

文章编号: 1007-6654(2002)01-0042-05

## 明亮 EPR 光束的量子纠缠交换

张 靖, 谢常德

(量子光学与光量子器件国家重点实验室; 山西大学光电研究所, 太原, 030006)

摘要: 文中提出一个实现明亮光场量子纠缠交换的理论方案。两个独立的非简并光学参量放大器产生两组经典相干的明亮 EPR 光束对, 通过在每一组 EPR 光束对的一半上执行联合贝尔态测量, 使未产生相互作用的另一半之间产生量子纠缠。在我们的系统中由于采用贝尔态直接探测替代通常的平衡零差探测, 不需要本底振荡光, 减小了实验难度并能提高探测效率。

关键词: 纠缠交换; 量子关联; EPR 光束; 探测效率

中图分类号: O431 文献标识码: A

### 0 引言

量子信息科学的核心是利用量子态所具有的非局域量子纠缠(entanglement)特性, 完成量子信息的处理与传送。纠缠交换(swapping)的目的是通过某些物理过程, 使从未发生直接相互作用的量子系统之间产生量子纠缠<sup>[1]</sup>。利用纠缠交换可以在非常远的空间距离上形成非局域量子关联, 因而在远程量子通讯与量子信息网络中有很大的应用前景<sup>[2~4]</sup>。纠缠交换的概念最初是在有限维希尔伯特(Hilbert)空间中对分离变量系统, 单光子偏振态, 而提出的, 继后, 于 1998 年由 J., -W, Pan 等实验实现。1999 年 R. E. S. Polkinghorne 和 T. C. Ralph 从理论上证明了可以利用连续变量压缩态纠缠完成单光子偏振态的纠缠交换<sup>[5]</sup>。随后, P. Van Loock 和 S. L. Braunstein 又提出了在两个连续压缩态光场之间实现纠缠交换的理论方案<sup>[6]</sup>。到目前为止连续变量纠缠

交换尚未实验实现。

虽然以分离变量, 如单光子, 为信息载体的量子信息系统有着对传输损耗不敏感的优点, 实验进展也较快, 但也存在显著的缺点, 其中最主要的是数据发射速率与探测效率很低。近几年已提出不少利用纠缠态光场实现连续变量量子通讯的理论模型。连续变量量子离物传态(quantum teleportation)<sup>[7]</sup>和量子密集编码(quantum dense coding)<sup>[8]</sup>的实验成功进一步增长了科学界研究连续变量量子纠缠的兴趣。

本文以运转在反放大(deamplification)状态下的非简并光学参量放大器(Nondegenerate Optical Parametric Amplifier-NOPA)为纠缠态光源, 设计了连续变量纠缠交换系统。与参考文献[6]的方案相比, 由于我们使用具有振幅负关联相位正关联的明亮 EPR(Einstein-Podolsky-Rosen)光束为纠缠光源, 而不是利用压缩真空场, 所以可以应用贝尔态

收稿日期: 2002-03-02

基金项目: 国家重点基础研究规划基金(NO. 2001CB309304), 国家自然科学基金(NO. 69837010); 教育部优秀青年教师基金和山西省青年科学基金。

作者简介: 张靖(1974-), 男, 山西文水人, 山西大学光电研究所副教授, 从事量子光学与激光物理等方面的研究。

(Bell-State) 的直接探测方法完成纠缠交换, 使之易于实验实现<sup>[8,9]</sup>。

## 1 明亮 EPR 纠缠光束的产生

我们利用连续非简并光学参量放大器(CW NOPA)为 EPR 源, 其结构如图 1 所示。NOPA 由三面腔镜组成, 频率为  $\omega_p = 2\omega_0$  的泵浦光场 ( $b_{\uparrow}, b_{\leftrightarrow}$ ) 在腔内与 II 类相位匹配非线性晶体 ( $\chi^2$ ) 相互作用, 完成注入亚谐波信号场 ( $a_{\uparrow}, a_{\leftrightarrow}$ ) 的参量放大。足标  $\uparrow$  和  $\leftrightarrow$  分别代表竖直和水平偏振分量。在此我们假设信号场  $a_{\uparrow}$  与  $a_{\leftrightarrow}$  具有相同的频率  $\omega_0$  和相互垂直的偏振方向。同时根据实际运转情况, 可以认为泵浦场的强度比注入信号场的强度大许多, 因而在参量过程中可以将泵浦场处理为没有耗散的经典光场。在旋波框架 (rotating frame) 内, 我们定义中心频率为  $\omega_0$  的光场算符为:

$$\hat{O}(t) = \hat{o}(t) e^{i\omega_0 t} \quad (1)$$

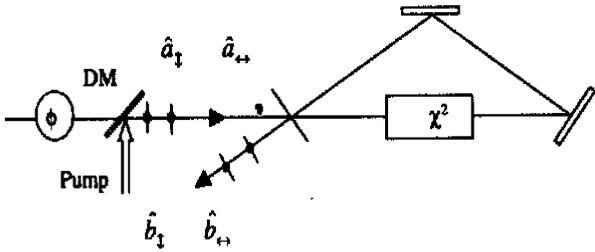


图 1 相敏非简并光学参量放大器的装置图

DM, dichroic mirror, 双色镜

(1) 式中  $\hat{O}(t) = [\hat{a}_{\uparrow}, \hat{a}_{\leftrightarrow}, \hat{b}_{\uparrow}, \hat{b}_{\leftrightarrow}]$  是场的演化算符,  $\hat{o}(t) = [\hat{A}_{\uparrow}, \hat{A}_{\leftrightarrow}, \hat{B}_{\uparrow}, \hat{B}_{\leftrightarrow}]$  相应于输入与输出的信号 (signal) 与闲置 (idler) 场的场算符。通过富利哀 (Fourier) 变换可由时域变换至频域:

$$\hat{O}(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt \hat{O}(t) e^{-i\Omega t} \quad (2)$$

此时光场为调制频率  $\Omega$  的函数, 满足对易关系  $[\hat{O}(\Omega), \hat{O}^{\dagger}(\Omega')] = 2\pi \delta(\Omega - \Omega')$ 。一个实际的光场由以中心频率  $\omega_0$  振荡的载波 (carrier) 和以频率

$\omega_0 \pm \Omega$  振荡的边带噪声 (noise side-bands) 组成, 中心频率的平均振幅 ( $O_{SS}$ ) 等于其定态场 (Stead State field) 的振幅, 边带场的平均振幅为零, 即<sup>[9,10]</sup>

$$\langle \hat{O}(\Omega = 0) \rangle = O_{SS}; \quad \langle \hat{O}(\Omega \neq 0) \rangle = 0 \quad (3)$$

在频率  $\Omega$  处的噪声谱分量是载波和噪声边带的外差混合, 其振幅和相位分量为:

$$\begin{aligned} \hat{X}_o(\Omega) &= \hat{O}(\Omega) + \hat{O}^{\dagger}(-\Omega); \\ \hat{Y}_o(\Omega) &= \frac{1}{i} [\hat{O}(\Omega) - \hat{O}^{\dagger}(-\Omega)] \end{aligned} \quad (4)$$

且,

$$[\hat{X}_o(\Omega), \hat{Y}_o(\Omega')] = i \delta(\Omega + \Omega') \quad (5)$$

NOPA 场模的输入—输出海森堡 (Heisenberg) 演化方程为<sup>[9,10]</sup>:

$$\begin{aligned} \hat{b}_o_{\uparrow} &= \mu \hat{a}_o_{\uparrow} + \nu \hat{a}_o_{\leftrightarrow}, & \hat{b}_o_{\leftrightarrow} &= \mu \hat{a}_o_{\leftrightarrow} + \nu \hat{a}_o_{\uparrow}; \\ \hat{b}_{+\uparrow} &= \mu \hat{a}_{+\uparrow} + \nu \hat{a}_{+\leftrightarrow}, & \hat{b}_{+\leftrightarrow} &= \mu \hat{a}_{+\leftrightarrow} + \nu \hat{a}_{+\uparrow}; \\ \hat{b}_{-\uparrow} &= \mu \hat{a}_{-\uparrow} + \nu \hat{a}_{-\leftrightarrow}, & \hat{b}_{-\leftrightarrow} &= \mu \hat{a}_{-\leftrightarrow} + \nu \hat{a}_{-\uparrow}; \end{aligned} \quad (6)$$

$\hat{a}, \hat{a}^{\dagger}$  和  $\hat{b}, \hat{b}^{\dagger}$  表示输入和输出场模的湮灭与产生算符。足标 0 和  $\pm$  分别代表以中心频率  $\omega_0$  振荡的载波和频率为  $\omega_0 \pm \Omega$  的噪声边带。  $\mu = \cosh \gamma$  和  $\nu = e^{\theta} \sinh \gamma$  是压缩参量  $\gamma$  的函数,  $\theta_p$  是泵浦场的相位, 在计算中我们取  $\theta_p = 0$  以作为其它光场的相位参考。  $\gamma \propto L \chi^2 |a_p|$ , 其中  $L$  为非线性晶体的长度,  $\chi^2$  为非线性晶体的有效二阶极化率,  $a_p$  为泵浦场的振幅。对于明亮的光场, 偏振模的正交振幅和相位分量为

$$\begin{aligned} \hat{X}_{b_{\uparrow}}(\theta) &= \frac{b_o^*_{\uparrow} \hat{b}_{+\uparrow} e^{-i\theta} + b_o_{\uparrow} \hat{b}_{-\uparrow} e^{\theta}}{|b_o_{\uparrow}|} \\ &= \hat{b}_{+\uparrow} e^{-i(\theta+\varphi)} + \hat{b}_{-\uparrow} e^{-i(\theta+\varphi)} \\ \hat{X}_{b_{\leftrightarrow}}(\theta) &= \hat{b}_{+\leftrightarrow} e^{-i(\theta+\varphi)} + \hat{b}_{-\leftrightarrow} e^{i(\theta+\varphi)} \end{aligned} \quad (7)$$

这里  $\theta$  为光场在相空间中的旋转相位,  $\varphi =$

$\arg(b_o \uparrow) = \arg(b_o \leftrightarrow) = \arg(e^{i\phi} + e^{-i\phi} \tanh \gamma)$  是  $\hat{b}_o \uparrow, \hat{b}_o \leftrightarrow$  相对于  $\theta_p$  的相位,  $\phi$  是  $\hat{a}_o \uparrow, \hat{a}_o \leftrightarrow$  相对于  $\theta_p$  的相位。在方程[17]中取  $\theta = 0$  和  $\theta = \frac{\pi}{2}$  获得输出场的振幅和相位分量:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{\hat{b} \uparrow} &= \hat{X}_{\hat{b} \uparrow}(0) = \hat{b}_+ \uparrow e^{-i\varphi} + \hat{b}_+^{\dagger} \uparrow e^{i\varphi} \\ \hat{X}_{\hat{b} \leftrightarrow} &= \hat{X}_{\hat{b} \leftrightarrow}(0) = \hat{b}_+ \leftrightarrow e^{-i\varphi} + \hat{b}_+^{\dagger} \leftrightarrow e^{i\varphi} \\ \hat{Y}_{\hat{b} \uparrow} &= \hat{X}_{\hat{b} \uparrow} \left( \frac{\pi}{2} \right) = -i(\hat{b}_+ \uparrow e^{-i\varphi} - \hat{b}_+^{\dagger} \uparrow e^{i\varphi}) \\ \hat{Y}_{\hat{b} \leftrightarrow} &= \hat{X}_{\hat{b} \leftrightarrow} \left( \frac{\pi}{2} \right) = -i(\hat{b}_+ \leftrightarrow e^{-i\varphi} - \hat{b}_+^{\dagger} \leftrightarrow e^{i\varphi}) \end{aligned} \quad (8)$$

当注入亚谐波信号场与谐波泵浦场同位相时 ( $\phi = \varphi = 0$ ), NOPA 运转于最佳参量放大状态, 由(8)式可得<sup>[10]</sup>

$$\begin{aligned} \hat{X}_{\hat{b} \uparrow} - \hat{X}_{\hat{b} \leftrightarrow} &= e^{-\gamma} \hat{X}_{\hat{a} \uparrow} - e^{-\gamma} \hat{X}_{\hat{a} \leftrightarrow} \\ \hat{Y}_{\hat{b} \uparrow} + \hat{Y}_{\hat{b} \leftrightarrow} &= -e^{-\gamma} \hat{Y}_{\hat{a} \uparrow} - e^{-\gamma} \hat{Y}_{\hat{a} \leftrightarrow} \end{aligned} \quad (9)$$

在  $\gamma \rightarrow \infty$  的极限下,  $(\hat{X}_{\hat{b} \uparrow} - \hat{X}_{\hat{b} \leftrightarrow}) = (\hat{Y}_{\hat{b} \uparrow} + \hat{Y}_{\hat{b} \leftrightarrow}) = 0$ , 输出场的一对偏振垂直模之间存在完善的正交振幅正关联和正交相位负关联, 是一对理想的量子纠缠 EPR 光束<sup>[7]</sup>。当  $\phi = \varphi = \frac{\pi}{2}$  时, 泵浦场与注入信号场相位相反, NOPA 运转于参量反放大(deamplification)状态<sup>[8]</sup>, 此时

$$\begin{aligned} \hat{X}_{\hat{b} \uparrow} + \hat{X}_{\hat{b} \leftrightarrow} &= e^{-\gamma} \hat{Y}_{\hat{a} \uparrow} - e^{-\gamma} \hat{Y}_{\hat{a} \leftrightarrow} \\ \hat{Y}_{\hat{b} \uparrow} - \hat{Y}_{\hat{b} \leftrightarrow} &= -e^{-\gamma} \hat{X}_{\hat{a} \uparrow} + e^{-\gamma} \hat{X}_{\hat{a} \leftrightarrow} \end{aligned} \quad (10)$$

只要压缩参量  $\gamma > 0$ , 输出场中的两模之间就存在振幅负关联与相位正关联特性, 在  $\gamma \rightarrow \infty$  时,  $(\hat{X}_{\hat{b} \uparrow} + \hat{X}_{\hat{b} \leftrightarrow}) = (\hat{Y}_{\hat{b} \uparrow} - \hat{Y}_{\hat{b} \leftrightarrow}) = 0$ , 也获得理想的 EPR 量子纠缠态光束<sup>[8,9]</sup>。

## 2 纠缠交换

图2是我们设计的执行连续变量纠缠交换的示意图, 两个相干泵浦的非简并光学参量放大器

(NOPA1和NOPA2)输出两对经典相干但量子独立的明亮 EPR 纠缠态光束  $(\hat{b} \uparrow, \hat{b} \leftrightarrow)$  和  $(\hat{c} \uparrow, \hat{c} \leftrightarrow)$ 。NOPA1 和 NOPA2 均运转于参量反放大状态 ( $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ), 因此  $(\hat{b} \uparrow, \hat{b} \leftrightarrow)$  和  $(\hat{c} \uparrow, \hat{c} \leftrightarrow)$  为正交振幅负关联和正交相位正关联的 EPR 光束。假设 Alice 和 Bob 分别占有 EPR 光场  $\hat{b}$  和  $\hat{c}$  的一半  $\hat{b} \uparrow$  和  $\hat{c} \uparrow$ , 而另一半  $\hat{b} \leftrightarrow$  和  $\hat{c} \leftrightarrow$ , 被传送到中间站 Claire, 在那里它们以  $\frac{\pi}{2}$  的相对位相差在 50%分束器(BSI)上被混合, 输出场  $\hat{e}$  和  $\hat{f}$  为

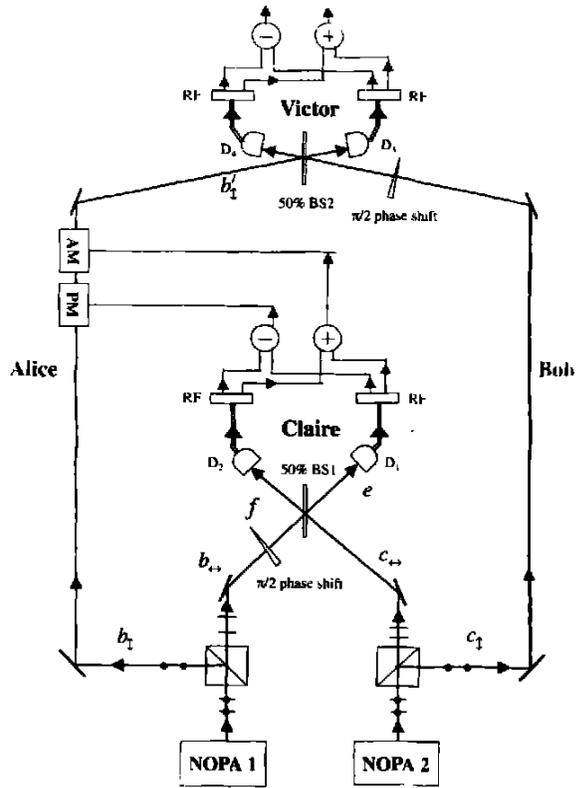


图2 用两个非简并光学参量放大器实现纠缠交换

$$\begin{aligned} \hat{e} &= \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{b} \leftrightarrow + \hat{c} \leftrightarrow) \\ \hat{f} &= \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{b} \leftrightarrow - \hat{c} \leftrightarrow) \end{aligned} \quad (11)$$

$\hat{e}$  和  $\hat{f}$  光场直接被光电探测器  $D_1$  和  $D_2$  接收, 输出光电流经射频分束(RF)后再由正和负功率组合器(Power Combiner) + 和 - 组合, 产生光电流之和及差<sup>9</sup>:

$$\begin{aligned}\hat{i}_+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{X}_{\hat{b}_{\leftrightarrow}} + \hat{X}_{\hat{c}_{\leftrightarrow}}) \\ \hat{i}_- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Y}_{\hat{b}_{\leftrightarrow}} - \hat{Y}_{\hat{c}_{\leftrightarrow}})\end{aligned}\quad (12)$$

在 Claire 对光束  $\hat{b}_{\leftrightarrow}$  和  $\hat{c}_{\leftrightarrow}$  进行联合贝尔态直接测量的过程中将它们各自分别纠缠的模  $\hat{b}_{\vdash}$  和  $\hat{c}_{\vdash}$ ：“投射”(Project) 到一个不可分割的量子纠缠态上, 完成了纠缠交换, 即通过对二组纠缠态之半  $\hat{b}_{\leftrightarrow}$  和  $\hat{c}_{\leftrightarrow}$  的联合测量, 使未发生直接相互作用的另一半  $\hat{b}_{\vdash}$  和  $\hat{c}_{\vdash}$  产生了量子纠缠。为了证明 Alice 和 Bob 之间存在着量子纠缠, 我们用 Claire 联合测量的光电流  $\hat{i}_+$  和  $\hat{i}_-$  调制被 Alice 保留的光场  $\hat{b}_{\vdash}$ , 之后再调制后的光场  $\hat{b}'_{\vdash}$  送至检验站 Victor, 在那里 Victor 对  $\hat{b}'_{\vdash}$  和  $\hat{c}_{\vdash}$  再次进行贝尔态联合直接测量, 如果测量的起伏方差低于标准量子极限, 则证明光束  $\hat{b}_{\vdash}$  和  $\hat{c}_{\vdash}$  之间存在量子纠缠, 即完成了纠缠交换。被调制后的光场  $\hat{b}'_{\vdash}$  可表示为

$$\hat{b}'_{\vdash} = \hat{b}_{\vdash} + \sqrt{2}g_{\text{swap}}\hat{i}_+ + i\sqrt{2}g_{\text{swap}}\hat{i}_- \quad (13)$$

$g_{\text{swap}}$  是适当归一化后的振幅(MA)和相位(PA)调制器增益, 这里我们已经假设二者相等。Victor 对  $\hat{b}'_{\vdash}$  和  $\hat{c}_{\vdash}$  联合测量所获得的和、差光电流为:

$$\begin{aligned}\check{i}_+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{X}_{\hat{b}'_{\vdash}} + \hat{X}_{\hat{c}_{\vdash}}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}[(\hat{X}_{\hat{b}_{\vdash}} + g_{\text{swap}}\hat{X}_{\hat{b}_{\leftrightarrow}}) + (\hat{X}_{\hat{c}_{\vdash}} + g_{\text{swap}}\hat{X}_{\hat{c}_{\leftrightarrow}})] \\ \check{i}_- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Y}_{\hat{b}'_{\vdash}} - \hat{Y}_{\hat{c}_{\vdash}})\end{aligned}$$

### 参考文献:

- [1] ZUKOWSKI M, ZEILINGER A, HORNE M A, *et al.* “Event-ready detectors” Bell experiment via entanglement swapping [J]. *Phys Rev Lett*, 1993, 71: 4287.
- [2] BOSE S, VEDRAL V, KNIGHT P L. Multiparticle generalization of entanglement swapping [J]. *Phys Rev A*, 1998, 57:

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}[(\hat{Y}_{\hat{b}_{\vdash}} - g_{\text{swap}}\hat{Y}_{\hat{b}_{\leftrightarrow}}) + (\hat{Y}_{\hat{c}_{\vdash}} - g_{\text{swap}}\hat{Y}_{\hat{c}_{\leftrightarrow}})] \quad (14)$$

假设 EPR 源 NOPA1 和 NOPA2 有相同的压缩参量  $\gamma$ , 由 NOPA 的输出-输入关系式方程(10)和方程(14)可求得光电流起伏方差:

$$\begin{aligned}V_{i_+}^{\check{}} &= V_{i_-}^{\check{}} = \left[ \frac{e^{\gamma} + e^{-\gamma}}{2} - g_{\text{swap}} \frac{e^{\gamma} - e^{-\gamma}}{2} \right]^2 \\ &\quad + \left[ \frac{e^{\gamma} - e^{-\gamma}}{2} - g_{\text{swap}} \frac{e^{\gamma} + e^{-\gamma}}{2} \right]^2\end{aligned}\quad (15)$$

在实验中我们应该调节系统增益  $g_{\text{swap}}$ , 以获得最佳纠缠度。由(15)式在  $\gamma$  固定, 改变增益的条件下极小化光电流起伏方差, 我们获得最佳增益和最小起伏方差:

$$\begin{aligned}g_{\text{swap}}^{\text{opt}} &= \frac{e^{2\gamma} - e^{-2\gamma}}{e^{2\gamma} + e^{-2\gamma}} \\ V_{i_+}^{\text{opt}} &= V_{i_-}^{\text{opt}} = \frac{2}{e^{2\gamma} + e^{-2\gamma}}\end{aligned}\quad (16)$$

由此可知, 只要  $\gamma > 1$ , 光电流和、差起伏方差就小于归一化的标准量子极限, 即是说光场  $\hat{b}_{\vdash}$  和  $\hat{c}_{\vdash}$  之间存在量子纠缠。NOPA 输出场压缩度愈高, 纠缠交换质量愈好。

### 3 小结

我们证明了通过联合贝尔态直接测量可以完成二组具有振幅负关联和相位正关联的明亮 EPR 光束之间的纠缠交换。纠缠交换的质量依赖于 EPR 源的压缩参量。当  $\gamma \rightarrow \infty$  时, 原则上可以实现理想的纠缠交换。我们还指出纠缠交换的质量可以通过另一套贝尔态直接探测系统进行实验检测。

- [ 3 ] BRIEGEL H J. Quantum Repeaters: The Role of Imperfect Local Operations in Quantum Communication [ J ] . *Phys Rev Lett*, 1998, **81**: 5932.
- [ 4 ] DUR W, *et al.* Quantum repeaters based on entanglement purification [ J ] . *Phys Rev A*, 1999, **59**: 169.
- [ 5 ] POLKINGHORNE R E S, RALPH T C. Continuous Variable Entanglement Swapping [ J ] . *Phys Rev Lett*, 1999, **83**: 2095.
- [ 6 ] LOOCK P V, BRAUNSTEIN S L. Unconditional teleportation of continuous variables entanglement [ J ] . *Phys Rev A*, 2000, **61**: 10302(R).
- [ 7 ] FURUSAWA A, SORENSEN J L, BRAUNSTEIN S L, *et al.* Unconditional quantum teleportation [ J ] . *Science*, 1998, **282**: 706.
- [ 8 ] LI X Y, PAN Q, JING J, *et al.* Quantum Dense Coding Exploiting Bright EPR beams [ J ] . *Phys Rev Lett*, 2002, **88**: 047904
- [ 9 ] ZHANG J, PENG K C. Quantum teleportation and dense coding by means of bright amplitude-squeezed light and direct measurement of a Bell state [ J ] . *Phys Rev A*, 2000, **62**: 064302.
- [ 10 ] OU Z Y, PEREIRA S F, KIMBLE H J, *et al.* Realization of the EPR for continuous variables in nondegenerate parametric amplification [ J ] . *Phys Rev Lett*, 1992, **68**: 3663;  
OU Z Y, PEREIRA S F, KIMBLE H J. Realization of the EPR for continuous variables in nondegenerate parametric amplification [ J ] . *Appl Phys B: Photophys. Laser Chem.* 1992, **55**: 265 .

## Entanglement Swapping of Bright EPR Optical Beams

ZHANG Jing, XIE Chang-de

(State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices; Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan, 030006, P. R. China)

**Abstract:** A scheme achieving quantum entanglement swapping between two pairs of bright EPR optical beams is theoretically proposed. Two pairs of coherent EPR beams are produced from two independent nondegenerate optical parametric amplifiers. The entanglement swapping is demonstrated by means of a half of each EPR beam. The measuring process entangles other two halves of EPR beams that have never directly interacted with each other. In the proposed system, the direct detection of Bell-states is applied instead of usual homodyne detection. Due to that the local oscillator is not needed, the technic trouble for mode-matching is overcome and the efficiency of the detection can be increased in experiments.

**Key words:** entanglement swapping; quantum correlation; EPR optical beam; detection efficiency