

2016 届 博 士 学 位 论 文

冷原子高效磁阱转移和用于拉曼耦合的光学锁相环系统的研究

作者姓名 孟增明

指导教师 张靖教授

学科专业 光学

研究方向 超冷原子物理

培养单位 量子光学与光量子器件国家重点实验室
山西大学光电研究所

学习年限 2010 年 9 月—2016 年 11 月

二〇一六年十一月

山西大学
2016 届博士学位论文

冷原子高效磁阱转移和用于拉曼 耦合的光学锁相环系统的研究

作者姓名	孟增明
指导教师	张靖教授
学科专业	光学
研究方向	超冷原子物理
培养单位	量子光学与光量子器件国家重点实验室 山西大学光电研究所
学习年限	2010 年 9 月—2016 年 11 月

二〇一六年十一月

Thesis for Doctor's degree, Shanxi University, 2016

**High Efficiency Magnetic Transport of Ultra-Cold
Atoms and The Research of Raman Coupling in
Cold Atoms with Optical Phase-Locked Loop System**

Name	Zengming Meng
Supervisor	Prof. Jing Zhang
Major	Optics
Field of Research	Ultracold atomic physics
Department	State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices Institute of Opto-Electronics, Shanxi University
Research Duration	September 2010—November 2016

November, 2016

目 录

中文摘要	I
Abstract	II
第一章 引言	1
1.1 玻色爱因斯坦凝聚体和简并费米气体.....	1
1.2 超冷原子的相关实验研究.....	2
1.2.1 光晶格	2
1.2.2 原位成像	3
1.3 光学锁相环.....	3
1.4 自旋轨道耦合.....	4
1.4 论文结构.....	5
参考文献.....	7
第二章 原子的俘获与冷却.....	11
2.1 冷与热的区别.....	11
2.2 超冷原子的应用.....	11
2.3 激光冷却.....	11
2.4 磁光阱.....	12
参考文献.....	14
第三章 磁转移超冷原子的实验装置	15
3.1 真空系统.....	15
3.1.1 真空腔室	16
3.1.2 铷源和钾源	17
3.1.3 离子泵和真空计	18
3.1.4 二级玻璃真空腔室	19
3.1.5 高真空度的实现过程	20
3.2 磁场.....	21
3.2.1 磁阱俘获中性原子	22
3.2.2 四级磁阱转移原子	22

3.2.3 转移线圈的设计与组合	24
3.2.4 转移线圈的控制	25
3.2.5 磁场控制环路的冷却	28
3.3 磁光阱.....	29
3.3.1 原子能级	29
3.3.2 激光系统	30
3.3.3 激光的频率和光强控制	34
3.4 成像系统.....	36
3.5 小结.....	38
参考文献.....	40
第四章 锁相环和频率控制.....	42
4.1 为什么使用锁相环.....	42
4.2 噪声.....	44
4.3 锁相环的组成部分.....	45
4.4 鉴相器.....	46
4.4.1 鉴相器的两种类型	46
4.4.2 鉴相鉴频器	51
4.5 环路滤波器.....	57
4.6 电荷泵.....	57
4.7 分频器.....	58
4.8 锁相环芯片 ADF4107 的介绍.....	58
4.9 频率调制的基本理论.....	61
4.10 半导体激光二极管的频率调制.....	63
4.11 小结.....	63
参考文献.....	65
第五章 光学锁相环.....	66
5.1 半导体激光器的稳频和移频.....	66
5.1.1 半导体激光二极管	66
5.1.2 半导体激光二极管的相位和频率噪声	68

5.1.3 激光线宽的压窄和激光频率的调节	68
5.2 光学锁相环.....	69
5.3 两束激光的相位锁定.....	71
5.4 获取 Raman 相干光束的其他办法	75
5.5 光学锁相环系统的实验应用.....	76
5.6 小结.....	79
参考文献.....	80
第六章 自旋轨道耦合	82
6.1 观测不同自旋态原子的方法.....	82
6.2 自旋射频光谱.....	84
6.3 自旋轨道耦合.....	85
6.4 二维自旋轨道耦合.....	92
6.4.1 二维自旋轨道耦合的建立	92
6.4.2 二维自旋轨道耦合模拟打开能隙	96
6.5 小结.....	101
参考文献.....	102
总结与展望	104
博士研究生期间完成的学术论文	105
致谢.....	107
个人简况及联系方式	109
承诺书.....	110
学位论文使用授权声明	111

Contents

Chinese Abstract	I
Abstract	II
Chapter 1 Overview	1
1.1 BEC and DFG	1
1.2 Ultracold Atoms	2
1.2.1 Optical Lattice	2
1.2.2 In Situ Imaging	3
1.3 Optical Phase Locked Loop	3
1.4 Spin Orbit Coupling	4
1.4 Chapter Overview	5
Bibliography	7
Chapter 2 Trapping and Cooling Atoms	11
2.1 Hot and Cold	11
2.2 The Application of Ultracold Atoms	11
2.3 Laser Cooling	11
2.4 Magnetic Optical Trap	12
Bibliography	14
Chapter 3 Setup of the Experiment	15
3.1 Vacuum System.....	15
3.1.1 The Vacuum Chamber	16
3.1.2 ⁸⁷ Rb & ⁴⁰ K Source	17
3.1.3 Ion Pump and Vacuumeter.....	18
3.1.4 The Secondary Glass Vacuum Chamber	19
3.1.5 The Realization of the Ultra High Vacuum Degree.....	20
3.2 Magnetic Field	21
3.2.1 Magnetic Trapping Neutral Atoms	22
3.2.2 Magnetic Transfer Line	22

3.2.3 The Design of the Transfer Coil	24
3.2.4 The Control of the Transfer Coils.....	25
3.2.5 Cooling of the Transfer System.....	28
3.3 Magnetic Optical Trap.....	29
3.3.1 Atomic Energy Level.....	29
3.3.2 The Laser System	30
3.3.3 Amplitude and Frequency of Laser	34
3.4 Imaging System.....	36
3.5 Conclusions.....	38
Bibliography	40
Chapter 4 Phase Locked Loop and Frequency Modulation.....	42
4.1 Phase Locked Loop.....	42
4.2 Noise	44
4.3 The Part of the PLL.....	45
4.4 Phase Detector	46
4.4.1 Two Kind of PD.....	46
4.4.2 Phase and Frequency Detector	51
4.5 Loop Filter	57
4.6 Charge Pump.....	57
4.7 Counter.....	58
4.8 Introduce the ADF4107.....	58
4.9 The Basic Theory of the Frequency Modulation	61
4.10 The Frequency Modulation of The ECDL	63
4.11 Conclusions.....	63
Bibliography	65
Chapter 5 Optical Phase Locked Loop.....	66
5.1 Stability and Shift Frequency of the Laser	66
5.1.1 Laser Diode	66
5.1.2 The Noise of Phase and Frequency	68

5.1.3 Reduction Noise of the ECDL.....	68
5.2 Optical Phase Locked Loop	69
5.3 Phase Lock	71
5.4 Other Methods of the Obtaining Coherent Lasers	75
5.5 The Application of the OPLL	76
5.6 Conclusions.....	79
Bibliography	80
Chapter 6 Spin Orbit Coupling.....	82
6.1 The Observation Methods of Different Spin State.....	82
6.2 Spin Injection Radio Frequency Spectroscopy	84
6.3 Spin Orbit Coupling.....	85
6.4 Two Dimensional Spin Orbit Coupling	92
6.4.1 Experimental Realization of a two-Dimensional Synthetic SOC.....	92
6.4.2 Experimental Observation of Topological Band Gap Opening.....	96
6.5 Conclusions.....	101
Bibliography	102
Summary and Outlook	104
Research Achievementsy	105
Acknowledgment	107
Personal profiles	1099
Letter of commitment.....	11010
Authorization statemen	111

中文摘要

本文首先介绍了如何从相对低真空度的真空腔室中俘获高密度超冷玻色气体，然后运用磁转移的办法，将原子高效率的装载到超高真空度的二级磁阱中，然后使用远失谐的 532nm 激光封堵磁场零点，之后进行蒸发冷却，最后将 ^{87}Rb 的超冷原子装载到远失谐的交叉偶极阱中，进而实现玻色-爱因斯坦凝聚。

在俘获原子、磁转移冷原子的实验部分，首先回顾了一些常用的冷却技术和概念，其中包括激光冷却、磁光阱等。然后描述了超冷原子的超高真空腔室系统、实现超高真空度的方法、搭建简单可靠稳定的激光光路、设计四级阱线圈和磁转移线圈、编写磁转移程序和设计控制电路从而使得四级阱和磁转移线圈有序的相互配合、编写 CCD 程序从而配合飞行展开吸收成像。在实验的关键部分，做了详细的介绍，例如磁转移线圈的配合部分。

其次本文还介绍了锁相环的基本原理，分析了不同种类的鉴相器的优缺点和实用性。为了获得低噪声、相位相干、差频大的两束拉曼激光，介绍了如何将电子锁相环推广到光学锁相环，并且设计了光学锁相环，分析了在调节电路过程中的一些关键部件。使用光学锁相环调制外腔反馈式半导体激光器的压电陶瓷和电流，进而使得非相关联的两束激光线宽从 MHz 降低到 Hz 量级，它们的相噪大幅度降低，将锁定的两束拉曼激光照射到超冷原子上，测量了原子态的拉比振荡。

本文最后介绍了使用两束拉曼激光作用在超冷原子中模拟电子自旋轨道耦合的模型，并且成功模拟了自旋轨道耦合，然后将一维的自旋轨道耦合推广到二维空间，使用三束线偏振拉曼光实现了二维自旋轨道耦合，通过调节拉曼光的失谐大小，实现了狄拉克在动量空间的位置变化。为了拓展二维自旋轨道耦合的应用(模拟拓扑霍尔效应等)，在其中一束拉曼光的光路中加入 $\lambda/4$ 波片，由此使得线偏光椭圆极化，由此在二维自旋轨道耦合的哈密顿量中构建了垂直于拉曼激光平面的塞曼磁场哈密顿量，通过调节 $\lambda/4$ 波片的角度(调节椭圆极化率)，就可以调节塞曼磁场的大小，由此就将狄拉克点处的带隙打开，并且通过改变波片的角度可以精确调节带隙的大小。自旋轨道耦合的原子态之间存在相互作用力，我们通过自旋射频光谱的技术，使用射频将原子泵浦到无相互作用的量子态上，通过能量守恒倒推出相互作用的量子态的能量色散关系图。

关键词：玻色-爱因斯坦凝聚；磁转移；锁相环；鉴相器；光学锁相环；自旋轨道耦合；拉曼光；狄拉克点；狄拉克点处的带隙

Abstract

To create ultracold quantum gases and to perform experiments with Bose-Einstein condensates, there are several technical requirements to be met. Optical and magnetic forces are used to capture ^{87}Rb atoms at a temperature of 300 K and cool them over nine orders of magnitude to below 300 nK while storing them in a trap. This requires laser light at different well defined frequencies as well as properly designed magnetic fields. At all stages of the experiment the atoms need to be protected from collisions with background gas atoms, which demands ultrahigh vacuum (UHV) conditions.

Producing ultracold quantum gases of alkali atoms involves laser cooling and usually the first cooling stage is realized by a magneto-optical trap (MOT). Operating a MOT involves laser beams from six directions. Together with an imaging system, ports for a vacuum pump and the atom source they consume quite some space. This restricts the optical access to the trapped atoms when it comes to set up tools for performing experiments with the atomic sample. To circumvent these restrictions, one can move the atoms to another position after trapping and pre-cooling them in the MOT. A spatial separation also helps to solve another task, which consists in providing enough atoms when the MOT is loaded while ensuring low pressure and long trap lifetimes at the later stages of the experiment. Implementing a differential pumping stage between the MOT and the separated experimental region allows to obtain the required pressure difference. In our new setup ^{87}Rb atoms are loaded into the MOT in a special vacuum chamber and are then transferred magnetically to a glass cell at a pressure below 10^{-9} Pa . During the transport we move the atoms over a distance of 49.8 cm and around a corner of 60° . In the glass cell the atom cloud is magnetically trapped and evaporatively cooled to form a BEC. The spatial separation between MOT and final trap position allows excellent optical access to perform a multitude of experiments.

Experiments on coherent interaction of light with matter require the involved laser fields to be coherently coupled. This implies that their phase and frequency difference has to be stabilized to a high degree. The most versatile method for the preparation of coherent light fields is that of optical phase locking. An optical phase locked loop

stabilizes the phase and frequency of a slave laser so that its phase follows that of a second master laser. The pioneering work on optical phase locked loops has been done in the 1960's, and they have become a well established tool to obtain phase coherent lasers, not only for the generation of coherently prepared media, but also for coherent optical communication systems, precision spectroscopy and high accurate frequency stabilization of lasers.

Spin-orbit coupling (SOC) and Zeeman fields are crucial ingredients for many topological quantum matters. The recent experimental realization of synthetic SOC, one-dimensional (1D). Though significant experimental progresses have been made, a bottleneck in current studies is the lack of a two-dimensional (2D) synthetic SOC, which is crucial for realizing high-dimensional topological matters. Here, we report the experimental realization of 2D SOC in ultracold ^{40}K Fermi gases using three lasers, each of which dresses one atomic hyperfine spin state. Through spin injection radio-frequency (rf) spectroscopy, we probe the spin-resolved energy dispersions of dressed atoms, and observe a highly controllable Dirac point created by the 2D SOC. Our work paves the way for exploring high-dimensional topological matters in ultracold atoms using Raman schemes. However, in 2D SOC (e.g., Rashba type), a perpendicular Zeeman field, which opens a band gap at the Dirac point and induces topological properties, has not been realized in experiments for ultracold atoms. Here we propose and realize a simple scheme for generating 2D SOC and a perpendicular Zeeman field simultaneously in ultracold Fermi gases by tuning the polarization of three Raman lasers that couple three hyperfine ground states of atoms. The resulting band gap opening at the Dirac point is probed using spin injection radio-frequency spectroscopy. Our observation may pave the way for exploring topological transport and topological superfluids with exotic Majorana and Weyl fermion excitations in ultracold atoms.

Key words: Bose-Einstein condensates; transferred magnetically; phase locked loop; phase detector; optical phase locked loops; spin-orbit coupling; Raman laser; Dirac point, band gap at the Dirac point.

第一章 引言

1925年，爱因斯坦将玻色对光子的量子统计进行推广，首次预言了玻色-爱因斯坦凝聚（BEC），爱因斯坦预言：如果理想的玻色气体可以被冷却到极低温度，原子的德布罗意波长将与原子的间距所比拟，所有的原子都将聚集在基态。早期，人们认为液氢的超流特性和金属的超导特性就是BEC的现象，满足爱因斯坦的预言，但是由于液氢粒子或金属粒子之间的相互作用非常强，凝聚的特征不是非常明显，那么，弱相互作用的稀化气体就更接近理想的玻色气体，因此科学家便开始了寻找和研究超冷量子气体。

刚开始寻找BEC的实验原材料是在强磁场中的自旋极化的氢，科学工作者认为一个弱相互作用的气体应该很容易便可以达到极低的温度，从而实现BEC。刚开始的实验是将充满氢气的玻璃容器置于强磁场中，然后将容器放入超低温的环境中，环境温度是通过释放制冷剂等方法来进行冷却。在这种情况下，氢原子的相空间密度被压缩了百分之五十，这是因为极化氢原子受到三体重组导致的，用氢原子来实现BEC还是非常困难的。

在八十年代，激光冷却领域得到了很大的发展^[1-4]，例如多普勒冷却、偏振梯度冷却和磁光阱^[5,6]，这些方法不仅重新复兴了原子物理而且提供了一种可以创造极低温度的途径。科学家在磁阱中使用激光冷却和蒸发冷却的方法可以克服巨大的实验挑战，从而将弱相互作用的稀化气体冷却到极低的温度。1995年，JILA小组、Rice和MIT小组首次分别使用⁸⁷Rb和²³Na，在实验上观察到了BEC^[7-9]，这一成果物理学家寻找和等待了很多年，因此在2001年，瑞士诺贝尔物理协会为表彰“在碱金属的稀化气体中获得玻色-爱因斯坦凝聚”的三位科学家，将诺贝尔物理学奖颁发给Wolfgang Ketterle、Carl Wieman和Eric Cornell。BEC实现不久，科学家便开始探索冷却费米子的方法。1999年，科罗拉多大学的Jin小组首次使用⁴⁰K实现了量子简并费米气体（DFG）^[10]。超冷气体为研究原子间强相互作用、高精度原子钟、超导超流等问题提供了很好的研究平台。

1.1 玻色爱因斯坦凝聚体和简并费米气体

大自然是由最基本的两种粒子构成：玻色子和费米子，通过总自旋的不同便可以区分它们。粒子的总自旋是由原子核的总自旋和电子的总自旋构成的。如果粒子的总自旋是 $1/2$ 的奇数倍，就是费米子，服从费米-狄拉克统计，它主要是说一个量

子态最多只有一个粒子；如果粒子的总自旋是零或 $1/2$ 的偶数倍，就是玻色子，服从玻色-爱因斯坦统计，它主要是说一个物理系统的任意单个粒子本征态可能与其余一些玻色子的本征态相同。

1995年，通过激光冷却和蒸发冷却的方法，科学家使用 ^{87}Rb 原子，首次实现BEC。由于大自然中组成物质的基本粒子几乎都是费米子，例如：电子、质子和中子等，而玻色子在大自然中所占比重非常小，因此研究费米子才是我们了解自然规律的重要原材料。不久，美国的Jin小组首次使用 ^{40}K 原子蒸汽实现了简并费米气体，他们使用的方法是激光冷却、蒸发冷却和协同冷却。冷却费米子会多出一种冷却方法，这是由于泡利不相容原理所制约：“费米子处于很低温度时，原子之间的S波碰撞是不可能发生”，所以当费米子通过激光冷却和蒸发冷却降低到一定温度时，需要通过协同冷却的方法（在蒸发的过程中，费米子与另外一种玻色子发生碰撞，从而将自己的温度降低）将它的温度降低到最低，实现费米海。

1.2 超冷原子的相关实验研究

1.2.1 光晶格

光晶格就是一个周期性的势阱，它是由使用不同方向的激光对射，形成光学驻波场势阱。使用一束激光、两个透镜和0度高反镜，可以通过透镜将激光整形为高

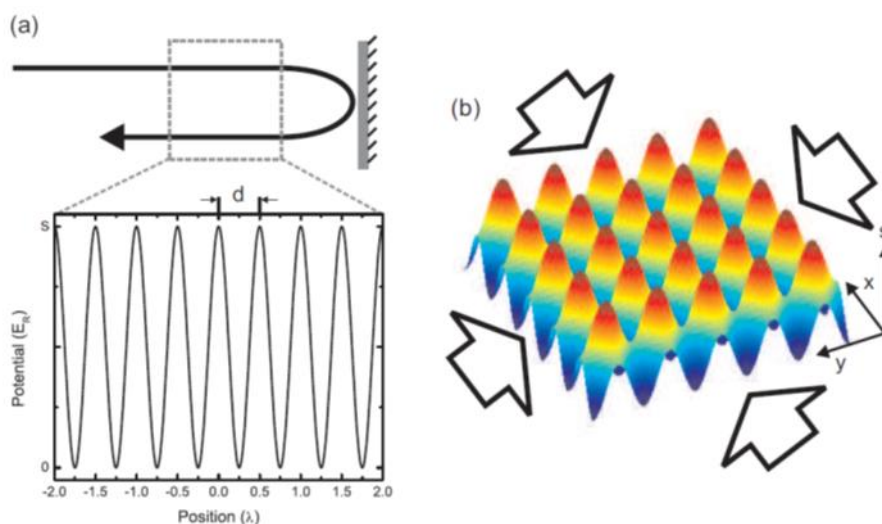


图 1.1 (a)使用高反镜形成的激光强度驻波场，其中强度正比于 $\cos^2(kx)$ ， $k = 2\pi/\lambda$ 为波矢。波峰与波谷之间的距离为 $d = \lambda/2$ ，光学势阱深度 $V = s \times E_R$ ，式中 $E_R = (\hbar k)^2 / 2m$ 为反冲能量。(b)在另一个方向增加一束光便形成了二维光学势阱。

斯光束，由于入射光和反射光的频率、偏振相同，将会发生干涉形成驻波，每隔 $\lambda/2$ 将会周期性的出现波峰和波谷，这便是最简单的一维光晶格，见图 1.1，通过光学势阱便可以在空间上周期性的俘获原子。

1998 年，D. Jaksch 和他的小组首次提出“囚禁-操控”的方法，它可以将弱相互作用的玻色气体发生相变^[11]，他们将玻色原子囚禁到光晶格中，而光晶格是一个可以模拟 the Bose Hubbard Hamiltonian，并且它也预示了仅仅调节光学势阱便可以将 BEC 发生相变，从超流态到 Mott 绝缘态。通过理论预算和实验证明，处于光晶格中的超冷原子的电势还可以模拟量子多体系统等^[12-16]。

1.2.2 原位成像

在量子气体实验中，最具有代表性是使用近共振的光作用到原子样本上，从而获得光学吸收图像，由此来获取量子气体样本所包含的信息^[20]。其中最常用的方案是自由飞行时间展开图像 (Time of Flight Imaging)，首先原子被释放到自由空间中，通过足够长的飞行扩散周期以后，使用激光照射，其中自由飞行扩散是一个非常重要、基本的步骤，它可以反映样本的动量分布，因为当实现 BEC 时很多原子便聚集在最低的动量态上，玻色爱因斯坦凝聚实验便是其最好的应用。但是自由飞行展开的方法有一个很大的缺陷，那就是无法真正反应俘获样本的空间信息，因为样本原子通过自由飞行展开以后，很有可能混合其他势阱中原子。

原位成像可以完整和精确的提供势阱原子的空间信息，它不仅可以弥补自由飞行展开的方法的不足，而且可以将俘获原子的密度非均匀性变为优点，在光晶格中的玻色超流实现 Mott 绝缘相变是一个非常典型的实例^[17-19]。另外，通过观察原子密度在时间和空间上的变化，提供了一种新的观察量，由此我们可以获得如下的信息：状态方程式^[21-24]、密度起伏^[18,21,25]、密度与密度的关联函数^[18,25-27]。对比自由飞行展开的方法，原位成像也有一些技术上的挑战。主要的困难包括：激光遇到稠密的量子气体时将会有强烈的非线性光学效应；高空间分辨率。美国的 Chin 小组和法国的 Dalibard 小组均成功采用此方法进行原子探测实验。

1.3 光学锁相环

自从实现了玻色爱因斯坦凝聚^[7-9]和量子简并费米气体^[10]以来，超冷原子系统因其高度人为可控多自由度的特性，发展成为一个量子模拟的理想平台。最近，利用超冷原子中的人造规范势来模拟凝聚态物理中电子在电磁场中的行为成为了一个

研究热点，实验上已经通过两束拉曼光耦合原子的两个超精细态，实现了原子自旋和动量两个自由度的耦合，用以模拟电子的 **Spin-Orbit Coupling** 行为^[28,29]。

为了获得远失谐的相干激光，我们可以使用声光调制器移频的方法，但是远失谐将会使得声光调制器的效率降低，拉曼光很难得到足够高的功率。因此采用光学锁相环系统是一个很好的选择，通过它外部调制激光，将两束激光的频率和相位锁定。

光学锁相环系统包括分频器、鉴相器、低通滤波器、电荷泵、激光器、快速探测器、PID 控制器。通过快速探测器可以获取两台激光器的差频信号，鉴相鉴频器通过比较差频信号和基准信号(信号源提供)，给出误差信号，通过低通滤波器进入 PID 控制器中，然后将输出的反馈信号输入到激光器中，如此就将两台激光器的差频锁定，这样便可以获取固定频差的拉曼激光。

1.4 自旋轨道耦合

粒子的自旋和动量之间的相互作用，叫做自旋轨道耦合(**SOC: Spin Orbit Coupling**) 它是一个普遍存在的物理现象。在原子中，如果以质子为参考系，那么电子绕着质子在圆周运动，但是如果以电子作为参考系，那么质子将绕着电子运动，并且将会产生一个磁场，这就是自旋轨道耦合，正是因为 **SOC** 才导致了原子的精细结构。在凝聚态物理，**SOC** 的效应比较小，当通过一些实验途径来加强这种效应。目前，基于超冷原子的自旋轨道耦合，已经研究了自旋霍尔效应^[30]，集体偶极振荡^[31]，有限温度下的相图^[32]，强相互作用下的费米原子配对机制^[33]等现象。这些研究成果激发了科学家的研究兴趣，不断有新的理论方案被提出和实验现象被观测^[34,35]。

通过上面的分析知道，自旋轨道耦合效应将会让我们看到很多新颖的物理现象。我们所研究的对象是超冷原子气体，它们都是中性原子，无法模拟电子在磁场中的自旋轨道耦合。科学家通过添加光场对原子作用，便可以模拟中性原子在磁场中的运动。*NIST* 的 *Spielman* 小组利用两束拉曼光作用在原子的不同自旋态上，人为的制造了一个规范势，由此便可以模拟带电粒子在电磁场中的运动，并且成功的观测到了原子的涡流现象^[36]。之后，*Spielman* 小组在超冷原子气体中实现了 **SOC**，通过改变激光的强度便可以控制自旋轨道耦合强度的大小^[37]，由此便可以很方便的连续调节耦合强度，因此便可以看到更多的物理现象。2012 年，我们小组首次使用费米子

实现了自旋轨道耦合 SOC^[28]。因为生活中的物质大部分是费米子，所以对费米子的研究就更具有实用价值，我们希望通过耦合效应可以观测到更多新奇的物理现象和物质。

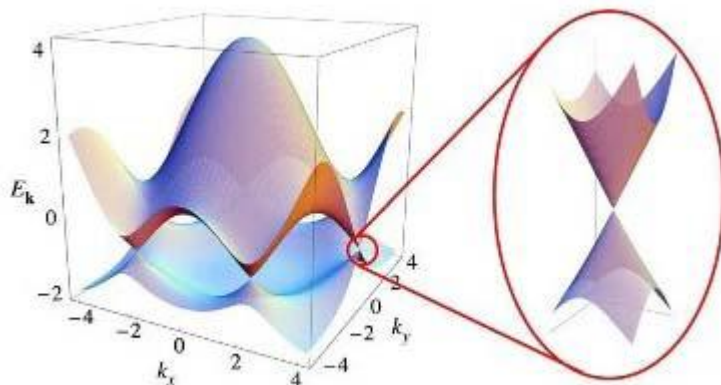


图 1.2 石墨烯能带结构。

在材料物理中，石墨烯现在是大家追逐研究的热点，石墨烯其中一个优点就是导电性极佳，载流子的迁移率比硅高 100 倍，因此石墨烯是纳米电路的理想材料。它的导电性极佳，是因为它的本身结构所决定的，如图 1.2，因为石墨烯存在狄拉克锥，而在狄拉克点处，能量与动量呈线性关系，由此电子的迁移率可以达到光速的 $c/300$ 倍，因此石墨烯的导电性非常好。在实验中，通过三束拉曼光实现二维自旋轨道耦合，由此成功构建狄拉克点，并且通过改变拉曼光的失谐便可以移动狄拉克点的位置^[38]。在建立狄拉克点后，为了将二维 SOC 拓展到更广的应用范围，比如模拟拓扑态。通过添加 $\lambda/4$ 波片将拉曼光椭圆极化，由此产生的虚部量便是我们寻找的垂直的塞曼磁场，通过调节椭圆极化的量，便可以实现打开狄拉克点处的能隙，并且通过旋转波片便可以精确的调节能隙的大小^[39]，这为二维 SOC 系统拓展到更广泛的空间，这为实验研究打开了一个新的途径。

1.4 论文结构

本文首先介绍了高效率磁转移超冷原子；介绍了锁相环的基本原理，将电子锁相环推广到光学锁相环，使用光学锁相环锁定的两束拉曼激光；最后介绍了二维自旋轨道耦合如何构建狄拉克点和打开狄拉克点处能隙的方法。

第二章，简单回顾原子的俘获与冷却的方法。

第三章，介绍如何从相对低真空度的真空腔室中俘获高密度超冷玻色气体，然后将原子进行长距离磁转移后，高效率的装载到超高真空度的二级磁阱中。

第四章，介绍了锁相环的基本原理，分析了不同种类的鉴相器的优缺点和实用性。

第五章，实验上然后将电子锁相环推广到光学锁相环，使用光学锁相环锁定的两束拉曼激光，然后将其作用到 ^{87}Rb 的基态二能级上，测量了拉比振荡。

第六章，使用两束拉曼激光作用在超冷原子中模拟电子自旋轨道耦合的模型，并且成功模拟了自旋轨道耦合，然后将一维的自旋轨道耦合推广到二维空间，使用三束线偏振拉曼光实现了二维自旋轨道耦合，并且构建了类似于石墨烯中的狄拉克点，然后在其中一束拉曼光的光路中加入 $\lambda/4$ 波片，由此使得线偏光椭圆极化，由此在二维自旋轨道耦合的哈密顿量中构建了垂直于拉曼激光平面的塞曼磁场哈密顿量，通过调节 $\lambda/4$ 波片的角度(椭圆极化率)，可以精确调节带隙的大小。

参考文献

- [1]S. Chu, L. Hollberg, J. Bjorkholm, A. Cable, A. Ashkin, Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure, *Phys. Rev. Lett.*, **55**, 48(1985).
- [2]D. SESCO, C. Fan, C. Wieman, Production of a cold atomic vapor using diode-laser cooling, *J. Opt. Soc. Am. B*, **5**, 1225(1988).
- [3] D. P. Lett, N. W. Richard, I. C. Westbrook, D. W. Phillips, L. P. Gould, J. H. Metcalf, Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit, *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 169(1988).
- [4]H. J. Metcalf, P. V. Straten, Laser Cooling and Trapping, *Springer*(1999).
- [5]E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, D. E. Pritchard, Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure, *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 2631(1987).
- [6]C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, C. Wieman, Very cold trapped atoms in a vapor cell, *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 1571(1990).
- [7]M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell, Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor, *Science*, **269**, 198(1995).
- [8]K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, W. Ketterle, Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms, *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 3969(1995).
- [9]C. C. Bardley, C. A. Sacket, J. J. Tollett, R. G. Hulet, Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions, *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 1687(1995).
- [10]B. DeMarco, D. S. Jin, Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas, *Science*, **285**, 1703(1999).
- [11]M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hansch, I. Bloch, Quantum Phase Transition From a Superfluid to a Mott Insulator in a Gas of Ultracold Atoms, *Nature (London)*, **415**, 39(2002).
- [12]D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, P. Zoller, Cold Bosonic Atoms in

Optical Lattices, *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 3108(1998).

[13]G. Birkl, M. Gatzke, I. H. Deutsch, S. L. Rolston, W. D. Phillips, Bragg Scattering from Atoms in Optical Lattices, *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 2823(1995).

[14]O. Morsch, M. Oberthaler, Dynamics of Bose-Einstein Condensates in Optical Lattices, *Rev. Mod. Phys.*, **78**, 179(2006).

[15]W. K. Hensinger, H. Haner, A. Browaeys, N. R. Heckenberg, K. Helmerson, C. McKenzie, G. J. Milburn, W. D. Phillips, S. L. Rolston, H. Rubinsztein-Dunlop, B. Upcroft, Dynamical Tunnelling of Ultracold Atoms, *Nature*, **412**, 52(2001).

[16]F. Cataliotti, S. Burger, C. Fort, P. Maddaloni, F. Minardi, A. Trombettoni, A. Smerzi, M. Inguscio, Josephson Junction Arrays with Bose-Einstein Condensates, *Science*, **293**, 843(2001).

[17]N. Gemelke, X. Zhang, C. L. Hung, C. Chin, In situ observation of incompressible Mott-insulating domains in ultracold atomic gases, *Nature*, **460**, 995(2009).

[18]W. S. Bakr, A. Peng, M. E. Tai, R. Ma, J. Simon, J. I. Gillen, S. Folling, L. Pollet, M. Greiner, Probing the superfluid-to-Mott insulator transition at the single-atom level, *Science*, **329**, 547(2010).

[19]J. F. Sherson, C. Weitenberg, M. Endres, M. Cheneau, I. Bloch, S. Kuhr, Single-atom-resolved fluorescence imaging of an atomic Mott insulator, *Nature*, **467**, 68(2010).

[20]W. Ketterle, D. S. Durfee, D. M. Stamper-Kurn, Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates, *arXiv:cond-mat/9904034v1*, (1999).

[21]C. L. Hung, X. Zhang, N. Gemelke, C. Chin, Observation of scale invariance and universality in two-dimensional Bose gases, *Nature*, **470**, 236(2011).

[22]T. Yefsah, R. Desbuquois, L. Chomaz, K. J. Gunter, J. Dalibard, Exploring the thermodynamics of a two-dimensional Bose gas, *Phys. Rev. Lett.*, **107**, 130401(2011).

[23]X. Zhang, C. L. Hung, S. K. Tung, C. Chin, Observation of quantum criticality with ultracold atoms in optical lattices, *Science*, **335**, 1070(2012).

[24]L. C. Ha, C. L. Hung, X. Zhang, U. Eismann, S. K. Tung, C. Chin, Strongly interacting two-dimensional Bose gases, *Phys. Rev. Lett.*, **110**, 145302(2013).

- [25]C. L. Hung, X. Zhang, L. C. Ha, S. K. Tung, N. Gemelke, C. Chin, Extracting density-density correlations from in situ images of atomic quantum gases, *New Journal of Physics*, **13**, 075019(2011).
- [26]M. Endres, M. Cheneau, T. Fukuhara, C. Weitenberg, P. Schau, C. Gross, L. Mazza, M. C. Banuls, L. Pollet, I. Bloch, S. Kuhr, Observation of correlated particle-hole pairs and string order in low-dimensional Mott insulators, *Science*, **334**, 200(2011).
- [27]M. Cheneau, P. Barmettler, D. Poletti, M. Endres, P. Schausz, T. Fukuhara, C. Gross, I. Bloch, C. Kollath, S. Kuhr, Light-cone-like spreading of correlations in a quantum many-body system, *Nature*, **481**, 484(2012).
- [28]P. J. Wang, Z. Q. Yu, Z. K. Fu, J. Miao, L. H. Huang, S. J. Chai, H. Zhai, J. Zhang, Spin-Orbit Coupled Degenerate Fermi Gases, *Phys. Rev. Lett.*, **109**, 095301(2012).
- [29]Z. K. Fu, L. H. Huang, Z. M. Meng, P. J. Wang, X. J. Liu, H. Pu, H. Hu, J. Zhang, Radio-frequency spectroscopy of a strongly interacting spin-orbit-coupled Fermi gas, *Phys. Rev. A*, **87** 053619(2013).
- [30]M. C. Beeler, R. A. Williams, G. K. Jimenez, L. J. LeBlanc, A. R. Perry, I. B. Spielman, The spin Hall effect in a quantum gas, *Nature*, **498**, 201(2013).
- [31]J. Y. Zhang, S. C. Ji, Z. Chen, L. Zhang, Z. D. Du, B. Yan, G. S. Pan, B. Zhao, Y. J. Deng, H. Zhai, S. Chen, J. W. Pan, Collective Dipole Oscillations of a Spin-Orbit Coupled Bose-Einstein Condensate, *Phys. Rev. Lett.*, **109**, 115301(2012).
- [32]S. C. Ji, J. Y. Zhang, L. Zhang, Z. D. Du, W. Zheng, Y. J. Deng, H. Zhai, S. Chen, J. W. Pan, Experimental determination of the finite temperature phase diagram of a spin-orbit coupled Bose gas, *Nature Physics*, **10**, 314(2014).
- [33]Z. K. Fu, L. H. Huang, Z. M. Meng, P. J. Wang, L. Zhang, S. Z. Zhang, H. Zhai, P. Zhang, J. Zhang, Production of Feshbach molecules induced by spin-orbit coupling in Fermi gases, *Nature Phys.*, **10**, 110(2014).
- [34]D. L. Campbell, G. Juzeliūnas, I. B. Spielman, Realistic Rashba and Dresselhaus spin-orbit coupling for neutral atoms, *Phys. Rev. A*, **84**, 025602(2011).
- [35]P. J. Wang, J. Zhang, Spin-orbit coupling in Bose-Einstein condensate and degenerate Fermi gases, *Front. Phys.*, **9**, 598(2014).

[36]Y. J. Lin, R. L. Compton, K. Jimenez-Garcia, J. V. Porto, I. B. Spielman, Synthetic magnetic fields for ultracold neutral atoms, *Nature (London)*, **462**,628(2009).

[37]Y. J. Lin, K. Jimenez-Garcia, I. B. Spielman, Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates, *Nature (London)*, **471**, 83(2011).

[38]L. H. Huang, Z. M. Meng, P. J. Wang, P. Peng, S. L. Zhang, L. C. Chen, D. H. Li, Q. Zhou, J. Zhang, Experimental realization of a two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases, *arXiv:1506.02861*,(2015).

[39]Z. M. Meng, L. H. Huang, P. Peng, D. H. Li, L. C. Chen, X. Yong, C. W. Zhang, P. J. Wang, J. Zhang, Experimental observation of topological band gap opening in ultracold Fermi gases with two-dimensional spin-orbit coupling, *arXiv:1511.08492*,(2015).

第二章 原子的俘获与冷却

将原子冷却到极低温度是科学家所追求的目标，对比常温或热原子，极低温度的原子有着很多的应用优势。

2.1 冷与热的区别

在夏天，人们通常会喝冷饮、吃冰棍，冬天通常会喝热饮，那么这里说的热与冷，通过温度计便可以区分开，究其物理本质是因为物体中的微观粒子运动的快慢决定着物质的冷与热。例如以水分子，如果水分子静止不动，那么水就变成冰；水分子有一定的速度，就变成液态的水；运动速度如果非常剧烈，就成为了水蒸气。因此通过降低原子的速度便可以获取超冷原子。

2.2 超冷原子的应用

原子核和电子组成原子，原子核的外侧由一层或多层电子层环绕，不同电子层之间的能级差是一个固定值，而不是连续变化的值，原子从一个能级跃迁到另一个能级将会辐射出特定频率的电磁波，通过测量和换算电磁波的频率，我们便可以获得准确的时间，这就是原子钟的机理。决定原子钟的精度是精确的能级结构，在超冷原子中，原子的速度极低，它们之间的碰撞几率也非常小，这样便可以获得窄线宽的电磁波，从而校准时间。在卫星导航等方面，冷原子钟发挥着核心作用。

在宏观的实际生活中，我们可以搬运不同的物体构建想要的模型，例如盖房子。在微观世界，可以通过激光俘获我们想要的单原子，然后，使用激光将单原子移动到想要到达的地方，从而合成新的凝聚态物体，例如通过改良 DNA 上的原子，从而修补和改善基因，这便是单原子的俘获与操控。

因为超冷原子的速度非常慢，能级结构非常稳定，对比热原子，电子的自旋、原子的磁矩等量子态更容易控制。因为此优点，量子计算机和电磁诱导透明等一系列量子态操控实验选择了超冷原子作为媒介^[1-3]。

2.3 激光冷却

微观粒子冷与热的实质是粒子运动快慢的外在表现，如果将热原子的速度降下来，便成为了冷原子。在实际生活中降温有很多种，但是对于微观粒子，只有使用激光才能实现这个要求。因为原子非常小，生活中常见的热传导等方法是无法使用

的。为了达到减速原子的目的，我们可以使用更微小的粒子来撞击原子，从而使其减速，例如迎面飞来一块大石头，为了将其减速，我们可以迎着石头，用高压水枪喷射出的水来撞击它，经过一段时间大石头的速度便减小为零，最终停止下来。由于光也是一种粒子，我们用激光长时间的照射原子，光子会不停的撞击原子，原子会吸收和释放光子，因此原子的速度会逐渐降低，从而获得冷原子。

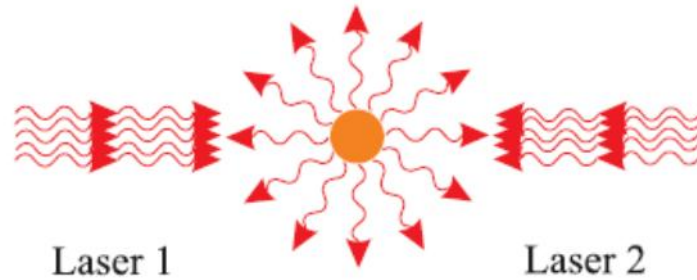


图 2.1 红失谐相同光强的激光照射原子，原子将会受激吸收，然后自发辐射光子，由此达到冷却的目的。

原子吸收光子是有特定要求的，并不是所有的光子照射到原子上都能发生吸收或是跃迁，这是因为原子的能级差是一个定值，这也就使得原子只能吸收特定频率的光子才能发生吸收跃迁。单光子的动量为 $\hbar\vec{k}$ ，其中 $\hbar = h/2\pi$ ， h 为普朗克常数， \vec{k} 为波矢，方向与光的传播方向相同。假设原子处于 $J=0$ 和 $J=1$ 的两个基态和激发态上，而原子的跃迁频率为 ω 。首先使得激光频率红失谐与跃迁频率，如果原子与光是相向运动，那么根据多普勒效应，激光频率将会相对增加，原子将会吸收光子，然后达到减速的目的，如果原子与光是相反运动，那么激光频率将会相对减小，无法满足与原子能级共振，因此原子将不会吸收光子。原子在吸收一个光子后，它将会自发辐射出一个光子返回到基态，因为原子的自发辐射出的光子是自由随机的，而受激辐射是特定方向的，那么经过长时间的积累，自发辐射的动量总和为零，而受激辐射速度的减小量为 $N * \hbar k/m$ ，其中 N 为吸收的光子数，如图 2.1。

2.4 磁光阱

磁光阱在几乎所有的冷原子实验中都发挥着重要的作用，1987年，Raab首次应用磁光阱俘获碱金属原子。典型的磁光阱是由相互正交的三对激光和一对反亥姆霍兹线圈（或四级线圈）组成，三对激光由两两对射的、频率相同的圆偏光组成^[4-10]。

假设原子处于 $J=0$ 和 $J=1$ 的两个量子态上，四级线圈的磁场产生非均匀的、关于中心点对称的磁场，其几何中心磁场 $B=0$ ，那么 $J=1$ 态在磁场非零的区域将会发生塞曼分裂 $|1,-1\rangle, |1,0\rangle, |1,1\rangle$ ，如图 2.2。磁光阱中的激光红失谐与原子共振频率，那么沿着 z 轴正方向运动的原子将会吸收迎面而来的一个光子，跃迁到 $|1,-1\rangle$ 态，沿着 z 轴负方向的也将会吸收迎面而来的激光，跃迁到 $|1,1\rangle$ 态，通过长时间的循环辐射跃迁：

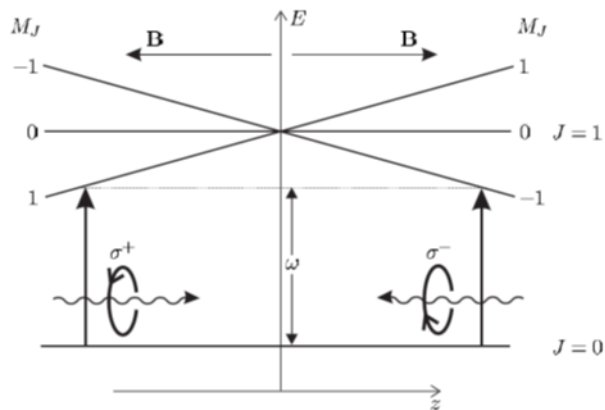


图 2.2 磁光阱俘获原子的物理机制

受激辐射和自发辐射，原子的速度将会降低下来，当冷却下来的原子的势能小于磁阱的势能时便会被磁阱俘获，形成冷原子团。因为该方法使用到原子的运动方向和激光传输方向，这种冷却方法也称为多普勒冷却方法。

参考文献

- [1] M. Endres, M. Cheneau, T. Fukuhara, C. Weitenberg, P. Schau, C. Gross, L. Mazza, M. C. Banuls, L. Pollet, I. Bloch, S. Kuhr, Observation of correlated particle-hole pairs and string order in low-dimensional Mott insulators, *Science*, **334**, 200(2011).
- [2] M. Cheneau, P. Barmettler, D. Poletti, M. Endres, P. Schausz, T. Fukuhara, C. Gross, I. Bloch, C. Kollath, S. Kuhr, Light-cone-like spreading of correlations in a quantum many-body system, *Nature*, **481**, 484(2012).
- [3] P. J. Wang, Z. Q. Yu, Z. K. Fu, J. Miao, L. H. Huang, S. J. Chai, H. Zhai, J. Zhang, Spin-Orbit Coupled Degenerate Fermi Gases, *Phys. Rev. Lett.*, **109**, 095301(2012).
- [4] S. Chu, L. Hollberg, J. Bjorkholm, A. Cable, A. Ashkin, Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure, *Phys. Rev. Lett.*, **55**, 48(1985).
- [5] D. SESCO, C. Fan, C. Wieman, Production of a cold atomic vapor using diode-laser cooling, *J. Opt. Soc. Am. B*, **5**, 1225(1988).
- [6] J. Arlt, O. Maragò, S. Webster, S. Hopkins, C. J. Foot, A Pyramidal Magneto-optical Trap as a Source of Slow Atoms, *Opt. Commun.*, **157**, 303(1998).
- [7] 卫栋, $^{87}\text{Rb}-^{40}\text{K}$ 玻色费米混和气体磁光阱的实验研究, 博士论文, 山西大学, (2007).
- [8] 陈海霞, $^{87}\text{Rb}-^{40}\text{K}$ 玻色费米混和气体量子简并的实现, 博士论文, 山西大学, (2009).
- [9] 熊德智, ^{87}Rb 和 ^{40}K 玻色费米量子简并混合气体在磁阱和光阱中的操控, 博士论文, 山西大学, (2010).
- [10] 王鹏军, 超冷玻色费米气体的集体原子反冲行为和Feshbach共振, 博士论文, 山西大学, (2011).

第三章 磁转移超冷原子的实验装置

获得超冷原子，进而对其玻色爱因斯坦凝聚进行研究，需要很多的技术支持。光场和磁场配合需要俘获初始温度为 300K 的 ^{87}Rb 原子，并且在磁阱中将其冷却到 nk 量级。因此，对于磁光阱，六束激光的搭配就要就比较严格，它们的频率和光强需要进行合理分配，磁场也需要精确控制，从而相互配合。在实验的整个过程中，应该尽量减少背景气体对超冷原子的碰撞，因为碰撞会导致加热，那么我们便需要设计超高真空的腔室^[1]。

超冷原子实验系统中的成像系统、离子泵和原子源所占空间都比较大，这也就限制了俘获光的传播方向，所以我们设计了一级磁光阱和二级磁光阱。一级磁光阱的真空度为 10^{-8}Pa ，二级系统为 10^{-9}Pa ，这样既可以最大化的利用空间，而且可以俘获更多的原子。如果真空度太高，那么意味着背景气体中的原子数也非常少，所俘获的原子数必然也不多，那么我们通过一级磁光阱的预冷却，然后转移到二级系统中，这样既可以满足俘获多原子数的要求，也可以避免低真空中背景气体太多而导致的再次碰撞加热效应。为了达到真空度的差别，需要选择不同型号的离子泵来抽取真空。

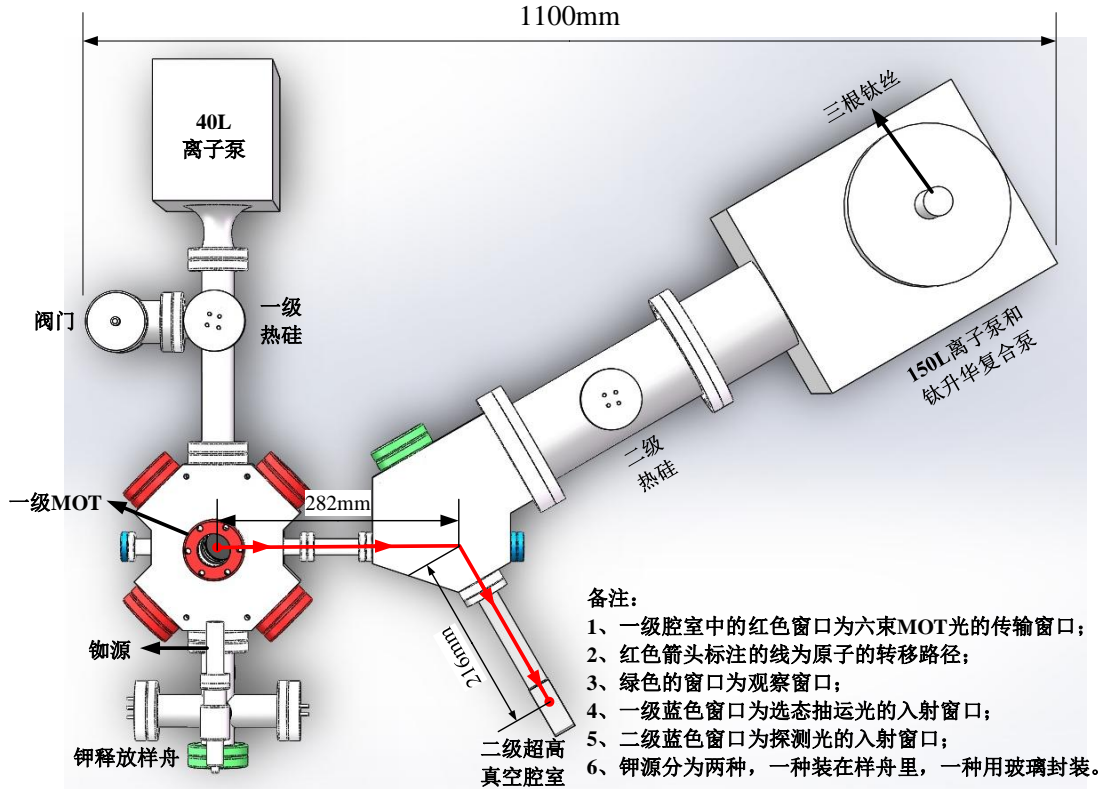
在我们的实验系统中 ^{87}Rb 源是一个金属针剂，将它放到一个带有真空阀门的真空组件中，当需要使用时将其夹碎，通过一级磁光阱俘获原子，然后通过磁转移的方法装移到二级玻璃气室中。在二级气室中，我们将搭建磁阱和光阱，进行蒸发冷却等步骤，最终实现 BEC。

3.1 真空系统

我们的真空系统主要分为两个部分，在一级真空系统中主要进行 ^{87}Rb 原子的俘获、预冷却和磁阱的装载，二级真空系统是由玻璃气室组成，它可以达到 $3\times 10^{-9}\text{Pa}$ 的超高真空度。这两个部分由不同的离子泵抽取，图3.1给出了整个真空系统的全貌，其中包括铷源和钾源、无磁真空腔室、离子泵、热规真空计、玻璃气室。

因为实验平台宽度为 1.5m，所以设计的实验系统必须紧凑，而且具有很大的拓展空间，以应对以后的实验要求。两个真空系统是由中空的无氧差分铜管连接，它的中间孔径为 8mm，长度为 83.5mm，此差分管必须非常笔直，因为原子要通过此管道到达二级气室，同时探测光也将注入到铜管中，由此来观察原子的转移效果。在磁转移运输原子时，需要一定梯度的磁阱，那么我们使用了 13 组的线圈作为转移线

线圈，它们分别排列在一级和二级真空室的上下两侧。为了满足合适的转移磁场梯度，综合各方面因素，将真空腔室的厚度定为 50mm ，其中最主要的因素便是减小线圈之间的距离，因为随着磁场梯度的增加，线圈的电流也相应增加，这将会导致线圈加热等不良反应，进而使得磁场不稳。



在一级真空室和二级超高真空室的轴线夹角为 120° ，这样设计使得二级真空室的一侧空间非常充足，这为以后的磁阱的搭建、蒸发冷却、光晶格的搭建、原位成像系统的搭建等预留了充分的空间。

3.1.1 真空腔室

实验系统的真空腔室是真空系统的主要部件之一，它是采用不锈钢材料制作而成。为了避免材料在长期使用中产生磁化效应，那么选用材料为无磁不锈钢(316L)，可以有效的避免磁化对原子传送的影响。

一级真空室首先使用六个CF40的法兰，然后用六个观察窗口封堵，观察窗口的型号是VPZ38QBBAR-NM，分别镀 $767\sim 780\text{nm}$ 的 0° 增透膜；另外水平方向有两个CF16的法兰，左侧的法兰使用观察窗口封堵，型号为VPZ16QBBAR-NM，镀

767~780nm的 0° 增透膜，右侧法兰内部有螺口，方便将差分管拧到一级真空气室上；此外上侧使用一个CF40的法兰，连接40升真空离子泵，在这个支路上分别安装有热规和真空阀门，真空阀门是徽拓VAT 57132-GE02-0005；下侧使用也是用一个CF40法兰，连接铷&钾源。

二级的异性真空气室的右侧使用一个CF100法兰，用来连接120升的钛升华和离子复合泵，在它们上侧安装一个热规；在上侧装有一个CF40的法兰，用观察窗口封堵，型号为VPZ38QBBAR-NM，镀532nm、767~780nm和1064nm的增透膜；下侧连接玻璃真空气室。

3.1.2 铷源和钾源

我们首先将 ^{87}Rb 原子和 ^{40}K 原子封装到玻璃针剂中，如图3.2，然后将其放置到自制的无氧铜管中，然后与真空阀门连接，最后将真空阀门连接到真空气室上，真空阀门采用的是徽拓VAT 57124-GE02-0002。当我们需要释放原子气体时，将无氧铜管中的针剂使用应力夹碎，将真空阀门打开，便可以释放出相应的原子蒸汽。 Rb 的熔点是 38.9°C ， K 的熔点是 63°C ，所以在室温下，原子蒸汽无法满足实验所需的蒸汽压，所以需要加热 Rb 和 K 源，由此来获取最佳的原子蒸汽压，二者的加热温度分别为 42°C 和 80°C 。



图 3.2 铷源或钾源

^{87}Rb 的自然丰度非常高，比较容易获取，价格也比较便宜，销售公司为国内的新疆有色金属研究所。而 ^{40}K 的自然丰度为0.012%，并且它主要是以氯化物的形式存在与矿石中，矿产资源极少，能够提取氯化钾的公司也极少，目前了解到的公司有：澳大利亚的Trace、俄罗斯的Center of Molecular Research, 美国的American Elements。以前我们小组通过加热氯化钾和钙，从而置换出 ^{40}K 原子，形成钾蒸汽，但是因为二者置于空气中很容易氧化变质，所以现在我们将氯化钾当中的钾原子提取出来，直接封装到玻璃针剂中，当置于真空气室中时，再夹碎针剂，从而释放钾蒸汽，其中萃取钾原子和封装针剂的公司是美国的PrecisionGlassBlowing。

3.1.3 离子泵和真空计

在超冷原子实验中都需要在超高真空的环境中进行，避免背景气体与原子发生碰撞而加热原子。

我国将真空区域划分为如下几个区域：

真空划分区间	物理特点		主要采用的真空泵	主要采用的真空计
	平均自由程 ^[2]	气体密度		
粗真空： $10^3 \sim 10^5 Pa$	$\lambda \ll d$ 1) 气体分子之间的碰撞为主； 2) 粘滞流。	n 很大，服从统计规律	1) 往复泵； 2) 水环泵； 3) 直排大气泵； 4) 喷射泵。	1) 弹性元件真空计； 2) U型管真空计； 3) 放射性电离计； 4) 振膜式真空计。
低真空： $10^{-1} \sim 10^3 Pa$	$\lambda \approx d$ 过渡流		1) 旋片泵； 2) 滑阀泵； 3) 余摆线泵； 4) 油增压泵； 5) 罗茨泵。	1) 热传导真空计； 2) 压缩式真空计； 3) 放射性电离计； 4) 振膜式真空计； 5) 放电管指示器。
高真空： $10^{-6} \sim 10^{-1} Pa$	$\lambda \gg d$ 1) 气体分子与器壁碰撞为主； 2) 分子流； 3) 余弦定律为决定物理本质的基本定律。		1) 扩散泵； 2) 涡轮分子泵。	1) 热阴极电离真空计； 2) 冷阴极电离真空计； 3) B-A计。
超高真空： $10^{-12} \sim 10^{-6} Pa$			1) 加阱扩散泵； 2) 涡轮分子泵； 3) 钛离子泵。	1) B-A计； 2) 各种改进型热或冷阴极电离计； 3) 磁控式电离真空计
极高真空： $\leq 10^{12} Pa$		n 较小，统计涨落大于 5×10^{-2}	1) 冷凝泵； 2) 冷凝升华钛泵。	冷阴极或热阴极磁控电离真空计。

表 3.1 真空划分区间

我们的系统一级真空度和二级真空度大约为 $10^{-8} Pa$ 和 $10^{-9} Pa$ ，均处于超高真空的范围，根据气体的真空物理机制，见表 3.1，选择使用离子泵，一级系统使用 40 升的离子泵，型号为 Agilent 9191240，二级系统使用 150 升钛离子复合泵，型号为 Agilent 9192541，这两个型号的离子泵的极限压强都是 $10^{-8} Pa$ 。测量一级和二级腔室的真空计是热阴极电离真空计（热规），型号为 Agilent XGS600H1M0C0。

接下来，说一下离子泵和电源的工作原理。离子泵的工作过程是通过自身泵体中的潘宁放电使得气体电离，正离子将会撞击钛板，从而溅射出钛金属蒸汽，被溅射出来的钛蒸汽将会沉积在泵壁上的，钛膜具有吸附和掩埋气体分子的作用，从而达到抽真空的目的。由于不断地电离和钛膜吸附掩埋，真空腔室中的大气压强逐渐降低，放电电流也随之减小，如果想要继续维持源源不断的电离放电，就需要不断地提高离子泵电源的电压来继续降低真空度的目的。因此，离子泵电源必须具有随着放电电流的减小而自动提高放电电压的功能，该系统采用的离子泵电源电压最高可以达到 7000V。钛蒸汽掩埋气体的过程是不可逆的，钛膜会逐渐被杂质气体所掩埋，由此使得真空度减低。为了维持很好的真空度，所以在二级真空离子泵上添加



图 3.3 三根钛丝。它将封装到 150 升的离子泵中。

了三根钛丝，如图 3.3，当离子泵抽取真空到达极限时，通过通电流的方式给钛丝加热，使得钛蒸汽升华出来掩埋杂质气体，从而达到更高的真空度。

3.1.4 二级玻璃真空腔室

超冷原子最终的目的地是二级玻璃真空腔室，因为超冷量子气体实验需要在超高真空的环境中进行，而且需要很多的激光和磁场配合操控超冷原子，而玻璃真空腔室正好可以提供这些条件，首先它可以满足超高真空下运作，其次因为它是透明



图 3.4 超高真空玻璃腔室。

的，可以拓展很多光路。我们使用 CF25 的法兰，将玻璃腔室安装到真空组件上，它是由玻璃组成的长方体，底部是正方形，侧面是长方形，如图 3.4，底部的长宽为 26*26mm，侧面的长宽为：62*26mm，玻璃气室内壁和外壁均镀 532nm、767~780nm、1064nm 的 0° 增透膜。玻璃气室的销售公司为 Japan Cell.,Co.Ltd。

3.1.5 高真空度的实现过程

设计好了真空系统后，需要将系统的真空度从 $1 \times 10^5 Pa$ 降低到 $10^{-9} Pa$ 量级。在整个抽取真空的过程中，我们分别需要使用到机械泵、分子泵、离子泵、钛离子泵、热规、加热带、真空阀门。

首先，我们需要使用三段加热带将真空系统牢牢包裹，第一段包裹一级真空腔室和一级离子泵，第二段包裹一级与二级之间的转移腔室和钛离子泵，第三段包裹玻璃真空气室（使用铝罩将玻璃气室完全包裹，加热垫缠绕在铝板罩上）。然后，将阀门打开，机械泵开始工作，大约经过半小时，当大约到达 $5 \times 10^{-2} Pa$ ，分子泵开始工作，这时就需要逐渐给第三段加热带升温，升温的速度为每小时 $6^\circ C$ ，先将最远的空气排出，当升高至 $45^\circ C$ 时，同时给第二段加热带升温，升温速度为每小时 $9^\circ C$ ，当第二段到达 $59^\circ C$ ，第三段到达 $49^\circ C$ 时，给第一段加热带升温，升温速度为每小时 $12^\circ C$ ，最终第一、二、三段的温度分别达到 $150^\circ C$ 、 $130^\circ C$ 、 $80^\circ C$ 。其中升温速度和最大温度是由腔体材料的不同决定的，这些数据厂家均会提供。经过一段时间在机

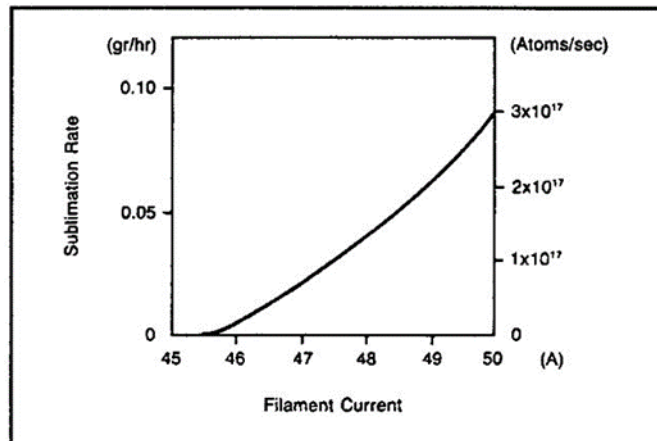


图 3.5 钛丝的升华速率和电流的关系曲线

械泵和分子泵的共同作用下，一级和二级真空腔室的压强分别可以达到 $4.5 \times 10^{-5} Pa$ 和 $3.0 \times 10^{-4} Pa$ 。之后，给三根钛丝通电，进行加热放气，第一次的最大电流为 38A，其中通电时长为 6 分钟，30 分钟为一个周期，总共进行三个周期，分别进行三个周

期的循环通电，通电完成后，第二次、第三次的最大电流为 42A 和 45A，通电持续时间跟第一次相同，如此几个周期便可以将钛丝中的气体除净，最终经过 24 小时左右，一级和二级真空腔室的压强分别可以达到 $3.6 \times 10^{-5} Pa$ 和 $1.9 \times 10^{-6} Pa$ 。再给钛丝加热除气时，可能还会进行更多的周期，最终目的是通电升温后真空度基本没有变化，另外钛丝最大通电电流应该是在没有升华出钛蒸汽时的电流值，否则升华出的钛蒸汽会干扰真空度，见图 3.5，钛丝最大的通电电流为 45.5A，大于 45.5A 将会升华出钛蒸汽。最后，关闭阀门，开启一级和二级的离子泵，然后关闭分子泵和机械泵，三条加热带同时开始逐渐的降低温度，降温速度与升温的速度一样，经过将近十小时的降温，最终达到室温，此时一、二级真空腔室的压强分别可以达到 $3.2 \times 10^{-7} Pa$ 和 $1.9 \times 10^{-9} Pa$ ，再经过几天的抽取，最终二者的压强可以达到 $2.7 \times 10^{-7} Pa$ 和 $1.8 \times 10^{-9} Pa$ ^[3,4]。

3.2 磁场

在我们实验中，磁场起着非常重要的角色。首先需要从背景气体中俘获原子，然后通过改变磁场将原子从一级真空腔转移到二级超高真空腔室，冷原子到达在二级腔室以后，还需要精细调节磁场，配合蒸发冷却等过程，最终实现 BEC。线圈总共有 32 个，其中可以分为以下几类：一级 MOT 线圈、Pump 线圈、Push 线圈、磁转移线圈、二级 MOT 线圈。

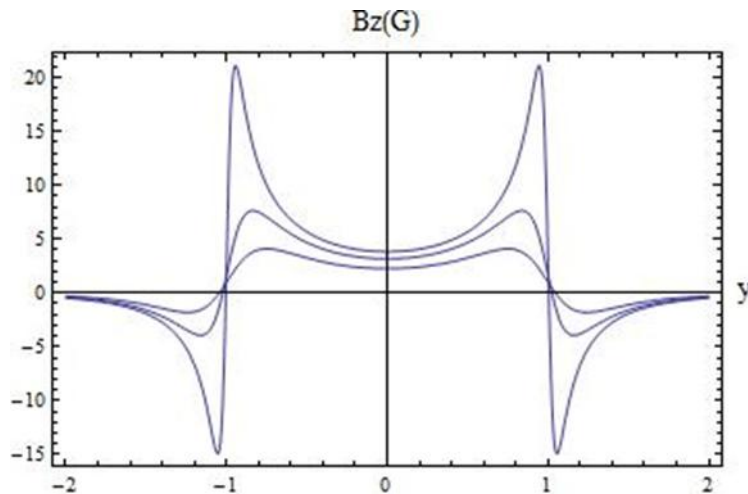


图 3.6 B_z 与 y 轴方向的关系曲线图，三条曲线分别为不同的 z 坐标(沿着线圈轴线)。

3.2.1 磁阱俘获中性原子

两个完全相同的扁平圆铜线圈相距一段距离，通方向相反的电流，那么它们将会产生一种可以俘获具有磁矩原子的陷阱，这就是磁阱（或叫四级阱），这种线圈也叫反亥姆霍兹线圈。四级阱有两个基本参数：梯度大小 $\partial B_z / \partial z$ 和纵横比

$A = (\partial B_x / \partial x) / (\partial B_y / \partial y)$ ^[4]，如果是一对扁平圆线圈组成的四级阱，x 和 y 方向的磁场是完全相同的，那么 $A=1$ ，它的磁场特点就是在几何中心 $\{x, y, z\} = \{0, 0, 0\}$ 处，磁场强度等于 0，当取 z 轴不同高度，然后沿着 y 轴方向观察 B_z 的分布，磁场在线圈半径范围内形成一个以 z 轴为中心的凹形磁场区域，形状很像一个陷阱，如图 3.6，图中取半径为 50mm 的一对线圈，二者电流为 15A，匝数均为 1，相距 50mm。

^{87}Rb 原子在梯度磁场中会发生塞曼分裂，如图 3.12。它的两个基态能级为 $F=2$ 和 $F=1$ 态，在梯度磁场中将会分别分裂为五个量子态和三个量子态，其中 $|F=2, m_F=2\rangle$ ， $|F=2, m_F=1\rangle$ 和 $|F=1, m_F=1\rangle$ 成为低场趋静态，也就是说：该量子态的磁矩与磁场相互作用的能量与磁场强度 B_z 成正比，所以，原子自然会向着势能低的地方运动，也就是在线圈的几何中心汇聚，由此磁矩便俘获了 ^{87}Rb 原子^[6-9]。如果原子的速度极低，几乎为零，那么它将会待在势能为零的地方，那么此时原子极有可能翻转到高场趋静态，脱离磁阱的俘获，因此我们需要将磁阱的势能零点去除，大概有两种办法，一种是侧面添加一个偏置磁场，另一种是使用远红外的激光来添堵这个势能零点。以后我们还会用到蒸发冷却，它是使用射频激发动能较高的原子反转到低场趋静态，逃离磁阱束缚，这样就可以继续降低超冷原子团的温度。

3.2.2 四级磁阱转移原子

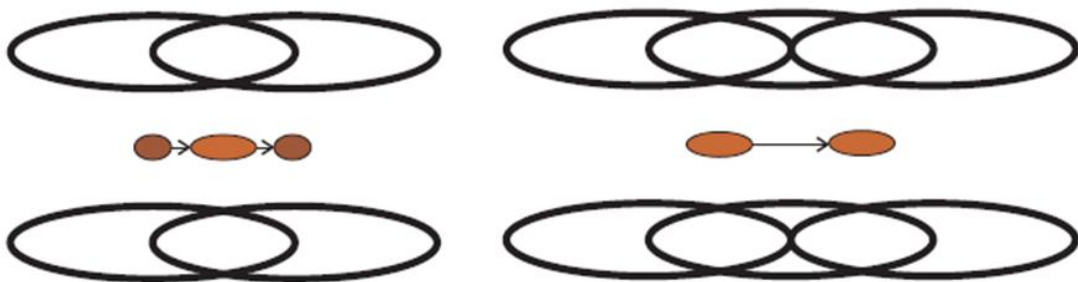


图 3.7 磁转移线圈的结构，每个线圈的外边沿与前一个线圈的中心重合。

逐个给线圈通电流，线圈的磁场零点将会发生移动，由此便可以移动原子。

在磁转移的系统中，需要将原子从一级 MOT 转移到二级玻璃气室中，原子大约需要移动 49.8cm，我们的磁转移线圈均是由两两组合的扁平圆线圈组成，它们相

互重叠，交叠的基本原则是：前一级线圈的中心与后一级线圈的外边沿重合，见简化图 3.7。长距离的转移原子的概念是由 Munich 提出的^[9]。假设原子初始处在第一

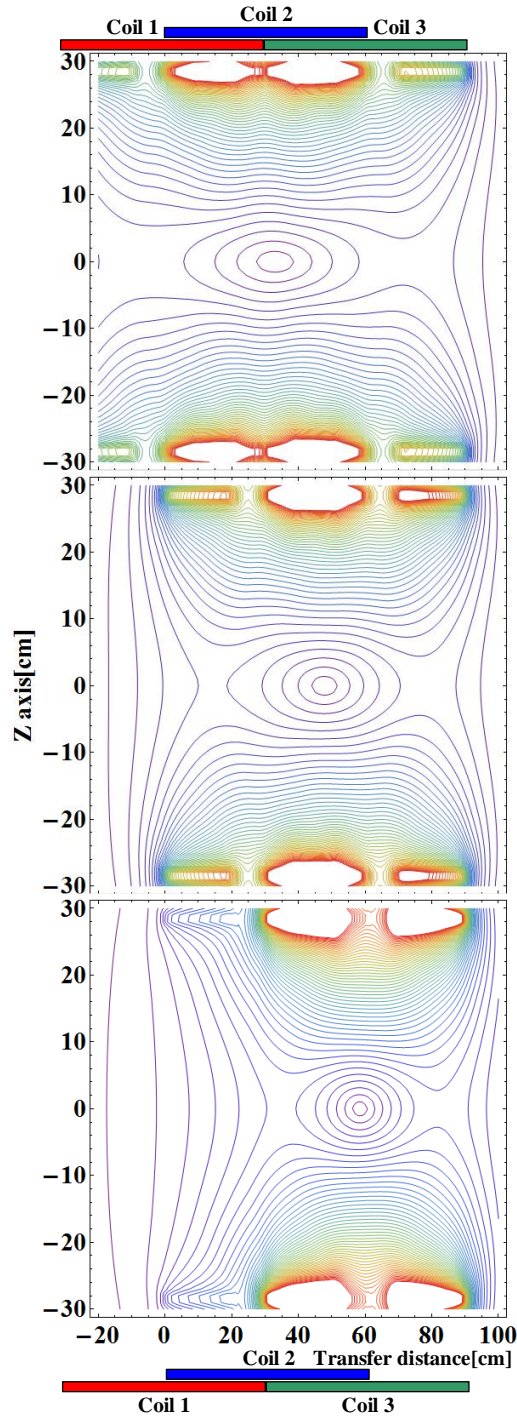


图 3.8 在 yz 平面，磁场的等高图(\hat{y} 为原子的传送方向， \hat{z} 是 MOT 线圈的中心对称轴方向)。沿着原子的传送方向，逐次开启线圈组 1、2、3，磁阱的中心在发生移动，原子从 $y = 30\text{mm}$ 处移动到 $y = 60\text{mm}$ 处。

级线圈形成的四级阱中，然后降低第一级线圈的电流，升高第二级线圈的电流，二者的电流方向相同，两组线圈将产生一个新的四级阱，磁场零点位于交叠区域的中心，原子也被转移到新的磁阱中心，此时两个线圈跟椭圆线圈非常相似，如图 3.8，形成了一个细长条状的势阱，此时 $A>1$ 。如此，通过给接下来的线圈通电，我们可以不断地移动原子。为了避免在整个移动过程中产生不必要的原子加热，需要尽量保证四级阱的形状不发生变化，为此需要同时开启三组线圈，因此我们需要很好的时序搭配来控制控制一整套的线圈开启关闭等工作。

3.2.3 转移线圈的设计与组合

原子在真空的系统中首先从一级 MOT 出发，大约需要移动 28.2cm，然后旋转 60° 以后，再移动 21.6cm 到达二级玻璃真空室。在整个转移过程中，总共有 16 组线圈，其中两个为一级和二级 MOT 线圈，12 组为转移线圈，其余两个为推送线圈，见图 3.9。其中第一组线圈承担着俘获和转移的两个任务，在俘获原子的过程中，需要线圈的直径比较大。而二级 MOT 线圈的中心为了预留填充光路的空间，那么它的直径也比较大，其余 12 组线圈只起着转移的作用，所以直径都比较小，见表

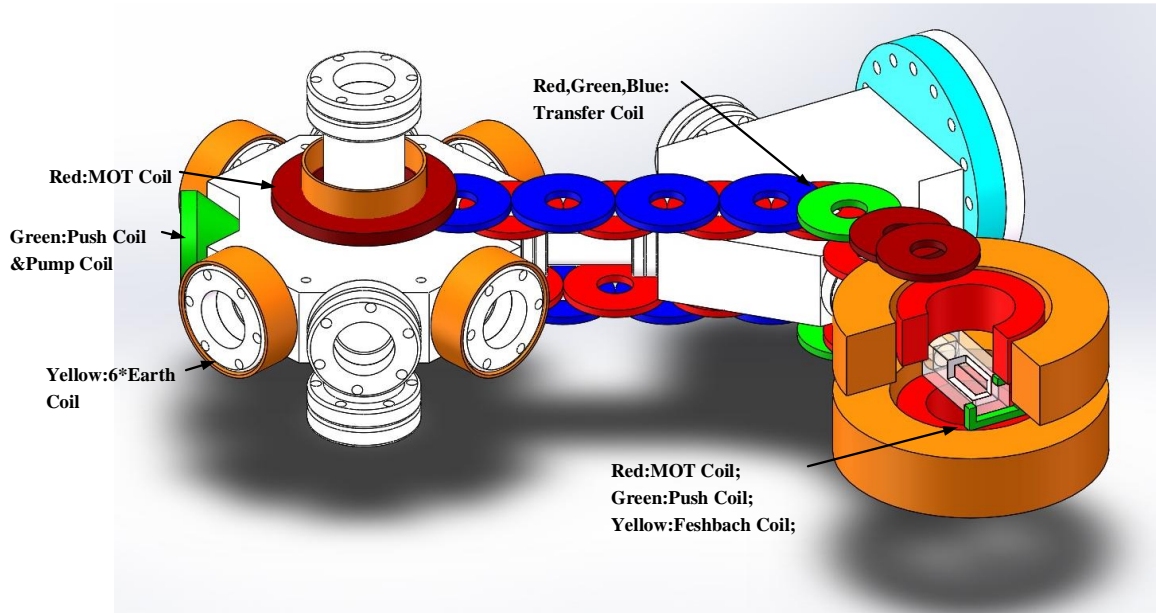


图 3.9 磁转移线圈。图中一级腔室上红色线圈为一级 MOT 线圈；绿色线圈为选态时提供量化轴磁场，同时也为一级推送线圈；在每个窗口上添加的黄色线圈为地磁线圈；沿着传送线的 12 组线圈为转移线圈；剖面图中：二级腔室上的黄色线圈为 Feshbach 线圈，内嵌的红色线圈为二级 MOT 线圈，黄色小线圈是二级推送线圈。

3.2。由于一级 MOT 线圈和二级 MOT 线圈直径大的缘故，下一级的线圈直径也需要很大才能将磁场延伸过去，为了节约空间等问题，我们在一级 MOT 和二级 MOT 的侧面均添加了一个推送线圈，它的轴向磁场指向传送方向，原子在刚开始转移阶段和到达二级 MOT 的时候均需要提前开启推送线圈。

所有的线圈都是用 1mm 的铜线绕制而成。线圈的耗散功率 $P = RI^2$ ，表达式中 I 为线圈电流， R 为电阻，为了避免线圈加热而导致磁场不稳定，需要很好的制冷方法，我们采取的制冷方法是：首先将线圈绕制在薄铝板上，然后固定在一个铝制龙骨上，该铝板与真空的腔体的角度完全吻合，然后在上面紧贴一块水制冷的铜块，这样便可以将线圈始终维持在一个合适的温度。为了提高转移效率，同时也为了减小耗散功率，上下两层的转移线圈间距设计为 50mm ，与真空腔体靠紧。

	电阻 (Ω)	电感 (mH)	匝数
一级 MOT 线圈	1.07	0.11858	98 (14*7)
转移线圈	0.351	0.09224	144 (24*6)
一级推送线圈	*	*	150
二级推送线圈	0.236	0.11253	50
二级 MOT 线圈	1.358	4.2015	288 (9*32)

表 3.2 磁转移线圈尺寸规格

另外，二级 MOT 线圈的制冷也是采用水冷方式，但是和上面的制冷方法有所不同，二级 MOT 线圈是绕制在一个 PP 材料上，然后在两层铜线中间夹一层胶木，从而形成中空样式，最终使用焊接的办法将线圈完全封住，然后在中空的地方通水^[10]，这样线圈始终是泡在冷水里的，这样就可以达到最佳的冷却效果。

3.2.4 转移线圈的控制

在转移原子的过程中，需要同时开启相邻的三组线圈，我们将 15 组线圈分为三大组（其中二级线圈单独使用一台电流源提供电流，因为二级线圈的匝数多，需要更大电压的电流源），如图 3.10(a)，这样便可以循环开启相邻三组线圈，三组线圈采用并联的方式连接，所有线圈的输入都连接到对应的开关上，而所有线圈的输出都接到一起，然后连接到电流源的负接线端上，如图 3.10(a)。为了节省资源，所有的线圈使用一台电流源供电，因为三组线圈是并联关系，在转移原子过程中，始终有三组线圈处于开启状态，所以它们的电流总和比较大，所以我们选择了 Delta 公司型号为 45-140 的电流源，它的最大电压和电流分别为 45V 、 140A 。当给其中一

路线圈提供电流时，需要提前将该路的开关打开，开关的型号为 APT50M50J-VFR，然后使用模拟卡（NI PCI-6713）提供给电流源一个输出电压值，因为三路线圈需要同时工作，所以我们需要使用采样线路和反馈回路来精确调节线圈中的电流，我们首先使用霍尔来监视和采样线圈电流，霍尔型号为：CLN-300，然后输出监视信号，通过并联电阻将其电流信号转换成电压信号，然后将采样信号送到反馈电路中，反

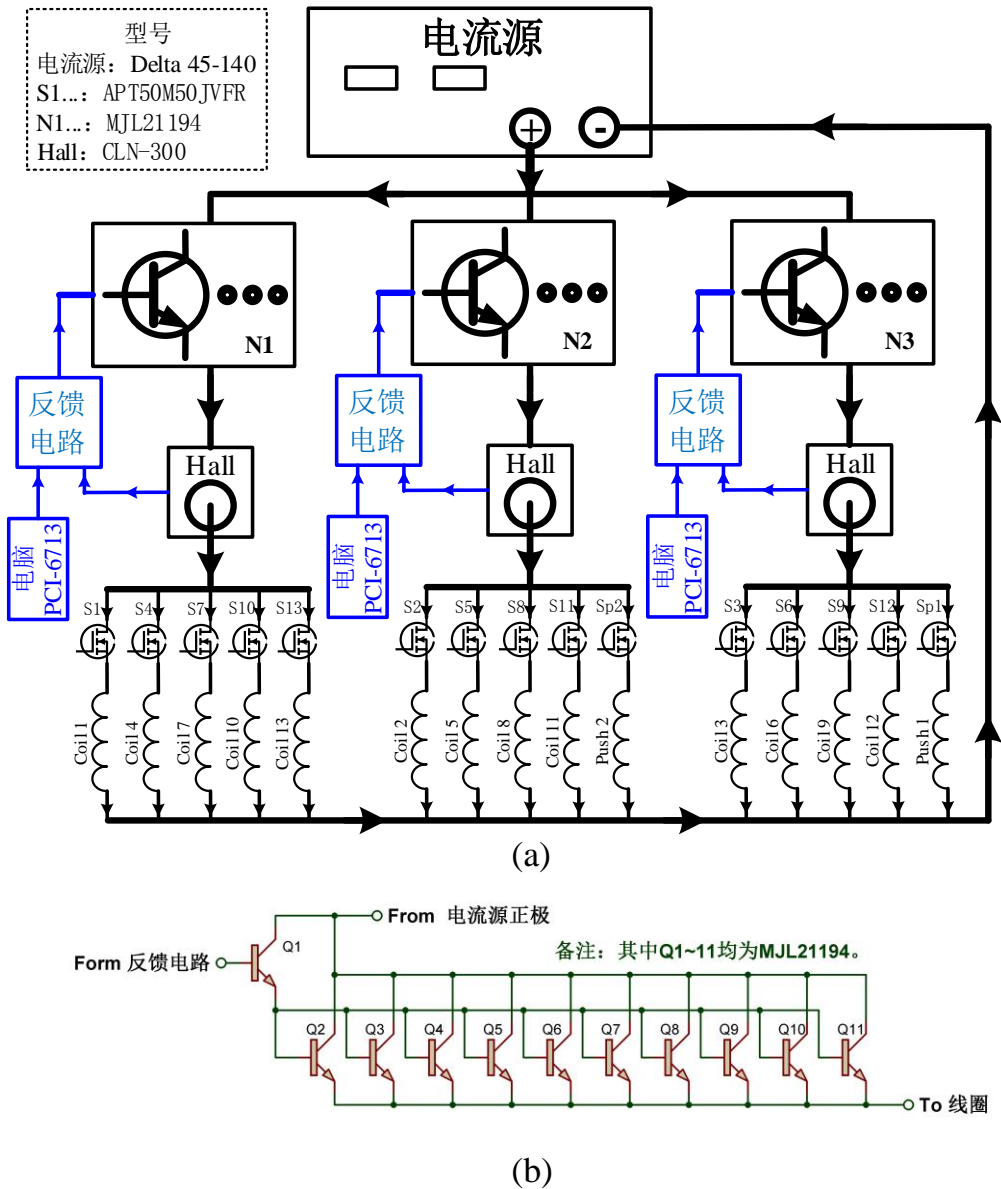


图 3.10 磁转移线圈控制框图。(a)磁转移线圈控制回路。(b)为 N1~3 的详细框图，该电路可以线性调节线圈电流大小的电路。其中 Coil 1 为一级 MOT 线圈，Coil 2-13 为磁转移小线圈，Push 1 和 2 为推送线圈，其中还有一个二级 MOT 的线圈使用一台独立的电流源，图中没有画出。

馈电路将会对电脑提供的标准电压和实际的采样电压做比较，然后输出误差信号，再将其输入到隔离电路中，之后误差信号经过芯片 BUF634，最终输入到控制电路中，这样便可以使用模拟卡的电压线性的调节线圈的电流。其中为了将电流源的地线独立，免受其他信号的干扰，所以添加隔离电路部分，例如可能会出现的问题：线圈电流关断不彻底、电流源信号干扰模拟卡等的工作。因为从反馈回路输出的误差信号驱动能力不强，而接下来的 N 沟道三极管 MJL21194 需要电流比较大，所以添加了芯片 BUF634，从而提高反馈电路的整体驱动能力。

我们的控制电路可以线性调节线圈的电流，使用的是 N 沟道的三极管 MJL21194，它的最大工作电流为 16A，为了避免三极管自激而引入噪声，同时也为了提高负荷量，我们将 10 个芯片并联，然后使用一个芯片来控制，由此便构成达林顿管，如图 3.10(b)。

在线圈回路中，每个线圈都有一个开关，总共有 16 个开关，为了节省资源，我们使用数字卡 (NI PCI-6534) 中的 10 路通道来控制开关的通断。我们将其分为三组，其中一路为总开关，其余的每三路为一组，将其输入到 3-8 路反相解码器中，型号为 SN74ALS138，由于其输出的有效电平是低电平，其余无效的电平为高电平，所以将所有的输出信号引入到施密特触发反相器 (SN74LS14) 中将有效数字控制信号转换为高电平，无效的数字信号转变为低电平，最后我们输入到具有光隔离的数字开关芯片中 (M57962AL)，由此来控制磁场开关的通断。此电路还有更多的扩展性，其中三路数字信号应该能够控制八路的磁场开关，所有的数字信号总共可以控制 24 路，而我们只使用其中的 15 路，这为以后的实验扩充打下了基础。

为了高效率地将原子从一级 MOT 转移到二级玻璃真空气室中，需要严格的时序来控制每组线圈的开启与电流大小。我们提前计算好 16 组线圈的电流值，然后等间隔的输入到 16 个文档中，当需要转移原子时，VC++ 程序将会产生 16 组空数组来调取和存放着 16 组数据，然后通过三路模拟端口 (NI PCI-6713) 输出对应的信号，从而可以线性的控制三组线圈电流的大小和时序。

电流流过线圈，就会激发磁场，磁力线就会穿过线圈，如果电流是变化的，那么，磁通量就会发生变化，在线圈中就会产生感应电动势，如果线圈是密绕的，每一匝磁通量 Φ 近似相同， N 匝就是 $N\Phi$ ，感应电动势 $\varepsilon = dN\Phi / dt$ 磁通量与磁感应强度 B 成正比，磁感应强度 B 又与电流 i 成正比，所以磁通量就与电流成正比，即 $N \times \Phi = L \times i$ ，其中 L 是比例系数，也叫电感系数，于是就有下面的公式：

$$\varepsilon = \frac{dN\Phi}{dt} = \frac{dLi}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (3.1)$$

从公式中，我们可以清楚的看到线圈中的电流变化会产生感生电动势，感生电动势的大小与电流的变化量和线圈电感有关系，如果线圈前一刻有很大的电流经过，然后突然关断线圈电流，这时将会产生很大的反向感生电动势，它将直接加载到线圈上，这将会严重影响实验。为了减小反向感生电动势对实验的影响，我们添加了压敏电阻吸收反向感生电动势对实验的影响。因为压敏电阻是一种非线性的电阻，当端电压小于电阻的的阈值电压，压敏电阻的电阻为无穷大，相当于断路，当端电压大于压敏电阻的阈值电压，它的电阻相当于无穷小，相当于短路，这样反向感生电动势的能量便被压敏电阻吸收。线圈的关断时间约为 $200\mu s$ 左右，通过电感测量器将线圈的电感系数读出，这样便可以估算出反向感生电动势的大小，然后将合适阈值的压敏电阻并联到线圈两端。例如线圈正常工作的电流为 $15A$ ，电感系数为 $0.18mH$ ，那么反向感生电动势为 $13.5V$ ，选取阈值大于为 $13.5V$ 的压敏电阻。

3.2.5 磁场控制环路的冷却

在实验过程中，很多磁场需要保持开启状态，线圈的总体功率非常大。对比其他超冷原子实验，磁转移超冷原子系统的线圈数量更多，线圈通电的总时长更长，那么产热量也更多。线圈温度过热将会导致磁场不稳定，由此将会降低俘获超冷原子的数量和磁转移原子的效率，因此我们需要给线圈系统加载恒温的冷水，由此，通过循环水及时的带走线圈产生的热量。因此，在实验过程中，需要保证循环冷却水一直正常工作，我们设计了一种监视冷却水循环系统工作状态的电路。

我们首先使用了一个水流传感器(*OMEGA*公司的*FPRI30*)，将它安装到冷却水循环回路中，水流将会带动转子切割磁感线，由此产生对应流速的方波信号，通过读取方波信号的频率，便可以知道当前循环水的流速。

单片机 *AT89S51* 的 *T0*和*T1*端都有定时计时的功能，通过程序设置，开启 *T1*端计数功能，由此来完成输入信号的频率计数，但是对于处于计数状态中的 *T1*，最大的计数值为 $f_{osc} / 24$ ，在我们电路中使用的晶振频率为 $f_{osc} = 24MHz$ ，所以，*T1*的最大计数频率为 $250kHz$ 。在实际应用中，频率的含义就是在一秒钟内脉冲的个数，也称为频率值。因此，开启 *T0*的定时模式，每次定时一秒钟后，就马上停止*T0*的计数，然后单片机读取保存在*T0*计数单元中的数值，而后对数据进行处理，然后送入对应的数码管中显示频率值。图 3.11 为水流计电路图。如果频率值低于设定的安全值时(我们的安全值为 3)，单片机的 *P1.0* 端将会输出低电平，三极管导通，蜂鸣

器将会报警，提醒我们冷却水循环出现故障，单片机程序见附录。

因为单片机 AT89S51 正常工作时带负载的能力非常弱，为了提高单片机的带负载能力，我们使用一个总线收发芯片 74LS245，将 74LS245 的 Pin1 接高电平，由此数据传输方向选择为 $A \rightarrow B$ ，然后将信号传送给四位共阴极的数码管进行显示。

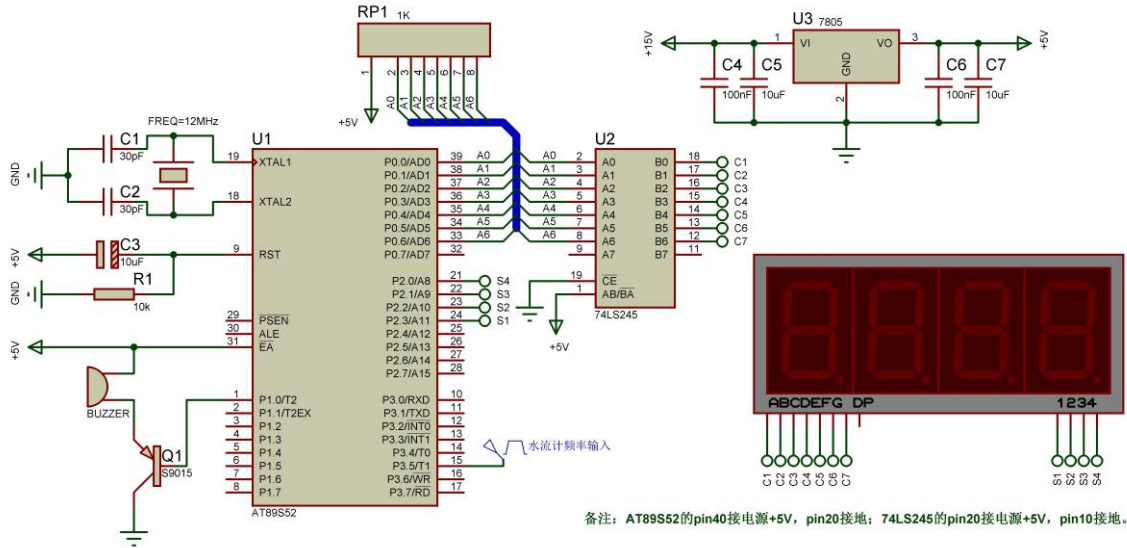


图 3.11 水流计电路图。

3.3 磁光阱

大部分的超冷原子实验都用到了磁光阱，因为磁光阱可以高效率的从背景气体中获取很多数量的原子，并且可以将原子的温度从室温降低到 $10\mu\text{K}$ 左右，在搭建磁光阱的过程也比较容易^[11-13]。在我们实验室，首先通过磁光阱从背景气体中俘获 ^{87}Rb 原子，再经过压缩磁光阱、偏振梯度冷却、光泵浦、装载磁阱、磁转移原子，最终将 ^{87}Rb 原子装载到二级磁阱中，为了避免原子在磁阱中磁场零点处发生自旋反转而发生原子损耗，我们将 532nm 的激光穿过磁场零点处，通过光学势垒将势能零点移除，再通过蒸发冷却，最终实现 ^{87}Rb 原子的 BEC。上面几节都是讲的磁场，下面我们说一下激光如何配合磁场形成磁光阱等。

3.3.1 原子能级

使用磁光阱俘获原子，需要很多束的激光配合，首先使用冷却光(Cooling)和再泵浦光(Repump)搭建磁光阱从背景气体中俘获原子，然后选态抽运光(Pump)将原子光泵浦到低场趋近态，最终探测光(Probe)照射原子，通过吸收成像获取原子的信息。

我们使用的是 ^{87}Rb 原子，它的能级分裂如下图 3.12。在磁光阱和偏振梯度冷却

过程中, ^{87}Rb 原子处于 D2 线 $|5S_{1/2}, F=2\rangle \leftrightarrow |5P_{3/2}, F'=3\rangle$ 的循环冷却中, 一束再泵浦光的频率置于 $|5S_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F'=2\rangle$, 它将掉到基态 $|5S_{1/2}, F=1\rangle$ 的原子重新送回到冷却循环中。因为在磁场中, 原子会发生塞曼分裂, 量子态将会分裂为低场趋近态(图 3.12 中标注的能态)或高场趋近态, 为了避免原子在装载磁阱时的损耗, 我们使用选态抽运光将原子全部抽运到 $5S_{1/2} |F=2, m_F=2\rangle$ 量子态, 它的频率置于 $|5S_{1/2}, F=2\rangle \leftrightarrow |5P_{3/2}, F'=2\rangle$ 。将探测光的频率置于 $|5S_{1/2}, F=2\rangle \leftrightarrow |5P_{3/2}, F'=3\rangle$, 在实现 BEC 过程中, 需要探测光照射原子, 观察原子在每个实验环节中的状态。

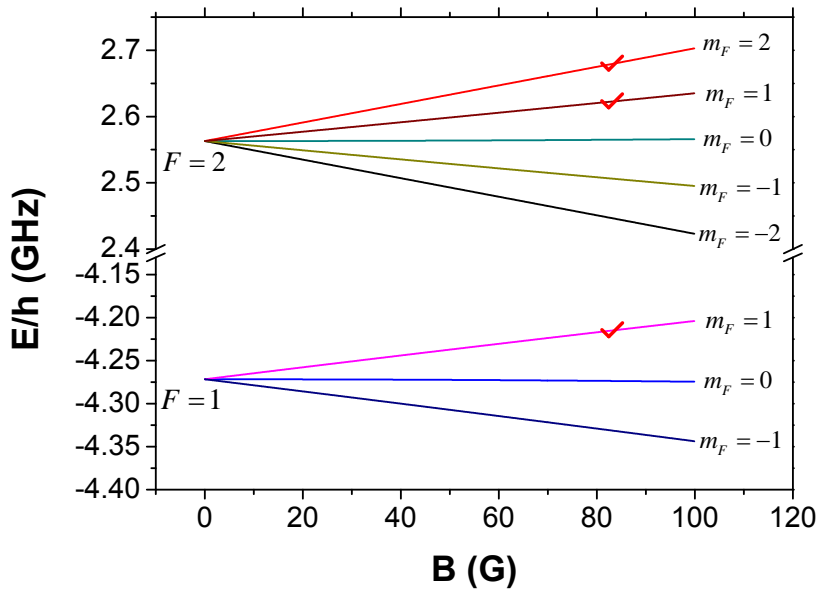


图 3.12 ^{87}Rb 原子的基态塞曼分裂图。图中对勾标注的为低场趋近态, 可以被磁阱俘获。

3.3.2 激光系统

铷激光系统来自两台外腔反馈式半导体激光器 (ML: Master Laser), 型号为: Moglab。因为冷却光、选态抽运光、探测光之间的频差不大, 最大频差为 200MHz 左右, 所以使用一台激光器作为它们的主激光器, 而再泵浦光和三者的频差大约为 6GHz 左右, 频差非常大, 所以单独使用一台激光器作为再泵浦光。我们将 ML 输出的光分为两束, 一束注入到充满铷蒸汽的玻璃泡中, 然后将调制信号加载到声光调制器上, 然后通过饱和吸收光谱技术锁定激光器的频率, 另一束为磁光阱做准备。冷却光等三者的主激光器输出的激光分为两束, 一束为 3mW, 然后使用饱和吸收光谱技术将激光器的频率锁定到 ^{87}Rb 原子的 D2 线 $|5S_{1/2}, F=2\rangle \leftrightarrow |5P_{3/2}, F'=3\rangle$, 另一

束激光为 70mW，两次穿过声光调制器（AOM）进行移频，两次移频透过效率为 65%，之后将其注入到光纤中，光纤的传送效率为 74.7%，最终光纤输出 34mW 左右，其中两次穿过声光调制器有两个目的：一是通过 AOM 移频，二是使用 AOM 连续失谐 40MHz，光路不发生偏移。输出的 34mW 激光需要分为三路，功率不能满足使用，所以需要将主激光输出的激光进行放大使用。详细光路图如图 3.13。

我们将主激光器输出的 34mW 激光分为两路，一路 30mW 的激光，作为冷却光将其输入到锥形放大器中（型号为：Toptic BoosTA），进行二级功率放大，见光路

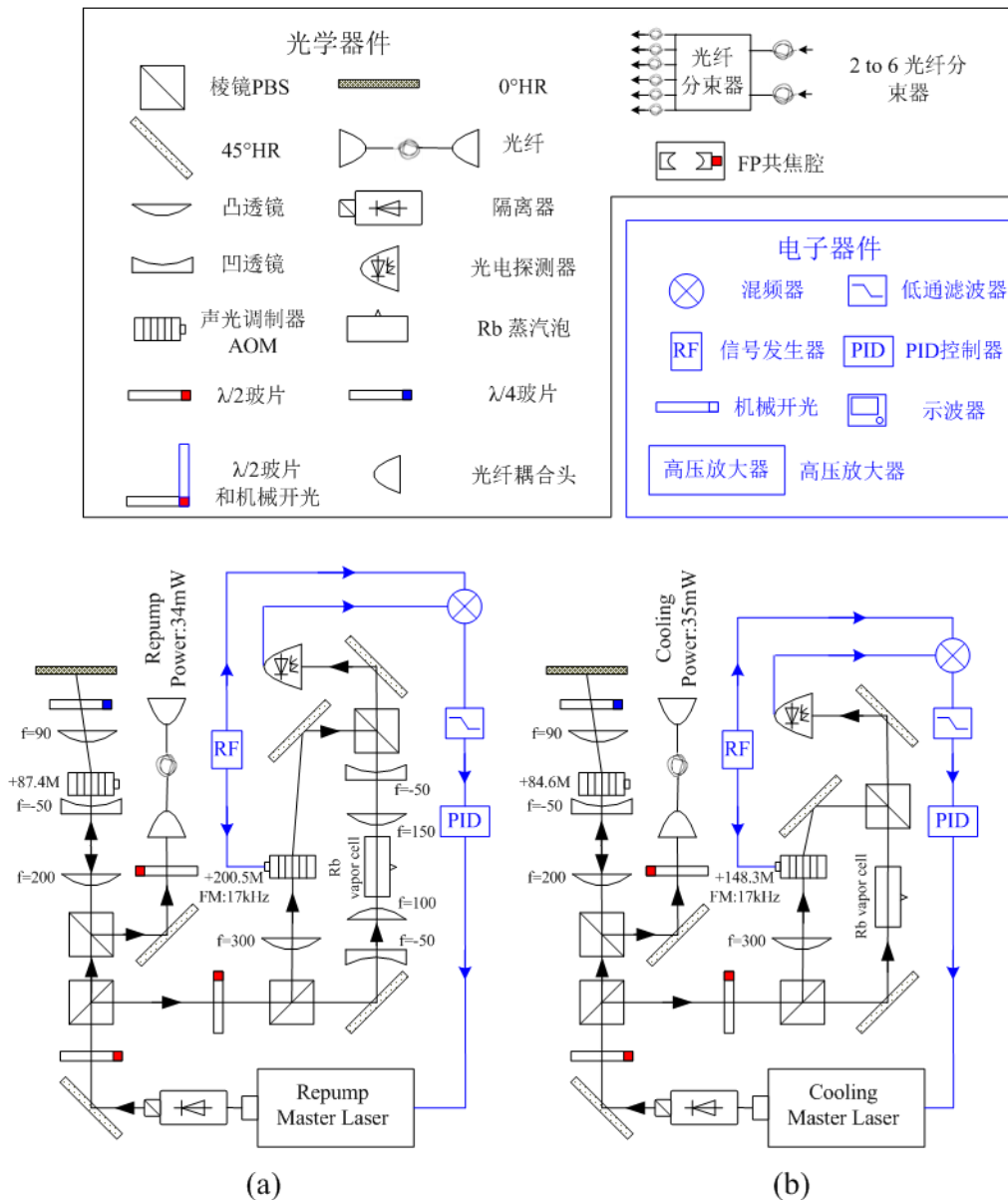


图 3.13 ⁸⁷Rb 超冷原子系统的主激光器框图。(a)再泵浦光主激光器系统。(b)冷却光主激光器系统

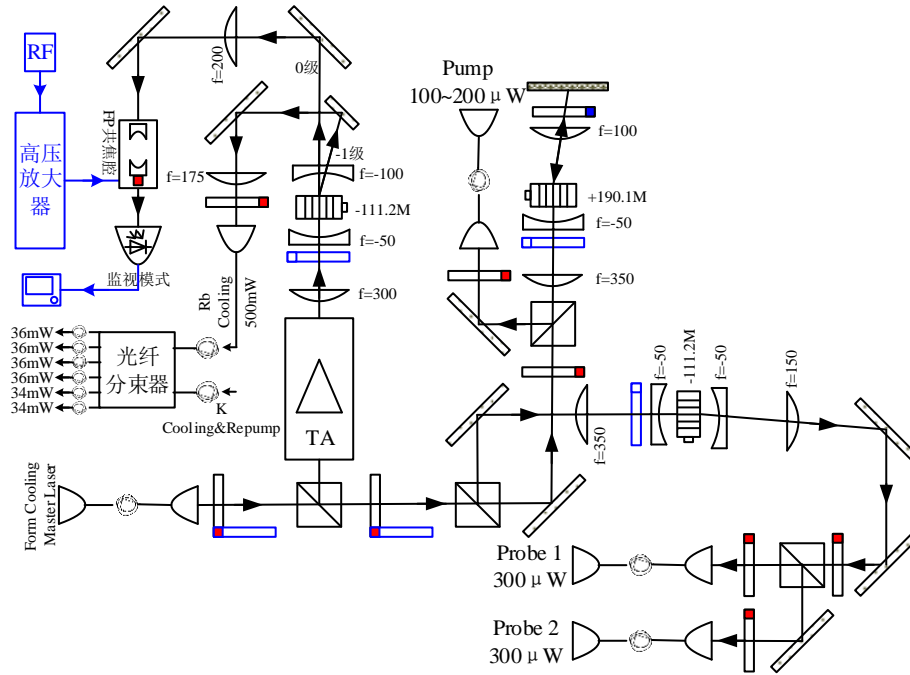


图 3.14 ^{87}Rb 超冷原子系统的从激光系统，其中包括冷却光、选态抽运光、探测光。

图 3.14，最终在 1500mA，输出 667mW，因为在实现铷原子的玻色爱因斯坦凝聚的过程中，需要冷却光快速关断和功率可控，所以将激光单次穿过声光调制器，然后注入到光纤分束器中(型号为: Schafer+Kirchhoff fiber port cluster 2 to 6)，如图 3.15，将冷却光分为 6 束，其中四束为水平方向的冷却光，功率为 35mW，两束为竖直方向的冷却光，功率为 32mW，其中下侧的一束竖直方向冷却光与再泵浦光耦合以后，注入到真空系统中。其中光纤分束器还有一个 767nm 激光输入端口，它是为之后做 ^{87}Rb 和 ^{40}K 的超冷玻色费米混合气体准备。光纤分束器的六路输出分别接具有 FC-APC 端口的光纤，光纤的另一端拧到 Thorlab 的光纤底座上 (SM1FCA)，然后将其连接到 Thorlab 的组件上 (SM1L05, SM2V10, SM2L30, AC508-100-B, SM2T2)，最终使用 $f=100\text{mm}$ 的透镜将光纤输出的冷却光直接转换为直径为 30mm 的平行高斯光束，之后通过改变镜架 (KCB2) 的角度来调节六束冷却光的重合，如图 3.16。主激光器的另外一路分得 4mW 的激光，然后再将其分为两路，一路作为选态抽运光使用，另一路作为探测光使用。选态抽运光通过声光调制器两次移频后，注入到光纤中，最中，最终优化实验参数，选态抽运光的最佳功率为 100~180 μW 。因为在实验的几个环节都需要探测光，所以需要足够功率的探测光，因为冷却光、选态抽运光都是在实验的前一阶段使用，而探测光是在照射原子阶段使用，它们根本不可

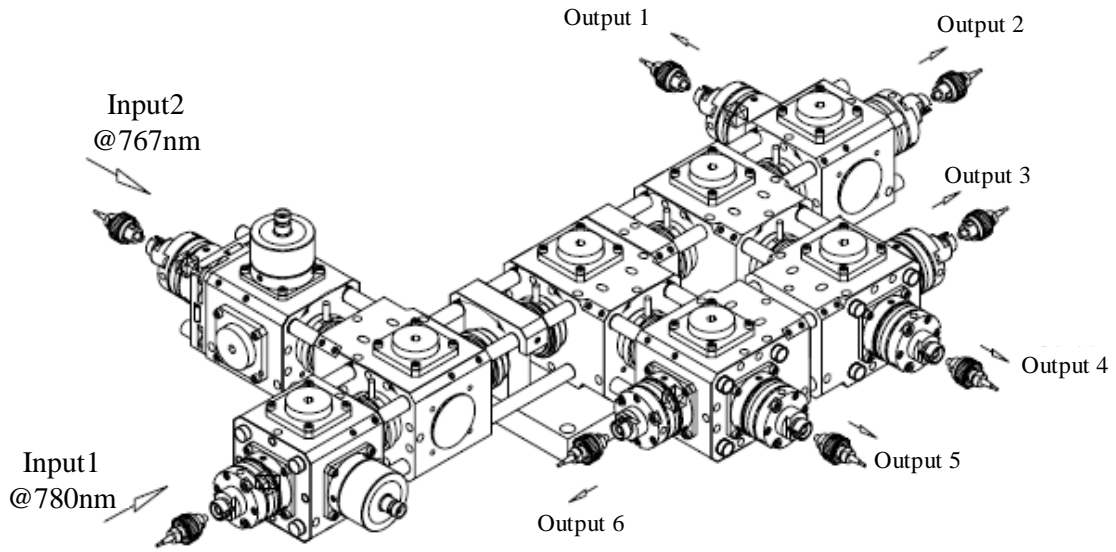


图 3.15 767&780nm 输入，六输出光纤分束器。

能同时使用，因此我们分别在第一、二个分光棱镜前添加了半波片，半波片粘在机械开光上，在实验的前面阶段，半波片处于未工作状态，当实验接近尾声时，需要

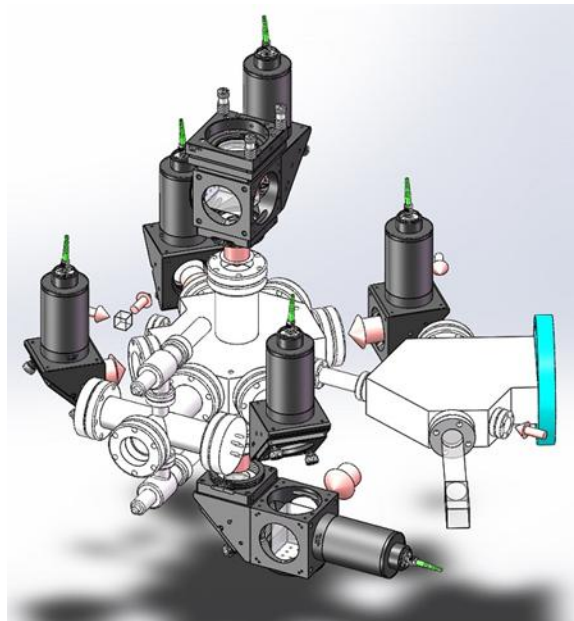


图 3.16 MOT 激光和探测光的实验布置。其中包含六束冷却光，一束再泵浦光与下侧的冷却光耦合到一起以后，注入到真空腔室中。选态抽运光沿着原子的转移方向打入。一束探测光沿着原子转移路线的反方向打入，另一路探测光从二级真空腔室的轴线打入。

照射原子时，将两个半波片同时打开，使得探测光功率增为 7mW，此时，选态抽运光功率减为零，冷却光功率减为 27mW，之后探测光单次穿过声光调制器进行移频，然后将其分为两路探测光，分别注入光纤中，一路从真空系统的无氧铜管中穿过，探测一级 MOT 和磁转移原子的情况，另一路从二级真空腔室的右侧窗口穿过，探测二级磁阱中原子的情况。

3.3.3 激光的频率和光强控制

为了俘获高密度超冷原子，我们需要通过很多的步骤来实现，不同的步骤对应不同的激光系统。在我们实验中，采用声光调制器(AOM)对光的频率和幅度进行精确的调节，AOM 的射频电路见图 3.17。

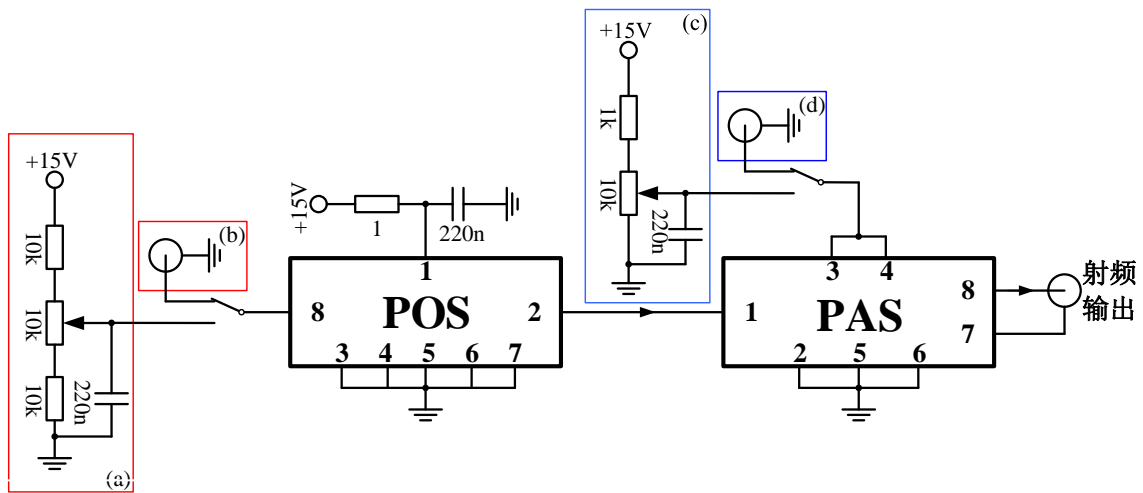


图 3.17 射频电路。图中的 POS 为压控振荡器，PAS 为射频衰减器，均为 Mini-Circuits 生产。当频率或幅度需要手动调节，那么使用(a)或(c)框图中的电路，当频率或幅度需要电脑控制，那么就是用(b)或(d)框图中的电路。图中的地线图标均与电源的地线连接。切记：射频信号输出使用 BNC 头引出，BNC 的中心接 PAS 的 pin8，BNC 的外壳接 PAS 的 pin7。

例如实验中的压缩磁光阱、偏振梯度冷却、光泵浦等。由于磁场梯度加大等，需要将冷却光和再泵浦光的幅度降低，激光的频率失谐需要加大(相对于原子能级)。在实验光路中有 AOM，我们通过调节射频信号的频率和幅度(提供给 AOM 的射频信号)进而控制激光的光强和频率。AOM 的射频信号是由 Mini-Circuits 生产的压控振荡器(VCO)产生的，通过调节压控振荡器的输入电压便可以实现射频频率的连续变化，然后将此射频信号输入到衰减器中，通过调节输入电压，便可以调节衰减器的衰减幅度，然后将此信号输入到功率放大器中，放大以后的射频信号便注入 AOM

中。因此，通过两路电压信号便可以控制射频频率和幅度，由此反映到光频和光强的变化。

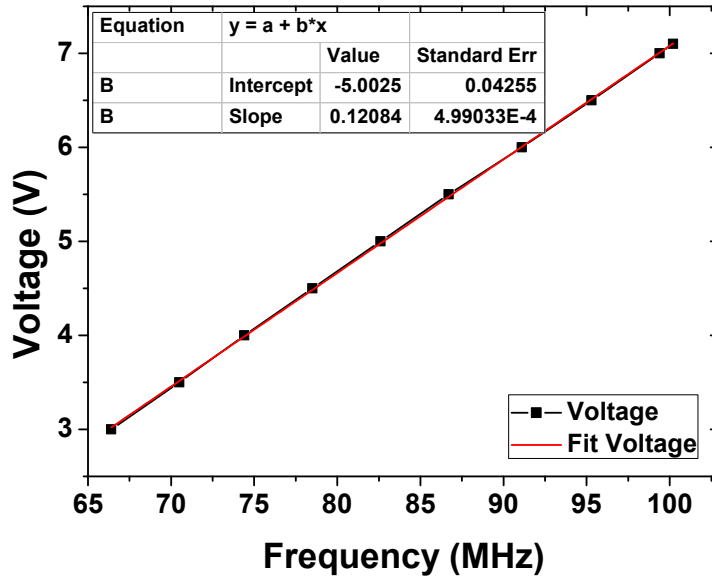


图 3.18 压控振荡器的频率电压对应曲线，通过曲线便可以拟合出对应关系式，然后将此写入函数中，就可以实现频率和电压一一对应。

AOM Rb Cooling Beam Frequency	<input type="text" value="82"/>	MHz
AOM Rb Repumping Beam Frequency	<input type="text" value="108.4"/>	MHz
AOM K Cooling Beam Frequency	<input type="text" value="199"/>	MHz
AOM K Repumping Beam Frequency	<input type="text" value="218"/>	MHz
MOT2 CurrentSource Voltage	<input type="text" value="3.4"/>	V
MOT2 AOM Amplitude	<input type="text" value="100"/>	%

(a)

```
void SetAOMRbCoolingBeamFrequency(double Frequency) { /*从前界面获取频率值*/
double A=-5.0025;
double B=0.12084;
double Voltage = A + B*Frequency; /*换算为实际电压值*/
if (Voltage<0) Voltage=0;
Output->AnalogOutScaled(4/*模拟通道数*/,Frequency,Voltage/*输出的实际电压值*/);
}
```

(b)

图 3.19 主程序界面。(a)主程序界面，从界面可以设置 VCO 的频率，例如 Rb Cooling。(b)主程序 Rb Cooling 的频率和电压转换函数。

为了方便操控，在主程序的界面，我们输入的是频率的数值，但是它在程序中实际对应的是电压值，见图 3.19。在实验调试过程中，我们记录不同的电压值相对应的频率值，然后通过 Origin 的拟合工具，拟合出一个合适的频率和电压的对应函数，之后将此函数输入到对应的 VC++函数中。例如图 3.18 中，我们改变电压，测得 VCO 对应的频率，然后频率为横轴，电压为纵轴，线性拟合出函数为

$Voltage = 0.12084 \times Frequency + (-5.0025)$, 那么当我们在主程序的前面板 Rb Cooling 的 AOM 输入 82MHz 时, 见图 3.19, 电脑将对应输出 4.90638V 的电压, 从而使得 VCO 实际输出 82MHz, 光频同时被移频为 82MHz。控制光强的幅度与上面的方法相同。

3.4 成像系统

吸收成像已经成为了获取超冷原子云信息的标准技术, 具有引导性的文章为 [14,15]。为了获取原子云的吸收成像图片, 我们需要使用近共振的探测激光照射原子云, 原子将会吸收一部分光, 使得原有光束出现阴影, 然后被 CCD 图像传感器 (*Charge-Coupled Device*) 捕获成像。但是吸收成像是一种破坏性的成像, 因为原子将会被探测光加热。另外一种不破坏原子相位信息的成像也被提出, 在 [14-16] 中都有介绍, 但是我们这篇文章没有使用。

接下来简单介绍一下吸收成像, 我们是沿着 z 轴进行探测。探测光的光强分布是不均匀的, 我们需要通过三次吸收成像来获取原子云的信息, 这三次成像都是非常标准化的。首先, 使用探测光照射原子云, 将原子云的吸收成像 $I_{abs}(x, y)$ 记录下来; 然后, 在没有原子云的基础上, 记录参考光 (与前面的探测光一样) 的光强 $I_{flat}(x, y)$ 分布; 最后, 获取一张没有探测光的背景图像 $I_{bg}(x, y)$ 。相对强度分布系数 $T(x, y)$ 和光学密度 $OD(x, y)$ 可以通过以上的三次成像参数获取。

$$OD(x, y) = -\ln T(x, y) \quad (3.2)$$

$$T(x, y) = \frac{I_{abs}(x, y) - I_{bg}(x, y)}{I_{flat}(x, y) - I_{bg}(x, y)} \quad (3.3)$$

CCD 是半导体器件, 它可以将光信号转换为电信号, 通过采集电压的高低反映光学影像的信息。每个实物都是有颜色的, 但是 CCD 获取到的信息都是电压信号, 无法反映彩色图像, 为了提高观察的可辨识度, 我们有两种办法来获取彩色图像。

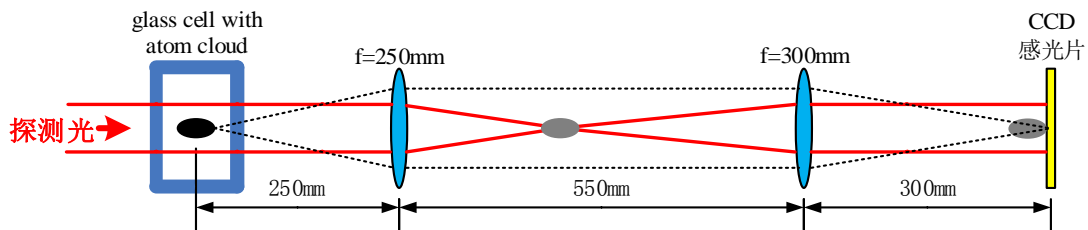


图 3.20 CCD 成像光路图

第一种是在 CCD 感光面上添加滤波片（彩色过滤镜阵列），最常用的就是添加贝尔模板进行过滤，再通过贝尔解码和因果插值的办法恢复还原彩色的实物图，这种方法在消费类电子产品中广泛使用，例如手机和数码相机、摄像机等等，由于这种方法需要添加滤波片，而过滤后的光强，难以完全恢复，所以在我们实验中没有采用这种 CCD。第二种是引入伪彩色的处理办法，没有添加滤波片的 CCD 采集一幅图像，每个像素点都会有一个电压值，而这个电压值是一个索引值，通过该代码可以从彩色查找表中找到 R(red), G(green), B(blue)的强度值，然后用对应的 RGB 强度值叠加产生彩色，这样就把原来实物显示为彩色的图像。假设 CCD 的分辨率为 12bit，那么通过数模转换以后，CCD 的电压值介于 0~4095 之间，对应的 0 代表黑色，4095 代表白色，其余中间值代表其他的彩色。

Apogee CCD	
型号	Alta F2
感光材料(CCD)	Kodak KAF-1603E
像素(Array Size)	1536×1024
单像素大小(Pixel Size)	9×9 μm
感光片大小(Imaging Area)	13.8×9.2mm(127m ²)
量子效率(QE at 780nm)	48%
分辨率(Digital Resolution)	16bit at 1MHz
曝光时间(Exposure Time)	1ms to 183s
连接办法(PC Interface)	USB 2.0
快门(Shutter)	25mm
触发(Trigger)	内部触发、外部 TTL 信号触发

表 3.3 AltaF2 CCD 的基本参数

我们采用瑞利望远镜模型来采集处于真空腔室中原子云的信息，如图 3.20，成像系统的放大倍率为 1.2 倍。CCD 是 Apogee 公司 Alta F2，其基本参数见表 3.3。在测量过程中，我们将探测光的半波片提前打开，然后外部触发 CCD 曝光，曝光时长为 8ms，然后让原子云自由飞行几毫秒，6.5ms 时使用探测光照射原子云 50μs，

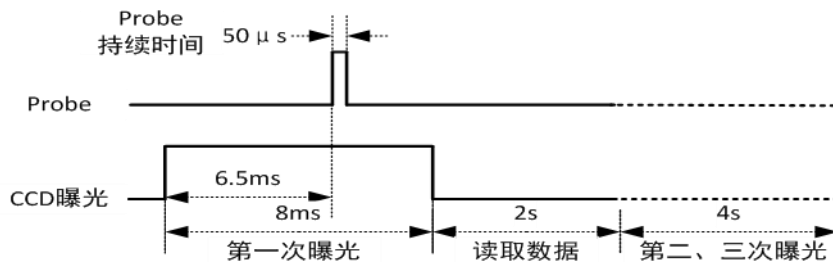


图 3.21 Alta F2 CCD 成像时序图。

采集原子云的第一幅图像，时序图如图 3.21，过 2s 以后，再次触发 CCD，打开探测光 $50\mu\text{s}$ ，此时已经没有原子云，采集第二幅图像，再过 2s，采集背景图像，最后使用软件(Vision)将三次成像的数据进行处理，得到原子云的图像，并且由此计算出原子云的温度、密度、原子数等信息。

在实验的后期，我们将不使用自由飞行展开的办法来测量原子云，而是采用原位成像的办法，它可以完整和精确的提供原子在势阱中的空间信息，通过原子云的密度非均匀性获取更多的信息。这项技术最大的困难就是激光遇到稠密的原子云时，将会有强烈的非线性光学效应，所以我们需要高空间分辨率的 CCD。最后实现 BEC 后，我们将会研究光阱中的单光子，这便需要有一个高量子效率、高分辨率的 CCD。为此，我们使用 CCD 是 Andor 公司的 EMCCD *iXon Ultra897*，具体参数见表 3.4。

Andor CCD	
型号	iXon Ultra 897
像素(Array Size)	512×512
单像素大小(Pixel Size)	$16 \times 16 \mu\text{m}$
最大的读出速率(Max readout rate)	17MHz
最大的冷却温度(Maximum cooling)	$-100\text{ }^\circ\text{C}$
分辨率(Digital Resolution)	16bit
最小的曝光时间(Min Exposure Time)	$10 \mu\text{s}$
连接办法(PC Interface)	USB 2.0
快门(Shutter)	20mm
触发(Trigger)	内部触发、外部 TTL 信号触发、软件触发等

表 3.4 Andor EMCCD 的基本参数

现在影响图像传感器灵敏度的最大因素是电荷检测放大器的噪声，让传感器工作在稳定的低温状态下或者使用有效技术减小暗电流都可以提高图像传感器的灵敏度。减小电荷放大器噪声的方法有很多种，电子倍增电荷耦合传感器就是其中一种 (Electronic Multiplying Charge Coupled Device, 简称 EMCCD)。EMCCD 是在传统 CCD 的基础上添加了电子倍增寄存器，CCD 成像以后将会产生电荷，电荷在通过电子倍增寄存器后，电荷载流子得到倍增，由于在倍增过程中额外噪声非常低，所以它信噪比有很大的提升。

3.5 小结

本章介绍了如何获得超高真空腔室，回顾了真空泵和加热带如何的配合获得高

真空度。为了获得高密度⁸⁷Rb的冷原子，并且高效率的转移到二级磁阱中，分过程的讲述了实验装置、实验系统的配合调试、实验过程中遇到的一些问题。为了获得超冷原子的信息，讲述了我们使用的成像系统。

参考文献

- [1] A. N. Nesmeyanov, Vapor Pressure of the Chemical Elements, *Elsevier(Amsterdam)*, (1963).
- [2] J. M. Gerton, B. J. Frew, R. G. Hulet, Photoassociative frequency shift in a quantum degenerate gas, *Phys. Rev. A*, **64**, 053410(2001).
- [3] M. Wutz, H. Adam, W. Walcher, Theory and Practice of Vacuum Technology, *Vieweg*, (1989).
- [4] J. F. O'Hanlon, A User's Guide to Vacuum Technology, *Wiley(2nd ed)*, (1989).
- [5] A. L. Migdall, J. V. Prodan, W. D. Phillips, T. H. Bergeman, H. J. Metcalf, First Observation of Magnetically Trapped Neutral Atoms, *Phys. Rev. Lett.*, **54**, 2596 (1985).
- [6] D. A. Steck, Rubidium 87 D Line Data (2002), <http://steck.us/alkalidata>.
- [7] E. Majorana, Atomi Orientati in Campo Magnetico Variabile, *Nouvo Cimento*, **9**, 43(1933).
- [8] T. Bergeman, G. Erez, H. Metcalf, Magnetostatic trapping fields for neutral atoms, *Phys. Rev. A*, **35**, 1535(1987).
- [9] J. M. Gerton, B. J. Frew, R. G. Hulet, Photoassociative frequency shift in a quantum degenerate gas, *Phys. Rev. A*, **64**, 053410(2001).
- [10] 王鹏军, 陈海霞, 熊德智, 于旭东, 高峰, 张靖, 实现玻色-费米混合气体量子简并的四极 Ioffe 组合磁阱设计, *物理学报*, **57**, 8(2008).
- [11] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, D. E. Pritchard, Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure, *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 2631(1987).
- [12] W. D. Phillips, Laser cooling and trapping of neutral atoms, *Rev. Mod. Phys.*, **70**, 721(1998).
- [13] H. J. Metcalf, P. van der Straten, Laser Cooling and Trapping, *Springer-Verlag*, (1999).
- [14] W. Ketterle, D. S. Durfee, D. M. Stamper-Kurn, Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates, *arXiv:cond-mat/9904034v1*, (1999).
- [15] W. Ketterle, M. W. Zwierlein, Making, probing and understanding ultracold Fermi gases, *arXiv:0801.2500v1*, (2008).
- [16] M. R. Andrews, M. O. Mewes, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, W. K.

Direct, nondestructive observation of a Bose condensate. *Science*, **273**, 84(1996).

第四章 锁相环和频率控制

4.1 为什么使用锁相环

现在电子产品已经与我们的生活密不可分，锁相环在电子产品中发挥着不可替代的作用，它使得我们的生活变得有序。例如电视机，锁相环保证人物的图像保持正立，保证彩色图像的颜色不要失真。

锁相环的工作机理是让一个特殊系统完全跟踪另一个标准系统。更确切的应用是，锁相环使得输出信号的频率和相位完全同步于输入信号，在同步状态下（锁定状态），振荡器的输出信号与参考信号之间的相位差恒定，可能是零或者是常数^[1-8]。当振荡器的输出信号与参考信号存在相位噪声时，锁相环将会检测到相位误差，同时输出相应的控制信号，控制信号与相位误差成正比，通过反馈振荡器，使得相位误差减小，在整个反馈控制过程中，锁相环始终保证相位噪声最低，让输出信号始终跟踪参考信号。

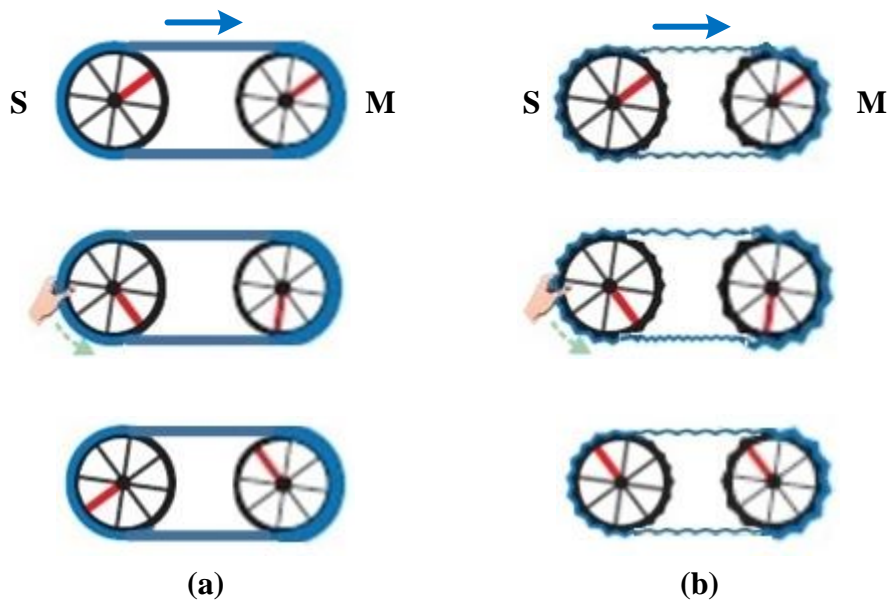


图 4.1 机械调节锁定两个轮子的相位。最初两个轮子的频率是相同的(最上面的两幅图)，当外界干扰导致出现相位误差时，过一段时间，图(a) 使用硬质皮带可以将二者的频率再次保持一致，但是丢失了最初的相位关系；(b) 使用弹性皮带和带有齿的轮子可以将二者的频率再次保证一致，而且保证了最初的相位关系。

为了更直观的观察锁相环的作用，接下来，我们通过机械调节方法来产生相位误差^[9]，并将其消除。如图 4.1，刚开始有两个轮子都以相同的角频率不停的旋转，而它们的动力是由右侧的主轮子(M: Master Wheel)提供，左侧的轮子为从动轮(S: Slave Wheel)。如果外界对二者没有影响，那么从动轮将会始终跟随这个频率，因为二者使用一根皮带连接，它是一根没有弹性的皮带。如果在某一时刻，有一个外力使得从动轮的转速降低(例如：用手让轮子减速)，而没有弹性的皮带将会继续旋转，无视从动轮的减速，之后将外力撤掉，由于皮带的带动，从动轮的转速将会再一次与主动轮相同。但是由于外力的干扰，使得从动轮和主动轮失去最初的相位关系。现在，我们用两个带有凹槽的齿轮和有弹性的皮带来代替之前的装备，如果某一时刻再用一个外力使得从动轮发生短暂的转速降低，此时具有弹性的皮带将会在

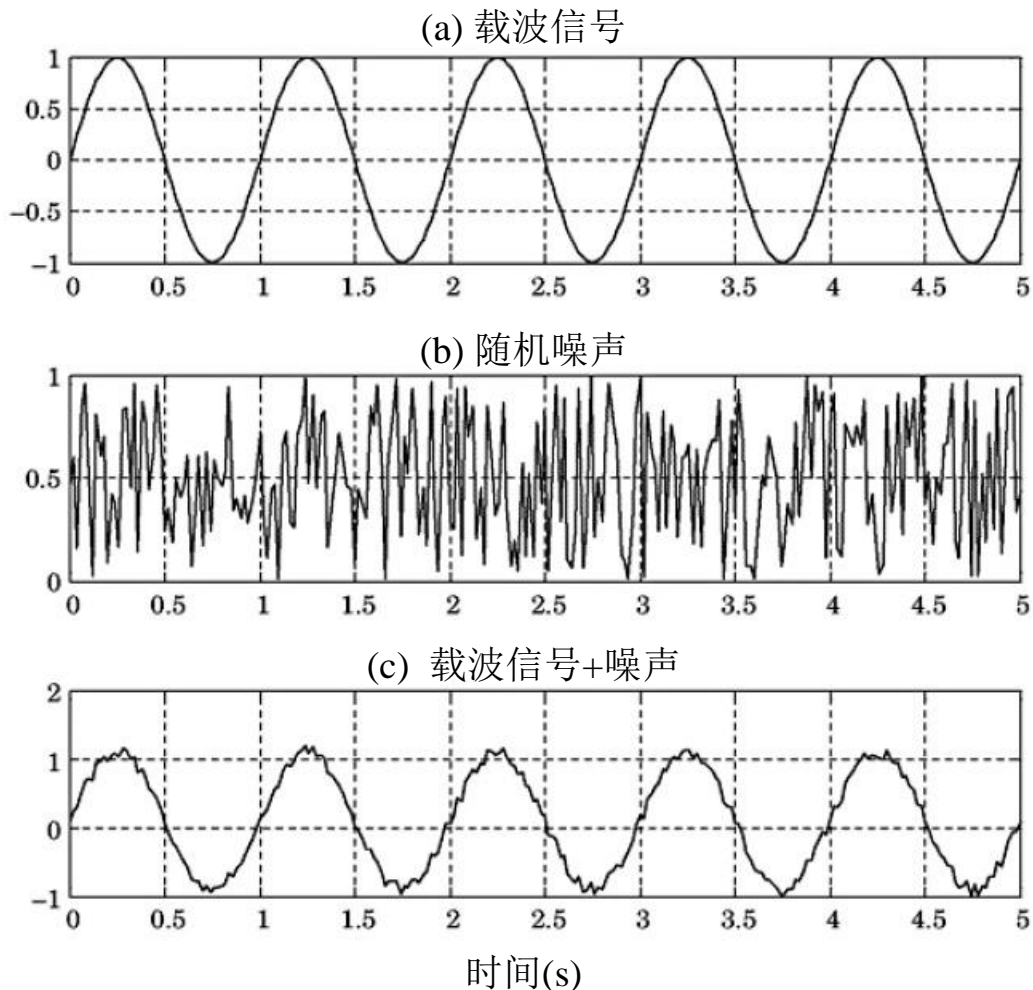


图 4.2 叠加噪声的载波信号。(a)一个包含二进制序列的正弦信号。(b)随机噪声。(c)叠加噪声的载波信号。

一侧收紧，另一侧拉伸，撤掉外力后，弹性皮带将会带动从动轮快速旋转，最终使得从动轮的转速与主动轮相同，并且还能继续保持二者最初的相位关系。此处的弹性皮带所发挥的作用就像锁相环在振荡器中的作用。

4.2 噪声

所有的设备都是存在于外界环境中，设备中的每一个模块都会受到噪声干扰，同时自身也会产生噪声。PLL 在实际应用中，叠加在参考信号中的噪声是影响最大的，所以我们仅讨论一下参考信号中的噪声^[10]。所有的参考信号都是由高质量的石英振荡器输出的，石英晶体输出频率稳定性主要受温度的稳定性决定，例如晶体管或外围电阻的热噪声，即使石英晶体本身和环境温度非常可靠稳定，也会产生噪声。

在很多的通讯领域使用到 PLL，它们传送的信号大部分都是数字信号，可能是脉冲信号或者方波信号。由于谐波的存在，需要很宽的带宽才能传送方波信号。为了避免高带宽的限制，只需传送基频信号，那么接受的信号为正弦波，如图 4.2(a)。在传送过程中，信号中包含任意频率的子单元，但是信号依然像正弦波，接收到的信号必须当做“模拟信号”处理。

信号在每个通讯环节都会叠加噪声，可能是传输通道产生的噪声，或是其他信号的耦合噪声，也有可能是大气温度等产生的噪声。最常见的叠加噪声为加性高斯白噪声。所谓的高斯白噪声是指某一种噪声的瞬时值服从高斯分布，而信号的功率谱密度是均匀分布的。

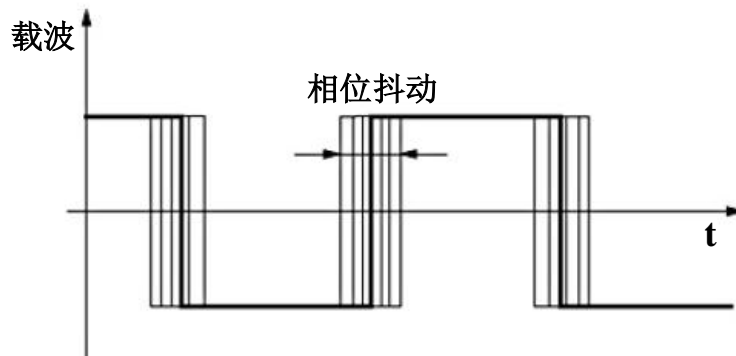


图 4.3 整形后的接收信号，在每个过零点处都有相位抖动。

接收端收到信号以后，通过模数转换，将模拟信号转换为方波信号，对应信号发射端的二进制数据信号，翻译为 101010... 的比特流。由于信号在传送过程中添加的额外噪声导致方波信号的过零点处发生“抖动”的情况，如图 4.3，这将导致信号

有一定的失真。

为了处理噪声的影响，我们定义噪声的一个参数：信噪比(SNR: *Signal to Noise Ratio*)，我们对理论进行了简化以后，可以写为：

$$(SNL)_L = \frac{P_s}{P_n} \cdot \frac{B_i}{2B_L} \quad (4.1)$$

式中 $(SNL)_L$ 表示环路的信噪比， P_s 为输入端的信号功率， P_n 为输入端的噪声功率， B_i 为前置滤波器的带宽(如果没有前置滤波器，该项为信号源的带宽)， B_L 为噪声带宽。当 $(SNL)_L \approx 4$ 时，PLL 便可以稳定工作。

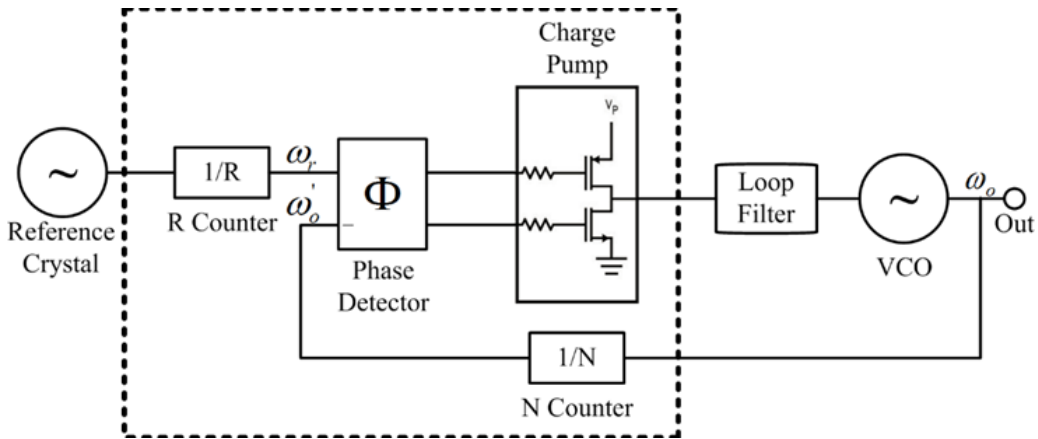


图 4.4 锁相环的模块图。图中包括参考信号，分频器(R Counter ,N Counter)，相位探测器，电荷泵，环路滤波器，压控振荡器。

4.3 锁相环的组成部分

锁相环都是由三个基本模块构成的：①鉴相器(*Phase Detector*)；②环路滤波器(*Loop Filter*)；③压控振荡器(*VCO: Voltage Controlled Oscillator*)，如图4.4。它的基本工作原理如下，首先提供一个信噪比非常低参考信号，鉴相器将会比较参考信号和输出信号之间的相位误差，当二者存在相位误差时，将会输出误差信号到电荷泵上(*Charge Pump*)，通过相应的电荷积累和环路滤波以后，输入到压控振荡器中的，由此来减小输出信号与参考信号之间的误差信号，整个调节过程是瞬时的、动态的，这样便可以让输出信号的相位始终与参考信号同步。输出信号的功率谱呈现为洛伦兹性的图形，如图 4.5(a)，如果我们只是将输出频率 f 锁定到参考频率 f_0 上，它的功率谱没有发生任何变化，见图 4.5(a)，这是因为频率锁定根本没有降低噪声，而噪声就是功率谱加宽的主要因素。相反，当我们使用相位锁定环路，不仅可以

频率锁定，而且可以大幅度的压窄输出信号的线宽，如图 4.5(b)。

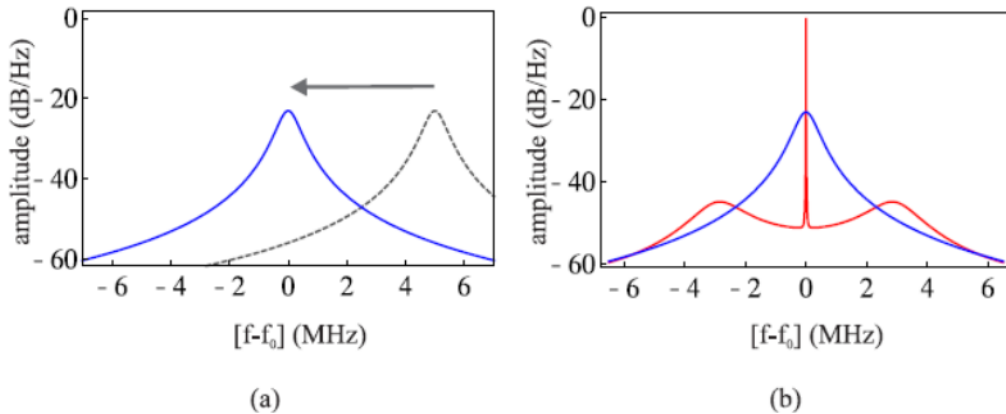


图 4.5 输出信号的功率谱。(a) 频率锁定情况下的功率谱，谱线宽度没有变化。(b) 相位锁定情况下，相位噪声得到抑制，功率谱线宽度明显压窄。

随着科技的进步，为了满足不同条件下的应用，锁相环通过拓展，还包括一个模块：④ 分频器(Counter)，并且将鉴相器升级为鉴相鉴频器(PFD: Phase Frequency Detector)。在锁相环中，鉴相器是最重要的一个模块，接下来我们着重讨论一下鉴相器。

4.4 鉴相器

鉴相器的输出信号与两路输入信号和的相位差成比例。现在常用的鉴相器都是数字鉴相器，例如：乘法鉴相器、异或门鉴相器、JK触发鉴相器等，还有一种更加通用的由D触发器构成的鉴相鉴频器(PFD)。

4.4.1 鉴相器的两种类型



图 4.6 异或门鉴相器

鉴相器类型 1: 异或门鉴相器。异或门鉴相器(*EXOR: Exclusive OR gate*)是由一个异或门构成的，如图4.6，它有两路输入端，一路输出端，如两输入四路异或门芯片74LS86。异或门的特征是当两路信号 u_1 和 u'_2 同时为高电平或者同时为低电平时，

u_o 将会输出低电平；当两路信号的电压相反，即一个为高电平，一个为低电平时， u_o 将会输出高电平。现在，我们假设 u_1 和 u'_2 是频率相同、高低电平占空比相同的方波信号，它们的初始相位差相差 90° ，此时标记为相位差 $\Delta\theta=0^\circ$ ，如图4.7(a)所示的情况，通过异或门处理信号的特征可以清楚的看到 u_o 将会输出高低电平等间距的方波信号，当此信号经过接下来的环路滤波器时，将会被滤除掉信号中高频分量，然后通过积分电路，因此这个过程，我们只考虑 u_o 的平均值 \bar{u}_o ，如果在实际应用中，我们使用 $5V$ 电源供电，那么 \bar{u}_o 约等于 $2.5V$ ，同样的标记办法，我们使用 $\bar{u}_o=0$ 来标记这个点（因为在实际应用中，我们可以通过外接电路平移信号的电压，让输出信号的电压关于零点对称，那么此刻的 \bar{u}_o 的电压可以调节为零）。当输出信号 u'_2 的相位超前于参考信号 u_1 时，那么相位误差 $\bar{u}_o > 0$ ，如图4.7(b)所示的情况。

通过上面的总结，当 u'_2 和 u_1 的相位差为零时($\Delta\theta=0^\circ$)， $\bar{u}_o=0$ u_o 的平均值为零；当 u'_2 的相位超前于 u_1 时， u_o 的平均值为正，并且当 $\Delta\theta=90^\circ$ 时， \bar{u}_o 达到最大值；当 u'_2 的相位滞后于 u_1 时， u_o 的平均值为负，并且当 $\Delta\theta=-90^\circ$ 时， \bar{u}_o 达到最小值。通

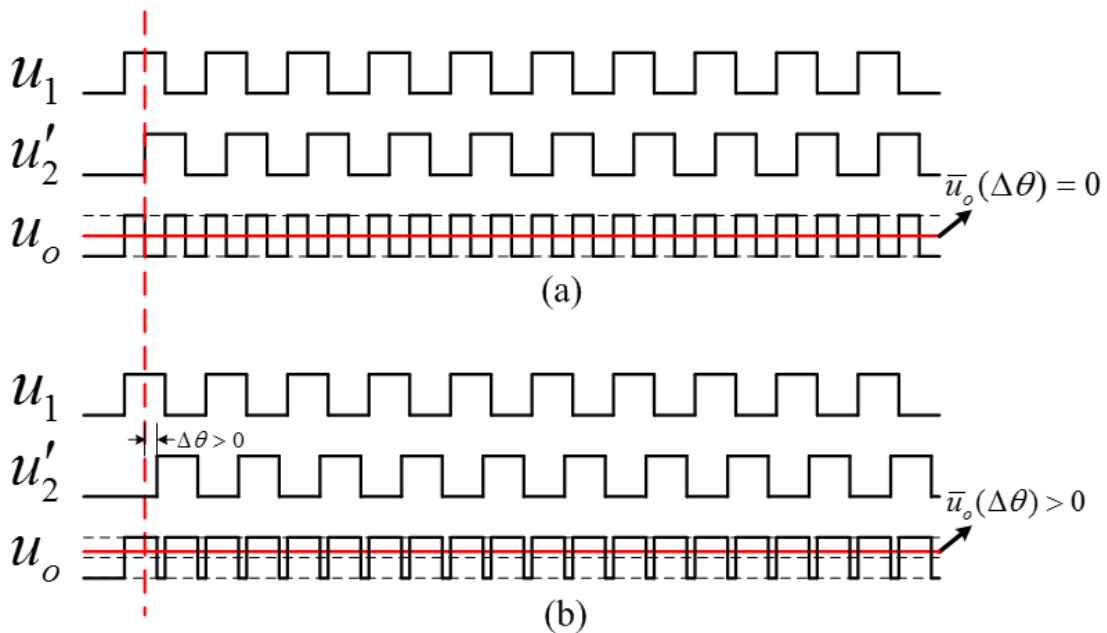


图4.7 EXOR鉴相器的输入和输出波形图。(a) 相位差为零时的波形图。(b) 相位差大于零时的波形图。

过上面的分析，我们不难得到一个结论：当相位误差 $-90^\circ < \Delta\theta < 90^\circ$ 时， \bar{u}_o 的幅度与 $\Delta\theta$ 成比例，关系式可以写为：

$$\bar{u}_o = K_d \Delta\theta \quad (4.2)$$

式中 K_d 为增益常数。如果异或门鉴相器的输出电压没有达到最大值(电源电压 U_B),

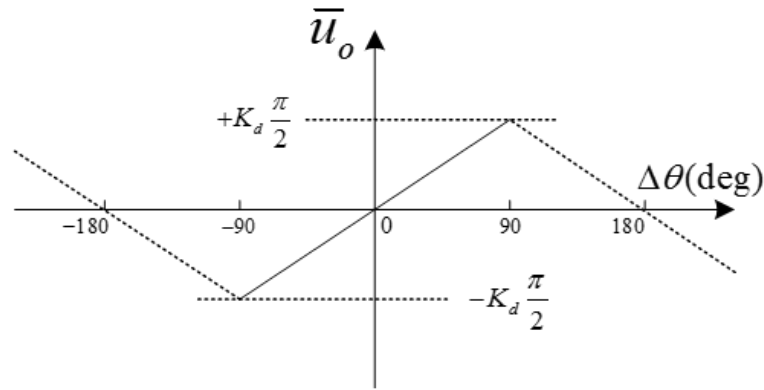


图 4.8 EXOR 鉴相器的输出信号 \bar{u}_o 与相位差 $\Delta\theta$ 的关系曲线。在 $\pm 90^\circ$ 时达到最大、最小值，并且是连续的。

而是在高电平 U_{sat+} 和低电平 U_{sat-} 之间抖动，并达到稳定，那么此时 K_d 就用下式来表示。

$$K_d = \frac{U_{sat+} - U_{sat-}}{\pi} \quad (4.3)$$

当输出电压达到电源电压 U_B 时，此时的低电平为 0，那么此时的 K_d 由下式表示。

$$K_d = \frac{U_B}{\pi} \quad (4.4)$$

通过上面的分析，当相位误差在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 区间时，异或门鉴相器将会输出线性电压，如图 4.8，通过输出误差信号反馈到压控振荡器上，这样便可以保证 u'_2 完全跟踪 u_1 的相位。

鉴相器类型 2: JK 触发鉴相器，如图 4.9。JK 触发鉴相器是由 JK 触发器构成的，它是通过边沿触发来工作的，它的工作特征为：当 u_1 为上升沿(J 输入端)，将会触发芯片进入高电平状态($Q=1$)，当 u'_2 为上升沿(K 输入端)，将会触发芯片进入低电平状态($Q=0$)。现在，我们假设 u_1 和 u'_2 是频率相同的、高低电平占空比相同的方波信号，它们的初始相位差相差 180 度，标记为此时的相位差 $\Delta\theta = 0^\circ$ ，如图 4.10(a)，此时

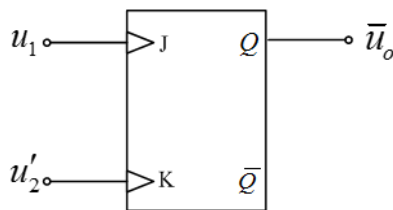


图 4.9 JK 触发鉴相器

Q 端的输出信号 u_o 是一个高低电平占空比相同的信号，通过环路滤波取平均以后 $\bar{u}_o = 0$ ，这时 JK 触发器的输出信号对压控振荡器没有调制。当 u'_2 的相位超前与 u_1 时 ($\Delta\theta > 0^\circ$)，如图 4.10(b)，输出信号 u_o 的高电平的占空比大于低电平，通过取平均以后 $\bar{u}_o > 0$ 。由此可知，当 $\Delta\theta = 180^\circ$ 时， \bar{u}_o 达到最大值，当 $\Delta\theta = -180^\circ$ 时， \bar{u}_o 达到最小值。

通过上面的分析，当相位差在 $-\pi < \Delta\theta < \pi$ 时，输出信号 \bar{u}_o 与 $\Delta\theta$ 成正比，由此

$$\bar{u}_o = K_d \Delta\theta \quad (4.5)$$

式中 K_d 同样为增益常数，当触发器取到最高和最低逻辑电平为 U_B 和 0 时，有下面的关系：

$$K_d = \frac{U_B}{\pi} \quad (4.6)$$

如果最高和最低逻辑电平在实际工作中达到有两个饱和值 U_{sat+} 和 U_{sat-} ，那么增

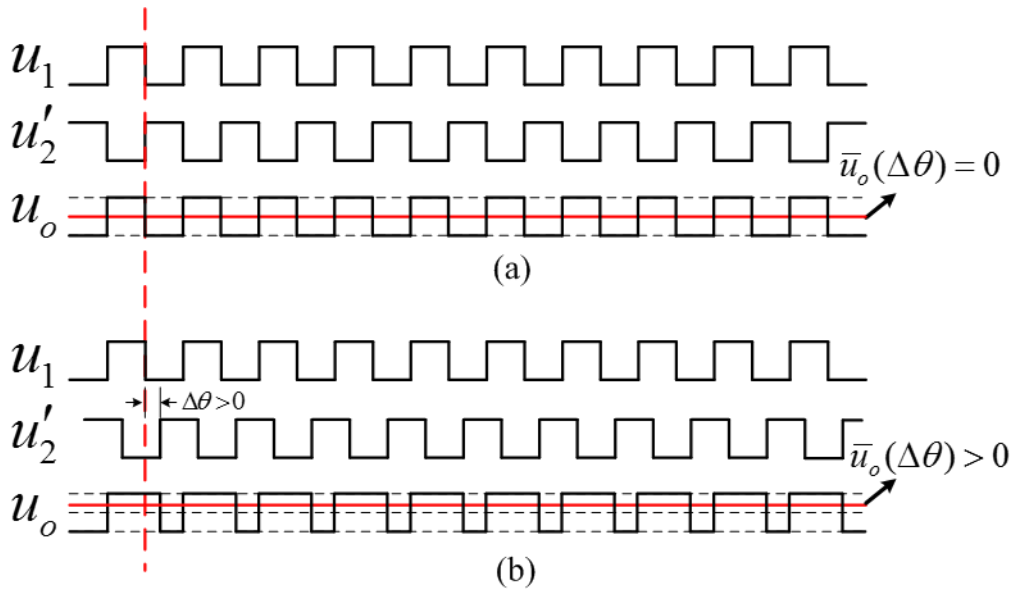


图 4.10 JK 触发鉴相器的输入和输出波形图。(a) 相位差为零时的波形图。

(b) 相位差大于零时的波形图，输出 $\bar{u}_o > 0$

益常数就改写为：

$$K_d = \frac{U_{sat+} - U_{sat-}}{2\pi} \quad (4.7)$$

通过上面的分析可知，当相位误差 $\Delta\theta$ 在 $[-\pi, \pi]$ 范围内时，JK 触发鉴相器会让输出信号的相位始终跟踪参考信号。异或门鉴相器的误差信号在整个区域都是是连续

的，而 JK 触发鉴相器在 $\Delta\theta = \pm n\pi$ 时，误差信号是跳跃的。如图 4.11。

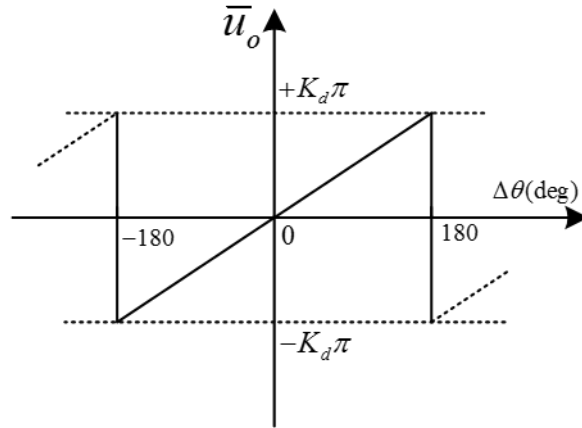


图 4.11 JK 鉴相器的输出信号 \bar{u}_o 与相位差 $\Delta\theta$ 的关系曲线。 $\Delta\theta = \pm 180^\circ$ 时达到最大、最小值，在此时信号发生跳变。

通过上面的分析，当两路输入信号的频率相同，只是存在相位差时，异或门鉴相器和 JK 触发鉴相器的输出信号在本质上都没有什么不同，都可以将振荡器的输出信号相位跟踪着参考信号。但是当两路输入信号的频率相差很大时，那么这两类鉴相器都无法让振荡器的输出频率与参考信号一致，这时就需要鉴相鉴频器。

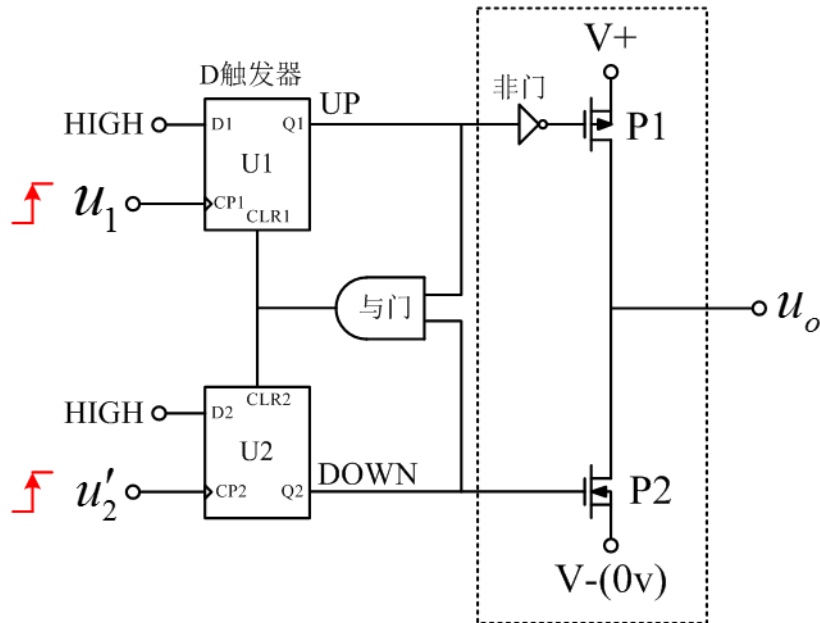


图 4.12 鉴相鉴频器(PFD)电路框图，其中虚线部分为电荷泵。

4.4.2 鉴相鉴频器

鉴相鉴频器(*PF*D)。PF*D*是由两个D触发器、与门、非门、耗尽N型MOS晶体管和P型MOS晶体管构成,如图4.12, D触发器的CP1和CP2分别为信号输入端,它的输出端Q1和Q2分别连接到与门的输入端,与门的输出端连接到D触发器的清零端, MOS管分别连接电源和地线。其中D触发器电气特征是上升沿输出D端的电压,在PF*D*中,D端始终接高电平,那么当信号从CP端输入上升沿时便从输出端Q输出高电平。D触发器还有一个信号输入端:CLR端口,这是一个清零端,当CLR为高电平时,不管CP端输入什么信号,输出端Q均为零,见表4.1。与门的工作特征是当两路输入信号都为高电平时,输出为1,其余的状态,输出均为0。非门的工作特征是将输入信号取反,例如当输入信号为1时,输出为零,反之亦然。耗尽型MOS晶体管的工作特征是当栅极(G)与源极(S)之间的电压 V_{GS} 为零时,存在导电沟道,对于P型MOS管 $V_{GS}=0$ 时工作,对于N型MOS管 $V_{GS}=1$ 时工作。

D	CP	CLR	Q
0	上升沿	0	0
1	上升沿	0	1
*	*	1	0

表 4.1 D 触发器的电气特性

现在将两个D触发器的输出端用UP和DOWN来表示,那么PF*D*将会处于以下四种状态的其中之一:

- ① UP=0; DOWN=0
- ② UP=1; DOWN=0
- ③ UP=0; DOWN=1
- ④ UP=1; DOWN=1

当出现第一种状态时,MOS晶体管均未工作, u_o 的输出信号为高阻态;当出现第二种状态时,UP信号为高电平,通过反相器取反后,P1工作,DOWN为低电平,P2不工作, u_o 输出为 V_+ ;当出现第三种状态时,P1不工作, P2工作, u_o 输出 V_- ;第四种状态是被禁止出现的,因为当UP和DOWN同时为1时,将会使得与门工作,输出高电平,从而触发D触发器的清零端,使得UP和DOWN重新置位,回到第一种状态。为了方便介绍,将上面的状态进行重新分配为三个状态-1, 0, 1:

UP=1; DOWN=0 $\rightarrow state = 1$

UP=0; DOWN=0 $\rightarrow state = 0$

UP=0; DOWN=1 $\rightarrow state = -1$

PFD 的状态是由信号 u_1 和 u_2' 的上升沿决定的，它将会以图 4.13 的状态跳转。信号 u_1 的上升沿始终迫使 *PFD* 向高的状态跳变，除非 *PFD* 的初始状态就在 +1 状态。信号 u_2' 的上升沿始终迫使 *PFD* 向低的状态跳变，除非 *PFD* 的初始状态就在 -1 状态。 u_o 为 *PFD* 状态的逻辑函数。*PFD* 处于 +1 状态时， u_o 输出为正；*PFD* 处于 -1 状态时， u_o 输出为负；*PFD* 处于 0 状态时， u_o 输出为零，其中三种输出状态中，零由高阻状态替换。

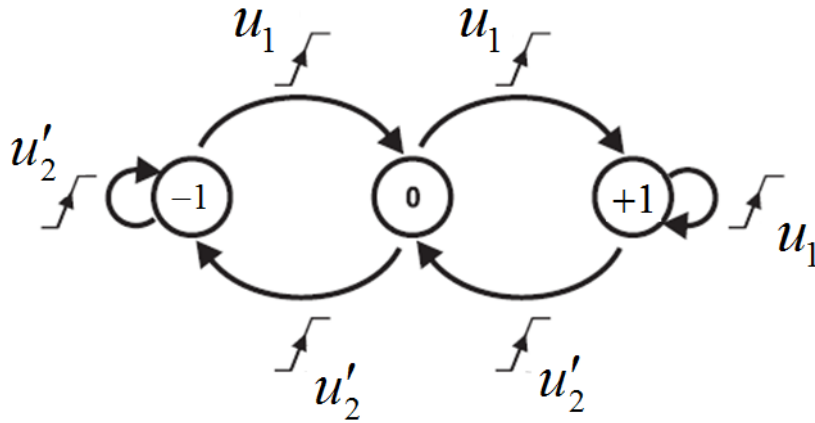


图 4.13 鉴相鉴频器的状态变化图。通过输入信号的上升沿让 *PFD* 在 -1, 0, +1 三个状态之间转换。

为了将 *PFD* 说的更加贴近实际应用，我们假设输入两路信号 u_1 和 u_2' ，它们的频率相同的、高低电平占空比相同的方波信号，如图 4.14(a)。假设 *PFD* 的初始状态为 0。当 u_1 和 u_2' 的初始相位差 $\theta = 0$ ， u_1 和 u_2' 的上升沿总是同时出现，这将触发与门工作，使得它们产生的信号相互抵消，*PFD* 始终在 0 的状态， u_o 输出 0，如图 4.14(a)。当 u_1 的相位超前于 u_2' 的相位 ($\theta > 0$)，UP 始终在 0 和 1 之间跳变，DOWN 为 0，*PFD* 始终在 0 和 1 状态之间跳变， u_o 输出在 0 和 V_+ 之间翻转，如图 4.14(b)。当 u_1 的相位滞后于 u_2' 的相位 ($\theta < 0$)，UP 始终为 0，DOWN 在 0 和 -1 之间跳变，*PFD* 在 0 和 -1 状态之间翻转， u_o 输出在 0 和 V_- 之间翻转，如图 4.14(c)。从图(b)和图(c)中，很容易总结出来，当相位误差逼近 $+360^\circ$ 时， u_o 取得最大值；当相位误差逼近 -360°

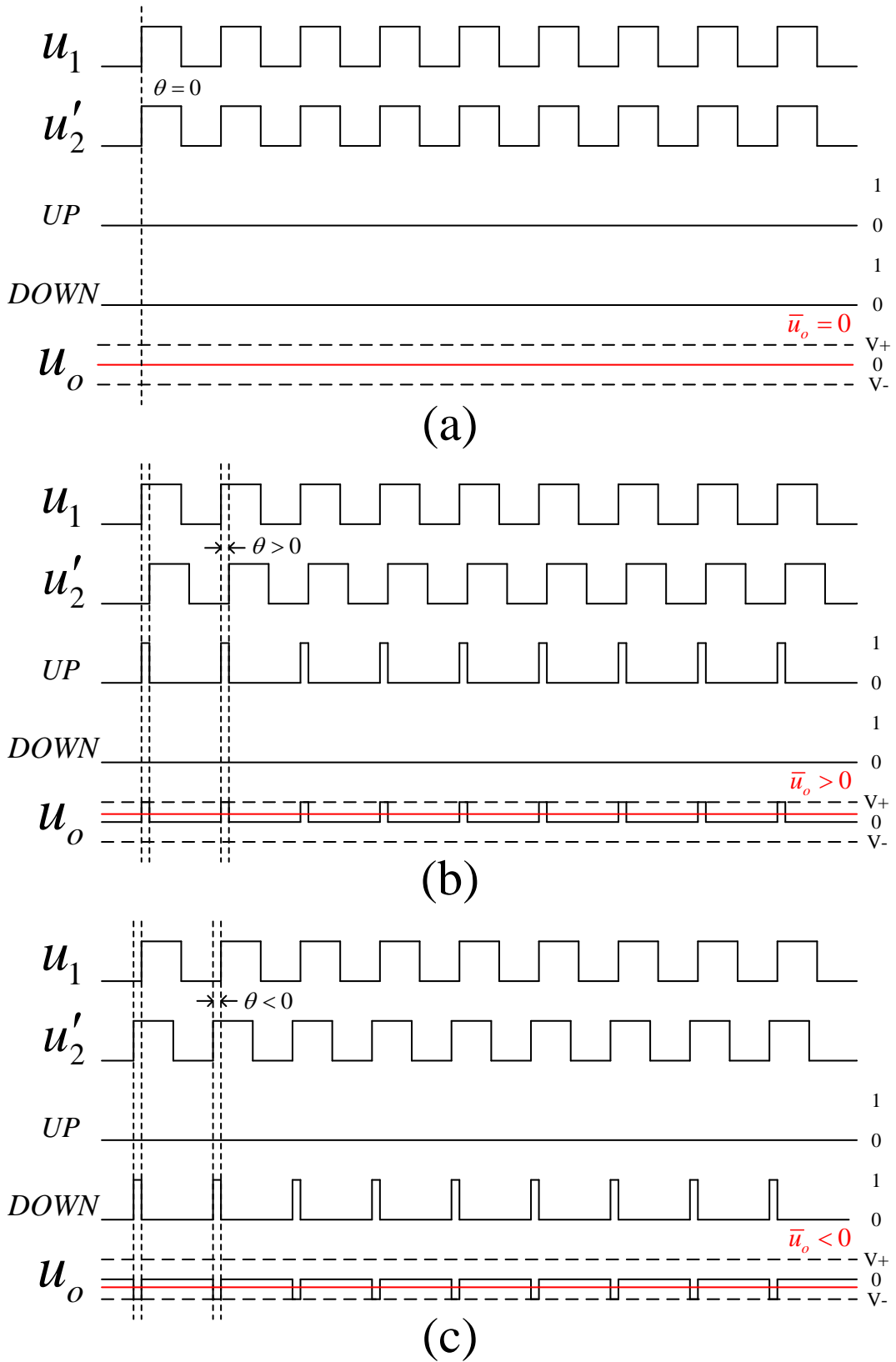


图 4.14 的信号波形图。(a)相位差为零时的波形，PFD 输出信号始终处在 0 状态。(b)相位差为正时的波形，PFD 输出跳变+1 状态。(c)相位差为负时的波形，PFD 输出跳变-1 状态。

时， u_o 取得最小值。当相位误差超过 $+360^\circ$ 时， PFD 将从零开始重复之前的状态，当相位误差小于 -360° 时，也将 PFD 将从零开始重复，如图 4.15， PFD 的输出是一个周期性信号。通过分析，我们便可以得到相位误差与输出平均值得关系式：

$$\bar{u}_o = K_d \theta \quad (4.8)$$

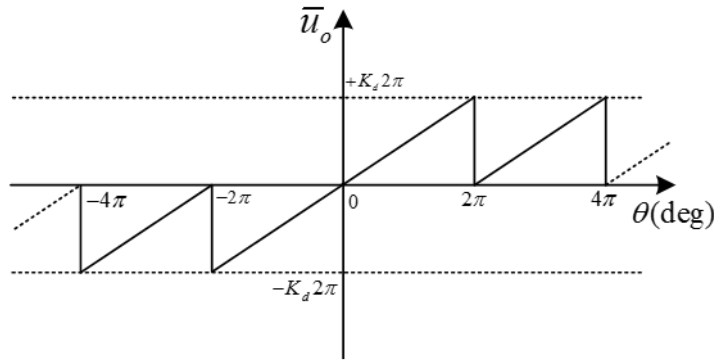


图 4.15 PFD 的输出信号的平均值 \bar{u}_o 与相位误差 θ 的关系曲线。

跟 JK 触发鉴相器类似，鉴相鉴频器的增益系数为

$$K_d = \frac{U_B}{4\pi} \quad (4.9)$$

其中逻辑高电平和低电平分别为 U_B 和 0，但是，逻辑电平受到电路饱和限制，鉴相鉴频器只能用下式来表示：

$$K_d = \frac{U_{sat+} - U_{sat-}}{4\pi} \quad (4.10)$$

到目前为止， PFD 的特性与 JK 触发鉴相器的特性非常类似，没有发现什么特别之处，这是因为我们始终假设两路输入信号的频率相同，而只是存在相位差。

为了凸显 PFD 的优势，我们现在假设参考信号的频率 ω_1 高于输出频率 ω_2' ，那么在单位时间内参考信号的上升沿比输出信号的上升沿次数多。参考图 4.13 的情况，我们可以发现，在这种状况下， PFD 的状态只能在 0 和 1 之间跳转，肯定不会进入 -1 的状态。如果 ω_1 的频率远高于 ω_2' 的频率时， PFD 将大部分时间待在 1 的状态。但是，如果 ω_1 的频率低于 ω_2' 的频率时， PFD 的状态只能在 0 和 -1 之间跳转。假如 ω_1 的频率远低于 ω_2' 的频率时， PFD 将大部分时间待在 -1 的状态。由此，我们通过上面的分析可知，初始 ω_2' 的频率与 ω_1 的频率不同步，也就是锁相环处于矢锁的状态， PFD 输出的误差信号 u_o 的平均值是随着输入信号的频率差 $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2'$ 成单调增长或减小的，因此 PFD 能够检测到频率差，然后输出对应的误差信号，这就是鉴相鉴频器的由来。对于 $EXOR$ 鉴相器和 JK 鉴相器，当 ω_1 的频率与 ω_2' 的频率不同时，

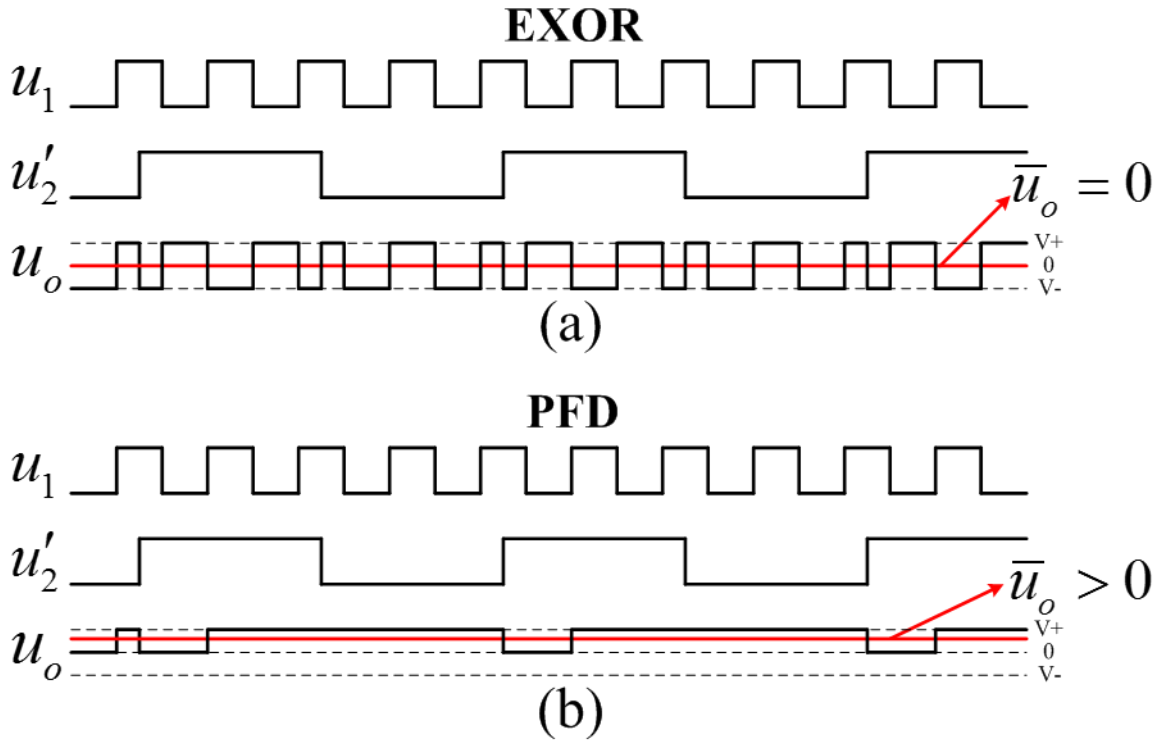


图 4.16 鉴相器输出信号波形图。(a)异或门鉴相器的输出波形图。(b)鉴相鉴频器的输出波形图。

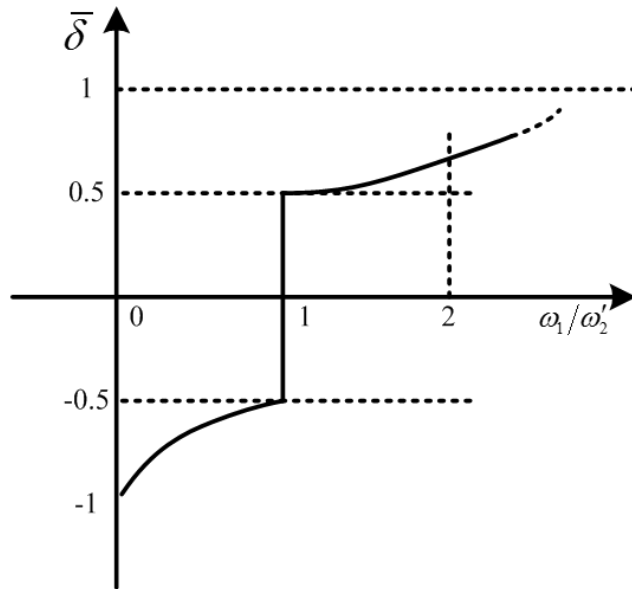


图 4.17 PFD 输出信号 \bar{u}_o 的平均真空比与频率比值 ω_1 / ω_2' 的关系函数。这条曲线表示锁相环在未锁定情况下的 PFD 的行为。

两种鉴相器输出的是相位误差信号 u_o 是一个非等间距的信号，通过环路滤波取平均

后 $\bar{u}_o = 0$ 。那么我们可以得出结论，当初始频率 $\omega_1 \neq \omega_2$ 时，这 *EXOR* 和 *JK* 鉴相器是无法锁定相位的。假设初始频率 $\omega_1 = 4\omega_2$ ，*PFD* 的输出 $\bar{u}_o > 0$ ，如图 4.16(b)，而 *EXOR* 鉴相器的输出 $\bar{u}_o = 0$ ，如图 4.16(a)。通过上面的分析，我们可以知道，因为在锁相环锁定状态下，*PFD* 的输出 \bar{u}_o 与相位误差相关，当锁相环处于未锁定情况下时，输出 \bar{u}_o 与频率误差相关，所以，包含 *PFD* 的锁相环在任何情况下都能够保证锁定。基于上面的分析总结，在使用锁相环时，最好使用 *PFD* 作为鉴相器。

在上面我们分析过，*JK* 鉴相器和 *PFD* 鉴相器都是需要正跳变沿来触发芯片工作；异或门鉴相器则对信号没有过多的要求，正弦信号也可以。由此我们可以知道：当信号缺少正跳变沿时，我们就应该选择异或门鉴相器。

现在我们可以推算出 u_o 的占空比与 ω_1 / ω_2 之间的函数，如图 4.17。当 $\omega_1 > \omega_2$ 时， δ 等于 *PFD* 状态处于 1 的平均时间的数值。当 $\omega_1 < \omega_2$ 时， δ 等于 *PFD* 状态处于 -1 的平均时间的数值。由此可以推断，当 $\omega_1 \gg \omega_2$ 时， δ 的取值将接近于 1；当 $\omega_1 \ll \omega_2$ 时， δ 的取值将接近于 -1；而当 ω_1 的频率大于 ω_2 的频率，但是二者的频率差非常小的时候， δ 接近等于 0.5；当 ω_1 的频率小于 ω_2 的频率，但是二者的频率差非常小的时候， δ 接近等于 -0.5。

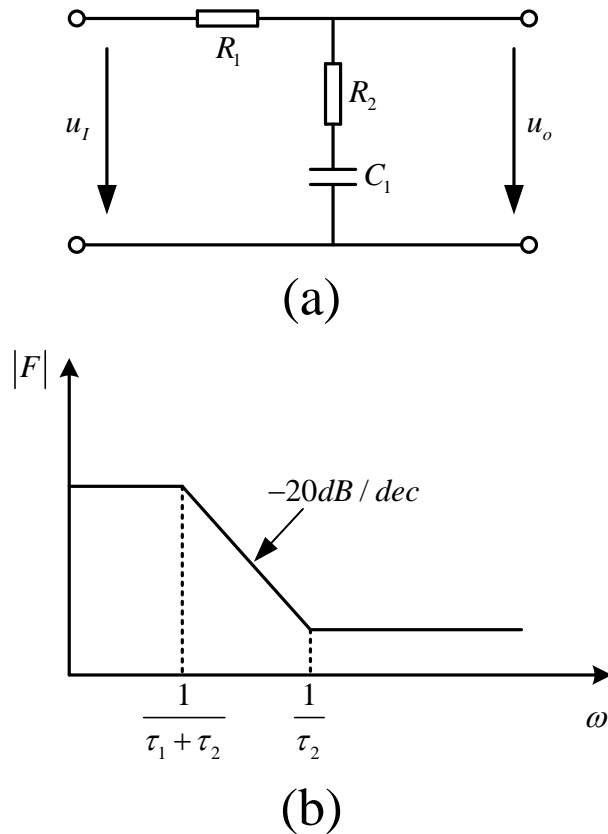


图 4.18 (a) 无源滞后超前滤波器。(b) 滤波器输出信号的幅度与频率的关系函数图。

4.5 环路滤波器

鉴相器输出的信号 $u_o(t)$ 包含很多频率分量, 当锁相环锁定信号相位时, 这些很多的分量中的第一分量为“直流”量, 它的数值与相位误差 θ 成比例关系, 其余的分量的频率均为 $2\omega, 4\omega, \dots$ 的高频“交流”量。锁相环对这些高频分量都是无用的, 所以需要环路滤波器需要将此高频分量滤除。因为环路滤波器需要将输出信号的低频分量完全通过, 而将高频分量滤除, 所以它应该是低通滤波器。在实际应用中, 绝大部分的锁相环都是使用的一阶低通滤波器。

无源滞后超前滤波器, 如图 4.18(a)。它的传输函数 $F(s)$ 为

$$F(s) = \frac{1 + s\tau_2}{1 + s(\tau_1 + \tau_2)} \quad (4.11)$$

式中 $\tau_1 = R_1C, \tau_2 = R_2C$ 。4.11 式的分子部分负责信号的相位超前, 分母部分负责信号的相位滞后。该滤波器输出信号的幅度与频率的关系函数如图 4.18(b)所示。

4.6 电荷泵

当 $PF D$ 中 MOS 晶体管没有导通时, 此时的 $PF D$ 的输出处于高阻态。锁相环大部分时间是处于锁定状态的, 那么 $PF D$ 在这个阶段是处于高阻状态, 图 4.18(a) 中的电容 C_1 没有充放电荷, 此时的低通滤波器相当于一个积分环路。在实际应用中, 我们优先使用 $PF D$ 和无源滞后超前滤波器的组合。

在理论预测中, $PF D$ 的增益系数 K_d 是一个常数, 但是在实际应用中, 大家发现增益系数会随着锁相环的不同工作状态发生相应的改变^[11]。这里的工作状态是指: 通过调节环路滤波器输出的不同电压 \bar{u}_o 来调节压控振荡器, 得到想要输出频率 ω_2 。增益系数的不断改变是因为期望频率的改变, 导致输出电压 \bar{u}_o 的改变, 那么电容 C_1 的充放电时间将会发生改变。随着 \bar{u}_o 的增大, 增益系数 K_d 将会逐渐减小。为了避免增益系数对锁相环路的影响, 大家普遍使用一种方法: 鉴相鉴频器采用电流输出, 如图 4.19, 称为具有电荷泵的鉴相鉴频器。

包含电荷泵的 $PF D$ (如图 4.19) 和常规的 $PF D$ 相似, 但是 UP 和 $DOWN$ 的 D 触发器控制着两个电流源, 当 UP 工作时, 电流源 P1 提供输出电流, 当 $DOWN$ 工作时, 电流源 P2 吸走多余的输出电流。 $PF D$ 输出的平均电流值 $\bar{i}_{out} = \bar{u}_{PF D} / R_b = K_d \theta / R_b$, 式中 $\bar{u}_{PF D}$ 为不具有电荷泵的 $PF D$ 的电压输出, R_b 为电压转换电流中的跨阻(如图 4.19 中的 R1)。在实际应用中, R_b 的阻值由用户自己选择^[12]。

现在很多 PLL 具有电荷泵输出的鉴相鉴频器，例如 Analog 出产的 ADF4107。具有电荷泵的 *PFD* 可以与无源或有源的环路滤波器配合使用，但是优先使用无源滤波器。因为当未锁定情况下，无源环路滤波器可以充当一阶滤波器，当锁定情况下可以充当一个积分器，这是有源环路滤波器不能替代的。

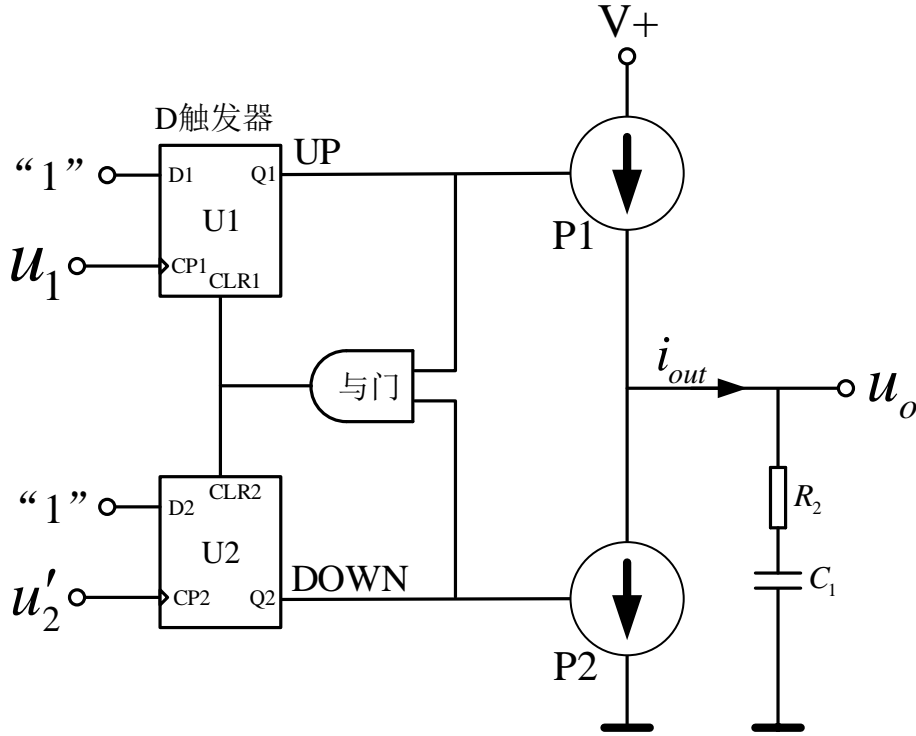


图 4.19 带有电荷泵的 *PFD* 框图，*PFD* 为电流输出，后面连接着一个无源滞后超前环路滤波器。

4.7 分频器

为了满足输出频率的多样性，锁相环应用了数字可编程的分频器，可以编写为 2 分频、4 分频、甚至更高次的分频参数。分频器可以由各种触发器级联组成，例如：*RS* 触发器、*T* 触发器或 *D* 触发器。锁相环的输出频率关系函数为：

$$f_{out} = \frac{f_{ref}}{R} \times N \quad (4.12)$$

式中 f_{out} 为压控振荡器的输出频率， f_{ref} 为参考频率， R 和 N 为分频器的倍数，它们对应图 4.4。通过改变 R 或 N 值，我们便可以获取相应的输出频率。

4.8 锁相环芯片 ADF4107 的介绍

芯片 ADF4107 是由 Analog 公司生产的一种锁相环。它可用于实现无线接收器和发射器的上变频和下变频部分实现本地振荡。它由一个低噪声数字 PFD (鉴相鉴频器)，一个精密电荷泵，一个可编程参考分频器，可编程 A 和 B 计数器，以及双模预置分频器。在 A (6-bit) 和 B (13-bit) 与双模预置分频器 ($P/P + 1$) 配合，这样便可以实现 N 分频器 ($N = BP + A$)。此外，14 位的参考分频器 (R 分频器) 使得 PFD 的输入信号 REF_{IN} 的频率可以多变。如果频率合成器与外部环路滤波器和压控振荡器一起使用，则可以实现完整的锁相环。其带宽极高，因此许多高频系统可以省去倍频器，从而简化系统并降低成本 [13]。

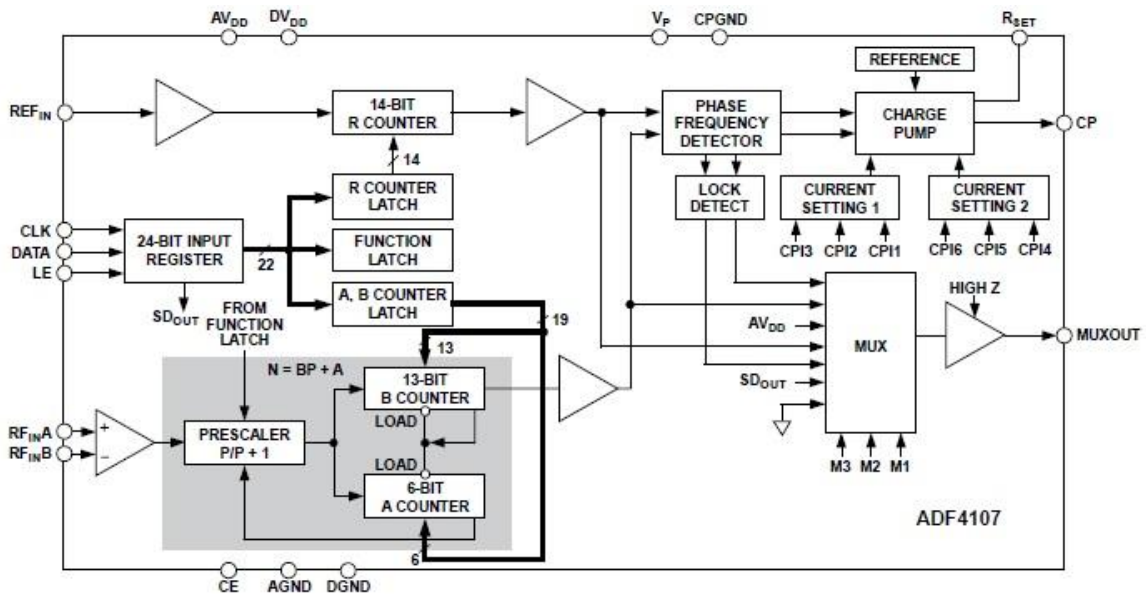


图 4.20 ADF4107 的内部电路框图

参考信号从 ADF4107 的 REF_{IN} 端口输入，被锁定信号从 $RF_{IN}A$ 端口输入，分别通过 R 分频器和 N 分频器后，两路信号分别进行了模数转换，将输入的正弦信号转变为具有正跳变沿的信号，之后两路信号输入到相位频率探测器中，由此输出误差信号，通过电压电流转换后从电荷泵输出对应相位和频率的电流误差信号。

参考输入 REF_{IN} 的频率范围：20MHz ~ 250MHz，为了配合不同的锁定频率，芯片使用了不同配比的 R 分频器，例如：输入信号为 20MHz，设置 $R = 10$ 时，分频后的信号为 2MHz，如图 4.21。

该芯片使用的是串行通讯方式，分别有四路编程引脚，分别为 DATA(数据输入端)、CLK(时钟输入端)、LE(加载使能端)、CE(芯片使能端)。ADF4107 有 24 位的

输入移位寄存器，在时钟 CLK 的上升沿锁存数据 DATA，总共锁存 24 位。数据流是最高位先存。在加载使能端 LE 的上升沿，数据从移位寄存器转移到四个锁存器中。如图 4.22。这四路锁存器分别对应四个编程环节：R 分频器、N 分频器、功能

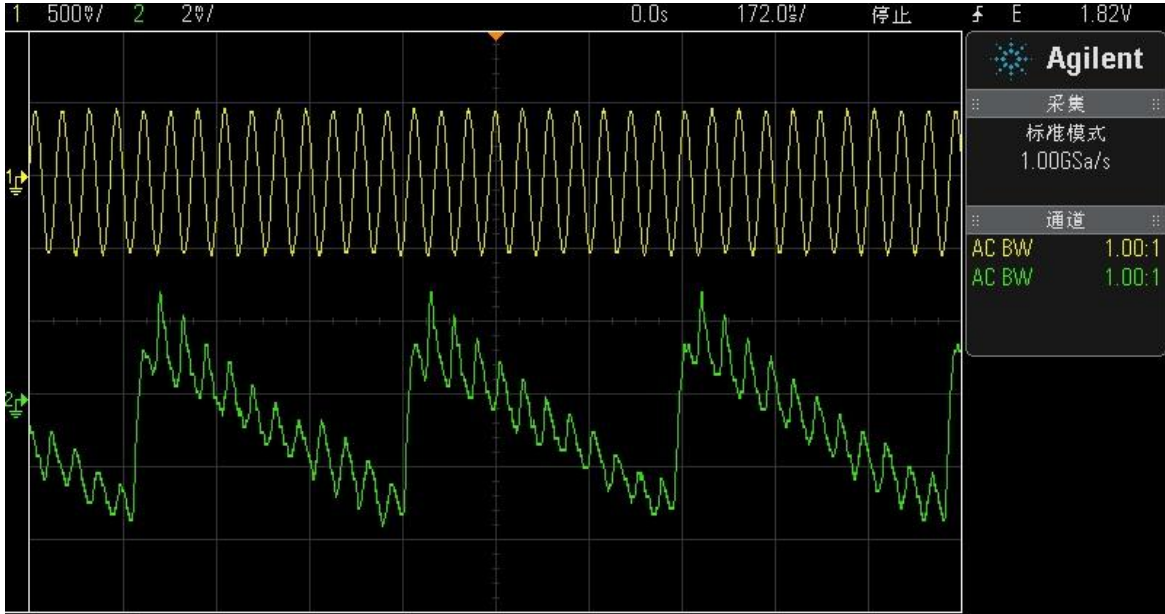


图 4.21 ADF4107 输入 20MHz 信号，分频比为 10。1 通道为输入信号，2 通道为 10 分频后的信号。

锁存、初始化锁存，通过数字最低位 C_1 和 C_2 决定数据流属于哪个编程环节。在编写时四个环节的次序为：① 初始化锁存、② 功能锁存、③ R 分频器、④ N 分频器。

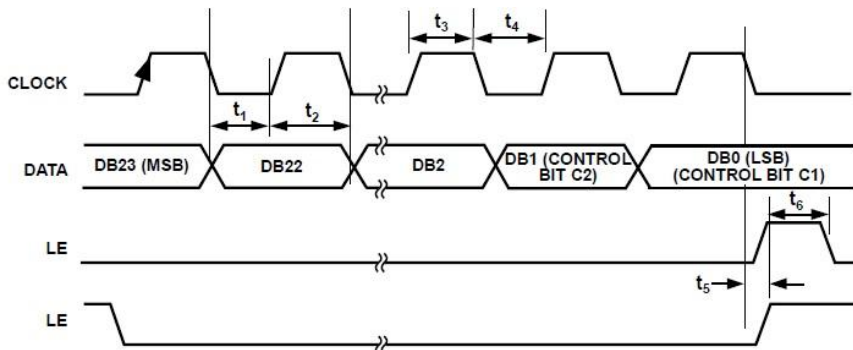


图 4.22 ADF4107 的编程时序。图中的 $t_1 \sim t_6$ 的时间均有时间限制^[13]。

芯片中自带电荷泵，我们只需要通过外部连接合适的跨阻就可以正常工作，如图 4.20 中的 R_{SET} 端口，连接方法为：电阻一端连接 R_{SET} ，另一端接地。电荷泵的输出电流 I_{CP} 和 R_{SET} 之间的关系函数：

$$I_{CP\ MAX} = \frac{25.5}{R_{SET}} \quad (4.13)$$

其中 R_{SET} 范围为 $3k\Omega \sim 11k\Omega$ 。例如当 $R_{SET} = 5.1k\Omega$ 时, $I_{CP\ MAX} = 5mA$ 。

4.9 频率调制的基本理论

对于光学锁相环, 需要对激光频率的抖动快速反馈进行纠正。为了达到这个要求, 必须将反馈输入到电流调制上, 这将调制激光频率和光强, 由于光强变化比较小所以就忽略不计了, 接下来主要说一下频率调制。

有一个载波信号为

$$v_c(t) = V_c \cos(\omega_c t + \phi(t)) \quad (4.14)$$

其中 V_c 为幅度, ω_c 为频率, 相位随时间变化的函数为 $\phi(t)$ 。频率调制(FM)的信号用 $u_m(t)$ 来表示, 它可以在载波主频的基础上, 小幅度的改变载波频率。信号的瞬时频率可以写为:

$$\omega(t) = \omega_c + \frac{d\phi(t)}{dt} = \omega_c + \Delta\omega(t) \quad (4.15)$$

式中的 $\Delta\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$ 代表瞬时频率的变化量。它是频率调制其中的一个重要的变化量。它跟调频信号 $u_m(t)$ 成正比。

$$\Delta\omega(t) = k_{FM} u_m(t) \quad (4.16)$$

式中 k_{FM} 为调制强度。载波频率的最大变化量也就是频率的最大偏差

$$\Delta\Omega = |\Delta\omega_{\max}| \quad (4.17)$$

假设调制信号使用的是余弦信号,

$$u_m(t) = U_m \cos(\omega_m t) \quad (4.18)$$

频率最大偏差正比于调制幅度 U_m ,

$$\Delta\Omega = k_{FM} U_m \quad (4.19)$$

应该值得注意的是 $\Delta\Omega$ 是一个不含时的变量, 代表实际频率, 在输出频谱中没有傅里叶分量, 它相当于调制信号最大幅度。

这个调制信号的另一个关键指标: 调制指数 β , 它等于最大频偏与调制频率的比值, 同时它与调制信号的振幅成正比, 跟调制信号的频率成反比。

$$\beta = \frac{\Delta\Omega}{\omega_m} \quad (4.20)$$

通过 4.15, 4.16 式, 频率调制信号可以写为

$$v_{FM}(t) = V_c \cos\left(\omega_c t + k_{FM} \int u_m(t) dt\right) \quad (4.21)$$

用调制指数 β 代入上式中，调制信号又可写为

$$v_{FM}(t) = V_c \cos(\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t)) \quad (4.22)$$

上式表达了调制信号随时间改变。为了去获得在频域上的频谱，将其写为更复杂的格式^[14]。

$$v_{FM}(t) = V_c \text{Re}\{\exp(i\beta \sin(\omega_m t)) \exp(i\omega_c t)\} \quad (4.23)$$

上式中包含了调制频率、调制指数等所有调制信息。通过傅里叶展开，我们可以将调频输出的函数在频域展开，它包含贝塞尔函数 J_n ^[14]，式子如下：

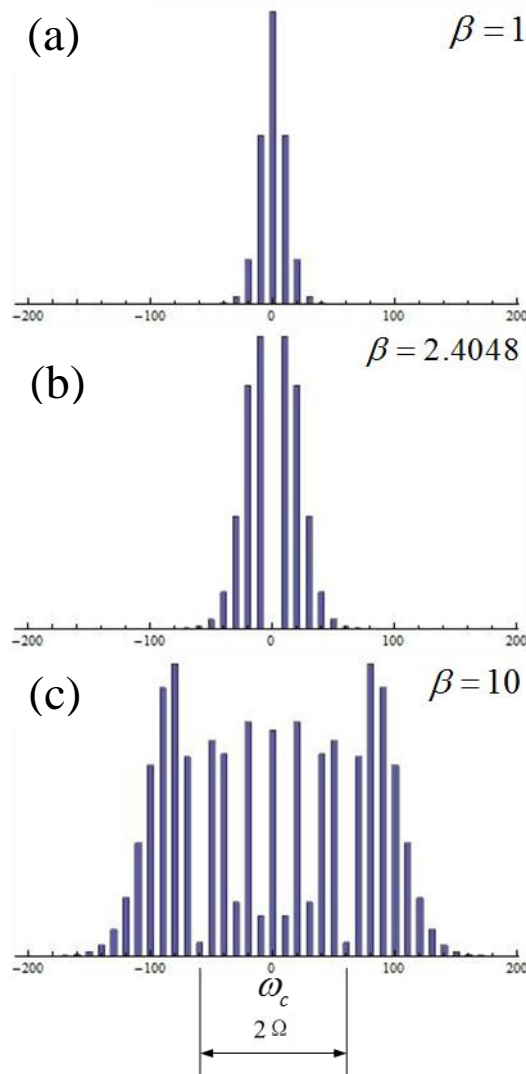


图 4.23 不同调频指数 β 下的调频频谱。随着增大 β 值，调制的边带也随着增多。

$$v_{FM}(t) = V_c Re \left\{ (i)^n \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \exp[i(\omega_c + n\omega_m)t] \right\} \quad (4.24)$$

通过上式可以看出载频通过调频信号的调制，在主频 ω_c 两边出现了无穷多个边带，每个边带之间的频差为调制信号的频率 ω_m 。第 n 节边带信号的幅度等于贝塞尔函数系数 $J_n(\beta)$ 。在实际工作中，只有有限数量的边带是有用的，通过调节调制指数 β 就可以改变边带的数量。如图 4.23，随着调制指数 β 值的增大，边带的数量也随之增加，有时主频的幅度都被减为零，如图 4.23(b)，当 $\beta = 2.4048$ 时，所以在实际调频电路中，我们需要选择合适的 β 值^[15]。

4.10 半导体激光二极管的频率调制

为了调制激光频率，我们可以通过调制半导体激光二极管的注入电流来实现。改变注入电流的大小将会导致激光光强和频率发生变化。通过改变电流大小将会改变了载流子的密度，使得光子数量和反射率发生变化，这将会导致频率和幅度发生变化。在调制电流的过程中，调频与调幅所占的比例如下式^[16]：

$$\frac{\beta_{FM}}{\beta_{IM}} = \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_m}\right)^2} \quad (4.25)$$

式中 β_{FM} 和 β_{IM} 分别为调频指数和调幅指数， α 取值范围为 3~7。从式中可以看出，当调制频率在 GHz 范围，主要表现为调幅，当使用低频调制时 ($\omega_m < 10MHz$)， $\beta_{FM} \gg \beta_{IM}$ ，主要表现为调频。如果我们使用低频信号调制半导体激光二极管的电流，那么主要表现为调制激光的频率，激光的幅度基本不发生变化，调幅便可以忽略不计。

4.11 小结

现在电子产品已经完全占据了我们的生活，电子产品之间都是相互联系的，它们互相通讯，例如：生活中的收音机。收音机播放的音频都是频率信号转换为声音信号。发射站和收音机相隔很远，有可能几百公里，信号在传播等过程中，信号都有可能失真。为了避免信号失真，我们需要一个锁定环路，使得收音机接收到的频率信号完全跟踪发射端的信号，避免长距离传送导致接收信号的失真。

在挑选锁相环时，我们应该考虑运用哪种鉴相器。如果信号没有明显的正沿，那么应该采用乘法鉴相器；如果信号存在明显的正沿，那么推荐使用鉴相鉴频器。如果信号的频差很大，那么推荐使用鉴相鉴频器，通过结合电荷泵便可以快速的锁

定信号。

在实际应用中，我们采用了 Analog 公司的 ADF4107 锁相环，因为它的宽带宽 ($1\text{GHz} \sim 7\text{GHz}$)，可以覆盖 ^{87}Rb 原子的基态差频，并且它包含了鉴相鉴频器和电荷泵，并且配备可编程的输入端口，可以非常方便的修改 R 分频器和 N 分频器等，这样可以应对不同的锁定频率。

参考文献

- [1] Gardner, M. Floyd, Phase-lock Techniques, *John Wiley and Sons*(2d ed), (1979).
- [2] D. Richman, Color Carrier Reference Phase Synchronization Accuracy in NTSC Color Television, *Proc. IRE*, 42(1954).
- [3] K. Izawa, Introduction to Automatic Control, *Elsevier*(New York), (1963).
- [4] Viterbi, J. Andrew, Principles of Coherent Communication, *McGraw-Hill*(New York), (1966).
- [5] J. P. Frazier, J. Page, Acquisition and Tracking Behaviour of Phase-Locked Loops, *IRE Trans. Space Electr. Telem.*, **SET-8**(1962).
- [6] Sanneman, R. W., J. R. Rowbotham, Unlock Characteristic of the Optimum Type II Phase-Locked Loop, *IEEE Trans. Aerosp. Navig. Electron.*, **ANE-11**(1964).
- [7] Phase-Locked Loop Data Book, *Motorola Semiconductor Products Inc*(2d ed), (1973).
- [8] Lindsey, C. William, C. M. Chie, A Survey of Digital Phase-Locked Loops, *Proc. IEEE*, **69**(1981).
- [9] R. Wynands, Precision Spectroscopy With Coherently Coupled Lasers, *Habilitations-schrift*(University at Bonn), (1998).
- [10] Rohde, L. Ulrich, Theory and Design of Microwave and Wireless Synthesizers, *John Wiley & Sons*, (1997).
- [11] R. Volgers, Phase-Locked Loop Circuits: 74HC/HCT4046A&74HC/HCT7046A, *Philips Components*, (1989).
- [12] Philips Semiconductor, Data sheet of 74HCT9046A, can be downloaded from <http://philipslogic.com/products/plls/9046>.
- [13] Analog Semiconductor, Data sheet of ADF4107, can be downloaded from http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/ADF4107.pdf.
- [14] F. Riehle, Frequency Standards, *Wiley*(1st ed), (2004).
- [15] Agilent Technologies, Spectrum Analysis Amplitude and Frequency Modulation. *Application Note 150-1*.
- [16] K. Petermann, Laser diode modulation and noise. *Springer Verlag*(1st ed), (1991).

第五章 光学锁相环

光学锁相环在六十年代便被提出并发明出来^[1,2]，通过光学锁相环可以锁定两台激光器的差频信号，其相位差可以达到 $0.1\mu\text{rad}/\text{Hz}$ ^[3]，由此可以产生两束甚至多束频差较大的相位相干的激光。相位相干激光可以作为原子相干介质，已经应用到量子光学中^[4-11]，例如电磁诱导透明光谱^[6]、量子光学通信^[7]、四波混频^[8]等实验中。

两束相位相干的激光在频率相差较小的情况下，可以直接使用声光调制器（AOM）对一束单频激光进行频移，由此获得两束相干的激光。但是，当频率相差大时，该方法便不太适用，而光学锁相环可以弥补这个不足，锁相环系统可以很好地锁定两台激光器的相对频率和相位，从而得到相对相位起伏极低的两束激光^[12]。我们接下来便详细介绍一下光学锁相环。

5.1 半导体激光器的稳频和移频

1961年，巴索夫等人提出：在半导体中，载流子在PN结处的重组可能会产生受激辐射^[13]。1962年，人们第一次观察到半导体中发射出激光^[14]。从此以后，半导体激光器得到了显著的发展，并且在科学技术过程中得到了广泛应用。与其他激光器对比，半导体激光器有很多的优点：它们的体积非常小，而且非常紧凑；小电流和小电压便可以正常运转；通过改变输入电流便可以调节激光输出频率。因此，它们被应用到光学锁相环中，由此获取相位锁定的两束激光，就像两台相差锁定的信号源。

5.1.1 半导体激光二极管

激光的英文简写是 Laser，它的全英文名是 *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*。原子受激辐射从高能态跃迁到低能态，过程中辐射出光子，这就是激光的由来。产生激光的三个基本要求是光放大的增益介质、泵浦增益介质的能量源和光学谐振腔。

为了完成光放大，在增益介质中必须达到粒子数反转，也就是说处于高能态的原子数远大于低能态的原子数。但是，处于热平衡的能级是服从玻尔兹曼分布，低能态的原子数总是远大于高能态的原子数。那么粒子数反转是一种非稳定的状态，如果要实现粒子数反转，必须使用光抽运的办法，因此能量和粒子数分别满足 $E_2 > E_1$ 和 $N_2 - N_1 > 0$ ，其中 N_1, N_2 分别代表对应能态的粒子的数量。

在半导体激光二极管中，半导体材料有能态结构，它可以替代不连续的能态结

构。当温度为0度，价带中充满了电子，没有任何电子被激发到导带上。电子满足费米-狄拉克统计，它的能态被电子所占据的概率满足以下的关系式。

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E-E_F}{k_B T}\right)} \quad (5.1)$$

其中 E_F 为费米能，当 $T=0$ 时，电子的能量最大， k_B 为玻尔兹曼常数。

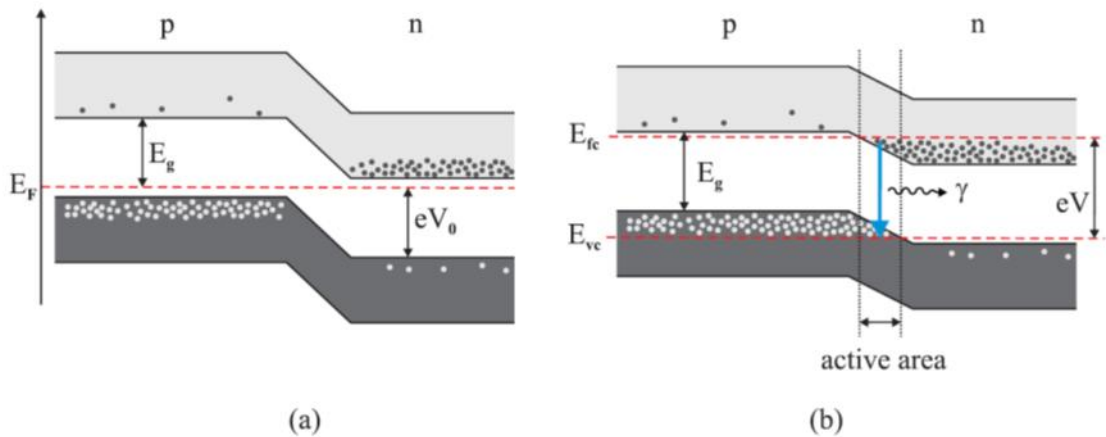


图 5.1 (a) 热平衡状态下半导体激光二极管的能带结构，电子和空穴在势垒的阻挡下，不能自由结合。(b) 在 PN 节两端加外部电压，这将使得电子和空穴到达增益区。

在半导体激光二极管中，电子被正向电压泵浦到激发态，由此发生粒子数反转。图 5.1(a) 表示热平衡时的 PN 节能带结构，载流子由于有势垒的存在，不能自由结合。当我们外加一个偏压 V 时，将势垒打破，载流子可以到达作用区(增益区)，这样就使得粒子数反转，在电子和空穴复合的过程中，将会自发辐射出光子，而这些辐射出来的光子将会进一步引起处于反转分布状态下的非平衡载流子们发生受激复合，从而受激辐射发出光子，如图 5.1(b)，图中 E_{fc} 为导带的费米能， E_{vc} 为价带的费米能。半导体激光二极管在 PN 节的两端都镀有膜，让它形成一个谐振腔。通过加电流的方式使得粒子数反转，通过端面形成的谐振腔，最终输出激光。

受激辐射发出的光是相干光，而自发辐射发出的光是非相干光，它们辐射出的光子是杂乱无章的。半导体激光二极管输出激光，受激辐射占主导，但是自发辐射也不可避免的，那么也就是说半导体激光器输出的激光也并非是单频激光，它还是有杂模的。

温度对半导体激光二极管也非常关键，其输出光的功率和频率都会随温度发生

变化。通过改变温度可以改变激光器的阈值电流，同时可以改变激光频率。

5.1.2 半导体激光二极管的相位和频率噪声

激光的相位和频率噪声直接影响着激光的线宽。在激光介质中，自发辐射就是影响激光线宽的主要因素^[15]，受激辐射发出的光子都是同相位的，自发辐射出的光子是随机的，而辐射出的光子也可能引起受激辐射，进而使得相位噪声成倍增长。另外，由于激光二极管的温度变化会使得 PN 节谐振腔的腔长发生变化，这将使得激光频率也发生变化，从而引入额外的频率噪声。这时测量激光的线宽，范围大概为 100MHz 左右。

5.1.3 激光线宽的压窄和激光频率的调节

通过激光反馈的办法，可以将半导体激光的相位噪声和频率噪声降低，同时将激光线宽压窄。现在最佳的光反馈方法，就是应用光栅衍射光反馈：首先将半导体激光二极管输出的激光注入到光栅上，然后将光栅衍射光再次反射回到激光二极管中。这样在激光二极管的后端面和光栅之间就形成了一个新的外部谐振腔，因此这种激光器就叫外腔反馈式半导体激光器（ECDL: External Cavity Diode Laser），激

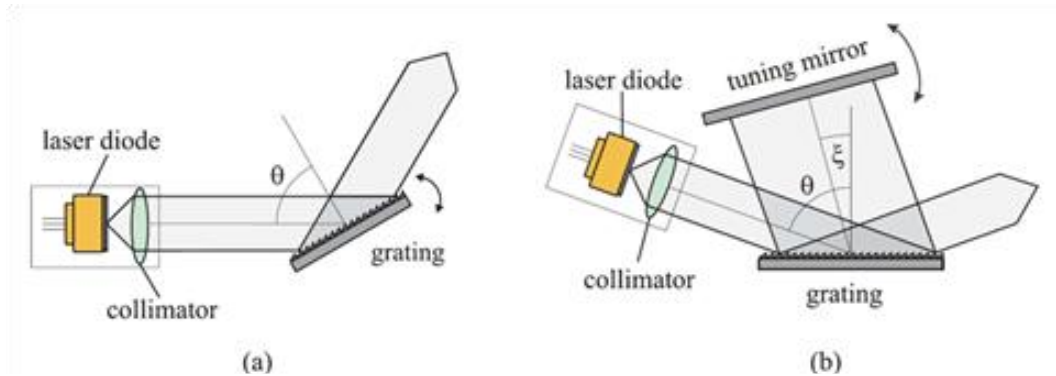


图 5.2 外腔反馈式半导体激光器结构。(a) Littrow 结构。(b) Littman-Metcalf 结构。

光器的频率由两个谐振腔的重叠模式决定。光栅衍射的选频如下式：

$$m\lambda = d(\sin\theta + \sin\xi) \quad (5.2)$$

式中 d 为光栅常数， m 为衍射级数， θ 为入射光与光栅之间的夹角， ξ 为入射光与衍射光之间的夹角^[16]。在实际应用中，主要有两种构造：Littrow 结构(图 5.2 a)和 Littman-Metcalf 结构(图 5.2 b)。

在 Littrow 结构中，将一级光栅衍射光反射回激光二极管形成光反馈，零级光作为输出光。在这种结构中，入射角等于衍射角： $\theta = \xi$ ，激光的选频公式变为：

$$m\lambda = 2d\sin\theta \quad (5.3)$$

通过调节光栅的角度，便可以很轻松的改变衍射角，由此改变输出激光的频率。但是改变光栅的角度将会导致输出光的角度也发生变化，为了抵消激光角度变化的影响，在输出光路上放置一块反射镜，反射镜与光栅平行，这样反射输出的激光始终与半导体二极管输出的激光平行^[17]。因为 Littrow 实现比较容易，所以大部分的激光器采用这种方式，例如 Toptica 公司的 DL100 激光器等。

Littman-Metcalf 的结构使用了一个 0° 高反镜便解决了上面的问题，如图 4.3b，光栅的衍射光通过反射镜再次反馈回半导体二极管中，由此形成一个外部谐振腔，图中 ξ 为一级衍射光与光栅之间的夹角，通过调节反射镜的夹角，我们便可以调节输出激光的频率。但是 Littman 结构需要大面积的光栅，所以一般激光器不采用这种方式。

5.2 光学锁相环

光学锁相环(OPLL: Optical Phase Locked Loop)是一种特殊的锁相环。在锁相环中，压控振荡器是一个电压转频率信号的器件，通过误差信号来调节压控振荡器，从而让输出频率跟踪参考频率。激光也是电磁波，它也是频率信号，但是激光频率非常高，所以只能使用拍频的方式将光频降低。在光学锁相环中，激光器取代了压控振荡器，通过调节电压也可以改变频率，如图 5.3，从而使得光差频信号跟踪参考信号。

激光是相干光学振荡器，它有很长的相干时间。相干时间主要由光子的受激辐射比例决定。因为在产生激光时，自发辐射的不可避免，从而一定程度上破坏了激光相干性。如果激光为单频光，那么它具有最佳的相干性，如果使用频谱仪观察单频光，那么将是功率很高的一条线。但是由于自发辐射的存在，激光并非是单频光，使用频谱仪观察为一个洛伦兹性的谱线，如图 4.5(a)，当我们通过锁相环将相位噪声降低以后，谱线将会变窄，如图(b)中的红色曲线。

两束独立激光的相位是非相关的，它们是两束非相干激光。使用光学锁相环可以让从激光(SL: Slave Laser)的频率和相位与主激光(ML: Master Laser)相关。

激光的电场函数可以表示为^[18]：

$$E_1(t) = E_{01}\exp[i(\omega_1 t + \varphi_1(t))] \quad (5.4)$$

$$E_2(t) = E_{02} \exp[i(\omega_2 t + \varphi_2(t))] \quad (5.5)$$

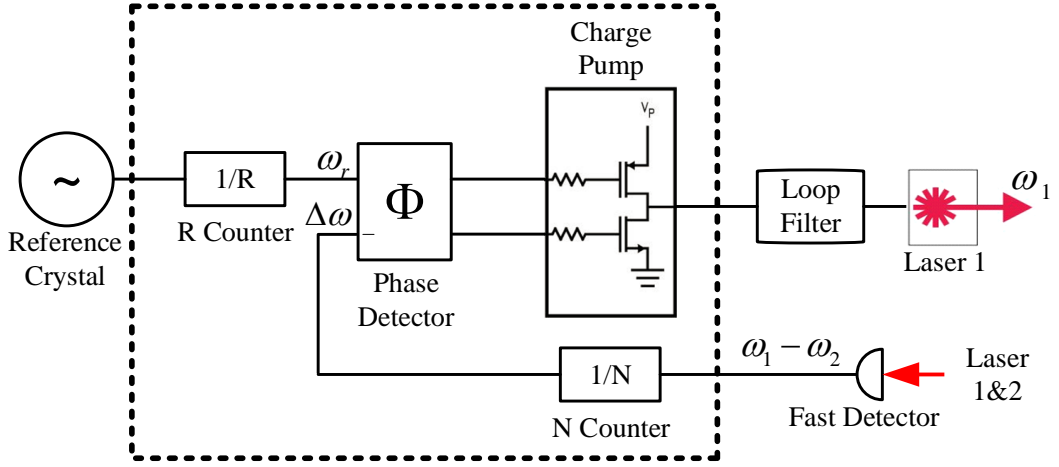


图 5.3 光学相位锁定环路简易框图，与锁相环对比，将压控振荡器替换为激光器。

式中 E_{01} 和 E_{02} 分别为电场强度， ω_1 和 ω_2 分别为电场频率， $\varphi_1(t)$ 和 $\varphi_2(t)$ 为激光频率的相位函数。光场的瞬时相位函数为：

$$\phi_1(t) = \omega_1 t + \varphi_1(t) \quad \text{和} \quad \phi_2(t) = \omega_2 t + \varphi_2(t) \quad (5.6)$$

瞬时频率差可以表示为：

$$\Delta\omega = \frac{d}{dt} \Delta\phi = \frac{d}{dt} [\phi_1(t) - \phi_2(t)] = (\omega_1 - \omega_2) + [\dot{\phi}_1(t) - \dot{\phi}_2(t)] \quad (5.7)$$

如果两束光之间没有相位差，那么：

$$\dot{\phi}_1(t) - \dot{\phi}_2(t) = 0 \quad (5.8)$$

当激光相位差锁定后，相位差 $\Delta\phi(t) = \varphi_1(t) - \varphi_2(t)$ 不随时间变化，是一个关于时间的常数，那么两束激光就实现相干耦合，两束光频率差保持为 $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ 。

图5.3为简易的光学相位锁定环路系统，*OPLL*包含主激光器、从激光器、*PFD*和反馈回路等。为了得到两束激光的频差，我们需要一个快速探测器来获取，探测器的光强函数为：

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 c |E_1(t) + E_2(t)|^2 \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos[\Delta\omega + \Delta\phi(t)] \end{aligned} \quad (5.9)$$

式中两束激光光强为 I_1 和 I_2 ， ε_0 为真空介电常数。对于锁相环，只需要信号的振荡项(交流量)，所以可以忽视 I_1 和 I_2 的直流分量。通过快速探测器获取拍频信号，这样就可以将光频从 THz 范围降低到微波范围，频差为 $\Delta\omega$ ，其中拍频信号的电矢

量对锁定环路是有用的信号。

相位探测器的输出的电压信号对应两路信号的相位误差，*PFD* 的输出通过环路滤波器后，将误差信号的高频信号滤除，该误差信号可以使得两束激光的相位误差降低，误差信号可以写为^[19]：

$$v_{PFD}(t) \propto \cos[\Delta\varphi(t) - \varphi_r(t)] \quad (5.10)$$

与电子信号的相位噪声相比，激光的相位噪声非常高，这将为锁定激光相位提出了严峻的挑战。因为这个原因，光学锁相环路的带宽需要比噪声带宽高出一个量级，这样才可以降低噪声，达到压窄线宽的目的。

5.3 两束激光的相位锁定

通过章节 5.1 的分析，我们知道，通过调节电流和光栅衍射角度都可以实现频率的连续调谐。在实际激光器中，频率的调节可以通过三种办法：① 改变半导体二

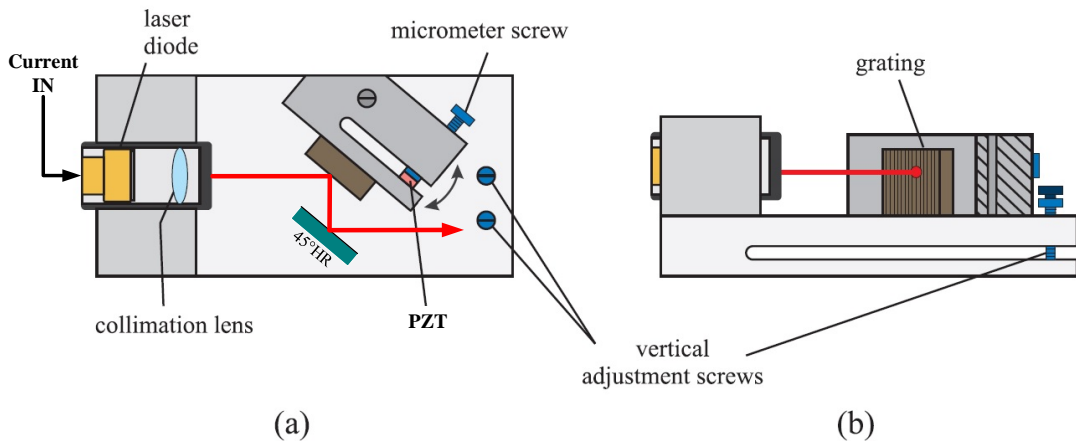


图 5.4 使用 Littrow 结构，光栅反馈的半导体激光器。(a) 为俯视图，(b) 为侧视图。

极管的背景温度；② 改变半导体二极管的注入电流；③ 改变光栅的衍射角。

在光学锁相环锁定状况下，拍频信号跟踪着参考信号，那么我们便需要频率噪声和相位噪声极低的参考信号，这样才能保证信噪比极佳的拍频信号，由此获得相干性极佳的两束激光，所以我们的信号源是 *Tektronix* 公司生产的 *AFG3251C*。通过 *EOT* 公司生产的 *ET-4000* 快速探测器可以获得主激光器和从激光器的拍频信号，该信号就是被锁定信号，然后将此信号注入到鉴相鉴频器中。

我们用钛宝石激光器作为主激光器(*Coherent*公司: *MBR-110*), 外腔反馈式半导体激光器作为从激光器, 内部结构如图 5.4, (*Toptica*公司: *DL100*作为从激光器)。光学锁相环通过比较参考信号和拍频信号, 从而输出的误差信号, 然后误差信号分为两路, 一路经过 PI 后, 输入到压电陶瓷端; 另一路输入到相位超前器, 然后输入

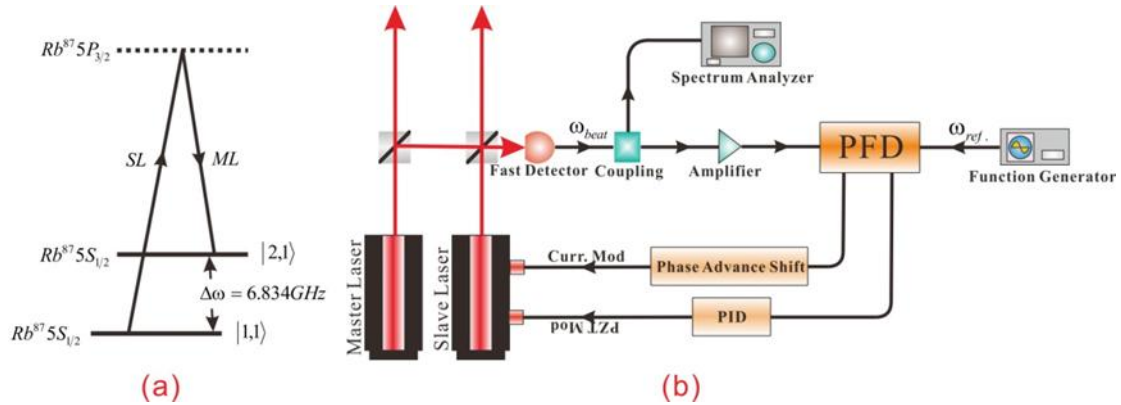


图 5.5 (a)ML 和 SL 的频率, (b)光学锁相环系统原理图。

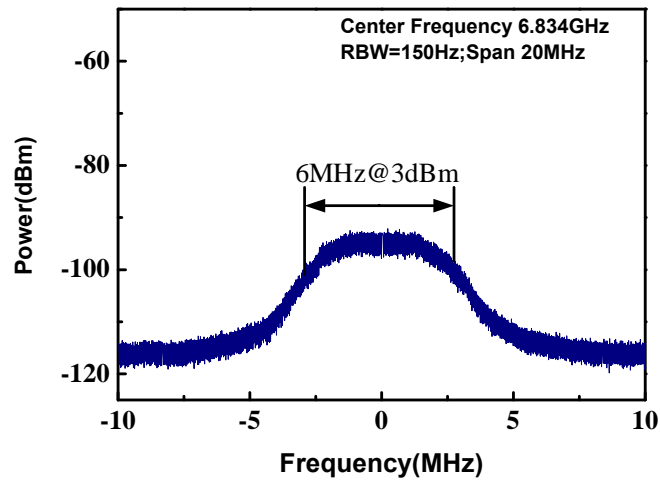


图 5.6 为锁定前拍频信号的功率谱。

到电流调制端, 见图 5.5。其中调制压电陶瓷的环路带宽大约为 kHz 量级, 调制电流环路的带宽大约为 MHz 量级, 通过这两个端口便可以将两束激光的拍频锁定。

锁定分析: 在未锁定的情况下, 从激光器与主激光的频率和相位都是相互独立的, 两台激光器的频率都比较稳定。但是由于外界的干扰, 在未锁定差频时, 主从激光器的频率差存在抖动, 抖动的快慢大约为 Hz 量级, 由此我们需要一个 kHz

量级的调制信号才能稳定频率。由于激光二极管中存在不可避免的自发辐射等因素，导致激光本身的带宽有 MHz 量级，通过频谱仪我们便可以清楚的看到，如图 5.6，如果想要将两束激光的拍频相位噪声降低，通过反馈压电陶瓷是办不到的，因为压电陶瓷的反馈只有 kHz 量级，它无法捕捉到 MHz 量级的变化或噪声抖动，所以我们需要通过更加快速的反馈才能实现锁定相位的目标，所以采用电流反馈，并且这个电流反馈是直接加载到半导体二极管中的。

在锁相环未锁定之前，通过波长计，将主激光的频率调节到 388.601GHz(772nm)，然后通过 *PHD* 技术，将频率锁定到自带的高精细度参考腔上。然后再使用波长计，将从激光器的频率相对于主激光大约偏移 6.8GHz。选择这个波长主要是因为远失谐的光对 ^{87}Rb 原子加热效应低，二者的频差是两个基态能级差。由此我们将两束光耦合到一起，注入到快速探测器中，探测器获得拍频信号的频率 $\omega_{beat} = 6.8\text{GHz}$ ，通过耦合器(*Mini-Circuits: ZHDC-16-63+*)将拍频信号分为两路，一路进行观察锁定情况，它的幅度大约为 -90dBm，另一路送入到 4 个串联的放大器中(*Mini-Circuits: ZX 60-8008E-S+*, Gain: 8.5dB@6GHz)，它的幅度大约为 -40dBm，而 ADF4107 的输入信号的幅度范围为 -5dBm ~ +5dBm，所以需要四个放大器进行放大。拍频信号经过放大以后输入到 ADF4107 中的分频器中，通过 20 分频，

$$\omega'_{beat} = \frac{\omega_{beat}}{N} = \frac{\omega_{beat}}{BP+A} = \frac{6.8\text{GHz}}{20} = 34\text{MHz} = \frac{\omega_{ref}}{R} = \frac{\omega_{ref}}{1} \quad (5.11)$$

式中 $N = BP + A$ ， N 取值为 20， R 取值为 1，参数 B、P、A、R 均为 ADF4107 中的参数，可以通过单片机编程操控。

在调试整个锁相环路时，我们需要选择最佳的参考频率匹配锁定电路，例如：电流反馈需要宽带宽的调制信号，如果我们将参考频率分频 R 改为 34，那么经过分频以后参考频率变为 1MHz，在这种情况下，是无法锁定相位的，因为调制信号不可能超越 1MHz，而噪声抖动频率为 6MHz 左右，因此无法实现锁相，所以送入 *PFD* 的参考频率至少大于噪声抖动的带宽。

接下来，*PFD* 将会比较参考信号与分频以后的拍频信号，从而输出误差信号，通过环路滤波器将高频部分(详细见章节 4.4)滤除，然后将信号分为两路，一路分给 *PI* 电路(当高频信号通过 *PI* 电路以后，将会变为低频信号，大约为 kHz 量级)，然后输入到压电陶瓷端口，由此来锁定差频的频率，如图 5.6。锁定二者频率以后，拍频

信号不在左右摆动，拍频频率固定到 6.8GHz 处，这通过频谱分析仪可以清楚的看到，但是，拍频信号的带宽或信噪比与未锁定时一样，没有得到改善，仍为 $6\text{MHz}@3\text{dBm}$ 。这是因为拍频信号的相位噪声没有降低，它还没有完全跟踪参考信

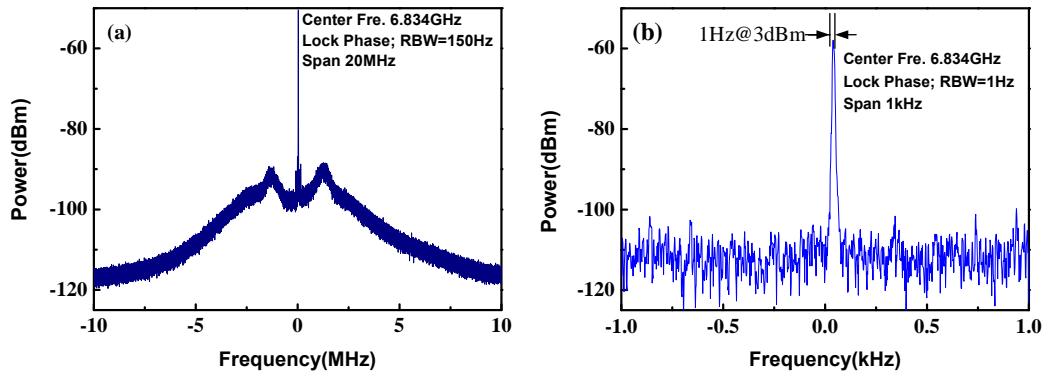


图 5.7 相位锁定以后的拍频功率谱线。(a) 扫描宽度为 20MHz ，(b)扫描宽度为 1kHz ，分辨率带宽为 1Hz 。

号。

为了降低相位噪声或压窄线宽，环路滤波器输出的另一路信号通过移相器后，直接输入到电流调制端口，这样便可以将拍频信号带宽压窄，如图 5.7，从图中我们可以看到锁定后，线宽变为 $1\text{Hz}@3\text{dBm}$ ，并且拍频信号功率也随之增加 40dBm 左右。通过锁定拍频信号相位以后，拍频信号就完全跟踪着参考信号。鉴定光学锁相环锁定相位的一个重要指标是拍频信号的相位噪声，图 5.7(a)中，中心频率两侧 2MHz 左右的边带就对应着相位噪声，这是因为锁相反馈回路中相位滞后导致的。

在这里需要说明一下锁定拍频信号相位的情况。当锁定相位以后，相位噪声得到降低，线宽被压窄到 1Hz ，拍频线宽与参考信号相同(因此，参考信号应该是信噪比极低的信号源提供)。这里的线宽压窄并非是主激光器或从激光器的单束线宽，而是它们的相对线宽，在锁定相位前，从激光器的线宽为本身的线宽，当锁定相位以

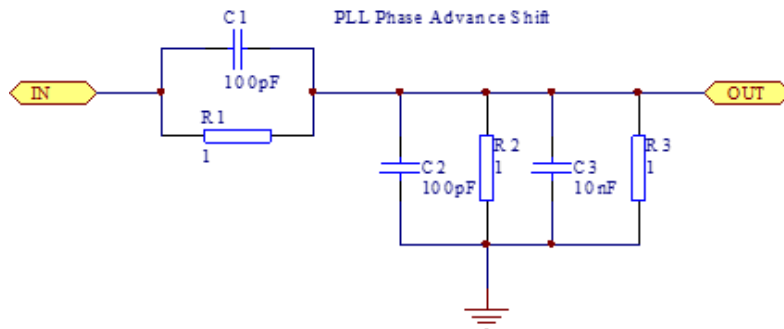


图 5.8 相位超前电路图

后，从激光器的线宽与主激光器的线宽完全一样，从激光相当于是从主激光器中发出的，它们可以称为一对相干光。在锁定主激光器在锁定前后线宽并没有发生任何改变。

在我们锁相环中，用到了相位超前电路，如图 5.8，这个电路是锁相环的关键部件^[20]，它主要是让两路调制信号同步起来。由于调制电流的信号滞后于另一路信号，所以需要相位超前电路来补偿调制电流信号中的相位，图为电路图。其中 C_3 也有滤波的作用，因为电流变化对相位和频率非常敏感，所以我们使用两个阻值非常小的电阻 $R_1 = 1\Omega$ 。

5.4 获取 Raman 相干光束的其他办法

一对相干 Raman 光束的相位必须一致，存在频差 $\Delta\omega$ ，此前了解到，能够产生频差的相干光束有以下几种办法。

将一台激光器的激光分为两束，一束通过声光调制器移频，那么这两束光便完全满足具有频差的相干光束。其中声光调制器的衍射效率与移频程度成反比，在我们实验室主要使用 Crystal Technology 公司的 AOM，当移频范围为 80MHz~230MHz，平均衍射效率为 80%。当频差为 ^{87}Rb 的基态能级(大约为 6.8GHz)，那么必须使用移

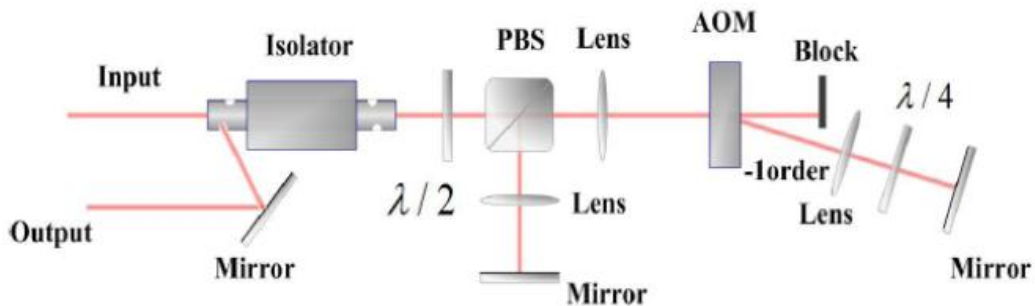


图 5.9 AOM 连续对激光移频四次，频差为 6.8GHz 左右，功率仅剩 0.4%。

频范围大的 AOM，例如 Brimrose 公司生产的 GPF-1500-200-795，它移频的中心频率为 1.5GHz，频率范围为 200MHz，移频效率大约为 25%~30%，如果想要用它移频 6.8GHz，那么必须通过四次移频才能满足要求，如图 5.9，那么最终四次的移频效率只有 0.4%，在这个过程中，我们需要大功率的激光注入 AOM 才能满足需求^[21]。如果我们想要得到 10mW 的光，那么种子光的功率就需要 2500mW。

另一种办法是通过主、从激光器和电光调制器(EOM)结合实现的，其中主从激光器都能实现连续可调^[22,23]，如图 5.10(b)。首先将主激光穿过 9.19GHz (铯原子基

态超精细能级差)调制的电光调制器,这将会使得主激光产生正负一级边带,然后将具有正负边带的调制激光注入到从激光器中,然后通过控制主激光器的参数和从激光器的电流和温度,这样便可以保证让主激光的负一级在从激光器中受激振荡,从激光完全跟踪主激光,由此主从激光器实现相位锁定,成为了很好的一对 Raman 相干光,它们之间的频差为调制频率。

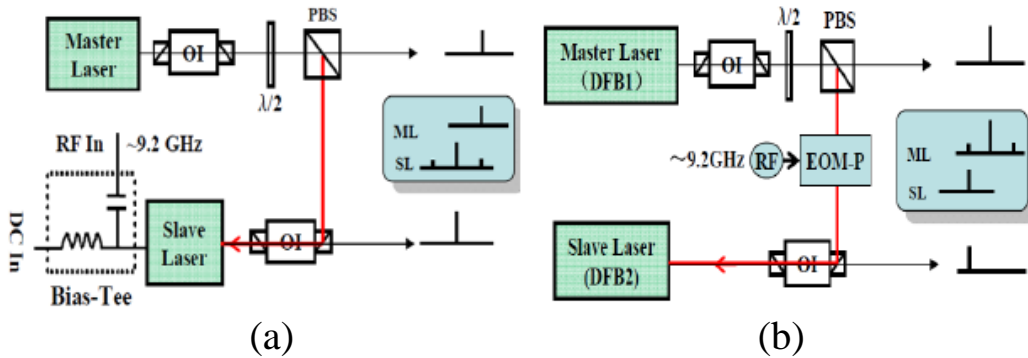


图 5.10 (a) 使用高频信号调制电流从激光器的电流,而后使用主激光注入锁定从激光的边带。(b) 将主激光注入到 EOM 中,其中 EOM 用高频信号调制,由此主激光会产生正负两个边带,之后将被调制光注入到从激光器中,通过调节从激光器的电流和温度便可以实现主激光的负一级边带相位和频率跟踪。

另一种办法是也是使用频率连续可调的主、从激光器组成^[24-26],如图 5.10(a)。首先使用 9.2GHz (铯原子基态超精细能级差)射频调制从激光器的输入电流,然后将主激光注入到从激光器中,使得其边带激光起振,由此便可以实现相位锁定、频差为 9.2GHz 的 Raman 光。

5.5 光学锁相环系统的实验应用

在冷原子实验方面,我们可以通过大功率的微波将原子从一个态跃迁到另一个态。因为微波波长太长,对原子几乎没有作用力,所传递的动量可以忽略不计。在实验中,我们使用一对 Raman 光替换了微波,调节 Raman 光的频差,使其等于两个子能级的频差,这样便可以将原子激发到另一个能态,同时,原子还将获得光子的动量,由此我们便可以制造一个自旋轨道耦合人造规范势^[27,28]。

我们首先通过光学锁相环可以获取一对相位相干的 Raman 光,然后使用 Raman 光照射 ^{87}Rb 原子 1ms , Raman 光可以将原子从一个能态激发到另一个超精细能态上,然后探测原子。在我们实验中探测原子的办法是用共振照射吸收时间飞行展开成像,

首先让 ^{87}Rb 原子自由飞行 30ms，在自由飞行过程中，沿 \hat{x} 轴方向开启 1ms 的非均匀磁场，原子因为史特恩-盖拉赫效应，沿 \hat{x} 轴方向，不同自旋态的原子的飞行位移是不同的。原子飞行 30ms 后，开启近共振的探测光照射原子，最终 CCD 获取原子吸收成像图片，处理图像后便可以获取原子信息。在获取的图像上，我们可以清楚的分辨出两个超精细能态的原子，并可以计算出两个能态的原子数。具体的实验步骤如下。

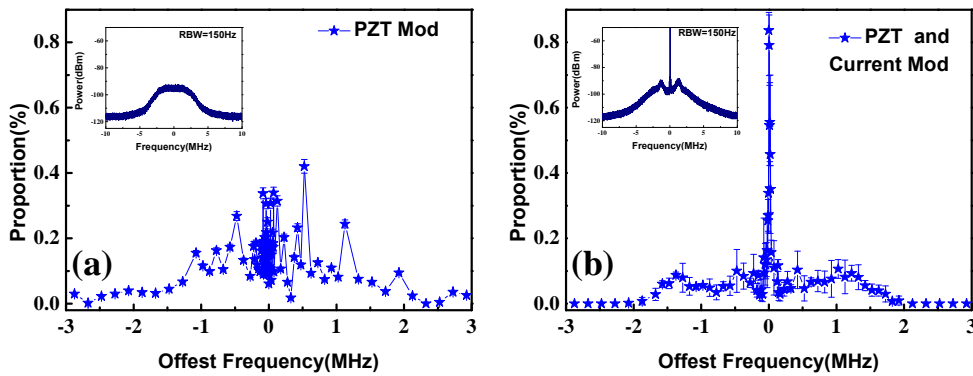


图 5.11 $Raman$ 跃迁导致态的布居数随 $Raman$ 双光子失谐发生变化，图中的中心频率均为 6.834GHz。(a)反馈压电陶瓷，锁定频率。(b)同时反馈压电陶瓷和电流，实现锁定频率和相位。

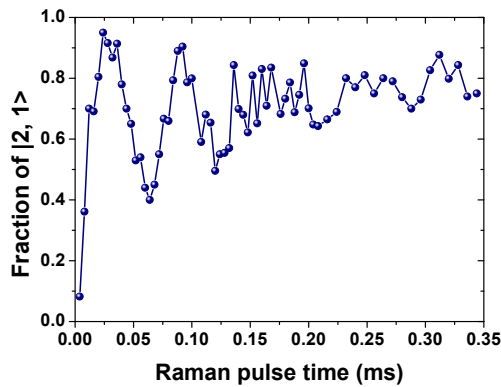


图 5.12 $|F=2, m_F=1\rangle$ 态的原子比例随 $Raman$ 脉冲时间的变化曲线

首先将超冷 ^{87}Rb 原子制备到 $|F=2, m_F=2\rangle$ 态，通过微波扫描将全部铷原子绝热转移至基态 $|F=1, m_F=1\rangle$ ，如图 5.5(a)。然后沿着 \hat{x} 和 $-\hat{y}$ 方向注入两束 $Raman$ 光，它们的传播方向互相垂直，两束光功率均为 70mW ，腰斑为 $200\mu\text{m}$ ，二者频差 $\Delta\omega = 6.834\text{GHz}$ (通过锁相环锁定，通过调节分频比例和参考频率，可以实现频差的精细

调节), *Raman* 中, 主激光的频率 ω_M 置于低频, 而且将光频锁定在自带的外部参考腔上, 从激光的频率 ω_s 置于高频, 如图 5.5(a), 两束 *Raman* 光的频率对应着 ^{87}Rb 原子 $|F=1, m_F=1\rangle$ 和 $|F=2, m_F=1\rangle$ 超精细能态。如果仅仅反馈压电陶瓷时(锁定频率), 1ms 的 *Raman* 光无法将全部原子激发到 $|F=2, m_F=1\rangle$ 态, 如图 5.11(a), 随着 *Raman* 光的失谐, 能态原子的跃迁几率是杂乱无章的, 并且线宽非常宽, 与图 5.6 相似, 这是因为 ML 和 SL 之间的相对相位存在杂乱抖动所致。

然后同时反馈压电陶瓷和电流(锁定相对相位), *Raman* 光可以将原子从 $|F=1, m_F=1\rangle$ 能态全部转移到 $|F=2, m_F=1\rangle$ 能态, 如图 5.11(b), 这主要是因为 ML 和 SL 的相对相位被锁定, 相当于两束相干光。

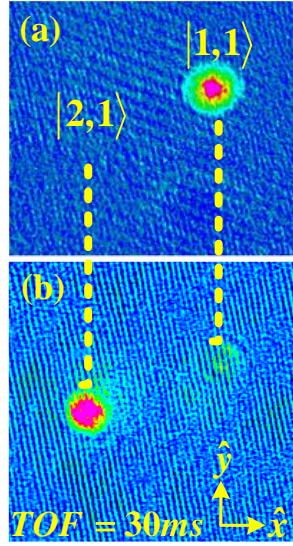


图 5.13 时间飞行吸收成像结果。(a)初始全部原子制备在 $|F=1, m_F=1\rangle$ 态。
(b) *Raman* 光将原子全部跃迁到 $|F=2, m_F=1\rangle$ 态。

之后, 我们将 *Raman* 双光子失谐调节为 $4E_r$, 然后改变 *Raman* 光的作用时间(脉冲长度), 然后测量原子跃迁的拉比振荡, 拉比频率约为 $\Omega=10\text{kHz}$ [29], 如图 5.12 所示。图 5.13 给出了 π 脉冲的 *Raman* 光将原子从 $|F=1, m_F=1\rangle$ 态全部转移到 $|F=2, m_F=1\rangle$ 态, 跃迁后, 原子获得 *Raman* 光子的动量 $2k_R$, 其中 $k_R = k_r \sin(\theta/2)$, $k_r = 2\pi/\lambda$ 是单光子的反冲动量, 而单光子的反冲能量 $E_r = (\hbar k_R)^2/2m = h \times 1.858\text{kHz}$, 式中 λ 为 *Raman* 光的波长, θ 为两束 *Raman* 光之间的夹角, $\theta=90^\circ$ 。从图 5.13(b)中我们可以看出 $|F=2, m_F=1\rangle$ 态的原子沿着 $-\hat{y}$ 方向有位移, 所以原子在跃迁的过程中确实获得了 *Raman* 光的动量。

5.6 小结

为了获取频率大失谐的两束 *Raman* 相干光，我们分析了几种不同的办法，最终采用了由鉴相鉴频器、电荷泵、环路滤波器、PI 电路、移相器、主从激光器构成的光学锁相环路系统，成功锁定了两台激光器的相位，频差为 ^{87}Rb 原子的基态能级差 6.8GHz ，锁相以后的 *Raman* 光可以作为相干光来使用，将其作用到超冷 ^{87}Rb 原子 $|F=1, m_F=1\rangle$ 态和 $|F=2, m_F=1\rangle$ 态，测得拉比频率 $\Omega=10\text{kHz}$ ，由此可以作为人造规范势。

参考文献

- [1]P. Rabinowitz, J. Latourrette, G. Gould, AFC optical heterodyne detector, *Proc. IEEE*, **51**, 857(1963).
- [2]L. H. Enloe, J. L. Rodda. Laser phase-locked loop, *Proc. IEEE*, **53**, 165(1965).
- [3]J. Ye, J. L. Hall. Optical phase locking in the microradian domain: potential applications to NASA spaceborne optical measurements, *Opt. Lett.*, **24**, 1838(1999).
- [4]W. Liang, A. Yariv, Coherent combining of the output of two semiconductor lasers using optical phase lock loops, *Opt. Lett.*, **32**, 370(2007).
- [5]A. M. Marino, C. R. Stroud, Phase locked laser system for use in atomic coherence experiments, *Rev. Sci. Instrum.*, **79**, 013104(2008).
- [6]D. Hockel, M. Scholz, O. Benson, A robust phase locked diode laser system for EIT experiments, *Appl. Phys. B*, **94**, 429(2009).
- [7]L. Ricci, M. Weidemuller, T. Esslinger, A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics, *Optics Communications*, **117**, 541(1995).
- [8]S. Sternklar, S. Weiss, M. Segev, Beam coupling and locking of laser using photorefractive four-wave mixing. *Opt. Lett.*, **11**, 528(1986).
- [9]L. Cacciapuoti, M. deAngelis, M. Prevedelli, Analog digital phase and frequency detector for phase locking of diode lasers, *Rev. Sci. Instrum*, **76**, 053111(2005).
- [10]程峰钰, 孟增明, 张靖, 利用微波锁相频率计数器实现激光相位锁定的实验研究, *山西大学学报*, **35**, 79(2012).
- [11]T. J. Kane, E. A. P. Cheng, Fast frequency tuning and phase locking of diode pumped Nd:YAG ring lasers, *Opt. Lett.*, **13**, 970(1988).
- [12]J. Appel, A. MacRae, A. I. Lvovsky, A versatile digital GHz phase lock for external cavity diode lasers, *Meas. Sci. Technol.*, **20**, 0553302(2009).
- [13]N. G. Basov, O. N. Krokhin, Y. M. Popov, Production of negative-temperature states in p-n junctions of degenerate semiconductors, *Sov. Phys. JETP*, **13**, 1320(1961).
- [14]R. N. Hall, G. E. Fenner, J. D. Kingsley, T. J. Soltys, R. O. Carlson, Coherent Light Emission From GaAs Junctions, *Phys. Rev. Lett.*, **9**, 366(1962).
- [15]A. L. Schawlow, C. H. Townes, Infrared and Optical Masers, *Phys. Rev.*, **112**, 1940(1958).

- [16]K. C. Harvey, C. J. Myatt, External-cavity diode laser using a grazing-incidence diffraction grating, *Opt. Lett.*, **16**, 910(1991).
- [17]陈海霞, 87Rb-40K 玻色费米混和气体量子简并的实现, 博士论文, 山西大学, 2009.
- [18]R. Wynands, A. Nagel, Precision spectroscopy with coherent dark states, *Appl. Phys. B*, **68**, 1(1999).
- [19]U. Tietze, Ch. Schenk, Halbleiter-Schaltungstechnik, *Springer Verlag(11th ed)*, (1999).
- [20]S. J. Chai, P. J. Wang, Z. K. Fu, L. H. Huang, J. Zhang, *Acta Sinica Quantum Optica* **18**, 171(2012)
- [21]于旭东, 四波混频产生明亮纠缠光和腔与原子强相互作用的相关研究, 博士论文, 山西大学, 2012.
- [22]K. Szymaniec, S. Ghezali, L. Cognet, A. Clairon, Injection locking of diode lasers to frequency modulated source, *Opt. Commun.*, **144**, 50(1997).
- [23]梁强兵, 基于原子系综的高分辨光谱和大失谐 Raman 存储研究, 博士论文, 山西大学, 2013.
- [24]W. T. Diao, J. He, Z. Liu, B. D. Yang, J. M. Wang, Alternative laser system for cesium magneto-optical trap via optical injection locking to sideband of a 9-GHz current-modulated diode laser, *Opt. Express*, **20**, 7480(2012).
- [25]S. E. Park, T. Y. Kwon, H. S. Lee, Production of Raman laser beams using injection-locking technique, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, **52**, 277(2003).
- [26]C. Y. Ye, Tunable external cavity diode lasers: tunable semiconductor diode lasers, *Singapore(World Scientific)*, (2004).
- [27]Z. K. Fu, P. J. Wang, S. J. Chai, L. H. Huang, J. Zhang, Bose-Einstein Condensate in a light-induced vector gauge potential using the 1064 nm optical dipole trap lasers, *Phys. Rev. A*, **84** 043609(2011).
- [28]黄良辉, 王鹏军, 付正坤, 张靖, 自旋轨道耦合玻色爱因斯坦凝聚体中的拉曼耦合强度, *光学学报*, **34**, 0727002(2014).
- [29]孟增明, 黄良辉, 彭鹏, 陈良超, 樊浩, 王鹏军, 张靖, 光学相位锁定激光在原子玻色-爱因斯坦凝聚中实现拉曼耦合, *物理学报*, **64**, 24(2015).

第六章 自旋轨道耦合

自旋轨道耦合是物理世界中一个十分普遍的现象，比如原子中的自旋轨道耦合。在这里我们只考虑最外层为单电子的原子，比如氢、锂、钠、钾、铷、铯原子。在原子中，如果以电子核为中心，电子绕着它在做圆周运动；如果以电子为参考中心，那么就是原子核绕着电子在做转动。原子核是带正电的，在运动的过程中将会产生电磁场，见图 6.1，那么具有自旋的电子轨道将会受到这种电磁场的影响，这就是自旋轨道耦合(SOC: *Spin-Orbit Coupling*)，正是因为SOC使得原子的能量产生分裂，也就是原子的精细结构。我们可以看塞曼效应的哈密顿量，式子 6.1，与电子的自旋和轨道角动量是相关的，本征值与 $\langle s \cdot l \rangle$ 的之有关，式 6.3。这是原子中的自旋轨道耦合作用，连接了电子的自旋和电子的轨道角动量。

$$H = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = g_s \mu_B \mathbf{s} \cdot \frac{\hbar}{m_e c^2} \left(\frac{1}{er} \frac{\partial V}{\partial r} \right) \mathbf{l} \quad (6.1)$$

式中的 \mathbf{B} 为下式：

$$\mathbf{B} = \frac{1}{m_e c^2} \left(\frac{1}{er} \frac{\partial V}{\partial r} \right) \times m_e \mathbf{v} = \frac{\hbar}{m_e c^2} \left(\frac{1}{er} \frac{\partial V}{\partial r} \right) \mathbf{l} \quad (6.2)$$

$$\langle \mathbf{s} \cdot \mathbf{l} \rangle = \frac{1}{2} \{ j(j+1) - l(l+1) - s(s+1) \} \quad (6.3)$$

式中 s 、 l 、 j 分别为自旋角动量、轨道角动量、总角动量。

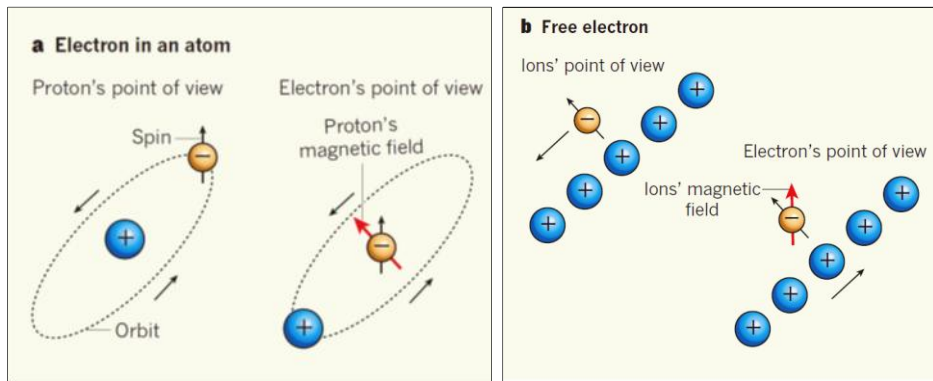


图 6.1 电子的自旋轨道耦合。(a)和(b)分别为原子中的电子和自由电子，通过改变参考系，电子的自旋将会受到电磁场的影响，由此使得自旋轨道耦合。

6.1 观测不同自旋态原子的方法

在我们实验中，探究的是玻色子 ^{87}Rb 原子和费米子 ^{40}K 原子。在实验过程中， ^{87}Rb 原子初始制备在 $|2,2\rangle$ 态，然后使用微波将原子绝热制备到 $|1,1\rangle$ 态； ^{40}K 原子初始将所有原子制备在 $|9/2, 9\rangle$ 能态上，因为这样可以满足与 ^{87}Rb 原子的协同冷却，

当冷却到简并态时，需要将 ^{40}K 原子制备到最低的能态 $|9/2, -9/2\rangle$ 上，这主要是为了之后的 *Feshbach* 共振的需要。随着不同的实验进度，需要将原子制备在不同的自旋态上，由此我们需要监视不同的自旋态，为了区分不同自旋态，我们使用加载梯度磁场的办法。

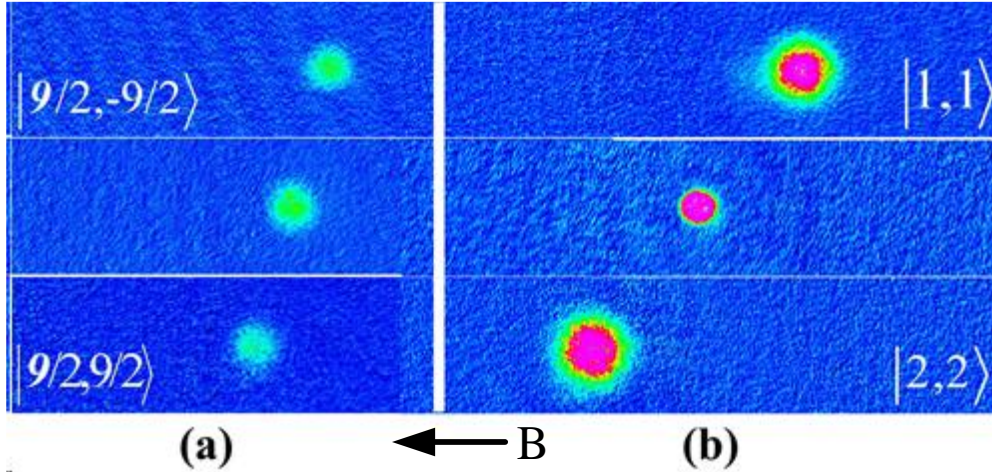


图 6.2 原子云在梯度磁场下的运动状况，磁场方向指向左侧。(a)图为 ^{87}Rb 原子。(b)为 ^{40}K 原子。

大家知道，原子中的电子具有轨道磁矩和自旋磁矩，二者合成原子的总磁矩。电子的运动使得原子具有磁矩，这可以等效为载流线圈，当载流线圈处于梯度磁场时，将会受力矩作用： $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ ，磁场在 z 轴方向不均匀，载流线圈在 z 轴方向受力为：

$$f_z = \mu_z \frac{\partial B}{\partial z} \quad (6.4)$$

式中 μ_z 为磁矩在 z 轴方向的投影。通过 6.4 式便可以知道：当原子通过不均匀磁场时，因为原子具有磁矩，原子将会受到磁场的作用力，然后发生偏转，这便是斯特恩-盖拉赫 (SG) 实验的理论基础。在我们实验中，就用到 S-G 效应来区分原子。例如图 6.2(a)中为 ^{40}K 原子，上图为 $|9/2, -9/2\rangle$ 态的原子，下图为 $|9/2, 9/2\rangle$ 态的原子，中间的图为不加梯度磁场时的原子。我们可以清楚的看出，原子在梯度磁场中，由于 SG 效应，在空间上会发生分离，这样便有利于我们统计不同量子态的原子数目。初始， ^{87}Rb 原子通过蒸发冷却之后全部在 $|2, 2\rangle$ 态上，然后使用微波将原子绝热地制备到 $|1, 1\rangle$ 态上，通过图 6.2(b)可以看出，由于 $|2, 2\rangle$ 为低场趋近态，所以在磁场的作用下，偏向左侧，而 $|1, 1\rangle$ 为高场趋近态，所以偏向右侧，这样我们便可

以分辨清楚不同的量子态的原子。通过上面的分析，我们还可以知道，通过射频 RF 也可以实现态的制备，比如最近在 ^{40}K 原子气体中，初始制备了大量的组分态，观测到了不同自旋态之间的碰撞机制^[1]。

6.2 自旋射频光谱

自旋射频光谱，这个概念最早是在固体物理提出来的，具体方式是通过光电效应探测激发的电子，从而获取电子的能谱，由此来探测材料表面的电子特性^[2]。

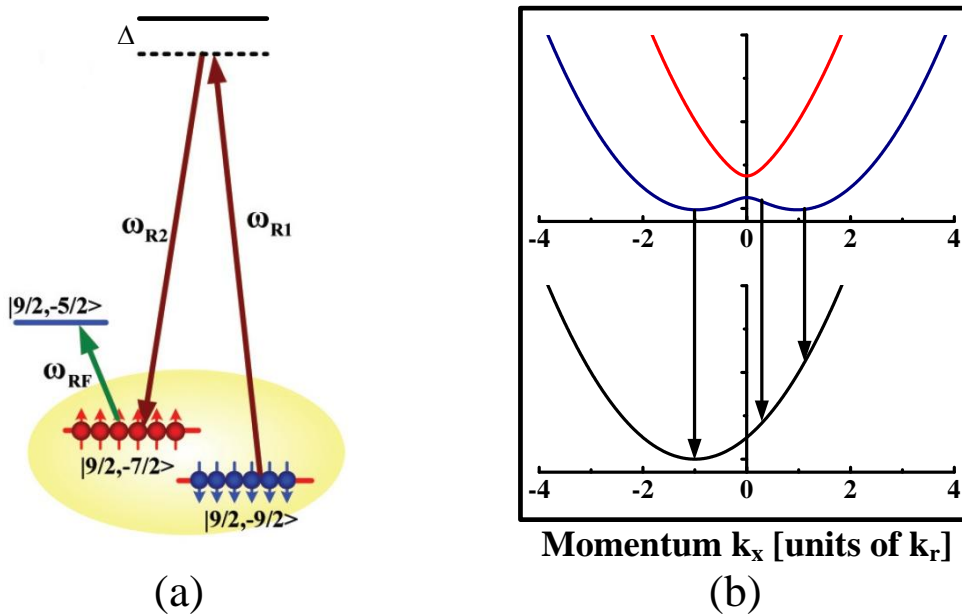


图 6.3 通过射频测强相互作用区域的费米原子能谱。(a)利用自旋轨道耦合，使得 ^{40}K 原子的两个能态相互关联。(b)上侧的曲线为两个能态通过自旋轨道耦合到一起的能量-准动量分布图，下侧的曲线为另一个能态的能量-准动量分布图。

2008 年，美国 *JILA* 的 *Jin* 小组首次将这样的技术引入到原子物理实验中，研究强相互作用区域的费米原子能谱^[3]。它的主要思路是这样的，对于图 6.3(a)中 $|9/2, -9/2\rangle$ 和 $|9/2, -7/2\rangle$ 的两组分原子，由于自旋轨道耦合，使得它们之间具有一定的相互作用，此时，我们使用射频脉冲将 $|9/2, -7/2\rangle$ 态的原子泵浦到 $|9/2, -5/2\rangle$ 态上。由于量子态 $|9/2, -5/2\rangle$ 的原子与其他两组分的原子没有相互作用，满足标准的色散关系（即 $E_R = (\hbar k_R)^2 / 2m$ ）。也就是说通过最终量子态的色散关系便可以了解最初量子态的色散关系。这里射频的频率满足一下的关系：

$$\hbar\omega_{RF} = E_z + \varepsilon^{initial}(k) - \varepsilon^{final}(k) \quad (6.5)$$

式中 E_z 为塞曼分裂的能级差，这里即为 $E_{|9/2,-7/2\rangle \rightarrow |9/2,-5/2\rangle}$ ； $\varepsilon^{initial}(k)$ 为初始态的能量-动量色散关系，这里的初始态为 $|9/2,-7/2\rangle$ ； $\varepsilon^{final}(k)$ 为最终态 $(|9/2,-5/2\rangle)$ 的能量-动量色散关系。通过变换关系式可以得到：

$$\varepsilon^{initial}(k) = \hbar\omega_{RF} - E_z + \varepsilon^{final}(k) \quad (6.6)$$

因为射频频率 ω_{RF} 大约为 $10\text{MHz} \sim 100\text{MHz}$ ，那么它的波长 λ_{RF} 范围大约为 $3 \sim 30\text{m}$ ，因此射频所传递的动量为 $p = h/\lambda_{RF} \approx 0$ ，几乎为零，可以忽略不计，所以式子6.5就可以简化为下式：

$$\varepsilon^{initial}(k) = \hbar\omega_{RF} - E_z \quad (6.7)$$

式中 $\hbar\omega_{RF}$ 为我们设置的已知信号， E_z 通过求解也是已知的，由此我们便可以描绘出最初的量子态的色散关系。也可以这么说，由原子的两个量子态 $|9/2,-9/2\rangle$ 和 $|9/2,-7/2\rangle$ 组成的系统装在一个黑盒子里面，通过这种射频手段便可以探测黑盒子里面的能谱关系。

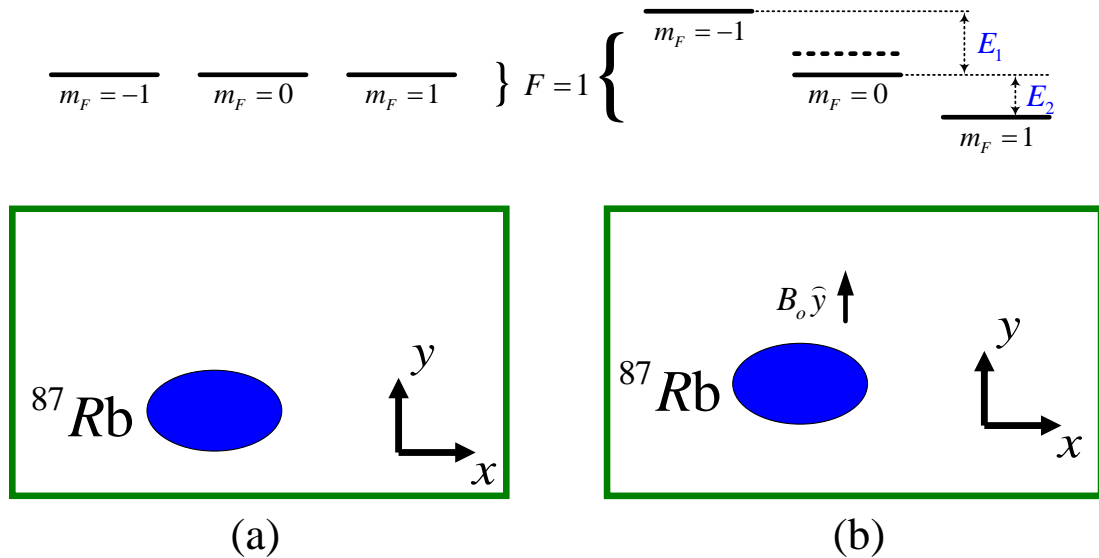


图 6.4 ^{87}Rb 原子的 $F = 1$ 态。(a) 在没有磁场情况下， $F = 1$ 没有发生分裂。(b) 在 y 方向加载磁场， $F = 1$ 态发生分裂。

6.3 自旋轨道耦合

具有自旋的电子轨道将会受到电磁场的影响，因此电子的自旋和轨道角动量是相关的，这便是自旋轨道耦合的模型。对于带电粒子在电磁场中的运动，它的哈密顿量可以用下式来表示：

$$H(p, r) = \frac{(p - qA)^2}{2m} + V(r) + \varphi(r) \quad (6.8)$$

式中 q 为电子带电量， $V(r)$ 为外部束缚势， $\varphi(r)$ 为标量势。我们知道冷原子为中性原子，而中性原子系统的哈密顿量可以由下式来表示：

$$H(p, r) = \frac{p^2}{2m} + V(r) + U_{\text{int}} \quad (6.9)$$

上式中的第一项为动能项，第二项为外部势能，可以是束缚势，比如一维、二维、三维的光晶格等，最早是在光晶格中模拟超流相到绝缘相的量子相变等。第三项为原子之间的相互作用，在实验中，主要通过调节外部磁场使得原子发生 *Feshbach* 共振，这是研究超流的最好系统。

对比关系式 6.8 和 6.9，为了采用超冷原子来模拟电子的自旋轨道耦合，必须在动量项上设计类似于电子的哈密顿量。

现在以 ^{87}Rb 原子的 $F=1$ 态为例，当没有外部磁场时，如图 6.4(a)，可以用下面的矩阵来表示原子的动量项，在这里忽略原子之间的相互作用。

$$\begin{pmatrix} \frac{k_x^2}{2m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_x^2}{2m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_x^2}{2m} \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

然后沿着 y 轴加一个弱的匀强磁场，这将会导致超精细态发生塞曼分裂。那么式 6.10 将会改写为下式，式中 E_1 和 E_2 分别为塞曼分裂的能级差。

$$\begin{pmatrix} \frac{k_x^2}{2m} + E_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_x^2}{2m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_x^2}{2m} - E_2 \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

紧接着，在 x 轴方向，使用一对对射的 *Raman* 激光来照射原子，它们的偏振组合为 π, σ^- 或者为 σ^+, π ，这里我们取 σ^+, π 组合，这样一对 *Raman* 光将会耦合三个超精细态，见图 6.5(a)，那么 6.11 式将改写为：

$$\begin{pmatrix} \frac{k_x^2}{2m} + \varepsilon_1 & \frac{\Omega}{2} e^{i2k_0x} & 0 \\ \frac{\Omega}{2} e^{i2k_0x} & \frac{k_x^2}{2m} & \frac{\Omega}{2} e^{i2k_0x} \\ 0 & \frac{\Omega}{2} e^{i2k_0x} & \frac{k_x^2}{2m} - \varepsilon_2 \end{pmatrix} \quad (6.12)$$

式中的 $\varepsilon_1 = E_1 - \delta\omega$ ， $\varepsilon_2 = \delta\omega - E_2$ ， $\delta\omega$ 为 *Raman* 光的频差； k_1, k_2 为波矢，它

们满足关系 $k_1 \approx k_2 = k_0$, k_0 为单光子的反冲动量, 那么 $2k_0$ 就为双光子拉曼过程中原子获得的动量; Ω 为拉曼耦合强度。

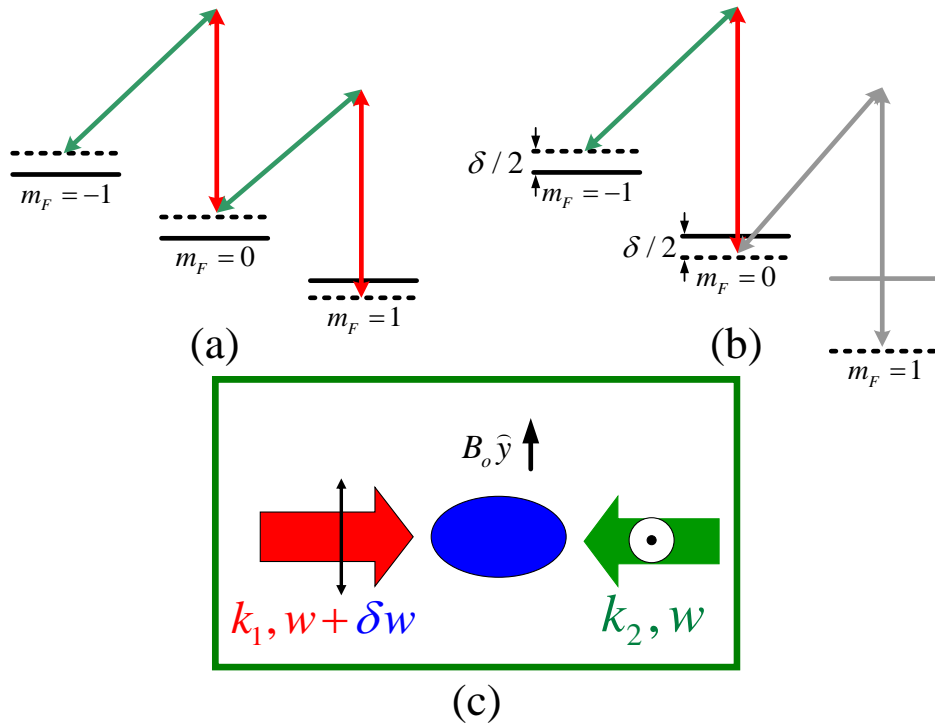


图 6.5 使用一对偏振方向为 σ^+ , π 的 Raman 光照射原子云。(a) Raman 的失谐相对小时。(b) 在于磁场配合下, Raman 光的失谐相对 $m_F = 1$ 比较大时。

表达式 6.12 通过简单的么正变换以后便可以得到一个耦合表象的哈密顿量, 见 6.13 式。然后进一步我们可以得到单粒子的色散曲线。

$$U = \begin{pmatrix} e^{-i2k_0x} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i2k_0x} \end{pmatrix} \quad (6.13)$$

$$H_{eff} = UH U^\dagger = \begin{pmatrix} \frac{(k_x + 2k_0)^2}{2m} + \varepsilon_1 & \frac{\Omega}{2} & 0 \\ \frac{\Omega}{2} & \frac{k_x^2}{2m} & \frac{\Omega}{2} \\ 0 & \frac{\Omega}{2} & \frac{(k_x - 2k_0)^2}{2m} - \varepsilon_2 \end{pmatrix} \quad (6.14)$$

通过计算, 最低能量的缀饰态(dressed state)的行为见图 6.6 的红色曲线, 它的哈密顿量可以写为下式:

$$H_x = \frac{1}{2m} \hbar^2 (k_x - k_{\min})^2 \quad (6.15)$$

式中 k_{\min} 为能量最低点的准动量值, 现在我们假设 $k_{\min} = q A_x / \hbar$, 那么上式就

可以写为:

$$H_x = \frac{1}{2m} \hbar^2 (k_x - q A_x / \hbar)^2 \quad (6.16)$$

式中的 A_x 是一个人为可控的矢量场(通过塞曼分裂), q 为人造的电荷, m 为沿着 x 轴方向的有效质量。在三维空间中 $-\widehat{Bz} = \nabla \times A$ (随空间变化), 由此就构造了一个磁场, 这样我们就可以模拟电子在磁场中的运动, 详见^[4]。同理, 6.15 式中 A 还可以看为中性原子的有效矢量场, 这样便人造一个电场 $E = -\partial A / \partial t$ (随时间变化), 由此这个中性原子在拉曼跃迁模型中还可以模拟电子在电场中的运动。

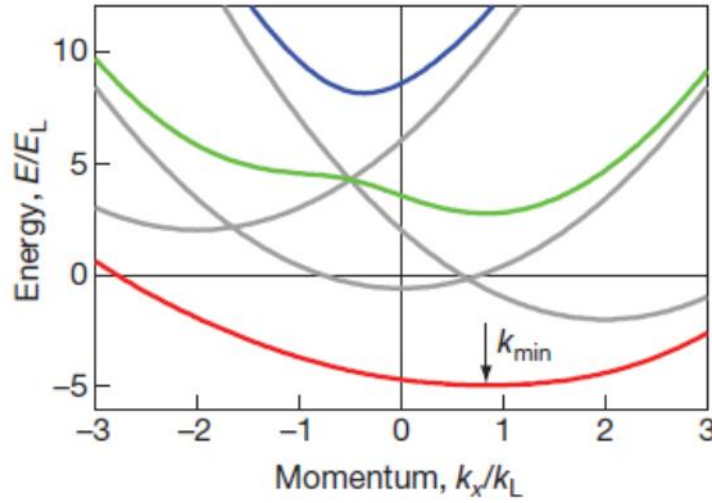


图 6.6 能量动量色散图。灰色的线为没有 Raman 耦合的情况；三个有颜色的为三个缀饰态，红色的最低值代表动量的最小值，并且它满足标准的能量色散关系。

在实验中, 通过调节外部磁场和拉曼光的失谐频率, 可以实现这样一种情况, 如图 6.5(b), 对于超精细量子态 $|F=1, m_F=1\rangle$, 拉曼光的失谐频率很大以至于可以忽略对这个量子态的影响。然后将 $k_x = k_x - k_0$ 代入表达式 6.13 重写为下式:

$$\begin{aligned} H_{eff} &= \begin{pmatrix} \frac{(k_x + k_0)^2}{2m} - \frac{\delta}{2} & \frac{\Omega}{2} \\ \frac{\Omega}{2} & \frac{(k_x - k_0)^2}{2m} + \frac{\delta}{2} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2m} (k_x + k_0 \sigma_z)^2 - \frac{\delta}{2} \sigma_z + \frac{\Omega}{2} \sigma_x \end{aligned} \quad (6.17)$$

式中 $\delta = \omega_z - \delta\omega$, ω_z 为塞曼分裂的能级差, 将式子继续展开那么可以写为下式:

$$\begin{aligned}
 H_{eff} &= \frac{1}{2m} (k_x + k_0)^2 + \frac{\Omega}{2} \sigma_x + \left(\frac{k_x k_0}{m} - \frac{\delta}{2} \right) \sigma_z \\
 &= \frac{1}{2m} (k_x + k_0)^2 + \widehat{\sigma} \cdot h
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

把表达式 6.17 与电子在电磁场中的运动的哈密顿量表达式 6.8 作对比(红色标注的部分), 在表达式 6.8 中, \mathbf{A} 为变化的矢量场, 而中性原子在一对 *Raman* 光的作用下, k_0 也是一个变化的矢量场, 由此我们便可以用中性原子来模拟电子。

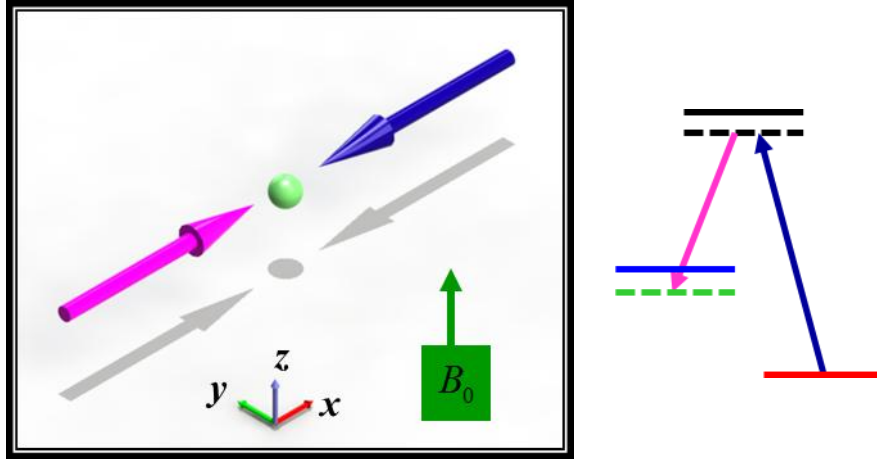


图 6.7 一对 *Raman* 激光作用在二能级原子上, 相当于在 z 轴添加一个轴向磁场, 可以模拟自旋轨道耦合。

在表达式 6.18 中有:

$$\widehat{\sigma} \cdot h = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \cdot \left(\frac{\Omega}{2}, 0, \frac{k_x k_0}{m} - \frac{\delta}{2} \right) \tag{6.19}$$

自旋角动量 $S = (\hbar/2)\sigma$, 那么表达式 6.18 中便包含了自旋角动量, 因此在一对 *Raman* 作用的二能级系统中, 我们构造出了自旋角动量。而 h 是一个矢量场可以看做有效的 *zeeman* 场, 它可以分为两个部分: xy 平面 (*in-plane field*: 即原子动量传输的平面), $h_{xy} = (\Omega/2, 0)$; 在平面外 (*out-of-plane*: z 方向的有效磁场), $h_z = k_x k_0 / m - \delta/2$ 。通过上面的分析可知, 在 z 轴方向的矢量场可以等效为人造一个沿 z 轴方向的磁场, 如图 6.7, 由此得到结论, 光作用的二能级系统可以模拟自旋轨道耦合, 结合之前的分析得到结论: *Raman* 光作用在中性原子二能级系统上, 可以模拟电子自旋轨道耦合。在 *out-of-plane*, 我们主要控制 k_0 和失谐 δ 来实现模拟变化的磁场, 具体调节办法为: $k_0 = k_L \sin(\theta/2)$, 式中 θ 为两束 *Raman* 光的夹角, $k_L = 2\pi/\lambda$ 为单光子的反冲动量, 因此我们可以通过调节波长和夹角, 达到调节 k_0 的目的, 然后通过调节磁场使得能级失谐 δ 发生改变; 在 *in-plane field* 中, 我们可

以调节拉曼光耦合强度来实现对动量传递大小的目的。

我们设计的一维自旋轨道耦合相当于两种二维自旋轨道耦合的等权叠加 Rashba: $k_x\sigma_x + k_y\sigma_y$ 和 Dresselhaus: $k_x\sigma_x - k_y\sigma_y$ 。

现在解哈密顿量 6.20 式

$$H_{eff} = \hbar \begin{pmatrix} \frac{\hbar(k_x + k_R)^2}{2m} - \frac{\delta}{2} & \frac{\Omega}{2} \\ \frac{\Omega}{2} & \frac{\hbar(k_x - k_R)^2}{2m} + \frac{\delta}{2} \end{pmatrix} \quad (6.20)$$

可得两个能量本征值:

$$\begin{aligned} E_{\pm} &= \frac{\hbar^2}{2m} k_x^2 + \frac{\hbar^2}{2m} k_R^2 \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{2p\hbar^2 k_R}{m}\right)^2 - 2 * \frac{2p\hbar^2 k_R}{m} * \hbar\delta + (\hbar\delta)^2 + (\hbar\Omega)^2} \\ &= \frac{\hbar^2}{2m} k_x^2 + \frac{\hbar^2}{2m} k_R^2 \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{2p\hbar^2 k_R}{m} - \hbar\delta\right)^2 + (\hbar\Omega)^2} \\ &= \frac{\hbar^2}{2m} k_x^2 + E_R \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{4p}{k_R} E_R - \hbar\delta\right)^2 + (\hbar\Omega)^2} \end{aligned} \quad (6.21)$$

式中 $E_R = (\hbar k_R)^2 / 2m$, 它是以两个原子态组成的缀饰态作为基 $\{|\uparrow, p_x = k_x + k_R\rangle, |\downarrow, p_x = k_x - k_R\rangle\}$, 其中 p 为准动量, k_x 为真实的动量, 两个不同的自旋态的原子动量相差 $2k_R$ 。

当我们不存在自旋轨道耦合时, 单粒子的色散关系为倒抛物线形式。当我们加入自旋轨道耦合项时, 色散曲线发生了改变, 分为了上下两支, 它可以用表达式 6.20 的本征值 6.21 表示, 这里的本征态为两个原子态组成的缀饰态。实验上, 我们

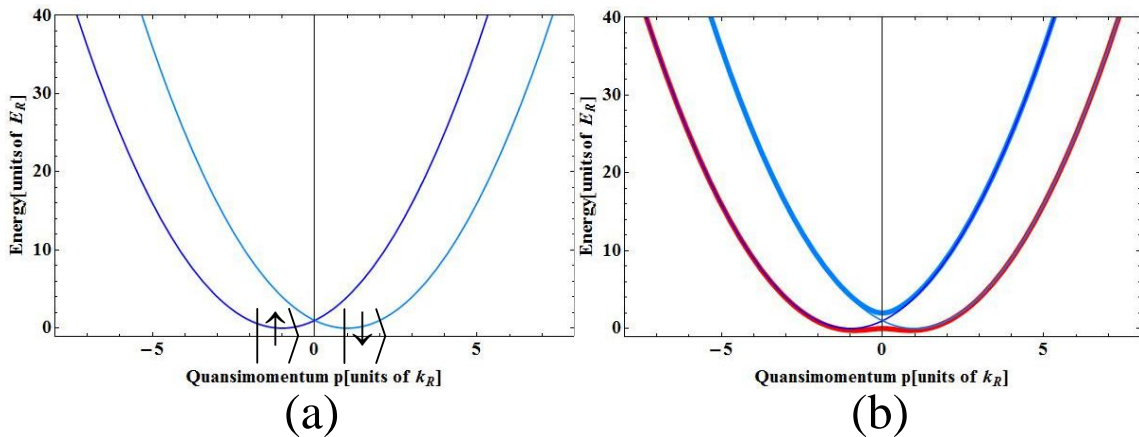


图 6.8 (a) 没有自旋轨道耦合, 满足标准的能量-动量色散曲线。(b) 存在自旋轨道耦合, 色散曲线分为上下两支。

以观测到这样的色散曲线就确定实现了自旋轨道耦合，见图 6.8。

美国的 *Spielman* 首次在玻色子 BEC 中实现自旋轨道耦合^[5]。在材料物理中，凝聚态物理中讨论的都是电子的自旋轨道耦合效应，而电子是费米子，因此采用费米原子来模拟 SOC，将是很有趣的一件事情。我们小组在 2012 年首次在 ^{40}K 费米子中实现 SOC^[6]，见图 6.9。

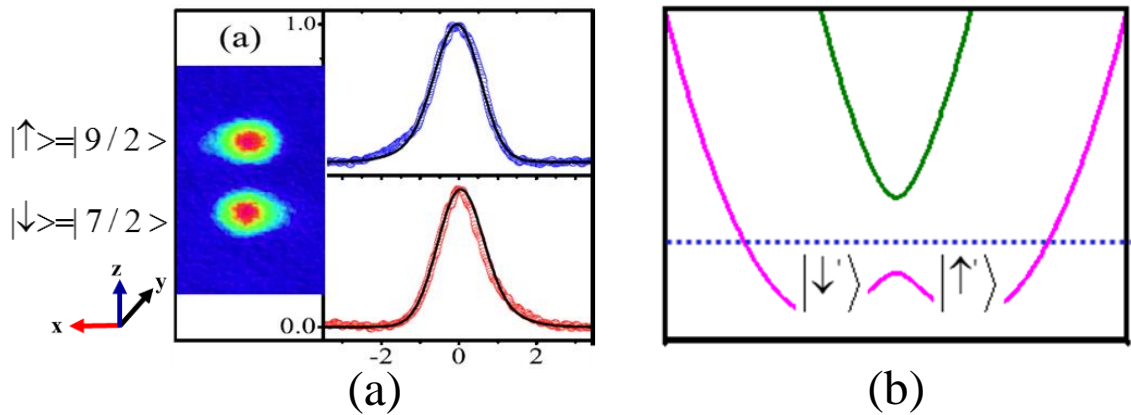


图 6.9 (a)在 xy 平面，原子的动量分布图。对射的 *Raman* 沿着 x 轴，在 y 轴成像前加一个 S-G 磁场，以便于区分不同的量子态。(b)存在自旋轨道耦合的能量色散曲线。

在实验上，我们选取 ^{40}K 原子的 $|F=9/2, m_F=9/2\rangle$ 和 $|F=9/2, m_F=7/2\rangle$ 作为自旋轨道耦合的两个原子基态，在塞曼分裂在 30G 时，两个原子态的塞曼分裂为 10.4MHz 左右，实验上通过 AOM 调节频差来实现两个量子态的拉曼耦合。

在实验中，我们需要构造低噪声的磁场，因为磁场噪声会破坏原子的相干性，并且会导致拉曼分裂不稳定。为了降低噪声，我们采用了 LEM 公司的高精度霍尔元件探测电流，通过反馈电路精确控制电流的大小。为了避免市电干扰，反馈电路使用蓄电池供电，稳定度可以达到 3mG 左右，具体办法与第三章 3.2.4 节相似。

我们具体的实验过程是这样的，首先制备 50% / 50% 的原子样品，然后打开磁场到 30G ，随后再将 *Raman* 光缓慢打开，通过微调塞曼磁场达到满意的塞曼分裂能级，从而实现 *Raman* 耦合两个量子态，等一段时间后，进行吸收成像。在实验中，我们让原子自由飞行 12ms 后，进行吸收成像，这样便可以得到原子的动量分布信息。从原子成像图 6.9(a)中可以看出，在 x 轴方向，两个量子态均有一个小尾巴，并且两个态的原子的尾巴方向不同，这说明两个量子阱中原子的分布不同。参考图 6.9(b)，在左边的阱中，主要是 $|9/2, 7/2\rangle$ 态的原子，只有少量的原子分布在右侧的阱中；

在右的阱中，主要是 $|9/2, 9/2\rangle$ 态的原子。由此我们可以推断自旋轨道耦合打破了之前原子的对称性分布($n_{\uparrow}(k) \neq n_{\uparrow}(-k)$)，这是实验上自旋轨道耦合的直观证据，同时也验证了表达式 6.18 中的这一项 $\hat{\sigma} \cdot h$ 的推断。

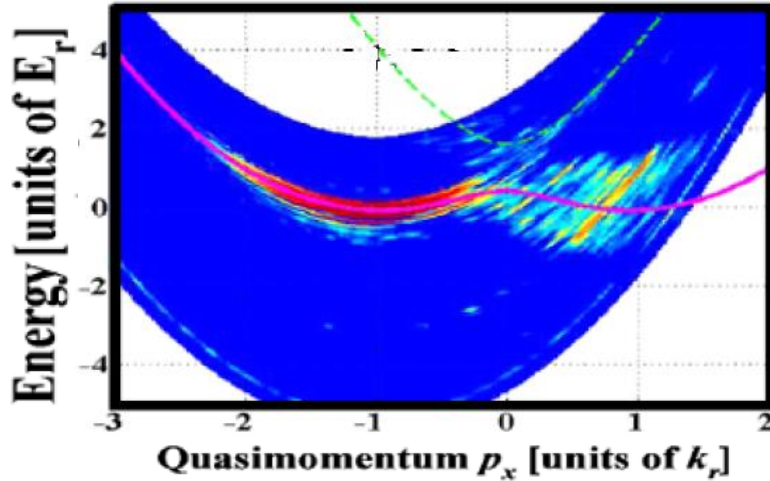


图 6.10 量子态 $|9/2, 7/2\rangle$ 的色散曲线。通过射频探测的办法(见图 6.2)，倒推出的单粒子色散图。

之后，我们通过使用动量可分辨的射频光谱再次证明了 ^{40}K 费米子自旋轨道耦合的存在，基本思想如图 6.3，首先采用射频信号将处在自旋耦合态的 $|9/2, 7/2\rangle$ 原子转移到 $|9/2, 5/2\rangle$ 原子态上，因为 $|9/2, 5/2\rangle$ 态上的原子可以看做自由原子，色散曲线为标准的倒抛物线形式，因此反推可得 $|9/2, 7/2\rangle$ 态的色散曲线^[7]，图 6.10 是我们的实验数据，跟理论非常吻合。

6.4 二维自旋轨道耦合

自旋轨道耦合(SOC)诱导了很多的物理现象，例如原子谱的超精细结构和量子拓扑性质等。我们之前说的都是一维的 SOC，为了了解高维度的拓扑性质等，那么就需要建立二维的 SOC。

6.4.1 二维自旋轨道耦合的建立

在实验中，我们使用三束远失谐的 *Raman* 激光耦合 ^{40}K 原子的三个超精细态^[8]。*Raman1*和*Raman2*对射，*Raman3*与之正交，三束光均在 *xy* 平面内。 $^{40}\text{K}, 4^2S_{1/2}$ 的三个超精细态分别为 $|1\rangle = |F = 9/2, m_F = 9/2\rangle$ ， $|2\rangle = |F = 9/2, m_F = 1/2\rangle$ ， $|3\rangle = |F = 7/2, m_F = 1/2\rangle$ ，见图 6.11。在我们的激光系统中，包括 $4^2P_{1/2}(D_1 \text{ line})$ 和 $4^2P_{3/2}(D_2 \text{ line})$ ，它们之间的分裂大约为 $\sim 3.4\text{nm}$ ，而两个结构另外又有超精细结

构，那么我们的哈密顿量应该写为下式：

$$H = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{(p - k_i)^2}{2m} + \varepsilon_i \right) |i\rangle\langle i| + \sum_{j=1}^n E_j |j\rangle\langle j| + \sum_{i=1}^3 \left(\Omega_i e^{i(k'_i \cdot r + \omega_i t + \theta_i)} \left(\sum_{j=1}^n M_{ij} |j\rangle\langle i| \right) + hc. \right) \quad (6.22)$$

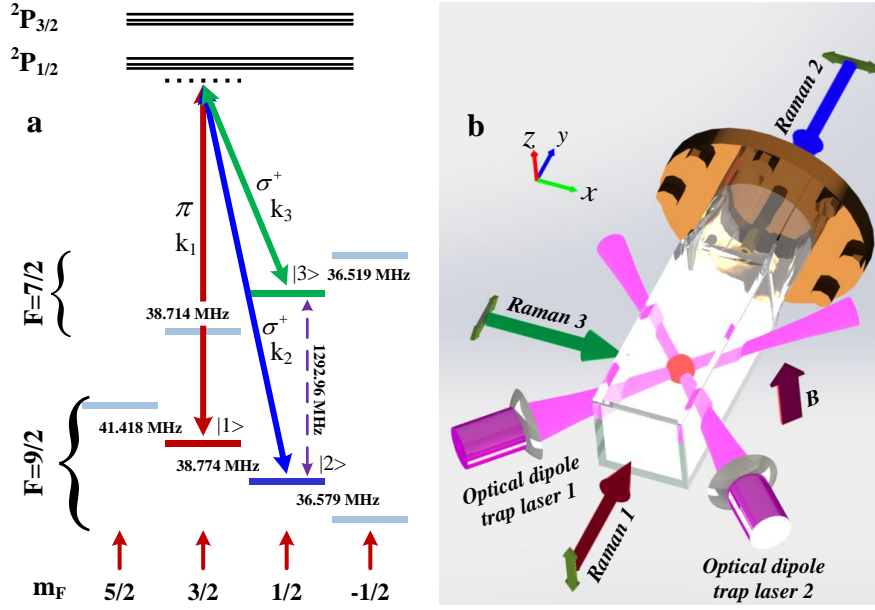


图 6.11 (a)三束 Raman 光失谐和偏振示意图。(b)Raman 光和光路示意图。

式中 p 为原子的动量， k'_i ($|k'_i| = 2\pi/\lambda_i$)、 ω_i 分别为波矢和三束激光的频率， Ω_i 为拉比频率， i, j 是三个超精细态的指数， ε_i 、 E_j 分别为基态和激发态的能量， n 是激发态的总体数目， M_{ij} 为跃迁的矩阵元。其中有一个规范变换 $|i\rangle \rightarrow e^{-i(k'_i \cdot r + \theta_i)} |i\rangle$ ，可以用来消除相位 θ_i ，因此所有的结果都不考虑相位差。因为我们使用了远失谐的激光，激发态可以被绝热抵消，因此通过旋波近似后，6.22 式变为了不含时的哈密顿量，变为了： $H_a = p_z^2/2m + H_{xy}$ 。式中

$$H_{xy} = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{(p - k_i)^2}{2m} + \delta_i \right) |i\rangle\langle i| - \sum_{i' \neq i} \frac{\Omega_{ii'}}{2} |i\rangle\langle i'| \quad (6.23)$$

为了简化方程，式中 $\delta_1 = 0$ 作为能量参考， δ_2 (δ_3) 分别对应 $Raman\ 1 \leftrightarrow 2$ ($1 \leftrightarrow 3$) 之间的频率失谐， $k_i = \hbar k'_i$ 。三个 $\Omega_{ii'} = \Omega_{i'i}$ 均为实数，它是超精细态 $|i\rangle \leftrightarrow |i'\rangle$ 之间的拉曼耦合强度，它可以直接测量出来^[15]。单光子的反冲动量 $k_r = 2\pi\hbar/\lambda$ 、反冲能量 $E_r = k_r^2/2m$ 作为动量和能量的单位。因为在 z 方向没有激光，所以我们便可以忽略 z

方向，仅仅考虑二维的哈密顿量 H_{xy} 。将其可以写为矩阵形式，如下：

$$H_{xy} = \begin{pmatrix} \frac{(\vec{p} - \hat{k}_1)^2}{2m} + \delta_1 & -\frac{\Omega_{12}}{2} & -\frac{\Omega_{13}}{2} \\ -\frac{\Omega_{12}}{2} & \frac{(\vec{p} - \hat{k}_2)^2}{2m} + \delta_2 & -\frac{\Omega_{23}}{2} \\ -\frac{\Omega_{13}}{2} & -\frac{\Omega_{23}}{2} & \frac{(\vec{p} - \hat{k}_3)^2}{2m} + \delta_3 \end{pmatrix} \quad (6.24)$$

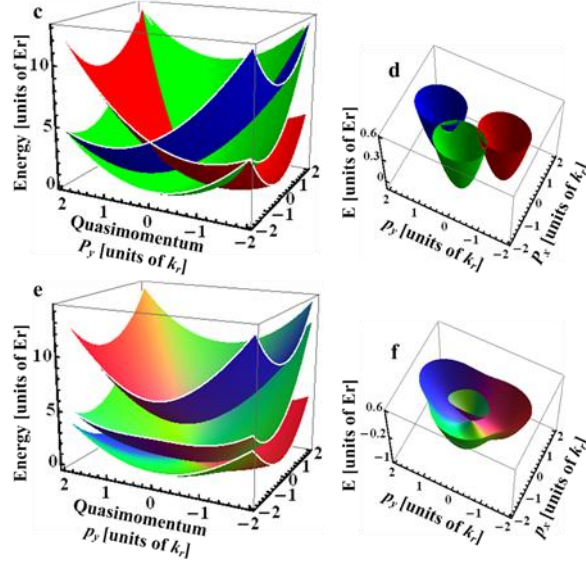


图 6.12 能量-动量色散图。(c)和(d)没有 SOC 时。(e)和(f)存在 SOC 时。

因为三束拉曼光与量子态是近共振的，所以 $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 \approx 0$ ，由此计算画出本征值函数，如图 6.12。当没有 SOC 时，我们三个能量-动量色散图是独立的，见图 6.12(c)和(d)，当存在 SOC 时，本征态之间耦合到一起，并且两个缀饰态的能量色散图相交于一个狄拉克点(Dirac point)，见图 6.12(e)和(f)。

在实验中，我们首先在光阱中制备简并的费米气体，然后加大磁场到 19.6G 处，随后用射频将 $|9/2, 9/2\rangle$ 态的原子连续转移到 $|9/2, 5/2\rangle$ 态，然后再将磁场线性增加到 121.4G，此时打开三束 Raman 光，它们在 60ms 后增加到一个稳定值，由此来产生 SOC，然后打开一个时长为 450 μ s 的高斯型射频脉冲信号，它的频率与量子态 $|9/2, 5/2\rangle \leftrightarrow |9/2, 3/2\rangle$ 近共振。最后关闭磁场、光阱、射频、拉曼光，让原子在梯度磁场中自由飞行 12ms 后成像，图 6.13 为时序图。之后每改变一次射频值成一次像，然后观察在 $|9/2, 3/2\rangle$ 态上的原子分布谱线(因为 $|9/2, 5/2\rangle$ 没有参与拉曼耦合，也就是说：它的位置始终没有发生变化，可以作为一个不动的参考位置)，最终得到

SOC 的射频频谱线。然后根据能量守恒,便可以倒推出 $|9/2,3/2\rangle$ 的能量-动量色散图。

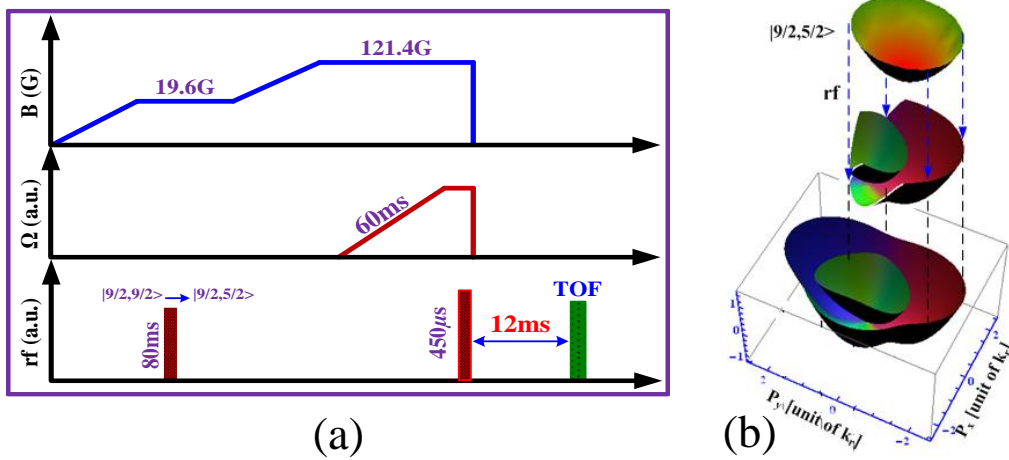


图 6.13 (a)自旋轨道耦合时序图。(b)首先将原子制备在 $|9/2,5/2\rangle$,然后使用射频将一部分原子转移到 $|9/2,3/2\rangle$,然后打开三束拉曼光产生 SOC。

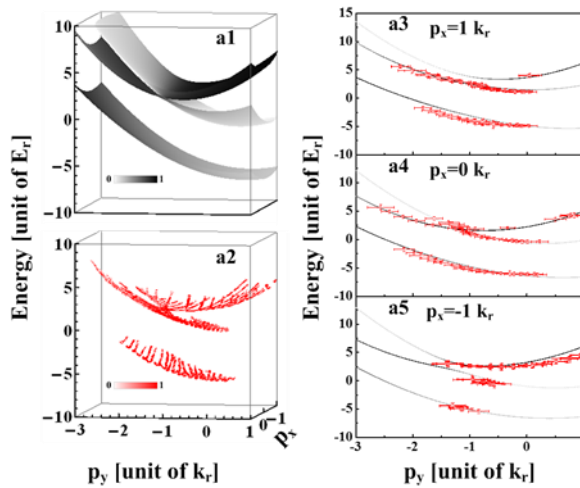


图 6.14 二维 SOC 的能量-动量色散图。(a)为理论图。(a2~5)为实验参数。

图 6.14(a1)为理论色散图,图 6.14(a2~5)为我们的实验数据,我们可以看到能量色散图的理论与实验非常的吻合,图 6.14(a3~5)是在 x 动量方向的切片比较,我们看出,两个上能态始终相交于一个狄拉克点。我们的具体实验参数为:拉曼激光波长大约为 $\lambda_{Raman} = 772.4nm$, $\Omega_{12} = 3.58E_r$, $\Omega_{13} = -3.94E_r$, $\Omega_{23} = -4.66E_r$, $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = -5.14E_r$, $\delta_3 = -3.23E_r$ 。

随后,我们改变分别拉曼光的单光子失谐,可以看到在 xy 平面(动量空间),狄拉克点的位置会随着失谐量的改变而发生移动,见图 6.15。但是上面的办法始终无法打开能隙。我们将在下一节具体探讨如何打开能隙。

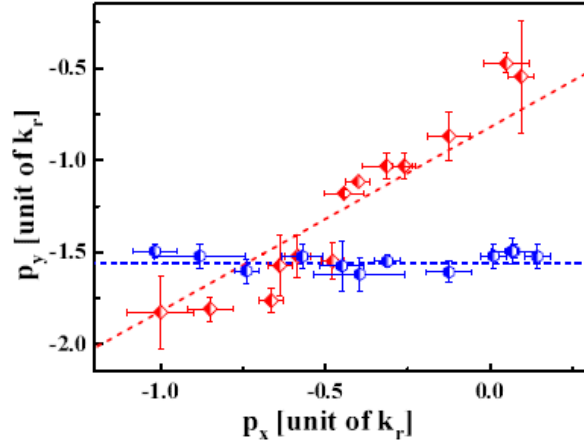


图 6.15 狄拉克点位置与拉曼光的失谐关系图。红色点为固定 δ_3 ，改变 δ_2 时的狄拉克点的位置变化曲线；蓝色点为固定 δ_2 ，改变 δ_3 时狄拉克点的位置变化曲线。红色和蓝色的虚线分别为理论计算的狄拉克位置与频率失谐关系曲线图。

通过上面的分析，我们可以看到，通过调节具体的参数可以很好地操控狄拉克点，这为模拟和研究固体材料提供了一个很好地实验平台。

6.4.2 二维自旋轨道耦合模拟打开能隙

自旋轨道耦合是由粒子的自旋和运动互相耦合而得名，它在拓扑量子材料中发挥着非常重要的角色，从无相互作用的电子的拓扑绝缘态到拓扑超导用 Majorana 准粒子^[10-12]。在这些材料中，垂直的 Zeeman 场(即正交与 SOC 平面)是非常重要的，因为它可以打破时间反演对称性(time-reversal symmetry)和打开拓扑能隙。例如，拓扑能隙打开将会导致固有反常霍尔效应在自旋轨道耦合半导体材料中^[13,14]。

在 6.3.1 节中，系统有效的哈密顿量为：

$$H_{eff} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + H_{SOC} + V_I \quad (6.25)$$

式中二维 SOC 的 $H_{SOC} = -\alpha p_y \sigma_x + (\beta_x p_x - \beta_y p_y) \sigma_y$ ，平面内的塞曼场 $V_I = V_x \sigma_x + V_y \sigma_y$ (xy 平面)，其中 α ， β_x ， β_y ， V_x 和 V_y 是定义参数，对应实验参数 k_j ， δ_j 和 Ω_{jj} ^[16]。平面内的塞曼场 V_I 可以使得狄拉克锥在动量空间从 $\mathbf{p} = 0$ 移动到其他的位置，但是无法打开狄拉克点处的带隙，因此我们需要设计一种垂直方向的塞曼场 $V_z \sigma_z$ ，由此来打开带隙，进一步了解拓扑量子材料。

现在我们说一下如何人为调节三束 Raman 光的偏振让 Raman 光的耦合强度 Ω_{12} 中添加一个虚部项，从而实现有效的垂直 Zeeman 场。图 6.16 为实验光路图，R3 沿着 x 轴传播，用来耦合基态 $|3\rangle$ ，它的偏振是固定的，始终沿着 y 轴 $\vec{E}_3 = A_3 \hat{e}_\perp$ ，对应 σ

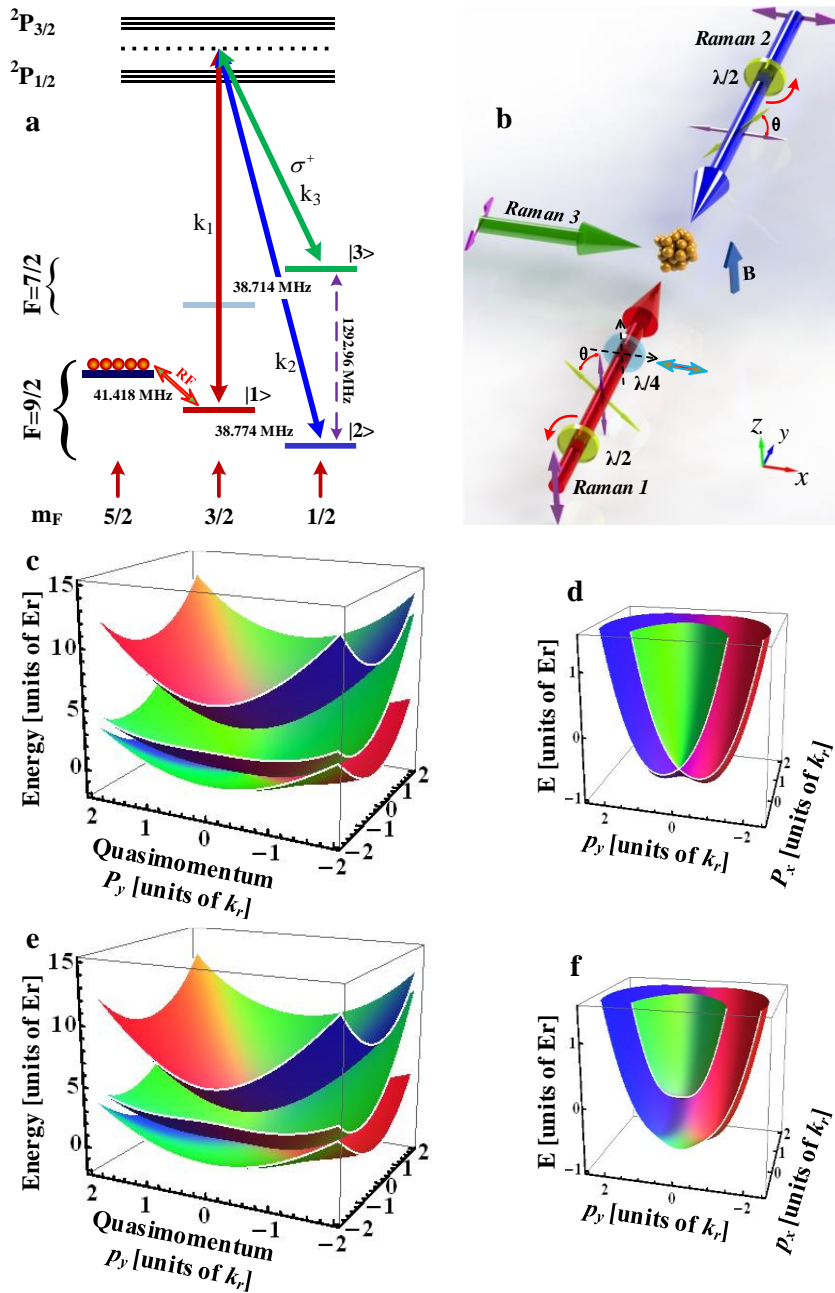


图 6.16 二维 SOC ,原子和激光相互作用简化框图。(a)在均匀塞曼场下, ^{40}K 原子的能级分裂图。(b)R1 和 R2 沿着 y 轴对射, R3 沿着 x 轴方向, 它们最初均为线偏光: R1 在 z 方向, R2 在 x 方向, R3 在 y 方向, 在 R1 和 R2 后面分别放两个 $\lambda/2$ 波片, 在 R1 的一路还放置一个 $\lambda/4$ 波片, 并且波片的光轴与 x 轴方向平行。(c)和(d)为没有 $\lambda/4$ 波片时的二维 SOC, 其中带隙没有打开。(e)和(f)为存在 $\lambda/4$ 波片时的二维 SOC, 狄拉克点处的带隙被打开。

偏振(磁场提供的量化轴沿着 z 轴)。 $R2$ 沿着 y 轴, 耦合基态 $|2\rangle$, 它最初的偏振为线偏, 沿着 x 轴方向(σ 偏振), 通过 $\lambda/2$ 波片可以将偏振转到 xz 平面, 因此 $\vec{E}_2 = A_2(\cos\theta\hat{e}_\parallel + \sin\theta\hat{e}_\perp)$, 这里的 \hat{e}_\parallel 和 \hat{e}_\perp 分别对应 σ 和 π 偏振。 $R1$ 沿着 y 轴, 耦合基态 $|1\rangle$, $R1$ 的偏振最初是沿着 z 轴(π 偏振), 然后也使用一个半波片旋转 θ° , 因此 $\vec{E}_1 = A_1(\cos\theta\hat{e}_\parallel + \sin\theta\hat{e}_\perp)$ 。在实验中, 我们同时转动两个波片, 并且角度也相同, 因此 $R1$ 偏振始终与 $R2$ 偏振保持着正交^[9]。

$R1$ 的偏振可以通过 $\lambda/4$ 波片进一步调节, 使其椭圆极化, $\lambda/4$ 波片的光轴是沿着 z 方向的。通过是否添加 $\lambda/4$ 波片(由此来改变 $R1$ 的偏振), 我们可以分为两种情况: ①线偏(没有使用 $\lambda/4$ 波片); ②椭圆极化(使用 $\lambda/4$ 波片)。

情况一:

因为超精细态 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 之间的量子数 $\Delta m = 0$, 仅仅使用 $\sigma - \sigma$ 偏振才能使得 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 之间存在拉曼跃迁, 拉曼耦合强度 $\Omega_{23}^I = \cos\theta A_2 A_3 r_{23} = \cos\theta \Omega_{23}$, 今后, 我们将 $\Omega_{jj'}$ 定义为在 $\lambda/2$ 和 $\lambda/4$ 波片之前的拉曼耦合强度。跟之前类似, $|1\rangle$ 和 $|3\rangle$ 的量子数差为 $\Delta m = 1$, 那么只能用 $\pi - \sigma$ 才能实现拉曼跃迁, 拉曼耦合强度 $\Omega_{13}^I = \cos\theta A_1 A_3 r_{13} = \cos\theta \Omega_{13}$ 。当 $\Omega_{12}^I = A_1 A_2 r_{12}(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = \Omega_{12}$ ($|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 之间的 $\Delta m = 1$), 由此可见 $R1$ 和 $R2$ 最初的线偏正交一直保证不改变。然后我们旋转 $\lambda/2$ 波片后的哈密顿量与 6.24 式一样, 它跟没有 $\lambda/2$ 波片($\theta = 0^\circ$)时一样, 仅仅是移动了狄拉克点的位置, 并没有打开带隙, 见图 6.16(c)和(d)。

情况二:

在 $\lambda/2$ 波片后插入 $\lambda/4$ 波片, 那么 $R1$ 的线偏将会变为椭圆偏振 $\vec{E}_1 = A_1(\cos\theta\hat{e}_\parallel + i\sin\theta\hat{e}_\perp)$ 。拉曼耦合强度 $\Omega_{13}^{II} = \cos\Omega_{13}$ 和 $\Omega_{23}^{II} = \cos\Omega_{23}$, 这跟情况 1 中的是非常相似的, 因为有相同的极化常数。但是 $\Omega_{12}^{II} = A_1 A_2 r_{12}(\cos^2\theta + i\sin^2\theta) = \Omega_{12}(\cos^2\theta + i\sin^2\theta)$, 那么在哈密顿量中虚部可以写为 $H_Z = -i\Omega_{12}/2 |1\rangle\langle 2| + H.c$, 详细的推导过程见^[9], 波函数在不同的相位阶段是无法测量出来的。这一项就可以打开狄拉克点处的带隙, 见图 6.16(e)和(f), 这就等效于在垂直方向创造了一个塞曼场^[16]。由此狄拉克点的能隙可以通过旋转角度精细调节。这种 H_Z 的理论在^[6]中也被提及: 总共需要五束激光, 两束激光的频率差不同于三束拉曼光, 三束拉曼光的相对相位需要被控制, 这也是为了引入虚部。在实验中, 我们仅仅通过改变三个初始激光的偏振, 然后椭圆偏振将会诱导产生虚部 H_Z 。对比之前的理论方案, 我们的方案非常的简单和实用。

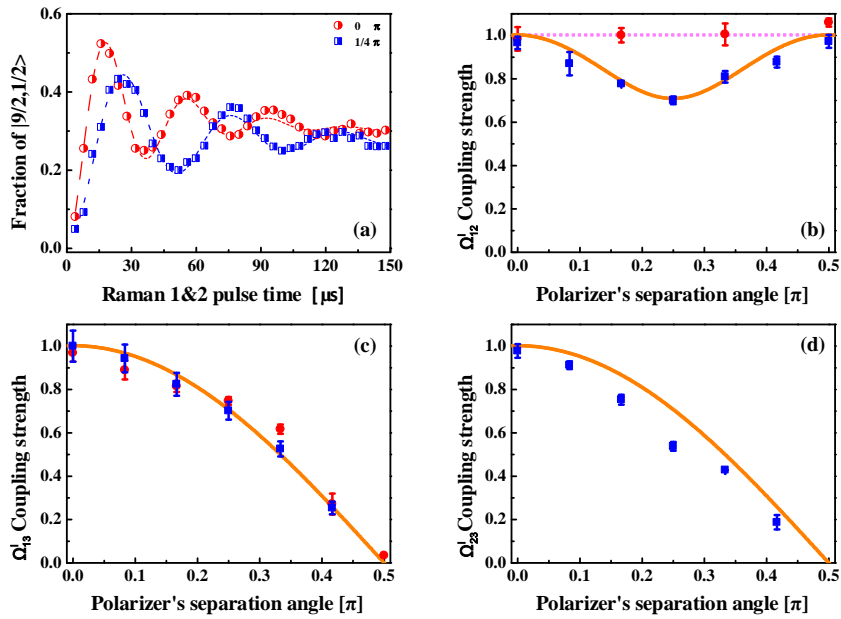


图 6.17 通过两个超精细态之间的拉比振荡推算拉曼耦合强度。(a)拉比频率。(b~c)为转动半波片的角度，测得对应量子态之间的拉曼耦合强度，红色均为情况 1，蓝色为情况 2。

通过两个态之间的拉比振荡，我们分别测得对应的拉曼强度^[15]。在测量 Ω_{12}^i ($i = I \text{ or } II$)时，所有原子最初都制备在 $|1\rangle$ 态。 $R1$ 和 $R2$ 之间的双光子拉曼失谐设置为 $\delta_2 = -(k_1 - k_2)^2/2m$ ，并且为共振，因此使得 $|1\rangle$ 态的动量分量项 $p_y = 0$ ，而 $|2\rangle$ 态的动量项 $p_y = 2k_r$ 。然后我们使用拉曼脉冲(期间没有 $R3$)来照射原子，然后改变脉冲时间，统计自旋态的布居数。通过拟合拉比振荡的数据，我们便可以得到拉曼耦合强度，见图 6.16(a)。情况 1 和 2，我们分别获得了拉曼耦合强度(转动角度)，见图 6.16(b)，蓝色的点为情况 2，我们测量了 Ω_{12}^I 的绝对值(幅度) $\sqrt{\cos^4\theta + \sin^4\theta}$ (见图 2(b))，这是因为 Ω_{12}^I 是一个复数，红色的点为情况 1，我们看出转动半波片对其拉曼耦合强度是没有影响的。使用同样的办法，我们测量了 Ω_{13}^i 和 Ω_{23}^i ， Ω_{13}^i 和 Ω_{23}^i 都表现为余弦函数，见图 6.17(c)、(d)，这与我们的理论预测非常吻合。

原子的制备过程和射频探测的办法与图 6.13 相同。图 6.18(a...)和(b...)分别显示的是情况 1(没有 $\lambda/4$)和情况 2(有 $\lambda/4$)，而二者的其它实验参数是完全相同的。拉曼光的波长被调节到 D_1 和 D_2 之间的 768.85nm，两个低能量的分支的狄拉克点是相交的，对应情况 1，见图 6.18(a2~5)。用 $\lambda/4$ 波片以后对应情况 2，狄拉克点处的能隙被打开，这是因为产生有效的垂直的 Zeeman 场，见图 6.18(b2~5)。我们也数值计

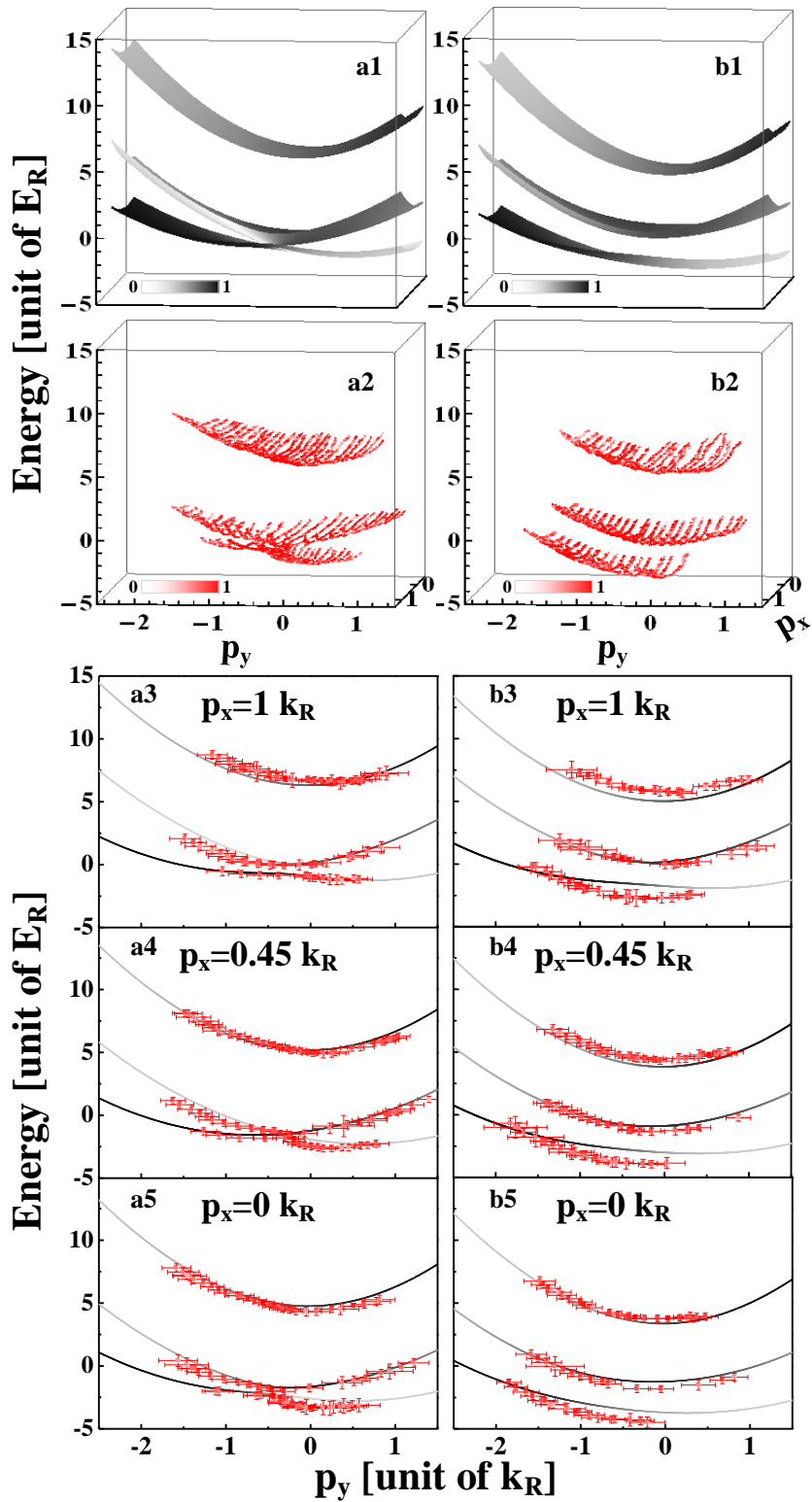


图 6.18 能量-动量关系谱。a1(b2)为情况 1(2)的理论计算图形。a2(b2)在情况 1(2)下，整个动量空间测得的实验数据。a3~5(b3~5)为关于动量为零对称得到的三组切片实验数据。

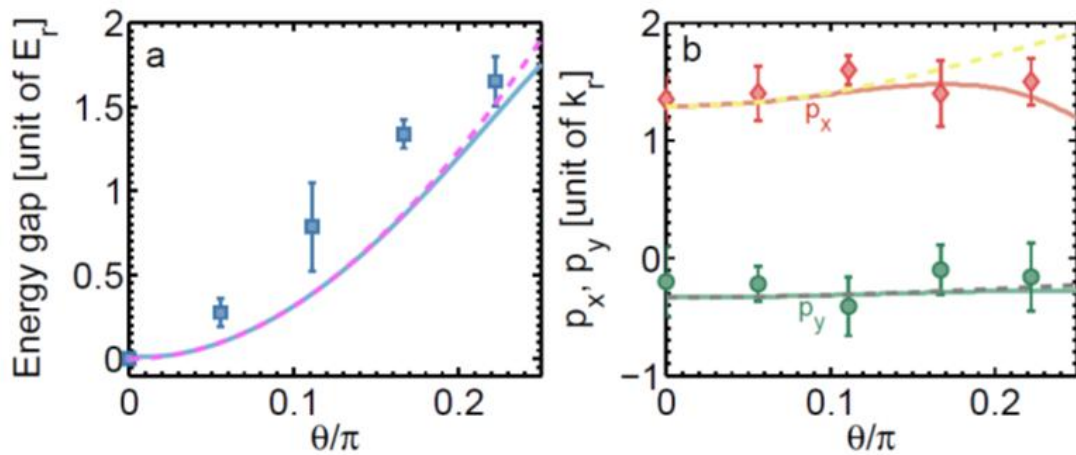


图 6.19 通过调节垂直塞曼场(情况 2, 调节 $\lambda/2$ 的角度), (a)狄拉克点处的能隙变化关系图, (b)狄拉克点在动量空间的位置变化图。

算了哈密顿量的能量谱和实际的哈密顿量对应的实验参数值, 它们都非常的吻合。

图 6.19 显示的是: 在动量空间, 随着偏振角度的变化, 狄拉克点处的能隙和相对应的狄拉克点的位置变化。通过图 6.19(a)我们可以看出: 随着角度的变化, 能隙在不断的增加。而狄拉克点的位置仅仅变化一点点, 如图 6.19(b), 这表明拓扑能隙的调节可以通过拉曼光的偏振来改变。在测量单粒子的能隙时, 实际与理论不是非常吻合, 这可能是由于以下几种不足之处所致: 有限的射频频谱的能量分辨率、在高斯拟合过程中无法明确测量原子的最大密度的位置、磁场的不稳定性等等。

6.5 小结

在本章中, 我们介绍了如何建立一维自旋轨道耦合、二维自旋轨道耦合, 并且在二维 SOC 中, 通过调节拉曼光的失谐便可以实现狄拉克的位置变化。通过将三束拉曼光的一束转换为椭圆偏振光, 由此引入具有虚部的拉比频率, 这便是我们寻找的垂直的塞曼磁场, 通过调节椭圆极化的量, 便可以实现打开狄拉克点处的能隙, 并且通过旋转波片便可以精确的调节能隙的大小, 这为我们的二维 SOC 系统拓展到更广泛的空间, 由此我们便可以模拟拓扑态, 这为实验研究打开了一个新的途径。在实验过程中, 我们还用到了自旋射频光谱, 通过能量守恒和已知的射频频率, 我们便可以破坏相互作用的量子态, 而得到对应的能量-动量色散谱。

参考文献

- [1]J. S. Krauser, U. Ebling, N. Fläschner, J. Heinze, K. Sengstock, M. Lewenstein, A. Eckardt, C. Becker, Giant Spin Oscillations in an Ultracold Fermi Sea, *Science*, **343**, 157(2014).
- [2]A. Damascelli, Probing the electronic structure of complex systems, *ARPES. Phys. Scr*, **T109**, 61(2004).
- [3]J. T. Stewart, J. P. Gaebler, D. S. Jin, Using photoemission spectroscopy to probe a strongly interacting Fermi gas, *Nature*, **454**, 744(2008).
- [4]Y. J. Lin, R. L. Compton, K. Jimenez-Garcia¹, J. V. Porto, I. B. Spielman, Synthetic magnetic fields for ultracold neutral atoms, *Nature*, **462**, 628(2009).
- [5]Y.J. Lin, K. Jimenez-Garcia¹, I. B. Spielman, Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates, *Nature*, **471**, 83(2011).
- [6]P. J. Wang, Z. Q. Yu, Z. K. Fu, J. Miao, L. H. Huang, S. J. Chai, H. Zhai, J. Zhang, Spin-Orbit Coupled Degenerate Fermi Gases, *Phys. Rev. Lett.*, **109**, 095301(2012).
- [7] O. Morsch, M. Oberthaler, Dynamics of Bose-Einstein Condensates in Optical Lattices, *Rev. Mod. Phys.*, **78**, 179(2006).
- [8]L. H. Huang, Z. M. Meng, P. J. Wang, P. Peng, S. L. Zhang, L. C. Chen, D. H. Li, Q. Zhou, J. Zhang, Experimental realization of a two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases, *Accepted by Nature phys*(2015)(arXiv:1506.02861 Times cited:24)
- [9]Z. M. Meng, L. H. Huang, P. Peng, D. H. Li, L. C. Chen, X. Yong, C. W. Zhang, P. J. Wang, J. Zhang, Experimental observation of topological band gap opening in ultracold Fermi gases with two-dimensional spin-orbit coupling, arXiv:1511.08492(2015).
- [10]Hasan, M. Z. Kane, C. L. Topological insulators, *Rev. Mod. Phys.*, **82**, 3045(2010).
- [11]Qi, X. L. Zhang, S. C. Topological insulators and superconductors, *Rev. Mod. Phys.*, **83**, 1057(2011).
- [12]J. E. Moore, The birth of topological insulators, *Nature*, **464**, 194(2010).
- [13]N. Nagaosa, J. Sinova, S. Onoda, A. H. MacDonald, N. P. Ong, Anomalous Hall effect, *Rev. Mod. Phys.*, **82**, 1539(2010).

- [14]D.Xiao, M. C. Chang, Q. Niu, Berry phases effects on electronic properties, *Rev. Mod. Phys.*, **82**, 1959(2010).
- [15]黄良辉, 王鹏军, 付正坤, 张靖, 自旋轨道耦合玻色爱因斯坦凝聚体中的拉曼耦合强度, *光学学报*, **34**, 0727002(2014).
- [16]S. L. Zhu, L. B. Shao, Z. D. Wang, L. M. Duan, Probing non-Abelian statistics of Majorana Fermions in ultracold atomic superfluid, *Phys. Rev. Lett.*, **106**, 100404(2011).
- [17]R. M. Lutchyn, J. D. Sau, S. D. Sarma, Majorana Fermions and a topological phase transition in semiconductor-superconductor heterostructures, *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 077001(2010).

总结与展望

本文首先在俘获原子、磁转移冷原子和实现玻色-爱因斯坦凝聚的实验部分，首先回顾了一些常用的冷却技术和概念，其中包括激光冷却、磁光阱等。然后描述了超冷原子的超高真空腔室系统、实现超高真空度的方法、搭建简单可靠稳定的激光光路、设计四级阱线圈和磁转移线圈、编写磁转移程序和设计控制电路从而使得四级阱和磁转移线圈有序的相互配合，然后高效率的将原子从一级磁光阱中转移到二级磁阱中，过程中编写了 CCD 程序，从而配合飞行展开吸收成像。在实验的关键部分，做了详细的介绍，例如磁转移线圈的配合部分。

在第四章介绍了锁相环的基本原理，分析了不同种类的鉴相器的优缺点和实用性。为了获得低噪声、相位相干、差频大的两束拉曼激光，介绍了如何将电子锁相环推广到光学锁相环，并且设计了光学锁相环，分析了在调节电路过程中的一些关键部件。使用光学锁相环调制外腔反馈式半导体激光器的压电陶瓷和电流，进而使得非相关联的两束激光的相噪大幅度降低，线宽从 MHz 降低到 Hz 量级，由此将两束激光变为了相干光，然后将锁定的两束拉曼激光照射到超冷原子上，测了原子态的拉比振荡。

本文最后一章介绍了如何使用两束拉曼激光作用在超冷原子中模拟电子自旋轨道耦合的模型，并且成功模拟了自旋轨道耦合，然后将一维的自旋轨道耦合推广到二维空间，使用三束线偏振拉曼光实现了二维自旋轨道耦合，并且构建了类似于石墨烯中的狄拉克点，通过调节拉曼光的失谐大小，实现了狄拉克在动量空间的位置变化。为了拓展二维自旋轨道耦合的应用(模拟拓扑霍尔效应等)，在其中一束拉曼光的光路中加入 $\lambda/4$ 波片，由此使得线偏光椭圆极化，由此在二维自旋轨道耦合的哈密顿量中构建了垂直于拉曼激光平面的塞曼磁场哈密顿量，通过调节 $\lambda/4$ 波片的角度(椭圆极化率)，就可以调节塞曼磁场的大小，由此就将狄拉克点处的带隙打开，并且通过改变波片的角度可以精确调节带隙的大小。自旋轨道耦合的原子态之间存在相互作用力，我们通过自旋射频光谱的技术，使用射频将原子泵浦到无相互作用的量子态上，通过能量守恒倒推出相互作用的量子态的能量色散关系图。

磁转移平台还没有完全搭建好，我们接下来要使用远失谐的 532nm 激光封堵磁场零点，之后进行蒸发冷却，最后装载到远失谐的交叉偶极阱中，进而实现 ^{87}Rb 原子的玻色-爱因斯坦凝聚。然后使用 EMCCD 进行原位成像，测量新颖的物理现象。

博士研究生期间完成的学术论文

1. 孟增明, 黄良辉, 彭鹏, 陈良超, 樊浩, 王鹏军, 张靖, 光学相位锁定激光在原子玻色-爱因斯坦凝聚中实现拉曼耦合, *物理学报*, **64**, 24(2015).
2. **Zengming Meng**, Lianghai Huang, Peng Peng, Donghao Li, Liangchao Chen, Yong Xu, Chuanwei Zhang, Pengjun Wang, Jing Zhang, Experimental observation of topological band gap opening in ultracold Fermi gases with two-dimensional spin-orbit coupling,. Accepted by *Phys. Rev. Lett.*, (arXiv:1511.08492).
3. 孟增明, 张靖, 相位锁定的激光器系统用于电磁诱导透明光谱实验, *光学学报*, **33**, 0714001(2013).
4. Lianghai Huang, **Zengming Meng**, Pengjun Wang, Peng Peng, Shao-Liang Zhang, Liangchao Chen, Donghao Li, Qi Zhou, and Jing Zhang, Experimental realization of a two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases, *Nature Phys.*, **12**, 540(2016).
5. Zhengkun Fu, Lianghai Huang, **Zengming Meng**, Pengjun Wang, Xia-ji Liu, Han Pu, Hui Hu, and Jing Zhang, Radio-frequency spectroscopy of a strongly interacting spin-orbit-coupled Fermi gas, *Phys. Rev. A*, **87**, 053619 (2013).
6. Zhengkun Fu, Lianghai Huang, **Zengming Meng**, Pengjun Wang, Long Zhang, Shizhong Zhang, Hui Zhai, Peng Zhang and Jing Zhang, Production of Feshbach molecules induced by spin-orbit coupling in Fermi gases, *Nature Phys.*, **10**, 110 (2014).
7. Lianghai Huang, Pengjun Wang, Peng Peng, **Zengming Meng**, Liangchao Chen, Peng Zhang, and Jing Zhang, Dissociation of Feshbach molecules via spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases, *Phys. Rev. A*, **91**, 041604(R)(2015).
8. Lianghai Huang, Pengjun Wang, B P Ruzic, Zhengkun Fu, **Zengming Meng**, Peng Peng, J L Bohn, and Jing Zhang, Radio-frequency spectrum of the Feshbach molecular state to deeply bound molecular states in ultracold 40K Fermi gases, *New J. Phys.*, **17**, 033013 (2015).
9. Zhengkun Fu, Pengjun Wang, Lianghai Huang, **Zengming Meng**, Hui Hu, and Jing Zhang, Optical control of a magnetic Feshbach resonance in an ultracold Fermi gas, *Phys. Rev. A*, **88**, 041601(R)(2013).

10. Zhengkun Fu, Pengjun Wang, Lianghai Huang, **Zengming Meng**, and Jing Zhang, Momentum-resolved Raman spectroscopy of bound molecules in ultracold Fermi gas, *Phys. Rev. A*, **83**, 033607 (2012).
11. 王芳, 于旭东, **孟增明**, 张靖, 电磁诱导透明介质中探测场量子噪声特性的实验研究, *光学学报*, **34**, 5(2014).
12. Xudong Yu, **Zengming Meng**, Jing Zhang, Measurement of intensity difference squeezing via non-degenerate four-wave mixing process in an atomic vapor, *Chin Phys B*, **22**, 094204(2013).
13. LiangChao Chen, XuDong Yu, **ZengMing Meng**, Jing Zhang, Mode splitting of a cavity with a high-density birefringence rubidium vapor in the superstrong coupling regime, *Sci China-Phys Mech Astron*, **57**, 1283(2014).
14. Wei Li, XuDong Yu, **ZengMing Meng**, YuanBin Jin, Jing Zhang, Experimental study of balanced optical homodyne and heterodyne detection by controlling sideband modulation, *Sci China-Phys Mech Astron*, **58**, 104201(2015).
15. Lianghai Huang, Pengjun Wang, **Zengming Meng**, Peng Peng, Liangchao Chen, Donghao Li, and Jing Zhang, Magnetic-Field Dependence of Raman Coupling Strength in Ultracold 40K Atomic Fermi Gas, *Chin. Phys. Lett.*, **33**, 033401(2016).
16. 程峰钰, **孟增明**, 张靖, 利用微波锁相频率计数器实现激光相位锁定的实验研究, *量子光学学报*, **35**, 79(2012)

致谢

寒来暑往、春去秋来，二十载漫漫求学路中所有的快乐与辛酸在经历岁月的沉淀和酝酿后，终于有幸被封存在博士学位论文的致谢感言中。回首六年的这段宝贵时光，有多少成功时的欣喜雀跃，有多少失败时的痛苦迷茫，有多少理想和希望，又有多少彷徨和遗憾，不禁百感交集，万般滋味涌上心头，难以言状。这里只能用三言两语感谢这些年来在工作和生活中，悉心陪伴默默支持我的良师益友和家人。你们无微不至的关怀、指导和鼓励将一直伴随于我，我将会把这段美好的岁月永远封存在脑海之中。

首先感谢我的导师张靖教授。您严谨的治学精神，广博的知识功底，忘我的工作精神，高远的科研视野为人叹服，并深深影响了我。在工作中，通过您的细心指导和讲解，使得我的科研道路变得通畅；在生活上，给我营造了一个宽松的 living 环境，使其变得生动有趣。从踏入实验室开始，我的每一步成长与收获都凝结着张老师的汗水，能够成为您的学生实乃我的荣幸。这里祝愿张老师身体健康，阖家幸福。

“学高为师，德高为范”。为此我想衷心感谢彭堃堃院士和谢常德教授。两位老教授不仅学识渊博，而且德高望重。他们以高尚的人格魅力和无私的“攀登奉献”精神，给我树立了崇高的学习榜样。古人云：“高山仰止，景行行止。虽不能至，然心向往之”。我相信，两位老师六年中给我的影响将会使我在今后的人生中受益匪浅。

感谢机加工车间的石柱、冯东浩等师傅和电子车间的李学峰等在工作中的配合，从而保证了我们的实验进度。

感谢玻色-费米混合气体冷却实验室的每一位成员。感谢熊德智、王鹏军、于旭东、邸克、霍强、柴世杰、程峰钰、黄良辉、张岩和师弟师妹：李卫、陈良超、王芳、彭鹏、樊浩、王亚琼、李东豪、靳元彬、任珂娜、文凯、杨广玉、师振莲、李子亮在实验和生活上的帮助。特别感谢一下于旭东、程峰钰；付正坤、黄良辉、彭鹏、李东豪；王鹏军、陈良超、王芳；樊浩，是你们的帮助和配合，使得博士六年的每个阶段都是那么充实快乐。感谢一起走过的研究生同学郝树宏、武跃龙、李文芳、于波等同学的一路陪伴。

最后，感谢我的父母养育了我，二十多年的求学道路，正是您二老和姐姐们的不弃，才有今日的我，对父母的恩德我今生会经全力报答。感谢我的妻子温欢，

一路上不管风风雨雨，正是你的不离不弃，给了我最大的肯定，人生路漫漫，我愿与你同行到老。感谢上天，赐予我们家一个幸运宝贝，有你的陪伴，生活又多了一份乐趣。祝愿我所有的家人、亲人、朋友、同学都健康美满。

孟增明

二〇一六年十一月

个人简况及联系方式

◆个人概况

姓名：孟增明

性别：男

出生年月：1986.02

政治面貌：中共党员

民族：汉

婚姻状况：已婚

籍贯：山西省文水县

联系电话：18734825626

电子邮箱：zmmeng01@163.com

◆教育经历

2010.9 – 2016.7

山西大学光电研究所硕博连读

量子光学与光量子器件国家重点实验室

2006.9 – 2010.7

忻州师范学院

承诺书

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是在导师指导下独立完成的，学位论文的知识产权属于山西大学。如果今后以其他单位名义发表与在读期间学位论文相关的内容，将承担法律责任。除文中已经注明引用的文献资料外，本学位论文不包括任何其他个人或集体已经发表或撰写过的成果。

作者签名：

2016年11月16日

学位论文使用授权声明

本人完全了解山西大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关机关或机构送交论文的复印件和电子文档，允许论文被查阅和借阅，可以采用影印、缩印或扫描等手段保存、汇编学位论文。同意山西大学可以用不同方式在不同媒体上发表、传播论文的全部或部分内容。

保密的学位论文在解密后遵守此协议。

作者签名：

导师签名：

2016年11月16日