

光学谐振腔的传输特性

王雅君 王俊萍 张文慧 李瑞鑫 田龙 郑耀辉

Transmission characteristics of optical resonator

Wang Ya-Jun Wang Jun-Ping Zhang Wen-Hui Li Rui-Xin Tian Long Zheng Yao-Hui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 204202 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20210234

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210234>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

结构改进的厘米尺寸谐振腔的磁场传感特性

Magnetic field sensing performance of centimeter-scale resonator with optimized structure

物理学报. 2021, 70(16): 160701 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210247>

型谐振腔结构的光学透射特性

Transmission characteristics of surface plasmon polaritons in π -shaped resonator

物理学报. 2017, 66(1): 017301 <https://doi.org/10.7498/aps.66.017301>

利用相干制备的三能级原子介质实现低噪声弱光相位操控

Low-noise optical field phase-shifting manipulated using a coherently-prepared three-level atomic medium

物理学报. 2017, 66(2): 024205 <https://doi.org/10.7498/aps.66.024205>

光纤环形谐振腔的频率锁定及其特性

Characteristics and control of fiber ring resonator

物理学报. 2019, 68(7): 074204 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182296>

基于十字连通形环形谐振腔金属-介质-金属波导的折射率传感器和滤波器

Refractive index sensor and filter of metal-insulator-metal waveguide based on ring resonator embedded by cross structure

物理学报. 2018, 67(19): 197301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180758>

等离子体谐振腔对二硫化钼的荧光增强效应

Fluorescence enhancement of monolayer MoS_2 in plasmonic resonator

物理学报. 2019, 68(23): 237801 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191121>

光学谐振腔的传输特性*

王雅君¹⁾²⁾ 王俊萍¹⁾ 张文慧¹⁾ 李瑞鑫¹⁾ 田龙¹⁾²⁾ 郑耀辉^{1)2)†}

1) (山西大学光电研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

2) (山西大学, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2021 年 2 月 1 日收到; 2021 年 5 月 11 日收到修改稿)

量子噪声已成为当前精密测量应用中的一种重要限制因素, 与其相关的问题已成为研究热点. 光学谐振腔作为操控量子噪声的一种重要光学器件, 其传输特性决定了输出信号噪声的演化特性. 本文通过理论分析光学谐振腔输出的强度、相位与频率的对应关系, 对比了过耦合腔、阻抗匹配腔与欠耦合腔传输函数、能量传输、噪声传递的频谱特性, 证明其具有功率分束、频率滤波、噪声转换等特性, 为量子噪声的分析与操控等应用研究提供了基础, 将推动精密测量领域的发展.

关键词: 光学谐振腔, 传输函数, 噪声频谱, 量子噪声**PACS:** 42.50.-p, 42.65.Lm**DOI:** 10.7498/aps.70.20210234

1 引言

光学谐振腔作为现代光学应用中的一种重要光学器件, 可实现光学空间与频率模式过滤、噪声转换、增强激光辐射、非线性相互作用和光谱吸收等物理过程^[1-13], 在激光物理学、量子光学、激光光谱学、精密测量等研究领域有着广泛的应用价值. 从几何光学的角度来讲, 关于光学谐振腔的基本特性, 如稳定性、几何损耗、谐振腔模式等的研究已经比较透彻, 作为一种重要器件已实现了激光选模、波长调谐、高灵敏传感等应用. 然而, 关于光学谐振腔的基本功能特性, 如光学滤波、能量传输、噪声转换等特性的研究较少.

在实际应用中, 腔长、镜面参数与内腔损耗决定了光学谐振腔的光学频率带宽——线宽^[8], 因此, 其透射场可作为光学低通滤波器, 抑制超出线宽范围的光场高频噪声; 而反射场与透射场相位相差 180° , 可作为高通滤波器, 抑制线宽内的光场低频

噪声. 例如, 在激光陀螺仪应用中, 利用超窄线宽光学谐振腔, 结合超低热膨胀系数材料可制作超稳腔, 利用其输出场大幅压窄激光线宽, 实现超稳窄线宽激光输出^[14-16]. 在引力波探测中, 利用光学谐振腔反射场的高通滤波特性可实现低频强度噪声的抑制^[17-20]; 通过滤波腔反射场实现压缩真空噪声方位角的操控, 实现频率依赖的压缩真空态制备, 迎合干涉仪量子噪声谱, 实现全频段量子噪声抑制^[21,22]. 以上关于光学谐振腔的应用均与光学谐振腔的相位传输特性相关. 因此, 从应用的功能特性来讲, 光学谐振腔是一种高精度的相敏检测器件, 通过相位可实现激光场强度、相位、频率的操控. 同时, 作为一种操控量子噪声的重要光学器件, 其损耗特性——能量传输特性 (损耗等效于引入真空噪声) 将决定量子噪声的抑制水平^[23]. 然而, 目前针对激光束经过光学谐振腔后的传输过程的详细研究较少, 有必要进行详细讨论, 相关研究将提升光学谐振腔在微弱信号测量应用中的测量精度和灵敏度.

* 国家重点研发计划 (批准号: 2020YFC2200402)、国家自然科学基金 (批准号: 62027821, 11654002, 11874250, 11804207, 11804206, 62035015, 62001374)、山西省重点研发计划 (批准号: 201903D111001)、山西省三晋学者特聘教授项目、山西省“1331”重点建设学科和山西省高等学校中青年拔尖创新人才项目资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yhzheng@sxu.edu.cn

本文介绍了光学谐振腔的传输函数理论, 包括相位、能量和噪声传输特性. 依据谐振腔参数的不同, 对比分析了欠耦合腔、阻抗匹配腔和过耦合腔三种类型谐振腔的幅度与位相传输特性, 由此分析三种腔型的频谱与噪声传输特性, 为光学谐振腔在精密测量中的应用提供研究基础.

2 光学谐振腔的传输函数

阻抗匹配因子 a 是光学谐振腔的一个重要参数, 与输入耦合镜的反射率 r_1 以及内腔附加损耗 $1 - r_{\text{loss}}^2$ 有关, 如反射镜的吸收、散射损耗以及输出耦合镜的传输损耗 $1 - r_2^2$. a 的表达为 [24]

$$a = \frac{r_1 - r_2 r_{\text{loss}}}{1 - r_1 r_2 r_{\text{loss}}}, \quad (1)$$

其中 r_1^2 , r_2^2 代表输入和输出耦合镜的功率反射系数, $1 - r_{\text{loss}}^2$ 损耗是由于反射镜的吸收和散射以及由于在腔中传输所构成的功率损耗. 按照阻抗匹配因子的大小, 可以将谐振腔分为三类: 当 $a \in [-1, 0)$ 时, 为过耦合腔; 当 $a = 0$ 时, 为阻抗匹配腔; 当 $a \in (0, 1]$ 时, 为欠耦合腔. 在构建高精度光学谐振腔的过程中, 要求腔镜具有低损耗特性, 因而阻抗匹配因子 a 对 (1) 式中的 $r_1 - r_2 r_{\text{loss}}$ 比较敏感, 需要更精细地控制腔镜参数, 完成设计目标.

以图 1 所示两镜光学腔为例, 左侧为腔的输入耦合镜 M_1 , 振幅反射率为 r_1 , 透射率为 t_1 , 其光强反射率和透射率分别为 $R_1 = |r_1|^2$ 和 $T_1 = |t_1|^2$. 右侧为腔的输出耦合镜 M_2 , 振幅反射率为 r_2 , 透射率为 t_2 , 同样对应的光强反射率和透射率分别为 $R_2 = |r_2|^2$ 和 $T_2 = |t_2|^2$. 对于一个有损耗 δ 的谐振腔, 即 $r_{\text{loss}} = e^{-\delta}$, 当其满足谐振条件时, 腔的振幅反射函数 r_0 、透射函数 t_0 和内腔循环功率函数 t_c 表示为 [25,26]

$$r_0 = \frac{r_1 - r_2 e^{-\delta}}{1 - r_1 r_2 e^{-\delta}}, \quad (2)$$

$$t_0 = -\frac{t_1 t_2 \sqrt{e^{-\delta}}}{1 - r_1 r_2 e^{-\delta}}, \quad (3)$$

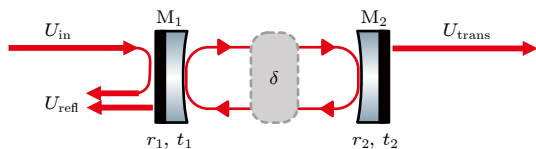


图 1 两镜腔结构简图

Fig. 1. Structure diagram of two-mirror cavity.

$$t_c = \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-\delta}}. \quad (4)$$

那么光强反射率为 $R_0 = |r_0|^2$, 透射率为 $T_0 = |t_0|^2$, 内腔循环功率为 $T_c = |t_c|^2$.

2.1 光学谐振腔的能量传输特性

为了研究各种腔型的能量传输特性, 保持腔的输入、输出耦合镜的反射率之和 $R_1 + R_2 = 1.988$ 不变, 改变耦合镜反射率 R_1 和 R_2 相对大小, 可以使腔分别处于欠耦合、阻抗匹配和过耦合状态. 腔输出的光强变化情况如图 2(a) 所示, 其中内腔损耗系数设为 $\delta = 0.5\%$, 此时内腔损耗为 $1 - r_{\text{loss}}^2 = 0.001$, 红色曲线表示腔的光强反射率, 绿色曲线表示腔的光强透射率, 蓝色曲线表示腔的光强反射率与透射率之和. 可以看出, 当腔处于欠耦合, 即 $r_1 > r_2 e^{-\delta}$ 时, 随着输出耦合镜反射率 R_2 的增大, 腔的反射率逐渐减小, 透射率逐渐增加; 当腔处于阻抗匹配, 即 $r_1 = r_2 e^{-\delta}$ 时, 腔的反射率到达最小值 0, 透射最大; 当腔为过耦合腔, 即 $r_1 < r_2 e^{-\delta}$ 时, 腔的反射率逐渐增大, 透射率逐渐减小. 在整个腔从欠耦合到阻抗匹配再到过耦合变化的过程中, 腔的光强反射率与透射率之和逐渐减小, 且小于 1. 从图 2(b) 可以看出, 内腔损耗系数一定的条件下, 随着反射率 R_2 的增加, 内腔循环功率逐渐增加. 因此, 内腔功率损耗增加, 从而导致腔输出总功率降低; 当内腔损耗为零时, 则腔输出的总功率始终为 1, 满足能量守恒.

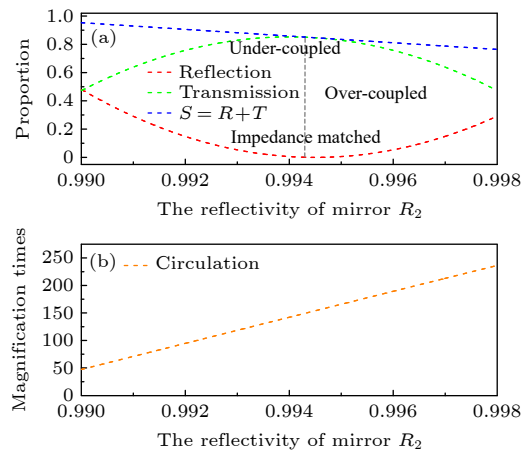


图 2 不同腔型的特性 (a) 能量传输特性; (b) 循环功率特性

Fig. 2. Characteristics of different cavity types: (a) Energy transfer characteristic; (b) cyclic power characteristic.

2.2 光学谐振腔的传输函数

传输函数 $G(f)$ 可以表征光学谐振腔输入场到反射场在频率 f 处的相对功率波动^[24], 表示为

$$G(f) = g - (g - 1)h(f), \quad (5)$$

$$|G(f)| = \sqrt{\frac{1 + g^2 \cdot f^2/f_0^2}{1 + f^2/f_0^2}}, \quad (6)$$

其中 $g(a) = 1/a$. 参量 $h(f) = 1/(1 + if/f_0)$ 表示腔的功率起伏的滤波效应, f 为入射光的边带频率, f_0 为腔的线宽. 假设腔的输入镜反射率 $R_1=0.99$, 内腔损耗 $1 - r_{\text{loss}}^2=0.001$, 输出镜的反射率 $R_2=0.99$, 由 (1) 式计算获得 $a = 0.0474$, 则 $g = 21$. 图 3 为该谐振腔传输函数 $G(f)$ 模的大小和位相的变化, 横坐标为分析频率 f , 归一化到谐振腔的线宽 f_0 . 绿色曲线表示传输函数的模 $|G(f)|$ 随 f 的变化情况. 在 f 较小时, 传输函数 $|G(f \rightarrow 0)| = 1$. 随 f 的增大, 传输函数 $|G(f)|$ 不断增加. f 较大时, 传输函数 $|G(f \rightarrow \infty)| \rightarrow 21$, 即 $|G(f \rightarrow \infty)| \rightarrow g$, 增益因子 $|g|$ 限制了传输函数 $|G(f)|$ 在高频处的最大值. 如果要获得高的增益, 可以使谐振腔处于近阻抗匹配 (即 $|a| \ll 1$, 但是 $a \neq 0$). 图 3 中的红色和蓝色曲线分别为在谐振腔处于欠耦合 ($a = 0.0474$, $g = 21$) 和过耦合 ($a = -0.0474$, $g = -21$) 时的传输函数 $G(f)$ 的相位随频率的变化趋势. 对于欠耦合谐振腔, 传输函数 $G(f)$ 的相位为正相位, 随着频率的增加, 相位先从 0° 增加到 65.4° ($f = 0.22$), 然后减小到 0° ; 对于过耦合谐振腔, 传输函数 $G(f)$ 的相位为负相位, 随着频率的增加, 相位从 0° 到 -180° 单

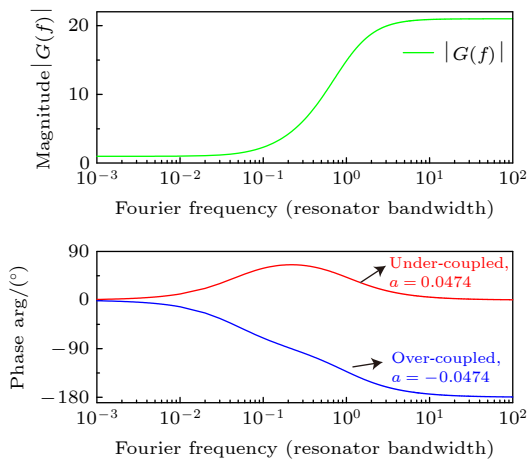


图 3 传输函数 $G(f)$ 随频率 f 的变化

Fig. 3. Diagram of the transfer function $G(f)$ with respect to frequency f .

调变化. 通过以上讨论可知, 可以将谐振腔看作是一个与分析频率 f 有关的分束器或滤波器.

3 光学谐振腔的噪声传递

3.1 反射场的强度与位相

上面讨论的是光学谐振腔满足谐振条件的情况, 当考虑谐振腔存在一定的失谐量时, 其反射场的振幅可以表示为^[9]

$$r(\Delta) = \frac{r_1 - r_2 \exp(i2\pi\Delta/F)}{1 - r_1 r_2 \exp(i2\pi\Delta/F)}, \quad (7)$$

$$\Delta = (f - f_c)/f_0, \quad (8)$$

其中, Δ 为分析频率 f 和腔共振频率 f_c 之间相对于腔线宽 f_0 的失谐量, $F = \frac{\pi(R_1 R_2)^{1/4}}{1 - \sqrt{R_1 R_2}}$ 为腔的精细度. 令 $\theta_R(\Delta)$ 为 $r(\Delta)$ 的相位, 可以表示为

$$\exp[i\theta_R(\Delta)] = r(\Delta)/|r(\Delta)|. \quad (9)$$

下面讨论各类腔型的光强反射率随 Δ 的变化情况. 图 4 为腔的光强反射率和反射位相 θ_R 与失谐量 Δ 的关系图, 蓝线表示腔的光强反射率, 红线表示位相 θ_R , 横坐标为腔的失谐量 Δ , 图 4(a) 为过耦合腔时的光强反射率和位相随 Δ 的变化关系, 其输入镜的反射率 $R_1=0.99$, 输出镜的反射率 $R_2=0.998$. 腔在远失谐 $|\Delta| \gg 0$ 时, 输入腔的光场几乎被全部反射, 此时反射率近似为 1. 腔在逐渐向共振条件靠近时, 部分光场进入腔内, 并透出腔体, 腔的光强反射率逐渐减小. 在满足光场与腔谐振条件 $\Delta=0$ 时, 腔的光强反射率达到最小值. 同时, 过耦合腔的反射位相 θ_R 变化范围较大, 从谐振点到远失谐状态, 对应位相由 0 逐渐过渡到 2π . 当腔处于负的远失谐时, 位相 θ_R 接近于 0. 当腔完全满足谐振条件时, 位相 $\theta_R = \pi$; 处于半失谐时, $\theta_R = \pi/2$ 或 $3\pi/2$; 腔处于正的远失谐时, 位相 θ_R 则接近 2π . 图 4(b) 为欠耦合腔时的光强反射率和位相随 Δ 的变化关系, 其输入镜的反射率 $R_1=0.998$, 输出镜的反射率 $R_2=0.99$. 欠耦合腔的光强反射率变化情况与过耦合腔的相同, 而位相 θ_R 没有过耦合腔的变化范围大, 从接近 -0.06π 变化到 $+0.06\pi$ 附近. 腔处于远失谐 $|\Delta| \gg 0$ 时, 位相 $\theta_R \rightarrow 0$; $\Delta=0$ 时, 位相 $\theta_R = 0$. 图 4(c) 为阻抗匹配腔的光强反射率和位相随 Δ 的变化关系, 其反射率 $R_1 = R_2 = 0.994$. 腔在远失谐 $|\Delta| \gg 0$ 时, 反射率近似为 1. 腔在逐渐向共振条件靠近时, 光强反射率逐渐减小.

区别于过耦合和欠耦合腔, 在 $\Delta=0$ 时, 阻抗匹配腔的光强反射率为 0. 而位相 θ_R 与欠耦合腔类似, 腔在远失谐 $|\Delta| \gg 0$ 时, 位相 $\theta_R \rightarrow 0$, 当在接近共振条件 $\Delta \rightarrow 0$ 时, 位相 $\theta_R \rightarrow -\pi/2$ 或 $\pi/2$, 即在共振点附近位相变化比较灵敏.

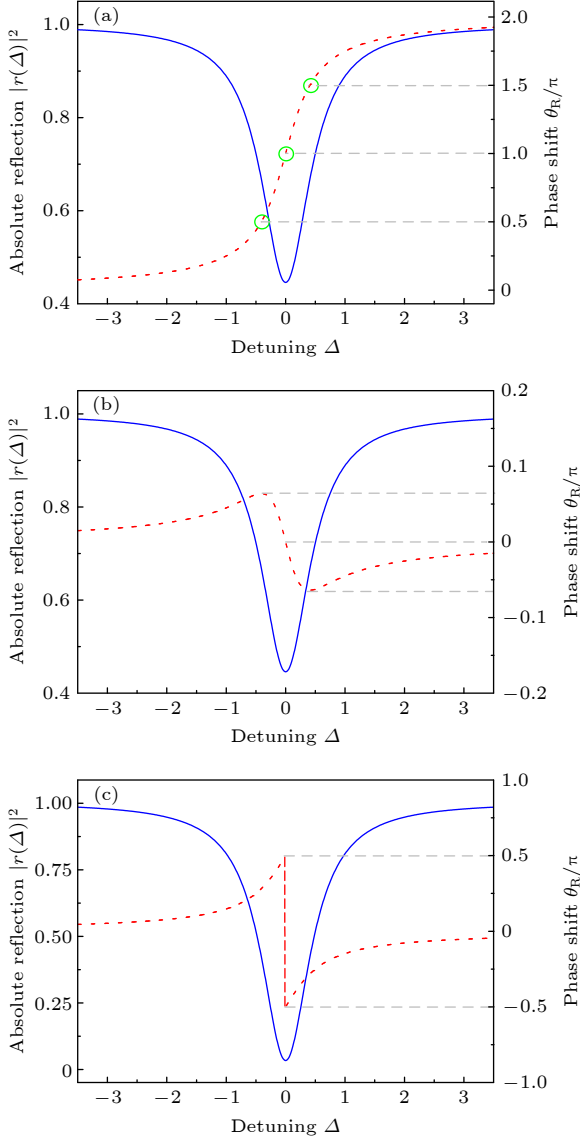


图 4 光学谐振腔光强反射率和反射位相 θ_R 与失谐量 Δ 的关系 (a) 过耦合腔, $R_1 = 0.99$, $R_2 = 0.998$; (b) 欠耦合腔, $R_1 = 0.998$, $R_2 = 0.99$; (c) 阻抗匹配腔, $R_1 = R_2 = 0.994$

Fig. 4. Relations between optical intensity reflectivity and reflection phase θ_R and detuning Δ in optical resonator: (a) Over-coupled cavity, $R_1=0.99$, $R_2 = 0.998$; (b) under-coupled cavity, $R_1 = 0.998$, $R_2 = 0.99$; (c) impedance matched cavity, $R_1 = R_2 = 0.994$.

3.2 输出场的噪声特性

下面讨论光学谐振腔的噪声传输特性, 为了方便分析, 以图 5 三镜环形谐振腔为例分析噪声传递

特性. 三镜环形谐振腔是当前量子噪声操控的主要谐振腔器件, 相比两镜驻波腔, 三镜腔更容易实现输入光场和输出光场的空间分离, 可有效避免反射光返回上游光路, 引入后向反馈噪声. 输入场 A_{in1} 由输入镜 M_1 注入腔内, 其反射光场为 A_{out1} . 真空场 A_{in2} 从右侧的输出镜 M_2 进入腔内, 透射光场为 A_{out2} . 其中腔镜 M_3 是镀有高反膜的凹面镜, 在这里不考虑真空场. 对于一个谐振腔, 输出场 A_{out1} , A_{out2} 与输入场 A_{in1} , A_{in2} 的关系为 [24]

$$A_{out1} = \frac{(a + if/f_0) A_{in1} + \sqrt{1 - a^2} A_{in2}}{1 - if/f_0}, \quad (10)$$

$$A_{out2} = \frac{(-a + if/f_0) A_{in2} + \sqrt{1 - a^2} A_{in1}}{1 - if/f_0}, \quad (11)$$

其中 f 为输入场 A_{in1} 的边带频率, f_0 为腔的线宽.

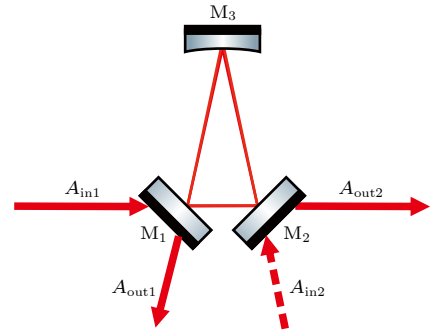


图 5 三镜环形谐振腔的噪声模型

Fig. 5. Noise model of three-mirror annular resonator.

在测量振幅较大、波动较小的光场时, 可将算符做线性化处理. 因此算符 A_{in1} 和 A_{in2} 可写为

$$A_{in1} = \alpha + \delta A_{in1}, \quad (12)$$

$$A_{in2} = \delta A_{in2}, \quad (13)$$

其中, α 是与时间无关的载频振幅, δA_{in1} 和 δA_{in2} 表示光场的小波动, δA_{in1} 和 δA_{in2} 的期望值均为零. 输入光场 A_{in1} 的经典振幅对应于 α , 由于输入光场 A_{in2} 为真空场, 它的平均场为零, 只有起伏项 δA_{in2} . 将其代入 (10) 式和 (11) 式可得:

$$A_{out1} = \frac{(a + if/f_0) \alpha + (a + if/f_0) \delta A_{in1} + \sqrt{1 - a^2} \delta A_{in2}}{1 - if/f_0}, \quad (14)$$

$$A_{out2} = \frac{\sqrt{1 - a^2} \alpha + (-a + if/f_0) \delta A_{in2} + \sqrt{1 - a^2} \delta A_{in1}}{1 - if/f_0}. \quad (15)$$

同理, 腔的反射光场 A_{out1} 和透射光场 A_{out2} 也可以写为

$$A_{\text{out1}} = \alpha_{\text{out1}} + \delta A_{\text{out1}}, \quad (16)$$

$$A_{\text{out2}} = \alpha_{\text{out2}} + \delta A_{\text{out2}}. \quad (17)$$

代入 (14) 式和 (15) 式可得

$$\delta A_{\text{out1}} = \frac{(a + if/f_0) \delta A_{\text{in1}} + \sqrt{1 - a^2} \delta A_{\text{in2}}}{1 - if/f_0}, \quad (18)$$

$$\delta A_{\text{out2}} = \frac{(-a + if/f_0) \delta A_{\text{in2}} + \sqrt{1 - a^2} \delta A_{\text{in1}}}{1 - if/f_0}. \quad (19)$$

反射光场 A_{out1} 和透射光场 A_{out2} 的起伏量分别为 δA_{out1} 和 δA_{out2} , 则可推导出方差 $\text{Var}(\delta A_{\text{out1}})$ 和 $\text{Var}(\delta A_{\text{out2}})$ 分别为

$$\begin{aligned} \text{Var}(\delta A_{\text{out1}}) &= \frac{|a + if/f_0|^2 \text{Var}(\delta A_{\text{in1}}) + (1 - a^2) \text{Var}(\delta A_{\text{in2}})}{|1 - if/f_0|^2} \\ &= \frac{(a^2 + f^2/f_0^2) \text{Var}(\delta A_{\text{in1}}) + (1 - a^2)}{1 + f^2/f_0^2}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(\delta A_{\text{out2}}) &= \frac{|-a + if/f_0|^2 \text{Var}(\delta A_{\text{in2}}) + (1 - a^2) \text{Var}(\delta A_{\text{in1}})}{|1 - if/f_0|^2} \\ &= \frac{(a^2 + f^2/f_0^2) + (1 - a^2) \text{Var}(\delta A_{\text{in1}})}{1 + f^2/f_0^2}. \end{aligned} \quad (21)$$

将所有算符转化为傅里叶空间后, 利用谱方差计算功率噪声的双边功率谱 S ,

$$\begin{aligned} S_{\text{out1}} &= \frac{\text{Var}(\delta A_{\text{out1}})}{\langle N_{\text{out1}} \rangle} \\ &= \frac{(a^2 + f^2/f_0^2) \text{Var}(\delta A_{\text{in1}}) + (1 - a^2)}{1 + f^2/f_0^2} \frac{1}{\alpha^2}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} S_{\text{out2}} &= \frac{\text{Var}(\delta A_{\text{out2}})}{\langle N_{\text{out2}} \rangle} \\ &= \frac{(a^2 + f^2/f_0^2) + (1 - a^2) \text{Var}(\delta A_{\text{in1}})}{1 + f^2/f_0^2} \frac{1}{\alpha^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

在实验中常采用单边线性谱密度, 表示为 $s = \sqrt{2S}$. 对于一束功率为 P 和光子能量为 hc/λ 的相干光, 平均光子流为 $\bar{n} = \alpha^2 = P\lambda/(hc)$, 这束光的相对功率噪声表示为 $S_q = 1/\alpha^2$. 假设输入光场自身的噪声为 20 dB, 则输出光场与输入光场的

噪声比值为 S_{out}/S_q , 相对于输入光场, 输出光场的相对功率噪声随 f 的变化趋势如图 6(a) 和图 6(b) 所示, 横坐标为输入光场的傅里叶频率 f , 归一化到腔的线宽, 两图中红色和蓝色曲线分别为腔的反射光场和透射光场的量子噪声限制. 图 6(a) 为腔镜反射率为 $R_1=R_2=0.994$ 的阻抗匹配腔 (内腔损耗为 0) 的情况, 此时阻抗匹配因子 $a=0$, 可以看出, 反射光场的相对功率噪声随频率的增大而增大, 在低频处噪声较低; 而透射光场的相对功率噪声随频率的增大而减小, 在高频处噪声较低;

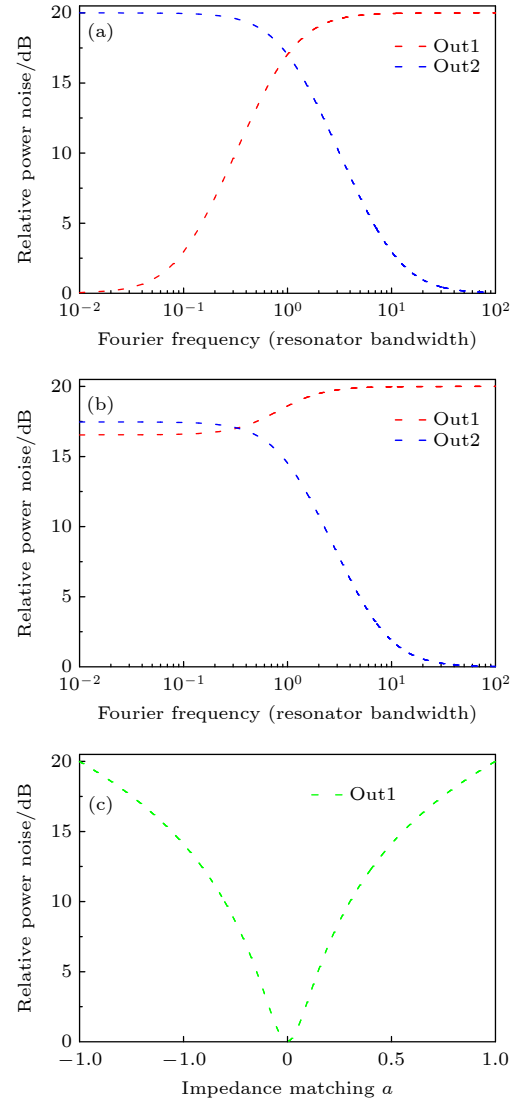


图 6 腔输出场的量子噪声限制 (a) 阻抗匹配腔中噪声随频率的变化; (b) 非阻抗匹配腔中噪声随频率的变化; (c) 反射光场噪声随阻抗匹配因子 a 的变化

Fig. 6. Quantum noise limitation of cavity output field: (a) Variation of noise with frequency in impedance matched cavity; (b) variation of noise with frequency in a non-impedance matched cavity; (c) variation of noise of the reflected light field with impedance matching factor a .

当频率 $f=1$ 时, 反射光场与透射光场的噪声相等. 图 6(b) 为腔镜反射率为 $R_1=0.99$, $R_2=0.998$ 的过耦合腔或腔镜反射率为 $R_1=0.998$, $R_2=0.99$ 的欠耦合腔 (内腔损耗为 0) 的情况, 此时阻抗匹配因子 $a = -0.6678$ 或 $a = 0.6678$, 可以发现, 腔的反射光场在低频处的噪声较高, 并不能达到很好的降噪效果.

为进一步研究腔的反射光场降噪效果与阻抗匹配因子 a 的关系, 取频率 $f/f_0=0.01$, 使阻抗匹配因子 a 从 -1 到 1 变化, 反射光场的噪声结果如图 6(c) 所示. 可以看出, 只有当腔处于阻抗匹配或近阻抗匹配时, 才能达到较好的降噪效果.

结合以上分析可知, 谐振腔完全满足谐振条件时, 其输出场可看作低通滤波器, 高频噪声直接被反射, 输出端高频噪声被大幅抑制, 远大于线宽频率处的噪声达到散粒噪声基准. 因而, 可通过窄线宽的光学谐振腔大幅抑制超出线宽范围的光场噪声. 同时, 从三种类型光学谐振腔的位相关系图中可以发现, 过耦合腔处于半失谐状态时, 相对于载频处, 边带频率的位相旋转 $\pm 90^\circ$, 因而在这种情况下过耦合腔可将光场位相噪声转换为振幅噪声, 可用于位相噪声的测量^[9]或压缩光压缩角的旋转^[21,22,27], 对激光噪声分量的分析和量子噪声的操控具有重要的应用价值.

4 结 论

本文通过光学谐振腔的传输函数、噪声传递模型, 理论分析了过耦合腔、阻抗匹配腔与欠耦合腔三种腔型结构的位相、强度、噪声的频谱特性和能量传输特性. 依据噪声的频谱分析结果, 反射场可等效为高通滤波器, 透射场可等效为低通滤波器; 依据相位的频谱分析结果, 区别于阻抗匹配与欠耦合腔较小的位相变化, 过耦合腔反射场可实现 $0-2\pi$ 范围内的位相操控, 当处于半失谐时, 位相变化 $\pi/2$, 输入场位相噪声完全转换为振幅噪声, 可用于位相噪声的测量与量子噪声方位角的操控. 同时, 在三类腔型结构中, 过耦合腔输出场能量损耗最大. 本文分析结果为各种光学谐振腔在不同场合的应用提供了依据, 为利用光学谐振腔操控光场量子噪声, 提升精密测量的精度提供了保障.

参考文献

- [1] Nie D D, Feng J X, Qi M, Li Y J, Zhang K S 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 094205 (in Chinese) [聂丹丹, 冯晋霞, 戚蒙, 李渊骥, 张宽收 2020 物理学报 **69** 094205]
- [2] Zhai Z H, Hao W J, Liu J L, Duan X Y 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 184204 (in Chinese) [翟泽辉, 郝温静, 刘建丽, 段西亚 2020 物理学报 **69** 184204]
- [3] Liu K, Ma L, Su B D, Li J M, Sun H X, Gao J R 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 124203 (in Chinese) [刘奎, 马龙, 苏必达, 李佳明, 孙恒信, 邵江瑞 2020 物理学报 **69** 124203]
- [4] Zhou Y Y, Tian J F, Yan Z H, Jia X J 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 064205 (in Chinese) [周瑶瑶, 田剑锋, 闫智辉, 贾晓军 2019 物理学报 **68** 064205]
- [5] Ge R F, Yang P F, Han X, Zhang P F, Li G, Zhang T C 2020 *Acta Sin. Quantum Opt.* **26** 21 (in Chinese) [葛瑞芳, 杨鹏飞, 韩星, 张鹏飞, 李刚, 张天才 2020 量子光学学报 **26** 21]
- [6] Shi Z, Guo Y R, Xu M Z, Lu H D 2018 *Acta Sin. Quantum Opt.* **24** 237 (in Chinese) [石柱, 郭永瑞, 徐敏志, 卢华东 2018 量子光学学报 **24** 237]
- [7] Wang Y, Shen H, Jin X L, Su X L, Xie C D, Peng K C 2010 *Opt. Express* **18** 6149
- [8] Wang J P, Zhang W H, Li R X, Tian L, Wang Y Jun, Zheng Y H 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 234204 (in Chinese) [王俊萍, 张文慧, 李瑞鑫, 田龙, 王雅君, 郑耀辉 2020 物理学报 **69** 234204]
- [9] Villar A S 2008 *Am. J. Phys.* **76** 922
- [10] Wang Y J, Zheng Y H, Shi Z, Peng K C 2012 *Laser Phys. Lett.* **9** 506
- [11] Zhang W H, Wang J R, Zheng Y H, Wang Y J, Peng K C 2019 *Appl. Phys. Lett.* **115** 171103
- [12] Zhao G, Hausmaninger T, Ma W G, Axner O 2017 *Opt. Lett.* **42** 3109
- [13] Hu Y, Cao F Z, Dong R J, Hao C Y, Liu D H, Shi J W 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 224202 (in Chinese) [胡悦, 曹凤朝, 董仁婧, 郝辰悦, 刘大禾, 石锦卫 2020 物理学报 **69** 224202]
- [14] Schreiber K U, Gebauer A, Wells J P R 2013 *Opt. Lett.* **38** 3574
- [15] Leibbrandt D R, Heidecker J 2015 *Rev. Sci. Instrum.* **86** 123115
- [16] Liu K, Zhang F L, Li Z Y, Feng X H, Li K, Lu Z H, Schreiber K U, Luo J, Zhang J 2019 *Opt. Lett.* **44** 2732
- [17] Kwee P, Willke B, Danzmann K 2011 *Opt. Lett.* **36** 3563
- [18] Kaufer S, Kasprzak M, Frolov V, Willke B 2017 *Classical Quantum Gravity* **34** 145001
- [19] Junker J, Oppermann P, Willke B 2017 *Opt. Lett.* **42** 755
- [20] Kaufer S, Willke B 2019 *Opt. Lett.* **44** 1916
- [21] Zhao Y H, Aritomi N, Capocasa E, et al. 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 171101
- [22] McCuller L, Whittle C, Ganapathy D, et al. 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 171102
- [23] Capocasa E, Barsuglia M, Degallaix J, Pinard L, Straniero N, Schnabel R, Somiya K, Aso Y, Tatsumi D, Flaminio R 2016 *Phys. Rev. D* **93** 082004
- [24] Kwee P 2010 *Ph. D. Dissertation* (Hannover: Leibniz Universität Hannover)
- [25] Kaufer S 2018 *Ph. D. Dissertation* (Hannover: Leibniz Universität Hannover)
- [26] Brozek O S 1999 *Ph. D. Dissertation* (Hannover: Universität Hannover)
- [27] Guo X M, Wang X Y, Li Y M, Zhang K S 2009 *Appl. Opt.* **48** 6475

Transmission characteristics of optical resonator^{*}

Wang Ya-Jun¹⁾²⁾ Wang Jun-Ping¹⁾ Zhang Wen-Hui¹⁾ Li Rui-Xin¹⁾

Tian Long¹⁾²⁾ Zheng Yao-Hui^{1)2)†}

1) (*State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

2) (*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

(Received 1 February 2021; revised manuscript received 11 May 2021)

Abstract

Quantum noise has become an important limiting factor in the application of precision measurement, and its relevant problems have become a research hotspot. As an important optical device to manipulate quantum noise, the optical resonator possesses the transmission characteristics that determine the evolution characteristics of output signal's noise. According to their impedance matching factor a values, the resonators can be divided into three categories: over-coupled cavity for $a \in [-1, 0)$, impedance matched cavity for $a=0$, and under-coupled cavity for $a \in (0, 1]$. When the resonator fully meets the resonant conditions, its output field can be regarded as a low-pass filter, the high-frequency noise is directly reflected. The high-frequency noise at the output end is greatly suppressed, and the noise at the frequency far larger than the linewidth reaches the shot noise standard. Therefore, the noise of the optical field beyond the linewidth range can be greatly suppressed by the narrow linewidth optical resonator. At the same time, from the three kinds of optical resonator phase diagrams it can be found that the over-coupled cavity is in a state of half a detuning and the sideband frequency phase rotates $\pm 90^\circ$ relative to the carrier frequency. In this case, the phase noise of light field can be converted into amplitude noise by an over-coupled cavity, which can be used for the phase noise measurement or squeezing angle rotation of squeezed light and has important applications in analyzing the laser noise component and manipulating the quantum noise. At the same time, the energy loss of the over-coupled cavity is the largest among the three types of cavity structures. Through theoretically analysing the corresponding relation among optical resonator output intensity, phase and frequency, and by making a comparison of comparing transfer function, energy transmission, spectrum characteristics of noise transmission among over-coupled cavity, impedance matched cavity and under-coupled cavity, in this paper the power splitter, frequency filtering, and noise transformation features of the optical resonator are demonstrated. The analysis results in this paper provide a basis for applying various optical resonators to different occasions, and promote the development of using the optical resonators to control the quantum noise of light field and improving the precision of precision measurement.

Keywords: optical resonator, transfer function, noise spectrum, quantum noise

PACS: 42.50.-p, 42.65.Lm

DOI: 10.7498/aps.70.20210234

^{*} Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant No. 2020YFC2200402), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 62027821, 11654002, 11874250, 11804207, 11804206, 62035015, 62001374), the Key R&D Project of Shanxi Province, China (Grant No. 201903D111001), the Program for Sanjin Scholar of Shanxi Province, China, the Fund for Shanxi "1331 Project" Key Subjects Construction, China, and the Program for Outstanding Innovative Teams of Higher Learning Institutions of Shanxi Province, China.

[†] Corresponding author. E-mail: yhzheng@sxu.edu.cn