning of conjugate quantum variables. *Phys. Rev. A*, 2000, 62, 040301(R).
- [5.45] U. L. Andersen, V. Josse, and G. Leuchs, Unconditional quantum cloning of coherent states with linear optics. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, 94, 240503.
- [5.46] J. Fiurášek, Optical Implementation of Continuous-Variable Quantum Cloning Machines. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 86, 4942-4945.
- [5.47] Y. Y. Zhou, X. J. Jia, F. Li, C. D. Xie, and K. C. Peng, Experimental generation of 8.4 dB entangled state with an optical cavity involving a wedged type-II nonlinear crystal. *Optics express*, 2015, 23, 4952-4959.
- [5.48] T. Eberle, V. Handchen, and R. Schnabel, Stable control of 10 dB two-mode squeezed vacuum states of light. *Optics express*, 2013, 21, 11546-11553.
- [5.49] X. D. Yu, W. Li, Y. B. Jin, and J. Zhang, Experimental measurement of covariance matrix of two-mode entangled state. *Sci China-Phys Mech Astron.*, 2014, 57, 875–879.

第六章 总结与展望

压缩态光场是量子信息科学的重要资源之一，在光学精密测量、量子态工程、量子存储、量子通信和量子计算等领域都有广泛的应用。本文主要介绍了近几年压缩态光场的研究现状，发展方向，以及我在博士期间对于压缩态光场的双色本振光探测及应用研究。

将I类PPKTP晶体的前端面作为输入耦合镜，搭建了半整体光学参量放大器，进而通过参量下转换产生了单模压缩光。利用三个声光调制器产生了一束双频激光，其频率分别为基频光两侧的对称边带，并将其作为本振光实现压缩真空态的探测，进而验证了压缩真空态两对对称边带之间的EPR关联特性。

用双色本振光实现压缩真空态的平衡零拍探测，并通过改变双色本振光的功率比，寻找最优化的增益因子，进而获得最大的条件压缩。对下边带场的一部分进行低频相位调制，与压缩真空态在98/2分束镜耦合后，进入平衡零拍探测系统，进而提高了低频信号测量的信噪比。

分别将单边带和双边带作为光学参量放大器的信号光，调节PPKTP晶体的温度达到最佳相位匹配条件后，用一束基频本振光对其进行测量。然后，将测得的光电流与5 MHz本振信号进行混频、滤波后，通过改变泵浦光与信号光的相对位相，可以分别得到振幅压缩态和位相压缩态在时域的噪声分布。挡住光学参量放大器的信号场，即可得到压缩真空态在时域的噪声分布。将测得的噪声分布进行数据处理后，可以重构出该量子态的Wigner函数。

将两束单模压缩光在50/50分束镜耦合后得到纠缠光，并将其应用于相干态的部分隐形传输实验中。通过控制联合Bell态测量过程中被破坏的信息量，从而用低于3dB的纠缠源实现了保真度对于不可克隆极限2/3的突破，得到了最大的保真度为0.9。

为了探测更多、质量更小的黑洞合并，甚至中子星合并的引力波事件，我们需要提高引力波探测的灵敏度，因此我们实验室将来的工作重点之一就是研制依赖于频率的低频压缩态光场。另一方面，随着人们对于信息安全的高度重视，基于双模压缩态的量子隐形传态、量子密钥分发等量子通信方案也会逐渐从基础研究扩展到实际应用当中，因此我们的另一个工作重点是搭建紧凑型的无条件连续变量隐形传输机，进而实现各种准经典态和非经典态的隐形传

成果目录

已发表文章

- [1] **Wei Li**, Xudong Yu, and Jing Zhang, Measurement of the squeezed vacuum state by a bichromatic local oscillator. *Opt. Lett.*, 2015, 40, 5299-5302.
- [2] **Wei Li**, Xudong Yu, Zengming Meng, Yuanbin Jin, and Jing Zhang. Experimental study of balanced optical homodyne and heterodyne detection by controlling sideband modulation. *Sci China-Phys Mech Astron.*, 2015, 58, 104201.
- [3] **Wei Li**, Yuanbin Jin, and Xudong Yu, Characterization of squeezed states with controllable coherent light injection at sidebands. *Sci China-Phys Mech Astron.*, 2017, 60, 050321.
- [4] Xudong Yu, **Wei Li**, Yuanbin Jin, and Jing Zhang, Experimental measurement of covariance matrix of two-mode entangled state. *Sci China-Phys Mech Astron.*, 2014, 57, 875-879.
- [5] Xudong Yu, **Wei Li**, Shiyao Zhu, and Jing Zhang, Mach-Zehnder interferometer with squeezed and EPR entangled optical fields. *Chin. Phys. B*, 2016, 25, 020304.

待发表文章

Wei Li, Yuanbin Jin, Xudong Yu, and Jing Zhang, Enhanced sensitivity of low-frequency signal by using broad squeezed light and bichromatic local oscillator. Submitting.

致 谢

时光荏苒，转眼间六年的光电所学习生活即将结束。回顾过去，感慨良多。在这段宝贵的时光里，我不仅在知识结构和科研水平等方面取得了巨大的飞跃，而且个人综合素质也得到了全面发展。在这里，首先感谢彭堃堃院士和谢常德教授为我们创建了一流的科研环境，二老用渊博的知识、严谨的科研作风、朴素的生活态度以及攀登奉献的精神一直感染着我们，使我们学会勤奋而有节奏地生活和工作，谦虚请教以及独立思考和解决问题。

感谢我的导师张靖教授。我的毕业论文能够顺利完成，很大程度上应该归功于张老师的精心指导和严格把关，我的每一项研究工作、论文的每一章节都凝聚了他的辛勤汗水！在这里，我衷心的对张老师说声“谢谢”。您开阔的胸襟气度、广博的知识功底、严谨的治学态度、高远的科研视野、质朴谦和的学者风范，以及对事业的不懈努力和追求，所有这优秀品质都无时无刻不在激励着我。“一叶浮萍归大海，人生何处不相逢。”虽然毕业在即，前路漫漫，但我坚信张老师传授给我的这些精神品质仍将成为我未来一生前进的动力。

感谢同实验平台的于旭东老师，您耐心的指导和渊博的学识以及宽容包容的气度不断指引我们成长。您对问题具有敏锐的洞察力和见解，使我们豁然开朗，受益匪浅。感谢已毕业的邸克师兄，是您在我刚进实验室的时候，耐心的指导我绘制和检测电路板，并不遗余力的向我传授各项实验技能为人处世之道。感谢师兄王鹏军、霍强、柴世杰、黄良辉、孟增明、张岩和师姐程峰钰一直以来对我工作和学习中的帮助。特别感谢黄良辉和孟增明对我的支持和照顾，使我的博士生活更加充实快乐。感谢师弟彭鹏、樊浩、李东豪、靳元彬、文凯、杨广玉和师妹王亚琼、任珂娜、师振莲的关心和支持。感谢一起在山西大学学习十年的同学武红鹏、王志辉、田龙、刘备、韩亚帅、焦月春、陈丽荣、邓晓玮、周瑶瑶、吴亮的一路陪伴。

感谢郜江瑞教授、张天才教授、张宽收教授、王海教授、王军民教授、张俊香教授、李永民教授等老师对我学业的帮助和支持。感谢张晋彪老师、苗德嘉老师、程娇荣老师、郑晋玲老师、高星老师、曲睿娟老师等为我们提供了良好的科研环境和帮助。感谢办公室和电子车间的各位老师及机加工车间的各位师傅在工作中的全力帮助，是您们的辛勤汗水保证了各项科研项目的顺利完成。

感谢我的父母养育了我，为我创造了幸福和谐的生活环境，给我健康的体魄和坚

强勤劳的人生理念，您二老的恩德我一定全力报答。感谢我的岳父、岳母、哥哥和嫂子对我生活上的关心和照顾，给我继续求学的动力。感谢我的妻子宣丽荣，一路上不管风风雨雨，正是你的不离不弃，给了我最大的肯定，人生路漫漫，我愿与你同行到老。感谢我的儿子李昕宇带给我无尽的快乐，是你让我更加深刻的理解了父爱和母爱的伟大，我一定努力陪着你健康快乐的长大成人。最后，祝愿我所有的家人、亲戚、老师和朋友们健康幸福。

李卫

2017年5月15日

个人简况及联系方式

◆个人概况

姓 名：李卫

性 别：男

民 族：汉

出生年月：1987年12月

政治面貌：预备党员

婚姻状况：已婚

籍 贯：山西省襄垣县

联系电话：15035149282

电子信箱：15035149282@163.com

◆学习与受教育经历

2011.9-2017.7 山西大学光电研究所，量子光学与光量子器件国家重点实验室

专业：光学 (硕博连读研究生)

2007.9-2011.7 山西大学物理电子工程学院，物理学国家人才培养基地

专业：物理学 (本科)

承 诺 书

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是在导师指导下独立完成的，学位论文的知识产权属于山西大学。如果今后以其他单位名义发表与在读期间学位论文相关的内容，将承担法律责任。除文中已经注明引用的文献资料外，本学位论文不包括任何其他个人或集体已经发表或撰写过的成果。

作者签名：

学位论文使用授权声明

本人完全了解山西大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关机关或机构送交论文的复印件和电子文档，允许论文被查阅和借阅，可以采用影印、缩印或扫描等手段保存、汇编学位论文。同意山西大学可以用不同方式在不同媒体上发表、传播论文的全部或部分内容。

保密的学位论文在解密后遵守此协议。

作者签名：

导师签名：

2017年05月15日