

# 连续变量 Einstein-Podolsky-Rosen 纠缠态光场在 光纤信道中分发时纠缠的鲁棒性\*

赵豪<sup>1)</sup> 冯晋霞<sup>1)2)†</sup> 孙婧可<sup>1)</sup> 李渊骥<sup>1)2)</sup> 张宽收<sup>1)2)</sup>

1) (山西大学光电研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

2) (山西大学, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2021 年 12 月 23 日收到; 2022 年 1 月 20 日收到修改稿)

Einstein-Podolsky-Rosen 纠缠态光场是实现基于光纤的连续变量量子信息处理的重要量子光源, 其在光纤信道分发时会与信道相互作用发生解纠缠, 影响量子信息处理的性能. 本文利用部分转置正定判据分析了 Einstein-Podolsky-Rosen 纠缠态光场在单通道和双通道光纤信道分发方案中, 其初始态的关联正交分量对称性、模式对称性、纯度和光纤信道额外噪声对传输距离、纠缠态光场的纠缠特性及鲁棒性的影响. 在单通道和双通道方案中, 光纤信道的额外噪声都会引起纠缠态光场的解纠缠, 随着噪声的增大, 传输距离迅速减小. 要保持 Einstein-Podolsky-Rosen 纠缠态光场在光纤损耗信道中的纠缠鲁棒性, 双通道方案比单通道方案对初始态的关联正交分量对称性和纯度方面的要求更为苛刻. 而且单光纤噪声通道分发方案对模式对称性参数不敏感, 模式对称性参数变化不会引起解纠缠, 也不影响最大传输距离和纠缠鲁棒性特征; 在双光纤噪声通道分发时, 模式不对称参数降低会减小最大传输距离, 并出现纠缠突然死亡.

**关键词:** 连续变量 Einstein-Podolsky-Rosen 纠缠态光场, 光纤信道, 鲁棒性, 解纠缠**PACS:** 42.50.-p, 03.67.Mn**DOI:** 10.7498/aps.71.20212380

## 1 引言

连续变量量子纠缠态光场以其可以确定性产生、效率高的特点而被广泛应用于量子信息处理、量子通信网络及量子精密测量等领域<sup>[1-3]</sup>. Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) 纠缠态光场作为一种两组份的量子纠缠态光场, 是以上量子协议和方案中采用的重要量子光源<sup>[4-6]</sup>. 而在这些协议或方案中, EPR 纠缠态光场不可避免地会与环境相互作用引起解纠缠甚至纠缠突然死亡 (entanglement sudden death, ESD). 连续变量 EPR 纠缠态光场对环境损耗敏感, 会影响到量子协议的实现. 因而

研究连续变量 EPR 纠缠态光场与环境相互作用时的纠缠动力学过程, 在实际应用中尤为重要.

任何量子系统都不可避免与周围环境有相互作用, 这样的系统就是开放量子系统. 开放量子系统的纠缠动力学过程一直是该领域的研究热点之一. 2004 年, 美国罗切斯特大学的 Yu 和 Eberly<sup>[7]</sup>发现在两原子系统中纠缠可以在有限的时间内完全消失, 这种现象被称为 ESD. 之后, 他们<sup>[8]</sup>进一步发现并不是所有量子态都会发生 ESD, 它依赖于量子系统的初始状态. 2007 年, 巴西里约热内卢联邦大学的 Almeida 等<sup>[9]</sup>利用全光学装置证实了即使每个系统的环境诱导的衰减是渐近的, 量子纠缠也会发生 ESD. 西班牙巴塞罗那大学的 Vidal

\* 国家自然科学基金 (批准号: 62175135) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: fengjx@sxu.edu.cn

和 Tarrach<sup>[10]</sup> 提出了纠缠鲁棒性的概念, 用于评估量子系统中纠缠稳定性的保持能力. 2009 年, 巴西圣保罗大学的 Ceolho 和 Barbosa 等与他们德国马普所的合作者在理论和实验上研究了在连续变量系统中两组份和三组份纠缠的解纠缠<sup>[11,12]</sup>, 并对两组份 EPR 纠缠在理想损耗通道的纠缠鲁棒性做出了详细分析<sup>[13]</sup>. 2017 年, 山西大学邓晓玮等<sup>[14]</sup> 研究了三组份 Greenberger-Horne-Zeilinger 纠缠态光场在自由空间信道中的解纠缠行为. 2021 年, 该研究小组又研究了 EPR 量子导引在自由空间信道的 ESD 现象<sup>[15]</sup>. 以上两项工作中的噪声信道采用电光调制器为光场加入额外噪声起伏的方式模拟完成. 相比较于自由空间信道, 光纤信道可以与现有的经典光纤通信系统高度兼容, 成本也较低, 是构建城域量子通信网络的最佳选择<sup>[16-18]</sup>. 关于光纤信道与连续变量量子纠缠相互作用的动力学过程的研究是重要且必要的. 光纤信道并非理想损耗通道, 信道中除了真空起伏引起的损耗外还存在额外噪声, 因此称之为光纤噪声通道<sup>[19,20]</sup>. 到目前为止, 关于 EPR 量子纠缠态光场在光纤噪声信道中分发时的解纠缠及纠缠鲁棒性等纠缠动力学方面的研究未见报道.

本文首先分析了连续变量 EPR 纠缠态光场在光纤信道中分发的方案, 并比较了分别在双通道和单通道方案中, EPR 纠缠态光场与光纤信道相互作用时的纠缠动力学过程及其鲁棒性, 研究了 EPR 纠缠态光场的初始态关联正交分量对称性、模式对称性、纯度及光纤信道额外噪声对传输距离、EPR 纠缠态光场的解纠缠特性及鲁棒性的影响.

## 2 理论分析

EPR 纠缠态光场在光纤信道中分发传输的方案如图 1 所示, 图 1(a) 表示 Charlie 处有一个 EPR 纠缠源, Charlie 采用两个光纤信道分别将纠缠光束 a 和 b 发送给 Alice 和 Bob, 称之为双通道方案. 图 1(b) 表示 Charlie 处有 1 个 EPR 纠缠源, Charlie 与 Alice 处于本地, Alice 保留纠缠光束 a, Charlie 采用单个光纤信道将纠缠光束 b 发送给 Bob, 称之为单通道方案.

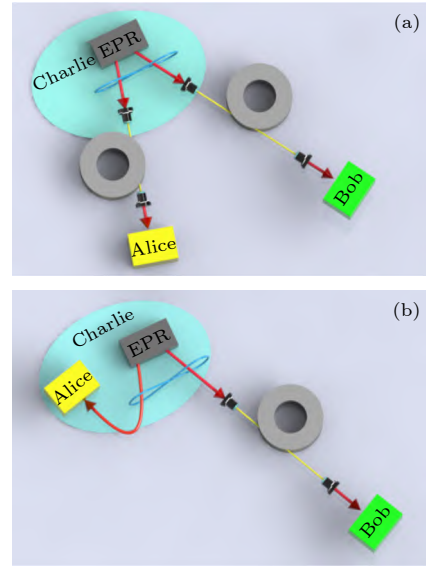


图 1 EPR 纠缠态光场在光纤信道的分发方案 (a) 双通道方案; (b) 单通道方案

Fig. 1. Distribution scheme of EPR entangled state over optical fiber: (a) Dual-channel scheme; (b) single-channel scheme.

EPR 纠缠态光场的协方差矩阵为

$$\sigma = \begin{pmatrix} \langle \delta \hat{X}_a^2 \rangle & 0 & \langle \delta \hat{X}_a \delta \hat{X}_b \rangle & 0 \\ 0 & \langle \delta \hat{Y}_a^2 \rangle & 0 & -\langle \delta \hat{Y}_a \delta \hat{Y}_b \rangle \\ \langle \delta \hat{X}_a \delta \hat{X}_b \rangle & 0 & \langle \delta \hat{X}_b^2 \rangle & 0 \\ 0 & -\langle \delta \hat{Y}_a \delta \hat{Y}_b \rangle & 0 & \langle \delta \hat{Y}_b^2 \rangle \end{pmatrix}, \quad (1)$$

其中,  $\hat{X}_{a(b)}$ ,  $\hat{Y}_{a(b)}$  分别表示 EPR 纠缠光束 a(b) 的正交振幅分量和正交相位分量, 可以表示为  $\hat{X}_a = (\hat{a}^+ + \hat{a})$ ,  $\hat{Y}_a = i(\hat{a}^+ - \hat{a})$ ,  $\hat{X}_b = (\hat{b}^+ + \hat{b})$ ,  $\hat{Y}_b = i(\hat{b}^+ - \hat{b})$ . 这里  $\hat{a}^+$ ,  $\hat{b}^+$  和  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$  分别表示纠缠光束 a, b 光学模式的产生算符和湮灭算符;  $\langle \delta \hat{X}_{a(b)}^2 \rangle$ ,  $\langle \delta \hat{Y}_{a(b)}^2 \rangle$  表示

纠缠光束 a(b) 的正交振幅分量和正交相位分量的起伏方差.

在双通道方案中, EPR 纠缠光束 a 和 b 分别在光纤信道分发, 光纤信道中由于损耗会引入真空噪声  $\hat{v}$ . 在量子协议中, EPR 纠缠态光场传输时一

般需要携带与其频率相同且相位一致的本底振荡 (local oscillator, LO) 光, 以便 EPR 纠缠态光场来检测和应用. EPR 纠缠态光场与 LO 光一般以偏振复用的方式耦合进入光纤, 又由于 LO 光的功率一般较 EPR 纠缠态光场的功率强 1—2 个数量级, 因此它会与光纤中的声子相互作用产生声导波布里渊散射 (guided acoustic wave Brillouin scattering, GAWBS), 引起光纤信道中的布里渊散射场  $\hat{a}_G$ . 经过光纤信道传输后的纠缠光束分别记为  $a'$  和  $b'$ , 其光学模式分别可以写为

$$\begin{aligned}\hat{a}' &= \sqrt{\eta_a}\hat{a} + \sqrt{1-\eta_a}\hat{a}_{G_a} + \sqrt{1-\eta_a}\hat{v}, \\ \hat{b}' &= \sqrt{\eta_b}\hat{b} + \sqrt{1-\eta_b}\hat{a}_{G_b} + \sqrt{1-\eta_b}\hat{v},\end{aligned}\quad (2)$$

式中,  $\eta_{a(b)}$  表示纠缠光束  $a(b)$  在光纤信道中的总的传输效率,  $\eta_{a(b)} = T10^{-\alpha L_{a(b)}/10}$ , 其中  $T$  表示光纤的耦合效率,  $L_{a(b)}$  表示纠缠光束  $a(b)$  在光纤信道中的传输距离,  $\alpha$  为光纤传输损耗系数;  $\hat{a}_{G_{a(b)}}$  表示纠缠光束  $a(b)$  在光纤信道中传输时由 GAWBS 现象引入的布里渊散射场. EPR 纠缠光束  $a$  和  $b$  的正交振幅和相位分量起伏分别表示为  $\delta\hat{X}_{a(b)}$  和  $\delta\hat{Y}_{a(b)}$ , 光纤信道中由损耗引入的真空噪声起伏分量分别为  $\delta\hat{X}_V$  和  $\delta\hat{Y}_V$ , 光纤中 GAWBS 效应引入的额外噪声起伏分量为  $\delta\hat{X}_{G_{a(b)}}$  和  $\delta\hat{Y}_{G_{a(b)}}$ . 因此, 经过光纤信道传输后的 EPR 纠缠光束  $a'$  和  $b'$  的正交振幅分量起伏  $\delta\hat{X}_{a'(b')}$  和正交相位分量起伏  $\delta\hat{Y}_{a'(b')}$  分别可以表示为

$$\begin{aligned}\delta\hat{X}_{a'(b')} &= \sqrt{\eta_{a(b)}}\delta\hat{X}_{a(b)} + \sqrt{1-\eta_{a(b)}}\delta\hat{X}_{G_{a(b)}} \\ &\quad + \sqrt{1-\eta_{a(b)}}\delta\hat{X}_V, \\ \delta\hat{Y}_{a'(b')} &= \sqrt{\eta_{a(b)}}\delta\hat{Y}_{a(b)} + \sqrt{1-\eta_{a(b)}}\delta\hat{Y}_{G_{a(b)}} \\ &\quad + \sqrt{1-\eta_{a(b)}}\delta\hat{Y}_V.\end{aligned}\quad (3)$$

单通道方案中, EPR 纠缠光束  $a$  保留在本地, 纠缠光束  $b$  在光纤信道分发, 此时  $\eta_a = 1$ .

1) 初始 EPR 纠缠光束是一个理想的双模压缩态. 可以用  $r$  表示其压缩因子. 因此, EPR 纠缠光束的协方差矩阵公式 (1) 又可以表示为

$$\sigma = \begin{pmatrix} s & 0 & c & 0 \\ 0 & s & 0 & -c \\ c & 0 & s & 0 \\ 0 & -c & 0 & s \end{pmatrix}, \quad (4)$$

其中协方差矩阵中的元素可以表示为  $s = (e^{-2r} + e^{2r})/2$ ,  $c = (e^{2r} - e^{-2r})/2$ .

理想的双模压缩态光场经过光纤传输后的协

方差矩阵可以写为

$$\sigma' = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{C} \\ \mathbf{C}^\top & \mathbf{B} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

其中  $\mathbf{A} = [\eta_a s + (1 - \eta_a)(W_a + 1)]\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{B} = [\eta_b s + (1 - \eta_b)(W_b + 1)]\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{C} = \sqrt{\eta_a \eta_b} c \mathbf{Z}$  分别表示经过光纤传输以后 EPR 纠缠光束  $a'$  和  $b'$  各自的协方差矩阵以及两光束之间的关联矩阵.  $\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ .  $W_{a(b)}$  表示 LO 光在光纤中由于激发 GAWBS 效应而引起的额外噪声,  $W_{a(b)} = \langle \delta\hat{X}_{G_{a(b)}}^2 \rangle = \langle \delta\hat{Y}_{G_{a(b)}}^2 \rangle = \eta_{a(b)} P_{LO} \varepsilon L_{a(b)}$ , 其中  $P_{LO}$  表示耦合进入光纤中的 LO 光的功率,  $\varepsilon$  为光纤中的布里渊散射系数.

根据 (5) 式的协方差矩阵, 计算经过光纤传输后的 EPR 纠缠态光场的部分转置正定 (positive partial transposition, PPT) 判据, 它是连续变量量子纠缠的充分必要判据 [21].

$$W_{\text{PPT}} = \sqrt{\frac{1}{2}(\Gamma - \sqrt{\Gamma^2 - 4\det\sigma'})}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned}\Gamma &= \det\mathbf{A} + \det\mathbf{B} - 2\det\mathbf{C} \\ &= [\eta_a s + (1 - \eta_a)(W_a + 1)]^2 \\ &\quad + [\eta_b s + (1 - \eta_b)(W_b + 1)]^2 + 2\eta_a \eta_b c^2,\end{aligned}\quad (7)$$

$$\begin{aligned}\det\sigma' &= \{[\eta_a s + (1 - \eta_a)(W_a + 1)] \\ &\quad \times [\eta_b s + (1 - \eta_b)(W_b + 1)] - \eta_a \eta_b c^2\}^2.\end{aligned}\quad (8)$$

当  $W_{\text{PPT}} < 1$  时, 经过光纤传输后的 EPR 纠缠态光场的两个模存在纠缠, 此时 EPR 纠缠态在光纤信道中具有鲁棒性, 不会发生解纠缠现象. 因此, 通过 PPT 值可以衡量 EPR 纠缠态光场经过光纤信道传输后其纠缠特性及鲁棒性的变化情况. 光纤信道可以分为只有损耗没有额外噪声的光纤损耗信道和有损耗、额外噪声  $W_{a(b)}$  存在的噪声信道. 而初始纠缠态光场的鲁棒特性是可以产生的初始纠缠态光场的两个模式在任意光纤传输距离下均会保持纠缠特性, 即对  $\forall L_{a(b)}$ ,  $W_{\text{PPT}}(L_a, L_b) < 1$  来判断, 此时为完全鲁棒态; 除了完全鲁棒态区域, 对于任意单个模式在任意光纤传输距离下保持纠缠特性, 即对  $\forall L_{a(b)}$ ,  $W_{\text{PPT}}(L_{a(b)}, L_{b(a)} = 0) < 1$ , 则为部分鲁棒态; 对于单个模式或两个模式在光纤中传输到一定距离时, 即在部分损耗下出现解纠缠, 则为脆弱态; 当初始态可分离时, 它在光纤传输中

自然保持着可分离的状态, 则为可分态.

2) 初始 EPR 纠缠光束是关联正交分量不对称的非纯态双模压缩. 通常实验制备的 EPR 纠缠光束会由于产生过程中存在声子噪声等非关联噪声, 导致纠缠态的两个关联正交分量非对称性而且其纯度不纯等特征, 这类 EPR 纠缠光束与理想的双模压缩态在光纤信道中传输时的纠缠动力学演化并不相同.

纠缠态的两个关联正交分量具有非对称性, 于是 EPR 纠缠光束的协方差矩阵公式 (1) 中的子矩阵可以表示为  $\sigma_{ab} = \begin{pmatrix} \kappa\gamma & 0 \\ 0 & -\gamma \end{pmatrix}$ , 其中  $\gamma = (e^{2r} + \delta - e^{-2r})/2$ ,  $\delta$  即由经典的非关联噪声引起的附加项.  $\kappa$  值的变化范围从 0 到 1, 表示纠缠态的两个关联正交分量的非对称性. 当  $\kappa = 1$  时, 表示纠缠态的两个正交分量之间具有完全对称性. EPR 纠缠态纯度的定义为:  $\mu = e^{2r} / (e^{2r} + \delta)$ ,  $\mu = 1$  时表示系统不存在非关联噪声, 此时 EPR 纠缠光束纯度最大. 因此, 关联正交分量不对称且非纯态 EPR 纠缠态光场的协方差矩阵可以表示为

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & \kappa\gamma & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & -\gamma \\ \kappa\gamma & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 & \alpha \end{pmatrix}, \quad (9)$$

其中  $\alpha = (e^{-2r} + e^{2r} + \delta)/2$ .

该纠缠态光场经过光纤传输后的协方差矩阵可以写为

$$\sigma'_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_1^\top & \mathbf{B}_1 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{A}_1 = [\eta_a\alpha + (1 - \eta_a)(W_a + 1)]\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{B}_1 = [\eta_b\alpha + (1 - \eta_b)(W_b + 1)]\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{C}_1 = \sqrt{\eta_a\eta_b}\gamma \begin{pmatrix} \kappa & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  分别表示经过光纤信道传输以后 EPR 纠缠光束 a' 和 b' 各自的协方差矩阵以及两光束之间的关联矩阵.

根据 (10) 式表示的协方差矩阵, 可计算出经过光纤传输后的 EPR 纠缠态光场的 PPT 值为

$$W_{\text{PPT}_1} = \sqrt{\frac{1}{2}(\Gamma_1 - \sqrt{\Gamma_1^2 - 4\det\sigma'_1})}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \det\mathbf{A}_1 + \det\mathbf{B}_1 - 2\det\mathbf{C}_1 \\ &= [\eta_a\alpha + (1 - \eta_a)(W_a + 1)]^2 \\ &\quad + [\eta_b\alpha + (1 - \eta_b)(W_b + 1)]^2 + 2\eta_a\eta_b\kappa\gamma^2, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \det\sigma'_1 &= \{[\eta_a\alpha + (1 - \eta_a)(W_a + 1)] \\ &\quad \times [\eta_b\alpha + (1 - \eta_b)(W_b + 1)] - \eta_a\eta_b\kappa^2\gamma^2\} \\ &\quad \times \{[\eta_a\alpha + (1 - \eta_a)(W_a + 1)] \\ &\quad \times [\eta_b\alpha + (1 - \eta_b)(W_b + 1)] - \eta_a\eta_b\gamma^2\}. \end{aligned} \quad (13)$$

通过设置初始纠缠态光场的关联正交分量的非对称性参数  $\kappa$  和纠缠纯度  $\mu$ , 可以模拟输入光纤信道的初始 EPR 纠缠态光场类型不同时, 其在光纤信道中的纠缠动力学演化特性及对信道的鲁棒性. 当  $W_{\text{PPT}_1}$  小于 1 时, 表明 EPR 纠缠态经过光纤信道传输后具有鲁棒性, 没有发生解纠缠现象. 通过设置  $\eta_a$  和  $\eta_b$  的取值, 可比较其在单通道方案 ( $\eta_a \leq 1, \eta_b = 1$ ) 和双通道方案 ( $\eta_a \leq 1, \eta_b \leq 1$ ) 中的解纠缠行为、鲁棒性特征随着光纤信道传输距离的动力学演化过程.

3) 初始 EPR 纠缠光束是模式间不对称的双模压缩态. 模式间的不对称主要是 EPR 纠缠光束的两个模 (a 模和 b 模) 之间引入的经典损耗不同所导致的, 这种不对称的特征较为常见, 甚至在有些量子协议中需要对 EPR 纠缠光束中的一束进行操控, 从而引起两个模式的不对称, 因此, 有必要讨论初始态模式不对称的 EPR 纠缠光束在光纤中的传输特性. EPR 纠缠态光束模式间的不对称性可以认为是 EPR 纠缠光束中一个模式 a 引入了经典损耗, 因此, 这个模式可以等效为透射率为  $\eta$  的分束器模型. 此时, 初始 EPR 纠缠态光束的协方差矩阵公式可以表示为

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} \eta\alpha + (1 - \eta) & 0 & \sqrt{\eta}\gamma & 0 \\ 0 & \eta\alpha + (1 - \eta) & 0 & -\sqrt{\eta}\gamma \\ \sqrt{\eta}\gamma & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & -\sqrt{\eta}\gamma & 0 & \alpha \end{pmatrix}. \quad (14)$$

该纠缠态光场经过光纤传输后的协方差矩阵可以写为

$$\sigma'_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_2 & \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{C}_2^\top & \mathbf{B}_2 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

其中,  $\mathbf{A}_2 = [\eta_a\eta(\alpha - 1) + (1 - \eta_a)W_a + 1]\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{B}_2 = [\eta_b\alpha + (1 - \eta_b)(W_b + 1)]\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{C}_2 = \sqrt{\eta\eta_a\eta_b}\gamma\mathbf{Z}$  分别表示经过光纤传输以后 EPR 纠缠光束 a' 和 b' 各自的协方差矩阵以及两光束之间的关联矩阵.

根据 (15) 式表示的协方差矩阵, 可计算出经过光纤传输后的 EPR 纠缠态光场的 PPT 值为

$$W_{\text{PPT}_2} = \sqrt{\frac{1}{2}(\Gamma_2 - \sqrt{\Gamma_2^2 - 4\det\sigma'_2})}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_2 &= \det\mathbf{A}_2 + \det\mathbf{B}_2 - 2\det\mathbf{C}_2 \\ &= [\eta_a\eta(\alpha - 1) + (1 - \eta_a)W_a + 1]^2 \\ &\quad + [\eta_b\alpha + (1 - \eta_b)(W_b + 1)]^2 \\ &\quad + 2\eta_a\eta_b\gamma^2, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \det\sigma'_2 &= \{[\eta_a\eta(\alpha - 1) + (1 - \eta_a)W_a + 1] \\ &\quad \times [\eta_b\alpha + (1 - \eta_b)(W_b + 1)] \\ &\quad - \eta_a\eta_b\gamma^2\}^2. \end{aligned} \quad (18)$$

通过设置初始纠缠态光场的模式间的非对称性参数  $\eta$ , 模拟当输入光纤信道的初始 EPR 纠缠态光场为模式间的不对称 EPR 纠缠态时, 其在光纤信道中的纠缠动力学演化特性及对信道的鲁棒性. 当  $W_{\text{PPT}_2}$  小于 1 时, 表明 EPR 纠缠态经过光纤信道传输后具有鲁棒性, 没有发生解纠缠现象. 通过方程 (16)–(18), 可以分析该类型 EPR 纠缠态分别经过单通道和双通道光纤信道传输方案后的解纠缠行为、鲁棒性特征随着光纤信道传输距离的动力学演化过程.

### 3 结果及讨论

当初始 EPR 纠缠光束是一个理想的双模压缩

态时, 根据 (6)–(8) 式可以计算 EPR 纠缠光束经过光纤信道传输后的 PPT 值. 由于实验上已经制备出纠缠度为  $-5$  dB 的 EPR 纠缠光束, 之后的理论计算均设置  $-5$  dB 纠缠度的 EPR 纠缠光束为初始态, 以便为后续实验提供依据. EPR 纠缠态的纠缠度为  $-5$  dB, 对应的压缩因子  $r = 0.576$ . 光纤的耦合效率  $T = 0.85$ , 在  $1550$  nm 处的光纤传输损耗系数  $\alpha = 0.2$  dB/km, 根据纠缠光束 a(b) 通过的光纤信道传输距离  $L_{a(b)}$  可以计算出光纤总的传输效率  $\eta_{a(b)}$ , 光纤中布里渊散射系数  $\varepsilon = 0.35$  W $^{-1}$ ·m $^{-1}$ . 由于在光纤信道中传输时, 在相同的传输距离下 LO 光功率是决定光纤信道中额外噪声大小的主要因素, 因此, 本文讨论了在不同 LO 光功率注入光纤信道时 EPR 纠缠态的传输特性, 如图 2 所示.

图 2 中横坐标是纠缠光束 a 和 b 分别通过光纤信道的传输距离  $L_a$  和  $L_b$ , 纵坐标是经过光纤信道传输后 EPR 纠缠态的 PPT 值. 图 2(a) 表示光纤信道中注入 LO 光功率为 0 时的情况, 此时光纤信道可以看作一个理想的损耗信道, 不存在额外噪声. 从图 2(a) 可以看出, 随着光纤信道距离  $L_a$  和  $L_b$  的无限增加, EPR 纠缠光束具有鲁棒性, PPT 值始终小于 1, 不发生解纠缠. 图 2(b)–(d) 分别表示光纤信道中注入 LO 光功率为 0.05, 0.1 与 0.2 mW 时的情况, 此时光纤信道是一个噪声信道,

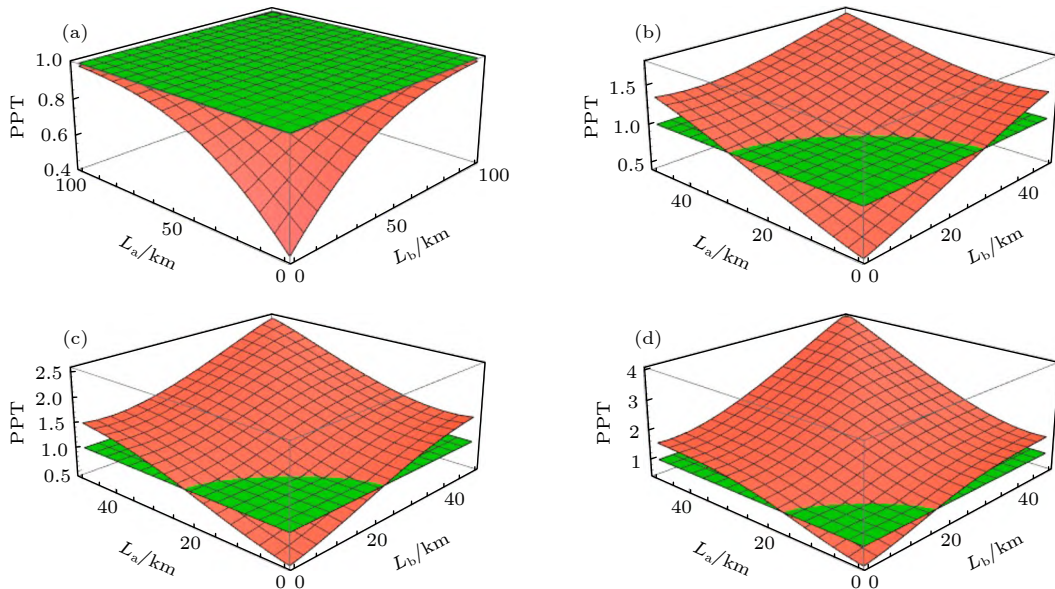


图 2 理想 EPR 纠缠态光场在光纤信道中的传输特性 (a) LO 光功率为 0 mW; (b) LO 光功率为 0.05 mW; (c) LO 光功率为 0.1 mW; (d) LO 光功率为 0.2 mW

Fig. 2. Transmission characteristics of ideal EPR entangled state over optical fiber channel: (a) The power of the LO is 0 mW; (b) the power of the LO is 0.05 mW; (c) the power of the LO is 0.1 mW; (d) the power of the LO is 0.2 mW.

由于信道中存在 LO 光场进而引起了额外噪声. 可以看出, EPR 纠缠态会在光纤噪声信道中传输时会发生解纠缠, 随着 LO 光功率的增加, 发生解纠缠的传输距离减小. 也就是说, EPR 纠缠态在光纤中可传输的距离随着 LO 光功率的增加而迅速减小. 此时讨论的为双通道传输方案, LO 光功率为 0.05, 0.1 与 0.2 mW 时, EPR 纠缠光束在双光纤通道中传输的总距离分别为 40, 29.56 与 21.26 km. 当传输距离继续增加时, EPR 纠缠态发生解纠缠. 根据 (6)—(8) 式也可以计算 EPR 纠缠光束中一束 b 经过光纤信道传输的单通道方案的 PPT 值, 此时  $\eta_a = 1$ . 计算可得, 在单通道方案下, EPR 纠缠光束在光纤损耗信道传输时, EPR 纠缠光束具有鲁棒性, 不发生解纠缠, 与双通道方案保持一致; 在光纤噪声信道传输时, LO 光功率增加为 0.05, 0.1 和 0.2 mW 时, EPR 纠缠光束在光纤中传输距离分别为 30.36, 23.35 和 17.49 km. 在两种方案中, 通过降低 LO 光功率均可实现 EPR 纠缠态在光纤中传输更长的距离. 但在实验中, 并不能无限降低 LO 光功率. 目前, 当 LO 光功率为 0.1 mW 时, 用于探测传输后 EPR 纠缠光束量子起伏特性的平衡零拍探测 (balanced homodyne detection, BHD) 系统相对应散粒噪声基准可以达到高于电子学噪声 10 dB, 此时才会避免电子学噪声对 BHD 系统测量的噪声功率谱产生影响. 继续降低 LO 光功率, 需要更高增益、更低噪声的探测装置.

当初始 EPR 纠缠光束是关联正交分量不对称的非纯态双模压缩态时, 根据 (11)—(13) 式计算了该类 EPR 纠缠光束经过光纤信道传输后的  $W_{PPT_1}$  值, 如图 3 所示. 计算中所用参数除上述提及外, LO

光功率取值为 0.1 mW. 图 3(a) 和图 3(b) 分别表示单通道和双通道传输方案, 横坐标为 EPR 纠缠光束的关联正交分量非对称性参数  $\kappa$ , 纵坐标为 EPR 纠缠光束的纠缠纯度  $\mu$ , 图中不同颜色区域表示在相应的  $\kappa$  和  $\mu$  参数下, EPR 纠缠光束在光纤信道中可以传输的最大传输距离, 此时对应的传输后的 EPR 纠缠光束的  $W_{PPT_1}$  值等于 1. 可以看出, EPR 纠缠光束在两种传输方案中都会发生解纠缠, 且双通道方案传输总距离较长. 当  $\kappa = 1$  时, 表示初始 EPR 纠缠态的关联正交分量相等时, 在两种方案中纠缠纯度的变化对传输距离影响较小; 随着  $\kappa$  值的下降, 纠缠纯度的变化对传输距离的影响越来越大. 由于 LO 光功率在光纤信道引入额外噪声, 此时光纤信道为噪声信道, 在两种传输方案中, EPR 纠缠光束在传输一定距离后均发生解纠缠, 不具有鲁棒性. 当  $\mu = 1$  时, 表示初始 EPR 纠缠态为纯态时, 在两种方案中关联正交分量非对称性的变化对传输距离均有较大的影响; 随着  $\mu$  值的下降,  $\kappa$  值的变化对传输距离影响越来越大. 当  $\mu$  值下降到小于等于 0.6 时, 初始 EPR 纠缠态光场已经为可分态, 不具有纠缠特性.

当初始 EPR 纠缠光束是模式间不对称的双模压缩态时, 根据 (16)—(18) 式计算 EPR 纠缠光束经过光纤信道传输的  $W_{PPT_2}$  值, 研究其模式不对称参数  $\eta$  对 EPR 纠缠光束传输特性的影响, 如图 4 所示. 图 4(a) 和图 4(b) 分别表示单通道和双通道传输方案, 横坐标为光纤传输距离, 纵坐标为 EPR 纠缠光束的不对称参数  $\eta$ , 图中不同颜色区域表示不同的  $W_{PPT_2}$  值, 红色曲线表示  $W_{PPT_2}$  值等于 1.

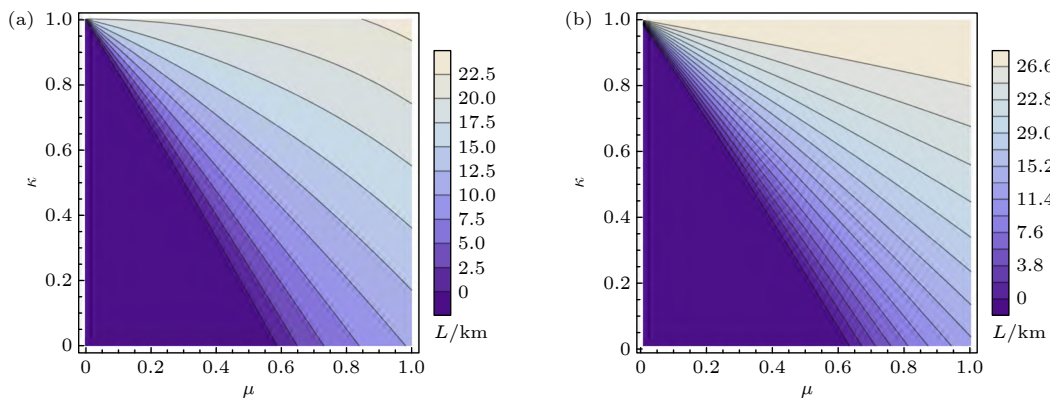


图 3 关联正交分量不对称的 EPR 纠缠态光场在光纤信道中的传输特性 (a) 单光纤通道; (b) 双光纤通道

Fig. 3. Transmission characteristics of EPR entangled state with asymmetric quadratures over optical fiber channel: (a) Single-fiber-channel situation; (b) dual-fiber-channel situation.

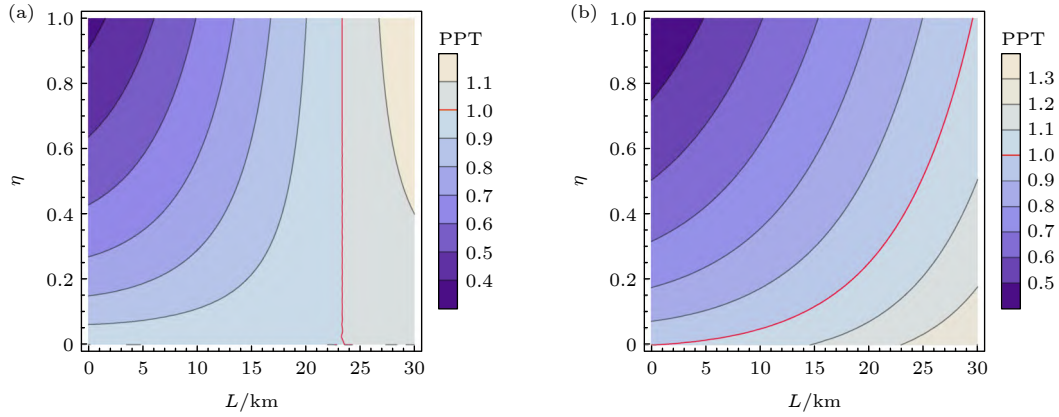


图 4 模式不对称的 EPR 纠缠态光场在光纤信道中的传输特性 (a) 单光纤通道; (b) 双光纤通道

Fig. 4. Transmission characteristics of EPR entangled state with asymmetric modes over optical fiber channel: (a) Single-fiber-channel situation; (b) dual-fiber-channel situation.

从图 4(a) 可以看出, 单通道方案中 EPR 纠缠态光束中的一束在光纤信道中的最大传输距离为 23.35 km, 且最大传输距离并不随着  $\eta$  的变化发生变化. 也就是说, 对 EPR 纠缠态光束保留在本地的一束进行操控并引入透射系数  $\eta$  时, 不会改变另一束的最大传输距离, EPR 纠缠态光束也不会发生解纠缠行为, 但两束光之间的纠缠度会随着  $\eta$  的减小而降低. 图 4(b) 双通道方案中 EPR 纠缠态光束在光纤信道两臂的最大传输总距离为 29.54 km, 但双通道方案中  $W_{PPT_2}$  值对  $\eta$  敏感, 随着  $\eta$  的减小, EPR 纠缠态光束在光纤中的最大传输距离迅速减小, 还会引起 ESD 现象. 因此, 双通道方案尽管传输距离较长, 但是对该类初始 EPR 纠缠态的要求较高. 例如, 当传输距离为 23 km 时, 在双通道方案中,  $W_{PPT_2}$  值随着  $\eta$  的降低而增加, 当  $\eta$  的值降低到 0.387 以下时,  $W_{PPT_2}$  值就大于 1, 发生解纠缠; 而在单通道方案中,  $W_{PPT_2}$  值随着  $\eta$  的降低而增加, 但始终小于 1, 不会发生解纠缠. 这对基于光纤信道传输的长距离点对点的量子通信协议具有重要的意义. 如果在本地操控量子态中的一束, 比如在量子离物态、量子导引等量子协议方案中, 对其中一束量子态进行操控, 从而提高量子离物态或者量子导引的性能, 这时候单通道方案就是一种理想的方案, 对本地的量子态操控不会引起传输距离的减小. 而如果采用双通道方案的话, 对其中一束操控必然会降低其传输距离甚至会引起纠缠突然死亡.

在量子密钥分发方案中, 通常会将本底光与 EPR 纠缠光束通过时分复用等方法耦合进入光纤

信道, 从而可以大幅降低本底光在光纤信道中引入的额外噪声<sup>[22,23]</sup>, 此时可近似认为光纤信道为损耗通道, 于是有  $W_{a(b)} = 0$ . 利用 (11)–(13) 式计算  $W_{PPT_1}(L_a, L_b) < 1, \forall L_{a(b)}$  与  $W_{PPT_1}(L_{a(b)}, L_{b(a)} = 0) < 1, \forall L_{a(b)}$  的情况, 可以计算出在不同  $\kappa$  和  $\mu$  的情况下, 经过任意长度的光纤信道传输后 EPR 纠缠态的纠缠特性演化, 如图 5 所示. 图 5(a) 中区域 I 表示经过任意长度的光纤信道传输的 EPR 纠缠态为完全鲁棒态, 在这个区域内的 EPR 纠缠态光场在单通道方案或双通道方案中均不会发生解纠缠, 与图 2(a) 的结论完全一致. 图 5(a) 中区域 II 表示经过任意长度的光纤信道传输的 EPR 纠缠态为部分鲁棒态, 这个区域内的纠缠态光场在单通道方案中不会发生解纠缠现象, 而在双端通道方案中会发生解纠缠; 图 5(b) 为在区域 II 任取一点 ( $\mu = 0.6, \kappa = 0.4$ ) 时, EPR 纠缠态光场在光纤信道中的传输特性. 从图 5(b) 可以看出, 只是单光纤通道传输时, EPR 纠缠态光场可以在光纤信道中传输而不发生解纠缠, 光纤信道的距离为 100 km, 且继续增加传输距离至  $10^4$  km, EPR 纠缠态光场仍具有鲁棒性, 理论计算表明传输距离可以无限增加但不破坏其鲁棒性; 而在双光纤通道传输时, 传输距离约在几十千米处就发生了解纠缠. 区域 II 的所有点均具有这样的特性, 因此, 区域 II 部分鲁棒态的特性说明单通道方案对初始 EPR 纠缠态的纯度要求更低一些, 并不一定是理想的 EPR 纠缠态才能满足其在光纤信道的鲁棒性传输, 关联正交分量不对称的 EPR 非纯态利用单通道方案也可以实现其在光纤信道的鲁棒性传输. 图 5(a) 中区域 III 表示经过任意长度的光纤信道传输的 EPR 纠缠态为脆弱

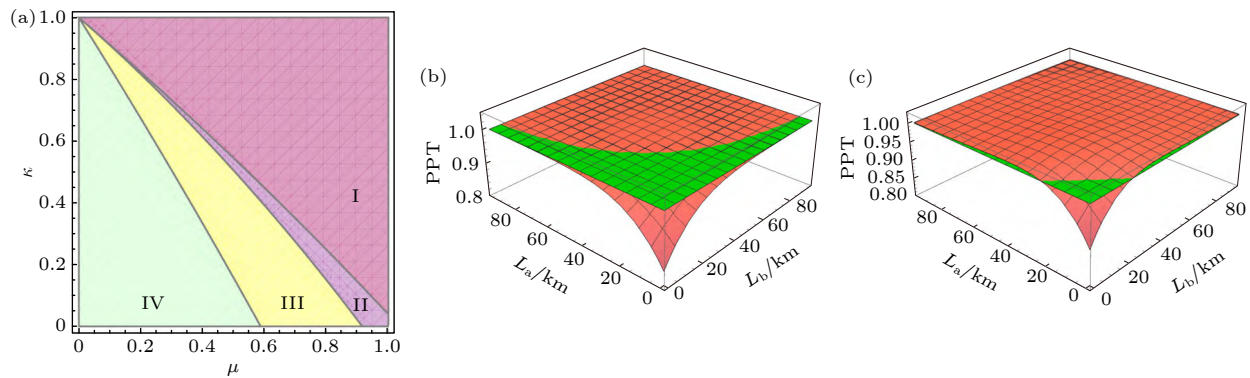


图 5 EPR 纠缠态光场在光纤信道中的鲁棒性 (a)  $0 \leq \mu \leq 1, 0 \leq \kappa \leq 1$ ; (b)  $\mu = 0.6, \kappa = 0.4$ ; (c)  $\mu = 0.6, \kappa = 0.3$

Fig. 5. Robustness of EPR entangled state over optical fiber channel: (a)  $0 \leq \mu \leq 1, 0 \leq \kappa \leq 1$ ; (b)  $\mu = 0.6, \kappa = 0.4$ ; (c)  $\mu = 0.6, \kappa = 0.3$ .

态, 这个区域内的 EPR 纠缠态光场在单通道方案或双通道方案中都会发生解纠缠. 图 5(c) 为在区域 III 任取一点 ( $\mu = 0.6, \kappa = 0.3$ ) 时, EPR 纠缠态光场在光纤信道中的传输特性. 从图 5(c) 可以看出, 在传输距离约 20 km 时, EPR 纠缠态光场就发生解纠缠, 不具有鲁棒性. 区域 III 的所有点均具有这样的特性. 图 5(a) 中区域 IV 表示 EPR 纠缠态为可分态, 当  $\mu$  值下降到小于等于 0.6 时, 初始 EPR 纠缠态光场不管在光纤信道传输与否都是可分态, 不具有纠缠特性.

## 4 结 论

本文研究了连续变量 EPR 纠缠态光场在光纤信道中分发时 EPR 纠缠态光场与光纤信道相互作用时的纠缠动力学过程及其鲁棒性. 分析比较了 3 种类型初始 EPR 纠缠态光场分别在单光纤通道和双光纤通道分发时的不同情况, 从光纤信道传输距离、纠缠态光场的解纠缠特性以及鲁棒性等方面进行讨论. 并研究了光纤信道的额外噪声对纠缠态光场的影响, 在单通道和双通道方案中光纤信道的额外噪声都会引起纠缠态光场的解纠缠, 随着噪声的增大, 传输距离迅速减小. 要保持 EPR 纠缠态光场在光纤损耗信道中的纠缠鲁棒性, 双通道方案比单通道方案对初始态的关联正交分量对称性和纯度方面的要求更为苛刻. 而且单光纤噪声通道分发方案对模式对称性参数不敏感, 模式对称性参数变化不会引起解纠缠, 也不影响最大传输距离和纠缠鲁棒性特征; 在双光纤噪声通道分发时, 模式不对称参数降低会减小最大传输距离, 并出现纠缠突然死亡. 本文的结果为基于光纤连续变量的量子信息处理, 如实现基于光纤的量子通信、构建城域量

子网络等相关工作奠定了基础.

## 参考文献

- [1] Kimble H J 2008 *Nature* **453** 1023
- [2] Weedbrook C, Pirandola S, García-Patrón R, Cerf N J, Ralph T C, Shapiro J H, Lloyd S 2012 *Rev. Mod. Phys.* **84** 621
- [3] Ast M, Steinlechner S, Schnabel R 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 180801
- [4] Furusawa A, Sørensen J L, Braunstein S L, Fuchs C A, Kimble H J, Polzik E S 1998 *Science* **282** 706
- [5] Li X Y, Pan Q, Jing J T, Zhang J, Xie C D, Peng K C 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 047904
- [6] Jing J T, Zhang J, Yan Y, Zhao F G, Xie C D, Peng K C 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 167903
- [7] Yu T, Eberly J H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 140404
- [8] Yu T, Eberly J H 2009 *Science* **323** 598
- [9] Almeida M P, Melo F D, Hor-Meyll M, Salles A, Walborn S P, Ribeiro P H S, Davidovich L 2007 *Science* **316** 579
- [10] Vidal G, Tarrach R 1999 *Phys. Rev. A* **59** 141
- [11] Coelho A S, Barbosa F A S, Cassemiro K N, Villar A S, Martinelli M, Nussenzeig P 2009 *Science* **326** 823
- [12] Barbosa F A S, Coelho A S, Faria A J, Cassemiro K N, Villar A S, Nussenzeig P, Martinelli M 2010 *Nat. Photon.* **4** 858
- [13] Barbosa F A S, Faria A J, Coelho A S, Cassemiro K N, Villar A S, Nussenzeig P, Martinelli M 2011 *Phys. Rev. A* **84** 052330
- [14] Deng X W, Tian C X, Su X L, Xie C D 2017 *Sci. Rep.* **7** 44475
- [15] Deng X W, Liu Y, Wang M H, Su X L, Peng K C 2021 *npj Quantum Inf.* **7** 65
- [16] Yin J, Yong H L, Wu Y P, Peng C Z 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060307 (in Chinese) [印娟, 雍海林, 吴裕平, 彭承志 2011 *物理学报* **60** 060307]
- [17] Valivarthi R, Puigibert M G, Zhou Q, Aguilar G H, Verma V B, Marsili F, Shaw M D, Nam S W, Oblak D, Tittel W 2016 *Nat. Photon.* **10** 676
- [18] Wengerowsky S, Joshi S K, Steinlechner F, Zichi J R, Dobrovolskiy S M, Molen R V D, Losh J W N, Zwiller V, Versteegh M A M, Mura A, Calonico D, Inguscio M, Hübel H, Liu B, Scheidl T, Zeilinger A, Xuereb A, Ursina R 2019 *PNAS* **116** 66684
- [19] Feng J X, Wan Z J, Li Y J, Zhang K S 2017 *Opt. Lett.* **42**

3399

- [20] Wan Z J, Feng J, Cheng J, Zhang K S 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 024203 (in Chinese) [万振菊, 冯晋霞, 成健, 张宽收 2018 物理学报 **67** 024203]
- [21] Simon R 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2726

- [22] Jouguet P, Kunz-Jacques S, Leverrier A, Grangier P, Diamanti E 2013 *Nat. Photon.* **7** 378
- [23] Wang N, Du S N, Liu W Y, Wang X Y, Li Y M, Peng K C 2018 *Phys. Rev. Appl.* **10** 064028

# Entanglement robustness of continuous variable Einstein-Podolsky-Rosen-entangled state distributed over optical fiber channel\*

Zhao Hao<sup>1)</sup> Feng Jin-Xia<sup>1)2)†</sup> Sun Jing-Ke<sup>1)</sup>

Li Yuan-Ji<sup>1)2)</sup> Zhang Kuan-Shou<sup>1)2)</sup>

1) (State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

2) (Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

( Received 23 December 2021; revised manuscript received 20 January 2022 )

## Abstract

Einstein-Podolsky-Rosen (EPR)-entangled state light field at a telecommunication wavelength of 1.5  $\mu\text{m}$  is an important quantum source for realizing the continuous variable quantum information processing and some quantum protocols over optical fiber channel. When the EPR-entangled state light field is distributed over the optical fiber channel, the disentanglement is always present because the the EPR entangled state interacts with the fiber channel. It affects the performance of quantum information processing. In this paper, we theoretically calculate the positive partial transposition (PPT) of the entangled state distributed over the optical fiber channel in the single-channel and dual-channel distribution scheme, respectively. Three types of initial entangled light field are considered and analyzed, they being an initial EPR entangled state, an EPR entangled state with asymmetric quadratures, and an EPR entangled state with asymmetric modes. Furthermore, the influence of the extra noise in the optical fiber on the transmission distance of EPR entangled state over the optical fiber channel is investigated. In the single-channel scheme or dual-channel scheme, the extra noise in the optical fiber channel leads the entangled state light field to be disentangled, and the transmission distance of EPR entangled state over the optical fiber channel to decrease rapidly with the increase of the extra noise. For maintaining the robustness of EPR entangled states in lossy optical fiber channels, the dual-channel scheme has more stringent requirements for the correlation quadrature symmetry and purity of the initial entangled state than the single-channel scheme. In the single fiber noise channel scheme, the maximum transmission distance and the robustness of the EPR entangled states with asymmetric modes are not sensitive to the asymmetry between modes. The change of asymmetry between modes does not lead to being disentangled. The maximum transmission distance does not change either. However, the decrease of asymmetry between modes results in the disentanglement in the double fiber noise channels' scheme. The maximum transmission distance is reduced and the sudden death occurs to the entanglement. The present results will lay a foundation for continuous variables quantum information processing based on optical fiber, such as realizing continuous variables quantum communication over optical fiber and constructing metropolitan quantum network over optical fiber.

**Keywords:** continuous variable Einstein-Podolsky-Rosen entangled state, optical fiber channel, robustness, disentanglement

**PACS:** 42.50.-p, 03.67.Mn

**DOI:** 10.7498/aps.71.20212380

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62175135).

† Corresponding author. E-mail: [fengjx@sxu.edu.cn](mailto:fengjx@sxu.edu.cn)