

文章编号: 0253-2239(2010)03-0893-05

# 原子吸收成像的二维光学密度分布获得 量子简并费米气体参数

王鹏军 熊德智 陈海霞 张靖

(山西大学光电研究所量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西太原 030006)

**摘要** 从费米原子俘获在谐振势中出发,采用托马斯-费米的半经典近似(Thomas-Fermi approximation),计算了自旋极化费米子的空间分布函数,对费米原子吸收成像的光学密度分布进行拟合,分析得到粒子数,费米温度和实际温度。采用这种方法,对实验中获得的<sup>40</sup>K 费米原子吸收成像的光学密度分布进行拟合,得到了费米气体量子简并参数  $T/T_F$ 。

**关键词** 简并费米气体;托马斯-费米近似;费米温度;费米简并气体参数

**中图分类号** O431.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103003.0893

## Obtaining the Parameter of Degenerate Fermi Gas from Two-Dimensional Optical Density Distribution of Absorption Images

Wang Pengjun Xiong Dezhi Chen Haixia Zhang Jing

(State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China)

**Abstract** The three dimensional density distribution of a spin-polarized Fermi gas in a harmonic magnetic trap is calculated by using the Thomas-Fermi approximation. By fit the optical density distribution of absorption imaging, the total atom number, Fermi temperature and the actual temperature of the gas may be extracted. According this method, the optical density distribution of absorption imaging of degenerate fermions <sup>40</sup>K in our experiment is fitted to obtain quantum degeneracy parameter  $T/T_F$  of the Fermi gas.

**Key words** degenerate Fermi gas; Thomas-Fermi approximation; Fermi temperature; degeneracy parameter of Fermi gas

### 1 引 言

早在1924年,玻色和爱因斯坦就在理论上预言了玻色-爱因斯坦凝聚体(BEC)的存在,即在一定的温度下,无相互作用的玻色子会在最低能量量子态上突然凝聚,达到可观的数量。1995年在碱金属原子气体中实验上证实了这个新物态的存在<sup>[1,2]</sup>。同时,自然界存在另一大类自旋为半整数的粒子称为费米子,自旋差异使费米子和玻色子有完全不同

的量子特性,没有任何两个相同费米子能有同样的量子态,不能在同一时间处于同一地点,也就是服从费米-狄拉克统计。在实验实现玻色-爱因斯坦凝聚之后,超冷费米气体又成为近几年的研究热点。1999年Jin小组<sup>[3]</sup>首次在两分量的钾费米原子中观察到量子简并现象。自从实现了费米气体简并后,玻色-费米气体和玻色-费米混合气体的理论和实验研究得到迅速发展<sup>[4-9]</sup>。超冷费米气体不仅能为高

收稿日期: 2009-03-31; 收到修改稿日期: 2009-05-05

基金项目: 国家973计划(2006CB921101)、国家自然科学基金(60678029)、国家自然科学基金创新群体基金(60821004)和国家杰出青年基金(10725416)资助课题。

作者简介: 王鹏军(1982—),男,博士研究生,主要从事超冷原子方面的研究。E-mail: wpj5255@163.com

导师简介: 张靖(1974—),男,教授,博士生导师,主要从事连续变量量子通信和超冷原子的实验与理论等方面的研究。E-mail: jzhang74@sxu.edu.cn(通信联系人)

温超导等凝聚态物理中许多问题的研究提供独特的实验平台,也能成为研究中子星、夸克-胶子等离子体等宇宙诞生和演化中若干现象的理想模型。当费米气体的温度逐渐降低时,并不像玻色气体一样,存在一个明显的量子相变特征可以区分经典和量子简并,而是经历一个从经典气体到费米的逐渐变化。正是由于缺少类似玻色气体明显变化,费米气体的量子简并只有通过适当的模型对吸收成像的光学密度分布进行拟合,从而得到准确的量子简并费米气体的重要参数  $T/T_F$  ( $T$  为费米气体实际温度,  $T_F$  为费米温度)。

采用文献[10,11]的方法,从费米原子俘获在谐振势中出发,采用托马斯-费米的半经典近似(Thomas-Fermi approximation),计算了自旋极化费米子的空间分布函数,对费米原子吸收成像的光学密度分布进行拟合,分析得到粒子数,费米温度和实际温度。采用这种方法,对实验中获得的 $^{40}\text{K}$ 费米原子吸收成像的光学密度分布进行拟合,得到费米气体量子简并参数  $T/T_F$ 。

## 2 理论分析

### 2.1 态密度和费米粒子数

利用单粒子的哈密顿量来考虑  $N$  个质量为  $M$  的自旋极化费米子被俘获在谐振势中的情况<sup>[12]</sup>

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + V(\mathbf{r}),$$

$$V(\mathbf{r}) = \frac{M}{2}(\omega_1^2 x^2 + \omega_2^2 y^2 + \omega_3^2 z^2), \quad (1)$$

式中  $\omega_i$  为谐振势  $r_i$  ( $r_1, r_2, r_3$  分别代表  $x, y, z$  方向上的频率, 单粒子能级为  $\epsilon = n_1 \hbar \omega_1 + n_2 \hbar \omega_2 + n_3 \hbar \omega_3$ 。考虑到原子的热能远大于能级差  $K_B T \gg \hbar \omega$  时, 连续的态密度为

$$g(\epsilon) = \frac{dG}{d\epsilon} = \frac{\epsilon^2}{2(\hbar \bar{\omega})^3}, \quad (2)$$

它表示原子态的能级分布, 其中  $\bar{\omega} = \sqrt[3]{\omega_1 \omega_2 \omega_3}$  为磁阱的几何平均频率。

势阱中费米粒子数表示为

$$N = \int_0^{\infty} f(\epsilon) g(\epsilon) d\epsilon = - \left( \frac{K_B T}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 L_{3/2}[-\exp(\beta \mu)], \quad (3)$$

式中  $L_n(\cdot)$  为  $n$  重对数函数 ( $n > 0$ , 为整数或半整数)。

考虑到  $T=0$  时, 化学势等于费米能  $\mu = E_F$ , 势阱中所有低于费米能的能级都被占据, 而高于  $E_F$

的没有费米子集居(如图 1 所示)

$$f(\epsilon) = \begin{cases} 1, & \epsilon < E_F \\ 0, & \epsilon > E_F \end{cases} \quad (4)$$

此时费米粒子数表示为

$$N = \int_0^{\infty} f(\epsilon) g(\epsilon) d\epsilon = \int_0^{E_F} g(\epsilon) d\epsilon = \frac{E_F^3}{6(\hbar \bar{\omega})^3}, \quad (5)$$

因此费米能、费米温度与粒子数及磁阱几何结构的关系可以表示为

$$E_F = \hbar \bar{\omega} (6N)^{1/3}, \quad (6)$$

$$T_F = \frac{E_F}{K_B} = \frac{\hbar \bar{\omega}}{K_B} (6N)^{1/3}. \quad (7)$$

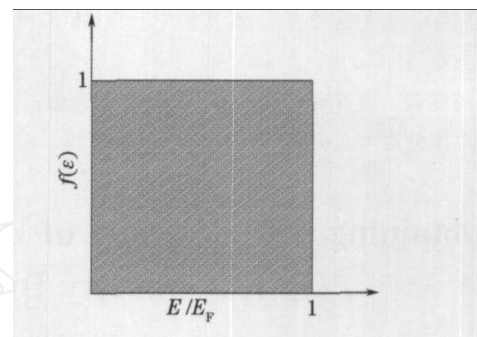


图 1 零温度时的费米分布

Fig. 1 Zero-temperature Fermi distribution

将(3)式代入(7)式, 得到量子简并参数

$$\frac{T}{T_F} = 1/[-6L_{3/2}(-\xi)]^{1/3} = \sqrt[3]{-1/[6L_{3/2}(-\xi)]}. \quad (8)$$

量子简并参数是衡量超冷费米气体的温度的一个重要参数。从(7),(8)式看出, 量子简并参数本来需要用气体温度、势阱参数和粒子数才可以计算得到的参数, 巧妙地变换为只用单一参数  $\xi$  就可得到。

### 2.2 托马斯-费米的半经典近似

在托马斯-费米的半经典近似下, 六维相空间  $(\mathbf{r}, \mathbf{k})$  中粒子的状态可以用确定位置  $\mathbf{r}$  和动量  $\mathbf{k}$  的波包来描述。考虑到  $V = \Delta x \Delta y \Delta z$  的立方体的模式数目, 沿三个坐标轴方向传播的波应满足的驻波条件为

$$\Delta x = m \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta y = n \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta z = q \frac{\lambda}{2}, \quad (9)$$

式中  $m, n, q$  为正整数。波矢的三个分量应满足条件

$$k_x = m \frac{2\pi}{\Delta x}, \quad k_y = n \frac{2\pi}{\Delta y}, \quad k_z = q \frac{2\pi}{\Delta z}. \quad (10)$$

每一组正整数  $m, n, q$  对应腔内的一种模式(包含了两个偏振), 则每一个模式在三个坐标轴方向与相邻模之间的间隔为

$$\Delta k_x = \frac{2\pi}{\Delta x}, \quad \Delta k_y = \frac{2\pi}{\Delta y}, \quad \Delta k_z = \frac{2\pi}{\Delta z}. \quad (11)$$

因此,一个态在六维相空间 $(\mathbf{r}, \mathbf{k})$ 的体积为

$$\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z \Delta x \Delta y \Delta z = (2\pi)^3. \quad (12)$$

可以看出(12)式与三维运动中的测不准关系 $\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z \Delta x \Delta y \Delta z = h^3$ 一致,则六维相空间 $(\mathbf{r}, \mathbf{k})$ 的态密度为 $(2\pi)^{-3}$ 。单个粒子的能量可以认为是哈密顿量的相关值,谐振势中非凝聚样品在相空间的密度分布就表示为<sup>[12]</sup>

$$w(\mathbf{r}, \mathbf{k}; T, \mu) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp\{\beta[H(\mathbf{r}, \hbar\mathbf{k}) - \mu]\} + 1}. \quad (13)$$

对(13)式在动量空间积分得到坐标空间的密度为

$$n(\mathbf{r}) = \iiint w(\mathbf{r}, \mathbf{k}; t, \mu) d^3 \mathbf{k} = \frac{1}{(2\pi)^3} \times \int \frac{4\pi k^2}{\exp\{-\beta[\mu - V(\mathbf{r})]\} \exp[\beta(\hbar^2 k^2 / 2M)] + 1} dk = -\left(\frac{M}{2\pi\beta\hbar^2}\right)^{3/2} L_{3/2}\{-\exp\{\beta[\mu - V(\mathbf{r})]\}\}, \quad (14)$$

式中 $\left(\frac{M}{2\pi\beta\hbar^2}\right)^{3/2}$ 为原子的德布罗意波长。对(14)式在坐标空间积分可以得到费米原子总粒子数

$$N = \iiint n(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r} = -\left(\frac{M}{2\pi\beta\hbar^2}\right)^{3/2} \int_0^\infty L_{3/2}\{-\exp\{\beta[\mu - V(\mathbf{r})]\}\} d^3 \mathbf{r} = -\left(\frac{l}{\beta\hbar^2 \omega}\right)^3 L_{3/2}[-\exp(\beta\mu)], \quad (15)$$

与(3)式的费米原子总粒子数相一致。

在实验中为了得到费米原子云的信息,通常关

闭磁场,让原子自由飞行一段时间,然后采用共振光吸收成像技术获得原子的动量分布。在飞行一定时间 $t_E$ 后,借助飞行展开变换<sup>[13]</sup>

$$x_i \rightarrow x_i / \sqrt{1 + \omega_i^2 t_E^2}, n(\mathbf{r}) \rightarrow \frac{n(\mathbf{r})}{\prod_i \sqrt{1 + \omega_i^2 t_E^2}}. \quad (16)$$

这里值得注意的是当原子从磁阱中释放出来自由飞行一段时间后,原子团的密度空间分布只产生一个线性变换,这种线性变换只对谐振势阱有效。

飞行 $t_E$ 后费米子 $i$ 方向上的空间密度分布宽度 $\sigma_i^2 = \frac{1}{M\beta\omega_i^2}(1 + \omega_i^2 t_E^2)$ ,从中看出在长时间( $\omega_i^2 t_E^2 \gg 1$ )的自由飞行后,原子团的纵横比趋向于1。从飞行展开变换和空间密度分布宽度得到

$$\omega_i^2 r_i^2 \rightarrow \omega_i^2 \frac{r_i^2}{1 + \omega_i^2 t_E^2} = \frac{r_i^2}{\sigma_i^2} \frac{1}{M\beta}, \exp[-\beta V(\mathbf{r})] = \exp\left[-\beta \frac{M}{2}(\omega_1^2 x^2 + \omega_2^2 y^2 + \omega_3^2 z^2)\right] \rightarrow \exp\left(-\sum_i \frac{r_i^2}{2\sigma_i^2}\right), n(\mathbf{r}) \rightarrow \frac{n(\mathbf{r})}{\prod_i \sqrt{1 + \omega_i^2 t_E^2}} = \frac{n(\mathbf{r})}{(m\beta)^{3/2} \prod_i \omega_i \sigma_i}. \quad (17)$$

将(17)式代入(14)式,得到 $t_E$ 时间飞行之后,原子团密度的空间分布为

$$n(\mathbf{r}) = -\left(\frac{1}{2\pi\beta^2 \hbar^2 \omega^2}\right)^{3/2} \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3} \times L_{3/2}\left[-\exp(\beta\mu) \exp\left(-\sum_i \frac{r_i^2}{2\sigma_i^2}\right)\right]. \quad (18)$$

投影三维空间分布到二维平面上,比如 $x-y$ 平面上,即对上式在 $z$ 方向积分得到

$$n(x, y) = \int n(x, y, z) dz = -\left(\frac{1}{2\pi\beta^2 \hbar^2 \omega^2}\right)^{3/2} \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3} \int L_{3/2}\left[-\exp(\beta\mu) \exp\left(-\sum_i \frac{r_i^2}{2\sigma_i^2}\right)\right] dz = -\left(\frac{1}{2\pi\beta^2 \hbar^2 \omega^2}\right)^{3/2} \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l^{3/2}} \left[-\exp(\beta\mu) \exp\left(-\sum_{i \neq 3} \frac{r_i^2}{2\sigma_i^2}\right)\right]^l \int_0^\infty \exp\left(-l \frac{z^2}{2\sigma_3^2}\right) dz = -\left(\frac{1}{2\pi\beta^2 \hbar^2 \omega^2}\right)^{3/2} \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2} \times \sqrt{2\pi} L_{1/2}\left[-\exp(\beta\mu) \exp\left(-\sum_{i \neq 3} \frac{r_i^2}{2\sigma_i^2}\right)\right]. \quad (19)$$

### 2.3 获得量子简并气体参数

采用近共振光作为探测光穿过稀薄原子云吸收成像,光强满足这样的关系

$$\frac{dI}{dz} = -\hbar\omega Rn = -\sigma nI,$$

式中 $R$ 为原子的散射率, $\sigma$ 为原子的吸收截面, $O(x, y)$ 为吸收成像的光学密度分布函数。

$$I(x, y) = I_0(x, y) \exp\left[-\sigma \int n(x, y, z) dz\right] O(x, y) = -\ln\left[\frac{I(x, y)}{I_0(x, y)}\right] = \sigma \int n(x, y, z) dz = \sigma n(x, y), \quad (20)$$

令

$$-\left(\frac{1}{2\pi\beta^2 \hbar^2 \omega^2}\right)^{3/2} \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2} \sqrt{2\pi} L_{1/2}\{-\exp[\ln(\xi)]\} \sigma = A,$$

则  $t_E$  时间飞行之后, (20) 式对应的吸收成像的光学密度分布为

$$O(x, y) = A \frac{L_{i2} \left\{ -\exp \left[ \ln(\xi) - \sum_{i=1,2} \frac{r_i^2}{2\sigma_i^2} \right] \right\}}{L_{i2} \left\{ -\exp[\ln(\xi)] \right\}}. \quad (21)$$

利用(21)式拟合 CCD 成像得到的实验数据, 得到参数  $A, \sigma_1, \sigma_2, \xi$ . 利用这些参数就可以得到费米粒子数,  $x, y$  方向上的温度  $T_1, T_2$ , 费米温度, 以及从三种方法分别得到的费米简并参数.

### 2.3.1 费米原子总数

由(20)和(21)式得

$$N = \frac{B}{\sigma},$$

$$B = \int O dx dy = A 2\pi\sigma_1\sigma_2 \frac{L_{i3} \left\{ -\exp[\ln(\xi)] \right\}}{L_{i2} \left\{ -\exp[\ln(\xi)] \right\}}. \quad (22)$$

对于  $^{40}\text{K}$ , 当探测光为圆偏振光时, 二能级原子的共振吸收截面为  $\sigma_{0,\sigma^\pm} = 3\lambda^2/2\pi$ ; 线偏振光时, 共振吸收截面为  $\sigma_{0,\text{linear}} = 2\sigma_{0,\sigma^\pm}/5$ ; 对于探测光的任意的失谐  $\Delta$  和光强, 吸收截面满足

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + I/I_{\text{sat}} + [\Delta/(\Gamma/2)]^2}, \quad (23)$$

式中  $I_{\text{sat}}$  为饱和光强,  $\Gamma$  为激发态原子的衰减率.

得到费米原子数后, 就可以得到对应的费米温度

$$T_F = \frac{\hbar\omega}{K_B} (6N)^{1/3}, \quad (24)$$

### 2.3.2 飞行 $t_E$ 时间后费米子在 $i$ 方向上的空间密度分布宽度

由  $\sigma_i^2 = \frac{1}{M\beta\omega_i^2} [1 + (\omega_i^2 t_E^2)^2]$ , 得到

$$\beta^{-1} = \frac{\sigma_i^2 M \omega_i^2}{[1 + (\omega_i^2 t_E^2)^2]} = \left( \frac{1}{K_B T_i} \right)^{-1}. \quad (25)$$

$T_i$  就可以表示为

$$T_i = \sigma_i^2 \omega_i^2 \frac{M}{K_B} \frac{1}{1 + (\omega_i^2 t_E^2)^2}. \quad (26)$$

理论上在两个方向得到的气体温度是一致的, 但实际上通过实验数据拟合得到的两个方向的气体温度不完全一致.

### 2.3.3 费米简并参数

得到了费米子在  $i$  方向上的温度, 就可以得到简并参数  $T_i/T_F$ . 同时由单个参数  $\xi$  也可得到费米气体简并参数. 它们在理论上是一致的, 但是实验中无法得到完全相同的值, 这主要归因于拟合得到原子数目的误差<sup>[14]</sup>.

## 3 实验结果

实验上, 采用磁光阱技术同时俘获  $^{87}\text{Rb}$  和  $^{40}\text{K}$  原子<sup>[15]</sup>, 然后将俘获的原子绝热地转移到 QUIC 磁阱中后<sup>[16]</sup>, 经过约为 40 s 的射频蒸发冷却, 得到了  $^{87}\text{Rb}$  原子的玻色爱因斯坦凝聚体, 同时通过“协同冷却”的技术使处于  $|F=9/2, m_F=9/2\rangle$  态的  $^{40}\text{K}$  达到费米气体量子简并<sup>[17]</sup>, 如图 2(a) 所示. 从 CCD 得到的二维原子光学密度分布, 采用上述的拟合方法得到参数  $A, \sigma_1, \sigma_2, \xi$ . 代入(22)式中, 就得到  $^{40}\text{K}$  达到量子简并时的粒子数为  $7.59 \times 10^5$ ; 把原子数代入(24)式得到系统的费米温度为  $T_F = 961$  nK, 结合(26)式得到的原子在水平方向和竖直方向的温度, 就可得到费米气体的简并参数为  $T_v/T_F = 0.50$  和  $T_h/T_F = 0.48$ . 由参数  $\xi$  通过(8)式也得到费米气体简并参数为  $T/T_F = 0.28$ .

从得到的量子简并参数可以看出, 由水平方向和竖直方向的温度得到的简并参数相差较小, 而由  $\xi$  得到的简并参数较小. 这是由于拟合得到的原子数的不确定度造成的; 也可能是因为  $^{40}\text{K}$  激发能级

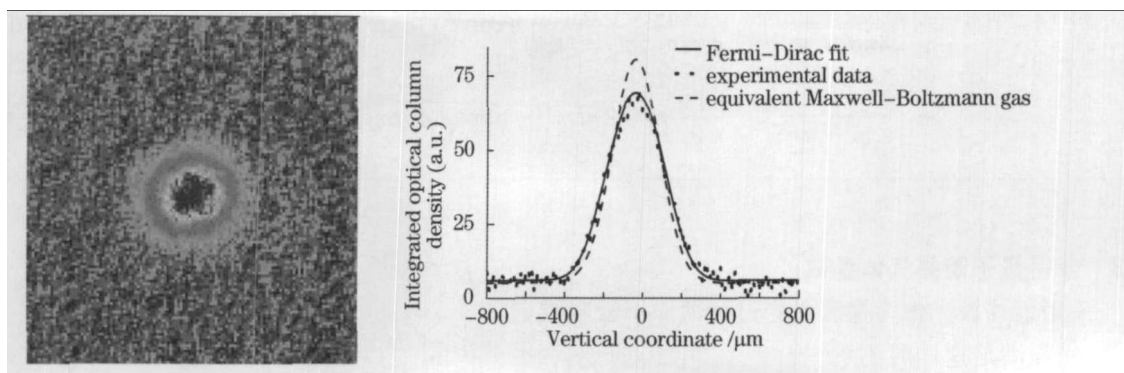


图 2 (a) 简并费米气体  $^{40}\text{K}$  的飞行吸收成像; (b) 简并费米气体的一维轴向积分光学密度分布及拟合  
Fig. 2 (a) Quantum degenerate Fermi gas  $^{40}\text{K}$  atoms; (b) fit one-dimensional optical density distribution of degenerate Fermi gas integrated along the axes of QUIC trap

具有相对小的超精细分裂,导致原子很快地跃迁到了基态的超精细暗态上,造成原子损失。

图 2(b)表示 $^{40}\text{K}$ 在达到量子简并时,所得到的一维轴向积分光学密度分布。其中点线为吸收成像的积分密度分布,实线为费米-狄拉克分布拟合实验数据,虚线为处于相同温度和粒子数下的经典气体的一维麦克斯韦-玻尔兹曼(Maxwell-Boltzmann)分布。由于泡利不相容原理导致的费米压的影响,使量子简并时的费米气体比起服从麦克斯韦-玻尔兹曼分布的经典气体在空间尺寸上要大得多,如图 2(b)所示。这成为判断费米气体是否达到量子简并的一个重要实验判据。

#### 4 结 论

采用托马斯-费米半经典近似方法,详细地计算了俘获在谐振势阱中的  $N$  个质量为  $M$  的费米气体进入量子简并区域后,在相空间和坐标空间的密度分布,以及经过一定时间的自由飞行吸收成像的二维光学密度分布,并由此得到费米气体量子简并参数。运用该模型对实验中获得的 $^{40}\text{K}$ 费米气体吸收成像的光学密度分布进行了拟合,得到了 $^{40}\text{K}$ 费米气体简并时的粒子数,费米温度等重要参数,为实验中判断费米气体是否达到量子简并提供了依据。

#### 参 考 文 献

- 1 M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews *et al.*. Observation of bose-einstein condensation in a dilute atomic vapor [J]. *Science*, 1995, **269**(5221): 198~201
- 2 K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews *et al.*. Bose-einstein condensation in a gas of sodium atoms[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(22): 3969~3973
- 3 B. DeMarco, D. S. Jin. Onset of degeneracy in a trapped atomic gas[J]. *Science*, 1999, **285**(5434): 1703~1706
- 4 Hu Xinghua, Zhang Xiaofei, Zhao Dun *et al.*. Dynamics and modulation of ring dark solitons in two-dimensional bose-einstein condensates with tunable interaction[J]. *Phys. Rev. A*, 2009, **79**(2): 023619
- 5 Zhang Xiaofei, Hu Xinghua, Liu Xunxu *et al.*. Vector solitons in two-component bose-einstein condensates with tunable interactions and harmonic potential[J]. *Phys. Rev. A*, 2009, **79**(2): 033630-1~033630-6
- 6 G. Roati, F. Riboli, G. Nodugno *et al.*. Fermi-bose quantum degenerate  $40\text{ k-}87\text{Rb}$  mixture with attractive interaction[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **89**(15): 150403
- 7 S. Pilati, S. Giorgini. Phase separation in a polarized fermi gas at zero temperature[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **100**(3): 030401
- 8 Zhou Ming, Huang Chunjia. Influence of an atomic bose-Einstein condensate on squeezing properties of light [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(4): 1096~1100  
周 明, 黄春佳. 原子玻色-爱因斯坦凝聚体对光场压缩特性的影响[J]. *光学学报*, 2009, **29**(4): 1096~1100
- 9 Lu Junfa, Ji Xianming, Zhou Qi *et al.*. A novel controllable four-well optical trap for cold atoms or molecules and its two-dimensional optical lattices[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2): 211~218  
陆俊发, 纪宪明, 周 琦等. 一种新颖的实现冷原子或冷分子囚禁的可控制光学四阱及其二维光学晶格[J]. *光学学报*, 2008, **28**(2): 211~218
- 10 B. Demarco. Quantum behavior of an atomic Fermi gas[D]. Graduate School of he university of Colorado 1996. 233~239
- 11 C. Ospelkaus. Fermi-bose mixtures from mean-field interactions to ultracold chemistry[D]. Graduate school of he university of Hamburg 2006. 6~12
- 12 D. A. Butts, D. S. Rokhsar. Trapped Fermi gases [J]. *Phys. Rev. A*, 1997, **55**(6): 4346~4350
- 13 G. M. Bruun, C. W. Clark. Ideal gases in time-dependent traps [J]. *Phys. Rev. A*, 2000, **61**(6): 061601
- 14 J. Goldwin, S. Inouye, M. L. Olsen *et al.*. Measurement of the interaction strength in a bose-Fermi mixture with  $^{87}\text{Rb}$  and  $^{40}\text{K}$  [J]. *Phys. Rev. A*, 2004, **70**(2): 021601
- 15 Wei Dong, Xiong Dezhi, Chen Haixia *et al.*. Simultaneous magneto-optical trapping of Fermionic  $^{40}\text{K}$  and bosonic  $^{87}\text{Rb}$  atoms[J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2007, **24**(6): 1541~1544
- 16 Wang Pengjun, Chen Haixia, Xiong Dezhi *et al.*. The designs of quadrapole-Ioffe configuration trap for quantum degenerate Fermi-bose mixtures[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, **57**(8): 4840~4845  
王鹏军, 陈海霞, 熊德智等. 实现玻色-费米混合气体量子简并的四级-Ioffe 组合磁阱设计[J]. *物理学报*, 2008, **57**(8): 4840~4845
- 17 Xiong Dezhi, Chen Haixia, Wang Pengjun *et al.*. Quantum degenerate Fermi-bose mixtures of  $^{40}\text{K}$  and  $^{87}\text{Rb}$  Atoms in a quadropole-Ioffe-configuration trap [J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2008, **25**(3): 843~846