

基于光学参量放大的量子干涉仪

贾晓军^{1,2*}, 左小杰¹, 冯艳妮¹, 闫智辉^{1,2}

(1. 山西大学 光电研究所 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西 太原 030006;

2. 山西大学 极端光学协同创新中心, 山西 太原 030006)

摘要:文章综述了基于光学参量放大的量子干涉仪。高灵敏度干涉仪是实现精密测量的一种重要仪器,它的灵敏度受限于探测光场的真空起伏所决定的标准量子极限。构建新型结构的量子干涉仪可以实现突破标准量子极限的微弱信号测量。一方面,利用光学参量放大器作为非线性分束合束器,可以构建非线性迈克尔逊干涉仪,在保持噪声水平不变时将相位信号放大,使其灵敏度超越标准量子极限。另一方面,在基于光学参量放大器的量子马赫-曾德尔干涉仪中,干涉仪两臂中光学参量放大器产生的相位压缩态直接用作相敏量子态,通过同时压缩散粒噪声和放大相敏场强,能够实现突破标准量子极限的微弱信号测量。基于光学参量放大器的量子干涉仪为量子精密测量的实用化发展提供了参考。

关键词:量子精密测量;干涉仪;光学参量放大器;标准量子极限;灵敏度

中图分类号:O413.2 **文献标志码:**A **文章编号:**0253-2395(2022)03-0656-08

Quantum Interferometer Based on Optical Parametric Amplifier

JIA Xiaojun^{1,2*}, ZUO Xiaojie¹, FENG Yanni¹, YAN Zhihui^{1,2}

(1. Institute of Opto-Electronics, State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Shanxi University, Taiyuan 030006, China;

2. Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

Abstract: In this paper, optical parametric amplifiers (OPAs) based on quantum interferometer are reviewed. High sensitivity interferometer is one of basic tools for precision measurement, and its sensitivity is limited by standard quantum limit (SQL) which is determined by vacuum fluctuations of the probe field. The quantum interferometer with novel structures can break the SQL and measure the weak signals. On one hand, a nonlinear Michelson interferometer consisting of OPA which is a nonlinear element to split and recombine the signal field can enhance the signal, while the quantum noise is kept at the vacuum level, so that the sensitivity beyond the SQL is achieved. On the other hand, in the optical parametric amplifiers based quantum Mach-Zehnder interferometer, the squeezed state generated by the OPAs within the interferometer was directly used as a phase sensitive quantum state. The quantum interferometer not only squeezes shot noise but also amplifies the phase-sensing intensity to realize the sensitivity beyond the SQL. OPA based quantum interferometers provide the direct references for the practical development of precise measurement.

Key words: quantum precision measurement; interferometer; optical parametric amplifier; standard quantum limit; sensitivity

收稿日期:2021-12-30; **接受日期:**2022-02-20

基金项目:国家自然科学基金(61925503;61775127;11654002;11834010);山西省高等学校创新人才支持计划资助、山西省高等学校科技创新项目(2019L0794);山西青年三晋学者项目;山西省“1331工程”重点学科建设计划

* **通信作者:**贾晓军(1979-),男,山西临汾人,博士,教授,主要研究方向为量子光学和量子信息。E-mail: jiaxj@sxu.edu.cn

引文格式:贾晓军,左小杰,冯艳妮,等. 基于光学参量放大的量子干涉仪[J]. 山西大学学报(自然科学版),2022,45(3): 656-663. DOI:10.13451/j.sxu.ns.2021154

0 引言

精密测量可以更精确地度量可测物理量,帮助我们探索未知的世界,加深对自然的认识。1916年,爱因斯坦预言了引力波的存在^[1]。20世纪50年代科学家们就开始对引力波进行观测,等臂长的两臂相互垂直的迈克尔逊干涉仪可以用来观测引力波。迈克尔逊干涉仪输出端初始状态由于激光经过相同的路径干涉相消光强为零,当引力波经过干涉仪时会对干涉仪的一臂造成拉伸的效果,另一臂造成收缩的效果;激光经过的光学路径发生变化,输出端光强改变,通过探测输出端的相位信息就可以得到引力波信号。加州理工学院和麻省理工学院的合作实验室就用迈克尔逊干涉仪搭建了激光干涉引力波观测站(Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory, LIGO)。2015年,LIGO探测到了一对黑洞双星系统产生的引力波信号^[2];2017年,LIGO和Virgo观测到了在双中子星系统中产生的引力波信号^[3]。

两束光干涉的相位差对影响两个干涉路径光程的各种物理量的变化非常敏感,也可以用来测量生物图像^[4]和位移^[5]。参考文献[4]中,首次实现了超越衍射极限的量子计量和增强生物学背景的空间分辨率。在光子力显微镜中,当纳米粒子在活细胞区域扩散时,用相干态和压缩态的量子相干的两束光追踪它们,直接测量总功率就可以得到粒子的位置。使得细胞内的空间结构以低至10 nm的长度比例绘制,证实了量子强相关联光束可以在纳米尺度和生物学中提高空间分辨率。参考文献[5]中,研究了氮化硅薄膜的鼓状运动,薄膜被引入一个高精度的法布里-珀罗谐振腔中,位移会使光模频率发生色散偏移,用相干光作为探针光探测光腔模式的频率波动,使用平衡零拍探测器监测携带相位信息的输出光束的正交相位起伏,来测量机械位置。在用光场对物理量进行测量时,精密测量的灵敏度受限于探测光场光子的真空起伏所导致的标准量子极限(SQL)— $\Delta\phi_{SQL}=1/\sqrt{N}$ ^[6-7],标准量子极限不能用经典的多次测量求平均的方法消除,但是采用量子手段改变光场的统计性质,可以使测量

灵敏度突破标准量子极限。

将非经典态光场耦合进干涉仪可以增强其灵敏度。光子数纠缠态(NOON态)注入马赫-曾德尔干涉仪,使其突破标准量子极限^[8];使用NOON态克服标准量子极限估计了一个初始未知的相位,且超越标准量子极限1.86 dB^[9]。利用压缩态经法拉第隔离器耦合进干涉仪的闲置端口,可以抑制真空噪声,实现干涉仪突破标准量子极限的灵敏度,探测到了更多的引力波事件^[10-13]。2019年,LIGO和Virgo将压缩态注入干涉仪,使探测灵敏度提高了3 dB^[14-15]。在量子力学中,海森堡不确定关系给出了量子精密测量的最终极限—海森堡极限 $\Delta\phi_{HL}=1/N$,诸多研究工作力争达到海森堡极限^[16-20],特别是利用压缩态驱动干涉仪在原理上可以达到海森堡极限^[21-22]。

构建新型结构的量子干涉仪是提高测量灵敏度的一种有效手段,参量放大过程可以构建非线性干涉仪^[23-25]。用四波混频参量放大的非线性元件代替马赫-曾德尔干涉仪线性分束和合束器的SU(1,1)干涉仪,可以保持噪声在真空水平只放大与相位相关的信号,从而实现相位灵敏度超越标准量子极限^[26-27]。光学参量放大器(OPA)由光学谐振腔和非线性光学晶体构成,具有同时压缩噪声和放大信号的优势^[28-36]。基于相干光放大的单光子有损干涉仪,将光学参量放大器(OPA)引入干涉仪内部,通过将样品相互作用后的探针光经光学参量放大器放大,抵消了损耗对单光子相位测量中消除相位信息的不利影响^[37]。

利用光学参量放大器可以构建超越标准量子极限的干涉仪,本文综述了基于光学参量放大器的两种干涉仪。一种是用非简并光学参量放大器来代替线性分束合束器的非线性迈克尔逊干涉仪。由于干涉仪的非线性性质,相位变化引起的信号大大增强。增强因数是非简并光学参量放大器的功率增益。在真空噪声水平下,信号增强有效地提高了标准量子极限以上的灵敏度。另一种是将两个简并光学参量放大器放置到经典马赫-曾德尔干涉仪的两臂中的量子马赫-曾德尔干涉仪,可以直接利用压缩态作为相敏量子态,同时压缩散粒噪声和放大

相敏场强,相敏场强的增强因数和噪声水平的降低因数均是简并光学参量放大器的功率增益,使其灵敏度超越了标准量子极限,可以用于测量淹没于量子噪声的微弱信号。由于非线性迈克尔逊干涉仪在真空噪声水平下工作,它对外部损耗不敏感。

本综述在第1节介绍基于非简并光学参量放大器的非线性迈克尔逊干涉仪的原理和损耗对它的灵敏度的影响;第2节介绍基于简并光学参量放大器的量子马赫-曾德尔干涉仪的原理和损耗对它的灵敏度的影响;第3节对两类量子干涉仪的特点进行总结。

1 非线性迈克尔逊干涉仪

线性迈克尔逊干涉仪和基于非简并光学参量放大器的非线性迈克尔逊干涉仪的原理图分别如图1(a)和1(b)所示^[38]。线性迈克尔逊干涉仪由线性光学分束器(50:50 BS)对光场进行分束合束,干涉仪两臂等臂长且相互垂直,信号光场 \hat{a}_1^{in} 被分为两束相敏光场 \hat{A}_1 和 \hat{B}_1 ,它们分别在两臂之间经过0度高反镜(HR1、HR2)往返,反射光场被记为 \hat{C}_1 和 \hat{D}_1 ,利用压电陶瓷(PZT1)控制两臂的相位差 ϕ_1 ;最后在50:50 BS上耦合干涉,用平衡零拍探测器(BHD1)探测干涉仪的输出端 \hat{b}_1^{out} 的正交相位得到与相位变化相关的信号。在非线性迈克尔逊干涉仪中,利用非简并光学参量放大器取代线性光学分束器对光场进行分束合束。由偏振分束棱镜1(PBS1)、半波片 $\lambda/2$ 、非简并光学参量放大器(NOPA)和偏振分束棱镜2(PBS2)等效为分束

器,信号光场 \hat{a}_2^{in} 被分为两束相敏光场 \hat{A}_2 和 \hat{B}_2 ;它们分别在两臂之间经过0度高反镜(HR3、HR4)往返,反射光场被记为 \hat{C}_2 和 \hat{D}_2 ,利用压电陶瓷(PZT2)控制两臂的相位差 ϕ_2 ;在PBS1的反射输出端,用平衡零拍探测器(BHD2)探测干涉仪的输出端 \hat{b}_2^{out} 被放大的了的相位信号。

1.1 线性迈克尔逊干涉仪

在量子光学中,电磁场用与电场强度相关的湮灭算符 \hat{a} 来描述,光场的正交振幅 \hat{X} 和正交相位 \hat{Y} 分别对应于湮灭算符 \hat{a} 的实部和虚部

$$\hat{X}_a = \hat{a} + \hat{a}^+, \hat{Y}_a = (\hat{a} - \hat{a}^+)/i。$$

由于 $[\hat{a}, \hat{a}^+] = 1$,可得真空态或者相干态的起伏为 $\langle \Delta^2 \hat{X}_a \rangle_{\text{vac}} = \langle \Delta^2 \hat{Y}_a \rangle_{\text{vac}} = 1$,称之为量子噪声极限^[36]。

在线性迈克尔逊干涉仪中,注入相干态光场 \hat{a}_1^{in} 和闲置端 \hat{b}_1^{in} 的真空态在线性光学分束器耦合,线性光学分束器输出光场 \hat{A}_1 和 \hat{B}_1 分别为:

$$\begin{aligned} \hat{A}_1 &= (\hat{a}_1^{\text{in}} + \hat{b}_1^{\text{in}}) / \sqrt{2}, \\ \hat{B}_1 &= (\hat{b}_1^{\text{in}} - \hat{a}_1^{\text{in}}) / \sqrt{2}. \end{aligned} \tag{1}$$

输出端的强度为:

$$\langle \hat{b}_1^{\text{out} \dagger} \hat{b}_1^{\text{out}} \rangle = \frac{1}{2} |\alpha|^2 (1 - \cos \phi_1) = I_{PS} (1 - \cos \phi_1), \tag{2}$$

这里 ϕ_1 、 ϕ_2 是每一臂的相位,干涉仪两臂之间的相位差为 $\phi_1 = \phi_1 - \phi_2$ 。干涉仪内相敏光场强度为 $I_{PS} \equiv \langle \hat{D}_1^\dagger \hat{D}_1 \rangle = |\alpha|^2 / 2$,相敏光场强度的大小影响了相位测量灵敏度的精度。

当 $\phi_1 = 2k\pi$ 时,假设测量的相位灵敏度为 δ

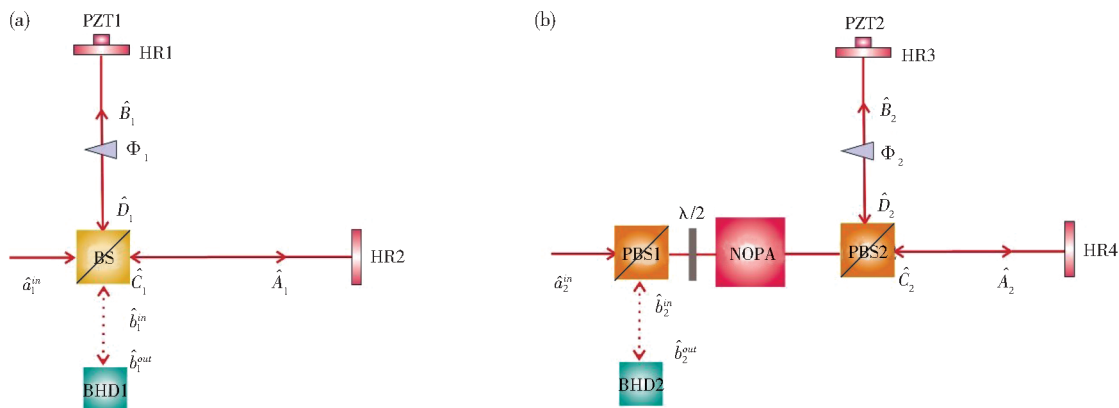


图1 线性迈克尔逊干涉仪(a)和非线性迈克尔逊干涉仪(b)^[38]

Fig. 1 Linear Michelson interferometer (a) and Nonlinear Michelson interferometer (b)^[38]

($\delta \ll 1$), 可以得到线性迈克尔逊干涉仪的信噪比为:

$$R_1 = 2I_{ps}\delta^2/1 = 2I_{ps}\delta^2. \quad (3)$$

根据干涉仪的信噪比公式(3), 可以得到相位测量的灵敏度为:

$$\delta_1 = 1/\sqrt{2I_{ps}} \approx 1/\sqrt{N}. \quad (4)$$

因此, 线性迈克尔逊干涉仪的灵敏度可以作为标准量子极限, 且相敏光场强度越大相位测量精度越高。

1.2 非线性迈克尔逊干涉仪的理论模型

在非线性迈克尔逊干涉仪中, 用非简并光学参量放大器系统进行光场的分束和合束。该非简并光学参量放大器系统的输入输出关系如下^[38]:

$$\begin{aligned} \hat{a}_s^{\text{out}} &= G\hat{a}_s^{\text{in}} + g\hat{a}_i^{\text{in}\dagger}, \\ \hat{a}_i^{\text{out}} &= G\hat{a}_i^{\text{in}} + g\hat{a}_s^{\text{in}\dagger}. \end{aligned} \quad (5)$$

这里, G 和 g 分别为非简并光学参量放大器中信号光场 \hat{a}_s^{out} 和闲置光场 \hat{a}_i^{out} 的经典增益因子且 $|G|^2 - |g|^2 = 1$ 。

若 \hat{a}_2^{in} 端注入为相干态 $|\alpha\rangle$, \hat{b}_2^{in} 端注入为真空态, 非线性迈克尔逊干涉仪中的相敏光场可以表示为:

$$\begin{aligned} \hat{A}_2 &= G\hat{a}_2^{\text{in}} + g\hat{b}_2^{\text{in}\dagger}, \\ \hat{B}_2 &= G\hat{b}_2^{\text{in}} + g\hat{a}_2^{\text{in}\dagger}. \end{aligned} \quad (6)$$

非线性迈克尔逊干涉仪的输出光场强度为:

$$\langle \hat{b}_2^{\text{out}\dagger} \hat{b}_2^{\text{out}} \rangle = 2G^2 I_{PS}^N (1 + \cos\phi_2), \quad (7)$$

其中 φ_3, φ_4 是每一臂的相位, 干涉仪两臂之间的相位差为 $\phi_2 = \varphi_3 - \varphi_4$; 相敏光场 \hat{D}_2 的强度为 $I_{PS}^N = \langle \hat{D}_2^\dagger \hat{D}_2 \rangle = g^2(|\alpha|^2 + 1) \approx g^2|\alpha|^2$, $|\alpha|^2 \gg 1$ 。在相同的相敏光场强度下与线性迈克尔逊干涉仪的输出场强度相比(公式(2)), 非线性迈克尔逊干涉仪的干涉条纹幅度增加了 $2G^2$ 。

当 $\phi_2 = \pi + \delta$, $\delta \ll 1$ 时, 非线性迈克尔逊干涉仪的信噪比为:

$$R_2 = \frac{4G^2 I_{PS}^N \delta^2}{1}, \quad (8)$$

相应的相位测量的灵敏度为:

$$\delta_2 = \sqrt{\frac{1}{4G^2 I_{PS}^N}}. \quad (9)$$

在相同的相敏光场强度下, 与公式(4)比

较, 非线性迈克尔逊干涉仪有更好的相位灵敏度, 且增强了 $\sqrt{2G^2}$ 倍:

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \sqrt{\frac{1}{2G^2}}. \quad (10)$$

线性迈克尔逊干涉仪的灵敏度可以作为标准量子极限, 非线性迈克尔逊干涉仪的灵敏度可以超越标准量子极限 $\sqrt{2G^2}$ 倍, 干涉条纹幅度增加了 $2G^2$ 。同时, 在 $\phi_2 = \pi$ 时, $\hat{b}_2^{\text{out}} = \hat{b}_2^{\text{in}}$, 因此噪声与线性干涉仪一样, 只是真空噪声。灵敏度的提高不是通过降低闲置输入端口的真空量子噪声来实现的, 而是通过非线性干涉仪中的放大信号水平来提高。

1.3 损耗对非线性迈克尔逊干涉仪灵敏度的影响

1.3.1 内部传输损耗对非线性迈克尔逊干涉仪灵敏度的影响

在这里讨论干涉仪内部传输损耗对灵敏度的影响, 将干涉仪内部由非简并光学参量放大器与0度高反镜之间单次传输的损耗记作 L_1 , 用透过率为 $(1-L_1)$ 的分束器来模拟损耗过程, 则:

$$\begin{aligned} \hat{C}_2' &= \sqrt{1-L_1} (\sqrt{1-L_1} \hat{A}_2 e^{i\varphi_3} + \sqrt{L_1} \hat{A}_0) + \sqrt{L_1} \hat{C}_0, \\ \hat{D}_2' &= \sqrt{1-L_1} (\sqrt{1-L_1} \hat{B}_2 e^{i\varphi_4} + \sqrt{L_1} \hat{B}_0) + \sqrt{L_1} \hat{D}_0. \end{aligned} \quad (11)$$

这里, $\hat{A}_0, \hat{B}_0, \hat{C}_0, \hat{D}_0$ 为由于光学损耗 L_1 引入的真空噪声。当 $\phi_2 = \pi + \delta$, $\delta \ll 1$ 时, 考虑内部传输损耗时, 非线性迈克尔逊干涉仪的信噪比为:

$$R_2' = \frac{4(1-L_1)^2 G^2 I_{PS}^N \delta^2}{1 + 2g^2 L_1 (2-L_1)}. \quad (12)$$

与无损情况下的公式(8)相比, 信噪比被降低 $(1-L_1)^2/[1+2g^2 L_1(2-L_1)]$, 与线性迈克尔逊干涉仪(公式(3))相比, 信噪比增强

$$\begin{aligned} &2(1-L_1)^2 G^2/[1+2g^2 L_1(2-L_1)] \approx \\ &(1-L_1)^2/L_1(2-L_1), g^2 \gg 1. \end{aligned}$$

因此, 非线性迈克尔逊干涉仪信噪比的增强幅度受干涉仪内部损耗 L_1 的限制。

1.3.2 外部损耗对非线性迈克尔逊干涉仪灵敏度的影响

干涉仪外部损耗包括传输损耗、干涉仪的干涉效率和探测器的量子效率; 将外部总损耗记为 L_2 , 同样用透过率为 $(1-L_2)$ 的分束器来模

拟,则输出端为:

$$\hat{b}_2^{\text{out}} = \sqrt{1-L_2} (G\hat{D}_2 + g\hat{C}_2^\dagger) + \sqrt{L_2} \hat{E}_0, \quad (13)$$

其中, \hat{E}_0 为干涉仪外部的光学损耗 L_2 引入的真空噪声。

当 $\phi_2 = \pi + \delta, \delta \ll 1$ 时, 考虑外部传输损耗时, 非线性迈克尔逊干涉仪的信噪比为:

$$R_2' = \frac{4(1-L_2)G^2 I_{PS}^N \delta^2}{1}. \quad (14)$$

与无损状态下的非线性迈克尔逊干涉仪相比(公式(8)), 信噪比降低了 $1-L_2$, 这种降低可以通过增加增益因子 (G, g) 来补偿。

因此, 非线性迈克尔逊干涉仪对内部损耗敏感, 而对外部损耗有很好的鲁棒性。

2 量子马赫-曾德尔干涉仪

线性和基于简并光学参量放大器的量子马赫-曾德尔干涉仪的原理图分别如图 2(a) 和 2(b) 所示。线性马赫-曾德尔干涉仪由线性光学分束器 (50:50 BS) 对光场进行分束合束, 信号光场 \hat{a}_1^{in} 被分为两束相敏光场 \hat{A}_1 和 \hat{B}_1 ; 它们经过 45 度高反镜 (HR1、HR2) 确保两臂长相等后在 50:50 BS 上耦合干涉, 为了实现干涉仪的相位控制在 \hat{B}_1 场附加一个相移 φ ; 用平衡零拍探测器 (BHD1) 探测干涉仪的输出端 \hat{b}_1^{out} 的正交相位得到与相位变化相关的信号。在量子马赫-曾德尔干涉仪中, 依旧由 50:50 BS 对光场进行分束合束, 不同之处在于信号光场 \hat{a}_1^{in} 被分为的两束光场 \hat{A}_1 和 \hat{B}_1 , 它们分别经过简并光学参量放大器 DOPA1 和 DOPA2 被放大为相敏光场 \hat{C}_2 和 \hat{D}_2 、经过 45 度高反镜 (HR3、HR4) 确保两臂长相等后才在 50:50 BS 上耦合干涉, 在 \hat{D}_2

场附加一个相移 φ 实现干涉仪的相位控制; 用平衡零拍探测器 (BHD2) 探测输出端 \hat{b}_2^{out} 所包含的相位信号。

2.1 线性马赫-曾德尔干涉仪

在线性马赫-曾德尔干涉仪中, 注入相干态光场 \hat{a}_1^{in} 和闲置端 \hat{b}_1^{in} 的真空态在线性光学分束器耦合, 线性光学分束器输出光场 \hat{A}_1 和 \hat{B}_1 分别为:

$$\begin{aligned} \hat{A}_1 &= (\hat{a}_1^{\text{in}} - \hat{b}_1^{\text{in}}) / \sqrt{2}, \\ \hat{B}_1 &= (\hat{a}_1^{\text{in}} + \hat{b}_1^{\text{in}}) / \sqrt{2}. \end{aligned} \quad (15)$$

在光场 \hat{B}_1 引入相移 φ , 干涉仪输出端的强度为:

$$\langle \hat{b}_1^{\text{out} \dagger} \hat{b}_1^{\text{out}} \rangle = \frac{1}{2} |\alpha|^2 (1 - \cos \varphi) = I_{PS} (1 - \cos \varphi), \quad (16)$$

这里, 干涉仪内相敏光场强度为

$$I_{PS} \equiv \langle \hat{B}_1^\dagger \hat{B}_1 \rangle = |\alpha|^2 / 2, |\alpha|^2 \gg 1.$$

当 $\varphi = 2k\pi$ 时, 假设测量的相位灵敏度为 δ ($\delta \ll 1$), 可以得到线性马赫-曾德尔干涉仪的信噪比为:

$$R_1 = 2I_{PS} \delta^2 / 1 = 2I_{PS} \delta^2. \quad (17)$$

根据干涉仪的信噪比公式(17), 可以得到相位测量的灵敏度为:

$$\delta_1 = 1 / \sqrt{2I_{PS}} \approx 1 / \sqrt{N}. \quad (18)$$

因此, 线性马赫-曾德尔干涉仪的灵敏度可以作为标准量子极限。

2.2 量子马赫-曾德尔干涉仪的理论模型

在量子马赫-曾德尔干涉仪中, 相敏光场强度被简并光学参量放大器系统放大。该简并光学参量放大器系统的输入输出关系如下:

$$\hat{a}^{\text{out}} = G\hat{a}^{\text{in}} + ge^{i\varphi} \hat{a}^{\text{in} \dagger}, \quad (19)$$

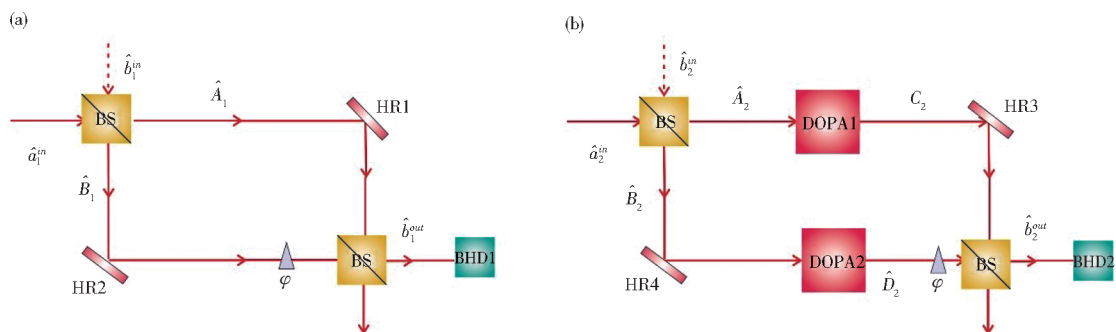


图2 (a)线性马赫曾德尔干涉仪; (b)量子马赫-曾德尔干涉仪

Fig. 2 (a) Linear Mach-Zehnder interferometer; (b) Quantum Mach-Zehnder interferometer

这里, G 和 g 为简并光学参量放大器中信号光场的经典增益因子且 $|G|^2 - |g|^2 = 1$ 。当简并光学参量放大器在参量放大条件下工作时, 泵浦和信号场之间的相位差 $\varphi_p = 0$ 。

若 \hat{a}_2^{in} 端注入为相干态 $|\alpha\rangle$, \hat{b}_2^{in} 端注入为真空态, 量子马赫-曾德尔干涉仪中的相敏光场可以表示为:

$$\begin{aligned}\hat{C}_2 &= G\hat{A}_2 + g\hat{A}_2^\dagger, \\ \hat{D}_2 &= G\hat{B}_2 + g\hat{B}_2^\dagger,\end{aligned}\quad (20)$$

量子马赫-曾德尔干涉仪的输出光场强度为:

$$\begin{aligned}\langle \hat{b}_2^{\text{out}\dagger} \hat{b}_2^{\text{out}} \rangle &= (G+g)^2 |\alpha|^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} + g^2 \approx \\ &I_{PS}^{\text{NL}} (1 - \cos\varphi),\end{aligned}\quad (21)$$

其中, 相敏光场 \hat{D}_2 的强度为 $I_{PS}^{\text{NL}} = \langle \hat{D}_2^\dagger \hat{D}_2 \rangle = \frac{1}{2} (G+g)^2 |\alpha|^2 + g^2 \approx \frac{1}{2} (G+g)^2 |\alpha|^2$, $|\alpha|^2 \gg 1$ 。与经典马赫-曾德尔干涉仪相比, 相敏光场强度被放大 $(G+g)^2 \approx 4G^2$ 倍, 可以降低注入光强度, 降低对激光器的要求, 节约资源。

当 $\varphi = \pi + \delta$, $\delta \ll 1$ 时, 量子马赫-曾德尔干涉仪的信噪比为:

$$R_2 = \frac{2(I_{PS}^{\text{NL}} - g^2)\delta^2}{(G-g)^2}.\quad (22)$$

与经典马赫-曾德尔干涉仪相比, 输出噪声水平比真空噪声水平低了 $(G+g)^2 \approx 4G^2$ 倍 ($G \gg 1$)。在相同相敏光场强度下, 信噪比提高了 $R_2/R_1 = 1/(G-g)^2 = (G+g)^2 \approx 4G^2$ 倍; 信噪比提高的大小与噪声抑制的大小一样, 量子马赫-曾德尔干涉仪的信噪比提高主要来自于对噪声的抑制, 可以更精确地测量淹没于量子噪声的微弱信号。

相应的相位测量的灵敏度为:

$$\begin{aligned}\delta_2 &= \sqrt{\frac{(G-g)^2}{2(I_{PS}^{\text{NL}} - g^2)}} \approx \\ &\sqrt{\frac{1}{2I_{PS}^{\text{NL}}(G+g)^2}} \approx \frac{1}{2G} \sqrt{\frac{1}{2I_{PS}^{\text{NL}}}}.\end{aligned}\quad (23)$$

在相同的相敏光场强度下, 与经典马赫-曾德尔干涉仪相比(公式 17), 量子马赫-曾德尔干涉仪有更好的相位灵敏度, 且增强了 $2G$ 倍:

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{1}{2G}.\quad (24)$$

2.3 损耗对量子马赫-曾德尔干涉仪灵敏度的影响

2.3.1 内部传输损耗对量子马赫-曾德尔干涉仪灵敏度的影响

将干涉仪内部由简并光学参量放大器与第 2 个 50:50 线性分束器之间的传输损耗记作 L_1 , 用透过率为 $(1-L_1)$ 的分束器来模拟损耗过程, 则:

$$\begin{aligned}\hat{C}'_2 &= \sqrt{1-L_1} \hat{C}_2 + \sqrt{L_1} \hat{C}_0, \\ \hat{D}'_2 &= \sqrt{1-L_1} \hat{D}_2 + \sqrt{L_1} \hat{D}_0,\end{aligned}\quad (25)$$

这里, \hat{C}_0, \hat{D}_0 为由于内部传输损耗 L_1 引入的真空噪声。

当 $\varphi = \pi + \delta$, $\delta \ll 1$ 时, 考虑内部传输损耗时, 量子马赫-曾德尔干涉仪的信噪比为:

$$R_2' = \frac{2(1-L_1)(I_{PS}^{\text{NL}} - g^2)\delta^2}{1 + (1-L_1)[(G-g)^2 - 1]}.\quad (26)$$

与相同相敏场强下的线性马赫-曾德尔干涉仪(公式(17))相比, 信噪比增强

$$(1-L_1) \left[\frac{1 + (1-L_1)[(G-g)^2 - 1]}{(1-L_1)/L_1} \right] \approx (1-L_1)/L_1, \quad g^2 \gg 1.$$

因此, 量子马赫-曾德尔干涉仪信噪比的增强幅度受干涉仪内部损耗 L_1 的限制。

2.3.2 外部损耗对非线性迈克耳逊干涉仪灵敏度的影响

干涉仪外部损耗包括传输损耗、干涉仪的干涉效率和探测器的量子效率; 将外部总损耗记为 L_2 , 同样用透过率为 $(1-L_2)$ 的分束器来模拟, 则输出端为:

$$\hat{b}_2^{\text{out}'} = \sqrt{1-L_2} (\hat{D}_2 e^{i\varphi} + \hat{C}_2) / \sqrt{2} + \sqrt{L_2} \hat{E}_0, \quad (27)$$

其中, \hat{E}_0 为干涉仪外部的光学损耗 L_2 引入的真空噪声。

当 $\varphi = \pi + \delta$, $\delta \ll 1$ 时, 考虑外部总损耗时, 量子马赫-曾德尔干涉仪的信噪比为:

$$R_2' = \frac{2(1-L_2)(I_{PS}^{\text{NL}} - g^2)\delta^2}{1 + (1-L_2)[(G-g)^2 - 1]}.\quad (28)$$

显然, 量子马赫-曾德尔干涉仪信噪比的增强幅度同样受干涉仪外部损耗 L_2 的限制。实验条件下有损的量子马赫-曾德尔干涉仪的信号和噪声功率如图 3 所示。

在实验条件下, 量子马赫-曾德尔干涉仪与相同相敏光场强度下的线性马赫-曾德尔干涉仪相比, 噪声水平降低 5.57 dB, 信噪比提升了

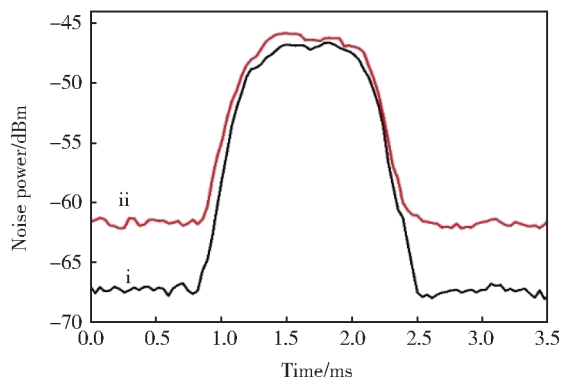


图3 基于光学参量放大的干涉仪输出场在分析频率2 MHz处的信号和噪声功率^[39]

Fig. 3 The signal and noise levels measured at the output field of OPA-based interferometer at an analysis frequency of 2 MHz^[39]

4.86 dB; 由于干涉仪内外部损耗的影响, 信噪比的增强值小于噪声水平降低的值。

因此, 非线性迈克尔逊干涉仪由于其工作在真空噪声水平, 对外部损耗不敏感。量子马赫-曾德尔干涉仪可以用于测量淹没于真空噪声水平的微弱信号。

3 结论

基于光学参量放大器的量子干涉仪在精密相位测量方面比传统的线性干涉仪有更好的灵敏度。两种量子干涉仪各有优势: 非线性迈克尔逊干涉仪可以将噪声保持在真空噪声的水平, 只将信号增强使灵敏度突破标准量子噪声极限; 相位测量的增强因数不受干涉仪外部损耗的限制, 只受干涉仪内部损耗的限制。量子马赫-曾德尔干涉仪, 增强了相敏光场强度的同时将噪声降低至真空噪声之下从而使灵敏度突破标准量子噪声极限, 可以测量淹没于量子噪声的微弱信号。这两种量子干涉仪可以结合量子技术进一步提高它们的灵敏度, 例如, 将压缩态输入到干涉仪的闲置端口可以提高灵敏度, 为实用化的量子精密测量的实现提供了可能。

参考文献:

[1] EINSTEIN A. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie[J]. *Ann Phys*, 1916, **49**: 769. DOI: org/10.1002/andp.19163540702

[2] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, *et al.* Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger[J]. *Phys Rev Lett*, 2016, **116**(6): 061102. DOI:

10.1103/PhysRevLett.116.061102.

[3] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, *et al.* GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral[J]. *Phys Rev Lett*, 2017, **119**(16): 161101. DOI:10.1103/PhysRevLett.119.161101.

[4] TAYLOR M A, JANOUSEK J, DARIA V, *et al.* Subdiffraction-limited Quantum Imaging within a Living Cell [J]. *Phys Rev X*, 2014, **4**: 011017. DOI:10.1103/physrevx.4.011017.

[5] MASON D, CHEN J X, ROSSI M, *et al.* Continuous Force and Displacement Measurement below the Standard Quantum Limit[J]. *Nat Phys*, 2019, **15**(8): 745-749. DOI:10.1038/s41567-019-0533-5.

[6] CAVES C M. Quantum-mechanical Noise in an Interferometer[J]. *Phys Rev D*, 1981, **23**(8): 1693-1708. DOI: 10.1103/physrevd.23.1693.

[7] BONDURANT R S, SHAPIRO J H. Squeezed States in Phase-sensing Interferometers [J]. *Phys Rev D*, 1984, **30**: 2548. DOI: 10.1103/PhysRevD.30.2548

[8] NAGATA T, OKAMOTO R, O'BRIEN J L, *et al.* Beating the Standard Quantum Limit with Four-entangled Photons[J]. *Science*, 2007, **316**(5825): 726-729. DOI: 10.1126/science.1138007.

[9] XIANG G Y, HIGGINS B L, BERRY D W, *et al.* Entanglement-enhanced Measurement of a Completely Unknown Optical Phase[J]. *Nat Photon*, 2011, **5**(1): 43-47. DOI:10.1038/nphoton.2010.268.

[10] MCKENZIE K, SHADDOCK D A, MCCLELLAND D E, *et al.* Experimental Demonstration of a Squeezing-enhanced Power-recycled Michelson Interferometer for Gravitational Wave Detection[J]. *Phys Rev Lett*, 2002, **88**(23): 231102. DOI:10.1103/physrevlett.88.231102.

[11] GODA K, MIYAKAWA O, MIKHAILOV E E, *et al.* A Quantum-enhanced Prototype Gravitational-wave Detector[J]. *Nat Phys*, 2008, **4**(6): 472-476. DOI: 10.1038/nphys920.

[12] EBERLE T, STEINLECHNER S, BAUCHROWITZ J, *et al.* Quantum Enhancement of the Zero-area Sagnac Interferometer Topology for Gravitational Wave Detection[J]. *Phys Rev Lett*, 2010, **104**(25): 251102. DOI: 10.1103/physrevlett.104.251102.

[13] AASI J, ABADIE J, ABBOTT B P, *et al.* Enhanced Sensitivity of the LIGO Gravitational Wave Detector by Using Squeezed States of Light[J]. *Nat Photonics*, 2013, **7**: 613-619. DOI:10.1038/NPHOTON.2013.177.

[14] TSE M, YU H, KIJBUNCHOON N, *et al.* Quantum-enhanced Advanced LIGO Detectors in the Era of Gravitational-wave Astronomy[J]. *Phys Rev Lett*, 2019, **123**(23): 231107. DOI:10.1103/physrevlett.123.231107.

[15] ACERNESE F, AGATHOS M, AIELLO L, *et al.* Increasing the Astrophysical Reach of the Advanced *Virgo* Detector via the Application of Squeezed Vacuum

- States of Light[J]. *Phys Rev Lett*, 2019, **123**(23): 231108. DOI:10.1103/physrevlett.123.231108.
- [16] SLUSSARENKO S, WESTON M M, CHRZANOWSKI H M, *et al.* Unconditional Violation of the Shot-noise Limit in Photonic Quantum Metrology[J]. *Nat Photon*, 2017, **11**(11): 700–703. DOI:10.1038/s41566-017-0011-5.
- [17] ZHANG L J, DATTA A, WALMSLEY I A. Precision Metrology Using Weak Measurements[J]. *Phys Rev Lett*, 2015, **114**(21): 210801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.114.210801.
- [18] CHEN G, ZHANG L J, ZHANG W H, *et al.* Achieving Heisenberg-scaling Precision with Projective Measurement on Single Photons[J]. *Phys Rev Lett*, 2018, **121**(6): 060506. DOI:10.1103/PhysRevLett.121.060506.
- [19] WANG W, WU Y, MA Y, *et al.* Heisenberg-limited Single-mode Quantum Metrology in a Superconducting Circuit[J]. *Nat Commun*, 2019, **10**(1): 4382. DOI: 10.1038/s41467-019-12290-7.
- [20] HOU Z B, WANG R J, TANG J F, *et al.* Control-enhanced Sequential Scheme for General Quantum Parameter Estimation at the Heisenberg Limit[J]. *Phys Rev Lett*, 2019, **123**(4): 040501. DOI: 10.1103/physrevlett.123.040501.
- [21] PEZZÉ L, SMERZI A. Mach-Zehnder Interferometry at the Heisenberg Limit with Coherent and Squeezed-vacuum Light[J]. *Phys Rev Lett*, 2008, **100**(7): 073601. DOI:10.1103/PhysRevLett.100.073601.
- [22] ANISIMOV P M, RATERMAN G M, CHIRUVELLI A, *et al.* Quantum Metrology with Two-mode Squeezed Vacuum: Parity Detection Beats the Heisenberg Limit [J]. *Phys Rev Lett*, 2010, **104**(10): 103602. DOI: 10.1103/PhysRevLett.104.103602.
- [23] YURKE B, MCCALL S L, KLAUDER J R. SU(2) and SU(1, 1) Interferometers[J]. *Phys Rev A Gen Phys*, 1986, **33**(6): 4033–4054. DOI:10.1103/physreva.33.4033.
- [24] PLICK W N, DOWLING J P, AGARWAL G S. Coherent-light-boosted, Sub-shot Noise, Quantum Interferometry[J]. *New J Phys*, 2010, **12**(8): 083014. DOI: 10.1088/1367-2630/12/8/083014.
- [25] OU Z Y. Enhancement of the Phase-measurement Sensitivity beyond the Standard Quantum Limit by a Nonlinear Interferometer[J]. *Phys Rev A*, 2012, **85**(2): 023815. DOI:10.1103/physreva.85.023815.
- [26] MANCEAU M, LEUCHS G, KHALILI F, *et al.* Detection Loss Tolerant Supersensitive Phase Measurement with an SU(1, 1) Interferometer[J]. *Phys Rev Lett*, 2017, **119**(22): 223604. DOI:10.1103/PhysRevLett.119.223604.
- [27] COELHO A S, BARBOSA F A S, CASSEMIRO K N, *et al.* Three-color Entanglement[J]. *Science*, 2009, **326**(5954): 823–826. DOI:10.1126/science.1178683.
- [28] ROSLUND J, DE ARAÚJO R M, JIANG S F, *et al.* Wavelength-multiplexed Quantum Networks with Ultrafast Frequency Combs[J]. *Nat Photon*, 2014, **8**(2): 109–112. DOI:10.1038/nphoton.2013.340.
- [29] CHEN M R, MENICUCCI N C, PFISTER O. Experimental Realization of Multipartite Entanglement of 60 Modes of a Quantum Optical Frequency Comb[J]. *Phys Rev Lett*, 2014, **112**(12): 120505. DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.120505.
- [30] YAN Z H, WU L, JIA X J, *et al.* Establishing and Storing of Deterministic Quantum Entanglement among Three Distant Atomic Ensembles[J]. *Nat Commun*, 2017, **8**: 718. DOI:10.1038/s41467-017-00809-9.
- [31] ZHOU Y Y, YU J, YAN Z H, *et al.* Quantum Secret Sharing among Four Players Using Multipartite Bound Entanglement of an Optical Field[J]. *Phys Rev Lett*, 2018, **121**(15): 150502. DOI:10.1103/PhysRevLett.121.150502.
- [32] HUOMR, QIN J L, CHENG J L, *et al.* Deterministic Quantum Teleportation through Fiber Channels[J]. *Sci Adv*, 2018, **4**(10): eaas9401. DOI:10.1126/sciadv.aas9401.
- [33] ASAVANANT W, SHIOZAWA Y, YOKOYAMA S, *et al.* Generation of Time-domain-multiplexed Two-dimensional Cluster State[J]. *Science*, 2019, **366**(6463): 373–376. DOI:10.1126/science.aay2645.
- [34] LARSEN M V, GUO X S, BREUM C R, *et al.* Deterministic Generation of a Two-dimensional Cluster State [J]. *Science*, 2019, **366**(6463): 369–372. DOI:10.1126/science.aay4354.
- [35] BOURDAKOS K N, XU D Y, JOHNSON P B, *et al.* A Synchronisation Free, Versatile Optical Parametric Amplifier as a Low Cost Light Source for Multiphoton Imaging[M]. *Nonlinear Optics 2021 NF1B*. 1. DOI: 10.1364/NLO.2021.NF1B.1.
- [36] MARC J, NAYARA J, CARSTEN L, *et al.* Quasi-static Optical Parametric Amplification[J]. *Optica*, 2022, **9**(3): 273–279. DOI:10.1364/OPTICA.442550.
- [37] VITELLIC, SPAGNOLON, TOFFOLIL, *et al.* Enhanced Resolution of Lossy Interferometry by Coherent Amplification of Single Photons[J]. *Phys Rev Lett*, 2010, **105**(11): 113602. DOI:10.1103/PhysRevLett.105.113602.
- [38] 左小杰, 孙颖榕, 闫智辉, 等. 高灵敏度的量子迈克尔孙干涉仪[J]. *物理学报*, 2018, **67**(13): 308–315. DOI: 10.7498/aps.67.20172563.
- ZUO X J, SUN Y R, YAN Z H, *et al.* High Sensitivity Quantum Michelson Interferometer[J]. *Acta Phys Sin*, 2018, **67**(13): 308–315. DOI:10.7498/aps.67.20172563.
- [39] ZUO X J, YAN Z H, FENG Y N, *et al.* Quantum Interferometer Combining Squeezing and Parametric Amplification[J]. *Phys Rev Lett*, 2020, **124**(17): 173602. DOI:10.1103/physrevlett.124.173602.