



山西大學
Shanxi University

2016 届 博 士 学 位 论 文

强相互作用和二维自旋-轨道耦合的 超冷费米气体

作者姓名	黄良辉
指导教师	张 靖 教授
学科专业	光 学
研究方向	超冷原子物理
培养单位	量子光学与光量子器件国家重点实验室 山西大学光电研究所
学习年限	2010 年 9 月—2016 年 6 月

二〇一六年六月

山西大学
2016 届博士学位论文

强相互作用和二维自旋-轨道耦合的
超冷费米气体

作者姓名	黄良辉
指导教师	张靖教授
学科专业	光学
研究方向	超冷原子物理
培养单位	量子光学与光量子器件国家重点实验室 山西大学光电研究所
学习年限	2010 年 9 月—2016 年 6 月

二〇一六年六月

Thesis for Doctor's degree, Shanxi University, 2016

**Strongly interacting and two-dimensional Spin-Orbit
coupled Ultracold Fermi Gases**

Name	Lianghui Huang
Supervisor	Prof. Jing Zhang
Major	Optics
Field of Research	Ultracold atomic physics
Department	State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices Institute of Opto-Electronics, Shanxi University
Research Duration	September 2010—June 2016

June, 2016

目录

中文摘要	I
Abstract	III
第一章 绪论	1
1.1 超冷玻色子和费米子气体的实现	2
1.2 超冷原子气体的最新进展	3
1.2.1 在绝对基态上实现长寿命的超冷极化分子	4
1.2.2 在蜂窝状光晶格中模拟石墨烯	5
1.2.3 自旋-轨道耦合的前景	6
1.2.4 费米子显微镜的实现	8
1.3 论文结构	9
参考文献	10
第二章 超冷原子气体的制备	17
2.1 概述	17
2.2 超冷原子的生成	17
2.3 超冷原子自旋态的制备	18
2.4 优化磁场稳定性	19
2.5 小结	20
参考文献	21
第三章 自旋-轨道耦合的基本概念	23
3.1 概述	23
3.2 在超冷原子气体中自旋-轨道耦合的哈密顿量	23
3.2.1 Rashba 型自旋-轨道耦合	25
3.2.2 Dresselhaus 型自旋-轨道耦合	26
3.2.3 一维自旋-轨道耦合	26
3.3 拉曼耦合强度的实验研究	27
3.3.1 拉曼跃迁耦合强度的理论描述	28
3.3.2 实验中观测拉曼耦合强度	32
3.3.2.1 依赖于拉曼光波长的耦合强度	34
3.3.2.2 依赖于外部磁场的耦合强度	35
3.4 小结	37
参考文献	38
第四章 超冷费米气体中 Feshbach 分子态到深束缚分子态的射频频谱	41
4.1 概述	41
4.2 Feshbach 共振	42
4.2.1 Feshbach 共振的模型	42
4.2.2 Feshbach 分子的射频频谱及束缚能	43

4.3 理论分析	45
4.4 实验过程	46
4.4.1 实验装置	46
4.4.2 用射频场测量基态 Feshbach 分子到深束缚分子态的能谱	47
4.4.3 用拉曼光测量基态 Feshbach 分子到深束缚分子态的能谱	49
4.4.4 射频场对 Feshbach 共振的操控	49
4.5 小结	51
参考文献	52
第五章 超冷费米气体中用自旋-轨道耦合解离 Feshbach 分子	57
5.1 概述	57
5.2 实验过程	58
5.3 理论分析	61
5.3.1 有限的动量对解离 Feshbach 分子的重要性	61
5.3.2 Feshbach 分子的解离依赖于失谐 η	62
5.3.3 剩余 Feshbach 分子数的数值计算	64
5.4 总结	65
参考文献	66
第六章 在超冷费米气体中实现二维的人造自旋-轨道耦合	69
6.1 概述	69
6.2 实验方案	69
6.3 理论分析	71
6.3.1 实验系统的有效哈密顿量	72
6.3.2 拉曼耦合强度的计算	73
6.4 实验过程	75
6.4.1 自旋态和拉曼光的制备	75
6.4.2 缀饰态原子能谱的测量	76
6.4.3 狄拉克点在动量空间的移动	83
6.5 小结	84
参考文献	85
第七章 在二维自旋-轨道耦合的超冷费米气体中观测打开拓朴能隙	89
7.1 概述	89
7.2 实验装置和理论模型	91
7.3 垂直塞曼场的实现	92
7.4 实验观测打开能带间隙	95
7.4.1 能量-动量色散图	95
7.4.2 观测能带间隙	97
7.5 能带的贝瑞曲率	98
7.6 总结	99
参考文献	100

总结与展望	105
博士研究生期间完成的学术论文	107
致谢	109
个人简况及联系方式	111
承诺书	112
学位论文使用授权声明	113

Contents

Chinese Abstract -----	I
Abstract -----	III
Chapter 1 Overview -----	1
1.1 Realization of ultracold of bose and fermi gases -----	2
1.2 Frontiers of ultracold atomic gases-----	3
1.2.1 Ultracold polar molecules with long lifetime in the absolute ground state	4
1.2.2 Simulation of graphene in honeycomb lattice -----	5
1.2.3 Frontiers of spin-orbit coupling -----	6
1.2.4 Quantum-Gas Microscope for Fermionic Atoms -----	8
1.3 Overview of this Thesis-----	8
Bibliography-----	10
Chapter 2 Preparation of Ultracold atomic gases -----	17
2.1 Overview -----	17
2.2 Production of ultracold atomic gases -----	17
2.3 Preparation of spin states -----	18
2.4 Optimization of magnetic field stability-----	19
2.5 Conclusions-----	20
Bibliography -----	21
Chapter 3 Basic Concepts of Spin-Orbit coupling -----	23
3.1 Overview -----	23
3.2 Hamiltonian of Spin-Orbit coupling in Ultracold atomic gases-----	23
3.2.1 Rashba Spin-Orbit coupling-----	25
3.2.2 Dresselhaus Spin-Orbit coupling-----	26
3.2.3 One-Dimensional Spin-Orbit coupling-----	26
3.3 Experimental Research of Raman Coupling Strength-----	27
3.3.1 Theoretical description of Raman Coupling Strength-----	27
3.3.2 Experimental observation of Raman Coupling Strength-----	32
3.3.2.1 Wavelength dependence of Raman Coupling Strength -----	34
3.3.2.2 Magnetic-Field dependence of Raman Coupling Strength-----	34

3.4 Conclusions -----	36
Bibliography -----	37
Chapter 4 Radio-frequency spectrum of the Feshbach molecular state to deeply bound molecular states in Ultracold Fermi Gases-----	41
4.1 Overview -----	41
4.2 Feshbach Resonance -----	42
4.2.1 Model of Feshbachresonance -----	42
4.2.2 Radio-frequency spectrum and Binding energy of Feshbach molecular --	43
4.3 Theoretical analysis-----	45
4.4 Experimental Process-----	46
4.4.1 Experimental setup -----	46
4.4.2 Measurement of Feshbach molecular state to deeply bound molecular states through radio-frequency-----	47
4.4.3 Measurement of Feshbach molecular state to deeply bound molecular states through two-color stimulated Raman process -----	49
4.4.4 Modification of Feshbach resonance through Radio-Frequency field -----	49
4.5 Conclusions -----	50
Bibliography -----	52
Chapter 5 Dissociation of Feshbach molecules via spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases -----	57
5.1 Overview -----	57
5.2 Experimental Process-----	58
5.3 Theoretical analysis-----	61
5.3.1 Finite k_0 is necessary for the dissociation of the Feshbach molecule-----	61
5.3.2 Nonmonotonic dependence of dissociation on detuning-----	62
5.3.3 Calculation of the number of remaining molecules -----	64
5.4 Conclusions -----	64
Bibliography -----	66
Chapter 6 Experimental realization of two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases -----	69

6.1 Overview	69
6.2 Experimental scheme	69
6.3 Theoretical analysis	71
6.3.1 Hamiltonian of experimental system	71
6.3.2 Calculation of Raman coupling strength	73
6.4 Experimental Process	75
6.4.1 Preparation of spin states and Raman lasers	75
6.4.2 Energy dispersions of dressed atoms	76
6.4.3 Moving the Dirac point	83
6.5 Conclusions	84
Bibliography	85
Chapter 7 Experimental observation of topological band gap opening in ultracold	
Fermi gases with two-dimensional spin-orbit coupling	89
7.1 Overview	89
7.2 Experimental setup and Theoretical model	91
7.3 Realization of a perpendicular Zeeman field	92
7.4 Observation of band gap opening	95
7.4.1 Energy dispersions of dressed atoms	95
7.4.2 Tuning band gap	96
7.5 Berry curvature of the band energy	98
7.6 Conclusions	99
Bibliography	100
Summary and Outlook	105
Research Achievementsy	107
Acknowledgment	109
Personal profiles	111
Letter of commitment	112
Authorization statemen	113

中文摘要

近年来,自旋-轨道耦合的超冷原子气体引起了人们极大的兴趣。利用自旋轨道耦合的超冷原子系统可以模拟研究许多与带电粒子在电磁场中的物理行为相关的许多有趣的物理现象,如量子霍尔系统、自旋霍尔效应、拓朴绝缘体、p-wave 超导体以及 Majorana 费米子等。

本论文主要介绍基于我们 ^{87}Rb 玻色子和 ^{40}K 费米子的超冷原子系统上最近所做的一些工作:在超冷费米气体中研究了射频场对 Feshbach 共振的散射控制;自旋-轨道耦合对 Feshbach 分子的解离效应做了实验和理论研究;在简并费米气体中首先实现了二维的人造自旋-轨道耦合;在二维自旋-轨道耦合的费米气体中观测打开拓朴能隙并做了相应的研究。

对 Rashba 型和 Dresselhaus 型自旋-轨道耦合以及由该两种类型等权叠加的拉曼光诱导产生的一维自旋-轨道耦合做了简单介绍;并对自旋-轨道耦合中的拉曼耦合强度做一个详细的理论描述;为了在实验中选择一个合适的参数,实验研究了拉曼光波长和外部磁场对自旋-轨道耦合强度的影响。

实验研究了超冷费米气体中磁场 Feshbach 共振的射频场调节控制。通过磁场 Feshbach 共振技术,扫描磁场产生弱束缚的 Feshbach 分子,改变的射频场频率,观测基态 Feshbach 分子到基态深束缚分子的能级跃迁,观测到了三个束缚态到束缚态的共振跃迁。固定射频场在某个能级跃迁的附近,测量了原子数随磁场的变化,在宽的 Feshbach 共振背景曲线上出现非常窄的损耗,非常窄的损耗是由射频场产生,重新得到一个存在射频场时 Feshbach 共振的损耗轮廓。实验表明可以采用外部射频场,可以调节 Feshbach 共振的散射特性,也就是调节原子之间的相互作用,该技术为操控 BEC 到 BCS 的过渡区域提供了可能;

在超冷费米气体中,当存在自旋-轨道耦合时,我们在实验上在不同的磁场、不同的耦合强度等条件下观测了该效应对 Feshbach 分子的解离效应,并分别对动量对 Feshbach 分子解离的重要性、依赖于失谐的分子解离效应以及在解离过程中剩余的分子数进行了理论分析和数值计算。

在超冷费米气体中我们小组首次实现二维的人造自旋-轨道耦合,在理论上对二维自旋-轨道耦合进行分析和预测,在实验中通过自旋注入的方式测量得到二维自旋-轨道耦合的能谱并且得到一个高度稳定可控的狄拉克点,并且得到狄拉克在动量空间的运动轨迹。

基于已经实现的二维自旋-轨道耦合的超冷费米气体，我们理论分析并设计了如何打开狄拉克点处能隙的简单易行的实验方案，并通过调节拉曼激光的偏振来实现该方案。实验中测量得到该方案下缀饰态原子的能量-动量色散谱并对狄拉克点处的拓朴能隙进行了精确测量。

关键词：二维自旋-轨道耦合；Rashba 型和 Dresselhaus 型自旋-轨道耦合；Feshbach 共振；Feshbach 分子态；狄拉克点

Abstract

In recent years, the spin-orbit coupling ultracold atomic gases attracted people great interest. Using spin orbit coupling effect in ultracold atoms in a very easy-to-control system can easily simulate many physical behavior of charged particles in electromagnetic field associated with interesting physical phenomena of quantum effects, such as quantum Hall systems, spin Hall effect, topological insulators, p-wave superconductor and Majorana fermions like.

This PhD thesis introduce our recent work based on ultracold Bose-Fermi Mixture gases lab, including study about the radio-frequency's effect on Feshbach resonance, dissociation of Feshbach molecules in ultracold Fermi gases with spin-orbit (SO) coupling, and report the experimental realization of a two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases. Moreover, we design a simple scheme to generate 2D SOC in ultracold Fermi gases, and produce a perpendicular Zeeman field to open the band gap at the Dirac point.

We study the one-dimensional spin-orbit coupling, which is equal weight of Rashba and Dresselhaus SOC, and make a simple introduction about the Rashba and Dresselhaus SOC. Also, we make a thoretical description of the Raman coupling strength in datail, and study the effect about wavelength of Raman laser and external magnetic field on Raman coupling strength to select a suitable parameters for our experment.

We demonstrate experimentlly to control magnetic Feshbach resonance in ultracold ^{40}K Fermi Gases using radio-frequency (RF) field. We present spectroscopic measurement of three ground deeply bound molecular levels by the RF radiation in ultracold ^{40}K Fermi gases. Modifying the scattering properties by RF field in shown by measuring the loss profile in experiment. This work provides the high accuracy location of ground molecular states near s-wave Feshbach resonance, which enable further improvement to determine the s-wave scattering length of ^{40}K and can be used to study the crossover regime from a Bose-Einstein condensate to a Bardeen-cooper-Schrieffer superfluid in presence of RF field.

We study the dissociation of Feshbach molecules in ultracold Fermi gases with spin-orbit (SO) coupling. Since SO coupling can induce a quantum transition between Feshbach molecules and the fully polarized Fermi gas, the Feshbach molecules can be dissociated by

the SO coupling. We experimentally realize this type of dissociation in ultracold gases of ^{40}K atoms with SO coupling created by Raman beams and observe that the dissociation rate is highly nonmonotonic on both the positive and negative Raman-detuning sides. Our results show that the dissociation of Feshbach molecules can be controlled by different degrees of freedoms, i.e., the SO-coupling intensity or the momenta of the Raman beams, as well as the detuning of the Raman beams.

In experiment, we firstly realized two-dimensional synthetic spin-orbit coupled ultracold Fermi gases, get energy-momentum dispersion of the dressed atoms, and get highly controllable and stable Dirac point for ultracold fermionic atoms. Finally, we plot the trajectory of the Dirac point in momentum space.

Through changing the polarization of the Raman laser we design a simple scheme to generate a perpendicular Zeeman field to open the band gap at the Dirac point in the realized 2D spin-orbit coupled ultracold Fermi gases. The band gap can be controlled precisely by the effective perpendicular Zeeman field in our experiment.

Key words: two-dimensional spin-orbit coupling; Rashba and Dresselhaus SOC; Feshbach resonance; Feshbach molecular state; Dirac point

第一章 绪论

1924—1925 年，印度物理学家玻色（Satyendra Nath Bose）和阿尔伯特·爱因斯坦（Albert Einstein）预言数量可观的大量粒子在温度足够低时会聚集在一种尽可能低的能量态上，形成玻色-爱因斯坦凝聚体（Bose-Einstein condensation, BEC）^[1]。

为了使原子的温度达到足够低的温度，自上世纪 90 年代以来，科学家们为此做了不懈的奋斗和努力。由于原子系统的温度与其运动的速度有直接关系，所以：只要对原子团进行减速就可以对原子团实现冷却。因而对中性原子的俘获和囚禁是对原子团达到更低温度的重要手段。1985 年，朱棣文教授（Stephen Chu）和他的同事首先在三维方向上用三束近共振的激光通过全反的相对传播的方式对 ^{23}Na 的原子团产生辐射压力场，实现了原子的“光学粘胶”，使原子团温度达到了该原子的多普勒冷却的极限值 $240\ \mu\text{K}$ 。1987 年，在之前六束光的基础上再加上两个线圈，形成磁光陷阱^[2]。随后，1988 年，威廉菲利普斯教授（William D. Phillips）通过测量原子从光学粘胶区域下落到探测激光束处的飞行时间得到原子的温度约为 $40\ \mu\text{K}$ ，比预计的多普勒极限 $240\ \mu\text{K}$ 低很多^[3]；法国的克洛德科恩—塔诺季教授（Claude Cohen Tannoudji）又用一种新的激光冷却机制，对不同速度运动的原子进行选择性的光泵浦，得到了超低温区域 $2\ \mu\text{K}$ 的原子团^[4]。1997 年的诺贝尔物理学奖授予这三位科学家以表彰他们为玻色-爱因斯坦凝聚奇迹的实现提供了条件。

1995 年，也就是理论预言 70 年之后，美国科罗拉多大学实验天体物理联合研究所（JILA）的埃里克·康奈尔（Eric A. Cornell）教授、卡尔·维曼（Carl E. Wieman）教授及麻省理工学院（MIT）的沃尔夫冈·克特勒（Wolfgang Ketterle）教授等人在激光冷却的基础上分别在铷原子^[5]和钠原子^[6]中实现了 BEC。为此，2001 年的诺贝尔物理学奖授予这三位科学家以表彰发现了第五种物质状态——“碱金属原子稀薄气体的玻色—爱因斯坦凝聚（BEC）”。到 1999 年，JILA 的德伯拉金（Deborah Jin）教授用双组分的钾（ ^{40}K ）原子费米子实现了量子简并费米气体（Degenerate Fermi Gas, DFG）^[7]。到 2003 年，世界上其他六个小组相继将费米气体冷却到了量子简并（意大利 M. Inguscio 小组的 ^{40}K 费米原子^[8]；美国 Rice 大学的 R. Hulet 小组^[9]、法国 ENS 的 C. Salomon 小组^[10]、美国 Duke 大学的 J. Thomas 小组^[11]、美国 MIT 的 W. Ketterle 小组^[12]、奥地利的 R. Grimm 小组都采用了 ^6Li 费米原子^[13]）。到目前为止，全球已有上百个实验小组在从事研究费米气体量子简并的工作，已经实现量子简并的费米中性原子包括， ^{40}K 、 ^6Li 、 ^3He 、 ^{173}Yb 、 ^{87}Sr 、 ^{167}Er 。

1.1 超冷玻色子和费米子气体的实现

宇宙中的所有粒子分为两大类：玻色子和费米子。它们之间可以用量子力学的自旋来区别。玻色子的自旋量子数为 $1/2$ 的整数倍，而费米子的自旋量子数为 $1/2$ 的半整数倍。例如，在自然界中的光子、声子、 α 粒子、氦核和介子为玻色子，还有被称为“上帝粒子”的希格斯玻色子(自旋为0)，它是在1964年由英国理论物理学家彼得·希格斯、已故的罗伯特·布绕特和比利时理论物理学家弗朗索瓦·恩格勒共同提出希格斯机制与希格斯玻色子理论^[14,15]，并在2013年在实验上被证实^[16]，因此2013年的诺贝尔物理学奖授予了弗朗索瓦·恩格勒和彼得·希格斯。另一类粒子的总自旋为 $1/2$ 的奇数倍，称为费米子，例如电子、质子和中子为费米子。这两大类粒子间的区别在我们的日常生活中不是很明显，但是粒子自旋的整数倍和半整数倍决定了玻色子和费米子粒子在量子世界的量子行为。

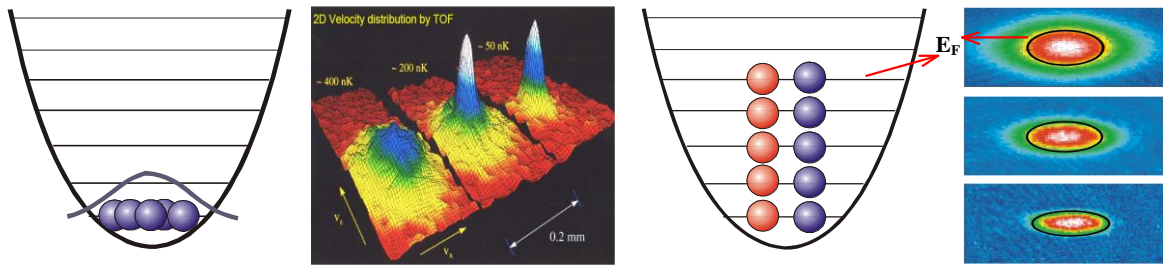


图 1.1 量子统计：玻色子和费米子在温度接近绝对零度时的对比，大量的玻色子占据在同一个量子态上形成 BEC，而费米子由于泡利不相容原理形成费米海，能量最高处为费米能。

玻色子服从玻色-爱因斯坦统计，所组成的全同玻色子自旋波函数是对称的，当在超低温下时，所有的玻色子粒子占据在最低能量的量子态上，形成一个超级大并且动量分布很窄的原子，称为 BEC，如图 1.1 所示；

而费米子服从费米-狄拉克统计，所组成的全同玻色子自旋波函数是反对称的，其中泡利不相容原理起着重要作用，即两个相同的费米子不能同时处在同一个量子能态上。当温度很低时，费米子依照能量由低到高的顺序占据排列，能量最高处为费米能，形成简并费米气体，如图 1.1 所示。

在实验中通常用费米温度、费米简并温度、费米面来描述量子简并费米气体。费米面是当费米原子系统冷却到绝对零度时，所有的费米原子会从系统的最低能态从高到低依次布局，直至某个能态，此时最高的能量态为费米面^[17]。

$$E_F = \hbar\varpi(6N)^{1/3} \quad (1.1)$$

其中, $\hbar = h/2\pi$ 为普朗克常数, $\varpi = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$ 为束缚阱的平均几何束缚频率, N 为总费米原子数。费米简并温度定义为 $T_F = E_F/k_B$, 其中 k_B 为玻尔兹曼常数。实验中费米气体的量子简并参数为 T/T_F , 其中 T 为费米气体的温度, 可以根据原子自由飞行探测得到。

冷却中性原子气体的技术包括磁光阱俘获, 磁阱或光阱束缚, 蒸发冷却, 协同冷却。冷却玻色原子气体技术已经非常成熟。由于费米气体服从费米狄拉克统计, 是不同于玻色气体的玻色爱因斯坦量子统计特性, 由于泡利不相容原理会使得同一自旋态的费米原子不可能同时处于相同的量子态上, 也就是在同一个量子态上不存在相同的两个费米原子。即对于两个全同费米原子组成的体系, 其波函数必须是反对称的。因此同一自旋态(完全极化)的费米原子之间不存在 s 波碰撞, 当原子冷却到一定程度时, 短程相互作用完全消失, 不存在 s-wave 弹性碰撞, 无法实现原子气体进一步蒸发冷却。

物理学家们找到了两种方法来解决这个难题, 第一种方法是采用不同超精细态的费米原子, 例如美国 JILA 小组 D. Jin 小组采用 ^{40}K 的两个超精细态 s-wave 弹性碰撞第一个实现费米量子简并气体^[7]; 第二种方法是采用不同的原子混合, 可以是相同原子的同位素玻色费米原子混合, 比如 ^6Li 和 ^7Li 的混合^[9-13], 也可以不同种类的原子, 比如玻色费米原子的混合, 比如 ^{87}Rb 和 ^{40}K 的混合^[8]。这样的原子混合体在低温下存在玻色原子和费米原子间的 s-wave 弹性碰撞, 通过冷却玻色原子可以实现费米原子气体的协同冷却。最近物理学家提出了另外一种新颖的解决方案, 就是冷却具有大的长程偶极距相互作用的单组份费米原子, 比如镧系金属中的 Cr、Dy、Er 时, 当温度冷却到一定程度时短程相互作用失去作用, 此时可以依赖偶极散射的弹性碰撞进一步冷却费米原子得到费米气体的量子简并, 最近奥地利的 F. Ferlaino 实验小组已经采用这种方法实现了 60,000 个 ^{167}Er 原子的费米气体量子简并 ($T = 0.2T_F$)^[18]。

由于超冷原子系统具有高度的可控性, 包括阱的维度、冷原子的数量和温度、以及原子与原子之间的相互作用, 所以用超冷原子系统作为量子模拟时拥有很大的优势。

1.2 超冷原子气体的最新进展

近十多年来, 原子物理中的超冷原子领域始终如一的处在物理学研究探索的前沿, 例如用超冷原子进行量子模拟是一个非常热的研究课题^[19]。随着各领域科学技

术的进步、发展和成熟, Feshbach 共振技术^[20-22]、光晶格技术^[23-28]以及最近几年利用拉曼光耦合自旋态的方式产生的自旋-轨道耦合超冷原子气体的技术^[29-36]等极大地填充和丰富了该研究领域。

1.2.1 在绝对基态上实现长寿命的超冷极化分子

超冷极化分子由于其具有长程和各向异性的相互作用, 因而为精确测量、量子信息处理、高速量子模拟以及为多体系统的创建提供了一个强大的平台^[37-39]。预期分子间相互作用的长程和各向异性会导致序的新类型, 例如: 费米分子间的拓扑超流^[40-42]、二维系统间的层间配对^[43,44]以及偶极量子晶体的形成^[45]。这些研究的实现是以完全控制分子的传输、电子的、振动的、转动的以及核自旋自由度^[46]为基础的。为此, 在理论和实验中已经做了许多尝试和努力。例如, 首先把 $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ 或 $^{133}\text{Cs}_2$ 的自由原子通过 Feshbach 产生弱束缚分子且同时用双光子拉曼激发相干转移到绝对的旋转转动基态上^[47-51]。虽然可以研究量子态可控的化学反应, 但是由于基态上 $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ 分子的两体碰撞而会导致束缚分子的加热和损耗^[52-54]。于是之后又尝试把 $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ 分子装入光晶格中抑制了该分子的化学反应的方式来提高了分子的寿命^[55-57]。

在量子区域研究分子时, 分子的稳定与两体碰撞是此消彼长、相互抵抗的。最近, 超冷玻色 RbCs 分子成功相干转移到旋转振动基态上^[58-60]。而对于费米分子来说, 化学稳定的只有 $^{23}\text{Na}^{40}\text{K}$ 和 $^{40}\text{K}^{133}\text{Cs}$ 分子, 并且 $^{23}\text{Na}^{40}\text{K}$ 分子具有很大的电子偶极矩。最近, MIT 的 Martin W. Zwierlein 小组在实验中成功实现了 $^{23}\text{Na}^{40}\text{K}$ 超冷费米分子, 并且制备在绝对基态上^[61]。他们首先通过 Feshbach 制备成 $^{23}\text{Na}^{40}\text{K}$ 的弱束缚分子态, 同时用一对激光把 Feshbach 分子态和旋转振动基态耦合起来, 绝热地转移到最低的能态且没有引入额外的动能, 从而把分子制备在绝对电子的、振动的、转动的超精细基态上, 如图 1.2 所示。由于 NaK 分子不会轻易分解, 而使该分子拥有超过 2.5 秒相对较长的寿命, 这对以后的实验非常有利。如果该分子温度再降低一个量级进入量子简并区域的话, 预测会存在新奇的物质, 例如存在马约拉纳费米子的拓扑超流, 或者存在偶极量子晶体的拓扑超流, 可能同时是固体和超流。相信在绝对基态上的 $^{23}\text{Na}^{40}\text{K}$ 超冷极化分子对量子物质的强相互作用区域的新奇量子相的研究会提供一个很好的平台。

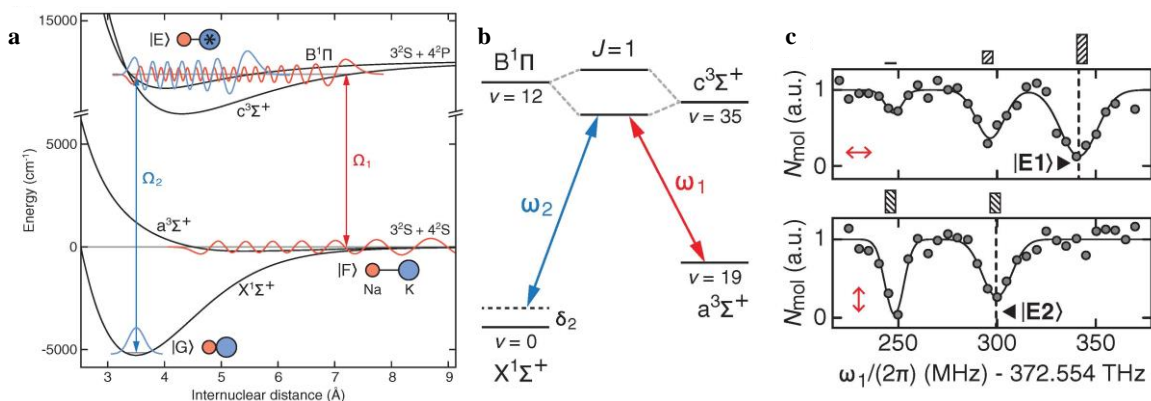


图 1.2 Feshbach 分子到 $^{23}\text{Na}^{40}\text{K}$ 分子绝对基态的双光子路径，即通过 STIRAP 过程转移到旋转振动基态 $|v=0, J=0\rangle$ 上。

1.2.2 在蜂窝状光晶格中模拟石墨烯

自 2004 年物理学家安德烈·盖姆 (Andre Geim) 和康斯坦丁·诺沃肖罗夫 (Konstantin Novoselov) 在实验中从石墨中剥离出石墨烯到 2010 年获得诺贝尔奖以来 [62]，它以超强的导电性能、强度和透光性成为了一种新型材料。石墨烯是在实验室得到的第一种二维材料，结晶格架为六边形层状结构。在结点处两个圆锥相接形成狄拉克点。如图 1.3 是石墨烯的电子能带结构，其中的交叉点为“狄拉克点”上，这里的狄拉克也存在于某些固体结构中，其中的 Dirac 点就是价带和导带在空间中的一个相交点，在这个点附近能带成线性 [63]，呈线性意味着电子的有效质量为零，迁移率很大，因而狄拉克点就成为凝聚态物理学中很多有趣物理现象的核心 [64]，可以研究超高的迁移率和半整数数、分数以及分数量子霍尔效应。并且在石墨烯中，狄拉克点附近的电子行为就像“狄拉克费米子”一样，会以光速运动。然而在实际当中，电子在传统固体材料中的结构是不能够轻易改变，因而很难观测到“狄拉克费米子”的性质是如何被操控的。

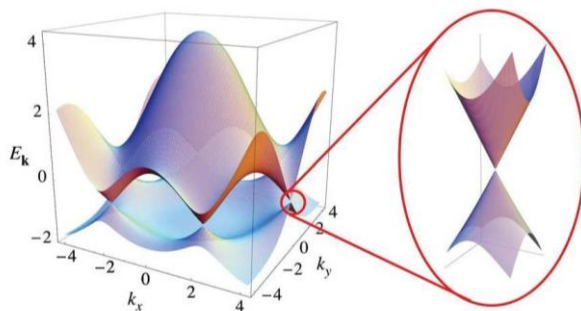


图 1.3 单层石墨烯的能带结构 (左)，石墨烯狄拉克点处能带的放大 (右)

为了更好地模拟研究狄拉克点的一些性质，ETH 的 Tilman Esslinger 等人在一个基于超冷原子的系统中用光晶格的可调性来模拟研究了石墨烯的能带结构^[65]，如图 1.4 所示。这个系统中的超冷原子是由 ^{40}K 的冷原子气体组成，用三束激光驻波场形成光晶格，除此之外再加一个梯度磁场，并且晶格的囚禁势可以通过改变其中一束激光的失谐来调节，也就是格子的各向异性。进而改变狄拉克点在布里渊区的位置。最后通过测量两拓扑能带间跃迁转移的原子数占总系统中原子数的比值方式研究了“狄拉克点”的一些性质。

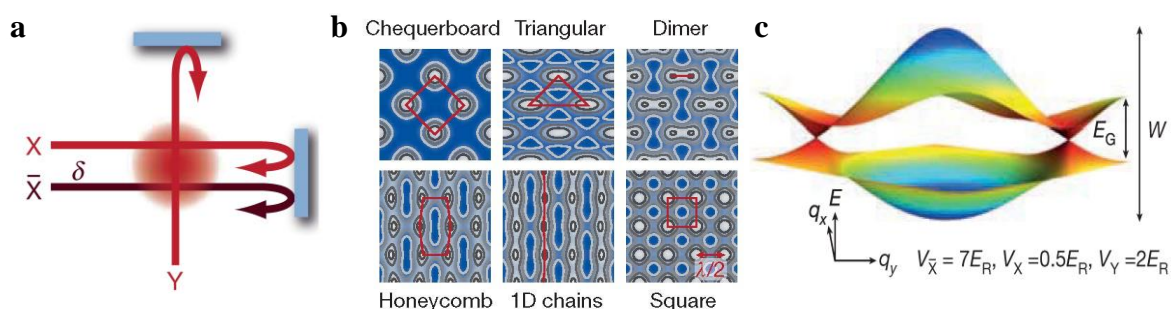


图 1.4 可调节几何形状的光晶格 (a) 三束反射的激光形成二维晶格势；(b) 依赖于光强不同晶格势；(c) 人造狄拉克点

1.2.3 自旋-轨道耦合的前景

近来，在冷原子系统中研究自旋-轨道相互作用成为一个新的研究方向。自旋-轨道耦合描述了粒子的自旋和动量之间的相互作用，涉及到从原子的精细结构到拓扑凝聚态物理等许多重要的物理现象，在许多凝聚态现象和应用中扮演一个很重要的角色，包括自旋和反常霍尔效应、拓扑绝缘态、自旋电子学以及量子计算等。首先，束缚在磁阱或者光阱中的中性原子是隔离的，它不会受到 Disorder 或者 Lattice 的变化。其次，不管是玻色原子还是费米原子，它们都是短程的相互作用，而固体中的电子间是长程的库仑相互作用。第三，在实验中，冷原子系统的许多性质（比如：囚禁的势、温度、密度以及相互作用强度）是可以调节的。对于一个碱金属原子，原子的超精细自旋态扮演自旋的角色，它的质心动量扮演轨道的角色。冷原子中的自旋-轨道耦合只是把超精细自旋态和运动动量耦合起来了，并没有耦合原子价电子和自旋的轨道动量。

1984 年，Bychkov 和 Rashba 提出用一种自旋-轨道耦合的简单形式来解释二维半导体中电子自旋共振的特性。然而在过去的三十年中，Rashba 自旋-轨道耦合

所产生的许多预测、发现以及创新的概念远远超出了半导体的范围。近十年来特别有创意，比如通过在空间运动的电子来认识对自旋方向的操控，把自旋看成方向盘来控制电子的轨迹，以及对新型拓扑材料的发现。这些创新和发现引起了对于正在研究层状石墨烯材料到一维自旋-轨道耦合冷原子的物理学家和材料科学家极大的兴趣^[66]，利用自旋-轨道耦合可以操纵许多材料的属性，如图 1.5 所示。

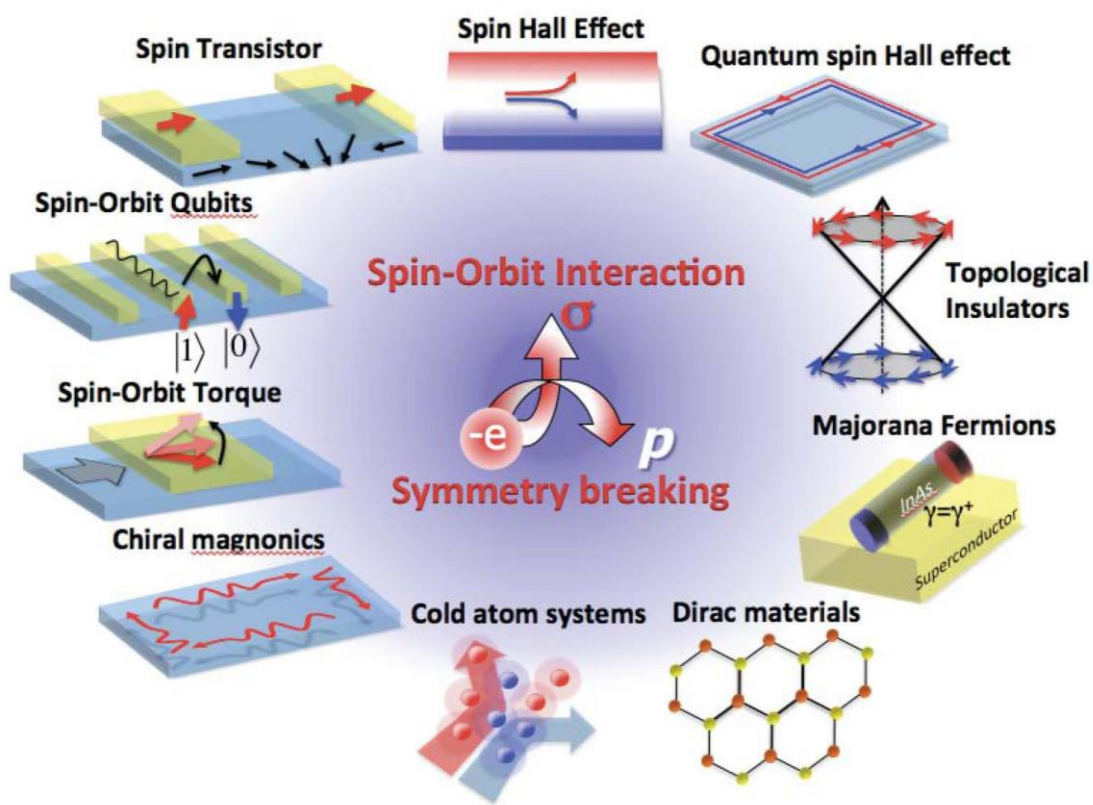


图 1.5 实现各种自旋-轨道电子学的图示 当自旋-轨道耦合破坏系统的反演对称性时，特殊的传输性质会导致自旋-轨道电子学新的领域，即用自旋-轨道耦合操控自旋。不同场中的磁化和自旋方向用红色和蓝色箭头表示，图片来自文献^[66]。

目前，许多实验小组在冷原子系统中实现人造的自旋-轨道耦合并做了相应的研究^[29-35]：首先由 NIST 的 Spielman 小组在 ^{87}Rb 的 BEC 中实验了自旋-轨道耦合，并且在自旋-轨道耦合的玻色子区域观测到混合相与独立相间的转变^[29]，随后我们实验小组和 MIT 的 Martin 小组先后分别在 ^{40}K ^[31] 和 ^6Li ^[32] 的简并费米气体中实现了自旋-轨道耦合，并且得到了自旋-轨道耦合的能量-动量色散图。

在实验中设计实现更复杂的人造自旋-轨道耦合来研究一些新奇的物理现象是很有必要的，例如：在光晶格中利用自旋-轨道耦合的冷原子气体研究 Mott 绝缘体和超流^[36, 67-69]，或许可以用自旋-轨道耦合的原子气体来理解一些新奇相，如玻色拓

朴绝缘体^[70,71]。

目前，在超冷原子系统中已经有许多关于实现更高维的自旋-轨道耦合的理论方案^[72-77]。我们实验小组在首次在超冷费米气体中实现了二维的自旋-轨道耦合^[78]，得到缀饰态的能量-动量色散图以及一个高度稳定可控的狄拉克点并且在实验中研究了能隙和狄拉克点的一些性质，如图 1.6 (I) 所示。除此之外，我们设计了一个简单的方案产生一个可控的有效垂直塞曼场来打开狄拉克点处的能隙，并且能够精确地控制该能隙。这个工作为以后研究有趣的拓朴和其它新奇的超流现象打下了基础。之后，中科大的陈帅实验小组用 ⁸⁷Rb 的 BEC 在拉曼光晶格中也实现二维的自旋轨道耦合^[79]，并且通过调节相对相位研究了二维到一维自旋-轨道耦合的过渡转变，并且满足余弦函数，如图 1.6 (II) 所示。

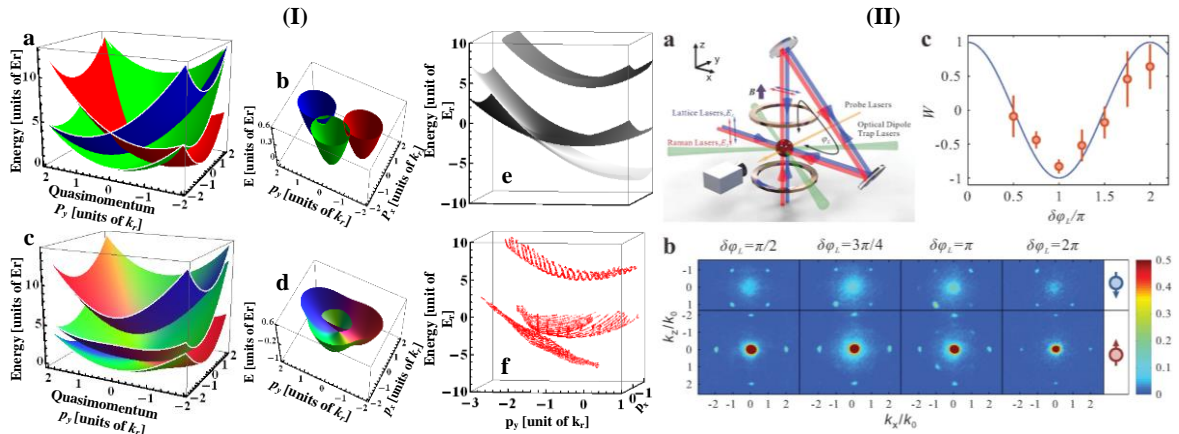


图 1.6 超冷原子的二维自旋-轨道耦合 图 (I) 为我们小组二维自旋-轨道耦合理论与实验的缀饰态能量-动量分散图；图 (II) 为中科大陈帅小组的实验装置并且拉曼耦合势与相对相位的变化满足余弦函数。

1.2.4 费米子显微镜的实现

为了给光阱中的冷原子成像需要用一束短时间的激光脉冲照射，但是这会导致原子的加热而把它们从阱中“驱赶”出去。围绕这个实验中的困难，2015 年，两个实验小组在实验中先后分别给 ⁴⁰K^[80]和 ⁶Li^[81] “费米子目标”成像的同时用一系列的激光再次冷却，也就是通过把费米子原子冷却到超低温、再用光和磁场精细调节原子间的相互作用来实现的。从而在简并费米气体中实现了用“费米子显微镜”来为超冷气体中多达 1000 多个独立原子成像的目的。在成像方面的这个重大进展对于解释和实验观测材料中的电子之间是如何相互作用会有极大的帮助。相信不久以

后, 这项单原子成像的技术应该会帮助科学家用于观测原子间相互作用, 更有可能会利用光晶格中的费米子原子来模拟研究电子的一些传输特性。

1.3 论文结构

本论文以超冷原子的发展历史为基础, 介绍了目前国际上对超冷原子的研究最新进展。简单介绍我们实验室制备玻色费米混合气体的过程及实验装置的改进。对自旋-轨道耦合的基本概念做了回顾; 在超冷费米气体中研究了射频场对 Feshbach 共振的散射控制; 对自旋-轨道耦合对 Feshbach 分子的解离效应做了实验和理论研究; 人造二维自旋轨道耦合在超冷费米气体中的实验实现; 在二维自旋-轨道耦合的费米气体中观测打开拓朴能隙并做了相应的研究。这里简单罗列一下本论文的基本结构:

第二章, 首先简单介绍了超冷原子的制备过程, 然后对自旋态的制备以及磁场的优化做了一个简单的总结。

第三章, 对固体材料中存在的 Rashba 型和 Dresselhaus 型自旋-轨道耦合以及该两种类型等权叠加的拉曼光诱导产生的一维自旋-轨道耦合做了简单介绍; 并对自旋-轨道耦合中的拉曼耦合强度做一个详细的理论描述; 实验研究了拉曼光波长和外部磁场对自旋-轨道耦合的耦合强度的影响。

第四章, 首先理论分析计算了可能存在的 Feshbach 分子态到深束缚分子态的谱线; 在实验中用射频场观测了不同磁场下 Feshbach 分子态到束缚分子态的跃迁谱线以及自由原子态到分子态的跃迁谱线; 并且用一对拉曼激光观测了分子态到分子态的跃迁; 固定射频场在某个能级跃迁的附近, 测量了原子数随磁场的变化, 重新得到一个存在射频场时 Feshbach 共振的损耗轮廓。

第五章, 当存在自旋-轨道耦合时, 我们在实验上观测了 Feshbach 分子的解离效应, 并分别对动量对 Feshbach 分子解离的重要性、依赖于失谐的分子解离效应以及在解离过程中剩余的分子数进行了理论分析和数值计算。

第六章, 在超冷费米气体中实现二维自旋-轨道耦合, 首先在理论上对二维自旋-轨道耦合进行分析和预测, 在实验中测量得到原子缀饰态的能量-动量色散谱且得到一个高度稳定可控的狄拉克点。

第七章, 首先在二维自旋-轨道耦合的超冷费米气体中, 通过改变拉曼激光的偏振得到一个垂直的有效塞曼场来打开狄拉克点处的能隙。实验中用射频测量得到缀饰态原子的能量-动量色散谱; 在实验中对狄拉克点处的拓朴能隙进行精确测量。

参考文献

- [1] A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., Bericht 1 3 (1925).
- [2] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable, and A. Ashkin, Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure. Phys. Rev. Lett. 55, 48(1985).
- [3] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, Laser Cooling below the One-Photon Recoil Energy by Velocity-Selective Coherent Population Trapping. Phys. Rev. Lett., 61,826(1988).
- [4] P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould, and H. J. Metcalf, Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit. Phys. Rev. Lett., 61,169(1988).
- [5] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman and E. A. Cornell, Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. Science, 1995, 269, 198.
- [6] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn and W. Ketterle, Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms. Phys. Rev. Lett., 1995, 75, 3969.
- [7] B. DeMarco and D. S. Jin, Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas, Science. 285, 1703(1999).
- [8] G. Roati, F. Riboli, G. Modugno, et al. Fermi-Bose quantum degenerate 40K - 87Rb mixture with attractive interaction, Phys. Rev. Lett., 89 150403 (2002).
- [9] A. G. Truscott, K. E. Strecker, W. I. McAlexander, et al. Observation of Fermi pressure in a gas of trapped atoms, Science, 291 2570 (2001).
- [10] F. Schreck, L. Khaykovich, K. L. Corwin, et al. Quasipure Bose-Einstein condensate immersed in a Fermi sea, Phys. Rev. Lett., 87 080403 (2001).
- [11] S. R. Granade, M. E. Gehm, K. M. O'Hara, et al. All-optical production of a degenerate Fermi gas, Phys. Rev. Lett., 88 120405(2002).
- [12] Z. Hadzibabic, C. A. Stan, K. Dieckmann, et al. Two species mixture of quantum degenerate Bose and Fermi gases, Phys. Rev. Lett., 88 160401 (2002).
- [13] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, et al. Bose-Einstein condensation of molecules,

Science, 302 2101(2003).

[14] F. Englert and R. Brout, Broken System and the Mass of Gauge vector Mesons, Phys. Rev. Lett., 13 321 (1964).

[15] Peter W. Higgs, Broken System and the Masses of Gauge Bosons, Phys. Rev. Lett., 13 508 (1964).

[16] S. Chatrchyan, V. Khachatryan, A.M. Sirunyan, A. Tumasyan , et al. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC, Phys. Lett. B. 716 30 (2012).

[17] Stefano Giorgini, Lev P. Pitaevskii, and Sandro Stringari. Theory of ultracold atomic Fermi gases, Rev. Mod. Phys. 80, 1215 (2008).

[18] S. Stellmer, B. Pasquiou, R. Grimm, et al. Phys. Rev. Lett., 110 263003 (2013).

[19] I. Bloch, J. Dalibard, and S. Nascimbene. Quantum simulations tions with ultracold quantum gases, Nat. Phys. 8, 267 (2012).

[20] H. Feshbach, Unified theory of nuclear reactions. Ann. Phys., 5, 357 (1958).

[21] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle, Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate. Nature, 392 151 (1998).

[22] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne and E. Tiesinga, Feshbach resonances in ultracold gases. Rev. Mod. Phys., 82 1225 (2010).

[23] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hansch, and I. Bloch, Quantum Phase Transition From a Superfluid to a Mott Insulator in a Gas of Ultracold Atoms. Nature (London), 415, 39 (2002).

[24] S. Schmid, G. Thalhammer, K. Winkler, F. Lang, and J. H. Denschlag, Long Distance Transport of Ultracold Atoms Using a 1D Optical Lattice. New J. Phys., 8, 159 (2006).

[25] Oliver Morsch, Markus Oberthaler, Dynamics of Bose-Einstein Condensates in Optical Lattices. Rev. Mod. Phys., 78, 179 (2006)

[26] D. Jaksh, H. J. Briegel, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller, Entanglement of Atoms via Cold Controlled Collisions. Phys. Rev. Lett., 82, 1975 (1999).

[27] O. Mandel, M. Greiner, A. Widera, T. Rom, T. W. Hänsch, and I. Bloch, Controlled Collisions for Multi-particle Entanglement of Optically Trapped Atoms. Nature, 425, 937

(2003).

[28] D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller, Cold Bosonic Atoms in Optical Lattices. *Phys. Rev. Lett.*, 81, 3108 (1998).

[29] Y. J. Lin, K. Jimenez-Garcia, I. B. Spielman, Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates. *Nature (London)*, 471,83 (2011).

[30] J. Y. Zhang, S. C. Ji, Z. Chen, L. Zhang, Z. D. Du, B. Yan, G. S. Pan, B. Zhao, Y. J. Deng, H. Zhai, S. Chen, and J. W. Pan, Collective Dipole Oscillation of a Spin-orbit Coupled Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.* 109, 115301 (2012).

[31] P. J. Wang, Z. Q. Yu, Z. K. Fu, J. Miao, L. H. Huang, S. J. Chai, H. Zhai, and J. Zhang. Spin-Orbit Coupled Degenerate Fermi Gases. *Phys. Rev. Lett.*, 109, 095301 (2012).

[32] Lawrence W. Cheuk, Ariel T. Sommer, Zoran Hadzibabic, Tarik Yefsah, Waseem S. Bakr, and Martin W. Zwierlein. Spin-Injection Spectroscopy of a Spin-Orbit Coupled Fermi Gas. *Phys. Rev. Lett.*, 109, 095302 (2012).

[33] C. L. Qu, C. Hamner, M. Gong, C. W. Zhang, and P. Engels, Observation of Zitterbewegung in a spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. A* 88, 021604(R) (2013).

[34] Z. K. Fu, L. H. Huang, Z. M. Meng, P. J. Wang, L. Zhang, S. Z. Zhang, H. Zhai, P. Zhang and J. Zhang, Production of Feshbach molecules induced by spin-orbit coupling in Fermi gases, *Nature Phys* 10, 110 (2014).

[35] Ji, S.-C. *et al.* Experimental determination of the finite-temperature phase diagram of a spin-orbit coupled Bose gas. *Nature Phys.* 10, 314 (2014).

[36] Cole, W. S., Zhang, S., Paramakanti, A. and Trivedi, N. Bose-Hubbard models with synthetic spin-orbit coupling: Mott insulators, spin textures, and superfluidity. *Phys. Rev. Lett.* 109, 085302 (2012).

[37] R. Krems, B. Friedrich, and W. C. Stwalley, *Cold Molecules: Theory, Experiment, Applications*, CRC Press, Boca Raton (2009).

[38] Lincoln D Carr, David DeMille, Roman V Krems and Jun Ye, Cold and ultracold molecules: science, technology and applications. *New J. Phys.*, 11, 055409 (2009).

[39] M. A. Baranov, M. Dalmonte, G. Pupillo and P. Zoller, Condensed Matter Theory of Dipolar Quantum Gases. *Chem. Rev.* 112 (9), 5012 (2012).

- [40] M. A. Baranov, M. S. Mar'enko, Val. S. Rychkov and G. V. Shlyapnikov, Superfluid pairing in a polarized dipolar Fermi gas. *Phys. Rev. A* 66, 013606 (2002).
- [41] N. R. Cooper and G. V. Shlyapnikov, Stable Topological Superfluid Phase of Ultracold Polar Fermionic Molecules. *Phys. Rev. Lett.* 103, 155302 (2009).
- [42] J. Levinsen, N. R. Cooper, and G. V. Shlyapnikov, Topological px+ipy superfluid phase of fermionic polar molecules, *Phys. Rev. A* 84, 013603 (2011).
- [43] A. Pikovski, M. Klawunn, G. V. Shlyapnikov, and L. Santos, Interlayer Superfluidity in Bilayer Systems of Fermionic Polar Molecules. *Phys. Rev. Lett.* 105, 215302 (2010).
- [44] M. A. Baranov, A. Micheli, S. Ronen, and P. Zoller, Bilayer superfluidity of fermionic polar molecules: Many-body effects. *Phys. Rev. A* 83, 043602 (2011).
- [45] L. M. Sieberer and M. A. Baranov, Collective modes, stability, and superfluid transition of a quasi-two-dimensional dipolar Fermi gas. *Phys. Rev. A* 84, 063633 (2011).
- [46] Goulven Qu énéer and Paul S. Julienne, Ultracold Molecules under Control! *Chem. Rev.*, 112 (9), 4949 (2012)
- [47] S. Ospelkaus, A. Pe'er, K. K. Ni, J. J. Zirbel, B. Neyenhuis, S. Kotochigova, P. S. Julienne, J. Ye and D. S. Jin, Efficient state transfer in an ultracold dense gas of heteronuclear molecules. *Nat. Phys.* 4, 622 (2008).
- [48] K. K. Ni, S. Ospelkaus, M. H. G. de Miranda, A. Pe'er, B. Neyenhuis, J. J. Zirbel, S. Kotochigova, P. S. Julienne, D. S. Jin and J. Ye, A High Phase-Space-Density Gas of Polar Molecules, *Science* 322, 231 (2008).
- [49] J. G. Danzl, M. J. Mark, E. Haller, M. Gustavsson, R. Hart, J. Aldegunde, J. M. Hutson, and H.-C. Nägerl, Condensed Matter Theory of Dipolar Quantum Gases *Nat. Phys.* 6, 265 (2010).
- [50] J. G. Danzl, E. Haller, M. Gustavsson, M. J. Mark, R. Hart, N. Bouloufa, O. Dulieu, H. Ritsch, and H.-C. Nägerl, Quantum Gas of Deeply Bound Ground State Molecules *Science* 321, 1062 (2008).
- [51] K. Aikawa, D. Akamatsu, M. Hayashi, K. Oasa, J. Kobayashi, P. Naidon, T. Kishimoto, M. Ueda, and S. Inouye, Coherent Transfer of Photoassociated Molecules into the Rovibrational Ground State, *Phys. Rev. Lett.* 105, 203001 (2010).
- [52] S. Ospelkaus, K.-K. Ni, G. Qu énéer, B. Neyenhuis, D. Wang, M. H. G. de Miranda,

- J. L. Bohn, J. Ye, and D. S. Jin, Controlling the Hyperfine State of Rovibronic Ground-State Polar Molecules, *Phys. Rev. Lett.* 104, 030402 (2010).
- [53] S. Ospelkaus, K. K. Ni, D. Wang, M. H. G. de Miranda, B. Neyenhuis, G. Quémener, P. S. Julienne, J. L. Bohn, D. S. Jin, and J. Ye, Quantum-State Controlled Chemical Reactions of Ultracold Potassium-Rubidium Molecules, *Science* 327, 853 (2010).
- [54] K. K. Ni, S. Ospelkaus, D. Wang, G. Quémener, B. Neyenhuis, M. H. G. de Miranda, J. L. Bohn, J. Ye, and D. S. Jin, Dipolar collisions of polar molecules in the quantum Regime. *Nature (London)* 464, 1324 (2010).
- [55] M. H. G. de Miranda, A. Chotia, B. Neyenhuis, D. Wang, G. Quémener, S. Ospelkaus, J. L. Bohn, J. Ye, and D. S. Jin, Controlling the quantum stereodynamics of ultracold bimolecular reactions, *Nat. Phys.* 7, 502 (2011).
- [56] A. Chotia, B. Neyenhuis, S. A. Moses, B. Yan, J. P. Covey, M. Foss-Feig, A. M. Rey, D. S. Jin, and J. Ye, *Phys. Rev. Lett.* 108, 080405 (2012).
- [57] B. Yan, S. A. Moses, B. Gadway, J. P. Covey, K. R. A. Hazzard, A. M. Rey, D. S. Jin, and J. Ye, Observation of dipolar spin-exchange interactions with lattice-confined polar molecules, *Nature (London)* 501, 521 (2013).
- [58] P. S. Żuchowski and J. M. Hutson, Reactions of ultracold alkali-metal dimers *Phys. Rev. A* 81, 060703 (2010).
- [59] T. Takekoshi, L. Reichsöllner, A. Schindewolf, J. M. Hutson, C. R. Le Sueur, O. Dulieu, F. Ferlaino, R. Grimm and H.-C. Nägerl, Ultracold Dense Samples of Dipolar RbCs Molecules in the Rovibrational and Hyperfine Ground State. *Phys. Rev. Lett.* 113, 205301 (2014).
- [60] P. K. Molony, P. D. Gregory, Z. Ji, B. Lu, M. P. Köpinger, C. R. Le Sueur, C. L. Blackley, J.M. Hutson, and S. L. Cornish, Creation of Ultracold Rb87Cs133 Molecules in the Rovibrational Ground State. *Phys. Rev. Lett.* 113, 255301 (2014).
- [61] Jee Woo Park, Sebastian A. Will, and Martin W. Zwierlein, Ultracold Dipolar Gas of Fermionic $^{23}\text{Na}^{40}\text{K}$ Molecules in Their Absolute Ground State. *Phys. Rev. Lett.* 114, 205302 (2015)
- [62] K. S. Novoselov, et al. Electric field effect in atomically thin carbon films, *Science* 306 666 (2004).
- [63] A. H. C. Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov and A. K. Geim, The

- electronic properties of graphene. *Rev. Mod. Phys.* 81, 109–162 (2009).
- [64] M. Z. Hasan and C. L. Kane, Topological insulators. *Rev. Mod. Phys.* 82, 3045–3067 (2010).
- [65] L. Tarruell, D. Greif, T. Uehlinger, G. Jotzu and T. Esslinger, Creating, moving and merging Dirac points with a Fermi gas in a tunable honeycomb lattice. *Nature*, 302, 483 (2012).
- [66] A. Manchon, H. C. Koo, J. Nitta, S. M. Frolov and R. A. Duine, New Perspectives for Rashba Spin-Orbit Coupling, *Nature Materials*, 14, 871 (2015).
- [67] Radić, J., Di Ciolo, A., Sun, K. and Galitski, V. Exotic quantum spin models in spin-orbit-coupled Mott insulators. *Phys. Rev. Lett.* 109, 085303 (2012).
- [68] D. Cocks, P. P. Orth, S. Rachel, M. Buchhold, K. L. Hur and W. Hofstetter, Time-reversal-invariant Hofstadter–Hubbard model with ultracold Fermions. *Phys. Rev. Lett.* 109, 205303 (2012).
- [69] Z. Cai, X. Zhou and C. Wu, Magnetic phases of bosons with synthetic spin-orbit coupling in optical lattices. *Phys. Rev. A* 85, 061605 (2012).
- [70] X. Chen, Z. C. Gu, Z. X. Liu and X. G. Wen, Symmetry-protected topological orders in interacting bosonic systems. *Science* 338, 1604 (2012).
- [71] A. Vishwanath and T. Senthil, Physics of three-dimensional bosonic topological insulators: Surface-deconfined criticality and quantized magnetoelectric effect. *Phys. Rev. X* 3, 011016 (2013).
- [72] R. G. Unanyan, B.W. Shore and K. Bergmann, Laser-driven population transfer in four-level atoms: consequences of non-Abelian geometrical adiabatic phase factors. *Phys. Rev. A* 59, 2910 (1999).
- [73] J. Ruseckas, G. Juzeliūnas, P. Öhberg and M. Fleischhauer, Non-Abelian gauge potentials for ultracold atoms with degenerate dark states. *Phys. Rev. Lett.* 95, 010404 (2005).
- [74] G. Juzeliūnas, J. Ruseckas and J. Dalibard, Generalized Rashba-Dresselhaus spin-orbit coupling for cold atoms. *Phys. Rev. A* 81, 053403 (2010).
- [75] D. L. Campbell, G. Juzeliūnas and I. B. Spielman, Realistic Rashba and Dresselhaus spin-orbit coupling for neutral atoms. *Phys. Rev. A* 84, 025602 (2011).

- [76] Z. F. Xu, L. You and M. Ueda, Atomic spin-orbit coupling synthesized with magnetic-field-gradient pulses. *Phys. Rev. A* 87, 063634 (2013).
- [77] B. M. Anderson, I. B. Spielman and G. Juzeliūnas, Magnetically generated spin-orbit coupling for ultracold atoms. *Phys. Rev. Lett.* 111, 125301 (2013).
- [78] L. H. Huang, Z. M. Meng, P. J. Wang, P. Peng, S. L. Zhang, L. C. Chen, D. H. Li, Q. Zhou and J. Zhang, Experimental realization of a two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases, *Nature phys*, published online: DOI: 10.1038/NPHYS3672.
- [79] Z. Wu, L. Zhang, W. Sun, X. T. Xu, B. Z. Wang, S. C. Ji, Y. J. Deng, S. Chen, X. J. Liu, and J. W. Pan, Realization of Two-Dimensional Spin-orbit Coupling for Bose-Einstein Condensates, arXiv:1511.08170.
- [80] Lawrence W. Cheuk, Matthew A. Nichols, Melih Okan, Thomas Gersdorf, Vinay V. Ramasesh, Waseem S. Bakr, Thomas Lompe, and Martin W. Zwierlein, Quantum-Gas Microscope for Fermionic Atoms, *Phys. Rev. Lett.* 114, 193001 (2015).
- [81] Maxwell F. Parsons, Florian Huber, Anton Mazurenko, Christie S. Chiu, Widagdo Setiawan, Katherine Wooley-Brown, Sebastian Blatt, and Markus Greiner, Site-Resolved Imaging of Fermionic ${}^6\text{Li}$ in an Optical Lattice, *Phys. Rev. Lett.* 114, 213002 (2015).

第二章 超冷原子气体的制备

2.1 概述

本章节对制备超冷原子气的实验装置、磁场、激光系统以及一些主要相关的实验技术方法作一个简单的回顾总结^[1-10]。

在实验中我们选用的是 ^{87}Rb 的玻色子和 ^{40}K 的费米子，为了得到玻色-爱因斯坦凝聚体 (BEC)，我们可以直接通过激光冷却和射频蒸发冷却得到；而对于冷却 ^{40}K 得到到简并费米气体，我们实验中采用 ^{87}Rb 玻色子和 ^{40}K 费米子的协同冷却方式。

2.2 超冷原子的生成

在超冷原子实验中，我们用两级真空气室的方案。首先，在第一级 MOT (Collection Cell) 中俘获预冷却原子，之后再一束近共振的推送光把俘获的冷原子转移到第二级 MOT (Science Cell)，MOT 是由六束交叉的激光和四极磁场组成^[11]，如图 2.1 所示。

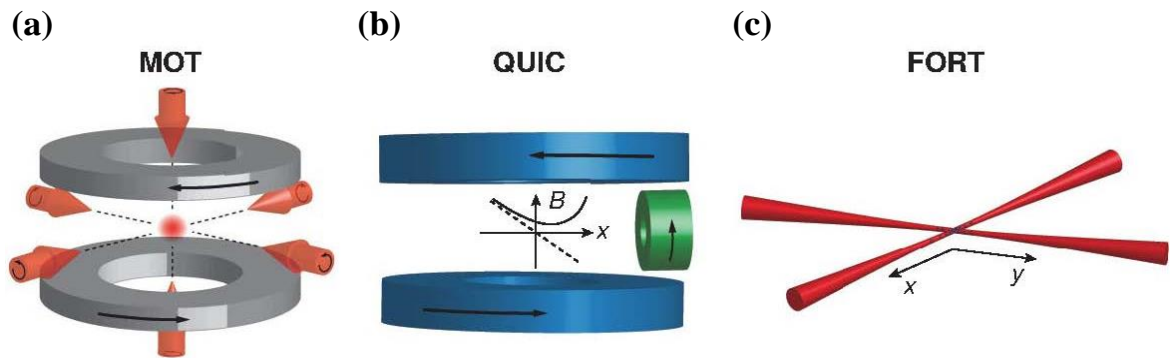


图 2.1 实验中不同类型的束缚阱 图 (a) 为磁光阱 图 (b) 为射频蒸发冷却的 QUIC 阱 图 (c) 为远失谐的光学偶极阱

当二级 MOT 中装载足够数量的原子后，进行压缩磁光阱、偏振梯度冷却以及光抽运过程后将原子制备在同一自旋态上 (^{87}Rb 为 $|2,2\rangle$ 态、 ^{40}K 为 $|9/2,9/2\rangle$ 态)，均为低场趋近态。由于二级 MOT 中的四极阱存在一个零点，因而会随着外部环境和磁场的噪声引起 Majorana 跃迁。于是，我们把足够数量的冷原子转移到 QUIC 阱^[12-14] (四极-Ioffe 线圈组合) 进行射频蒸发冷却。最后，再把冷原子转移回到 Cell 中心，绝热装载到光学偶极阱。当原子完全装入光阱后关闭磁阱，将原子完全释放到光阱中，

使原子只受到光阱的蒸发作用。之后通过降低激光功率慢慢将光阱深度降低，使热原子逃逸出光阱，这样剩余的原子会经过弹性碰撞达到热平衡，最后在光阱中得到超冷原子气体。

在我们实验中如果只需要 BEC，那我们不需要打开关于 ^{40}K 的冷却等一系列光，只需要装载 ^{87}Rb 原子就可以，在装载入光阱之前 ^{87}Rb 的冷原子数目约为 3.0×10^7 个，温度约为 $1.5 \mu\text{K}$ 。如果实验中需要 ^{40}K 的费米子来做研究，那我们就得需要玻色子和费米子的混合气体来协同蒸发冷却费米子。但是，在实验中不能同时装载 ^{87}Rb 原子和 ^{40}K 原子，只能先装载 20 秒钟的 ^{40}K 原子，之后再装载 10 秒钟的 ^{87}Rb 原子，这样做的目的是为了避开已装载的 ^{87}Rb 原子引起 ^{40}K 原子间的碰撞损失而影响 ^{40}K 的装载率。最后，射频蒸发冷却后转移回 Cell 中心磁阱中 ^{40}K 的冷原子典型数目为 10×10^6 个，温度为 $0.5 \mu\text{K}$ ，同时剩余数量可观地用来协同冷却费米子的玻色子，它的数量直接影响费米子在光阱中的蒸发冷却。最终在光阱中得到的 BEC 数量为 6×10^6 个，DFG 为 7×10^6 个且费米温度约为 $0.3T_F$ 。

我们在 Cell 中心的光阱中得到的超冷原子气体为我们操控超冷原子气体提供了足够大的空间，比如：我们可以搭建大量的外围光路进行自旋-轨道耦合的研究；由于原子被囚禁在偶极力阱中，所以我们任意设置磁场值为 Feshbach 共振实验和其它实验提供所需的磁场^[15-16]。

2.3 超冷原子自旋态的制备

当我们在光阱中得到量子简并气体后（ ^{87}Rb 为 $|2,2\rangle$ 态、 ^{40}K 为 $|9/2,9/2\rangle$ 态），为了满足不同的实验需要，我们可以通过微波和射频驱动的方式可以把玻色子和费米子自旋态制备在任意态上。

如果要把 ^{87}Rb 原子从 $|2,2\rangle$ 态转移到 $|1,1\rangle$ ，需加大偏置磁场至 4 G，然后打开微波信号源，使微波信号在 50 ms 内从 6845.035 MHz 扫描到 6843.035 MHz。这样，就把 ^{87}Rb 原子从 $|2,2\rangle$ 态转移到最低的超精细态 $|1,1\rangle$ 上了。在此过程中，如果转移效率不高的话，我们可以用一个 30 μs 的共振光把剩余的 $|2,2\rangle$ 态泵浦消除干净^[17]。

我们同样在磁场约为 4 G 时可以用射频把 ^{40}K 原子 $|9/2,9/2\rangle$ 态的原子转移到 $|9/2, -9/2\rangle$ 态上，此时射频中心值为 1.4 MHz，宽度为 0.4 MHz，扫描时间为 80 ms^[18]。而如果要在相邻态间连续单一转移自旋态时，磁场大约 20 G 时，原子的超精细态之间的能量分裂才互相不干扰，才能便于操作。因而，在实验中，需加大磁场至 19.6 G，射频的起始频率值为 6.56 MHz，截止频率依赖于我们的目标态，所用的时间为

80 ms^[19]。注意的是，在该磁场下，我们的转移效率随着目标态的不同而有所不同，越接近 $|9/2, -9/2\rangle$ 时，原子的加热效应越严重。

制备 $|9/2, -9/2\rangle$ 和 $|9/2, -7/2\rangle$ 50/50 的混合态时，我们需先在低磁场下转移原子到 $|9/2, -9/2\rangle$ 态，然后用射频在高磁场 219.4 G 左右，此时，射频的中心值为 47.45 MHz，宽度为 0.2 MHz，扫描时间为 50 ms，将原子制备在 $|9/2, -9/2\rangle$ 和 $|9/2, -7/2\rangle$ 的混合态，并且射频扫描重复三次以使混合态原子数目稳定^[20]。

2.4 优化磁场稳定性

制备不同的自旋态以及实验所需要的高磁场是由原来做 MOT 时的四极线圈提供。我们在实验上通过开关控制，把原来的四极线圈由原来的反亥姆霍兹模式转换为亥姆霍兹模式，从而为我们实验提供均匀的外部磁场。为了获得更加稳定的磁场，我们对原来反馈电路中的控制电路做了优化改进。磁场电流由 Delta 电源提供(SM70-45D)，用霍尔电流传感器 (CIN-200, F.W.Bell) 监视电路中的电流，为了加强电路中的反馈信号电压，把电路双穿霍尔元件；之后把反馈电压输入到反馈控制中心与计算机输出进行比较后控制电路中半导体三极管 (MJL21194) 组合的打开情况，最后通过改变上面的电流来实现对电路中电流的精确控制。该三极管相对于我们之前使用的场效应管 (IRF1405) 来说更加适用于我们的实验要求，它具有如下优势：MJL21194 是电流驱动器件，并且组成的放大电路的电压放大系数大于 IRF1405 所组成的放大电路，这样我们可以用较简单的放大电路来控制较大的电流；在噪声性能方面，由于 MJL21194 的跨导较大，因而其热噪声相对较低。我们控制电路中的放大电路是由一个 MJL21194 三极管控制另外 6 个并联的 MJL21194 三极管组成，如图 2.2 所示。

同时，为了进一步降低噪声，用电池给电路中的控制电路和霍尔元件供电。除此之外，我们还对我们所有的仪器，尤其对我们的供电电源和电路进行接地处理，把影响磁场抖动的低频噪声抑制下去。

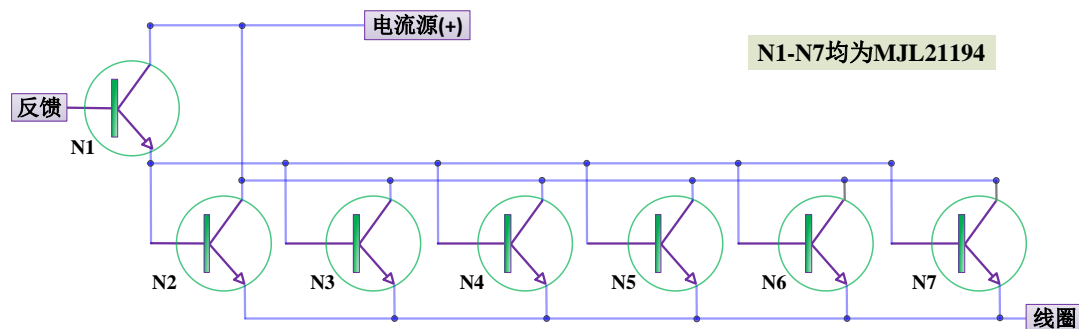


图 2.2 反馈电路中的控制电路，用一个三极管控制其它六个并联的三极管

2.5 小结

本章简单回顾了制备超冷原子气体操作过程以及注意事项，使对我们实验的前期准备工作有个初步的了解，并对我们磁场的优化工作做了一个总结。

参考文献

- [1] D. Wei, D. Z. Xiong, H. X. Chen, P. J. Wang, L. Guo, and J. Zhang, Simultaneous magneto-optical trapping of fermionic ^{40}K and bosonic ^{87}Rb atoms. *Chin. Phys. Lett.* 24, 1541 (2008).
- [2] P. J. Wang, D. Z. Xiong, Z. K. Fu, and J. Zhang, Experimental investigation of evaporative cooling mixture of bosonic ^{87}Rb and fermionic ^{40}K atoms with microwave and radio frequency radiation. *Chin. Phys. B*, 20, 016701 (2011).
- [3] D. Z. Xiong, P. J. Wang, H. X. Chen, and J. Zhang, Evaporative cooling Rubidium atoms with Radiation. *Chin. Opt. Lett.*, 8 351 (2010).
- [4] D. Z. Xiong, H. X. Chen, P. J. Wang, X. D. Yu, F. Gao, and J. Zhang, Quantum Degenerate Fermi-Bose Mixtures of ^{40}K and ^{87}Rb Atoms in a Quadrupole-Ioffe Configuration Trap. *Chin. Phys. Lett.* 25, 843 (2008).
- [5] D. Z. Xiong, P. J. Wang, Z. K. Fu, S. J. Chai, and J. Zhang, Evaporative Cooling of ^{87}Rb Atoms into Bose-Einstein Condensate in an Optical Dipole Trap. *Chin. Opt. Lett.* 8 627 (2010).
- [6] 卫栋, ^{87}Rb - ^{40}K 玻色费米混和气体磁光阱的实验研究. 博士论文, 山西大学, (2007).
- [7] 陈海霞, ^{87}Rb - ^{40}K 玻色费米混和气体量子简并的实现. 博士论文, 山西大学, (2009).
- [8] 熊德智, ^{87}Rb 和 ^{40}K 玻色费米量子简并混合气体在磁阱和光阱中的操控. 博士论文, 山西大学, (2010).
- [9] 王鹏军, 超冷玻色费米气体的集体原子反冲行为和Feshbach共振. 博士论文, 山西大学, (2011).
- [10] 王鹏军, 陈海霞, 熊德智, 于旭东, 高峰, 张靖, 实现玻色-费米混合气体量子简并的四极Ioffe组合磁阱设计. *物理学报* 57 4840 (2006).
- [11] 卫栋, 陈海霞, 熊德智, 张靖, ^{40}K - ^{87}Rb 原子冷却的半导体激光器系统. *物理学报* 55 6342 (2006).
- [12] H. F. Hess, G. P. Kochanski, J. M. Doyle, N. Masuhara, D. Kleppner and T. J. Greytak. Magnetic trapping of spin-polarized atomic hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 59, 672 (1987)
- [13] R. van Roijen, J. J. Berkhout, S. Jaakkola and J. T. M. Walraven. Experiments with atomic Hydrogen in a magnetic Trapping field. *Phys. Rev. Lett.*, 61, 931 (1988)
- [14] N. Masuhara, J. M. Doyle, J. C. Sandberg, D. Kleppner, T. J. Greytak, H. F. Hess, and

- G. P. Kochanski. Evaporation cooling of spin-polarized atomic hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 61, 935 (1988).
- [15] Z. K. Fu, P. J. Wang, S. J. Chai, L. H. Huang, and J. Zhang, Bose-Einstein condensate in a light-induced vector gauge potential using 1064-nm optical-dipole-trap lasers. *Phys. Rev. A* 84, 043609 (2011).
- [16] P. J. Wang, Z. Q. Yu, Z. K. Fu, J. Miao, L. H. Huang, S. J. Chai, H. Zhai, and J. Zhang. Spin-Orbit Coupled Degenerate Fermi Gases. *Phys. Rev. Lett.*, 109, 095301 (2012).
- [17] P. J. Wang, Z. K. Fu, S. J. Chai, J. Zhang, Feshbach resonances in ultracold mixture of ^{87}Rb and ^{40}K , *Chin. Phys. B* 20 10 103401 (2011).
- [18] L. Kattner, Laser system for the stabilization of ultracold Feshbach molecules. (Master Thesis) Gottfried wilhelm leibniz university (2008)
- [19] L. H. Huang, Z. M. Meng, P. J. Wang, P. Peng, S. L. Zhang, L. C. Chen, D. H. Li, Q. Zhou, and J. Zhang, Experimental realization of a two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases. *Nature phys*, published online: DOI: 10.1038/NPHYS3672.
- [20] 付正坤, 量子简并费米气体中和自旋轨道耦合. 博士论文, 山西大学, (2014).

第三章 自旋-轨道耦合的基本概念

3.1 概述

由于超冷原子的系统在实验上的高度可控性，从而用它们来理想地模拟认识更复杂的系统，我们为什么在超冷中性原子中需要规范场呢？由于实验系统中的超冷原子是电中性的，但是许多有趣的物理现象都与带电粒子在电磁场中的物理行为相关，如量子霍尔系统^[1]，自旋霍尔效应^[2,3]，拓朴绝缘体^[4]，p-wave 超导体^[5]和 Majorana 费米子^[6]。所以，如何在这样的系统中用中性原子来模拟带电粒子在磁场中的行为是许多理论学家和实验学家一直尝试解决的课题，尤其是在实验中如何实现。法国巴黎高师的 Dalibard 小组^[7]和 MIT 的 Ketterle 小组^[8]先后在 BEC 中观测到了少量涡旋的形成和涡旋形成的三角格子结构。但是一个很明显的限制就是由于冷原子是电中性的，洛伦兹力的缺乏阻止了对重要量子效应的观测。比如量子霍尔效应、自旋霍尔效应以及类似于拓朴绝缘体的独特物理现象在原则上是很难在冷原子中观察到的。

目前有两种方法可以克服这个限制：第一种方法是用类似于洛伦兹力的科里奥利力把冷原子气体诱导旋转起来^[9]；第二种方法是设计一个合适的光场在冷原子系统中诱导产生人造规范势^[10]。有几个接近创建光诱导人造规范场：例如设计合适的光场使原子中心慢慢运动，从而类似于带电的粒子在电磁场中运动^[10]；通过使用拉曼激光^[11,12]给光晶势中运动的原子加一个合适的相位进而形成一个可调性的有效磁场；在驱动的光学势中改变原子的能带结构^[13,14]。

基于此，NIST 的 Spielman 小组首先在 ^{87}Rb 的超冷原子中用两束拉曼激光实现了自旋-轨道耦合效应^[15]。随后，Campbell 等人提出了在 ^{87}Rb 的 BEC 中用多束拉曼光耦合多个自旋态的方式来实现二维自旋-轨道耦合的理论方案，并且对实现近似于 Rashba 耦合机制的方法展开了讨论^[16,17]。我们实验小组首次在 ^{40}K 的简并费米气体中实现了二维的人造自旋轨道耦合，测量得到缀饰态原子的能量-动量色散图以及一个高度稳定可控的狄拉克点^[18]。

在本文中分别对 Rashba 型和 Dresselhaus 型的自旋-轨道耦合进行了讨论，并对实验实现自旋-轨道耦合时决定耦合强度的一些实验参数^[19,20]进行了理论和实验研究。

3.2 在超冷原子气体中自旋-轨道耦合的哈密顿量

在实验中我们的目标是用中性原子模拟带电粒子在电磁场中的情形，为此我们

首先须建立一个类似于带电粒子在电磁场中的哈密顿量，我们为了建立适用于中性原子的哈密顿量来简单回顾一下经典的电动力学。

电磁学是一个规范理论，电磁场可以用矢量势 \mathbf{A} 和标量势 φ 来描述，把它们定义为规范的一个参量。标势的空间变化产生电场，而依赖于时间和空间变化的矢势分别产生电场和磁场。

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{B} = -\nabla \times \mathbf{A} \quad (3.1)$$

一个电荷为 q 质量为 m 的带电粒子的哈密顿量在电磁场的影响下以规范势 φ 和 \mathbf{A} 的形式表示为：

$$H(\mathbf{p}, r) = \frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} - \frac{q\mathbf{A}}{c} \right)^2 + q\varphi + V(r) \quad (3.2)$$

其中 c 为真空中的光速，并且哈密顿量方程导致了带电粒子的运动方程，即为洛伦兹力的表达式： $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ 。所以，如果我们把中性粒子的哈密顿量 $H(\mathbf{p}, r) = \mathbf{p}^2/2m + q\varphi + V(r)$ 在一定的实验条件下写为(3.2)形式，那我们就可以用中性原子来模拟带电粒子在有效磁场中的情况了。

类似于 NIST 的 Spielman 小组的方案，许多实验小组在玻色子和费米子的超冷原子系统中实现了由拉曼光诱导产生的自旋-轨道耦合。我们的系统可以用有效的哈密顿量描述（定义 $\hbar=1$ ）：

$$H = \begin{pmatrix} \frac{1}{2m}(k_x + k_R)^2 - \delta/2 & \Omega/2 \\ \Omega/2 & \frac{1}{2m}(k_x - k_R)^2 + \delta/2 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

我们可以把(3.3)式用泡利矩阵表示为塞曼场依赖于动量的形式：

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2m}(k_x + k_R\sigma_z)^2 + \frac{\Omega}{2}\sigma_x - \frac{\delta}{2}\sigma_z \\ &= \frac{1}{2m}(k_x^2 + k_R^2) + \frac{k_R}{m}k_x\sigma_z + \frac{\Omega}{2}\sigma_x - \frac{\delta}{2}\sigma_z \\ &= \frac{1}{2m}(k_x^2 + k_R^2) + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{h} \end{aligned} \quad (3.4)$$

其中 $\boldsymbol{\sigma}$ 为泡利矩阵，有效塞曼场 $\mathbf{h} = (\Omega/2, 0, k_x k_R/m - \delta/2)$ 依赖于动量 k_x 并且把自旋和动量锁定。把(3.4)式沿 x 轴顺时针旋转 $\pi/2$ ，即 $\sigma_y \rightarrow -\sigma_z$ 和 $\sigma_z \rightarrow \sigma_y$ 时：

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2m}(k_x + k_R\sigma_y)^2 + \frac{\Omega}{2}\sigma_x - \frac{\delta}{2}\sigma_y \\ &= \frac{1}{2m}(k_x^2 + k_R^2) + \frac{k_R}{m}k_x\sigma_y + \frac{\Omega}{2}\sigma_x - \frac{\delta}{2}\sigma_y \end{aligned} \quad (3.5)$$

并且矢量项 $k_x\sigma_y$ 为 Rashba ($\propto k_x\sigma_y - k_y\sigma_x$) 和 Dresselhaus ($\propto k_x\sigma_y + k_y\sigma_x$) 自旋-轨道耦合的等权叠加。也就是在事实上, 在冷原子的实验中前面真正实现的是 Rashba 型和 Dresselhaus 型自旋-轨道耦合的等权叠加^[16], 下面对该两种类型的自旋-轨道耦合的哈密顿量和能谱作一个简单介绍:

3.2.1 Rashba 型自旋-轨道耦合

在二维情况下, 如果用 Rashba 型自旋-轨道耦合来描述冷原子系统时, 它的哈密顿量可以表示为:

$$H = H_0 + H_R = \varepsilon_k + \alpha(k_x\sigma_y - k_y\sigma_x) \quad (3.6)$$

其中 α 为 Rashba 耦合强度, $\varepsilon_k = (\hbar k)^2/2m = \hbar^2(k_x + k_y)^2/2m$, 在动量空间中, 方程 (3.6) 可以写成:

$$\begin{aligned} H &= \varepsilon_k \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha \left[\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} k_x - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} k_y \right] \\ &= \begin{pmatrix} \varepsilon_k & \alpha(-k_y - ik_x) \\ \alpha(-k_y + ik_x) & \varepsilon_k \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.7)$$

从 (3.7) 式我们可以得到对于单粒子的能量-动量色散关系式:

$$E_{\pm}^k = \varepsilon_k \pm \alpha|k| \quad (3.8)$$

由 (3.8) 式可得到能谱如图 3.1 所示。

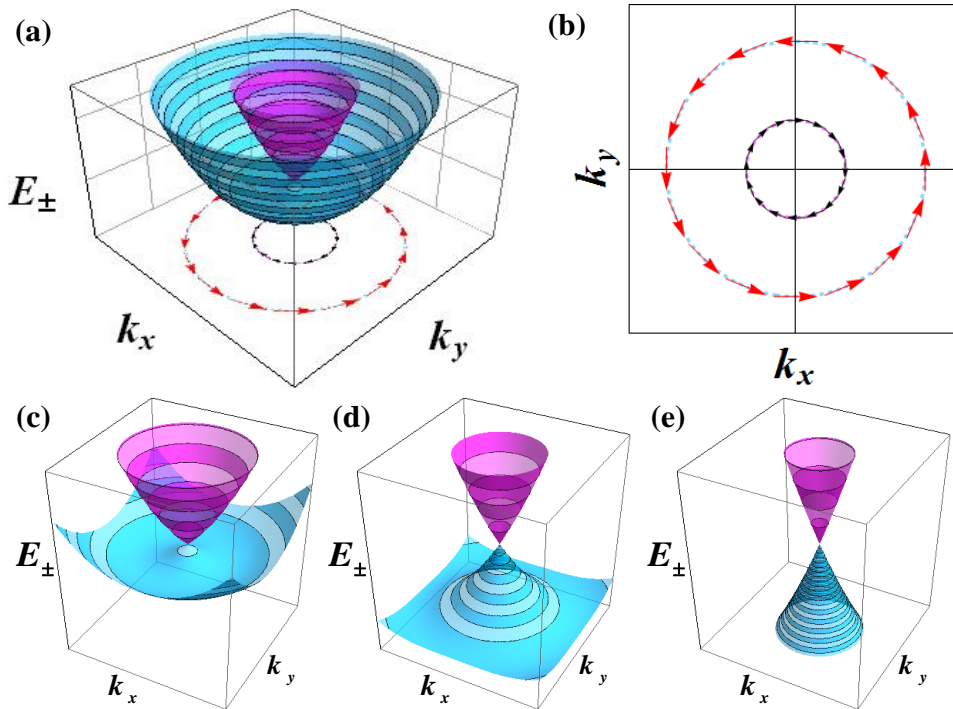


图 3.1 Rashba 自旋-轨道耦合的色散关系 图 (a) 为能量-动量色散图; 图 (b) 为

自旋极化方向在动量空间的分布；图 (c) – (e) 分别为耦合强度 α 分别为 1、2 和 3 时局部能量-动量色散放大图，且 (e) 图中 $\alpha=3$ 时，能谱在 $k_x = k_y = 0$ 处呈线性，这个情况与石墨烯的能带在狄拉克点附近呈线性相似。

3.2.2 Dresselhaus 型自旋-轨道耦合

在二维情况下，Dresselhaus 型和 Rashba 型自旋-轨道耦合之间的区别，仅仅是相差一个负号，Dresselhaus 型自旋-轨道耦合的哈密顿量可以表示为：

$$H = H_0 + H_D = \varepsilon_k + \beta(k_x\sigma_y + k_y\sigma_x) \quad (3.9)$$

其中 β 为 Dresselhaus 耦合强度，在动量空间中，方程 (9) 可以写成：

$$H = \begin{pmatrix} \varepsilon_k & \beta(k_y - ik_x) \\ \beta(k_y + ik_x) & \varepsilon_k \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

同样由 (3.10) 式可以得到单粒子的能量-动量色散关系式：

$$E_{\pm}^k = \varepsilon_k \pm \beta|k| \quad (3.11)$$

由 (3.11) 式可得能量-动量色散谱，如图 2 所示。比较两种类型的自旋-轨道耦合时发现，尽管两者具有相同的能谱且有一个能量最低环并且高低能带的有效塞曼场的方向是相反的，但是，两者依赖于动量空间的有效塞曼场是不同的，在前者中呈现为一个圆环，而后者呈现四极形式的分布，分别如图 3.1 (b) 和图 3.2 (b) 所示。

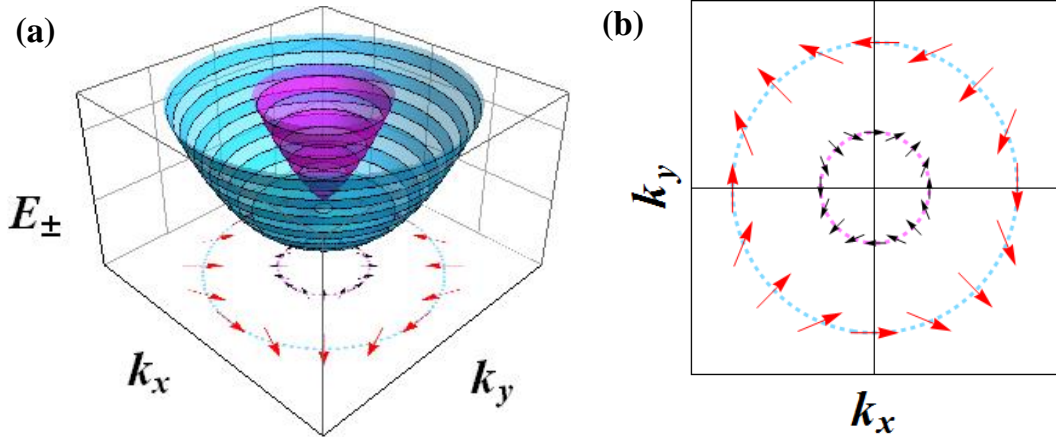


图 3.2 Dresselhaus 自旋-轨道耦合的色散关系 图 (a) 为能量-动量色散图；图 (b) 为自旋极化方向在动量空间的分布；

3.2.3 一维自旋-轨道耦合

对比以上两种类型的自旋-轨道耦合，它们的等权叠加就是我们在实验中拉曼光传递导致的一维自旋-轨道耦合耦合 (Equal weight of Rashba and Dresselhaus SOC),

即：

$$\begin{aligned} H_R + H_D &= \alpha(k_x\sigma_y - k_y\sigma_x) + \beta(k_x\sigma_y + k_y\sigma_x) \\ &= (\alpha + \beta)k_x\sigma_y + (\alpha - \beta)k_y\sigma_x \end{aligned} \quad (3.12)$$

其中当 $\alpha=\beta$ 时，该耦合为等权叠加。它的能谱如图 3.3 所示，在动量 k_y 方向上的有效塞曼场没有改变，但是在动量 k_x 方向上与前面两种类型的二维自旋-轨道耦合一样是有意义的。这说明 Rashba 型和 Dresselhaus 型自旋-轨道耦合的等权叠加仅仅在其中某一个动量方向上与 Rashba 型或者 Dresselhaus 型自旋-轨道耦合是类似的，所以该类型耦合为一维自旋-轨道耦合。

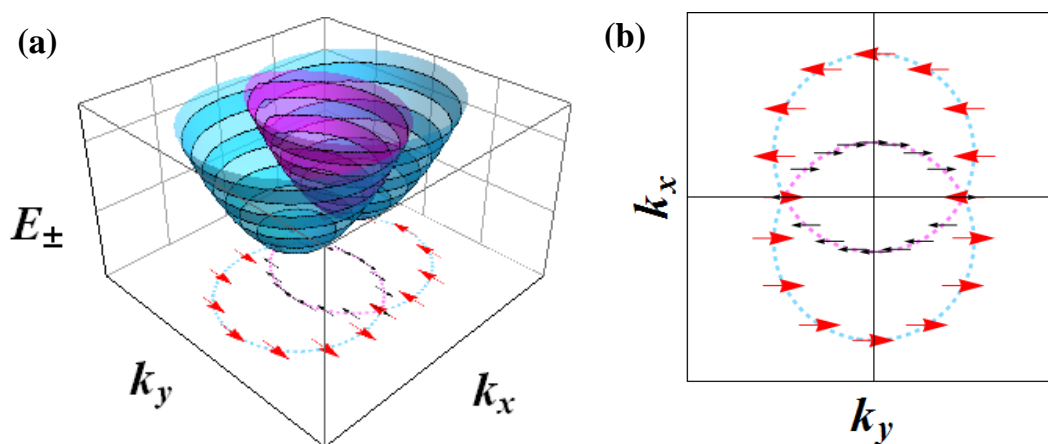


图 3.3 等权 Rashba 和 Dresselhaus 自旋-轨道耦合的色散关系 图 (a) 为能量-动量色散图；图 (b) 为自旋极化方向在动量空间的分布；

3.3 拉曼耦合强度的实验研究

在实验中的参数拉比频率是一个反映激光场与原子相互作用强弱的物理量，用于描述光场共振激发下的原子在基态和激发态两个能级间的转移情况。而拉曼跃迁过程中的有效拉比频率，则直接反映自旋-轨道耦合的耦合强度^[21]，对于研究自旋-轨道耦合的超冷量子气体具有重要意义。在超冷原子气体中用两束拉曼激光耦合两个自旋态实现自旋-轨道耦合时，单光子失谐、激光的强度以及磁场的大小等是一些实验中很重要的参数。比如，在实验中为了增大自旋-轨道耦合的耦合强度，我们可以加大光强和改变单光子失谐。但是，在这个过程中又会引入新的问题，比如原子的自发辐射会使原子的加热效应加剧。所以，在实验中为了使拉曼耦合强度加强的同时保证原子的加热不是很严重的情形下，选择合适的实验参数显得至关重要。在本节中利用半经典理论地给出了拉曼跃迁拉比频率详细的数学表述，在实验中对如何测量拉曼耦合强度、不同的激光波长^[19]以及外部磁场^[20]对拉曼耦合强度的影响进行了

研究。

3.3.1 拉曼跃迁耦合强度的理论描述

原子能级之间的跃迁遵循“跃迁选择定则”：基态与激发态的轨道角动量量子数之差为 $\Delta l = 0, \pm 1$ （但是对于最外层电子轨道角动量量子数 $l = 0$ ， $\Delta l = 0$ 的跃迁是禁戒的），原子超精细结构的总角动量量子数之差 $\Delta F = 0, \pm 1$ ，以及磁量子数的差 $\Delta m_F = 0, \pm 1$ 。在实验中我们通常采用射频场导致拉比振荡和受激拉曼跃迁导致拉比振荡的方式来实现原子在塞曼子能级之间的跃迁：其中，前者的振荡的机制是利用微波辐射直接激发原子在两能级之间的磁偶极子跃迁；而后者受激拉曼跃迁则利用两束光频段电磁波同时远失谐于一中间态构成两个电偶极跃迁通道，使得原子在两自旋能态之间进行相干转移。在实验中对受激拉曼跃迁的研究可在碱金属原子的两个基态超精细能级之间或者同一个超精细能级下不同塞曼子能级之间进行。

在实验中利用射频场产生两塞曼能级间的拉比振荡时，由于用到的射频范围为：10~100 MHz，因而对应的射频波长很大（量级在3~30 m），在此过程中射频场传递给原子的动量可以忽略。但是，在受激拉曼过程中，对于不同方向传播的两束拉曼激光（波长约为800nm），通过受激吸收一个光子和受激辐射一个光子产生原子态跃迁的同时原子得到动量；当两束拉曼光方向相同时，拉曼过程中没有传递动量，仅仅是在驱动原子在两个旋态间转移，相当于射频场的作用。在实验中对于实际的能级，拉曼激光对原子气体有非弹性散射，该效应会加热超冷原子气体，自发辐射光子散射率 $\Gamma \propto \Omega/\Delta^2$ 。我们在实验中选择拉曼激光波长时由于既要考虑拉曼光的耦合效率又得考虑原子的加热负面影响，于是我们对于不同的原子选择不同的波长。例如，对于BEC(^{87}Rb)的波长为788 nm和800 nm；对于DFG(^{40}K)的波长为772 nm和768 nm。

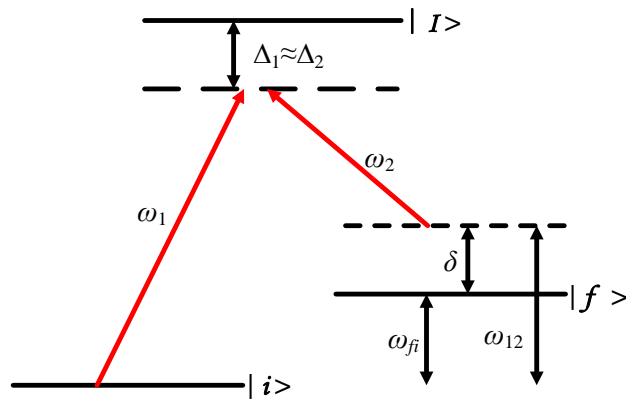


图 3.4 原子三能级系统的非共振拉曼跃迁示意图

如图 3.4 所示为三能级系统中的非共振跃迁图示，原子在初始时刻处于 $|i\rangle$ 态，频率分别为 ω_1 和 ω_2 的两束拉曼脉冲通过中间态 $|I\rangle$ 附近的虚态，使得本征能量分别为 $\hbar\omega_i$ 的初态 $|i\rangle$ 和 $\hbar\omega_f$ 的末态 $|f\rangle$ 之间建立起相互耦合作用。两束拉曼光场相对于两个原子共振跃迁的频率（ ω_{Ii} 和 ω_{If} ）失谐分别为： $\Delta_1 = \omega_{Ii} - \omega_1$ 、 $\Delta_2 = \omega_{If} - \omega_2$ ，并且两者近似相等。两束拉曼激光之间的双光子失谐量为： $\delta = \Delta_1 - \Delta_2 = \omega_{fi} - \omega_{12}$ （其中 ω_{fi} 为两塞曼子能态之间的频率差， ω_{12} 为两束拉曼激光之间的频率差）。

由于拉曼跃迁过程中两束拉曼光远失谐于中间态，所以该三能级模型可以简化为一个等效的二能级来处理。

在原子态表象下，体系波函数可以描述为：

$$|\psi(t)\rangle = A_I(t)e^{-i\omega_1 t}|I\rangle + A_f(t)e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t}|f\rangle + A_i(t)|i\rangle \quad (3.13)$$

其中，含时叠加系数 $A_m(t)$ ($m = I, f, i$)表示原子处于原子能态 $|m\rangle$ 的几率幅，这里已对叠加系数做了慢变振幅近似。

在偶极近似和旋波近似^[22]下，由半经典理论给出系统总的哈密顿量：

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \hat{H}_0 - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E} \\ &= \sum_m \hbar\omega_m |m\rangle\langle m| - \sum_m |m\rangle\langle m| \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E} \sum_n |n\rangle\langle n| \\ &= \hbar\omega_I |I\rangle\langle I| + \hbar\omega_f |f\rangle\langle f| - \frac{\boldsymbol{\mu}_{Ii} \cdot \mathbf{E}_1}{2} |I\rangle\langle i| e^{-i\omega_1 t} - \frac{\boldsymbol{\mu}_{If} \cdot \mathbf{E}_2}{2} |I\rangle\langle f| e^{-i\omega_2 t} + h.c. \end{aligned} \quad (3.14)$$

其中第一项表示系统的自由哈密顿量，第二项表示拉曼光场与原子能态之间的相互作用哈密顿量，在这里选取初态 $|i\rangle$ 的能量为零。

波函数的演化遵循下面的薛定谔方程：

$$\hat{H}|\psi(t)\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle \quad (3.15)$$

将 (3.14) 式代入 (3.15) 式，可以得到几率幅 $A_m(t)$ 随时间演化所满足的微分方程组为：

$$\dot{A}_I(t) = -i\Delta_1 A_I(t) - \frac{\Omega_1}{2i} A_i(t) - \frac{\Omega_2}{2i} A_f(t) \quad (3.16a)$$

$$\hat{H}|\psi(t)\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle \quad (3.16b)$$

$$\dot{A}_f(t) = -i\delta A_f(t) - \frac{\Omega_2^*}{2i} A_I(t) \quad (3.16c)$$

定义两个跃迁通道对应的拉比频率分别为： $\Omega_1 = \boldsymbol{\mu}_{Ii} \cdot \mathbf{E}_1 / \hbar$ ， $\Omega_2 = \boldsymbol{\mu}_{If} \cdot \mathbf{E}_2 / \hbar$ （ $\vec{\mu}_{Ii}$ 、 $\vec{\mu}_{If}$ 代表跃迁偶极矩）^[22]。由于光场频率失谐 Δ_1 、 Δ_2 很大，在 (3.16) 式中忽略了激发态向基态的自发衰减速率因子 $\Gamma/2$ 。公式 (3.16a) 的第一项表示为中间态几率幅 $A_I(t)$

以单光子失谐 Δ_1 的频率随时间快速变化 ($\Delta_1 \gg \Gamma$)，在 $1/\Gamma$ 的时间尺度内可以认为其瞬间达到稳态。故对中间态进行绝热去除 ($\dot{A}_I(t) = 0$)，直接可以得到 $A_I(t)$ 的表达式：

$$A_I(t) = \frac{\Omega_1}{2\Delta_1} A_i(t) + \frac{\Omega_2}{2\Delta_2} A_f(t) \quad (3.17)$$

将 (3.17) 式代入方程 (3.16b) 与 (3.16c) 时,可以得到初态和末态几率幅的微分方程为：

$$\dot{A}_i(t) = -\frac{|\Omega_1|^2}{4i\Delta_1} A_i(t) - \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{4i\Delta_2} A_f(t) \quad (3.18a)$$

$$\dot{A}_f(t) = -\frac{\Omega_2^* \Omega_1}{4i\Delta_1} A_i(t) - \left(i\delta + \frac{|\Omega_2|^2}{4i\Delta_2} \right) A_f(t) \quad (3.18b)$$

至此，把三能级模型等效为二能级模型，并且假定 $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$ ，定义变量为：

$$\Omega = -\frac{\Omega_2^* \Omega_1}{2\Delta}, \nu_j = \frac{|\Omega_j|^2}{4\Delta} \quad (j = 1, 2) \quad (3.19)$$

(3.18) 式可简化为如下紧凑的形式：

$$\dot{A}_i(t) = i\nu_1 A_i(t) + \frac{\Omega^*}{2i} A_f(t) \quad (3.20a)$$

$$\dot{A}_f(t) = \frac{\Omega}{2i} A_i(t) + i(\nu_2 - \delta) A_f(t) \quad (3.20b)$$

实验中，两束光频移量相等 ($\nu_1 = \nu_2 = \nu$)，且视 Ω 为实数。此处仅考虑拉曼共振的情况 (即 $\delta = 0$)，求解 (3.20) 式的微分方程组得到形式解：

$$A_i(t) = e^{i\nu t} \left(A \cos \frac{\Omega}{2} t - iB \sin \frac{\Omega}{2} t \right) \quad (3.21a)$$

$$A_f(t) = e^{i\nu t} \left(C \cos \frac{\Omega}{2} t - iD \sin \frac{\Omega}{2} t \right) \quad (3.21b)$$

由初始条件: $A_i(0) = 1$ 、 $A_f(0) = 0$ ，可得到表达式： $A_i(t) = e^{i\nu t} \cos \frac{\Omega}{2} t$ 、 $A_f(t) = -ie^{i\nu t} \sin \frac{\Omega}{2} t$ 。由此，原子在初态和末态之间的布居数反转可用 $W(t)$ 来描述：

$$W(t) = |A_f(t)|^2 - |A_i(t)|^2 = \sin^2 \left(\frac{\Omega}{2} t \right) - \cos^2 \frac{\Omega}{2} t = -\cos(\Omega t) \quad (3.22)$$

该式说明原子处于初态和末态之间的布居数差在做频率为 Ω 的余弦振荡。由此，可以确定 (3.19) 式为拉曼跃迁拉比频率：

$$\Omega = -\frac{\Omega_2^* \Omega_1}{2\Delta} = -\frac{\langle f | \vec{\mu} \cdot \vec{E}_2^* | I \rangle \langle I | \vec{\mu} \cdot \vec{E}_1 | i \rangle}{2\hbar^2 \Delta} \quad (3.23)$$

由 (3.23) 式可类推得到多能级原子体系的拉曼跃迁拉比频率表达式为^[23]：

$$\Omega = - \sum_I \frac{\langle f | \vec{\mu} \cdot \vec{E}_2^* | I \rangle \langle I | \vec{\mu} \cdot \vec{E}_1 | i \rangle}{2\hbar^2 \Delta} \quad (3.24)$$

其中原子体系的初态 $|i\rangle$ 与末态 $|f\rangle$ 是一定的， \sum_I 表示对所有可能的中间态求和。

当考虑外磁场作用下的超精细结构时，拉曼跃迁拉比频率表达式为：

$$\begin{aligned} \Omega &= - \frac{I_0}{\hbar^2 c \varepsilon_0} \sum_{F'', m_F''} \frac{\langle F', m_F' | e r_q | F'', m_F'' \rangle \langle F'', m_F'' | e r_q | F, m_F \rangle}{\Delta} \\ &= - \frac{I_0}{\hbar^2 c \varepsilon_0} \left[\frac{1}{\Delta_{D1}} \times \sum_{F_1'', m_F''} \underbrace{\langle F', m_F' | e r_q | F_1'', m_F'' \rangle}_a \underbrace{\langle F_1'', m_F'' | e r_q | F, m_F \rangle}_b \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\Delta_{D2}} \times \sum_{F_2'', m_F''} \underbrace{\langle F', m_F' | e r_q | F_2'', m_F'' \rangle}_c \underbrace{\langle F_2'', m_F'' | e r_q | F, m_F \rangle}_d \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

其中 I_0 为拉曼激光的光强， ε_0 为真空介电常量， c 为真空光速， e 为单位电荷， r 代表原子核与最外层电子间距， r_q 表示 r 作为不可约张量算符的第 q 个分量。 F 、 m_F 为初态超精细总角动量量子数以及所对应的磁量子数； F' 、 m_F' 为末态超精细总角动量量子数以及所对应的磁量子数； F'' 、 m_F'' 表示中间态的超精细总角动量量子数以及所对应的磁量子数。 b 、 d 两项分别表示初态对第一、第二激发态之间的跃迁强度， a 、 c 两项分别表示末态对第一、第二激发态之间的跃迁强度， Δ_{D1} 、 Δ_{D2} 分别表示拉曼光相对于 ^{87}Rb 原子 $D1$ 线和 $D2$ 线跃迁的频率失谐，如图 3.5 所示。当存在外磁场时，同一超精细能态下的各塞曼子能态是非简并的，实验中可以通过射频谱方法来确定由塞曼分裂引起的能级差。由于外部偏置磁场很小，中间态（第一、二激发态）的塞曼子能级分裂值（MHz 量级），相对于拉曼光对 $D1$ 和 $D2$ 线的失谐量（THz 量级）要小很多。所以，对于 $D1$ （ $D2$ ）线所有可能的跃迁，拉曼光相对于 $D1$ 和 $D2$ 线的大失谐量统一采用 Δ_{D1} （ Δ_{D2} ）。

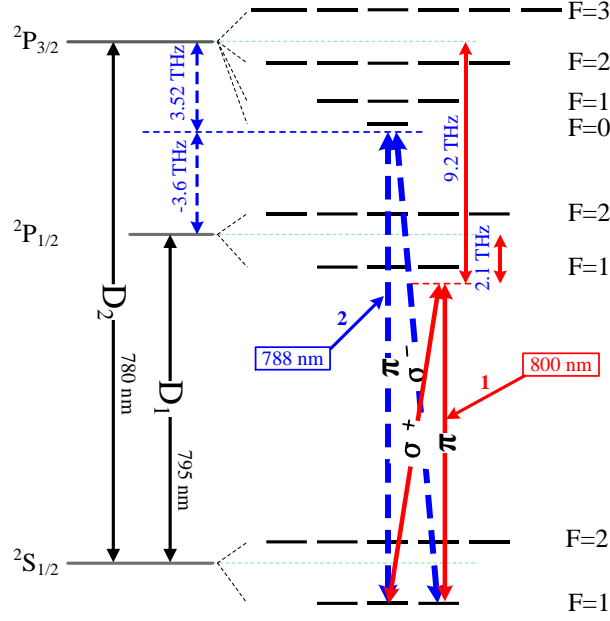


图 3.5 光耦合跃迁能级图

3.3.2 实验中观测拉曼耦合强度

由公式 (3.25) 可知拉比频率的值由拉曼激光的强度、相对于 D1、D2 共振线的大失谐以及任意满足双光子跃迁的两自旋态间的跃迁矩阵元共同决定。下面对如何测定耦合强度和这些参数对耦合强度的影响展开实验研究。

在实验中把 BEC 的两个自旋态 ($|1,1\rangle = |\uparrow\rangle$ 、 $|1,0\rangle = |\downarrow\rangle$) 用两束拉曼光以传递动量的方式耦合后, 如图 3.6 所示, 系统的哈密顿量可以用 (3.3) 式描述为^[15,24]:

$$H(k_x) = \hbar \begin{pmatrix} \frac{\hbar}{2m}(k_x + k_R)^2 - \delta/2 & \Omega/2 \\ \Omega/2 & \frac{\hbar}{2m}(k_x - k_R)^2 + \delta/2 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

其中, m 为单个原子的质量, k_x 为准动量, 原子的真实动量为 $k = k_x \pm k_R$, $\delta = \omega_z - \omega_R$ (其中 $\omega_z = \omega_{fi}$, $\omega_R = \omega_{12}$) 表示为拉曼光的频率差相对于塞曼能级分裂的失谐, 实验上通过调节外部磁场来调节失谐。 Ω 为拉曼跃迁的耦合强度。 $k_R = k_r \sin(\theta/2)$, $k_r = 2\pi/\lambda$ 为单光子的反冲动量, λ 为拉曼光波长, $\theta = 180^\circ$ 为两束拉曼光之间的夹角, $\hbar k_R$ 和 $E_R = (\hbar k_R)^2/2m$ 分别表示原子吸收一个拉曼光光子后获得的动量和能量。求解哈密顿量 (3.26) 式得到两个关于动量 k_x 的能量本征值: $E_{\pm}(k_x) = \hbar[\hbar(k_x^2 + k_R^2)/2m \pm \sqrt{(4\hbar k_x k_R/2m - \delta)^2 + \Omega^2/2}]$, 并且得到如图 3.7 所示的能量色散曲线: E_+ 对应为图中的曲线 1, E_- 对应为图中的曲线 2。注意到: 当 $\hbar\delta = -4E_R$ 时, 能隙

$E_+(k_x = -k_R) - E_-(k_x = -k_R) = \hbar\Omega$ 恰好为拉曼跃迁耦合强度。如图 7 中的色散曲线 3，首先把 BEC 制备在 $|1,1\rangle$ 态上，曲线 4 为原子在 $|1,0\rangle$ 态上的色散曲线。

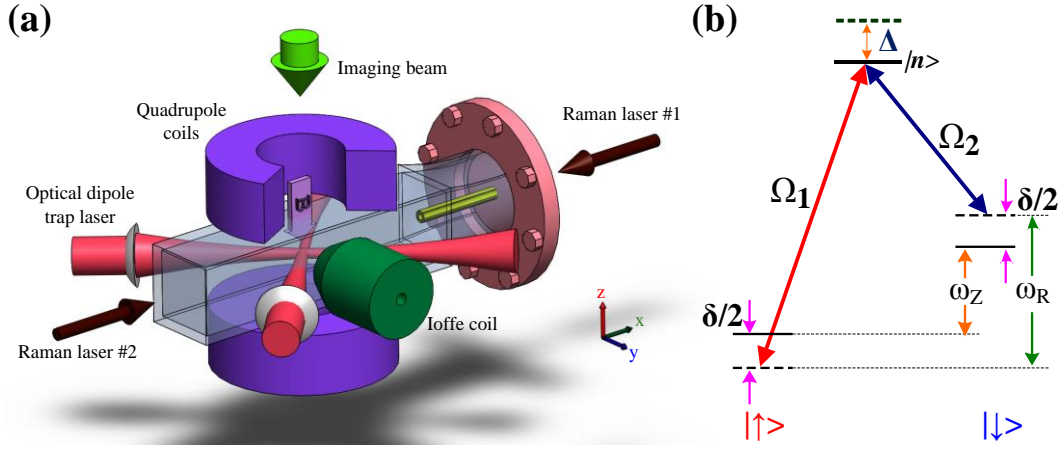


图 3.6 (a) 拉曼光及光学偶极阱 (b) 拉曼跃迁能级结构图

在实验中，首先在由四极和 Ioffe 线圈组合的磁阱（quadrupole-Ioffe configuration trap，简记为 QUIC 磁阱）中通过射频蒸发把 ^{87}Rb 原子预冷却到 $1.5\mu\text{K}$ ^[25]，然后，把预冷却的原子样品转移回第二级真空气室（Science cell）的中心，绝热装载到光学偶极阱中，光阱是由两束波长为 1064 nm 的激光在水平面（ $x-y$ ）相互交叉成 90° ，在焦点处重合，如图 3.6 所示^[26]。随后，把外部磁场加到 1 G ，使原子态保持在 $|F=2, m_F=2\rangle$ （简写为 $|2,2\rangle$ ）态上，此时 BEC 的原子数约为 4.5×10^5 个^[27]。然后通过微波把 $|2,2\rangle$ 上的原子转移制备在 $|F=1, m_F=1\rangle$ （简写为 $|1,1\rangle$ ）态，此过程是一个迅速绝热的过程^[28]， $|1,1\rangle$ 态 BEC 的原子数约为 3.9×10^5 个，光阱的束缚频率为 $2\pi \times (80,96,116)\text{ Hz}$ 。

在实验中，一对亥姆霍兹线圈提供了沿 z 轴向产生塞曼分裂的偏置磁场，即： $\hbar\omega_z = g_F \mu_B B$ ，其中 g_F 为超精细结构朗德 g 因子， μ_B 为玻尔磁子， B 为磁场值，如图 6 (a) 所示。拉曼光由相干公司（Coherent, Inc）生产的可调谐钛宝石激光器输出，两束激光各自通过声光调制器，它们由信号发生器控制分别移频使两束拉曼光光频差为 ω_R 。两束均为线偏振的拉曼光沿 x 轴相向传播，相对于 z 方向的量化轴，它们分别对应为 σ （可分解为 σ^+ 和 σ^- 偏振的等权叠加）和 π 偏振。在耦合过程中我们用 σ^- 偏振和 π 偏振的两束拉曼激光来耦合磁子能级 $|1,1\rangle = |\uparrow\rangle$ 和 $|1,0\rangle = |\downarrow\rangle$ 态。为了提高两束拉曼光光强的稳定性，从光路中分出一小部分光进入光电二极管后转化成电压信号，然后对该信号电压和计算机输出光强的信号电压进行比较分析，得到误差信号，最后通过调节声光调制器的射频功率对误差信号进行补偿。

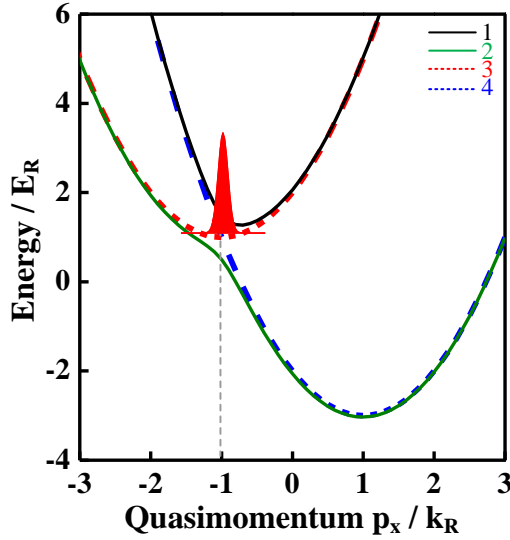


图 3.7 失谐为 $\delta = -4E_R/\hbar$ 时的能量色散图，初始 BEC 全部制备在 $|1,1\rangle$ 态上

3.3.2.1 依赖于拉曼光波长的耦合强度

为了研究不同失谐对耦合强度的影响，我们选择 800nm 和 788nm 两种波长的拉曼激光观测了该两基态间的拉比振荡来得到拉曼耦合强度。改变脉冲时间后同时关闭偏置磁场和两束拉曼光。由于在拉曼过程中原子团获得反冲动量，所以用形成 QUIC 阱时所用到的 Ioffe 线圈提供 y 方向的梯度磁场，在梯度磁场的作用后自由飞行 30 ms 之后成像。我们可以观察到两自旋态的原子布居数随着拉曼光脉冲时间的变化而变化。随后通过计算得到两态 ($|1,1\rangle$ 、 $|1,0\rangle$) 的原子数占总原子数的百分比得到如图 3.8 (a) 和图 3.8 (b) 所示的实验数据。最后用公式 $f(t) = \alpha \cdot e^{-\beta t} \sin(2\pi\Omega \cdot t + \gamma) + \eta$ 对实验数据进行拟合，其中 $\alpha \cdot e^{-\beta t}$ 为拉比振荡的衰减因子， Ω 为拉比振荡频率， γ 、 η 为常数。经拟合后在图 3.8 中发现原子布居数随时间的振荡呈现一定的衰减趋势，这是由原子基态间的退相干效应引起的，但是并不明显。在费米气体中，由于费米气体具有较宽的动量分布，且拉曼激光耦合时它的拉比频率与动量选择有关，在不同动量位置处它的拉比频率是不相同的。而对于玻色子来说，BEC 的动量分布很小，在拉曼光耦合共振时近似为零共振模式，从而它的拉比频率是单一的，因而如图 3.8 所示，拉比振荡的衰减趋势没费米气体中的拉比振荡明显，如图 3.9(a) 所示。

我们选择 800nm 和 788nm 两种波长的拉曼激光观测了该两基态间的拉比频率，可以看出不同波长时，拉比频率是不相同的，这是由不同的失谐 Δ_{Di} 引起的。通过该测量技术对我们开展基于拉曼跃迁过程的超冷原子实验的参数优化选择提供了依据。

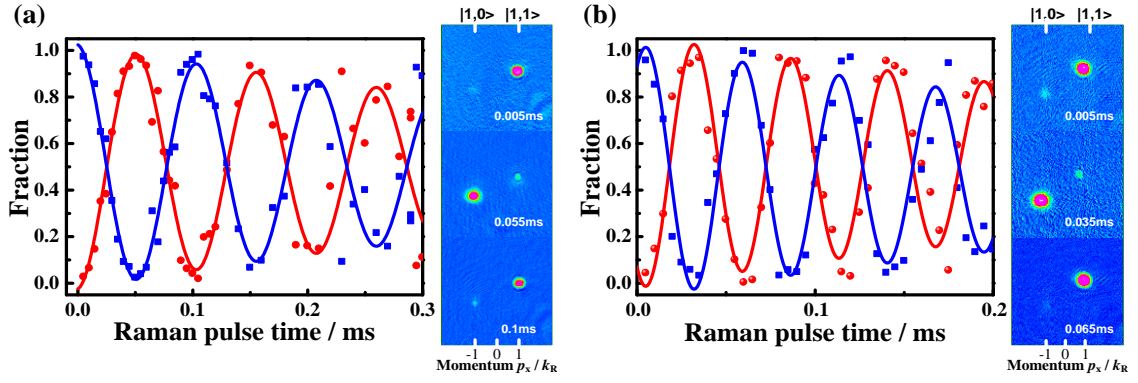


图 3.8 原子布居数在 $|1,0\rangle$ 和 $|1,1\rangle$ 态之间的拉比振荡 (a) 拉曼光波长为 800 nm; (b) 拉曼光波长为 788 nm。点为实验数据, 线为拟合数据, 红色圆点为 $|1,0\rangle$ 态的百分比, 蓝色方块为 $|1,1\rangle$ 态的百分比。

3.3.2.2 依赖于外部磁场的耦合强度

在实验中, 我们也研究了不同的磁场对拉曼耦合强度的影响。首先把费米气体制备在 $|9/2, -9/2\rangle$ 态上, 用波长为 772.4 nm 的拉曼激光耦合两个自旋态 ($|9/2, -9/2\rangle = |\uparrow\rangle$ 和 $|9/2, -7/2\rangle = |\downarrow\rangle$), 同理保证两束拉曼激光的偏振保持正交并且使 $\hbar\delta = -4E_R$, 如图 3.3 所示。在不同的外部磁场值下, 通过观测两自旋态的相干拉比振荡得到耦合强度, 如图 3.9 (a) 所示。外部磁场分别为 31.15G、109.05G 和 201.62G, 对不同磁场下的耦合强度拟合处理后发现耦合强度随着磁场的加强而降低, 如图 3.9 (b) 所示。

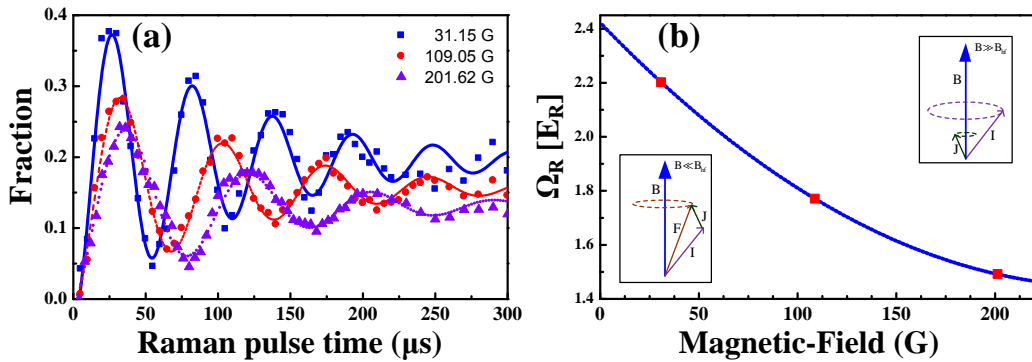


图 3.9 依赖于外部磁场的拉曼耦合强度 (a) 不同磁场时的拉比振荡 (b) 拉曼耦合强度与外部磁场的函数关系

下面对该实验数据进行理论分析, 由 (3.13) 式把耦合强度强度简化为:

$$\Omega = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta} = -\frac{I_0}{\hbar^2 c \varepsilon_0} \sum_n \frac{\langle \downarrow | er_q | n \rangle \langle n | er_q | \uparrow \rangle}{\Delta} \quad (3.27)$$

其中 Δ 为拉曼激光的单光子失谐， Ω_i 为每束激光在基态与中间激发态间的拉比频率， $\langle \downarrow | er_q | n \rangle$ 为两个自旋态 $|\downarrow\rangle$ 和 $|n\rangle$ 之间的矩阵元（其中 $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 分别表示基态的两个自旋态， $|n\rangle$ 满足跃迁的中间所有激发态）。由于在改变磁场时单光子失谐 Δ 的改变很小，因而在改变外部磁场忽略单光失谐的变化，保持 Δ 不变。

当我们改变外部磁场时，公式(3.27)中的中间激发态 $|n\rangle$ 可以表示为三种情形^[29]：第一种是在低磁场时，核自旋 I 和电子自旋 J 的角动量耦合 $(I - J)$ 变强，总角动量 F 绕着磁场的方向旋转，此时自旋态可以表示为： $|F, m_F\rangle$ ；第二种情形是在高磁场下， $(I - J)$ 是分离的且各自沿磁场方向旋转，因而 $|n\rangle$ 在高磁场下不再是一个纯态，而是 $|m_J, m_I\rangle$ 对应的混合态；第三种情况是在强磁场下，电子的自旋和电子的轨道角动量会退耦合，于是 $|n\rangle$ 对应于 $|m_L, m_S, m_I\rangle$ 的混合态。当磁场处于第二种情形时，电子的自旋和轨道项会有一个小微扰，于是拉曼跃迁矩阵元随着外部磁场的增大而减小^[30]，如图 3.9 (b) 所示。

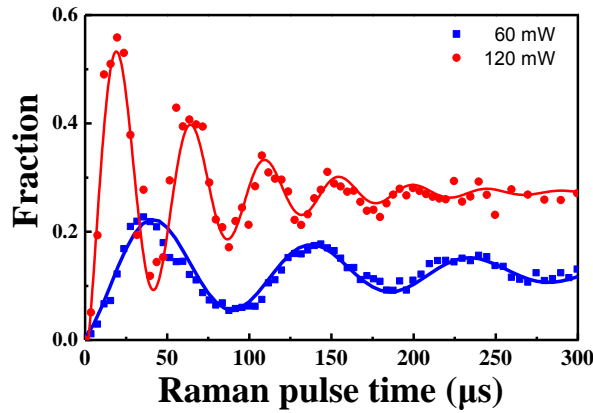


图 3.10 耦合强度依赖于拉曼激光光强

我们在实验中验证了拉曼激光光强对耦合强度的影响，当磁场值固定为 206.2G 时拉曼光激光功率分别为 60mW 和 120mW 时对应的振荡周期为 92μs 和 45μs，如图 3.10 所示。可以看出耦合强度与拉曼激光光强成正比，与公式 (3.15) 相符。因此，在实验中我们可以通过调节光强来快速且精确地控制调节耦合强度的大小。通过改变外部磁场调节耦合强度的方式为我们用自旋-轨道耦合的超冷原子气体在强相互作用区域研究一些有趣的现象提供了可能。

3.4 小结

本章节中对凝聚态中存在的两种自旋-轨道耦合作了一个比较，包括能量-动量色散谱和依赖于动量空间分布的有效塞曼场。之后采用半经典理论模型详细推导了拉曼跃迁拉比频率的表达式，实验中在玻色气体中分别用波长为 788nm 和 800nm 的拉曼激光研究了不同波长对一维自旋-轨道耦合中拉曼耦合强度的影响；在费米气体中实验研究了拉曼耦合强度与外部磁场之间的关系，并且验证了耦合强度随着外部磁场的增大而降低的函数关系，在此过程中耦合强度与光强呈正比关系。这些研究对我们以后开展基于拉曼跃迁的超冷气体实验的参数最佳选择提供了依据。

参考文献

- [1] K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper. New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance. *Phys. Rev. Lett.*, 45 494 (1980).
- [2] M. I. D'yakonov and V. I. Perel. Possibility of orienting electron spins with current. *JETP Lett*, 13 657 (1971).
- [3] J. Sinova, D. Culcer, Q. Niu, N. A. Sinitsyn, T. Jungwirth, and A. H. MacDonald. Universal intrinsic spin Hall effect. *Phys. Rev. Lett*, 92 126603 (2004).
- [4] C. L. Kane and E. J. Mele. Z_2 Topological order and the quantum spin Hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 95 146802 (2005).
- [5] C. Zhang, S. Tewari, R. M. Lutchyn, and S. Das Sarma. $px + ipy$ superfluid from s-wave interactions of fermionic cold atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 101 160401 (2008).
- [6] F. Wilczek. Majorana returns. *Nature Phys.* 5 614 (2009).
- [7] K. W. Madison, F. Chevy, W. Wohlleben, and J. Dalibard, Vortex Formation in a Stirred Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 806 (2000).
- [8] J. R. Abo-Shaeer, C. Raman, J. M. Vogels, and W. Ketterle, Observation of Vortex Lattices in Bose-Einstein Condensates. *Science*, 292, 476 (2001).
- [9] Alexander L. Fetter, Rotating trapped Bose-Einstein condensates. *Rev. Mod. Phys.* 81, 647. (2009).
- [10] J. Dalibard, F. Gerbier, G. Juzeliūnas, and P. Öhberg, Colloquium: Artificial gauge potentials for neutral atoms. *Rev. Mod. Phys.* 81, 647. (2009).
- [11] D. Jaksch and P. Zoller. Creation of effective magnetic fields in optical lattices: the Hofstadter butterfly for cold neutral atoms. *New. J. Phys.*, 5 56 (2003).
- [12] M. Aidelsburger, M. Atala, S. Nascimbène, S. Trotzky, Y. A. Chen, and I. Bloch, Experimental realization of strong effective magnetic fields in an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.*, 107 255301 (2011).
- [13] A. Sørensen, E. Demler, and M. Lukin. Fractional quantum Hall states of atoms in optical lattices. *Phys. Rev. Lett.*, 94 086803 (2005).
- [14] J. Struck, C. Ölschläger, M. Weinberg, P. Hauke, J. Simonet, A. Eckardt, M. Lewenstein, K. Sengstock, and P. Windpassinger. Tunable gauge potential for neutral and

- spinless particles in driven optical lattices. *Phys. Rev. Lett.*, 108 225304 (2012).
- [15] Y. J. Lin, K. Jiménez-García, and I. B. Spielman, Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates. *Nature* 471, 83-86 (2011).
- [16] D. L. Campbell, G. Juzeliūnas and I. B. Spielman, Realistic Rashba and Dresselhaus spin-orbit coupling for neutral atoms. *Phys. Rev. A* 84, 025602 (2011).
- [17] V. Galitski, and I. B. Spielman, Spin-orbit coupling in quantum gases. *Nature* 494, 49 (2013).
- [18] L. H. Huang, Z. M. Meng, P. J. Wang, P. Peng, S. L. Zhang, L. C. Chen, D. H. Li, Q. Zhou and J. Zhang, Experimental realization of a two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases, *Nature phys*, published online: DOI: 10.1038/NPHYS3672
- [19] L. H. Huang, P. J. Wang, Z. K. Fu and J. Zhang, Raman Coupling Strength in Spin-Orbit Coupled Bose-Einstein Condensate, *Acta Opt Sin.* 34, 0727002 (2014) (in chinese)
- [20] L. H. Huang, P. J. Wang, Z. M. Meng, P. J. Wang, P. Peng, S. L. Zhang, L. C. Chen, D. H. Li and J. Zhang, Magnetic-field dependence of Raman coupling strength in ultracold ^{40}K atomic Fermi gas. *Chin. Phys. Lett* 33, 033401 (2016)
- [21] Y. J. Lin, R. L. Compton, A. R. Perry, W. D. Phillips, J. V. Porto and I. B. Spielman, Bose-Einstein Condensate in a Uniform Light-Induced Vector Potential. *Phys Rev Lett*, 102 130401 (2009)
- [22] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics*. Cambridge University Press, 148-154 (1997).
- [23] T. A. Savard, S. R. Granade, K. M. O'Hara, M. E. Gehm and J. E. Thomas, Raman-induced magnetic resonance imaging of atoms in a magneto-optical trap. *Phys Rev A*, 60 4788 (1999).
- [24] Z. K. Fu, P. J. Wang, S. J. Chai, L. H. Huang and J. Zhang, Bose-Einstein condensate in a light-induced vector gauge potential using 1064-nm optical-dipole-trap lasers. *Phys Rev A*, 84 043609 (2011)
- [25] D. Z. Xiong, H. X. Chen, P. J. Wang, X. D. Yu, F. Gao and J. Zhang, Quantum Degenerate Fermi-Bose Mixtures of ^{40}K and ^{87}Rb Atoms in a Quadrupole-Ioffe Configuration Trap. *Chin Phys Lett* 25 843 (2008).

- [26] D. Z. Xiong, P. J. Wang, Z. K. Fu and J. Zhang, Transport of Bose-Einstein condensate in QUIC trap and separation of trapping spin states. *Opt Express* 18 1649 (2010).
- [27] D. Z. Xiong, P. J. Wang, Z. K. Fu, S. J. Chai and J. Zhang, Evaporative cooling of ^{87}Rb atoms into Bose-Einstein condensate in an optical dipole trap. *Chin Opt Lett* 8 627 (2010).
- [28] D. Z. Xiong, P. J. Wang, H. X. Chen and J. Zhang, Evaporative cooling rubidium atoms with microwave radiation. *Chin Opt Lett* 8 351 (2010).
- [29] R. Wei, and E. J. Mueller, Magnetic-field dependence of Raman coupling in alkali-metal atoms. *Phys. Rev. A* 87 042514 (2010).
- [30] Ludewig A 2012 PhD Dissertation (Holland: Universiteit van Amsterdam).

第四章 超冷费米气体中 Feshbach 分子态到深束缚分子态的射频谱

4.1 概述

在超冷原子气体中创造和研究多体量子系统时调节粒子间的相互作用强度已经取得了巨大的进步^[1]。其中，利用磁场诱导的 Feshbach 共振是一个最有效的工具之一，并且已经广泛应用于碱金属原子中。另一个调节相互作用强度的工具是光学控制的 Feshbach 共振 (OFR)^[2,3]，通过调节一束激光可以把一对自由原子耦合到分子的电子学激发态上^[4-7]。光学 Feshbach 共振以它高分辨率的特性来更灵活地调节原子间的相互作用强度。除此之外，在超冷子气体中也可以把激光和磁场结合起来在玻色气体^[8-10]和费米气体^[11]中共同调节原子之间的相互作用强度。

用射频场来操控超冷原子是另一个特别好的工具，对于碱金属原子来说，比如在 ^{87}Rb 原子中是很难发现磁场诱导产生的 Feshbach 共振。除此之外，由于激光对原子的自发辐射会导致原子的大量损耗，因而光控 Feshbach 共振 (OFR) 也是很难确定的。因而，射频场可以作为一种新型工具来操控原子间的散射长度。在本文中，类似于 OFR，用射频场把一对自由原子的散射态与束缚分子态耦合起来。射频场也可以使原子在两个束缚态间驱动跃迁。射频场可以作为一个探测工具，通过直接测量由平均场相互作用导致的平移来决定 Feshbach 共振附近的散射长度^[12]、验证多体效应和量子么正性^[13]、在 BCS 交叉区域得到单粒子的谱函数和能量色散^[14]。作为一系列的方案来控制散射长度，例如，张芄等设计在多组份的原子气体中利用射频缀饰控制不同的散射长度^[15]。在 ^{87}Rb 的玻色气体中利用射频耦合控制磁场 Feshbach 共振在实验和理论上已经进行了研究^[16,17]。Tscherbul 等人在 ^{87}Rb 原子中用射频场控制 Feshbach 共振在理论上进行了一个分析^[18]；Papoular 等人建议在零磁场下用微波 (MW) 控制原子气体间的碰撞^[19]；Avdeenkov 用这样的方案来操控极化分子的散射^[20]。

本文中，我们实验上在 ^{40}K 的超冷费米气体中结合射频场观察到了磁场 Feshbach 共振。在分波量子数 $L=0$ 处用近共振的射频场在分子束缚态附近测量得到光谱。相比于玻色气体，由于费米气体受泡利不相容原理限制，费米的 Feshbach 分子具有更长的寿命。我们可以很容易地测量束缚一束束缚分子态间 (Feshbach 分子态到深束缚分子态) 的跃迁。我们也可以测量自由原子到束缚分子态间的跃迁。实验中

测到的三个束缚能与理论计算是一致的。除此之外，得到原子损耗与磁场的变化关系，进而来确定射频场改变散射长度的能力。在磁场 Feshbach 共振损耗轮廓中的窄的损耗轮廓的位置可以通过改变射频值来轻易地改变，它表示在 Feshbach 共振附近可以修改散射性质。

4.2 Feshbach 共振

4.2.1 Feshbach 共振的模型

图 4.1 为 Feshbach 共振原理图，蓝线表示可以存在分子态的闭通道，红线表示存在自由原子的开通道。当开通道上碰撞原子的散射态能量与闭通道上某个束缚态能量接近时，会发生 Feshbach 共振。如果束缚分子态与碰撞原子的散射态具有不同的磁距，那么我们可以通过外部磁场来调节束缚态的能量与两个自由原子的散射能量，即用外部磁场来调节 Feshbach 共振^[1,22,37]。在某一磁场处两能量相等，此处的磁场值为 Feshbach 共振点。

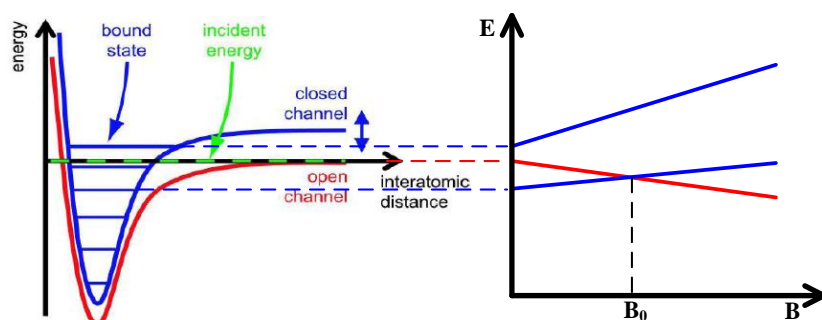


图 4.1 Feshbach 共振原理图 处在开通道上的两个自由原子发生散射，与闭通道上的某一束缚态在外部磁场 $B = B_0$ 发生耦合，于是可以通过调节外部磁场使散射态与束缚态能量相等。

调节磁场的 Feshbach 共振可以用一个函数关系式表示，我们用 s 波散射长度来表示在某一磁场值下原子与原子之间的相互作用强度^[1]，即：

$$a(B) = a_{bg} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right) \quad (4.1)$$

其中 a_{bg} 为背景散射长度； Δ 为共振宽度，它由准束缚态与散射态间的耦合强度决定； B_0 为 Feshbach 共振点，且当 $B = B_0 + \Delta$ 时，散射长度过零点。图 4.2 中的红线表示 s 波散射长度 a 与磁场 B 的关系，当 $B < B_0$ 时, $a > 0$ 时，原子间存在很强的排斥作用，可以存在双原子形式的弱束缚分子态，进行冷却后可以形成分子 BEC 超流；当 $B > B_0$ 时, $a < 0$ ，表示为很强的吸引作用，可以产生存在由多体效应引起的费米对^[23]。蓝线表

示分子束缚能与磁场 B 的关系，当远离共振点时，分子态的束缚能与磁场成线性关系；在共振点附近，也就是散射长度趋向于无穷大时，两通道发生强耦合，束缚分子态的能量接近于两个自由原子的能量，分子的束缚能可以用这个关系式表示^[24]：

$$E_b = \frac{\hbar^2}{m(a - r_0)} \quad (4.2)$$

其中 a 为散射长度， $r_0 = 60a_0$ 为范德华势能的范围， m 是原子的质量。

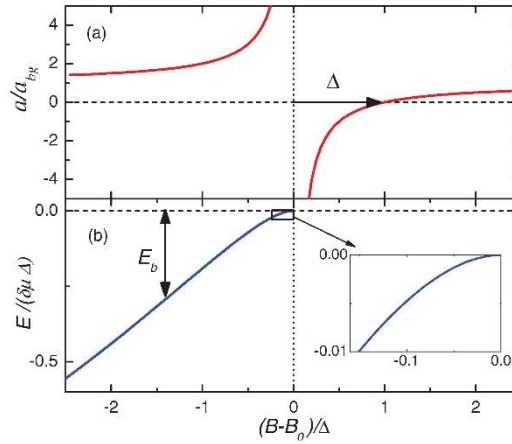


图 4.2 Feshbach 共振特性

4.2.2 Feshbach 分子的射频谱及束缚能

在实验中我们用扫描磁场的方法产生分子^[25]，如图 4.3 (a) 所示。首先，在高磁场 $B = 203.6\text{G}$ 处用 $\pi/2$ 的射频脉冲制备成 $|9/2, -9/2\rangle = |1\rangle$ 态和 $|9/2, -7/2\rangle = |2\rangle$ 态 50/50 的混合态；随后，在 20ms 内把磁场从初始场 $B_1 = 204\text{G}$ 线性降低到 B_2 ($201.1 - 201.6\text{G}$)，在此过程中把自由原子结合成 Feshbach 分子；之后再等待 30ms 后用近共振于 $|2\rangle$ 态与 $|9/2, -5/2\rangle = |3\rangle$ 态的高斯型脉冲来转移 $|2\rangle$ 态的原子到 $|3\rangle$ 态 ($50\mu\text{s}$) 来确定磁场值或者把分子解离到 $|1\rangle$ 和 $|3\rangle$ 态来探测分子 ($500\mu\text{s}$)，该射频值约为 47MHz ，如图 4.3 (b) 所示；最后，同时关闭磁场和光阱，使原子在梯度磁场中自由飞行 12ms 后吸收成像，得到如图 4.3 (a) 所示的成像。为了提高射频信号在一定范围内 (40MHz 附近) 的耦合强度，我们在射频天线中串联一个 10pF 的电容。

在不同磁场值下，通过记录各态的原子数来得到不同磁场下的射频谱，即原子数与射频值的函数，如图 4.4 所示。射频谱中有两个原子峰，较低频率处对称且较窄的峰对应于 $|2\rangle$ 态与 $|3\rangle$ 态间的跃迁，通过该峰可以精确地确定磁场值^[26]。较高频率处非对称且较宽的峰对应于 Feshbach 分子，于是这两个峰间的射频距离为该磁场下分子的束缚能，并且如图 4.4 (d) 所示，并且高频处的“尾巴”^[27,28] 可以用一个解析公式表

示:

$$I(\nu_{rf}) \propto \sqrt{h\nu_{rf} - E_b / (h\nu_{rf})^2} \quad (4.3)$$

其中 ν_{rf} 对应为 $\nu_{RF} - \nu_{atom}$ ，且 ν_{atom} 为 $|2\rangle$ 态与 $|3\rangle$ 态间的共振频率。

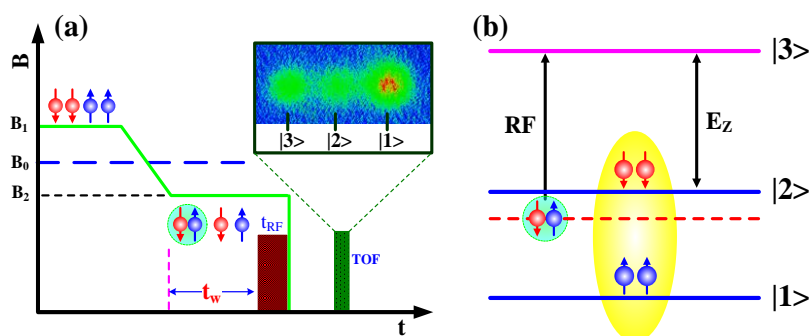


图 4.3 Feshbach 分子的产生及探测 (a) 利用外部磁场把自由原子结合成分子的时序图，其中 $B_0=202.2$ G为 Feshbach 共振点， $B_1=204$ G为初始磁场以及 B_2 为产生分子的磁场。(b) 测量射频谱的原理示意图，用射频脉冲可以把 $|2\rangle$ 态上的自由原子转移到 $|3\rangle$ 态上来确定磁场值或者把分子解离到 $|1\rangle$ 和 $|3\rangle$ 态来探测分子。

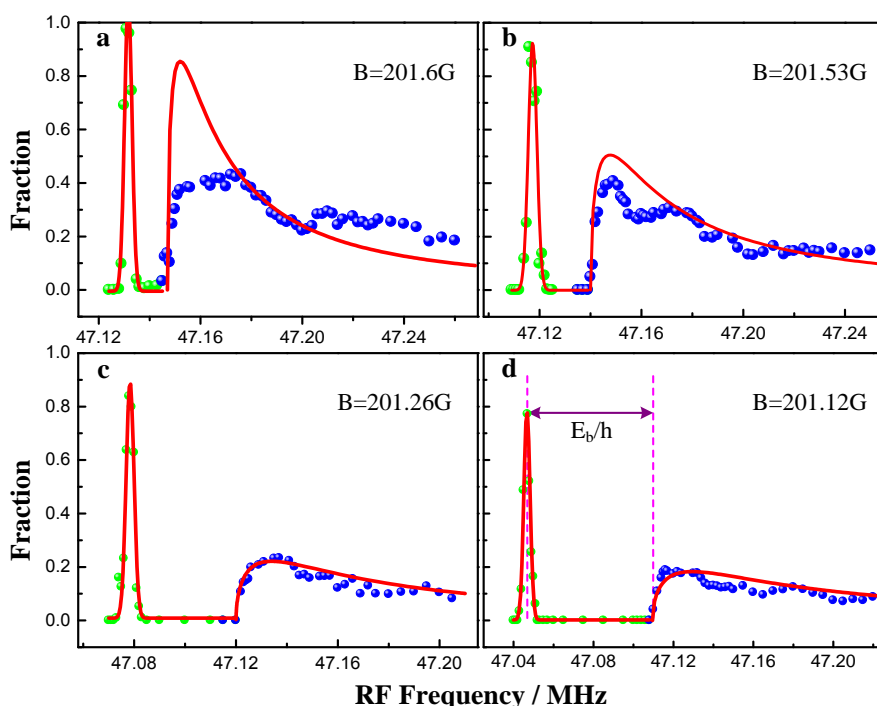


图 4.4 不同磁场下的射频谱 圆点为实验数据，实线为理论拟合数据。(a) — (d) 磁场分别为 201.6G、201.53G、201.26G 及 201.12G 对应分子的束缚能分别为 16kHz、30kHz、45kHz 及 60kHz。

从图 4.4 中在不同磁场下分子的束缚能我们要以得到弱束缚分子的束缚能与磁场的函数关系, 如图 4.5 所示。在不同磁场处分子的束缚能是不同的, 并且分子的寿命也是不同的。

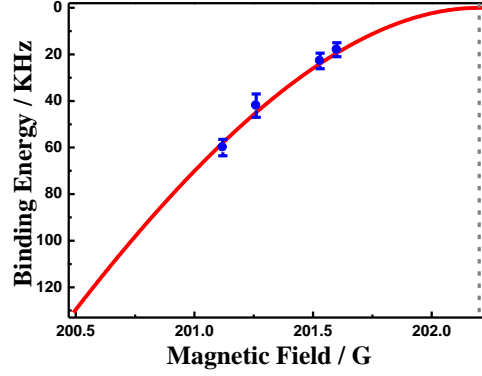


图 4.5 不同磁场下分子的束缚能 有误差棒的蓝色圆点表示为实验数据, 红色实线为理论拟合数据。

4.3 理论分析

我们首先把 ^{40}K 原子的超精细态 $|F, M_F\rangle = |9/2, -9/2\rangle$ 和 $|9/2, -7/2\rangle$ 制备为 50/50 的混合态, 其中 F 和 M_F 电子和核的总自旋, 并且各自投影于磁场方向。众所周知, 对于原子这样的混合态在磁场 $B=202.2$ G 处存在一个 s 波的 Feshbach 共振。我们把这两个态原子间碰撞以及邻近的分子束缚态用洪德耦合模型 (e) 描述, 表示为原子对的量子数: $|F_1, M_{F_1}\rangle |F_2, M_{F_2}\rangle |L, M_L\rangle$, 其中, L 和 M_L 分波角动量和它投影的量子数。在超冷气体中, 原子要么在 $L=0$ 的自由原子态上, 要么在 $L=0$ 的其它任意的弱束缚分子态上。因为我们只是考虑射频的转移, 所以我们在下文中忽略这个索引。

图 4.6 为由耦合通道模型计算得到的 s 波分子态 ($L=0$) 与磁场的关系。这个模型被用来同时拟合 s 波和 p 波的 Feshbach 共振^[21], 并且在磁场 $B=200$ G 附近描述 ^{40}K 原子间的碰撞是适合的。在图中的零表示为开通道 $|9/2, -9/2\rangle + |9/2, -7/2\rangle$ 的阈值能量。图中存在总角动量 $M_T = M_{F_1} + M_{F_2} = -8$ 的两个分子态 (蓝色实线), 并且在共振附近有一个交叉避免区域。其中, 上支曲线中当 $B < B_0$ 的磁场区域存在一个 Feshbach 分子态, 而在 $B > B_0$ 时存在散射共振; 下支曲线在显示的区域是相对深的束缚态。这两个态在射频场沿着量化轴方向的极化条件下满足 $\Delta M_T = 0$ 的跃迁规则。除此之外, 还有两个 $M_T = -7$ 的束缚态, 射频场垂直于极化场, 满足 $\Delta M_T = \pm 1$ 的跃迁规则。其中上支是关于 $|9/2, -9/2\rangle + |9/2, -5/2\rangle$ 的阈值, 在磁场 $B \approx 220$ G

处由非束缚变成连续。这个图中用箭头表示了实验中测到的束缚态到束缚态的跃迁。

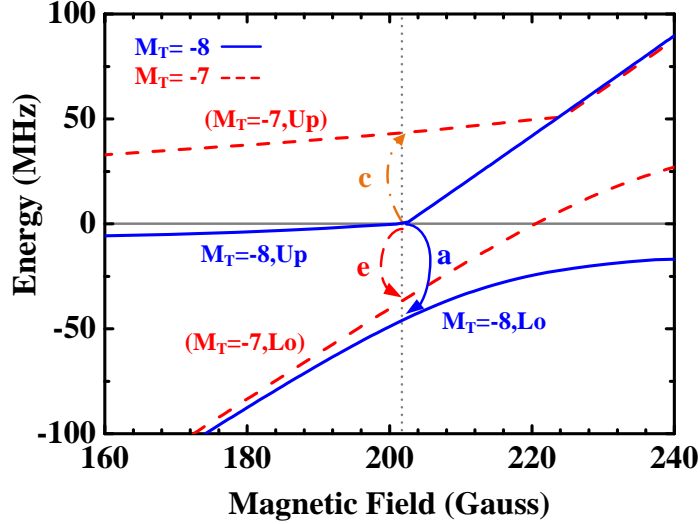


图 4.6 电子基态中 ^{40}K 相对分子态与磁场的能谱。能量值为零为独立态 $|9/2, -9/2\rangle + |9/2, -7/2\rangle$ 在磁场下的能量。 M_T 为总的角动量的投影 $M_{F1} + M_{F2}$

4.4 实验过程

4.4.1 实验装置

实验装置在之前的工作中已经作了详细描述^[29-32]，在光阱中利用 ^{87}Rb 的 $|2,2\rangle$ 态的原子与 ^{40}K 的 $|9/2, 9/2\rangle$ 态的原子进行协同冷却得到简并费气体的原子数为 $N \approx 2 \times 10^6$ ，简并参数为 $T/T_F \approx 0.3$ 。其中 T 为温度， T_F 为费米温度，定义为： $T_F = E_F/k_B = (6N)^{1/3} \hbar \bar{\omega}/k_B$ ，且 $\bar{\omega}$ 为光阱的平均束缚频率。首先，在 $B \approx 219.4 \text{ G}$ 处制备成 $|9/2, -9/2\rangle$ 和 $|9/2, -7/2\rangle$ 态各占一半，把这两个超精细态作为入射态，如图 4.6 所示。我们通过调节磁场来控制 Feshbach 共振绝热转化使一对原子为弱束缚分子态，其中分子的束缚能小于 100 kHz 。

我们把射频天线安放在玻璃气室 (Science Cell) 的外面，并且使射频场平行 (RF1) 或垂直 (RF2) 于 Feshbach 共振的磁场，如图 4.7 所示。射频由信号发生器提供 (33250A, Agilent)，通过一个射频开关 (ZFSWA-1-20, Mini-Circuits)，再用功率放大器 (ZHL-5W-1, Mini-Circuits) 放大到 3 W ，最后用一个线圈天线把射频场作用于原子。射频是一个方型脉冲，当射频值接近束缚态到束缚态的共振时，由于射频把 Feshbach 分子驱动到另一个分子态上，所以可以看到由射频导致的关于原子数的损耗。为了确定光

阱中剩余的分子数，关闭这个射频场后打开另一个高斯型的射频脉冲来解离剩余的分子到 $|9/2, -5/2\rangle + |9/2, -9/2\rangle$ 态上。解离分子后，快速关闭光阱和磁场，让原子自由飞行 12ms 后成吸收成像。不同超精细态的原子数表示为： $N_\sigma(|-7/2\rangle, |-5/2\rangle, \dots)$ ，从而我们可以确定不同射频值下的分子的比例： $N_{-5/2}/(N_{-5/2} + N_{-7/2})$ 。

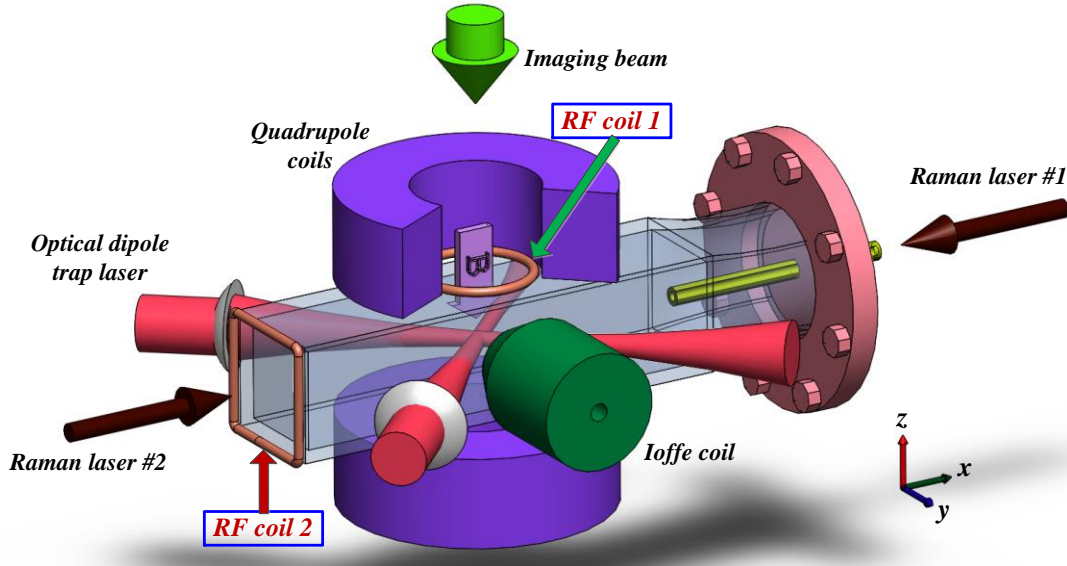


图 4.7 Feshbach 共振分子态—深束缚分子态能谱实验装置图。两个射频天线分别置于 cell 的正上方和前端，两束沿 x 方向对射的拉曼光作用于光阱中的分子上，沿 z 方向的 Feshbach 磁场由四极线圈提供。

4.4.2 用射频场测量基态 Feshbach 分子到深束缚分子态的能谱

图 4.8 为对在图 4.6 中描述的跃迁的光谱学测量，图 4.8 (a) 是束缚态到束缚态的跃迁，不同的磁场对应于分子不同的束缚能，射频值约为 45MHz，对应图 4.1 中的“a”。这里的射频作用时间为 5ms，并且射频场平行于磁场的方向。当存在射频场时分子的寿命为 2ms，远远短于没有射频场时的寿命。在此条件下，当射频场垂直于磁场方向时没有观测到分子的损耗，因而可以确定这个束缚态就是 $M_T = -8$ 。也可以在 $B > B_0$ 时观测到自由原子到束缚态的跃迁，测量得到剩余的原子数在不同磁场下改变射频值时的曲线，如图 4.8 (b) 所示，此时射频脉冲时间为 50ms。由图 8 (a) 和 (b) 可以知道，在 BEC 区域，束缚态到束缚态的跃迁的富兰克—康顿因子随着束缚能的增大而增大；在 BCS 区域，当磁场远离共振点时，自由原子到束缚态的跃迁的富兰克—康顿因子减小。

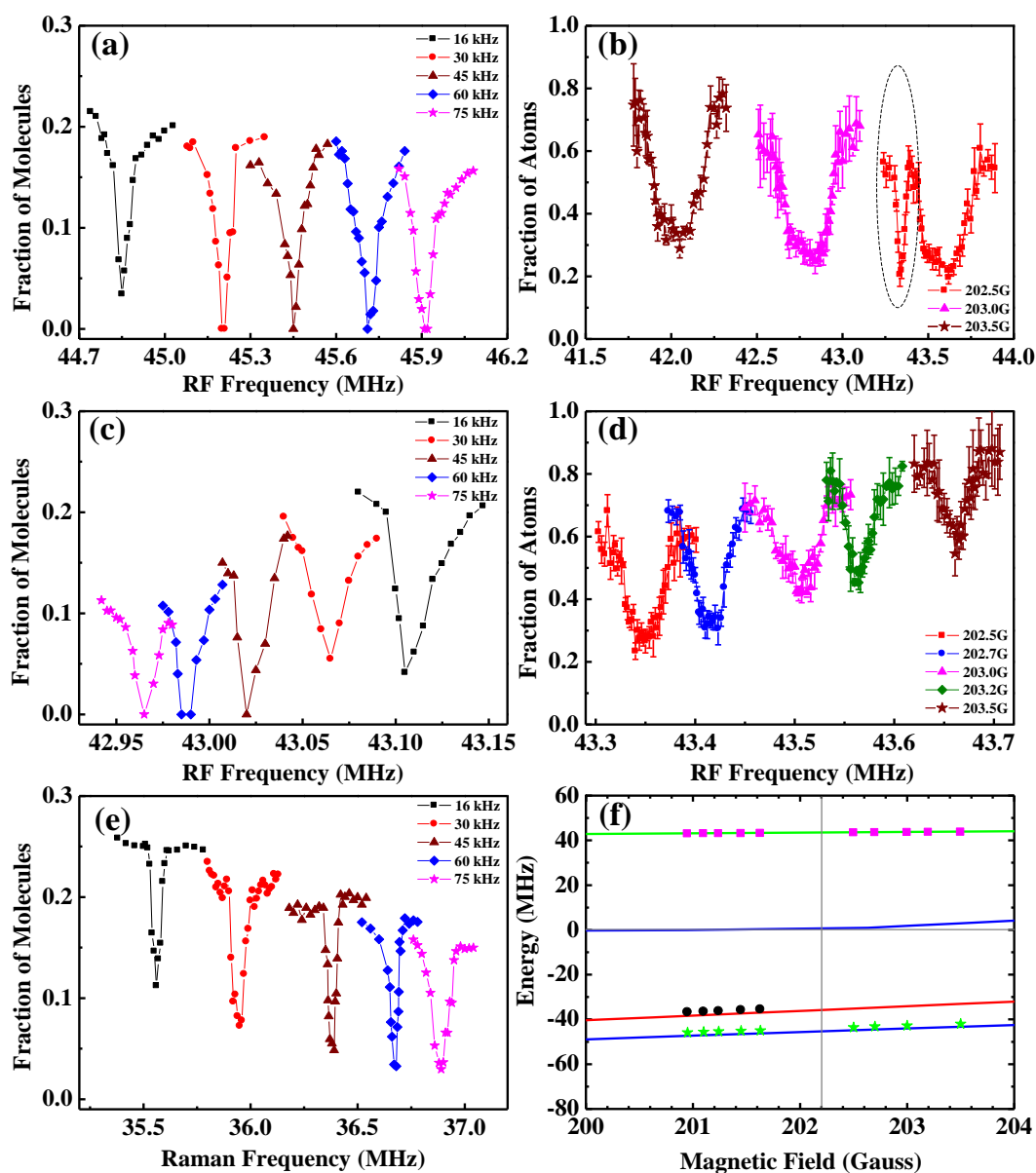


图 4.8 基态 2K_2 的分子态在不同磁场下束缚态-束缚态和自由态-束缚态间的能谱。(a) Feshbach 分子态到深束缚分子态间的束缚态-束缚态的能谱 ($M_T = -8, Lo$)。 (b) 自由态到深束缚分子态间的自由原子态-束缚态的能谱 ($M_T = -8, Lo$)。图中用圆圈标记的窄的损耗轮廓对应于图 (d) 中的相同磁场 202.5G 下的损耗轮廓。(c) Feshbach 分子态到深束缚分子态间的束缚态-束缚态的能谱 ($M_T = -7, Up$)。 (d) 自由态到深束缚分子态间的自由态-束缚态的能谱 ($M_T = -7, Up$)。 (e) 深束缚分子态 ($M_T = -7, Lo$) 在不同磁场下束缚态-束缚态的能谱，它是由双色受激拉曼过程得到。(f) 由 (a)-(e) 得到深束缚分子态与磁场的函数，其中点和线分别代表实验数据和理论计算。

束缚能 16、30、45、60 和 75 kHz 分别对应磁场为 201.63、201.45、201.24、201.1 和 200.95 G。

图 4.8(c)中所需的射频值约为 43 MHz, 对应分子态到上支分子态是 $M_T = -7$ 。正如上面计算, 当射频场垂直于磁场时满足选择定则 $\Delta M_T = -1$ 。意外的是, 当射频场平行于磁场方向, 即 $\Delta M_T = 0$ 时, 也可以观测到此跃迁。在这个谱中无法用这个模型来确认这个分子态, 它不是完全服从该跃迁定则。这个态同样也可以在 $B > B_0$ 时观测到自由原子到束缚态的跃迁, 如图 4.8 (d) 所示。在图 8 (b) 中观测到的一个小的损耗峰对应于该跃迁在射频场平行于磁场时的, 在同一个磁场值下, 这两个跃迁将近简并。

4.4.3 用拉曼光测量基态 Feshbach 分子到深束缚分子态的能谱

我们也用样的方法用射频场尝试观测下支分子态 ($M_T = -7$), 但是不管把射频场平行还是垂直于磁场方向, 甚至加大射频场的信号强度, 都不能观测到 Feshbach 分子的损耗。这很可能是由于这两个分子态间的富兰克-康顿因子特别小, 于是我们通过用一对拉曼激光把这两个分子态耦合起来的方式加大这两个基态分子态间的耦合强度。在这里, 我们特别注意选取的激光波长为 772.4nm, 选择这样一个波长是为了避免单束激光耦合分子基态与激发分子态而导致的分子的损耗^[11,33]。用两束拉曼光的装置在之前已有描述^[34]。我们用这样的两束激光 (频率差约为 36MHz) 在不同磁场下测量了束缚态到束缚态间的跃迁, 如图 4.8 (e) 所示。与理论比较在图 4.8 (f) 中。

4.4.4 射频场对 Feshbach 共振的操控

现在, 我们考虑如何用射频场操控 Feshbach 共振。在用不同值的射频场耦合的条件下, 观测原子的损耗轮廓随着磁场的变化。两个超精细态 $|9/2, -9/2\rangle$ 和 $|9/2, -7/2\rangle$ 的混合态初始制备在 210 G 处, 然后迅速地在 3ms 内把磁场线性降低到磁场最终值。此时, 射频场极化方向平行于 Feshbach 磁场的方向, 并且射频场作用于混合态原子的时间为 50 ms。

在不同射频场下的关于原子的损耗轮廓与磁场的关系如图 4.9 所示。两个混合态 $|9/2, -9/2\rangle$ 和 $|9/2, -7/2\rangle$ 的 s 波 Feshbach 共振点为 $B_0 = 202.2$ G, 宽度为 7.04 G, 如图 4.9 中的宽的损耗轮廓^[21]。原子的最大的损耗轮廓不在共振点上, 而是往更低磁场处偏移。这个主要的损耗位置与玻色子的情况形成鲜明地对比^[35-37], 它的最大损耗恰好在共振点上^[38-40]。

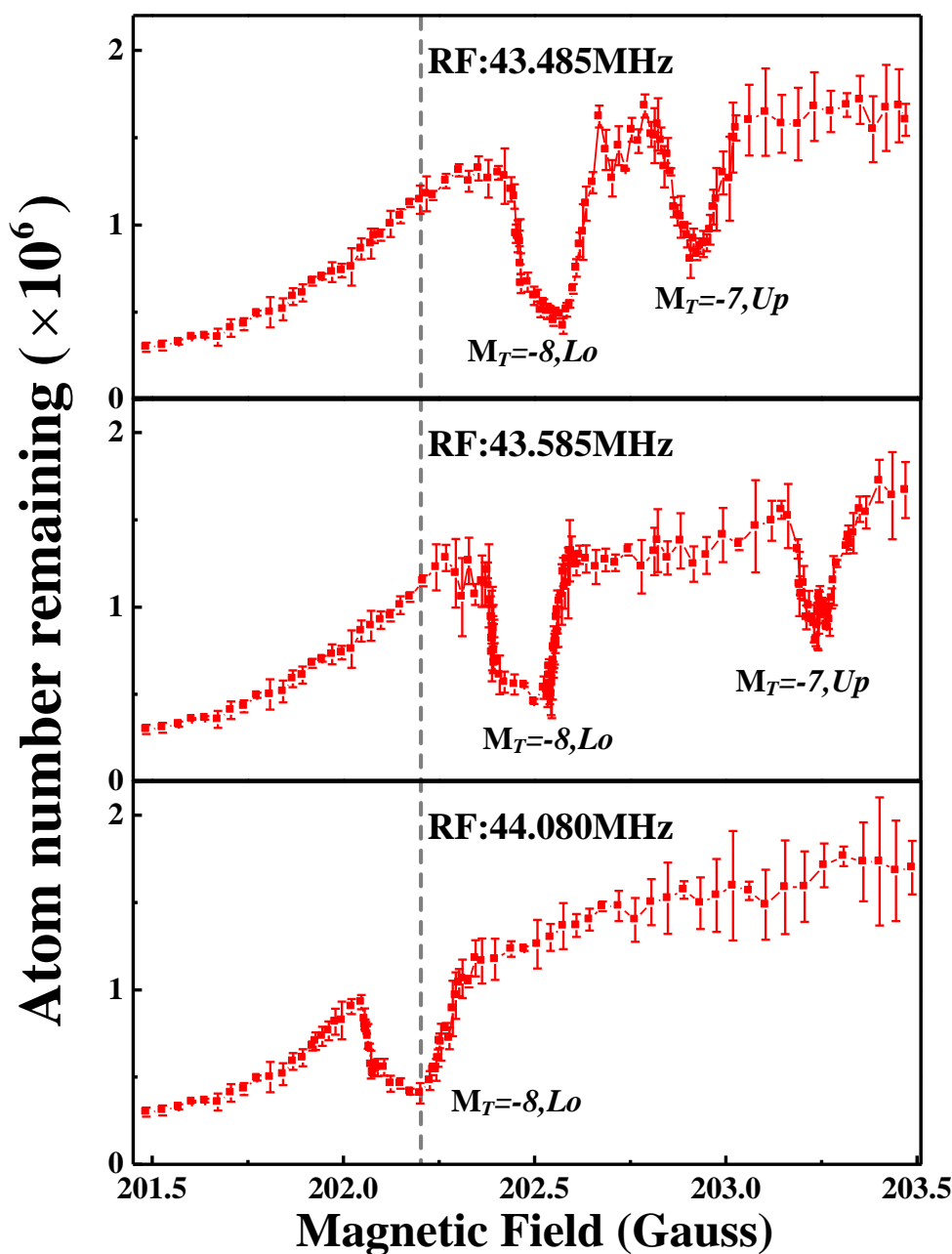


图 4.9 入射通道 $|9/2, -9/2\rangle$, $|9/2, -7/2\rangle$ 在 Feshbach 共振附近在不同射频场下原子的损耗。(a) 射频场的值为 43.485 MHz, (b) 射频场的值为 43.585 MHz, (c) 射频场的值为 44.080 MHz。

当把射频场作用于混合态原子时，我们可以在图 4.9 所示的原来宽的损耗轮廓上看到有两个窄的损耗轮廓，它们是由于射频场耦合了图 4.6 中的通道‘a’和‘c’，分别对应为束缚分子态 $M_T = -8$ 和 $M_T = -7$ 。当增加射频值时，前者的损耗位置向低磁场处移动，而后者往高磁场处移动。当射频值设定为 44.080 MHz 时，前者的共振

跃迁出现在 $B=202.2$ G处。在这种情况下，自然发生的磁场 Feshbach 共振与射频场耦合束缚态是相互干扰的，那么在原则上应该存在一个暗态可以使原子损耗最小。在损耗谱中的这个很容易辨别的损耗轮廓对应于一个额外的散射共振，也就是说这个散射长度是可以调节的^[17]。在 Feshbach 共振上用射频场移动散射共振的能力意味着在一个可控的环境中可以创建散射共振。这表明利用射频场可以使这个窄的散射共振可以出现在任意一个磁场中，也就是可以把窄散射共振的位置放到 Feshbach 共振损耗轮廓的任意位置，从而为控制原子间的碰撞开创了一个新的格局。

4.5 小结

我们在 ^{40}K 的超冷费米气体中用扫描磁场的方式制备 Feshbach 分子从而得到不同磁场下具有不同束缚能的射频谱。研究了射频场对 Feshbach 共振的操控，并且用射频场和一对拉曼激光观测得到从基态 Feshbach 分子态到深束缚分子态间的光谱，观测到了三个束缚态到束缚态的共振跃迁。除此之外，在实验中我们可以用射频场很容易地操控磁场 Feshbach 共振，固定射频场在某个能级跃迁的附近，测量了原子数随磁场的变化且得到不同射频场下 Feshbach 共振损耗轮廓，在宽的磁场 Feshbach 共振背景曲线上出现一个较窄的损耗轮廓，这个非常窄的损耗是由射频场产生。实验表明可以采用外部射频场，可以调节磁场 Feshbach 共振的散射特性，也就是调节原子的相互作用，该技术可为操控 BEC 到 BCS 的过渡区域提供了可能。由于能够很容易地控制射频场，那么该技术能够迅速精准地开关散射长度。这个工作展示了原子间相互作用的可调性，为在费米气体的强相互作用区域研究量子多体系统提供了新的途径。将来我们磁场的稳定性进一步提高后，我们可以观测 Feshbach 分子态与深束缚分子态间的拉比频率，从而能够更加精细地控制原子间的散射长度。

参考文献

- [1] C. Chin, R Grimm, P. Julienne and E. Tiesinga, Feshbach resonances in ultracold gases, *Rev. Mod. Phys.*, 82, 1225 (2010).
- [2] P. O. Fedichev, Y Kagan, G. V. Shlyapnikov and J. T. M. Walraven, Influence of nearly resonant light on the scattering length in low temperature atomic gases, *Phys. Rev. Lett.* 77, 2913 (1996).
- [3] J. L. Bohn and P. S. Julienne, Semianalytic theory of laser-assisted resonant cold collisions, *Phys. Rev. A* 60 414 (1999).
- [4] K. Enomoto, K. Kasa, M. Kitagawa and Y. Takahashi, Optical Feshbach resonance using the intercombination transition, *Phys. Rev. Lett.* 101 20320 (2008).
- [5] R. Yamazaki, S. Taie, S. Sugawa and Y. Takahashi, Submicron spatial modulation of an interatomic interaction in a Bose-Einstein condensate *Phys. Rev. Lett.* 105 050405 (2010).
- [6] S. Blatt, T. L. Nicholson, B. J. Bloom, J. R. Williams, J. W. Thomsen, P. S. Julienne and J. Ye, Measurement of optical Feshbach resonances in an ideal gas. *Phys. Rev. Lett.* 107 073202 (2011).
- [7] M. Yan, B. J. DeSalvo, B. Ramachandhran, H. Pu and T. C. Killian, Controlling condensate collapse and expansion with an optical Feshbach resonance. *Phys. Rev. Lett.* 110 123201 (2013).
- [8] M. Junker, D. Dries, C. Welford, J Hitchcock, Y. P. Chen and R. G. Hulet, Photoassociation of a Bose-Einstein Condensate near a Feshbach Resonance. *Phys. Rev. Lett.* 101 060406 (2008).
- [9] D. M. Bauer, M. Lettner, C. Vo, G. Rempe and S. Durr, Control of a magnetic Feshbach resonance with laser light. *Nat. Phys.* 5 339 (2009).
- [10] D. M. Bauer, M. Lettner, C. Vo, G. Rempe and S. Durr, Combination of a magnetic Feshbach resonance and an optical bound-to-bound transition. *Phys. Rev. A* 79 062713 (2009).
- [11] Z. K. Fu, P. J. Wang, L. H. Huang, Z. M. Meng, H. Hu and J. Zhang, Optical control of a magnetic Feshbach resonance in an ultracold Fermi gas. *Phys. Rev. A* 88 041601 (2013).
- [12] C. A. Regal and D. S. Jin, Measurement of positive and negative scattering lengths in a Fermi gas of atoms. *Phys. Rev. Lett.* 90 230404 (2003).

- [13] S. Gupta, Z. Hadzibabic, M. W. Zwierlein, C. A. Stan, K. Dieckmann, C. H. Schunck, E. G. M. van Kempen, B. J. Verhaar and W. Ketterle, Radio-frequency spectroscopy of ultracold fermions *Science*. 300 1723 (2003).
- [14] J. T. Stewart, J. P. Gaebler and D. S. Jin, Using photoemission spectroscopy to probe a strongly interacting Fermi gas. *Nature* 454 744 (2008).
- [15] P. Zhang, P. Naidon and M. Ueda, Independent control of scattering lengths in multicomponent quantum gases. *Phys. Rev. Lett.* 103 133202 (2009).
- [16] A. M. Kaufman, R. P. Anderson, T. M. Hanna, E. Tiesinga, P. S. Julienne and D. S. Hall, Radio-frequency dressing of multiple Feshbach resonances. *Phys. Rev. A* 80 050701 (2009).
- [17] T. M. Hanna, E. Tiesinga and P. S. Julienne, Creation and manipulation of Feshbach resonances with radiofrequency radiation. *New J. Phys.* 12 083031 (2010).
- [18] T. V. Tscherbul, T. Calarco, I. Lesanovsky, R. V. Krems, A. Dalgarno, and J. Schmiedmayer, Rf-field-induced Feshbach resonances. *Phys. Rev. A* 81 050701 (2010).
- [19] D. J. Papoular, G. V. Shlyapnikov and J. Dalibard, Microwave-induced Fano–Feshbach resonances. *Phys. Rev. A* 81 041603 (2010).
- [20] A. V. Avdeenkov, Dipolar collisions of ultracold polar molecules in a microwave field. *Phys. Rev. A* 86 022707 (2012).
- [21] J. P. Gaebler, J. T. Stewart, T. E. Drake, D. S. Jin, A. Perali, P. Pieri and G. C. Strinati, Observation of pseudogap behaviour in a strongly interacting Fermi gas. *Nat. Phys.* 6 569 (2010).
- [22] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn and D. S. Jin, Creation of ultracold molecules from a Fermi gas of atoms. *Nature* 424 47 (2003).
- [23] M. Greiner, C. A. Regal, and D. S. Jin, Probing the Excitation Spectrum of a Fermi Gas in the BCS-BEC Crossover Regime. *Phys. Rev. Lett.* 94 070403 (2005).
- [24] M. H. Szymańska, G. Krzysztow, K. Thorsten and K. Brunett, Conventional character of the BCS-BEC crossover in ultracold gases of ^{40}K . *Phys. Rev. A* 72 013610 (2005).
- [25] L. H. Huang, P. J. Wang, Z. K. Fu, and J. Zhang, Radio-frequency spectroscopy of weakly bound molecules in ultracold Fermi gas, *Chin Phys B* 23, 013402 (2014).
- [26] Christian H. Schunck, Yong-il Shin, Andr e Schirotzek and W. Ketterle, Determination

- of the fermion pair size in a resonantly interacting superfluid. *Nature*. 454 739 (2008).
- [27] Cheng Chin and Paul S. Julienne, Radio-frequency transitions on weakly bound ultracold molecules. *Phys. Rev. A* 71 012713 (2005).
- [28] G. Zürn, T. Lompe, A. N. Wenz, S. Jochim, P. S. Julienne, and J. M. Hutson, Precise Characterization of ${}^6\text{Li}$ Feshbach Resonances Using Trap-Sideband-Resolved RF Spectroscopy of Weakly Bound Molecules. *Phys. Rev. Lett.* 110 135301 (2013).
- [29] D. Z. Xiong, H. X. Chen, P. J. Wang, X. D. Yu, F. Gao and J. Zhang, Quantum degenerate Fermi-Bose mixtures of 40K and 87Rb atoms in a quadrupole-Ioffe configuration trap. *Chin. Phys. Lett.* 25 843 (2008).
- [30] D. Z. Xiong, P. J. Wang, Z. K. Fu and J. Zhang, Transport of Bose-Einstein Condensate in QUIC trap and separation of trapping spin states. *Opt. Express* 18 1649 (2010).
- [31] D. Xiong, P. Wang, Z. Fu, S. Chai and J. Zhang, Evaporative cooling of ${}^{87}\text{Rb}$ atoms into Bose-Einstein condensate in an optical dipole trap. *Chin. Opt. Lett.* 8 627 (2010).
- [32] P. J. Wang, L. Deng, E. W. Hagley, Z. K. Fu, S. J. Chai and J. Zhang, Observation of collective atomic recoil motion in a degenerate fermion gas. *Phys. Rev. Lett.* 106 210401 (2011).
- [33] Z. K. Fu, L. H. Huang, Z. M. Meng, P. J. Wang, X. J. Liu, H. Pu, H. Hu and J. Zhang, Radio-frequency spectroscopy of a strongly interacting spin-orbit-coupled Fermi gas. *Phys. Rev. A* 87 053619 (2013).
- [34] Z. K. Fu, L. H. Huang, Z. M. Meng, P. J. Wang, L. Zhang, S. Zhang, H. Zhai, P. Zhang and J. Zhang, Production of Feshbach molecules induced by spin orbit coupling in Fermi gases. *Nat. Phys.* 10 110 (2014).
- [35] K. Dieckmann, C. A. Stan, S. Gupta, Z. Hadzibabic, C. H. Schunck and W. Ketterle, Decay of an ultracold fermionic lithium gas near a Feshbach resonance. *Phys. Rev. Lett.* 89 203201 (2002).
- [36] T. Bourdel, J. Cubizolles, L. Khaykovich, K. M. F. Magalhaes, S. J. J. M. F. Kokkelmans, G. V. Shlyapnikov and C. Salomon, Measurement of the interaction energy near a Feshbach resonance in a ${}^6\text{Li}$ Fermi gas. *Phys. Rev. Lett.* 91 020402 (2003).
- [37] C. A. Regal, M. Greiner and D. S. Jin, Lifetime of molecule-atom mixtures near a Feshbach resonance in ${}^{40}\text{K}$. *Phys. Rev. Lett.* 92 083201 (2004).

[38] J. L. Roberts, N. R. Claussen, S. L. Cornish and C. E. Wieman, Magnetic field dependence of ultracold inelastic collisions near a Feshbach resonance. *Phys. Rev. Lett.* 85 728 (2000).

[39] A. Marte, T. Volz, J. Schuster, S. Durr, G. Rempe, E. G. M. van Kempen and B. J. Verhaar, Feshbach resonances in rubidium 87: Precision measurement and analysis. *Phys. Rev. Lett.* 89 283202 (2002).

[40] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H. C. Nagerl and R. Grimm, Bose-Einstein condensation of cesium. *Science* 299 232 (2003).

第五章 超冷费米气体中用自旋-轨道耦合解离 Feshbach 分子

5.1 概述

最近, 对自旋-轨道耦合的研究成为了超冷原子物理中最有心趣的研究方向之一。自旋-轨道耦合在许多系统中扮演着非常重要的角色, 从拓扑绝缘体^[1-4]到马约拉纳费米子^[5]都引起了很重要的现象。由于自旋-轨道耦合 (SOC) 的实验参数的广泛可调性, 因而结合 SOC 的超冷原子气体是一个很独特的平台。利用光与原子的相互作用, 已经有好多关于人造阿贝尔和非阿贝尔规范势的方案^[6-9]。Rashba 型和 Dresselhaus 型自旋-轨道耦合的等权叠加的一维自旋-轨道耦合首先是由 NIST 的 Spielman 在 BEC 中利用两束相向传播的激光通过双光子过程实现^[10]。随后, 许多小组用同样的方案也实现自旋-轨道耦合, 并且研究一些有趣的性质^[11-15]。

同时, 自旋-轨道耦合的费米气体同样引起了极大的关注^[16], 由于自旋-轨道耦合把自旋单态和自旋三重态诱导耦合起来, 并且进一步会引起重要的拓扑顺序和马约拉纳费米子。自旋-轨道耦合在费米子中的探索已经实现, 无相互作用中的 ^{40}K ^[17]和 ^6Li ^[18]的自旋-轨道耦合现象也已观测到。同时, 实验上在 Feshbach 共振附近研究了自旋-轨道耦合的费米气体。通过射频谱观察到了自旋-轨道导致的 Feshbach 分子态束缚能^[19]以及拉曼激光对 Feshbach 共振点的平移^[20]。除此之外, 利用自旋-轨道耦合在极化的费气体中诱导产生了 s 波的 Feshbach 分子, 并且观测到了该极化的费米气体与 Feshbach 分子间的相干拉比振荡^[21]。

在本文中, 我们用自旋-轨道耦合解离了 s 波的 Feshbach 分子, 该分子是由在不同赝自旋态的费米气体形成的。在实验中, 我们首先用自旋态为 $|F = 9/2, m_F = -7/2\rangle$ (标记为 $|\uparrow\rangle$) 和 $|F = 9/2, m_F = -9/2\rangle$ (标记为 $|\downarrow\rangle$) 的混合态产生分子, 再线性增加对向传播的拉曼光光强产生自旋-轨道耦合^[10,17,18], 如图 5.1 (a) 所示。线性增加拉曼光之后, 测量得到剩余的分子与自旋-轨道耦合的拉曼失谐的一个函数图。我们可以观察到由于自旋-轨道耦合导致的 Feshbach 分子的损耗, 这个损耗与我们的理论分析是一致的。分析表明损耗是由于自旋-轨道耦合引起了 Feshbach 分子态 (两个原子的单个赝自旋态) 到自由运动态间 (两个原子极化的赝自旋态为 $|\uparrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2$ 或 $|\downarrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2$) 的跃迁。这个解离分子的方式与利用射频把 Feshbach 分子解离到不同的超精细态 $|\downarrow\rangle$ 和 $|F = 9/2, m_F = -5/2\rangle$ 上的方式是完全不同的^[22-26]。我们的工作证明当存在依赖于动量的有效塞曼场的自旋-轨道耦合把相对空间运动的两个原子内部态纠缠在一起时对 Feshbach 分子的影响与不依赖于动量的塞曼场对 Feshbach

分子的影响是明显不同的。

5.2 实验过程

我们制备分子和产生自旋-轨道耦合的准备工作已经在前面有详细地描述 [19,21,27-30]。首先在高磁场处制备自旋态为 $|\uparrow\rangle$ 与 $|\downarrow\rangle$ 的混合态，然后把磁场绝热扫描通过 Feshbach 共振点 $B_0 = 202.2$ G，如图 5.1 (b) 所示。之后，在态 $|\uparrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2$ 上的许多对原子转化为 s 波的 Feshbach 分子，分子的束缚能由最终的磁场决定。同时，打开一对对向传播的拉曼光产生自旋-轨道耦合 [10,17,18]，把自旋态 $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 耦合起来了，如图 5.1 (a) 所示。在拉曼过程中传递的动量为 $2k_r = 4\pi\hbar/\lambda$ ，其中 $\lambda = 772.4$ nm 为拉曼激光的波长。在我们的系统中定义双光子失谐为： $\eta = \hbar(\omega_1 - \omega_2 - \omega_Z)$ ，其中 $\omega_{1,2}$ 为拉曼激光的频率， $\hbar\omega_Z$ 为自旋态 $|\uparrow\rangle$ 与 $|\downarrow\rangle$ 间的塞曼分裂。

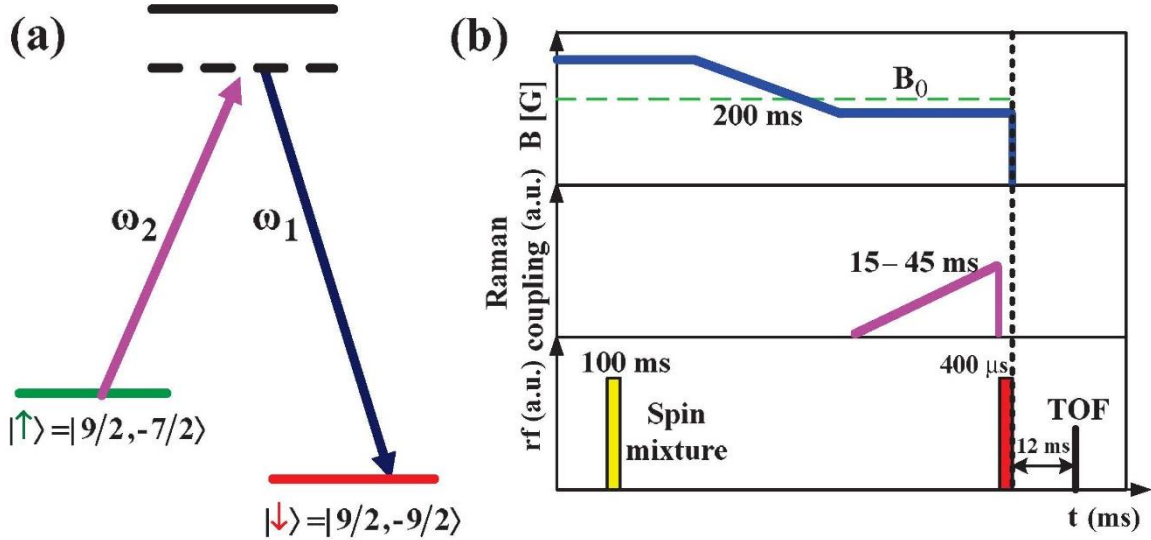


图 5.1 (a) 自旋-轨道耦合原理示意图 (b) 偏置磁场、拉曼光耦合强度和射频场的时序图。其中， $B_0 = 202.2$ G 是自由原子混合态 $|F = 9/2, m_F = -9/2\rangle$ 和 $|F = 9/2, m_F = -7/2\rangle$ 的 Feshbach 共振点，TOF 表示为飞行成像。

在每次情况下，我们确定失谐 η ，然后把拉曼光强度从零线性增大到最大值，最后关闭拉曼光，如图 5.1 (b) 所示。之后测量阱中剩余的分子 [19,21]，我们用约为 400 μ s 的射频脉冲把 Feshbach 分子解离为 $|\downarrow\rangle$ 和 $|F = 9/2, m_F = -5/2\rangle$ 态的自由原子，最后通过自由飞行成像记录各个态上的原子数目。剩余分子数表示为 $N_{rem} = N_{-5/2}$ ，总原子数 $N_{tot} = N_{-5/2} + N_{-7/2}$ 占系统总原子数的一半。

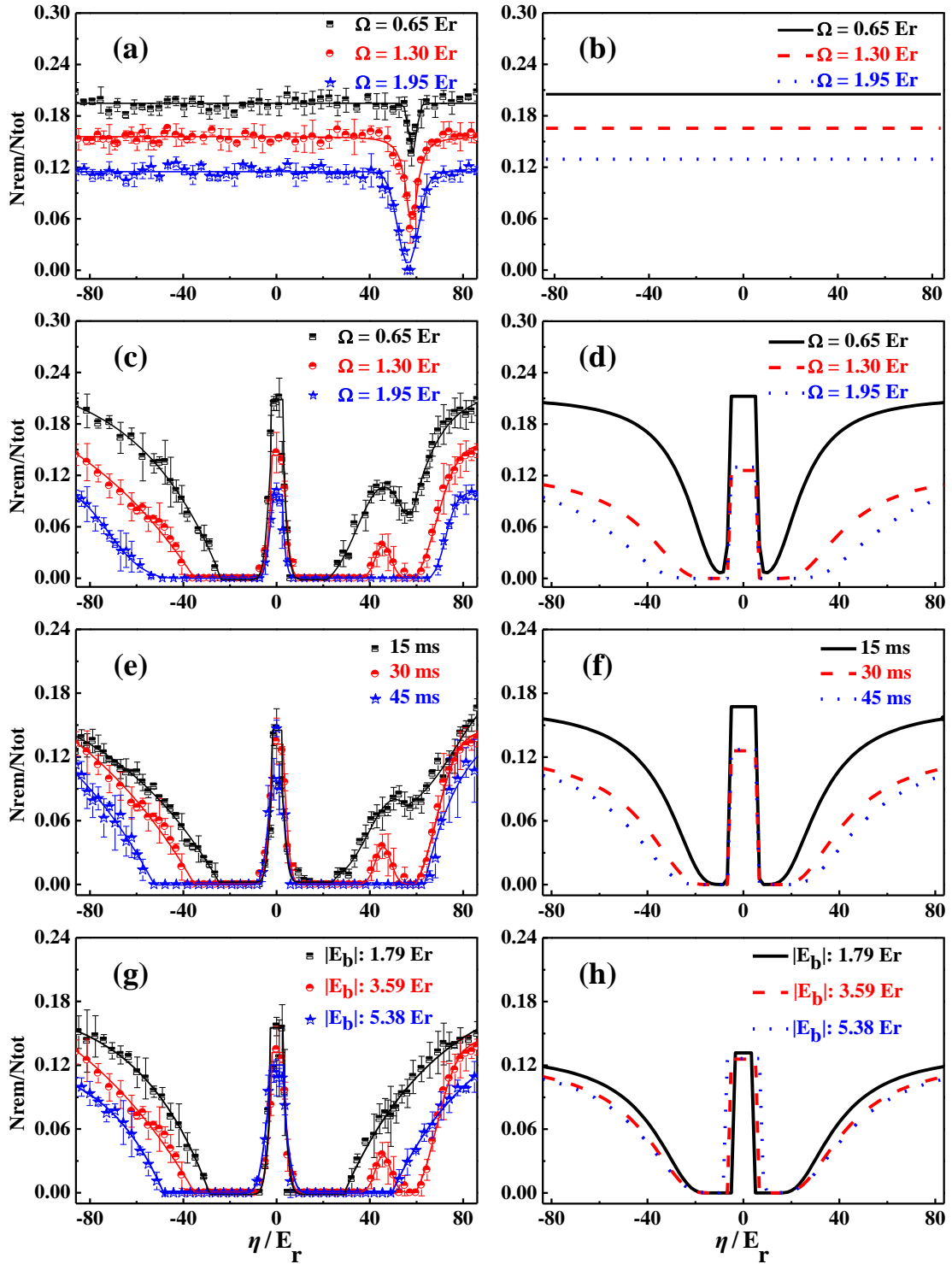


图 5.2 N_{rem}/N_{tot} 表示为剩余分子数 N_{rem} 与总原子数一半 N_{tot} 的比值。图为实验结果 ((a)、(c)、(e)、(g)) 与理论结果 ((b)、(d)、(f)、(h)) 关于拉曼光失谐 η 的函数: (a) 和 (b) 是无自旋-轨道耦合 (两束拉曼光沿同一方向传播); (c) 和 (d)

为当 Feshbach 分子的束缚能 $|E_b| = 3.59 E_r$, 拉曼光线性扫描时间 $T = 30 \text{ ms}$ 时拉曼耦合强度 Ω 在不同值下的情况; (e) 和 (f) 为当 $|E_b| = 3.59 E_r$ 、 $\Omega = 1.30 E_r$ 时不同的扫描时间 T 时的情况; (g) 和 (h) 为 $\Omega = 1.30 E_r$ 、 $T = 30 \text{ ms}$ 时不同的束缚能 $|E_b|$ 。

在图 5.2(c),2(e)和 2(g)中用剩余的分子数与总原子数的一半的比例 N_{rem}/N_{tot} 和双光子失谐 η 来表示这样的函数。很明显看到在某些参数区域这个比例接近零, 也就是说在这些区域绝大多数分子是被解离掉了。作为比较, 我们在相同的参数下用同向传播的两束拉曼光来解离分子, 在这种情况下是没有自旋-轨道耦合的, 随着失谐 η 变化比例 N_{rem}/N_{tot} 没有改变。在蓝失谐 $\eta \approx 58 E_r$ 处有一个很窄的损耗峰, 这是由于拉曼光把 Feshbach 分子态和深束缚分子态耦合起来了^[31]。因此, 我们系统中 Feshbach 分子的解离是由自旋-轨道耦合引起的。下面对自旋-轨道耦合诱导的解离作一个理论解释。当存在自旋-轨道耦合时, 拉曼光可以诱导 Feshbach 分子态与自由运动原子态间的跃迁。因此, Feshbach 分子可以被解离。然而, 当不存在自旋-轨道耦合时, 由于系统的对称性, 这个跃迁是被禁止的。

在图 5.2(c),2(e)和 2(g)中可以看出, 当双光子失谐为零 $\eta = 0$ 时, 比例 N_{rem}/N_{tot} 的值仍保持不变, 与没有自旋-轨道耦合时一样的。这也就是说, 在这种情况下是没有解离效应的。然而, 当增加失谐 $|\eta|$ 时, 比例 N_{rem}/N_{tot} 很快地降低, 相当于解离过程中的阈值行为。在一定的失谐 $|\eta|$ 范围内, N_{rem}/N_{tot} 的变化是可以忽略不计的。这说明在这些范围内的解离效应是非常强甚至是饱和的。这个现象是由拉曼跃迁中的能量守恒引起的。如下面的理论分析, 当失谐 $\eta = 0$ 时, Feshbach 分子态处于系统的能量最低态上, 与这些偏振态是非共振的。所以, 这时没有解离效应的。而当 $\eta > 0$ 时, Feshbach 分子态与较低的自由运动态 $|\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2$ 共振。所以, 当 η 不是很大时, Feshbach 分子态与这些自由原子态间的跃迁就会发生并且很强。从而我们可以观测到一个有效的解离效应和陡峭的阈值行为。同样地, 当 $\eta < 0$ 时, Feshbach 分子态与较低的自由运动态 $|\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2$ 共振从而发生分子的解离。

除此之外, 在图 5.2(c),2(e)和 2(g)中还可以看到, 当双光子失谐 $|\eta|$ 很大时比例 N_{rem}/N_{tot} 逐渐增加。也就是在这些区域, 解离效应再次变弱。根据我们的理论分析, 这是由于当 $|\eta|$ 很大时 Feshbach 分子态与高动量处的自由运动态共振。这两个态哈密顿量的矩阵元变小, 因而使 Feshbach 分子到偏振态间的跃迁率减小。

我们也观测了依赖于其它物理参数的解离效应。在图 5.2(c)中测量比例 N_{rem}/N_{tot} 时 Feshbach 分子的束缚能为 $|E_b| = 3.59 E_r$, 拉曼光线性增加时间 $T = 30 \text{ ms}$ 以及最后

拉曼光的耦合强度为 $\Omega = 0.65 E_r$, $1.3 E_r$ 和 $1.95 E_r$, 其中 $E_r = k_r^2/2m = \hbar \times 52.52 \text{ kHz}$ 为原子的单光子反冲动量, m 为原子的质量。在图 5.2(e)中, $|E_b| = 3.59 E_r$, $\Omega = 1.3 E_r$, $T = 15 \text{ ms}$, 30 ms 和 45 ms 。从这两组数据可以看出, 在长时间的线性增加拉曼光和最后拉曼光的强度高时解离效应加强了。在图 5.2(g)中, $T = 30 \text{ ms}$, $\Omega = 1.3 E_r$, 束缚能 $|E_b| = 1.79 E_r$, $3.59 E_r$ 和 $5.38 E_r$ 。我们可以看出, Feshbach 分子的解离效应随着束缚能的增加而增加(注意: 随着磁场的变化, 分子-分子间跃迁的损耗峰在移动)。这个现象可由下面的分析来解释。当束缚能 $|E_b|$ 变大时, Feshbach 分子态具有一个更宽的动量分布。因而, 就会存在更多的自由原子态, 并且与分子态间存在的更大的富兰克-康顿因子。

下面对我们的实验作一个详细的理论分析, 在与我们实验参数一致的条件下理论计算比例 N_{rem}/N_{tot} , 理论结果与实验测量很好的吻合。

5.3 理论分析

我们的实验结果定性简单地用两体理论解释, 为了简便, 在共轴坐标系下讨论这个问题, 涉及原来的依赖于自旋的么正变化的原始坐标 $\mathcal{U} = e^{-ik_0(x_1\sigma_z^{(1)} + x_2\sigma_z^{(2)})}$, 其中 $\sigma_z^{(i)} = |\uparrow\rangle_i\langle\uparrow| - |\downarrow\rangle_i\langle\downarrow|$, 并且 $k_0 = k_r \sin(\theta/2)$, 这里的 θ 为两束拉曼光间的夹角。在这个共轴坐标系下, 两原子的哈密顿量为 $H = H_1 + H_2$ (定义 $\hbar = m = 1$):

$$H_1 = \sum_{i=1,2} \left[\frac{1}{2} (\mathbf{P}^{(i)} + k_0 \sigma_z^{(i)} \mathbf{e}_x)^2 - \frac{\eta}{2} \sigma_z^{(i)} \right] + V \quad (5.1)$$

$$H_2 = \frac{\Omega}{2} (\sigma_x^{(1)} + \sigma_x^{(2)}) \quad (5.2)$$

其中 $\mathbf{P}^{(i)}$ ($i = 1, 2$) 为原子 i 的动量, \mathbf{e}_x 为 x 方向的单位向量, $\sigma_x^{(i)} = |\uparrow\rangle_i\langle\uparrow| - |\downarrow\rangle_i\langle\downarrow|$, Ω 为拉曼耦合强度, V 为在共轴坐标系下原子间的相互作用项。在低能情形下, 我们只考虑不同赝自旋态下费米子间的相互作用。基于这个模型, 可以解释我们的实验结果。

5.3.1 有限的动量对解离 Feshbach 分子的重要性

从方程(5.1)和(5.2)可以得到, 当打开拉曼光时, 整个哈密顿量中依赖于赝自旋的部分可以写成: $\mathbf{h}(\mathbf{P}^{(1)})\sigma_1 + \mathbf{h}(\mathbf{P}^{(2)})\sigma_2$, 其中原子 i 的有效塞曼场为: $\mathbf{h}(\mathbf{P}^{(i)}) = (\Omega/2)\mathbf{e}_x + p_x^{(i)}k_0\mathbf{e}_z$ 。在这个系统中如果两束拉曼光同向传播时, 我们得到传递的动量 $k_0 = 0$ 时没有自旋-轨道耦合, 即这儿的有效塞曼场是不能依赖于动量的。所以, 当打开两束拉曼光时, 两个原子的赝自旋态沿着同一个轴旋转。也就是, Feshbach 分

子的两个原子在单态 $|S\rangle$ 上，是不能够被这样的一个旋转改变的。因此，同向传播的两束拉曼光是不能解离 Feshbach 分子。在另一种情形下，当两束拉曼光沿着不同方向传播时，传递的动量 $\mathbf{k}_0 \neq 0$ ，产生自旋-轨道耦合。这里的两个原子具有不同的动量得到 \mathbf{k}_1 和 \mathbf{k}_2 并且分别经历不同的有效塞曼场。因此，当打开时拉曼光时可以使两个原子的自旋态沿着不同的轴旋转，当自旋沿着同一方向时它们可以演化成平行的极化态。因而，Feshbach 分子可以由不同方向传播的拉曼激光解离。

这个结果我们也可以下面详细的分析来解释，根据方程(5.1)和(5.2)，在打开拉曼光之前，耦合强度 $\Omega=0$ ，也就是 $H_2=0$ 。因此，在共轴坐标系下双原子的哈密顿量只为 H_1 。原子被制备在 Feshbach 分子态上，在原始坐标系下，这个态可以表示为 $|\Phi_b\rangle = \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \phi_b(\mathbf{r}) |\mathbf{r}_1\rangle_1 |\mathbf{r}_2\rangle_2 |S\rangle$ ，其中 $|S\rangle = (|\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2) / \sqrt{2}$ 是一个单态， $|\mathbf{r}_i\rangle_i$ 为第 i 个原子位置的本征态， $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ ， $\phi_b(\mathbf{r}) = e^{-r/a} / \sqrt{2a\pi}$ ， a 为自旋态 $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 间的散射长度。因此，在共轴坐标系下 Feshbach 分子态为 $|\Phi_b^{(C)}\rangle \equiv \mathcal{U}|\Phi_b\rangle$ 。它是哈密顿量 H_1 的本征态，本征能量为 $E_b = -a^2$ 。

在系统中 $k_0=0$ 时， $\mathcal{U}=1$ ，因而 $|\Phi_b^{(C)}\rangle = |\Phi_b\rangle \propto |S\rangle$ 。当打开拉曼光时，原子与光的相互作用可以用 H_2 来描述如公式(5.2)。不管怎样，由于 $H_2|S\rangle=0$ ，因而拉曼光不能把态 $|\Phi_b^{(C)}\rangle$ 通过量子跃迁到其它态上。所以，同向传播的拉曼光不能解离 Feshbach 分子。

当 $k_0 \neq 0$ 时， $\mathcal{U} \neq 1$ 。在这种情形下，共轴坐标系下的 Feshbach 分子态可以表示为 $|\Phi_b^{(C)}\rangle \equiv \mathcal{U}|\Phi_b\rangle = |\Phi_+\rangle|S\rangle + |\Phi_-\rangle|T\rangle$ ，其中 $|T\rangle = (|\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 + |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2) / \sqrt{2}$ 是一个三重态，并且 $|\Phi_{\pm}\rangle = (\int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 [\phi_b(\mathbf{r}) e^{-ik_0 e_x \cdot \mathbf{r}}] / 2 \pm \phi_b(\mathbf{r}) e^{ik_0 e_x \cdot \mathbf{r}}] |\mathbf{r}_1\rangle_1 |\mathbf{r}_2\rangle_2$ 。很明显， $H_2 |\Phi_b^{(C)}\rangle \propto H_2 |T\rangle \propto (|\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 + |\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2)$ 。因此，当打开拉曼光时，原子与光相互作用项导致从 Feshbach 分子态 $|\Phi_b^{(C)}\rangle$ 到 H_1 其它本征态上的量子跃迁，从而可以解离 Feshbach 分子。

5.3.2 Feshbach 分子的解离依赖于失谐 η

现在我们考虑分子的解离依赖于双光子失谐 η ，如上所示，拉曼光诱导 Feshbach 分子态 $|\Phi_b^{(C)}\rangle$ 的跃迁而引起该分子的解离。通过直接计算可得发现在一阶过程中这些跃迁的末态为： $|\Psi_+(\mathbf{k})\rangle = |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 (|\mathbf{k}\rangle_1 |-\mathbf{k}\rangle_2 - |-\mathbf{k}\rangle_1 |\mathbf{k}\rangle_2) / \sqrt{2}$ ，并且 $|\Psi_-(\mathbf{k})\rangle = |\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 (|\mathbf{k}\rangle_1 |-\mathbf{k}\rangle_2 - |-\mathbf{k}\rangle_1 |\mathbf{k}\rangle_2) / \sqrt{2}$ ，其中 $|\mathbf{k}\rangle_i$ 是第 i 个原子动量的本征态， $|\Psi_{\pm}(\mathbf{k})\rangle$ 是 H_1 的本征态，对应的本征值为 $E_{\pm}(\mathbf{k}) = |\mathbf{P}|^2 + k_0^2 \mp \eta$ 。

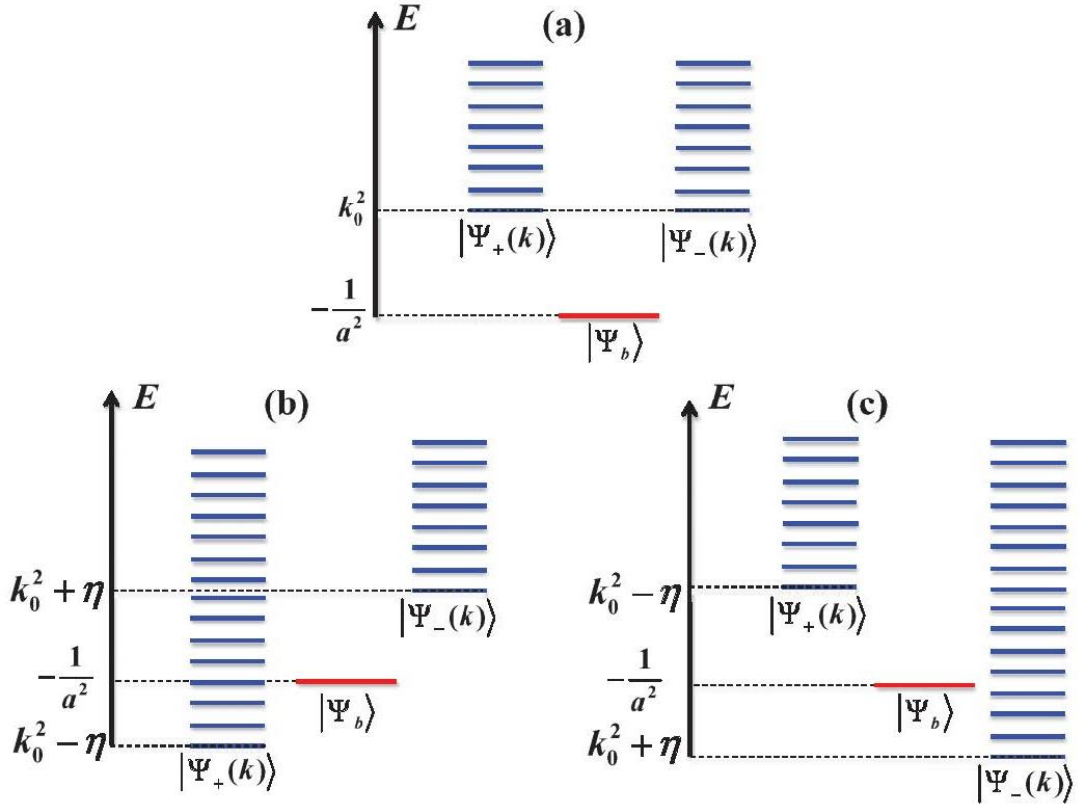


图 5.3 本征态 H_F 关于双光子失谐的能谱：(a) $\eta=0$ ，(b) $\eta > 0$ ，(c) $\eta < 0$ 。

当满足共振条件 $E_{\pm}(\mathbf{k}) = E_b = -a^2$ 时，Feshbach 分子态 $|\Phi_b^{(C)}\rangle$ 与共振末态 $|\Psi_{\pm}(\mathbf{k})\rangle$ 就会发生重要的量子转移。当双光子失谐 $\eta = 0$ 时， $E_{\pm}(\mathbf{k}) \geq k_0^2 \mp \eta$ ，因而共振条件是无法满足的，如图 5.3(a) 所示。结果，解离非常弱并且剩余的分子数仍然很大。而当 $\eta \geq k_0^2 + 1/a^2$ 时，Feshbach 分子态 $|\Phi_b^{(C)}\rangle$ 与自由原子态 $|\Psi_+(\mathbf{k})\rangle$ 共振，如图 5.3(b) 所示。这些态具有相对较小的动量 \mathbf{k} ，因而与 Feshbach 分子态间具有很大的富兰克-康顿因子。所以，从 $|\Phi_b^{(C)}\rangle$ 态到这些态间的跃迁是有意义的。同样地，当失谐 η 调节为负值 $-\eta \geq k_0^2 + 1/a^2$ 时， $|\Phi_b^{(C)}\rangle$ 态与具有很小动量的 $|\Psi_-(\mathbf{k})\rangle$ 态共振，如图 3(c) 所示。所以，在失谐 η 为正值或负值条件下，只要满足 $|\eta| \geq k_0^2 + 1/a^2$ 时，解离就变得有意义，剩余的分子数变得很小。除此之外，当 $|\eta|$ 进一步增加也就是 $|\eta| \gg k_0^2 + 1/a^2$ 时， $|\Phi_b^{(C)}\rangle$ 态就会与具有很大动量 \mathbf{k} 的 $E_{\pm}(\mathbf{k})$ 态共振。结果分子态 $|\Phi_b^{(C)}\rangle$ 与末态 $E_{\pm}(\mathbf{k})$ 间的富兰克-康顿因子变的很小。因此，分子解离率降低，并且在大 $|\eta|$ 下 N_{rem}/N_{tot} 会增加。这些效应在实验中得到了证实，如图 5.2(a), 2(c), 2(e) 和 2(g) 所示。

基于以上的分析，我们利用费米黄金法则计算了 N_{rem}/N_{tot} 。用相同的参数得到实验结果如图 5.2(a), 5.2(c), 5.2(e) 和 5.2(g) 所示，理论结果如图 5.2(b), 5.2(d), 5.2(f) 和 5.2(h) 所示。很明显，我们的理论结果与实验测量是比较吻合的。

5.3.3 剩余 Feshbach 分子数的数值计算

根据费米黄金法则 (FGR) 对实验中的剩余的分子数进行数值计算, 对于一个确定的拉比频率, 分子-原子间的跃迁率可以表示成:

$$A[\Omega, \eta] = \pi|\Omega|^2 \int d\mathbf{k} |g_+(\mathbf{k})|^2 \delta\left(|\mathbf{k}|^2 + k_0^2 - \eta + \frac{1}{a^2}\right) + \pi|\Omega|^2 \int d\mathbf{k} |g_-(\mathbf{k})|^2 \delta\left(|\mathbf{k}|^2 + k_0^2 + \eta + \frac{1}{a^2}\right) \quad (5.3)$$

其中

$$g_{\pm}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \left\langle \Psi_{\pm}(\mathbf{k}) \left| \sigma_x^{(1)} + \sigma_x^{(2)} \right| \Phi_b^{(C)} \right\rangle \quad (5.4)$$

由于我们系统中原子总的动量是守恒的, 因而两原子的质自旋和相对空间运动是在希尔伯特空间计算 $\left\langle \Psi_{\pm}(\mathbf{k}) \left| \sigma_x^{(1)} + \sigma_x^{(2)} \right| \Phi_b^{(C)} \right\rangle$ 的。由于 $g_+(\mathbf{k}) = g_-(\mathbf{k})$, 因此 $r(\eta) = r(-\eta)$ 。

实验中, 在线性增加拉曼激光强度的时间 T 内, 把拉比频率从 0 增大到 Ω_m , 比如: $\Omega(t) = \Omega_m t/T$, 因而我们可以用一个唯象方程:

$$\frac{dF(t)}{dt} = -A[\Omega(t), \eta] F(t) \quad (5.5)$$

描述在时间 t 内比率 $F(t) \equiv N(t)/N_{tm}$ 的变化。其中 N_{tm} 为我们系统产生 Feshbach 分子的总数目, 它与总原子数目的一半 N_{tot} 满足这样的关系式:

$$N_{tm} = N_{tot} r_p \quad (5.6)$$

其中 r_p 为实验中产生 Feshbach 分子的比例, $N(t)$ 为随着时间 t 的的分子数目, 且 $N(0) = N_{tm}$ 。通过这个方程, 经过在一定时间内线性增加拉曼激光后, 剩余的 Feshbach 分子数目为:

$$\frac{N(t)}{N_{tm}} = F(T) = \exp\{-A[\Omega_m, \eta]T/3\} \quad (5.7)$$

其中 T 为线性增加拉曼激光的时间, 在实验中探测的剩余的分子数可以表示为 $N_{rem} = N(t)r_D$, 且 r_D 为探测效率。再由关系式 (5.6) 在实验中可以得到:

$$\frac{N_{rem}}{N_{tot}} = \frac{N(t)}{N_{tm}} r_p r_D \quad (5.8)$$

把公式 (5.7) 代入公式 (5.8), 我们最终得到:

$$\frac{N_{rem}}{N_{tot}} = \exp\left\{-\frac{r[\Omega_m, \eta]T}{3}\right\} r_p r_D \quad (5.9)$$

在我们计算过程中 $r_p r_D$ 是在失谐 $\eta=0$ 时通过计算和实验测量进一步拟合后得到的单一参数值。

5.4 总结

当存在自旋-轨道耦合时，我们在实验上观测和理论计算了 Feshbach 分子的解离效应。这解离效应是由于自旋-轨道耦合诱导了从原子单质自旋态的 Feshbach 分子态到双原子极化质自旋态的自由态间的跃迁而引起的。这个研究工作证明自旋-轨道耦合可以作为解离 Feshbach 分子的工具。

参考文献

- [1] M. Z. Hasan and C. L. Kane, Colloquium: Topological insulators. *Rev. Mod. Phys.* 82, 3045 (2010).
- [2] C. L. Kane and E. J. Mele, Z_2 Topological Order and the Quantum Spin Hall Effect. *Phys. Rev. Lett.* 95, 146802 (2005).
- [3] B. Andrei Bernevig, T. L. Hughes, and S. C. Zhang, Quantum Spin Hall Effect and Topological Phase Transition in HgTe Quantum Wells. *Science* 314, 1757 (2006).
- [4] X. L. Qi and S. C. Zhang, Topological insulators and superconductors. *Rev. Mod. Phys.* 83, 1057 (2011).
- [5] E. Majorana, Teoria simmetrica dell'elettrone e del positrone. *Nuovo Cimento* 14, 171 (1937).
- [6] G. Juzeliūnas and P. Öhberg, in *Structured Light and its Applications*, edited by D. L. Andrews (Elsevier, Amsterdam, 2008).
- [7] J. Dalibard, F. Gerbier, G. Juzeliūnas, and P. Öhberg, Colloquium: Artificial gauge potentials for neutral atoms. *Rev. Mod. Phys.* 83, 1523 (2011).
- [8] V. Galitski and I. B. Spielman, Spin-orbit coupling in quantum gases. *Nature (London)* 494, 49 (2013).
- [9] N. Goldman, G. Juzeliūnas, P. Öhberg, and I. B. Spielman, Light-induced gauge field for ultracold atoms. *Rep. Prog. Phys.* 77, 126401 (2014).
- [10] Y.-J. Lin, K. Jiménez-García, and I. B. Spielman, Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate. *Nature (London)* 471, 83 (2011).
- [11] J. Y. Zhang, S. C. Ji, Z. Chen, L. Zhang, Z. D. Du, B. Yan, G. S. Pan, B. Zhao, Y. J. Deng, H. Zhai, S. Chen, and J. W. Pan, Collective Dipole Oscillation of a Spin-orbit Coupled Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.* 109, 115301 (2012).
- [12] S. C. Ji, J. Y. Zhang, L. Zhang, Z. D. Du, W. Zheng, Y. J. Deng, H. Zhai, S. Chen, and J. W. Pan, Experimental determination of the finite-temperature phase diagram of a spin-orbit coupled Bose gas. *Nat. Phys.* 10, 314 (2014).
- [13] C. L. Qu, C. Hamner, M. Gong, C. W. Zhang, and P. Engels, Observation of Zitterbewegung in a spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. A* 88, 021604(R) (2013).

- [14] C. Hamner, C. Qu, Y. Zhang, J. Chang, M. Gong, C. Zhang, and P. Engels, Dicke-type phase transition in a spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate. *Nat. Commun.* 5, 4023 (2014).
- [15] A. J. Olson, S.-J. Wang, R. J. Niffenegger, C.-H. Li, C. H. Greene, and Y. P. Chen, Landau-Zener transitions in a spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. A* 90, 013616 (2014).
- [16] J. Zhang, H. Hu, X.-J. Liu, and H. Pu, Fermi Gases with Synthetic Spin-Orbit Coupling. *Annu. Rev. Cold At.Mol.* 2, 81 (2014).
- [17] P. Wang, Z.-Q. Yu, Z. Fu, J. Miao, L. Huang, S. Chai, H. Zhai, and J. Zhang, Spin-Orbit Coupled Degenerate Fermi Gases. *Phys. Rev. Lett.* 109, 095301 (2012).
- [18] L. W. Cheuk, A. T. Sommer, Z. Hadzibabic, T. Yefsah, W. S. Bakr, and M.W. Zwierlein, Spin-Injection Spectroscopy of a Spin-Orbit Coupled Fermi Gas. *Phys. Rev. Lett.* 109, 095302 (2012).
- [19] Z. Fu, L. Huang, Z. Meng, P. Wang, X.-J. Liu, H. Pu, H. Hu, and J. Zhang, Radio-frequency spectroscopy of a strongly interacting spin-orbit-coupled Fermi gas. *Phys. Rev. A* 87, 053619 (2013).
- [20] R. A. Williams, M. C. Beeler, L. J. LeBlanc, K. Jimenez-Garcia, and I. B. Spielman, Raman-Induced Interactions in a Single-Component Fermi Gas Near an s-wave Feshbach Resonance. *Phys. Rev. Lett.* 111, 095301 (2013).
- [21] Z. Fu, L. Huang, Z. Meng, P. Wang, L. Zhang, S. Zhang, H. Zhai, P. Zhang, and J. Zhang, Production of Feshbach molecules induced by spin-orbit coupling in Fermi gases. *Nat. Phys.* 10, 110 (2014).
- [22] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, Creation of ultracold molecules from a Fermi gas of atoms. *Nature (London)* 424, 47 (2003).
- [23] C. Chin, M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, S. Jochim, J. Hecker Denschlag, and R. Grimm, Observation of the Pairing Gap in a Strongly Interacting Fermi Gas. *Science* 305, 1128 (2004).
- [24] J. P. Gaebler, J. T. Stewart, T. E. Drake, D. S. Jin, A. Perali, P. Pieri, and G. C. Strinati, Observation of pseudogap behaviour in a strongly interacting Fermi gas. *Nat. Phys.* 6, 569 (2010).

- [25] C. A. Regal and D. S. Jin, Measurement of Positive and Negative Scattering Lengths in a Fermi Gas of Atoms. *Phys. Rev. Lett.* 90, 230404 (2003).
- [26] S. Gupta, Z. Hadzibabic, M. W. Zwierlein, C. A. Stan, K. Dieckmann, C. H. Schunck, E. G. M. vanKempen, B. J. Verhaar, and W. Ketterle, *Science* 300, 1723 (2003).
- [27] D. Z. Xiong, H. X. Chen, P. J. Wang, X. Yu, F. Gao, and J. Zhang, Quantum Degenerate Fermi-Bose Mixtures of ^{40}K and ^{87}Rb Atoms in a Quadrupole-Ioffe Configuration Trap. *Chin. Phys. Lett.* 25, 843 (2008).
- [28] D. Z. Xiong, P. J. Wang, Z. K. Fu, and J. Zhang, Transport of Bose-Einstein condensate in QUIC trap and separation of trapping spin states. *Opt. Express* 18, 1649 (2010).
- [29] D. Xiong, P. Wang, Z. Fu, S. Chai, and J. Zhang, Evaporative cooling of ^{87}Rb atoms into Bose-Einstein condensate in an optical dipole trap. *Chin. Opt. Lett.* 8, 627 (2010).
- [30] P. Wang, L. Deng, E. W. Hagley, Z. Fu, S. Chai, and J. Zhang, Observation of Collective Atomic Recoil Motion in a Degenerate Fermion Gas. *Phys. Rev. Lett.* 106, 210401 (2011).
- [31] L. Huang, P. Wang, B. P. Ruzic, Z. Fu, Z. Meng, P. Peng, J. L. Bohn, and J. Zhang, Radio-frequency spectrum of the Feshbach molecular state to deeply bound molecular states in ultracold ^{40}K Fermi gases. *New J. Phys.* 17, 033013 (2015).

第六章 在超冷费米气体中实现二维的人造自旋-轨道耦合

6.1 概述

自旋-轨道耦合是原子的精细结构和量子拓扑物质的核心，通常应用在物理系统、原子与光的相互作用中的自旋-轨道耦合为物理学家提供了一个独特的方法创建和控制超冷原子中的人造自旋-轨道耦合^[1]。尽管已经在实验中实现研究自旋-轨道耦合且取得许多进展，然而目前在实验研究二维的自旋-轨道耦合遇到了瓶颈^[2-8]，它对于研究高维的拓扑物质是非常重要的。这里，我们报道了用三束激光耦合三个超精细态的方式在 ^{40}K 的超冷费米气体中在实现了二维的人造自旋-轨道耦合^[9]。通过自旋注入射频光谱的方式测得了缀饰原子的自旋分辨的能量色散图^[4]，并且创建了一个高度可控的狄拉克点。我们的工作^[4]在超冷原子中利用拉曼方案来研究高维度的拓扑物质提供了可能。

在理论上已经有许多关于创建多维度人造自旋-轨道耦合的文献^[10-15]，也就是说奇异的宏观量子现象和量子拓扑物质是可以用超冷原子来研究^[16-25]。然而这些方案还没有在实验中实现，但是物理科学家们已经用超冷原子在光晶格中研究拓扑现象^[26-29]。这里我们用拉曼方案在 ^{40}K 的超冷费米气体中创建了高度可控的二维人造自旋-轨道耦合。在这样的一个 SOC 可以允许我们在二维平面内创建和操控稳定的狄拉克点，并且这个狄拉克点可以通过射频自旋注入光谱测得^[4]。

6.2 实验方案

在实验中我们用三束远失谐的激光把电子基态 $4^2\text{S}_{1/2}$ 上的三个超精细自旋态耦合起来。分别为 $|1\rangle = |F=9/2, m_F = 3/2\rangle$ ， $|2\rangle = |F=9/2, m_F = 1/2\rangle$ ， $|3\rangle = |F=7/2, m_F = 1/2\rangle$ ，其中 (F, m_F) 是超精细自旋态的量子数，如图 1(a) 所示。不像三角架模型那样只考虑一个激发态， ^{40}K 包含 $4^2\text{P}_{1/2}$ (D1 线) 和 $4^2\text{P}_{3/2}$ (D2 线) 两个精细结构，这两个精细结构之间相差约 3.4 nm。每一个 D 线中均有超精细结构。绝热消除激发态后，形成类似于环形的方案，可以用任意的激光装置实现三态的循环耦合^[13]。

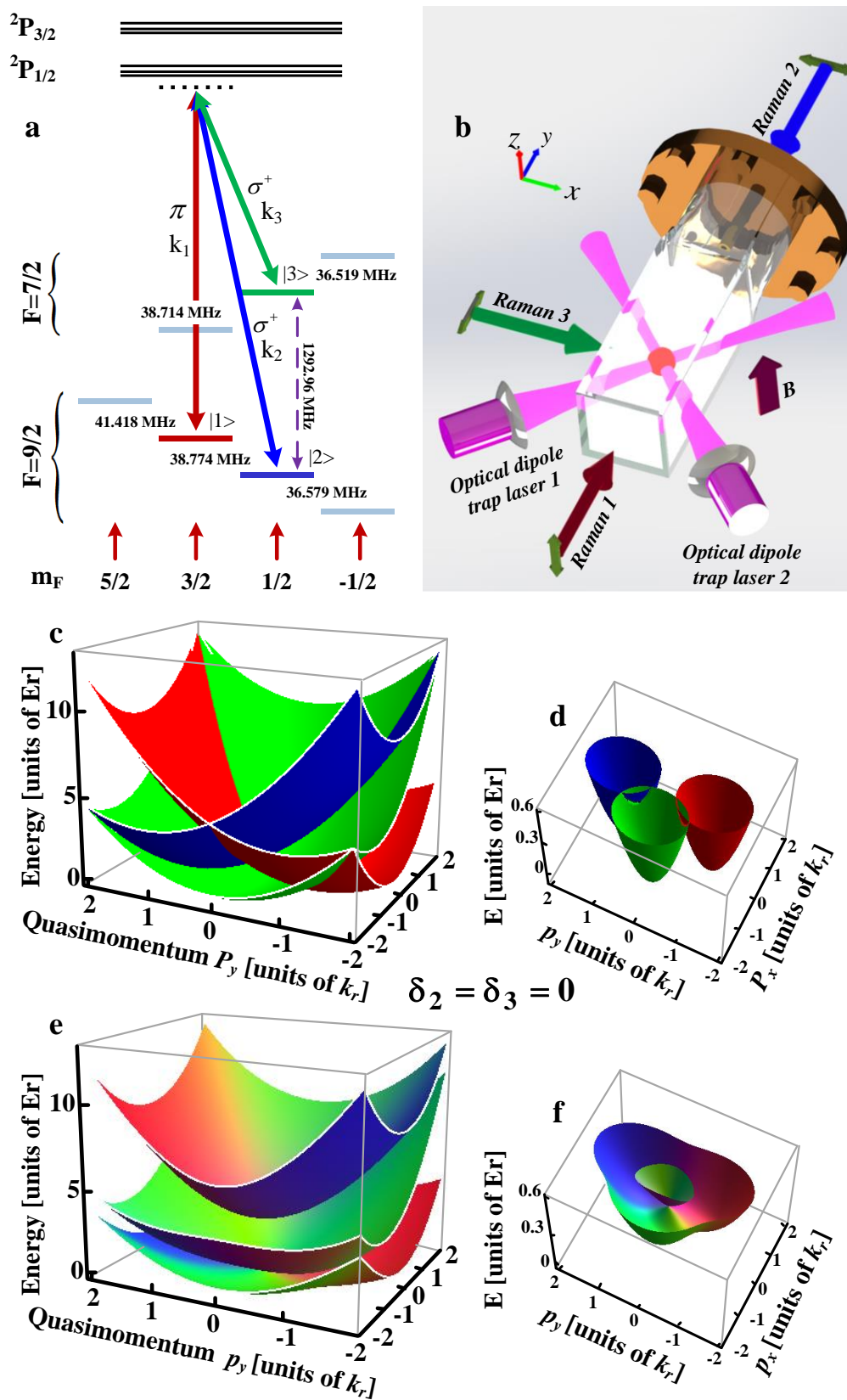


图 6.1 二维人造自旋-轨道耦合 (a) 产生二维自旋-轨道耦合的 ^{40}K 的能级示意图

每一个拉曼光耦合一个精细自旋态 $|9/2,1/2\rangle$ ($|1\rangle$), $|9/2,3/2\rangle$ ($|2\rangle$)和 $|7/2,1/2\rangle$ ($|3\rangle$), 原子初始制备在自由自旋态 $|9/2,5/2\rangle$ 上。(b) 实验方案和激光构 拉曼激光 1 和 2 沿 y 轴对向传播, 拉曼激光 3 沿 x 轴传播, 它们线性极化方向沿 z 、 x 和 y 方向。(c) 不存在自旋-轨道耦合时的能量-动量色散图 ($\Omega_{12}=\Omega_{13}=\Omega_{23}=0$), 三个抛物线分别由 (p_x, p_y) 平面内的原始动量替代 (e) 存在自旋-轨道耦合时的能量-动量色散图 ($-\Omega_{12}=2\Omega_{13}=2\Omega_{23}=E_r$), 色散图中两个缀饰态相交于一个狄拉克点, 其中 $\delta_2=\delta_3=0$ 。图 (d) (f) 把图 (c) (e) 中低能态部分放大。在图 (e) (f) 中, 缀饰态中不同自旋态的比重, 即自旋-轨道哈密顿量中的本征态用不同的颜色表示。红色、蓝色和绿色分别表示 $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 态, 各种颜色的深度对应缀饰态中的自旋态。

6.3 理论分析

我们系统的微观哈密顿量可以写为:

$$H = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \varepsilon_i \right) |i\rangle\langle i| + \sum_{j=1}^n E_j |j\rangle\langle j| + \sum_{i=1}^3 (\Omega_i e^{i(\mathbf{k}'_i \cdot \mathbf{r} + \omega_i t + \theta_i)} (\sum_{j=1}^n M_{ji} |j\rangle\langle i|) + h.c.) \quad (6.1)$$

其中 \mathbf{P} 表示原子的动量, \mathbf{k}'_i ($|\mathbf{k}'_i| = 2\pi/\lambda_i$)和 ω_i 为激光的波矢和频率, Ω_i 为拉比频率, i, j 各自表示基态的三个自旋态和激发态, ε_i 和 E_j 基态和激发态的能量, n 是激发态所有总的数量, M_{ji} 为偶极跃迁矩阵元。这不同于文献中的方案^[10,11,16], 基态是只由一束激光场耦合, 不考虑激发态的耦合。经过规范变换, $|i\rangle \rightarrow e^{i(\mathbf{k}'_i \cdot \mathbf{r} + \theta_i)} |i\rangle$ 消除 θ_i 。于是这儿讨论的所有结果是不敏感于相位差的, 因而复杂的相位锁定也显得没有必要。

经过标准的旋波近似后得到不含时的哈密顿量, 又由于拉曼激光为远失谐因而可以绝热消除激发态, 最后哈密量可以写为:

$$H_a = \frac{p_z^2}{2m} + H_{xy} \\ H_{xy} = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{(\mathbf{p}-\mathbf{k}_i)^2}{2m} + \delta_i \right) |i\rangle\langle i| - \sum_{i' \neq i} \frac{\Omega_{ii'}}{2} |i\rangle\langle i'| \quad (6.2)$$

这里面由激光引起的能量平移在绝热消除时已经改写对角项里面了, 定义 $\delta_1=0$ 为参考量, $\delta_2(\delta_3)$ 为两束激光 1 和 2 (1 和 3) 之间的双光子失谐, 并且 $\mathbf{k}_i = \hbar \mathbf{k}'_i$ 。描述基态 $|i\rangle \rightarrow |i'\rangle$ 间的耦合强度均为实数 $\Omega_{ii'} = \Omega_{i'i}$ 。在实验测量和理论计算中都能得到^[3]。把单光子反冲动量 $k_r = 2\pi/\lambda$ 和反冲能量 $E_r = k_r^2/2m$ 作为自然的动量和能量的单位。由于在 z 方向没有受到激光的作用, 即在 z 方向没有能量色散, 因而只可能用二

维的哈密顿量 H_{xy} 。

6.3.1 实验系统的有效哈密顿量

经理论计算模拟发现在动量空间始终存在一个简并点 \mathbf{p}_0 ，并且 \mathbf{p}_0 满足这样一个方程：

$$\frac{(\mathbf{p}_0 - \mathbf{k}_i)^2}{m} + \delta_i = \epsilon - \frac{\Omega_{ii'}\Omega_{ii''}}{2\Omega_{i'i''}}, i = 1, 2, 3 \quad (6.3)$$

把(6.3)式代入(6.2)式可得矩阵：

$$\begin{pmatrix} -\frac{\Omega_{12}\Omega_{13}}{2\Omega_{23}} & -\frac{\Omega_{12}}{2} & -\frac{\Omega_{13}}{2} \\ -\frac{\Omega_{12}}{2} & -\frac{\Omega_{12}\Omega_{23}}{2\Omega_{13}} & -\frac{\Omega_{23}}{2} \\ -\frac{\Omega_{13}}{2} & -\frac{\Omega_{23}}{2} & -\frac{\Omega_{13}\Omega_{23}}{2\Omega_{12}} \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

由(6.4)式可以得到两个能量简并态且本征值为： $E_A = E_B = 0$ ，本征态为：

$$\begin{aligned} |A\rangle &= \frac{1}{N_1} (-\Omega_{23}|1\rangle + \Omega_{13}|2\rangle) \\ |B\rangle &= \frac{1}{N_2} (\Omega_{13}|1\rangle + \Omega_{23}|2\rangle) - \frac{\Omega_{12}(\Omega_{13}^2 + \Omega_{23}^2)}{\Omega_{13}\Omega_{23}} |3\rangle \end{aligned} \quad (6.5)$$

其中 $N_1 = \sqrt{\Omega_{13}^2 + \Omega_{23}^2}$ 和 $N_2 = \sqrt{\Omega_{13}^2 + \Omega_{23}^2 + \frac{\Omega_{12}^2(\Omega_{13}^2 + \Omega_{23}^2)^2}{\Omega_{13}\Omega_{23}}}$ 为归一化因子。

第三个本征态的能量值表示为：

$$E_C = -\frac{\Omega_{12}^2\Omega_{13}^2 + \Omega_{12}^2\Omega_{23}^2 + \Omega_{13}^2\Omega_{23}^2}{2\Omega_{12}\Omega_{13}\Omega_{23}} \quad (6.6)$$

对于(6.6)式，当 $\Omega_{12}\Omega_{13}\Omega_{23} > 0$ 时， $|C\rangle$ 态相对于 $|A\rangle$ 与 $|B\rangle$ 态时为基态；而当 $\Omega_{12}\Omega_{13}\Omega_{23} < 0$ 时， $|C\rangle$ 态相对于 $|A\rangle$ 与 $|B\rangle$ 态时为激发态。

为了把原来的 3×3 哈密顿量(6.2)简化为 2×2 哈密顿量，我们把哈密顿量(6.2)式投影到本征态 $|A\rangle$ 与 $|B\rangle$ 的子空间中，可以得到在简并点附近关于两个低能态的有效哈密顿量：

$$H_{SO} = (\lambda_{x1}p_x + \lambda_{y1}p_y)\sigma_x + (\lambda_{x2}p_x + \lambda_{y2}p_y)\sigma_z \quad (6.7)$$

其中 $p_{i=x,y}$ 定义为 $p_i - p_0$ 。通过旋转动量和自旋，哈密顿量可以简化为：

$$H_{SO} = \lambda_x p'_x \sigma'_x + \lambda_y p'_y \sigma'_z \quad (6.8)$$

其中 λ_x 和 λ_y 是有限值，方程(6.8)描述的是二维的自旋-轨道耦合，如果作一个简单的

变换 $\sigma'_x \rightarrow \sigma'_y$ 、 $\sigma'_z \rightarrow \sigma'_x$ 时，它就等价于 Dresselhaus 型耦合。这样的二维自旋-轨道耦合在两条低能简并点附近能量呈线性分散，并且幅度和各向异性 λ_x/λ_y 在实验中是可以调节的。图 6.1c (d) 和图 6.1e (f) 分别为无或有自旋-轨道耦合时的色散图，有自旋-轨道耦合时可由色散图看出两个缀饰态在狄拉克点处相交。

在实验中，在 z 方向有一个均匀的磁场 $B_0=121.4$ G 进行塞曼分裂，如图 6.1a 所示。当用三束拉曼光近共振耦合三个子能态 ($|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$) 时，最接近拉曼跃迁的超精细态为 $|7/2, 3/2\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ 和 $|7/2, 3/2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ ，但是相对于它们间的双光子失谐约为 $h \times 60$ kHz。因此，我们可以忽略这几个超精细态的作用，认为就是一个只具有三个基态的系统。

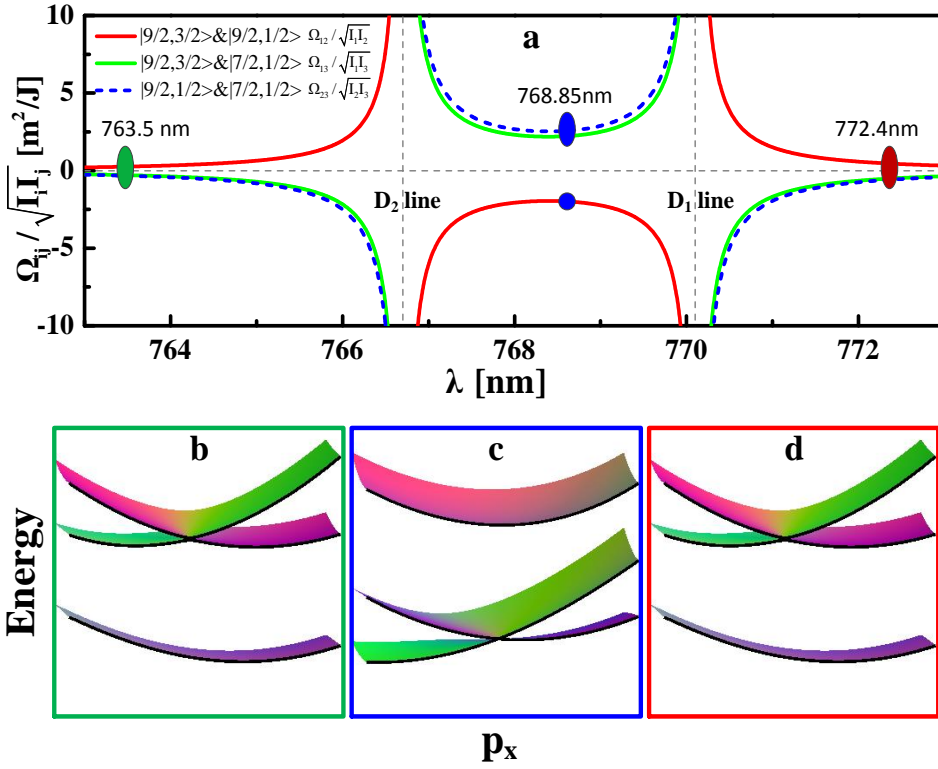


图 6.2 通过调节拉曼激光的波长控制狄拉克点 (a) 红色、绿色和蓝色表示拉曼耦合强度 Ω_{12} 、 Ω_{13} 和 Ω_{23} 与波长 λ 的函数关系。 $\Omega_{12}\Omega_{13}\Omega_{23}$ 依赖于波长 λ ，可以调为正或负， I_i 为第 i 束激光的强度。(b)-(d) 各自对应为波长为763.5 nm(相对于 D2 线蓝失谐)，768.85 nm (介于 D1 和 D2 线之间) 以及772.4 nm (相对于 D1 线红失谐) 的能带结构。当 $\Omega_{12}\Omega_{13}\Omega_{23}$ 为正值时，较高的两支能带色散相交于狄拉克点，如图(b)和(d)所示；当 $\Omega_{12}\Omega_{13}\Omega_{23}$ 为负值时，较低的两支能带色散相交于狄拉克点，如图(c)所示。

6.3.2 拉曼耦合强度的计算

由第三章中的计算可以得到拉曼耦合强度的表达式为^[30]:

$$\Omega_{ij} = -\frac{I_0}{\hbar^2 c \varepsilon_0} \sum_{F'', m_F''} \frac{\langle F^j, m_F^j | er_q | F'', m_F'' \rangle \langle F'', m_F'' | er_q | F^i, m_F^i \rangle}{\Delta} \quad (6.9)$$

其中 $I_0 = \sqrt{I_1 \cdot I_2}$, I_i 为任意一束拉曼激光的强度。 c 为光速, ε_0 为真空介电常数, e 为单位电荷, r_q 为原子核与最外层电子间间距作为不可约张量算符的第 q 个分量以及 Δ 为拉曼激光的单光子失谐。 $|F^i, m_F^i\rangle$ 和 $|F^j, m_F^j\rangle$ 为基态上由两束拉曼光耦合自旋态, $|F'', m_F''\rangle$ 为在拉曼过程中 D1 线和 D2 线上的激发态中满足跃适的所有自旋态。

对于 ^{40}K 的原子, 在拉曼过程中我们考虑精细结构中两个相差约 3.4nm 的精细结构裂列, 即 D1 线 ($4^2P_{1/2}$) 和 D2 线 ($4^2P_{3/2}$), 如图 6.3 所示。于是拉曼耦合强度可以写成由 D1 线和 D2 线同时贡献的形式^[31]:

$$\begin{aligned} \Omega_{ij} = & -\frac{I_0}{\hbar^2 c \varepsilon_0} \left[\frac{1}{\Delta_{D1}} \times \sum_{F_1'', m_{F_1}''} \langle F^j, m_F^j | er_q | F_1'', m_{F_1}'' \rangle \langle F_1'', m_{F_1}'' | er_q | F^i, m_F^i \rangle + \frac{1}{\Delta_{D2}} \right. \\ & \left. \times \sum_{F_2'', m_{F_2}''} \langle F^j, m_F^j | er_q | F_2'', m_{F_2}'' \rangle \langle F_2'', m_{F_2}'' | er_q | F^i, m_F^i \rangle \right] \quad (6.10) \end{aligned}$$

拉曼耦合强度可以简化为对于 D1 线 ($4^2P_{1/2}$) 和 D2 线 ($4^2P_{3/2}$) 的形式:

$$\begin{aligned} \Omega_{ij}^{D1, (F'', m_F'')} = & -\frac{I_0}{\hbar^2 c \varepsilon_0} \frac{\langle F^j, m_F^j | er_q | F'', m_F'' \rangle \langle F'', m_F'' | er_q | F^i, m_F^i \rangle}{\Delta_{D1}} \\ = & -\frac{I_0}{\hbar^2 c \varepsilon_0} \frac{C_i^{(F'', m_F'')} C_j^{(F'', m_F'')}}{\Delta_{D1}} \langle J = \frac{1}{2} | er_q | J'' = \frac{1}{2} \rangle^2 \quad (6.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Omega_{ij}^{D2, (F'', m_F'')} = & -\frac{I_0}{\hbar^2 c \varepsilon_0} \frac{\langle F^j, m_F^j | er_q | F'', m_F'' \rangle \langle F'', m_F'' | er_q | F^i, m_F^i \rangle}{\Delta_{D2}} \\ = & -\frac{I_0}{\hbar^2 c \varepsilon_0} \frac{C_i^{(F'', m_F'')} C_j^{(F'', m_F'')}}{\Delta_{D2}} \langle J = \frac{1}{2} | er_q | J'' = \frac{3}{2} \rangle^2 \quad (6.12) \end{aligned}$$

其中 $C_i^{(F'', m_F'')}$ 为基态 $|F^i, m_F^i\rangle$ 与激发态 $|F'', m_F''\rangle$ 依赖于 π 或者 σ^\pm 跃迁时的超精细偶极矩阵元, $\langle J = 1/2 | er_q | J'' = 1/2 \rangle$ 和 $\langle J = 1/2 | er_q | J'' = 3/2 \rangle$ 分别为 D1 线和 D2 线的跃迁偶极矩阵元^[32]。因此, 从 (10) – (12) 式可以得到拉曼耦合强度 Ω_{12} 、 Ω_{13} 以及 Ω_{23} 是由拉曼激光相对于 D1 线和 D2 线上所有激发态的失谐所决定, 如图 6.2(a) 所示。公式 (6.2) 中的负号是由于红失谐会引起系统能量的降低而约定的, 例如光学偶极阱是由红失谐的激光产生, 它会光导致能量向负向移动。另一方面, 正如前面所解释

一样, $\Omega_{ii'}$ 由我们选择的失谐来决定, 它既可以为正值或负值。

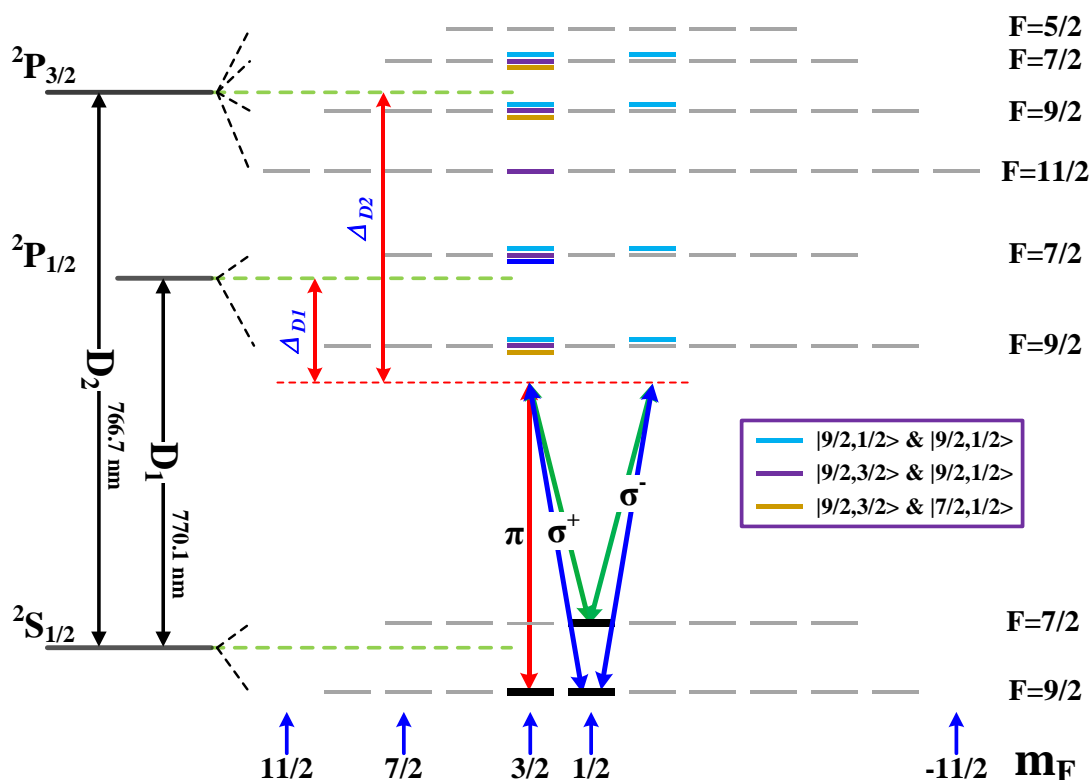


图 6.3 ^{40}K 的能级示意图

由图 6.3 及公式 (6.10) 可知拉曼耦合强度 $\Omega_{ii'}$ 包括 D1 和 D2 线所有激发态的贡献, 且经理论计算可知耦合强度可由波长来调节, 如图 6.2a 所示。当激光波长大于 D1 线 (770.1nm) 或小于 D2 线 (766.7nm) 时, $\Omega_{12}\Omega_{13}\Omega_{23} > 0$, 最上面的两个缀饰态相交于狄拉克点, 如图 6.2b 和 2d 所示。作为比较, 当激光的波长在 D1 线和 D2 线之间时, $\Omega_{12}\Omega_{13}\Omega_{23} < 0$, 最下面的两个缀饰态简并于狄拉克点, 如图 6.2c 所示。这种情形与文献中是完全不同的^[20], 他们只是考虑一个激发态, 并且用蓝失谐的激光在低能处制备成简并暗态。

6.4 实验过程

6.4.1 自旋态和拉曼光的制备

在 QUIC 中用玻色子 ^{87}Rb 协同冷却后, 把 $|9/2, 9/2\rangle$ 态的 ^{40}K 和 $|2, 2\rangle$ 态的 ^{87}Rb 装载到由 1064nm 激光构成的光学偶极阱中。费米气体进一步被蒸发冷却, 简并参数为 $T/T_F \approx 0.3$, 原子数约为 2×10^6 , 其中 T_F 为费米温度, 定义为 $T_F = (6N)^{1/3} \hbar \omega / k_B$,

阱的平均束缚频率 $\omega \simeq 2\pi \times 80 \text{ Hz}$, N 是费米原子的数量^[33]。用一个共振光除掉 ^{87}Rb 原子后, 利用快速绝热通道把 $|9/2, 9/2\rangle$ 的原子转移到 $|9/2, 5/2\rangle$, 此时的磁场为 19.6 G , 用的时间为 80 ms , 射频的起止频率分别为 6.56 MHz 和 6.28 MHz , 最后把磁场线性增加到 $B_0 = 121.4 \text{ G}$ 。

三束拉曼光来自同一个钛宝石单频激光器, 其中拉曼光 1 和 2 各用一个声光调制器 (AOM) 分别双穿移频 $+201.144 \times 2 \text{ MHz}$ 和 $+220.531 \times 2 \text{ MHz}$, 拉曼光 3 用两个 AOM 双穿移频 $-212.975 \times 4 \text{ MHz}$, 如图 6.4 所示。随后, 为了提高光束指向的稳定性以及得到更好的光束质量, 把三束曼光各自耦合到三个保偏单模光纤。光纤后, 每束拉曼光最大功率为 80 mW , 它们以光斑半径 $200 \mu\text{m}$ 交叠于原子云上。三束拉曼光均为线偏振光, 拉曼光 1 和 2 在 y 方向对向传播, 拉曼光 3 沿着 x 方向传播, 它们的偏振方向分别为 z 、 x 和 y 方向, 于是相对于量化轴 z 的偏振分别为 π , σ 和 σ , 如图 6.1 (b) 所示。

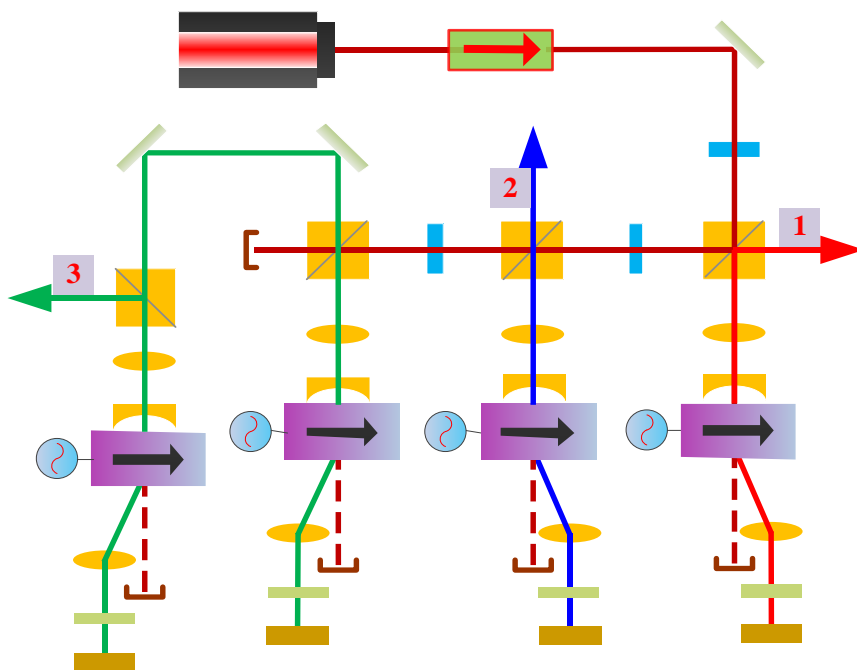


图 6.4 拉曼光示意图

6.4.2 缀饰态原子能谱的测量

我们利用自旋注入射频光谱研究三个缀饰态和狄拉克点的能量-动量色散图, 其中用射频把自由极化的态的原子驱动转移到一个空的二维自旋-轨道耦合系统。首先在光阱中把费米原子制备在 $|9/2, 5/2\rangle$ 态上, 随后把磁场线性增加到 $B_0 = 121.4 \text{ G}$, 之后在 60 ms 内把三束拉曼光线性加大到最终需要的值。同时, 用 $450 \mu\text{s}$ 高斯型的射

频脉冲把初始态 $|9/2,5/2\rangle$ 上的原子转移到空的二维自旋-轨道耦合能带上。射频场在转移过程中没有传递动量，它的值对应于初态与末态间的能量差。因为射频把 $|9/2,5/2\rangle$ 与 $|1\rangle$ 耦合起来，它测量的是 $|1\rangle$ 态在二维自旋-轨道耦合系统中的比重。最后，同时关闭拉曼光、光阱和磁场，让原子自由飞行 12ms，同时在 x 方向加一个梯度磁场，在 z 方向进行吸收成像。通过吸收成像得 $|1\rangle$ 态上的原子的动量分布与射频值的函数，从而确定能带结构和狄拉克点的位置。

下面对色散射频谱的测量做一个详细的说明，公式 (6.2) 是由进行了一个么正变换后得到的，三个自旋态分别为 $|9/2,3/2\rangle$ 、 $|9/2,1/2\rangle$ 以及 $|7/2,1/2\rangle$ 态，原始分别为 (p_x, p_y) 平面内的 $(0, -k_r)$ 、 $(0, k_r)$ 以及 $(-k_r, 0)$ 。也就是说，我们在实验上观测到的能量-动量色散图是在一个变换后的动量空间。由于射频场不能改变粒子的动量，因而可以直接在动量区域 1 中得到任意自旋组分的比重。在实验中初始把费米气体原子制备在 $|9/2,5/2\rangle$ 态上，之后用射频场驱动转移原子到 $|9/2,3/2\rangle$ 态上。因而 $|9/2,5/2\rangle$ 态的自由原子在 (p_x, p_y) 平面的色散以 $(0, -k_r)$ 替代，与 $|9/2,3/2\rangle$ 态是相同的，如图 6.5 所示。缀饰态的能量-动量色散以及自旋态 $|9/2,3/2\rangle$ 的比重在区域 $p_x^2 + (p_y + k_r)^2 < k_F^2$ 中测量得到，其中费米动量 k_F 对应于初始态 $|9/2,5/2\rangle$ 的费米能 E_F ，在实验中 k_F 约为 $1.5k_r$ 。这个区域是由图 6.5 中的蓝色虚线箭头表示。

作为另一种选择，我们初始也可以把费米原子制备在 $|9/2, -1/2\rangle$ 态上，然后用射频场把 $|9/2, -1/2\rangle$ 态的原子耦合到 $|9/2,1/2\rangle$ 态上。因此，在转换动量空间 $|9/2, -1/2\rangle$ 态的能量-动量色散可以由 $(0, k_r)$ 替代，与 $|9/2,1/2\rangle$ 是一样的。缀饰态的能量-动量色散和自旋态 $|9/2,1/2\rangle$ 的比重在区域 $p_x^2 + (p_y - k_r)^2 < k_F^2$ 中测量得到，这个区域 2 是由图 6.5 中的红色虚箭头表示。类似地，如果初始态为 $|7/2, -1/2\rangle$ 态，并且用射频场耦合到 $|7/2,1/2\rangle$ 态上，那么在动量区域 3 中可以测得能量-动量色散和自旋态 $|7/2,1/2\rangle$ 的比重，该区域用 $(p_x + k_r)^2 + p_y^2 < k_F^2$ 表示。类似于一维自旋-轨道耦合，在区域 1、2 有及 3 的重叠位置可以得到三个自旋态的缀饰叠加态。然而，在我们实验中，狄拉克点的位置一般在这个交叠区域之外。因而很难在狄拉克点附近同时得到三个自旋态的比重。尽管如此，我们还是用单个初始态能够在狄拉克点附近有效得到缀饰态的分散和单自旋态的比重，这里我们选的初始态为 $|9/2,5/2\rangle$ 态。

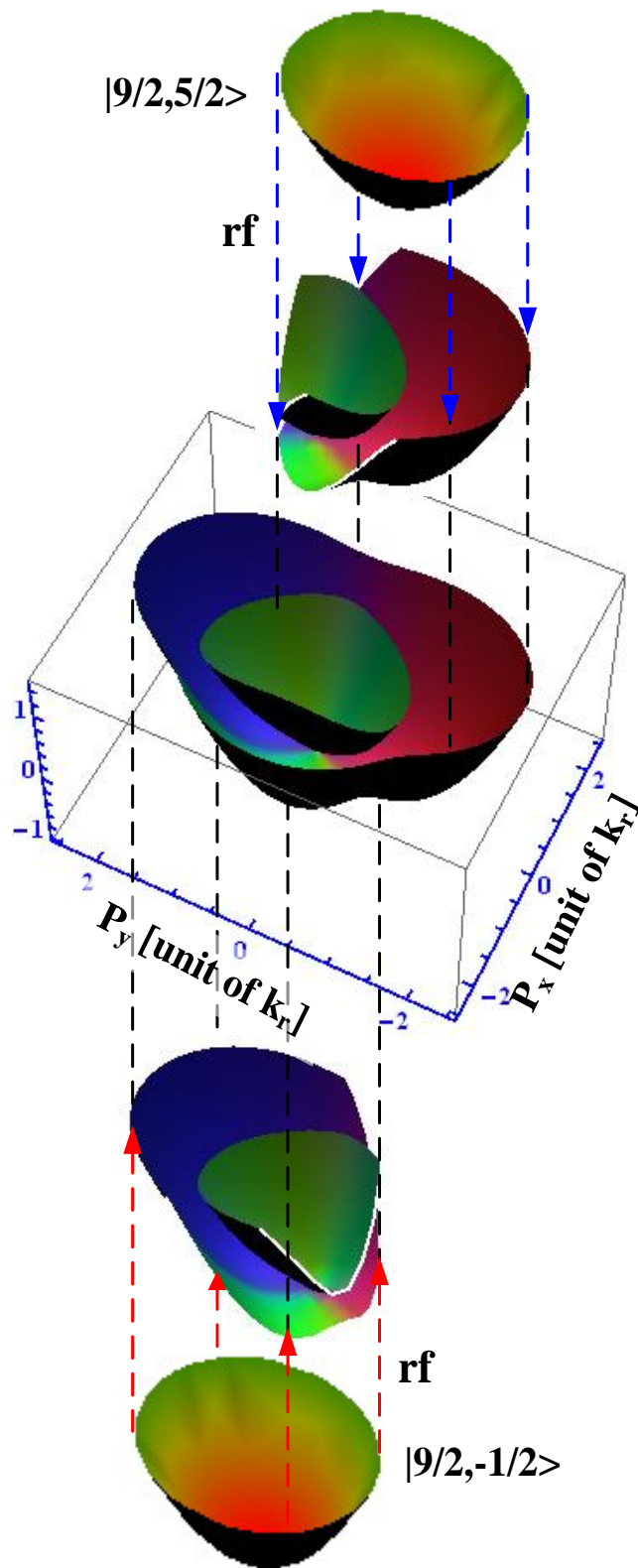


图 6.5 不同初始态时的自旋-注入光谱 以 $|9/2, 5/2\rangle$ 和 $|9/2, -1/2\rangle$ 为初始态的测量范围如图所示, 四条蓝(红)色虚线箭头表示 $|9/2, 3/2\rangle$ ($|9/2, 1/2\rangle$) 态的比重区域 1

(2), 初始态为 $|7/2, -1/2\rangle$ 的在图中没有画出。

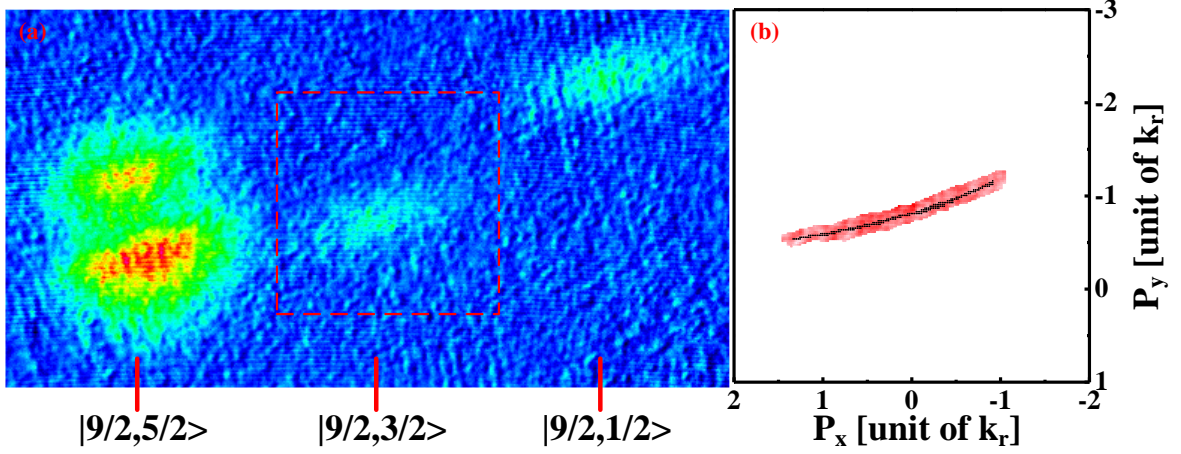


图 6.6 a 在射频场下自旋注入光谱时的 TOF 成像 b TOF 成像后通过高斯拟合确定原子密度最大处（黑色线条）的位置和有限的宽度约 $0.25k_r$ （厚的红色曲线），其中 $\hbar\nu_{rf}=E_Z + 3.46E_r$ 。

在实验中，用不同值的射频场作用后采用飞行吸收成像（TOF）（每次 TOF 后得到如图 6.6 (a) 所示的图像）。由能量守恒得到第*i*个缀饰态和初始态间的关系式：

$$\varepsilon_i(\mathbf{p}) = \varepsilon_0(\mathbf{p}) - \hbar\nu_{rf} + E_Z \quad (6.13)$$

其中 $\varepsilon_i(\mathbf{p})$ 为自旋-轨道耦合哈密顿量中的第*i*个态的能量， $\varepsilon_0(\mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/2m$ 为初始态 $|9/2, 5/2\rangle$ 态的能量色散， ν_{rf} 是射频场的频率值，以及 E_Z 为 $|9/2, 5/2\rangle$ 态和 $|9/2, 3/2\rangle$ 态间的塞曼能级差。在理想情况下，这个方程的解一个曲线且在动量空间的宽度是极窄的，这个曲线可以用 $C = \{\mathbf{p}^*\}$ 表示，它的长度由初始态原子的动量决定。而在实验中，有限宽度的射频脉冲导致了在能量空间的有限分辨率。因此，代表方程(6.13)解的曲线获得有限的宽度，如图 6.6 (a) 中的原始数据。这个宽度同样依赖于动量集合 \mathbf{p}^* 的 $d(\varepsilon_0(\mathbf{p}) - \varepsilon_i(\mathbf{p}))/d\mathbf{p}$ ，导数越大，宽度越大。在射频谱中我们用一个 $450 \mu\text{s}$ 的高斯型射频脉冲使分辨率最佳。在 TOF 成像中，射频谱中在末态 $|9/2, 3/2\rangle$ 处原子密度最大一半位置的动量宽度约为 $0.4 \sim 0.7k_r$ 。为了得到 \mathbf{p}^* ，我们用高斯拟合确定原子密度的最大值。对于一个给定的射频，曲线 $C = \{\mathbf{p}^*\}$ 用一条黑色的曲线表示，如图 6.6 (b) 所示。我们也得到一个粗的红色曲线，表示 TOF 图像中的有限的宽度（最大处为 $0.85k_r$ ）约 $0.25k_r$ 。利用 \mathbf{p}^* ，我们得到第*i*个缀饰能带：

$$\varepsilon_i(\mathbf{p}^*) = \varepsilon_0(\mathbf{p}^*) - \hbar\nu_{rf} + E_Z \quad (6.14)$$

由于 \mathbf{p}^* 是关于 ν_{rf} 的函数，当我们改变射频场值时得到对应射频的 \mathbf{p}^* 和 $\varepsilon_i(\mathbf{p}^*)$ ，如图 6.7 所示。

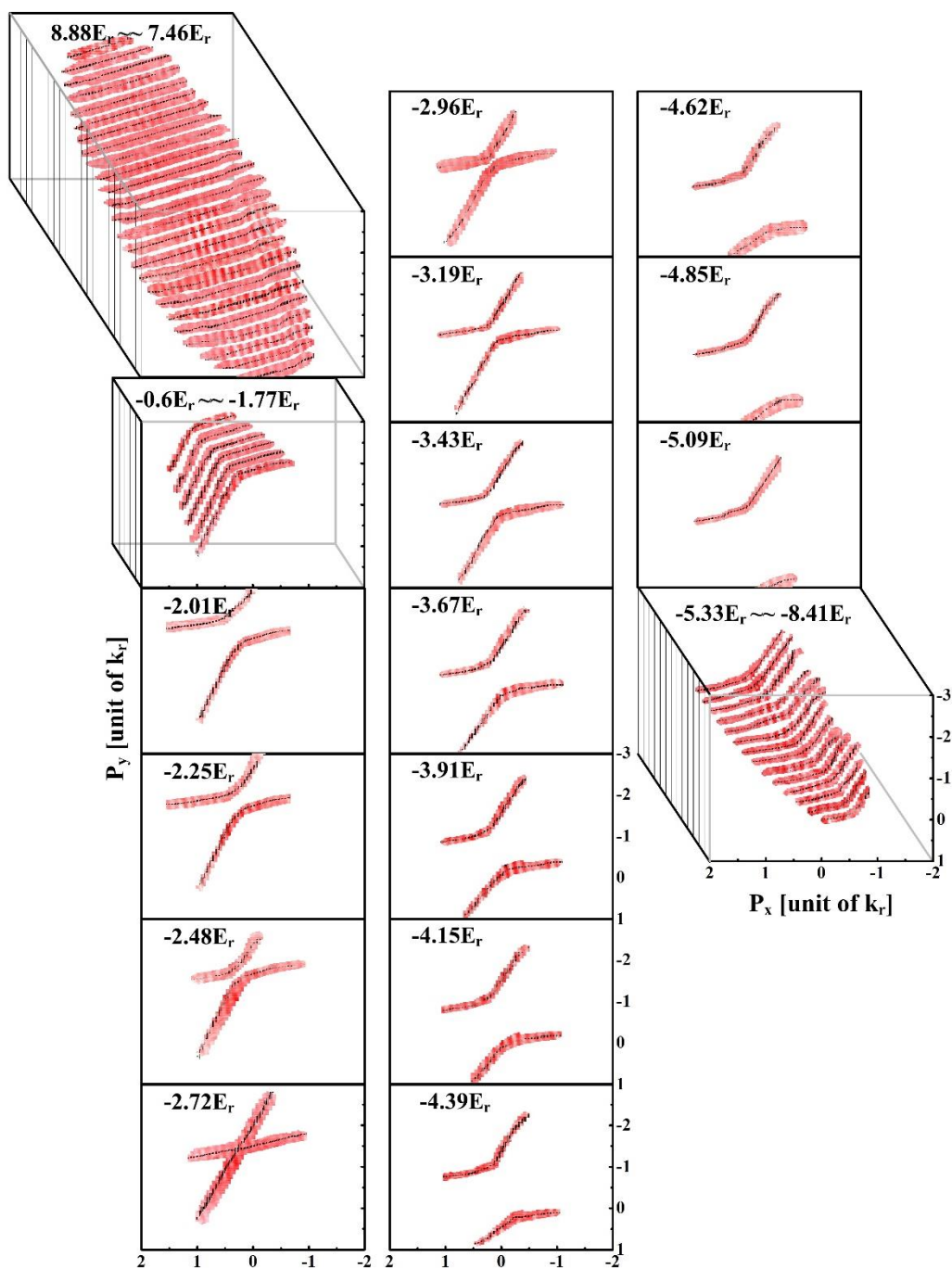


图 6.7 在 (p_x, p_y) 平面内自旋-动量分辨的自旋注入谱与射频场 ($\hbar\nu_{rf}=E_Z + a$) 的函数，其中 a 为每次测量中自由态与自旋-轨道耦合能带的相对能量差。在每一个射频场值下，TOF 成像后能观测到一条或者两条曲线，表示方程 (6.13) 的分辨率。粗红色曲线表示来自原始数据的有限动量宽度，细黑色曲线表示对原子密度用高斯拟合得到的 \mathbf{p}^* ，实验参数与图 6.3 (b) 是一致的。单条曲线中的射频值范围为： $8.88E_r \sim 7.46E_r$ ，双条曲线时 a 对应范围为： $-0.6E_r \sim -8.41E_r$ 。

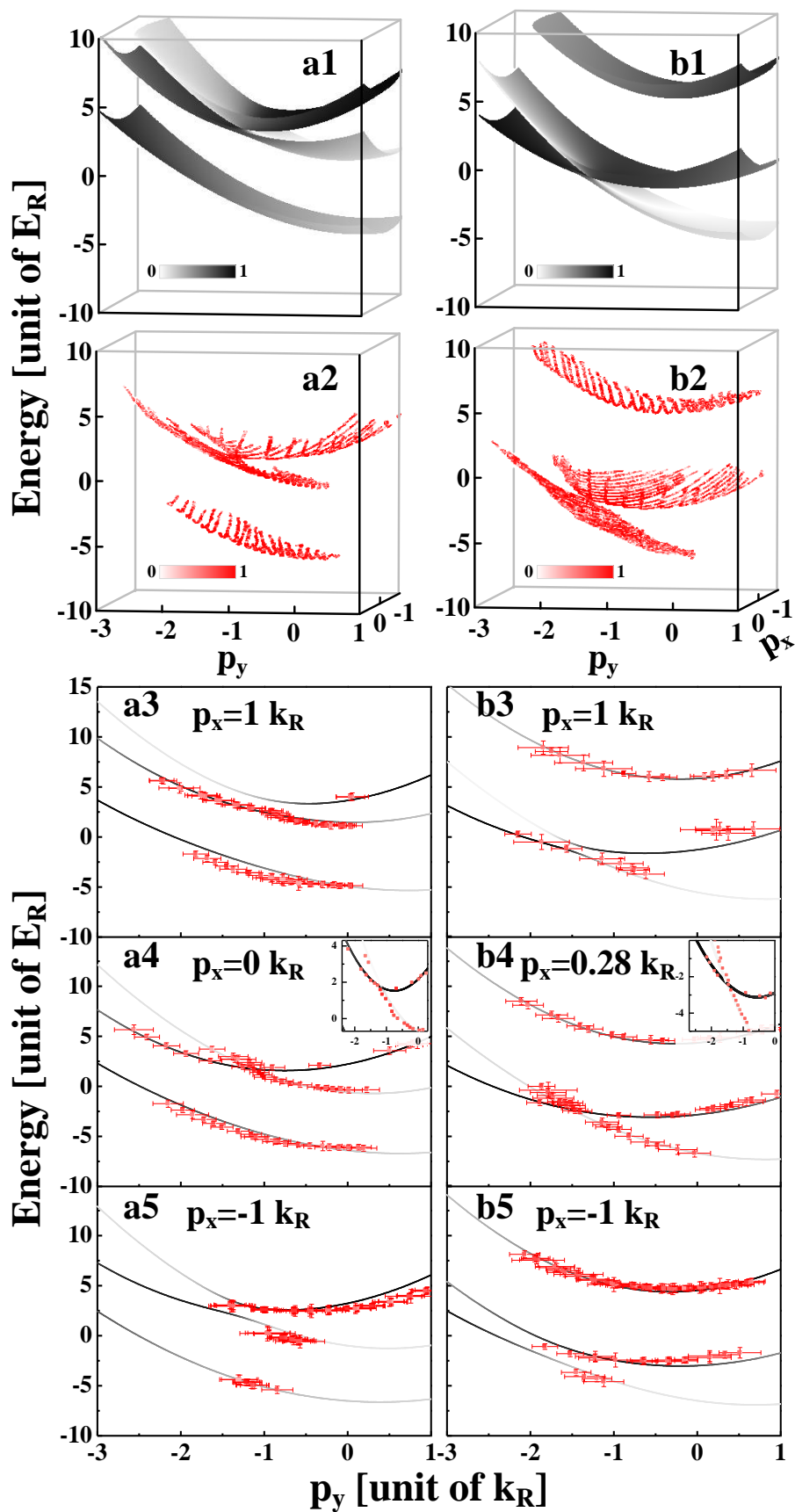


图 6.8 利用自旋注入光谱测量得到缀饰原子的能带色散图 a1-a7 拉曼激光的

波长为 772.4 nm (相对于 D1 线红失谐), $\Omega_{12} = 3.58 E_r$ 、 $\Omega_{13} = -3.94 E_r$, $\Omega_{12} = -4.66 E_r$ 、 $\delta_2 = -5.14 E_r$ 、 $\delta_2 = -3.23 E_r$ 。b1-b7 拉曼激光的波长为 772.4 nm 介于 D1 和 D2 线之间, $\Omega_{12} = -4.96 E_r$ 、 $\Omega_{13} = 5.46 E_r$, $\Omega_{12} = 6.46 E_r$ 、 $\delta_2 = -5.2 E_r$ 、 $\delta_2 = -2.13 E_r$ 。a1 和 b1 是用实验参数进行理论计算得到关于 $|1\rangle$ 组分的能带。a2 和 b2 是用射频自旋-注入光谱得到的实验结果, 面上的每条曲线是由射频作用后的 TOF 成像得到。a3-a5 为在不同准动量 p_x 下得到 (a1) 和 (a2) 沿能量-动量 p_y 下的横截面, 有误差线的红色点和实线分别表示实验和理论结果。图 a4 中的插图为狄拉克点附近的局部放大, 其中 $\lambda_{x1} = 0$ 、 $\lambda_{x2} = -0.42 k_r/m$ 、 $\lambda_{y1} = 1.5 k_r/m$ 和 $\lambda_{y2} = -0.07 k_r/m$ 是由实验参数得到。b3-b5 为图 (b1) 和 (b2) 中的横截面, b4 中的插图为狄拉克点附近的局部放大, 其中 λ_{x1} 、 λ_{x2} 、 λ_{y1} 以及 λ_{y2} 与 a 图中的参数是相同的, 这是由于 Ω_{12}/Ω_{13} 和 Ω_{12}/Ω_{23} 的值与前面是相同的。

在不同的波长条件下分别得到如图 6.8 所示的能量-动量色散谱。图 6.8(a2) 是波长为 772.4nm (红失谐于 D1 线) 时在实验上得到动量分辨的自旋注入光谱, 图 6.3(a1) 为对应的理论结果。从图 6.8(a2) 中可以看出能量较高的两支能带相交于狄拉克点, 为了更形象说明狄拉克点, 在动量 p_x 方向进行切片比较, 如图 6.8(a3)-(a5) 所示。当激光的波长调节到 D1 线和 D2 线之间的 768.85nm 时, 在能量色散图中可以看到能量最低的两支相接于狄拉克点, 如图 6.8(b1)-(b5) 所示。这两种波长都被用来研究一维的自旋-轨道耦合^[3-5]。当波长为 763.5nm (蓝失谐于 D2 线) 时, 同理, 能量较高的两支能带相交于狄拉克点, 与 772.4nm 的情形是类似的。我们根据实验参数通过方程 (6.2) 和 (6.5) 进行数值计算得到哈密顿量的本征值与实验结果是一致的。需要强调的是在实际测量过程中, 由于磁场的波动和动量分辨等一些因素会导致理论与实验得到的射频频谱之间有一定的偏差。在实验中的实际问题是磁场的稳定性, 为了得到能带结构, 我们需要在不同射频值下重复测量。因此, 磁场的稳定性 (特别是长期的稳定性) 会影响射频频谱的测量。由于有限的动量宽度, 在拟合过程中会有定量的偏差。这些问题会导致能量和动量分散曲线的不稳定性, 如图 6.8(a3)-(a5) 和图 6.8(b3)-(b5) 所示。

为了证明在二维的动量空间存在一个狄拉克点, 类似于图 6.3 中有一个沿 p_y 方向的交叉截面, 我们在图 6.9 中再次得到狄拉克点处沿 p_x 方向的交叉截面。

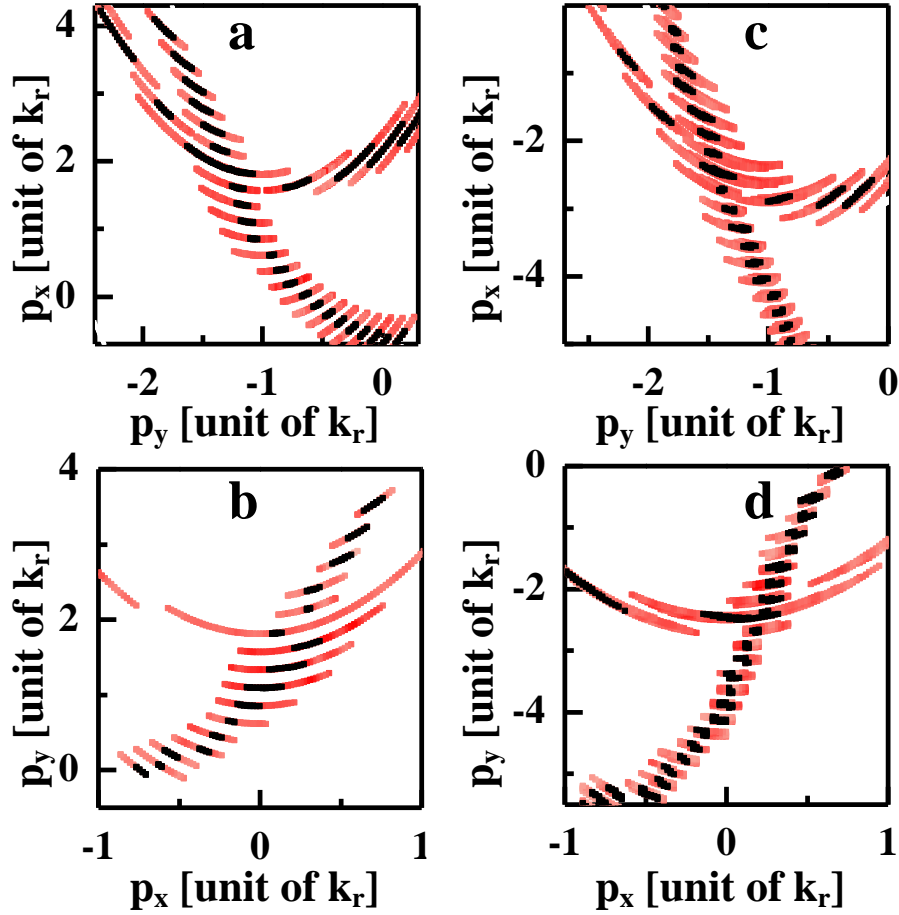


图 6.9 在狄拉克点处沿动量— p_x 、动量— p_y 的交叉截面 弧线表示来自方程 (6.13) 的结果，包含动量分布中所有 TOF 成像的组分。黑色点表示来自方程 (6.14) 的结果，仅仅包含来自高斯拟合得到的 $\varepsilon_i(\mathbf{p}^*)$ 。

6.4.3 狄拉克点在动量空间的移动

二维自旋-轨道耦合能量-动量色散图中的狄拉克点是牢固的，当改变实验参数时，并不能打开存在狄拉克的两支，狄拉克点的位置只是在动量空间移动。这是因为哈密顿量 (6.2) 是实数，并且方程 (6.5) 不包含 σ_y 项。通过调节 δ_i 、 Ω_i 、 \mathbf{k}_i ，我们可以任意设计狄拉克点在动量空间的运动轨迹。为了验证狄拉克点的运动轨迹，首先固定 δ_2 ，改变 δ_3 ，得到狄拉克点在动量空间的移动，如图 6.10a 中的蓝色点所示；固定 δ_3 ，改变 δ_2 ，得到狄拉克点在动量空间的运动轨迹，如图 6.10a 中的红色点所示，两种情况下狄拉克点的运动轨迹是不同的。我们又观测了在狄拉克点处的能量与最高能带间的能量差与拉曼耦合强度的关系，如图 6.10b 所示。能量为零对应为 $|9/2, 5/2\rangle$ 与 $|9/2, 3/2\rangle$ 间的塞曼能级分裂，可以看出当耦合强度 Ω 增大时能隙 ΔE 也在增大，并且呈线性关系。

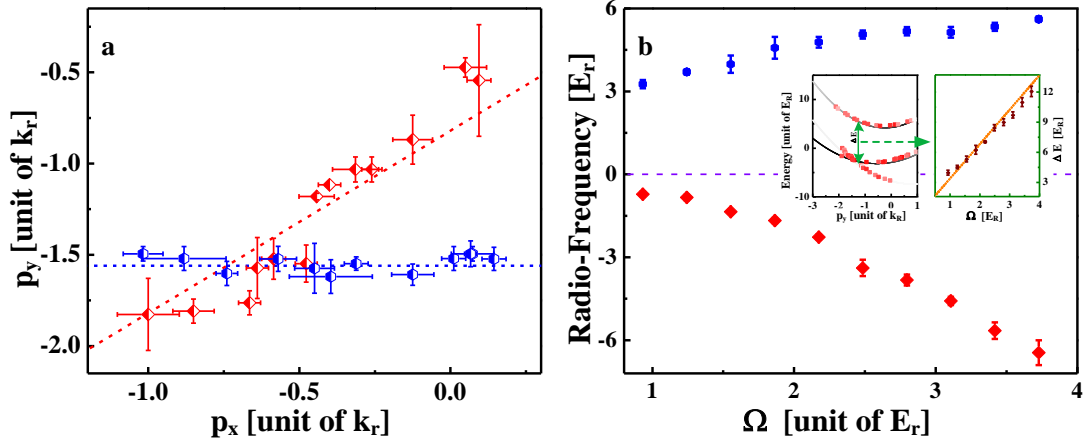


图 6.10 在动量空间移动狄拉克点 a 通过控制拉曼激光的失谐 δ_2 和 δ_3 使狄拉克点在动量空间沿一定的运动轨迹移动。蓝色点：固定 $\delta_2 = -5.45E_r$ ，使 δ_3 在区间 $[-E_r, 0.45E_r]$ 内调节；红色点：固定 $\delta_3 = -0.2E_r$ ，使 δ_2 在区间 $[-7E_r, -2.5E_r]$ 内调节。b 狄拉克点处的能量和对应同一个动量 \mathbf{p}_0 在最高能带处的能量与拉曼耦合强度的函数关系，其中 $-\Omega_{12} = 0.91\Omega_{13} = 0.77\Omega_{23} = \Omega$ ， $\delta_2 = -5.2E_r$ 以及 $\delta_3 = -2.13E_r$ 。图中的左边的插图能量色散，右边的插图表示为狄拉克点与最高能量处的差值 ΔE 与拉曼耦合强度 Ω 的函数关系。其中，波长为 768.85 nm ，误差棒表示重复测量得到的标准误差。

6.5 小结

在这个工作中，我们在超冷费米气体中实现了高度可控的二维自旋-轨道耦合并且观测到一个稳定的狄拉克点。之后，我们尝试产生一个有效的塞曼场来打开狄拉克点并且控制它的能隙，以便观测来自于 s 波相互作用的有趣的拓朴和其它奇异的超流^[21-25]。因为我们是用射频把自由原子注入了空的自旋-轨道耦合的能量态，所以在这里可以忽略拉曼光由于自发辐射引起的加热效应。解决初始把原子制备在二维自旋-轨道耦合的态上的技术是至关重要的。克服这样的困难可以用其它不存在自发辐射的原子，或者研究量子淬火技术以至于在相对短的时间内从量子动力学中提取出拓朴性质^[34]。

参考文献

- [1] J. Dalibard, F. Gerbier, G. Juzeliūnas and P. Öhberg, Artificial gauge potentials for neutral atoms. *Rev. Mod. Phys.* 83, 1523 (2011).
- [2] Y. J. Lin, K. Jiménez-García and, I. B. Spielman, Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates. *Nature* 471, 83-86 (2011).
- [3] P. J. Wang, Z. Q. Yu, Z. K. Fu, J. Miao, L. H. Huang, S. J. Chai, H. Zhai and J. Zhang, Spin-orbit coupled degenerate Fermi gases. *Phys. Rev. Lett.* 109, 095301 (2012).
- [4] L. W. Cheuk, et al. Spin-injection spectroscopy of a spin-orbit coupled Fermi gas. *Phys. Rev. Lett.* 109, 095302 (2012).
- [5] R. A. Williams, M. C. Beeler, L. J. LeBlanc and I. B. Spielman, Raman-induced interactions in a single-component Fermi gas near an s-wave Feshbach resonance. *Phys. Rev. Lett.* 111, 095301 (2013).
- [6] J. Y. Zhang, S. C. Ji, Z. Chen, L. Zhang, Z. D. Du, B. Yan, G. S. Pan, B. Zhao, Y. J. Deng, H. Zhai, S. Chen, and J. W. Pan, Collective Dipole Oscillation of a Spin-orbit Coupled Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.* 109, 115301 (2012).
- [7] C. L. Qu, C. Hamner, M. Gong, C. W. Zhang, and P. Engels, Observation of Zitterbewegung in a spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A* 88, 021604(R) (2013)
- [8] A. J. Olson, S. J. Wang, R. J. Niffenegger, C. H. Li, C H Greene, and Y P Chen, Tunable Landau-Zener transitions in a spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. A* 90, 013616 (2014).
- [9] L. H. Huang, Z. M. Meng, P. J. Wang, P. Peng, S. L. Zhang, L. C. Chen, D. H. Li, Q. Zhou, and J. Zhang, Experimental realization of a two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases. *Nature phys*, published online: DOI: 10.1038/NPHYS3672.
- [10] R. G. Unanyan, B. W. Shore and K. Bergmann, Laser driven population transfer in four-level atoms: Consequences of non-abelian geometrical adiabatic phase factors. *Phys. Rev. A* 59, 2910 (1999).
- [11] J. Ruseckas, G. Juzeliūnas, P. Öhberg and M. Fleischhauer, Non-abelian gauge potentials for ultracold atoms with degenerate dark states. *Phys. Rev. Lett.* 95, 010404

(2005).

[12] G. Juzeliūnas, J. Ruseckas and J. Dalibard, Generalized Rashba-Dresselhaus spin-orbit coupling for cold atoms. *Phys. Rev. A* 81, 053403 (2010).

[13] D. L. Campbell, G. Juzeliūnas and I. B. Spielman, Realistic Rashba and Dresselhaus spin-orbit coupling for neutral atoms. *Phys. Rev. A* 84, 025602 (2011).

[14] Z. F. Xu, L. You and M. Ueda, Atomic spin-orbit coupling synthesized with magnetic-field-gradient pulses. *Phys. Rev. A* 87, 063634 (2013).

[15] B. M. Anderson, I. B. Spielman and G. Juzeliūnas, Magnetically generated spin-orbit coupling for ultracold atoms. *Phys. Rev. Lett.* 111, 125301 (2013).

[16] T. D. Stanescu, C. Zhang and V. Galitski, Nonequilibrium spin dynamics in a trapped fermi gas with effective spin-orbit interactions. *Phys. Rev. Lett.* 99, 110403 (2007).

[17] G. Juzeliūnas, J. Ruseckas, A. Jacob, L. Santos and P. Öhberg, Double and negative reflection of cold atoms in non-Abelian gauge potentials. *Phys. Rev. Lett.* 100, 200405 (2008).

[18] J. Y. Vaishnav and C. W. Clark, Observing Zitterbewegung with ultracold atoms. *Phys. Rev. Lett.* 100, 153002 (2008).

[19] J. Larson and E. Sjöqvist, Jahn-Teller-induced Berry phase in spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A* 79, 043627 (2009).

[20] Y. P. Zhang, L. Mao and C. W. Zhang, Mean-field dynamics of spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.* 108, 035302 (2012).

[21] C. W. Zhang, Spin-orbit coupling and perpendicular Zeeman field for fermionic cold atoms: Observation of the intrinsic anomalous Hall effect. *Phys. Rev. A* 82, 021607(R) (2010).

[22] S. L. Zhu, L. B. Shao, Z. D. Wang and L. M. Duan, Probing non-Abelian statistics of Majorana Fermions in ultracold atomic superfluid. *Phys. Rev. Lett.* 106, 100404 (2011).

[23] J. P. Vyasankere and V. B. Shenoy, Bound states of two spin- $\frac{1}{2}$ fermions in a synthetic non-Abelian gauge field, *Phys. Rev. B* 83, 094515 (2011).

[24] H. Hu, L. Jiang, X. J. Liu and H. Pu. Probing anisotropic superfluidity in atomic Fermi gases with Rashba spin-orbit coupling. *Phys. Rev. Lett.* 107, 195304 (2011).

[25] Z. Q. Yu and H. Zhai, Spin-orbit coupled Fermi gases across a Feshbach resonance.

Phys. Rev. Lett. 107, 195305 (2011).

[26] L. Tarruell, D. Greif, T Uehlinger, G Jotzu and T Esslinger, Creating, moving and merging Dirac points with a Fermi gas in a tunable honeycomb lattice. Nature 483, 302 (2012).

[27] G. Jotzu, M. Messer, R Desbuquois, M. Lebrat, T. Uehlinger, D. Greif and T. Esslinger, Experimental realization of the topological Haldane model with ultracold fermions. Nature 515, 237 (2014).

[28] M. Aidelsburger, M. Atala, M. Lohse, J. T. Barreiro, B. Paredes and I. Bloch, Realization of the Hofstadter Hamiltonian with ultracold atoms in optical lattices. Phys. Rev. Lett. 111, 185301 (2013).

[29] H. Miyake, G. Siviloglou A, C. J. Kennedy, W. C. Burton and W. Ketterle, Realizing the Harper Hamiltonian with laser-assisted tunneling in optical lattices. Phys. Rev. Lett. 111, 185302 (2013).

[30] T. A. Savard, S. R. Granade, K. M. O'Hara, M. E. Gehm and J. E. Thomas, Raman-induced magnetic resonance imaging of atoms in a magneto-optical trap. Phys. Rev. A 60, 4788 (1999).

[31] L. H. Huang, P. J. Wang, Z. K. Fu and J. Zhang, Raman Coupling Strength in Spin-Orbit Coupled Bose-Einstein Condensate. Acta Opt. Sin. 34(7), 0727002 (2014).

[32] The data of ^{40}K can be from T. Tiecke, Ph.D. thesis, University of Amsterdam, 2010. The similar data of ^{87}Rb is from D. A. Steck, <http://steck.us/alkalidata>.

[33] D. Z. Xiong. et al. Quantum degenerate Fermi-Bose mixtures of ^{40}K and ^{87}Rb atoms in a quadrupole-Ioffe configuration trap. Chin. Phys. Lett. 25, 843 (2008).

[34] F. Setiawan, K. Sengupta, I. B. Spielman and J. D. Sau, Dynamical detection of a topological phase transition in one-dimensional spin-orbit-coupled Fermi gases, arXiv:1503.07167 (2015)

第七章 在二维自旋-轨道耦合的超冷费米气体中观测打开拓朴能隙

7.1 概述

自旋-轨道耦合 (SOC) 是粒子的自旋和运动间的一种相互作用, 在许多拓朴量子材料中扮演着极其重要的角色, 如从无相互作用电子的拓朴绝缘态到马约拉纳准粒子的拓朴超导体^[1-3]。在这些材料中, 一个垂直的 (正交于自旋-轨道耦合平面) 塞曼场在破坏时间反演对称性进而打开拓朴能隙中是极其重要的。目前, 这样一个拓朴带隙的打开可以导致自旋-轨道耦合半导体材料中的内在反常霍尔效应^[4,5]。如果当存在一个大的垂直的有效塞曼场时, 一维或二维的自旋-轨道耦合的s波超导体或超流体会成为拓朴的并且能够支持马约拉纳费米子^[6]的激发^[7-10]。在三维情形下, 同样的系统会展示长期寻找的超导准粒子激发谱中的外尔费米子^[11-13]。值得注意的是, 最近实验物理学家已经在半导体和超导材料中观测到了费米子可能存在的实验证据, 但是由于这些材料的不完美性, 确切的证据目前还没有被观测到^[14-18]。

最近在冷原子气体中实现人造的 SOC 为研究拓朴量子材料提供了一个全新而干净的平台^[19-26]。早期实现的一维自旋-轨道耦合 (它是 Rashba^[27]和 Dresselhaus^[28]耦合的等权叠加, $\propto k_x \sigma_y$) 是用两束对向传播的拉曼光调节塞曼场。已经有许多关于生成二维自旋-轨道耦合 ($\propto \alpha k_x \sigma_y + \beta k_y \sigma_x$) 的理论方案, 尤其是 Rashba 或 Dresselhaus 类型的^[29-35]。这样的二维的自旋-轨道耦合具有许多有趣的物理性质^[11,36-38]。最近, 用三束拉曼光耦合原子三个超精细态的方式在 ^{40}K 的费米气体中实现了二维的自旋-轨道耦合, 并且在二维的动量空间上观测到了一个稳定高度可控的狄拉克点^[39]。然而目前, 实验中仍没有一个垂直的塞曼场来打开能隙以及诱导产生观测拓朴超流以及相关的马约拉纳和外尔费米子, 进而诱导产生拓朴相以及通过打开能隙来破坏费米加倍定理^[7-10]。

朱诗亮等人在 ^6Li 的冷原子系统中提出用五束共振拉曼激光来形成自旋-轨道耦合和暗态空间所需的塞曼场^[40], 如图 7.1 所示。其中用三束拉曼光耦合基态上的三个自旋态形成自旋-轨道耦合时, 得到系统的哈密顿量为:

$$H_S = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + H_{ej} \quad (7.1)$$

其中 \mathbf{p} 为动量算符, m 为原子质量, 光与原子的相互作用哈密顿量表示为 $H_{ej} = \hbar \sum_{j=1}^{j=3} (\Omega_j |e\rangle\langle j| + H.c.)$, 并且 $\Omega_1 = \Omega \sin \beta \cos \phi e^{-ikx}$ 、 $\Omega_2 = \Omega \cos \beta e^{-iky}$ 以及 $\Omega_3 =$

$\Omega \sin \beta \sin \phi e^{ikx}$ ($\Omega = \sqrt{|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2 + |\Omega_3|^2}$)。由 (7.1) 式知存在两个暗态, 当把哈密顿量投影到该暗态子空间时, 可得到到二维的自旋-轨道耦合:

$$H_{SO} = \frac{(p_x - A_x)^2}{2m} + \frac{(p_y - A_y)^2}{2m} \quad (7.2)$$

其中 $A_x = -\hbar k \cos \beta \sigma_x$, $A_y = (\hbar k/2)(\sin \beta)^2 \sigma_y + (\hbar k/2)[1 + (\cos \beta)^2]$, 在此推导过程中定义 $\phi = \pi/4$ 。虽然这个有效哈密顿量存在自旋-轨道耦合项, 但是不存在垂直的有效塞曼场。为了形成有效的塞曼场, 他们设计用额外的两束拉曼激光耦合 $|1\rangle$ 和 $|3\rangle$ 态, 并且对应的拉比频率为: $\Omega_{1z} = i|\Omega_z|^2 e^{-ikx}$, $\Omega_{3z} = |\Omega_z|^2 e^{ikx}$, 其中 Ω_{1z} 是一个复数。当这两束光相对于前面三束光的失谐满足 $|\Omega_{1z}|, |\Omega_{3z}| \ll \Delta_d$ 时会导致会产生一个微扰的哈密顿量: $H_z = -i\hbar\Omega_p e^{2ikx} |1\rangle\langle 3| + H.c.$, 并且存在一个虚部, 这个有效塞曼场 $\hbar_z \sigma_z$ 会使简并的两个能带劈裂分开。

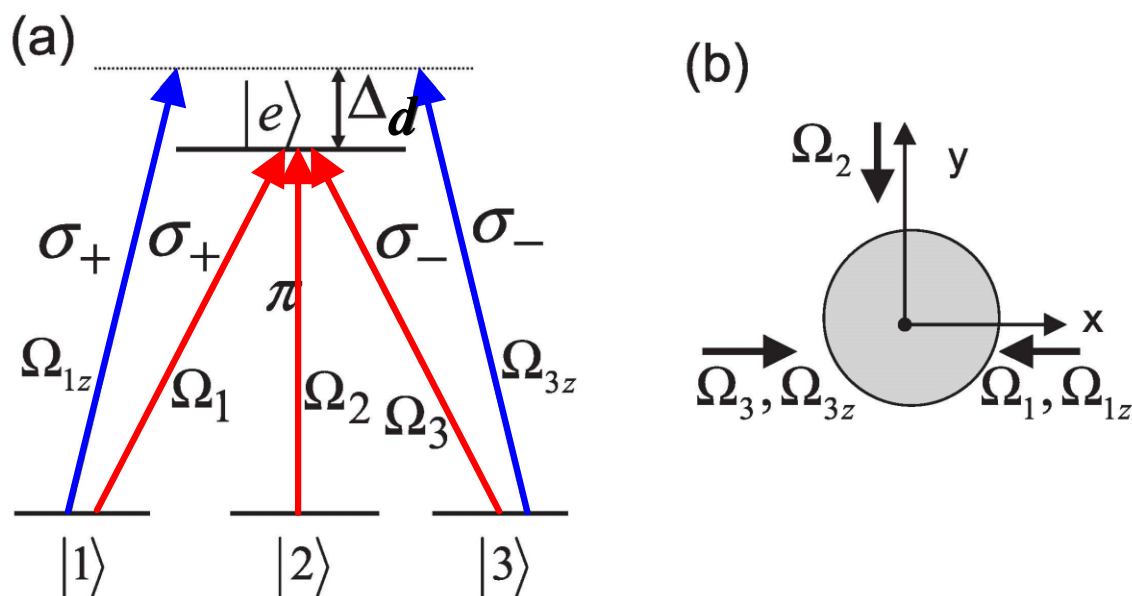


图 7.1 光与原子相互作用产生自旋-轨道耦合和有效塞曼场的示意图 图片来自文献^[40]

在这个理论方案中, 前面形成自旋-轨道耦合的三束激光与生成有效塞曼场的两束激光之间存在一个大失谐, 在实验上很难用同一个激光器提供这样的两种大失谐的激光。于是在实验中需要两台激光器来满足, 用其中一台激光器提供的三束拉曼激光耦合图 7.1 (a) 中的 $|1\rangle$ 态、 $|2\rangle$ 态和 $|3\rangle$ 态进而产生自旋-轨道耦合, 用另外一台激光器提供的两束拉曼光耦合图 7.1 (a) 中 $|1\rangle$ 态和 $|3\rangle$ 态来产生有效塞曼场的拉曼激

光,但这时需把这两台激光器相位锁定。除此之外,在拉曼光导致的自旋-轨道耦合实验中,拉曼光对原子的加热成为该实验方案的局限,并且多束拉曼光会使实验更为复杂。

我们小组基于此理论方案在实验中通过调节拉曼激光偏振的方式简化实现了这一方案,避免了多束激光对原子的加热和锁相的困难。在本文中,我们在理论和实验上用简单的方案形成二维的自旋-轨道耦合并同时产生一个垂直的塞曼场^[41]。在 ^{40}K 的费米气体中用三束拉曼光耦合原子的三个超精细态的方式实现二维的自旋-轨道耦合的方案在之前是一样的^[39]。我们在这儿仅仅是改变拉曼光的偏振,进而产生一个垂直的塞曼场来打开狄拉克点处的带隙。这个方案与之前的理论方案相比大大减化了实验装置的复杂性,之前复杂的光学装置中需要额外的激光和可控的相对相位来形成垂直塞曼场^[40,42]。我们对利用塞曼场打开拓朴带隙的观测和描述用的是自旋注入射频光谱,实验结果与我们的理论计算是一致的。二维自旋-轨道耦合和垂直塞曼场的实现为设计新的原子装置提供了一个强大的平台进而在超冷原子气体中实验观测到许多奇异的拓朴量子现象,比如内部反常霍尔效应^[4,5]和具有奇异准粒子激发^[7-13](如马约拉纳和外尔费米子)的拓朴超流打下基础。

7.2 实验装置和理论模型

实验装置与第六章中的类似,如图 7.2 (a) 所示,同样是用三束远失谐的拉曼光耦合基态上三个超精细态,设计得到在 xy 平面内的哈密顿量为:

$$H_{xy} = \begin{pmatrix} \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{k}_1)^2}{2m} + \delta_1 & -\frac{\Omega_{12}^i}{2} - i\frac{\Gamma_{12}^i}{2} & -\frac{\Omega_{13}^c}{2} \\ -\frac{\Omega_{12}^i}{2} + i\frac{\Gamma_{12}^i}{2} & \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{k}_2)^2}{2m} + \delta_2 & -\frac{\Omega_{23}^c}{2} \\ -\frac{\Omega_{13}^c}{2} & -\frac{\Omega_{23}^c}{2} & \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{k}_3)^2}{2m} + \delta_3 \end{pmatrix} \quad (7.3)$$

其中 $c = \text{I, II}$ 表示两种方案下的哈密顿量。其中 $\mathbf{p} = p_x \mathbf{e}_x + p_y \mathbf{e}_y$ 表示原子在 xy 平面内的动量,为了简化把 δ_1 作为参考量定义为零, $\delta_2(\delta_3)$ 对应于拉曼光 1 和拉曼光 2 (拉曼 1 和拉曼 3) 的双光子拉曼失谐。 $\mathbf{k}_1 = k_r \mathbf{e}_y$, $\mathbf{k}_2 = -k_r \mathbf{e}_y$, $\mathbf{k}_3 = k_r \mathbf{e}_x$ 为三束拉曼光的动量,其中 $k_r = 2\pi\hbar/\lambda$ 。以单光子反冲动量 k_r 和反冲能量 $E_r = k_r^2/2m$ 作为单位量。

在第 I 种方案中, $\Gamma_{12}^I = 0$, 此时, (7.3) 式中所有的矩阵元均为实数。同样把 3×3 的哈密顿量投影到这两个暗态的子空间上,得到二维 SOC 的自旋为 1/2 的哈密顿量

和一个有效的塞曼场。这与第六章的实验与理论方案一样， $\Omega_{jj'}$ 是实数（如 $\Omega_{jj'} = \Omega_{j'j}$ ），形成一个有效的自旋为 1/2 的哈密顿量：

$$H_{eff} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + H_{SOC} + V_I \quad (7.4)$$

其中二维 SOC 哈密顿量为 $H_{SOC} = -\alpha p_y k_x \sigma_x + (\beta_x p_x - \beta_y p_y) \sigma_y$ ，在 xy 平面内的塞曼场为 $V_I = V_x \sigma_x + V_y \sigma_y$ ， $\alpha, \beta_x, \beta_y, V_x$ 和 V_y 由实验参数 \mathbf{k}_j ， δ_j 和 $\Omega_{jj'}$ 确定。泡利矩阵 σ_i 由暗态的赝自旋组合决定。很明显，平面内的塞曼场把 $\mathbf{p} = \mathbf{0}$ 处的狄拉克移动到动量空间内的另一个位置，但是在狄拉克点处并不能打开带隙，如图 7.2 (c) - (d) 所示。拓朴量子材料的实现需要以 $V_z \sigma_z$ 形式存在的垂直塞曼场来打开狄拉克点处的带隙。

第 II 种方案中， $\Gamma_{12}^I \neq 0$ ，此时，(7.3) 式是一个非对角元中的耦合强度存在虚部的哈密顿量。在这个理论模拟计算中，该虚部会形成一个垂直的有效塞曼场，这个塞曼场可以把狄拉克点处的能隙打开。

7.3 垂直塞曼场的实现

我们对三束拉曼光的偏振做一些简单操作使拉曼耦合强度有一个虚部进而实现有效的垂直塞曼场。如图 7.2 (b) 中，固定沿 x 方向传播的拉曼光 3 的偏振为线偏振并且沿着 y 方向，使 $\vec{E}_3 = A_3 \hat{e}_\perp$ ，对应于 σ 偏振（相对于 z 方向的量化轴）。在 y 方向传播的拉曼光 2 的初始偏振沿 x 方向（ σ 偏振），在 xz 平面内用 $\lambda/2$ 的波片，使偏振为 $\vec{E}_2 = A_2(\cos \theta \hat{e}_\perp + \sin \theta \hat{e}_\parallel)$ ，其中 \hat{e}_\perp 和 \hat{e}_\parallel 分别对应为 σ 和 π 偏振。在 y 方向传播的拉曼光 1 的初始偏振沿 z 方向（ π 偏振），同样也用 $\lambda/2$ 的波片旋转它的偏振 $\vec{E}_1 = A_1(\cos \theta \hat{e}_\parallel + \sin \theta \hat{e}_\perp)$ 与拉曼光 2 的偏振保持正交。

拉曼光 1 的偏振可以通过在 $\lambda/2$ 波片后插入一个沿光轴为 z 方向的 $\lambda/4$ 的波片来进一步调节为椭圆偏振。因而我们考虑拉曼光 1 偏振不同的两种情况：I) 线偏振光没有 $\lambda/4$ 波片；II) 存在 $\lambda/4$ 波片时的椭圆偏振光。

方案 I)：由于 $|2\rangle$ 与 $|3\rangle$ 态间的 $\Delta m = 0$ 时只有 $\sigma - \sigma$ 偏振可以驱动 $|2\rangle$ 与 $|3\rangle$ 态间的跃迁，所以它们间的拉曼耦合强度为 $\Omega_{23}^I = \cos \theta A_2 A_3 r_{23} = \cos \theta \Omega_{23}$ 。从这之后，我们把 $\Omega_{jj'}$ 定义为在 $\lambda/2$ 和 $\lambda/4$ 波片之前的拉曼耦合强度。同理，由于 $|1\rangle$ 与 $|3\rangle$ 态间的 $\Delta m = 1$ 时只有 $\pi - \sigma$ 偏振可以驱动 $|1\rangle$ 与 $|3\rangle$ 态间的跃迁，所以它们间的拉曼耦合强度为 $\Omega_{13}^I = \cos \theta A_1 A_3 r_{13} = \cos \theta \Omega_{13}$ 。然而，只要保证拉曼光 1 和 2 的偏振方向正交时它们间的耦合强度是不变的，即：当 $|1\rangle$ 与 $|2\rangle$ 态间的 $\Delta m = 1$ 时 $\Omega_{12}^I = \cos \theta A_1 A_2 r_{12}(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = \Omega_{12}$ 。这种旋转保持哈密顿量中的矩阵元为实数不变，存在 $\lambda/2$ 波片时当旋转

角度 $\theta = 0$ 时与没有 $\lambda/2$ 波片时一样的，因而只是移动了狄拉克点的位置并没有打开带隙，如图 7.2 (c) 和 1 (d) 所示。

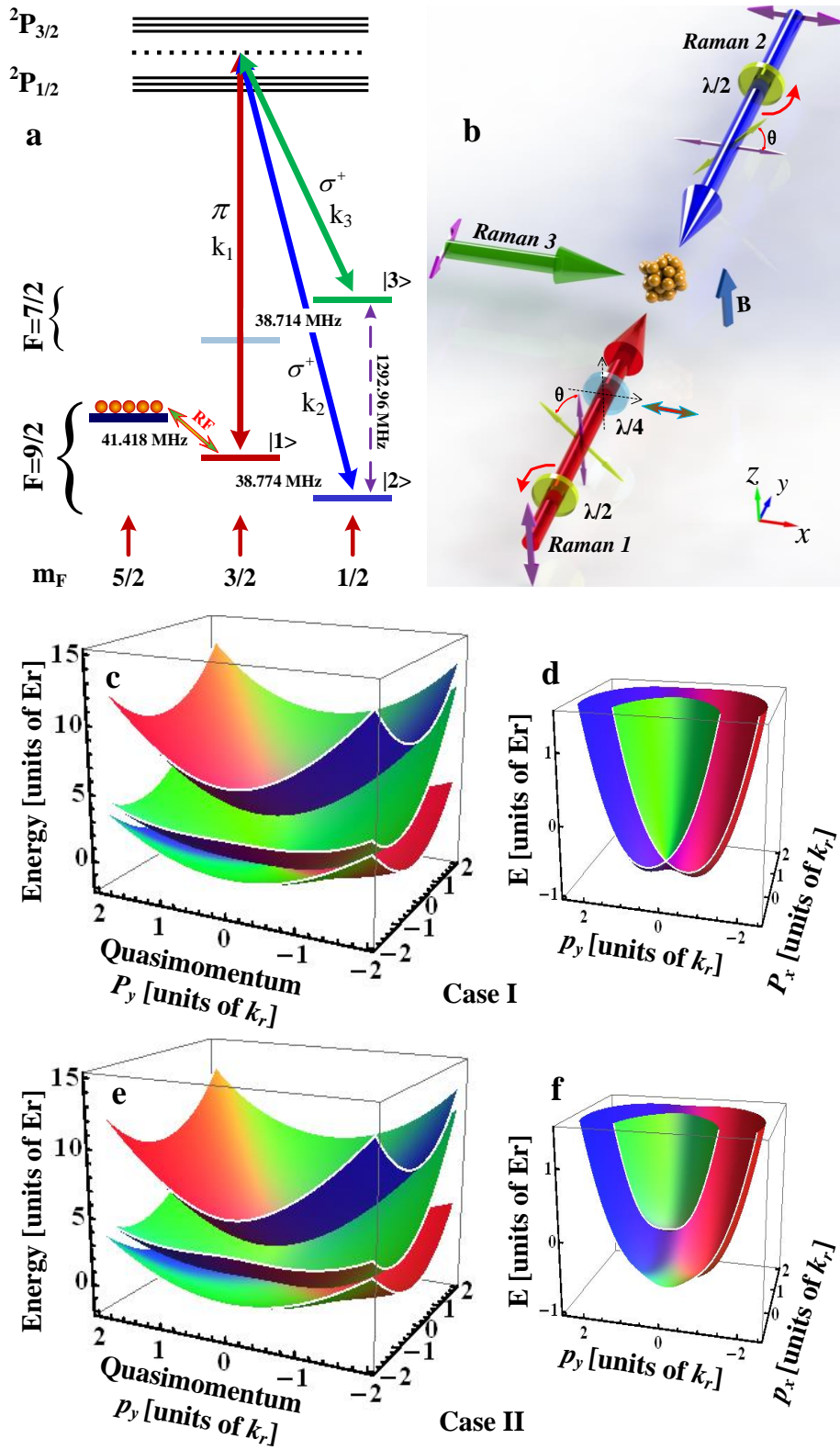


图 7.2 同时产生二维人造自旋-轨道耦合和有效垂直塞曼场的光与原子相互作用的

方案装置 (a) 产生二维人造自旋-轨道耦合和有效垂直塞曼场的能级示意图, 三束拉曼激光中的每一束激光耦合基态上的一个自旋态。(b) 实验方案和激光装置 拉曼激光 1 和 2 沿y轴对向传播, 拉曼激光 3 沿x轴传播, 它们的初始线性极化方向沿z、x和y方向。之后, 拉曼激光 1 和 2 各自通过一个 $\lambda/2$ 波片, 通过同时旋转 $\lambda/2$ 波片的角度 θ 来调节这两束拉曼激光的偏振。方案I和II对应无在拉曼激光 1 的 $\lambda/2$ 波片后没有 $\lambda/4$ 波片和有 $\lambda/4$ 波片。图 (c) 和图 (e) 分别对应为不存在和存在有效垂直塞曼场时的能量-动量色散图。图 (d) 和图 (f) 把图 (c) 和图 (e) 中较低的两个能带放大, 显示狄拉克点和能隙的打开。其中 $\delta_2=0$ 、 $\delta_3=-0.5E_r$ 、 $-\Omega_{12}=2\Omega_{13}=2\Omega_{23}=3.5E_r$ 且 $\theta=45^\circ$ 。

方案 II): 在 $\lambda/2$ 波片后插入 $\lambda/4$ 的波片改变拉曼光 1 的线偏为椭圆偏振 $\vec{E}_1 = A_1(\cos\theta \hat{e}_\parallel + i \sin\theta \hat{e}_\perp)$ 。拉曼耦合强度 $\Omega_{13}^{II} = \cos\theta \Omega_{13}$ 且 $\Omega_{23}^{II} = \cos\theta \Omega_{23}$ 与方案 I) 是一样的, 这是由于两者的平行偏振组份是相同的。然而由于 $\Omega_{12}^{II} = \cos\theta A_1 A_2 r_{12}(\cos\theta^2 + i \sin\theta^2) = \Omega_{12}(\cos\theta^2 + i \sin\theta^2)$, 因而在哈密顿量中会生成虚的部分 $H_z = -i(\Omega_{12} \sin\theta^2/2)|1\rangle\langle 2| + H.c$, 它不能通过改变波函数的相位直接测量出来, 它等价与垂直的有效塞曼场能够在狄拉克点处打开带隙。实际上, 这个简并暗态的赝自旋基中给出了垂直的塞曼场 $V_z \sigma_z$ 。通过旋转角度 θ 可以精确地控制狄拉克点处能隙的大小。这里 H_z 的形式与之前朱诗亮的理论方案是一样的, 但是他们设计用到的另外两束拉曼激光与其它三束拉曼光激光之间存在一个大失谐, 需要调节控制这两束激光的相对相位来得到虚部^[42]。然而, 我们这儿只是改变原来三束拉曼光的偏振, 把其中一束拉曼光的偏振调节为椭圆偏振时就能得到虚部 H_z 。

我们通过测量两个基态间的拉比频率来得到它们间的耦合强度^[24]。对于测量 $\Omega_{12}^i (i = I, II)$ 时, 所有的原子初始制备在 $|1\rangle$ 态上, 调节拉曼光 1 和 2 之间的失谐 $\delta_2 = -(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2/2m$ 以保证 $|1\rangle$ 态中 $p_y = 0$ 处的原子与 $|2\rangle$ 态中 $p_y = 2k_r$ 处的原子共振。之后, 把一个拉曼光脉冲(没有拉曼光 3)作用于系统进而测量不同时间脉冲下的自旋态的原子数, 通过拟合拉比振荡的测量结果得到耦合强度, 如图 7.3 (a) 所示。在方案 I 和 II 下分别改变偏振旋转角度 θ 得到 Ω_{12}^i 与 θ 的函数, 如图 2b 所示。在第一种方案中, 随着 θ 的变化 Ω_{12}^I 保持不变; 在第二种方案中, 由于 Ω_{12}^{II} 是一个复数, 在实验中只能测量复数 Ω_{12}^{II} 的绝对值 $\sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta}$ 。用同样的实验方法, 我们测量了两种方案下的耦合强度 Ω_{13}^i 和 Ω_{23}^i 。在图 7.3 (c) 和 7.3 (d) 中, Ω_{13}^i 和 Ω_{23}^i 与 θ 的测量结果均为余弦函数, 该实验结果与理论预期是一致的。

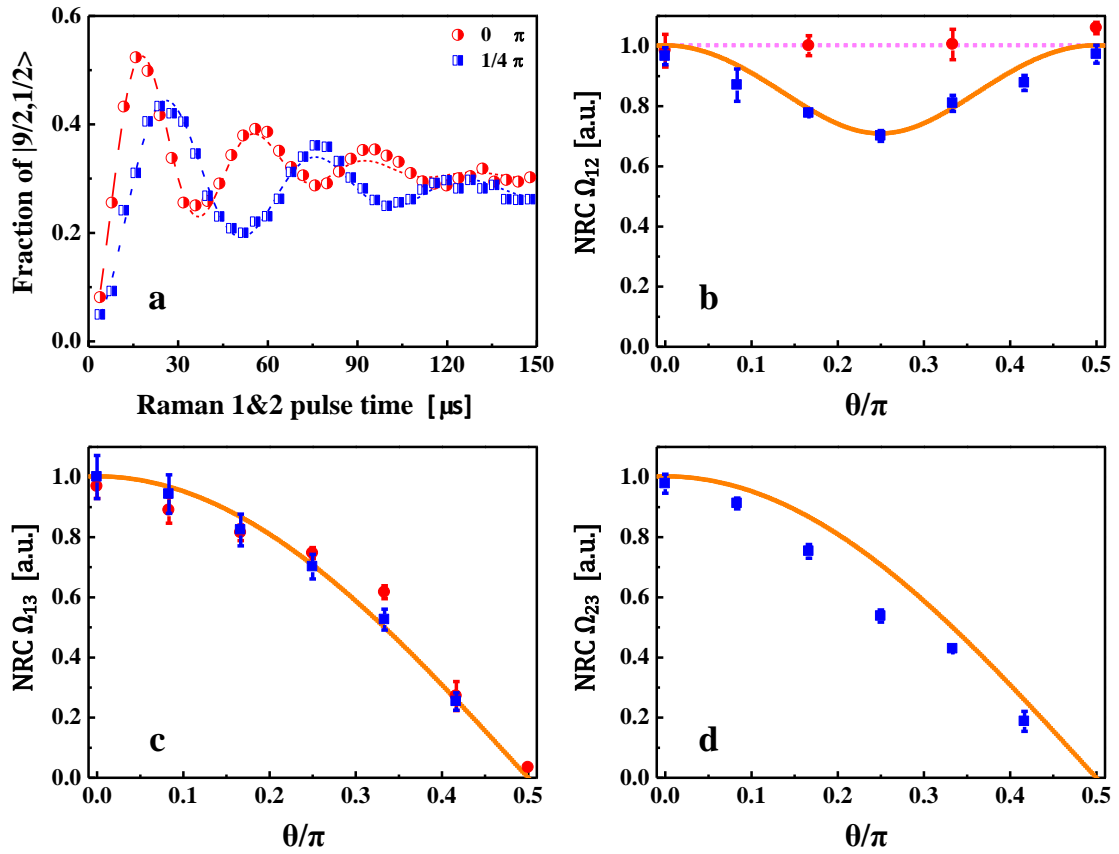


图 7.3 通过观测两个基态自旋态之间的拉比振荡测量拉曼耦合强度 (a) $|2\rangle$ 态上的原子数量与拉曼激光 1 和 2 脉冲时间的函数。红色圆点和蓝色方块分别对应偏振角度为 $\theta=0^\circ$ 和 $\theta=45^\circ$ ，红色和蓝色虚线为拟合曲线。(b) 和 (c) 为拉曼耦合强度 Ω_{12}^i 和 Ω_{13}^i 与 θ 的函数，红色和蓝色分别对应方案I和II，NRC 表示拉曼耦合强度的归一化。(d) 为拉曼耦合强度 Ω_{23}^i 与 θ 的函数 实线和虚线均为拟合曲线

7.4 实验观测打开能带间隙

7.4.1 能量-动量色散图

初始把简并费米气体制备在 $|9/2, 5/2\rangle$ 态上，在光学偶极阱中的原子数约为 2×10^6 。把磁场线性增加到 $B_0 = 121.4 \text{ G}$ 处，再把波长为 768.85 nm 的三束拉曼激光在 60 ms 内线性增加到最终值而产生自旋-轨道耦合。之后，用 $450 \mu\text{s}$ 的高斯型的射频场把 $|9/2, 5/2\rangle$ 态上的自由原子转移到产生二维自旋-轨道耦合的空能态系统上。最后，同时关闭拉曼激光、光阱以及磁场，同时让原子在梯度磁场（在 x 方向）中自由飞行 12 ms 后在 z 方向成像。对吸收成像中的原子密度进行高斯拟合来确定密度较大

的位置得到动量与射频值的函数，进而得到能带结构。除了我们得到的二维自旋-轨道耦合的能量色散外，同时用射频谱测到了 $|1\rangle$ 态的比重。由于用射频场转移原子时没有传递动量，所以当射频场的值与初态与末态的值匹配时就会有自旋投影。

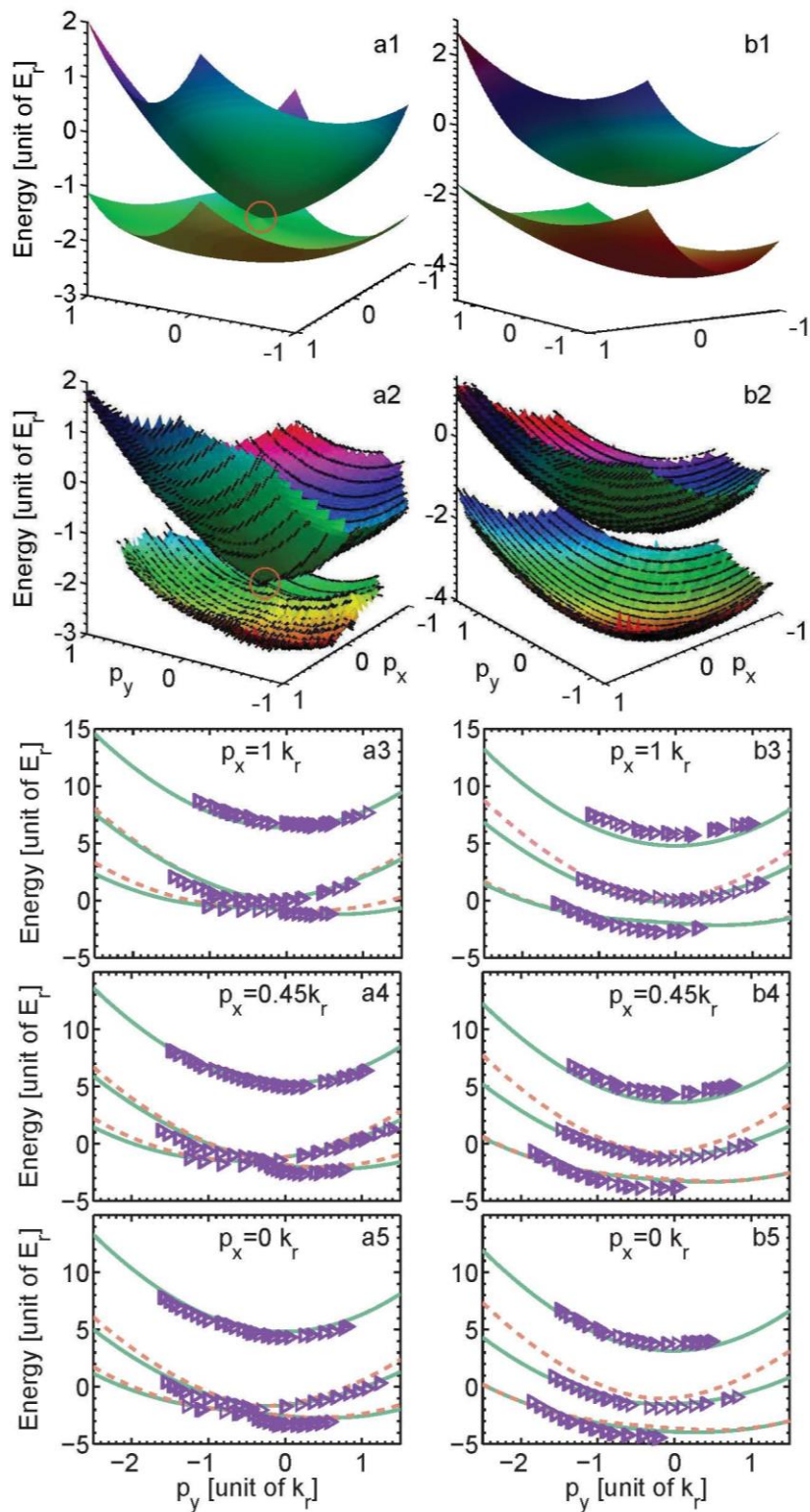


图 7.4 由自旋注入光谱测量得到缀饰态的能量-动量色散图 图(a1)-(a5)和图(b1)

(b5) 分别对应没有和有效垂直塞曼场时的能量-动量色散图, 图 (a1) 中的黄色圆圈为狄拉克点, 实验参数: $\Omega_{12} = -4.97 E_r$ 、 $\Omega_{13} = 5.46 E_r$ 、 $\Omega_{12} = 6.46 E_r$ 、 $\delta_2 = -5.0 E_r$ 、 $\delta_2 = -1.8 E_r$ 且 $\theta = 45^\circ$ 。图 (a1) 和 (b1) 为根据实验参数由哈密顿量 (1) 得到的计算结果。图 (a2) 和 (b2) 为由射频自旋注入光谱得到的实验结果。为了更形象地展示狄拉克点和能隙的打开, 我们只画出两支较低的能带。图 (a3) 和 (a5) 为在不同准动量 p_x 下得到 (a1) 和 (a2) 沿能量-动量 p_y 下的横截面, 三角形为实验数据。实线和虚线分别为由哈密顿量 (1) 和有效哈密顿量 (2) 得到理论结果。图 (b3) 和 (b5) 为图 (b1) 和 (b2) 横截面。

图 7.4 为方案 I) (没有 $\lambda/4$ 波片) 和方案 II) (有 $\lambda/4$ 波片) 的动量分辨自旋注入光谱, 这两种方案下的实验参数是相同的。当波长调节到 D1 线和 D2 线之间为 768.85nm 时, 两个能量较低的能带相交于狄拉克点, 如图 7.4 (a1) - (a5) 所示。在方案 II) (有 $\lambda/4$ 波片) 中, 对应狄拉克点处的带隙是打开的, 它是由有效的垂直塞曼场导致的, 如图 7.4 (b1) - (b5) 所示。我们以相同的实验参数对哈密顿量 (7.3) 和有效哈密顿量 (7.3) 的能谱进行了数值计算, 与实验数据有很好的吻合。

7.4.2 观测能带间隙

图 7.5 为改变旋转角度 θ 时狄拉克点处的能隙和对应位置在动量的变化函数。我们可以看到, 当增加旋转角度 θ 时狄拉克点处的能隙也在增大, 然而狄拉克点的位置并没有太大的变化, 这证明了通过变化拉曼激光的偏振角度对拓朴能隙的可调性。测量得到的能隙与哈密顿量 (7.3) 和有效哈密顿量 (7.4) 计算得到的并不十分吻合, 这可能是由于射频谱的能量分辨率和对应动量宽度, 对测得的最大原子密度的高斯拟合的不确定性以及磁场的长期稳定性所导致。

把原子与光相互作用的哈密顿量 (7.3) 投影到两个简并暗本征态子空间后得到有效的 2×2 的哈密顿量 (7.4)。在方案 I 中, 由于 $\Omega_{12}^I = \Omega_{12}$ 、 $\Omega_{13}^I = \Omega_{13} \cos \theta$ 且 $\Omega_{23}^I = \Omega_{23} \cos \theta$, 因而会存在狄拉克点; 而在方案 II 中, 由垂直塞曼场在狄拉克点处产生的能隙, 可以表示成:

$$\Delta = \sin \theta^2 [\Omega_{12}^{-2} + \cos \theta^2 (\Omega_{13}^{-2} + \Omega_{23}^{-2})]^{-1/2} \quad (7.5)$$

很明显, 能隙当 $\theta = 0$ 时与没有 $\lambda/2$ 波片是一样的, 并且能隙可以通过变化偏振角度 θ 进行连续调节。

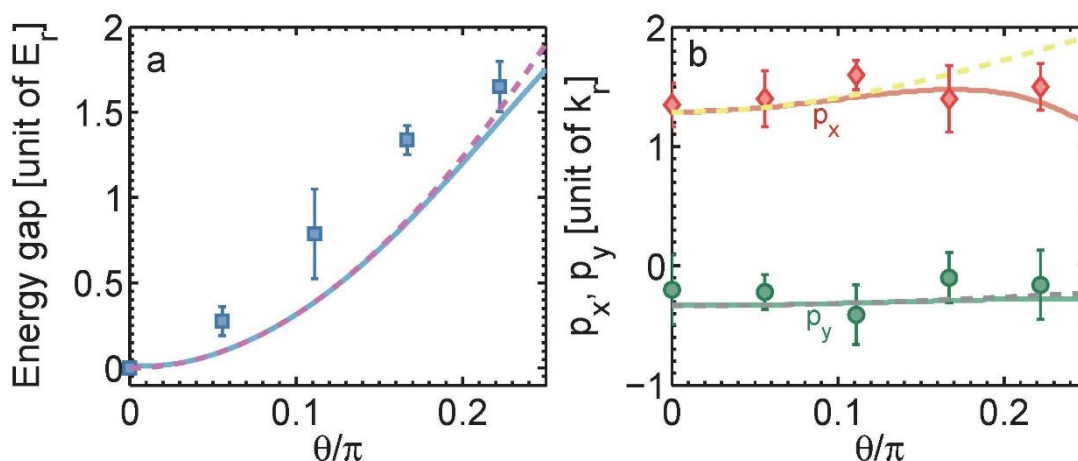


图 7.5 利用垂直塞曼场调节狄拉克点处的能带间隙 能带间隙 (a) 和狄拉克点位置与偏振旋转角 θ 的函数, 方块和圆圈均为实验数据, 实线和虚线分别为由 3×3 哈密顿量 (1) 和自旋为 $1/2$ 有效哈密顿量理论计算结果, 实验参数与图 3 是一致的。

7.5 能带的贝瑞曲率

由垂直塞曼场诱导带隙的拓扑性质可以用每个有 Berry 节点 $\mathbf{A}_{np}i\langle u_{np} | \nabla_{\mathbf{p}} | u_{np} \rangle$ 的能带的 Berry 曲率 $\mathcal{F}_{np} = \nabla_{\mathbf{p}} \times \mathbf{A}_{np}$ 来描述^[5], 其中 $|u_{np}\rangle$ 是哈密顿量 (7.3) 的本征态。在方案 I 中, 因为哈密顿量中所有的组分均为实数, 所以除了简并的狄拉克点外本征态 $|u_{np}\rangle$ 为实数。因而类似于石墨烯, 除了狄拉克点处的贝瑞曲率为一个 δ 函数外, 其它位置处 $\mathbf{A}_{np} = \frac{1}{2} \nabla_{\mathbf{p}} \langle u_{np} | | u_{np} \rangle = 0$ 。在方案 II 中, 虚部 H_z 使本征态 $|u_{np}\rangle$ 为复数, 因而狄拉克点处所有的动量 \mathbf{p} 处贝瑞曲率不为零, 如图 7.6 所示。贝瑞相 $r = \int d^2 \mathbf{p} \mathcal{F}_{np}$ 在 $\mp\pi$ 处像预期一样分别对应最低的两个能带, 如图 7.6 所示。

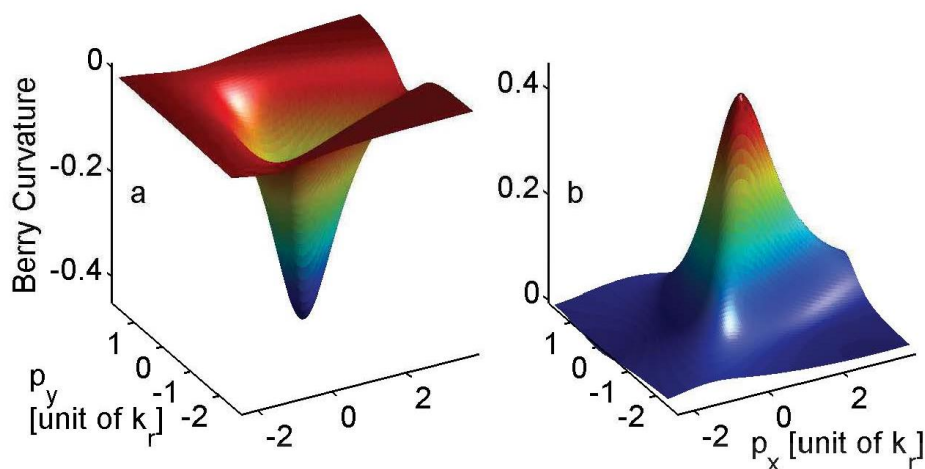


图 7.6 方案 II 时动量空间中的贝瑞曲率 图 (a) 和图 (b) 分别为最低和第二个能带,

其中 $\theta = \pi/4$ ，其它实验参数与图 7.3 中的一致。对于方案 I，在狄拉克点处的贝瑞曲率为一个 δ 函数。

在实验中通过调节拉曼光的强度，狄拉克点的位置、二维的自旋-轨道耦合的形式以及对应的平面内的塞曼都可以被调控。在狄拉克点处结合可调的垂直的塞曼场，为研究与多样 SOC 相关的无相互作用原子的运输相和库珀对的超流物理提供了无限可能。目前，2D SOC 与垂直塞曼场导致产生非零 Berry 曲率 \mathcal{F}_{np} 的共存导致原子的反常速度^[4,5]。反常霍尔效应的结果可能会在无相互作用的费米气体中观测到。形成的垂直塞曼场在反冲能量 E_r 的量级，对于实现拓朴超流以及对应的马约拉纳和外尔费米子来说垂直的有效塞曼场是足够大的^[7-10]。形成的塞曼场包含平面内和垂直的组分，它能够单粒子的能带结构紧紧地非对称，从而这观测到长期寻找的具有有限动量对的 FFLO 超流相提供了可能性^[43-45]。尤其是，在两体物理水平上，这样的系统能够把有限质心动量的束缚态结合起来了，在动量分布中是可以测量的^[46]。

7.6 总结

我们用一个简单方案得到二维自旋-轨道耦合的超冷费米气体并同时生成垂直的有效塞曼场，通过这个有效的塞曼场，我们可以打开狄拉克点处的能隙并且可以精确地控制。该工作为研究高维度下存在的许多有趣的量子拓朴物质和其它新奇的超流现象奠定坚实的基础。

参考文献

- [1] M. Z. Hasan, and C. L. Kane, Topological insulators. *Rev. Mod. Phys.* 82, 3045-3068 (2010).
- [2] X. L. Qi and S. C. Zhang, Topological insulators and superconductors. *Rev. Mod. Phys.* 83, 1057-1110 (2011).
- [3] J. E. Moore, The birth of topological insulators. *Nature* 464, 194-198 (2010).
- [4] N. Nagaosa, J. Sinova, S. Onoda, A. H. MacDonald, and N. P. Ong, Anomalous Hall effect. *Rev. Mod. Phys.* 82, 1539-1592 (2010).
- [5] D. Xiao, M. C. Chang, and Q. Niu, Berry phases effects on electronic properties. *Rev. Mod. Phys.* 82, 1959-2007(2010).
- [6] F. Wilczek, Majorana returns. *Nat. Phys.* 5, 614-618 (2009).
- [7] C. Zhang, S. Tewari, R. M. Lutchyn, and S. Das Sarma, $px+ipy$ superfluid from s -wave interactions of fermionic cold atoms. *Phys. Rev. Lett.* 101, 160401 (2008).
- [8] J. D. Sau, R. M. Lutchyn, S. Tewari, and S. Das Sarma, Generic new platform for topological quantum computation using semiconductor heterostructures. *Phys. Rev. Lett.* 104, 040502 (2010).
- [9] R. M. Lutchyn, J. D. Sau, and S. Das Sarma, Majorana Fermions and a topological phase transition in semiconductor-superconductor heterostructures. *Phys. Rev. Lett.* 105, 077001 (2010).
- [10] Y. Oreg, G. Refael, and F. von Oppen, Helical liquids and Majorana bound states in quantum wires. *Phys. Rev. Lett.* 105, 177002 (2010).
- [11] M. Gong, S. Tewari, and C. Zhang, BCS-BEC crossover and topological phase transition in 3D spin-orbit coupled degenerate Fermi gases. *Phys. Rev. Lett.* 107, 195303 (2011).
- [12] K. Seo, L Han, and C. A. R. Sá de Melo, Emergence of Majorana and Dirac particles in ultracold fermions via tunable interactions, spin-orbit effects, and Zeeman fields. *Phys. Rev. Lett.* 109, 105303 (2012).
- [13] Y. Xu, R. Chu and C. W. Zhang, Anisotropic Weyl fermions from quasi particle excitation spectrum of a 3D Fulde-Ferrell superfluid. *Phys. Rev. Lett.* 112, 136402 (2014).
- [14] V. Mourik, K. Zuo, S. M. Frolov, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers and L. P.

Kouwenhoven, Signatures of Majorana Fermions in hybrid superconductor semiconductor nanowire devices. *Science* 336, 1003-1007 (2012).

[15] M. T. Deng, C. L. Yu, G. Y. Huang, M. Larsson, P. Caroff, and H. Q. Xu, Anomalous zero-bias conductance peak in a Nb-InSb nanowire-Nb hybrid device. *Nano Lett.* 12, 6414-6419 (2012).

[16] A. Das, Y. Ronen, Y. Most, Y. Oreg, M. Heiblum and H. Shtrikman, Zero-bias peaks and splitting in an Al-InAs nanowire topological superconductor as a signature of Majorana fermions. *Nat. Phys.* 8, 887-895 (2012).

[17] L. P. Rokhinson, X. Liu and J. K. Furdyna, The fractional a.c. Josephson effect in a semiconductor-superconductor nanowire as a signature of Majorana particles. *Nat. Phys.* 8, 795-799 (2012).

[18] S. Nadj-Perge, I. K. Drozdov, J. Li, H. Chen, S. Jeon, J. Seo, A. H. MacDonald, B. Andrei Bernevig and A. Yazdani, Observation of Majorana fermions in ferromagnetic atomic chains on a superconductor. *Science* 346, 602-607 (2014).

[19] Y.-J. Lin, K. Jiménez-García, & I. B. Spielman, Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates. *Nature* 471, 83-86 (2011).

[20] Z. K. Fu, P. J. Wang, S. J. Chai, L. H. Huang and J. Zhang, Bose-Einstein condensate in a light-induced vector gauge potential using the 1064 nm optical dipole trap lasers. *Phys. Rev. A* 84, 043609 (2011).

[21] J. Y. Zhang, S. C. Ji, Z. Chen, L. Zhang, Z. D. Du, B. Yan, G. S. Pan, B. Zhao, Y. J. Deng, H. Zhai, S. Chen, and J. W. Pan, Collective Dipole Oscillation of a Spin-orbit Coupled Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.* 109, 115301 (2012).

[22] C. Qu, C. Hamner, M. Gong, C Zhang and P. Engels, Observation of Zitterbewegung in a spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A* 88, 021604(R) (2013)

[23] A. J. Olson, S. -J. Wang, R. J. Niffenegger, C. H. Li, C. H. Greene and Y. P. Chen, Tunable Landau-Zener transitions in a spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. A* 90, 013616 (2014).

[24] P. J. Wang, Z. Q. Yu, Z. K. Fu, J. Miao, L. H. Huang, S. J. Chai, H. Zhai and J. Zhang, Spin-orbit coupled degenerate Fermi gases. *Phys. Rev. Lett.* 109, 095301 (2012).

[25] L. W. Cheuk, et al. Spin-injection spectroscopy of a spin orbit coupled Fermi gas. *Phys.*

Rev. Lett. 109, 095302 (2012).

[26] R. A. Williams, M. C. Beeler, L. J. LeBlanc and I. B. Spielman Raman-induced interactions in a single-component Fermi gas near an s-wave Feshbach resonance. Phys. Rev. Lett. 111, 095301 (2013).

[27] E. I. Rashba, Properties of semiconductors with an extremum loop I: Cyclotron and combinational resonance in a magnetic field perpendicular to the plane of the loop. Sov. Phys. Sol. St. 2, 1224-1238 (1960).

[28] G. Dresselhaus, Spin-orbit coupling effects in zinc blende structures. Phys. Rev. 100, 580-586 (1955).

[29] R. G. Unanyan, B. W. Shore and K. Bergmann, Laser driven population transfer in four-level atoms: Consequences of non-abelian geometrical adiabatic phase factors. Phys. Rev. A 59, 2910-2919 (1999).

[30] J. Ruseckas, G. Juzeliūnas, P. Öhberg and M. Fleischhauer, Non-abelian gauge potentials for ultracold atoms with degenerate dark states. Phys. Rev. Lett. 95, 010404 (2005).

[31] D. L. Campbell, G. Juzeliūnas and I. B. Spielman, Realistic Rashba and Dresselhaus spin-orbit coupling for neutral atoms. Phys. Rev. A 84, 025602 (2011).

[32] Z. F. Xu, L. You and M. Ueda, Atomic spin-orbit coupling synthesized with magnetic-field-gradient pulses. Phys. Rev. A 87, 063634 (2013).

[33] B. M. Anderson, I. B. Spielman, and G. Juzeliūnas, Magnetically generated spin-orbit coupling for ultracold atoms. Phys. Rev. Lett. 111, 125301 (2013).

[34] Y. Zhang, L. Mao and C. Zhang, Mean-field dynamics of spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates. Phys. Rev. Lett. 108, 035302 (2012).

[35] D. L. Campbell and I. B. Spielman, Rashba realization: Raman with RF. arXiv: 1511.01588.

[36] J. P. Vyasankere and V. B. Shenoy, Bound states of two spin- $\frac{1}{2}$ fermions in a synthetic non-Abelian gauge field, Phys. Rev. B 83, 094515 (2011).

[37] H. Hu, L. Jiang, X. -J. Liu and H. Pu, Probing anisotropic superfluidity in atomic Fermi gases with Rashba spin-orbit coupling. Phys. Rev. Lett. 107, 195304 (2011).

[38] Z. -Q. Yu and H. Zhai, Spin-orbit coupled Fermi gases across a Feshbach resonance.

Phys. Rev. Lett. 107, 195305 (2011).

[39] L. H. Huang, Z. M. Meng, P. J. Wang, P. Peng, S. L. Zhang, L. C. Chen, D. H. Li, Q. Zhou and J. Zhang, Experimental realization of a two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases. Nature phys, published online: DOI: 10.1038/NPHYS3672

[40] S. L. Zhu, L. B. Shao, Z. D. Wang and L. M. Duan, Probing non-Abelian statistics of Majorana Fermions in ultracold atomic superfluid. Phys. Rev. Lett. 106, 100404 (2011).

[41] Z. M. Meng, L. H. Huang, P. Peng, D. H. Li, L. C. Chen, Y. Xu, C. W. Zhang, P. J. Wang, and J. Zhang, Experimental observation of topological band gap opening in ultracold Fermi gases with two-dimensional spin-orbit coupling. arXiv:1511.08492.

[42] C. Zhang, Spin-orbit coupling and perpendicular Zeeman field for fermionic cold atoms: Observation of the intrinsic anomalous Hall effect. Phys. Rev. A 82, 021607(R) (2010).

[43] Z. Zheng, M. Gong, X. Zhou, C. Zhang and G. C. Guo, Route to observable Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov phases in 3D spin-orbit coupled degenerate Fermi gases. Phys. Rev. A 87, 031602(R) (2013).

[44] C. Qu, Z. Zheng, M. Gong, Y. Xu, L. Mao, X. Zou, G. C. Guo and C. Zhang, Topological superfluids with finite-momentum pairing and Majorana fermions. Nat. Commun. 4, 2710 (2013).

[45] W. Zhang and W. Yi, Topological Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov states in spin-orbit coupled Fermi gases. Nat. Commun. 4, 2711 (2013).

[46] L. Dong, L. Jiang, H. Hu and H. Pu, Finite-momentum dimer bound state in spin-orbit coupled Fermi gas. Phys. Rev. A 87, 043616 (2013).

总结与展望

该博士学位论文是我对我这几年学习期间工作的总结，简单回顾了我们超冷玻色费米混合气体的制备，主要讲述了这几年以来基于该超冷原子系统所做的一些研究成果。我们实验小组在国际上首次在费米气体中实现了一维的自旋-轨道耦合，之后在 ^{40}K 费米气体的强相互作用区域利用自旋-轨道耦合诱导产生了 s 波的 Feshbach 分子。实验研究了射频场对 Feshbach 共振的操控，并且研究了自旋-轨道耦合对 Feshbach 分子的解离效应。深入介绍我们实验小组最近首次在超冷原子气体中实现了二维的人造自旋-轨道耦合，并且用一个简单可行的方案生成一个垂直的有效塞曼场来打开拓朴能隙。这些工作为我们以后更进一步研究量子相位、霍尔效应、BEC-BCS 交叉、拓朴绝缘体、拓朴超导体、超流等一些新奇的物理现象奠定了坚实的基础。

由于有效的自旋-轨道耦合会对冷原子系统的性质产生极大的改变，近年来拓朴超导体和拓朴绝缘体的研究促使在冷原子系统中更加关注该系统的拓朴性质。由于对拓朴系统的研究需要较强的自旋轨道耦合效应，并且半导体材料存在许多自身限制，因而在实验中的研究存在很大的困难。但是对冷原子系统来说，它的很多参数是可以控制的，这使得冷原子系统成为研究各种凝聚态中许多有趣物理现象的理想平台。

在实验中首先用扫描磁场的方式产生 Feshbach 分子，之后研究了射频场对 Feshbach 共振的影响。首先理论分析计算了可能存在的 Feshbach 分子态到深束缚分子态的谱线；在实验中用射频场观测了不同磁场下 Feshbach 分子态到束缚分子态的跃迁谱线以及自由原子态到分子态的跃迁谱线；并且用一对拉曼光观测了分子态到分子态的跃迁；固定射频场在某个能级跃迁的附近，测量了原子数随磁场的变化，重新得到一个存在射频场时 Feshbach 共振的损耗轮廓。实验表明可以采用外部射频场，可以调节磁 Feshbach 共振的散射特性，也就是调节原子的相互作用，该技术可为操控 BEC 到 BCS 的过渡区域提供了可能。

在实验中通过扫描磁场的方式制备成 Feshbach 分子时，研究了自旋-轨道耦合对 Feshbach 分子的解离效应，并分别对动量对 Feshbach 分子解离的重要性、依赖于失谐的分子解离效应以及在解离过程中剩余的分子数进行了理论分析和数值计算。这个工作证明自旋-轨道耦合可以作为解离 Feshbach 分子的工具。

在一维自旋-轨道耦合费米气体的基础上，我们设计用三束拉曼激光耦合三个

自旋态的方式实现了二维的自旋-轨道耦合，当对该系统的哈密顿量中的自旋和动量做一个合适的变换后，耦合类型是 Rashba 或 Dresselhaus 自旋-轨道耦合。在实验中我们用自旋注入的方式测得缀饰态原子的能量-动量色散谱，得到一个高度稳定的狄拉克点。除此之外，我们在动量空间测量得到狄拉克点随拉曼光失谐的运动轨迹。

在我们的二维自旋-轨道耦合的超冷费米气体的系统中仅仅改变拉曼激光的偏振来形成垂直的有效塞曼场，这个方案比其它理论方案更简单可行。同样用射频在实验中测量得到该方案下系统的能量-动量色散谱，并且在实验中对狄拉克点处的拓扑能隙进行精确测量。相信该工作会是超冷原子物理前沿的一个重大进展并会对凝聚态物理会有很大的影响。

将来我们会结合二维自旋-轨道耦合技术和光学晶格技术，尝试新的实验方案来克服原子自旋轨道耦合时的加热、寿命短等困难，实现采用超冷原子模拟几何相位的产生探测，研究寻找可以实现拓扑绝缘、超流的实验手段；结合目前费米子在光晶格中的原位成像技术，研究光晶格中的费米子在自旋-轨道耦合作用下，用原子模拟电子的传输特性。

博士研究生期间完成的学术论文

1. **Lianghui Huang**, Zengming Meng, Pengjun Wang, Peng Peng, Shao-Liang Zhang, Liangchao Chen, Donghao Li, Qi Zhou, and Jing Zhang, *Experimental realization of a two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases*, **Nature phys**, **published online**: DOI: 10.1038/NPHYS3672
2. **Lianghui Huang**, Pengjun Wang, Peng Peng, Zengming Meng, Liangchao Chen, Peng Zhang, and Jing Zhang, *Dissociation of Feshbach molecules via spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases*, **Phys. Rev. A**, 91, 041604(R) (2015)
3. **Lianghui Huang**, Pengjun Wang, B P Ruzic, Zhengkun Fu, Zengming Meng, Peng Peng, J L Bohn, and Jing Zhang, *Radio-frequency spectrum of the Feshbach molecular state to deeply bound molecular states in ultracold ^{40}K Fermi gases*, **New J. Phys** 17, 033013 (2015)
4. **Lianghui Huang**, Pengjun Wang, Zengming Meng, Peng Peng, Liangchao Chen, Donghao Li, and Jing Zhang, *Magnetic-Field Dependence of Raman Coupling Strength in Ultracold ^{40}K Atomic Fermi Gas*, **Chin. Phys. Lett.** 33, 033401 (2016).
5. **Lianghui Huang**, Pengjun Wang, Zhengkun Fu, and Jing Zhang, *Radio-frequency spectroscopy of weakly bound molecules in ultracold Fermi gas*, **Chin Phys B** 23, 013402 (2014).
6. **黄良辉**, 王鹏军, 付正坤, 张靖, 自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体中的拉曼耦合强度, **光学学报** 34, 0727002 (2014)
7. Zengming Meng, **Lianghui Huang**, Peng Peng, Donghao Li, Liangchao Chen, Yong Xu, Chuangwei Zhang, Pengjun Wang, and Jing Zhang, *Experimental observation of topological band gap opening in ultracold Fermi gases with two-dimensional spin-orbit coupling*. **arXiv**:1511.08492.
8. Zhengkun Fu, **Lianghui Huang**, Zengming Meng, Pengjun Wang, Long Zhang, Shizhong Zhang, Hui Zhai, Peng Zhang and Jing Zhang, *Production of Feshbach molecules induced by spin-orbit coupling in Fermi gases*, **Nature Phys** 10, 110 (2014)
9. 孟增明, **黄良辉**, 彭鹏, 陈良超, 樊浩, 王鹏军, 张靖, 光学相位锁定激光在原子玻色-爱因斯坦凝聚中实现拉曼耦合, **物理学报** 64, 243202 (2015)
10. Zhengkun Fu, **Lianghui Huang**, Zengming Meng, Pengjun Wang, Xia-ji Liu, Han Pu,

- Hui Hu, and Jing Zhang, *Radio-frequency spectroscopy of a strongly interacting spin-orbit-coupled Fermi gas*, **Phys. Rev. A**, 87, 053619 (2013)
11. Zhengkun Fu, Pengjun Wang, **Lianghui Huang**, Zengming Meng, Hui Hu, and Jing Zhang, *Optical control of a magnetic Feshbach resonance in an ultracold Fermi gas*, **Phys. Rev. A**, 88, 041601(R) (2013)
 12. Pengjun Wang, Zeng-qiang Yu, Zhengkun Fu, Jiao Miao, **Lianghui Huang**, Shijie Chai, Hui Zhai, and Jing Zhang, *Spin-Orbit Coupled Degenerate Fermi Gases*, **Phys. Rev. Lett.**, 109, 095301 (2012)
 13. Zhengkun Fu, Pengjun Wang, **Lianghui Huang**, Zengming Meng, and Jing Zhang, *Momentum-resolved Raman spectroscopy of bound molecules in ultracold Fermi gas*, **Phys. Rev. A**, 83, 033607 (2012)
 14. Pengjun Wang, Zhengkun Fu, **Lianghui Huang**, and Jing Zhang, *Momentum-resolved Raman spectroscopy of a noninteracting ultracold Fermi gas*, **Phys. Rev. A**, 85, 053626 (2012)
 15. 柴世杰, 王鹏军, 付正坤, **黄良辉**, 张靖, 玻色-费米气体量子简并光学偶极阱的设计, **量子光学学报** 18, 171 (2012)
 16. Zhengkun Fu, Pengjun Wang, Chaishi Jie, **Lianghui Huang**, and Jing Zhang, *Bose-Einstein condensate in a light-induced vector gauge potential using 1064-nm optical-dipole-trap lasers*, **Phys. Rev. A**, 84, 043609 (2011)

致谢

六年的时光转瞬即逝，六年前，当我周围的同学开始上班挣工资的时候，刚刚本科毕业的我却背着厚厚的行囊从遥远的兰州来到山西大学光电研究所再一次跨进了知识的殿堂。当时，心中除了仅有的一些沾沾自喜外，更多的还是对未来的迷茫和惴惴不安吧。然而这六年的硕博生涯，仿佛在瞬间走到了尽头，在这六年之中的种种，随着我敲击键盘的声音，不断地在我眼前浮现。在这六年中，有快乐，也有忧伤；有拼搏，也有放弃；有收获，也有遗憾；有过憧憬，更有过迷茫。如果问六年前的我曾经是否预想到我将经历和收获这些？这一切对于当年的那个对外界知道少之又少的我来说可能是个梦吧。

在这六年来，我遇到了很多热心帮助我的师长和同学，在这里，向他们致以我最真诚的感谢。

首先，我要感谢我的导师张靖教授。自我来到光电研究所学习以来，张老师一直以导师的身份对我的研究工作进行指导。张老师学识渊博，尽职尽责，在我的学习和实验研究上给予了无微不至的指导；在生活上对我关怀有加，给我营造了一个宽松的环境。在这过去六年的研究阶段里，张老师给我提供了大量的培训、学习和交流的机会，锻炼了我独立自主进行科研的能力。最为重要的是，在这六年中，张老师对我耐心教导，包容有加。我从不成熟的小伙子一步一步走向成熟，与张老师的谆谆教诲密不可分，此生难忘。

感谢光电所，六年来，光电所里的生活不仅教我做科研的能力，更是教会了我做人的道理。在这里深厚的文化传统、浓厚的科研氛围、先进的实验条件以及活跃的科学思想使我自来到光电所的那一刻，就让我走在了超冷原子物理研究的最前沿，为将来的学习和工作奠定了扎实的基础。特别感谢德高望重的彭堃堃院士和谢常德教授，是他们为我们撑起了这一片学术的蓝天，他们做人、做事、做学问的态度和奉献精神为深深地鼓舞着我，使我终生收益。同样，也感谢其他实验小组的老师给我的帮助，每一位老师对科研的奉献精神是我奋斗的目标。

感谢办公室、机加工车间、电子车间的各位老师和师傅们在工作中给力的配合，热情的服务，保证了我们的实验进度。

感谢我们实验小组的师兄师姐：熊德志、王鹏军、于旭东、邸克、霍强、柴世杰、程峰钰和师弟师妹：李卫、陈良超、王芳、彭鹏、樊浩、王亚琼、李东豪、靳元彬、任珂娜、文凯、杨广玉、师正莲、李子亮，以及和我同级的孟增明、张岩同学在实验

生活中的帮助。特别感谢王师兄和付师兄在学习和生活中对我的指导照顾以及鞭策，和他们的讨论让我受益良多，他们对科研和生活的态度深深感染着我。感谢彭鹏和李东豪，是你们的默默付出才使我有今天的收获。感谢陈立、蔡德欢、郝树红等同学的一路陪伴，他们使我在科研的道路上多了些轻松欢乐。

最后，感谢我的家人，我的父母、各位长辈，还有我的兄弟姐妹们，是你们在身后鼓励和支持着我，为我营造了一个良好的家庭氛围，是我在求学路上继续走下去的动力和保障。感谢我的妻子王丹，感谢她一直陪伴关心并支持我，让我对生活 and 科研充满信心和动力。

黄良辉

二〇一六年五月

承诺书

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是在导师指导下独立完成的，学位论文的知识产权属于山西大学。如果今后以其他单位名义发表与在读期间学位论文相关的内容，将承担法律责任。除文中已经注明引用的文献资料外，本学位论文不包括任何其他个人或集体已经发表或撰写过的成果。

作者签名：

20 年 月 日

学位论文使用授权声明

本人完全了解山西大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关机关或机构送交论文的复印件和电子文档，允许论文被查阅和借阅，可以采用影印、缩印或扫描等手段保存、汇编学位论文。同意山西大学可以用不同方式在不同媒体上发表、传播论文的全部或部分内容。

保密的学位论文在解密后遵守此协议。

作者签名：

导师签名：

20 年 月 日