

# 激光与光电子学进展

## 贝塞尔分布孪生光束的制备及其自愈特性研究

李文辉<sup>1</sup>, 王娜<sup>1</sup>, 马春<sup>1</sup>, 王美红<sup>1,2</sup>, 苏晓龙<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>山西大学光电研究所量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西 太原 030006;

<sup>2</sup>极端光学协同创新中心, 山西 太原 030006

**摘要** 孪生光束是一种明亮的纠缠光束, 在量子信息领域具有重要应用。空间结构为贝塞尔分布的光束具有自愈特性, 遇到障碍物后能够恢复其贝塞尔分布特性。提出并实现了一种阈值仅为 60 mW 的低阈值非简并光学参量振荡器。基于工作在阈值以上的非简并光学参量振荡器, 实验产生功率为 8 mW、强度差压缩为 5.1 dB 的高斯分布孪生光束。随后, 使用贝塞尔光束转换器产生了强度差压缩为 5 dB 的零阶贝塞尔分布孪生光束。进一步研究了该贝塞尔分布孪生光束经过障碍物后的自愈特性。结果表明, 虽然贝塞尔孪生光束的空间分布能够恢复, 但是障碍物引入的损耗使得强度差压缩降低。该研究结果为基于贝塞尔分布孪生光束的应用研究提供了参考。

**关键词** 孪生光束; 压缩光; 光学参量振荡器; 贝塞尔光束

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP240840

### Preparation of Twin Beam with Bessel Distribution and Investigation of Its Self-Healing Property

Li Wenhui<sup>1</sup>, Wang Na<sup>1</sup>, Ma Chun<sup>1</sup>, Wang Meihong<sup>1,2</sup>, Su Xiaolong<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, Shanxi, China;

<sup>2</sup>Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Taiyuan 030006, Shanxi, China

**Abstract** A twin beam is a type of bright entangled optical field that has important applications in the field of quantum information. An optical beam with a spatial structure similar to a Bessel distribution possesses the property of self-healing, and its Bessel distribution can be recovered after encountering an obstacle. In this study, a low-threshold non-degenerate optical parametric oscillator with a threshold of 60 mW was proposed and developed. Based on the proposed non-degenerate optical parametric oscillator that works above the threshold, we generated a twin beam exhibiting a Gaussian distribution, yielding a power of 8 mW and an intensity difference squeezing of 5.1 dB. Subsequently, we prepared a twin beam with zero-order Bessel distribution, featuring 5 dB intensity difference squeezing, using a Bessel converter. Furthermore, we investigated its self-healing property after encountering an obstacle. The results showed that while the Bessel distribution of the twin beam was recovered, the intensity difference squeezing decreased due to obstacle-induced loss. Thus, the results of this study serve as a reference for the application of twin beams with Bessel distribution.

**Key words** twin beam; squeezed light; optical parametric oscillator; Bessel beam

### 1 引言

纠缠光是光量子信息处理的重要资源。孪生光束是通过工作于阈值以上的非简并光学参量振荡器产生的一种明亮纠缠光束<sup>[1,2]</sup>。孪生光束具有正交振幅分量正关联、正交相位分量反关联的量子关联特性, 即两束光的强度差噪声低于相应的散粒噪声基准。在仅关

注强度关联时, 孪生光束又被称为强度差压缩光。强度差压缩光的优势在于其强度差噪声能够直接通过光电探测器测量, 无需引入与待探测光具有相同频率的本地振荡光进行平衡零拍探测。孪生光束的强度通常在毫瓦量级, 其亮度远高于正交压缩态光场和纠缠态光场(通常只有几十微瓦)。因此, 孪生光束在量子测量、量子通信等方面具有广泛的应用, 例如: 量子成

收稿日期: 2024-02-23; 修回日期: 2024-03-13; 录用日期: 2024-03-14; 网络首发日期: 2024-04-12

基金项目: 国家自然科学基金(11834010)、山西省基础研究计划(20210302121002)、山西省“1331工程”重点学科建设经费

通信作者: \*suwl@sxu.edu.cn

像<sup>[3]</sup>、量子随机数产生<sup>[4]</sup>、微弱信号检测<sup>[5]</sup>等。制备孪生光束的方法包括基于阈值以上的非简并光参量振荡器<sup>[6]</sup>、色散位移光纤<sup>[7]</sup>、原子气体的非简并四波混频过程<sup>[8]</sup>等。基于阈值以上的非简并光参量振荡器已经成功制备了压缩度达到 9 dB 的强度差压缩光<sup>[2,9]</sup>, 并且实验验证了其量子纠缠特性<sup>[10-12]</sup>。

贝塞尔光束是一种空间分布为贝塞尔分布的光束, 其特点在于具有空间分布的自愈特性<sup>[13]</sup>。完美的无衍射光贝塞尔光束是亥姆霍兹方程的解, 能够在空间无限传播且具有无限能量<sup>[14]</sup>。因其在实际实验中无法实现, Gori 等<sup>[15]</sup>提出在有限传播空间和能量在一定距离内保持无衍射特性的贝塞尔高斯光束, 对应的这个区域被称为无衍射区。贝塞尔光束的无衍射特性和自愈特性有广泛应用, 例如: 光学微操作<sup>[16]</sup>、显微成像<sup>[17]</sup>、激光微纳加工<sup>[18-19]</sup>等。常见的制备贝塞尔高斯光束的方法包括: 环缝透镜法<sup>[14]</sup>、计算机全息法<sup>[20]</sup>、轴棱锥法<sup>[21-22]</sup>、谐振腔法<sup>[23]</sup>、球面像差法<sup>[24]</sup>等。近期, 贝塞尔分布的纠缠光引起了广泛关注<sup>[25-26]</sup>, 已经被应用于量子纠缠态的自愈<sup>[27]</sup>、高维量子密钥分发<sup>[28]</sup>等。

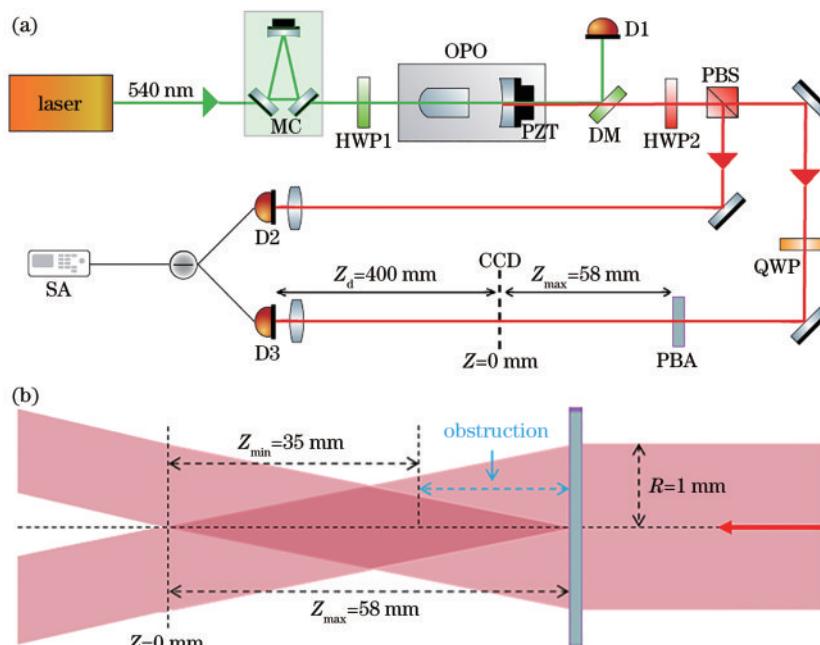
目前实验制备的孪生光束的空间分布多为高斯分布。研究表明, 具有空间结构的孪生光束在量子成像等领域具有重要应用<sup>[29]</sup>。结合贝塞尔光束自愈特性的纠缠光束能够恢复光束的空间分布, 在大气信道的量子通信和量子成像方面具有潜在应用。近期, 荆杰泰教授研究组<sup>[25]</sup>演示了具有贝塞尔分布的连续变量纠缠分发, 并采用平衡零拍探测演示了其自愈特性。与之

相比, 孪生光束具有强度高、无需平衡零拍探测等优势。因此, 开展贝塞尔分布孪生光束的实验制备和自愈特性研究具有重要意义。

本文设计了一种低阈值非简并光学参量振荡器, 并基于工作于阈值以上的该低阈值非简并光学参量振荡器, 实验产生了高斯分布孪生光束。随后, 使用贝塞尔光束转换器将高斯分布的孪生光束转换为零阶贝塞尔分布孪生光束, 并研究了该贝塞尔分布孪生光束经过障碍物后的自愈特性。结果表明, 虽然贝塞尔孪生光束的空间分布能够在障碍物后恢复, 但是障碍物引入的损耗使得强度差压缩降低。研究结果为基于贝塞尔分布孪生光束的应用研究提供了参考。

## 2 贝塞尔分布孪生光束的实验制备

实验系统的装置示意图如图 1(a)所示。用经过模式清洁器(MC)滤波后的 540 nm 的激光泵浦光学参量振荡器(OPO), 产生波长位于 1080 nm 附近的偏振垂直的下转换光。光学参量振荡器是由一个以平面-凸面形状的Ⅱ类相位匹配的 KTP 晶体和一个凹面镜组成的半整块结构的驻波腔。KTP 晶体尺寸为 15 mm × 3 mm × 3 mm, 平面端面镀 540 nm 和 1080 nm 的双增透膜, 前表面凸面端面的曲率半径  $R=13.16$  mm, 镀有 1080 nm 高反、540 nm 反射率为 80% 的反射膜。光学参量振荡器的输出镜为一个曲率半径  $R=50$  mm 的凹面镜, 其镀膜参数为 1080 nm 反射率为 87.5%、540 nm 反射率为 99.5%。光学参量振荡器的空气腔



MC: mode cleaner of 540 nm; HWP1-2: half waveplate; PZT: piezoelectric transducer; DM: dichroic mirror; PBS: polarization beam-splitter; QWP: quarter waveplate; D1-3: detector; PBA: plane board axicon; SA: spectrum analyzer

图 1 实验系统。(a)实验装置示意图; (b)贝塞尔分布孪生光束空间分布示意图

Fig. 1 Experimental system. (a) Schematic of the experimental setup; (b) schematic of spatial distribution of twin beams with Bessel distribution

长为 45.07 mm, 1080 nm 光的精细度约为 49。这种腔形设计使得腔的腰斑位于非线性晶体中心, 并且 540 nm 泵浦光在腔内共振, 有助于提高光与晶体的相互作用强度, 降低光学参量振荡器的阈值。实验测得该光学参量振荡器的阈值为 60 mW。

光学参量振荡器的输出镜固定在一个压电陶瓷(PZT)上, 用于扫描和锁定光学腔的腔长。光学参量振荡器后的双色镜(DM)对 1080 nm 的红外光增透, 对 540 nm 的绿光高反, 用于反射经过光学参量振荡器的绿光。这样既可以避免经过光学参量振荡器的绿光进入探测器对强度差压缩态光场探测造成影响, 又可以将其入射进探测器 D1 完成光学参量振荡器腔长的锁定。将探测器 D1 探测到的信号直接输入锁相放大器, 与本地信号进行混频, 然后将混频后的信号输入比例积分模块(PID), PID 输出信号接入高压放大器后反馈到 PZT 上来控制腔长实现光学参量振荡器腔长的锁定。光学参量振荡器产生的孪生光束的强度差压缩用光电探测器 D2 和 D3 探测, 直接将两探测器的交流信号输出经过减法器相减后输入频谱分析仪进行测量。

使用贝塞尔光束转换器(PBA, PBA25-1064-10)将孪生光束的一束光场由高斯分布转换为贝塞尔分布, 从而制备贝塞尔分布的孪生光束。贝塞尔光束转换器为三明治结构, 前后基底为 N-BK7 玻璃基底, 中间层为液晶聚合物材料。在偏振分束棱镜(PBS)的透射端光路中加入了一个四分之一波片(QWP), 其作用是将线偏振光转换为圆偏振光。在实验中需要通过它将 P 偏振光转换为左旋圆偏振光。

图 1(b) 是贝塞尔分布的孪生光束的空间分布示意图。光学参量振荡器所产生的空间结构为高斯分布的孪生光束, 半径  $R=1$  mm, 经过 PBA 转换后的空间结构为贝塞尔分布的光束, 无衍射区长度  $Z_{\max}=R/\tan\theta=58$  mm, 其中  $\theta=1^\circ$  是贝塞尔光束转换器的偏转角。实验中所使用的障碍物半径为 0.6 mm, 对应的最小自愈距离  $Z_{\min}=r/\tan\theta=35$  mm, 其中  $r$  是障碍物半径。因此只要将这个障碍物放置在  $Z_{\min} < Z < Z_{\max}$  区域 [图 1(b) 中 obstruction 所标注的区域] 中, CCD 放在  $Z=0$  mm 处观察, 此时光束将处于自愈状态, 即光束的空间分布恢复为贝塞尔分布。

### 3 贝塞尔分布孪生光束的强度差压缩

光学参量振荡器工作在阈值以上时, 通过参量下转换过程产生的光束是一对频率非简并、偏振非简并的孪生光束。如图 1(a)所示, 在探测空间结构为高斯分布的孪生光束的强度差压缩时, 直接将两个增益特性完全相同的探测器 D2、D3 加在 PBS 的反射端和透射端。用一个半波片(HWP2)和 PBS 将两束光分开, 通过控制 HWP2 角度的旋转变化来控制 PBS 透射端和反射端的光能量。将探测器 D2 和 D3 的交流信号输

出给减法器, 相减后得到的信号输入频谱分析仪就可以观察并记录孪生光束的强度差噪声谱。需要注意的是, 在进行测量之前必须首先对两个探测器 D2 和 D3 进行校准。校准时使用相同功率的光分别入射两个探测器使得探测器的直流输出和交流输出分别相等, 直流输出接入示波器观察, 交流输出接入频谱分析仪观察。实验中, 使用光功率为 8 mW 的相干光来校准探测器, 在频谱分析仪上选择测量频率为 3 MHz 处观察两探测器的交流输出谱线。若两探测器的交流输出谱线不重合, 则调整其中任意一个探测器的增益, 使得两探测器在频谱分析仪上的交流输出谱线重合, 此时完成两探测器的交流校准。

转动光路中的波片 HWP2, 控制半波片的旋转角度为  $22.5^\circ$ (波片与偏振分束棱镜光轴的夹角)时, 半波片与偏振分束棱镜的组合产生的效果等同于一个 50/50 分束器, 这时在频谱分析仪上记录得到孪生光束的散粒噪声基准谱线。当控制半波片的旋转角度为  $0^\circ$  时, 半波片对产生的空间结构为高斯分布的孪生光束的强度差压缩光场的偏振没有作用, 此时在频谱分析仪上记录得到孪生光束的强度差压缩谱线。

当泵浦光功率为 87 mW 时, 通过参量下转换产生的孪生光束的能量为 8 mW, PBS 的反射端和透射端波长分别为 1081.8737 nm 和 1077.4917 nm。测得了空间结构为高斯分布的孪生光束的光斑如图 2(a)所示, 同时在 3 MHz 频率处测量了空间分布为高斯分布的孪生光束的强度差压缩。如图 2(c)所示, 图中的红色曲线为散粒噪声基准, 蓝色曲线为强度差压缩, 黑色曲线为电子学噪声, 测得空间结构为高斯分布的孪生光束的强度差压缩噪声低于散粒噪声基准约 5.1 dB。

当贝塞尔光束转换器的入射光为左旋圆偏振光时, 出射光为先会聚后发散的右旋圆偏振光, 在有限区域可以产生贝塞尔高斯光束。此时, 将 CCD 放在  $Z=0$  mm 处观察到空间结构为零阶贝塞尔分布的孪生光束的光斑如图 2(b) 所示。选择焦距为 35 mm 的透镜并将其加在探测器 D3 前的合适位置, 使得转换后的光束完全入射探测器 D3。然后转动 HWP2 的角度为  $22.5^\circ$ , 在频谱分析仪上记录得到散粒噪声基准谱线; 转动 HWP2 的角度为  $0^\circ$ , 在频谱分析仪上记录得到强度差压缩。如图 2(d) 所示, 红色曲线为散粒噪声基准, 蓝色曲线为强度差压缩, 黑色曲线为电子学噪声, 此时空间结构为贝塞尔分布孪生光束的强度差压缩低于散粒噪声基准约 5 dB。贝塞尔分布孪生光束强度差压缩略低于高斯分布孪生光束强度差压缩的原因在于 PBA 引入约 2% 的损耗。

### 4 贝塞尔分布孪生光束的自愈特性

如图 1(a)所示, 只要将半径为 0.6 mm 的障碍物放置  $Z_{\min} < Z < Z_{\max}$  区域中、将 CCD 固定在  $Z=0$  mm 处, 均可以观察到贝塞尔分布光束的自愈特性, 也就是说,

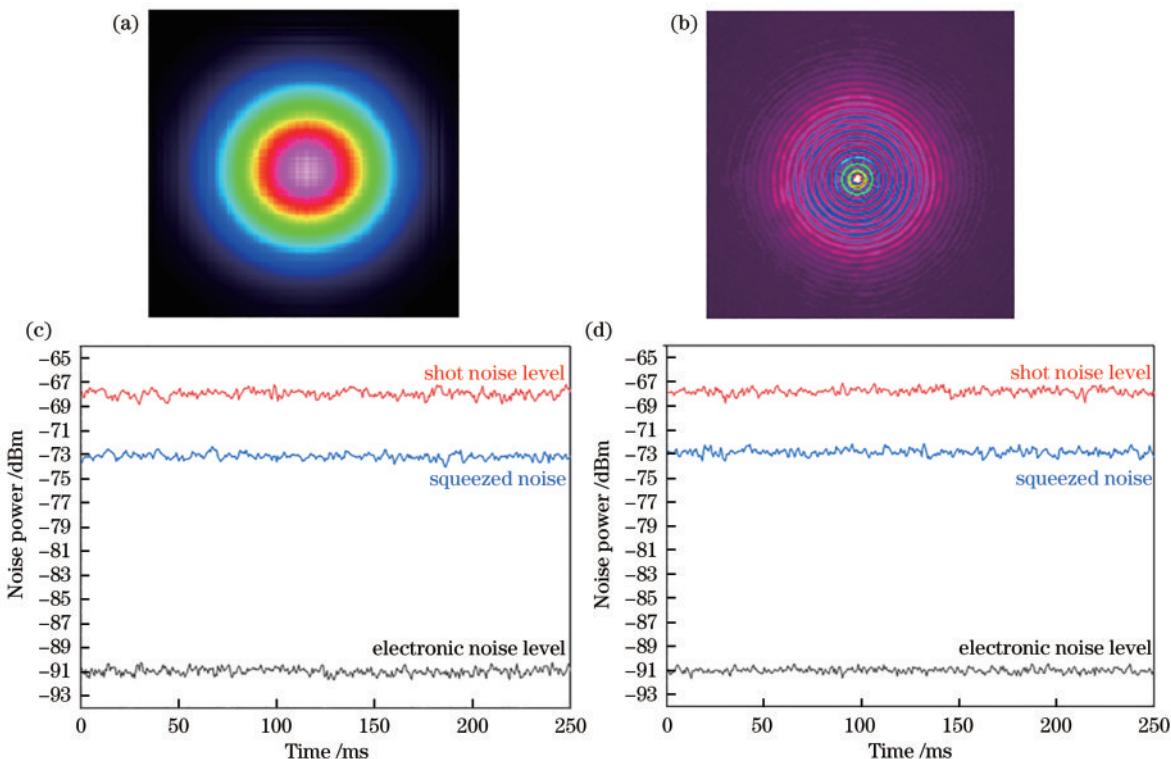


图 2 孪生光束空间分布及强度差压缩结果。(a)高斯分布的孪生光束空间分布;(b)贝塞尔分布的孪生光束空间分布;(c)高斯分布的孪生光束的强度差压缩;(d)贝塞尔分布的孪生光束的强度差压缩

Fig. 2 Results of spatial distribution and intensity difference squeezing of twin beam. (a) Spatial distribution of twin beam with Gaussian distribution; (b) spatial distribution of twin beam with Bessel distribution; (c) intensity difference squeezing of twin beam with Gaussian distribution; (d) intensity difference squeezing of twin beam with Bessel distribution

在这个区域内放入半径为 0.6 mm 的障碍物, 空间结构为贝塞尔分布的孪生光束始终保持贝塞尔分布。实验中, 将障碍物放在了  $Z=35, 40, 45, 50$  mm 位置处, 测得了贝塞尔光束的透过率, 如表 1 所示。

测量了障碍物在  $Z=50$  mm 处时贝塞尔孪生光束的强度差压缩。此时, 贝塞尔光束的透过率 29.3% (对应于约 70% 的损耗), 将 CCD 放在  $Z=0$  mm 处得

表 1 障碍物存在时光束的透过率  
Table 1 Transmittance of the optical beam with an obstacle

$Z$ /mm	35	40	45	50
Transmittance /%	14.2	19.4	24.2	29.3

到光斑如图 3(a)所示。可以看到,由于障碍物引入的损耗的影响,自愈后的孪生光束与不加障碍物时的孪生光束[图 2(b)]相比光强减弱。

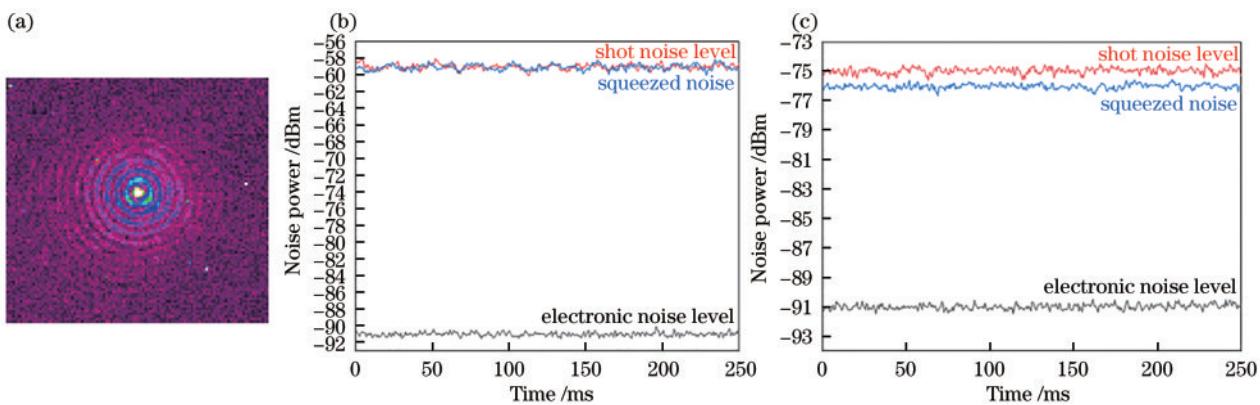


图 3 自愈后的孪生光束空间分布及强度差压缩结果(障碍物引入的损耗约为 70%)。(a)自愈后的孪生光束空间分布;(b)单边损耗时孪生光束的强度差压缩;(c)双边损耗时孪生光束的强度差压缩

Fig. 3 Results of the spatial distribution and intensity difference squeezing of the twin beam after the self-healing(loss introduced by obstacles is about 70%). (a) Spatial distribution of the twin beam after the self-healing; (b) intensity difference squeezing of the twin beam with one-side loss; (c) intensity difference squeezing of the twin beam with one-side loss

此时,可以观察到孪生光束的强度差压缩与散粒噪声基准重合,即无法观测到强度差压缩,如图 3(b)所示。这是由于障碍物引入损耗,两束孪生光束的能量不相等,无法抵消关联噪声。随后,选择在另外一束孪生光束引入相同的损耗,平衡两束孪生光束的能量后再来测量其强度差压缩。此时,测量得到的强度差压缩如图 3(c)所示,可以观测到贝塞尔分布孪生光束经过障碍物后的强度差压缩低于散粒噪声基准约 1 dB。此结果表明,贝塞尔分布孪生光束具有自愈特性。然而,由于障碍物引入的损耗的影响,其强度差压缩低于无障碍物时的压缩度。

## 5 结 论

本文提出一种低阈值光学参量振荡器,并实验制备强度差压缩为 5.1 dB 的孪生光束。通过贝塞尔光束转换器将孪生光束的一束转换为贝塞尔分布光束,获得贝塞尔分布的孪生光束,测得强度差压缩约为 5 dB。在其无衍射区内  $Z=50$  mm 处加入障碍物时观测了贝塞尔光束的自愈特性。在障碍物损耗约为 70% 的情况下,通过平衡孪生光束两束光的损耗,得到约 1 dB 的强度差压缩。该研究结果展现了贝塞尔分布的孪生光束在经过障碍物后其空间分布的自愈特性。然而,孪生光束的强度差压缩受到障碍物引入的损耗的影响,其强度差压缩低于无障碍物时的压缩度。该研究结果为贝塞尔分布孪生光束的应用研究提供了参考。

## 参 考 文 献

- [1] Heidmann A, Horowicz R J, Reynaud S, et al. Observation of quantum noise reduction on twin laser beams[J]. Physical Review Letters, 1987, 59(22): 2555-2557.
- [2] Gao J R, Cui F Y, Xue C Y, et al. Generation and application of twin beams from an optical parametric oscillator including an  $\alpha$ -cut KTP crystal[J]. Optics Letters, 1998, 23(11): 870-872.
- [3] Brida G, Genovese M, Berchera I R. Experimental realization of sub-shot-noise quantum imaging[J]. Nature Photonics, 2010, 4(4): 227-230.
- [4] Lunghi T, Brask J B, Lim C C W, et al. Self-testing quantum random number generator[J]. Physical Review Letters, 2015, 114(15): 150501.
- [5] Nabors C D, Shelby R M. Two-color squeezing and sub-shot-noise signal recovery in doubly resonant optical parametric oscillators[J]. Physical Review A, 1990, 42(1): 556-559.
- [6] Laurat J, Coudreau T, Treps N, et al. Conditional preparation of a quantum state in the continuous variable regime: generation of a sub-poissonian state from twin beams [J]. Physical Review Letters, 2003, 91(21): 213601.
- [7] Sharping J E, Fiorentino M, Kumar P. Observation of twin-beam-type quantum correlation in optical fiber[J]. Optics Letters, 2001, 26(6): 367-369.
- [8] 秦忠忠, 王美红, 马荣, 等. 压缩态光场及其应用研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(11): 1100001. Qin Z Z, Wang M H, Ma R, et al. Progress of the squeezed states of light and their application[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(11): 1100001.
- [9] Laurat J, Longchambon L, Fabre C, et al. Experimental investigation of amplitude and phase quantum correlations in a type II optical parametric oscillator above threshold: from nondegenerate to degenerate operation[J]. Optics Letters, 2005, 30(10): 1177-1179.
- [10] Su X L, Tan A H, Jia X J, et al. Experimental demonstration of quantum entanglement between frequency-nondegenerate optical twin beams[J]. Optics Letters, 2006, 31(8): 1133-1135.
- [11] Villar A S, Cruz L S, Cassemiro K N, et al. Generation of bright two-color continuous variable entanglement[J]. Physical Review Letters, 2005, 95(24): 243603.
- [12] Jing J T, Feng S, Bloomer R, et al. Experimental continuous-variable entanglement from a phase-difference-locked optical parametric oscillator[J]. Physical Review A, 2006, 74(4): 041804.
- [13] Litvin I A, McLaren M G, Forbes A. A conical wave approach to calculating Bessel-Gauss beam reconstruction after complex obstacles[J]. Optics Communications, 2009, 282(6): 1078-1082.
- [14] Durnin J, Miceli J J, Eberly J. Diffraction-free beams[J]. Physical Review Letters, 1987, 58(15): 1499-1501.
- [15] Gori F, Guattari G, Padovani C. Bessel-Gauss beams[J]. Optics Communications, 1987, 64(6): 491-495.
- [16] Arlt J, Garces-Chavez V, Sibbett W, et al. Optical micromanipulation using a Bessel light beam[J]. Optics Communications, 2001, 197(4/5/6): 239-245.
- [17] Fahrbach F O, Simon P, Rohrbach A. Microscopy with self-reconstructing beams[J]. Nature Photonics, 2010, 4: 780-785.
- [18] 张作蛟, 方瑶, 王青松, 等. 基于飞秒激光加工的高阈值高阶贝塞尔光束产生器件[J]. 光学学报, 2023, 43(13): 1326003. Zhang Z J, Fang Y, Wang Q S, et al. High-order Bessel beam generator with high laser-induced damage threshold fabricated by femtosecond laser[J]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(13): 1326003.
- [19] 孙伟高, 季凌飞, 郑锦灿, 等. 飞秒贝塞尔光束直写铌酸锂高深径比光子晶体结构[J]. 中国激光, 2022, 49(10): 1002503. Sun W G, Ji L F, Zheng J C, et al. High-aspect-ratio photonic-crystal structure of lithium niobate fabricated via femtosecond Bessel beam direct writing[J]. Chinese Journal of Lasers, 2022, 49(10): 1002503.
- [20] Vasara A, Turunen J, Friberg A T. Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1989, 6(11): 1748-1754.
- [21] Scott G, McArdle N. Efficient generation of nearly diffraction-free beams using an axicon[J]. Optical Engineering, 1992, 31: 2640-2643.

- [22] 余京京, 任姣姣, 张丹丹, 等. 双锥面轴棱锥产生长无衍射距离的太赫兹贝塞尔光束[J]. 光学学报, 2023, 43(7): 0726001.  
Yu J J, Ren J J, Zhang D D, et al. Terahertz Bessel beams with long non-diffracting distance generated by biconical axicon[J]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(7): 0726001.
- [23] Cox A J, Dibble D C. Nondiffracting beam from a spatially filtered Fabry - Perot resonator[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1992, 9(2): 282-286.
- [24] Herman R M, Wiggins T A. High-efficiency diffractionless beams of constant size and intensity[J]. Applied Optics, 1994, 33(31): 7297-7306.
- [25] Wang X T, Fu J, Liu S S, et al. Self-healing of multipartite entanglement in optical quantum networks[J]. Optica, 2022, 9(6): 663-669.
- [26] McLaren M, Agnew M, Leach J, et al. Entangled Bessel-Gaussian beams[J]. Optics Express, 2012, 20(21): 23589-23597.
- [27] McLaren M, Mhlanga T, Padgett M J, et al. Self-healing of quantum entanglement after an obstruction[J]. Nature Communications, 2014, 5: 3248.
- [28] Nape I, Otte E, Valles A, et al. Self-healing high-dimensional quantum key distribution using hybrid spin-orbit Bessel states[J]. Optics Express, 2018, 26(21): 26946-26960.
- [29] Boyer V, Marino A M, Lett P D. Generation of spatially broadband twin beams for quantum imaging[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(14): 143601.