

文章编号: 1007- 6654(2009) 04-0299-05

线性色散理论描述内腔 EIT 介质的正交模式分裂

赵慧红, 于旭东, 张靖*

(量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西大学光电研究所, 山西太原 030006)

摘要: 正交模分裂(或真空 Rabi 分裂)是原子与光学腔构成的复合系统实现强相互作用的一个典型现象。本文理论研究了三能级原子介质与腔构成的复合系统,利用线性色散理论将腔内三能级原子自感应透明(EIT)介质的吸收和色散引入光学腔透射公式,非常直观清晰得到腔透射谱的三个分裂峰,它是由腔内 EIT 介质的吸收和色散特性使一个共振腔模分裂为三个腔模。该方法可以推广到腔内含有任意色散和吸收的介质。

关键词: EIT; 透射峰 Rabi 分裂

中图分类号: O431 **文献标识码:** A

0 引言

原子与光学腔构成的复合系统是量子光学中的一个重要研究内容。在通常的腔 QED (Cavity-quantum electrodynamics) 中^[1,2], 高精细的光学微腔可实现单个原子与单个光子强耦合, 强耦合条件是 $g \gg \gamma, k$ (其中, $g = \frac{\mu^2 \omega_c}{\sqrt{2\epsilon\epsilon_0 V_M}}$ 是单个光子与单个原子的耦合强度, ω_c 是光学腔的共振频率, μ 是原子偶极矩阵元, ϵ_0 是真空介电常数, V_M 是腔的模体积, k 是腔的衰减速率, γ 是原子的衰减速率)。在强耦合条件下腔的透射谱会出现正交模分裂(或真空 Rabi 分裂, 也就是腔的一个透射峰分裂为两个透射峰), 两个透射峰频率间距为 $2g$ 。为了增加光与原子相互作用的强度, 可以通过增加腔模内的原子数实现, 使两个透射峰频率间距变为 $2g\sqrt{N}$ 。实验上在原子束^[3,4]、冷原子^[5,6]、玻色-爱因斯坦凝聚^[7-9]、热原子^[10] 中的二能级原子系综中都观测到正交模分裂。最近, 我

们在二能级原子系综与腔的耦合系统中实验观测到多正交模分裂现象^[11], 这是由于 $g\sqrt{N}$ 大于等于腔的自由光谱区频率, 使多个腔模发生分裂。事实上这些正交模分裂现象可以归结为经典问题, 完全可以由线性色散理论解释^[3,11]。三能级原子自感应透明(EIT)介质在光学腔中能够产生许多奇特的现象如光学双稳态^[12]、频率牵引^[13]和线宽压窄^[14]等。最近, 在三能级原子介质与腔构成的复合系统中实验观测到三个分裂的模^[15,16], 其中两个边模是通常二能级原子系综中的正交模分裂, 中间多出的一个模称为暗态激子模。本文采用线性色散理论研究了三能级原子介质与腔构成的复合系统, 非常直观清晰的解释了腔透射谱的三个分裂峰, 它是由腔内 EIT 介质的吸收和色散特性使一个共振腔模分裂为三个腔模。该方法可以推广到腔内含有任意色散和吸收的介质, 例如四能级原子等。

*收稿日期: 2009-08-17

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(批准号: 2006CB921101); 国家自然科学基金(批准号: 60678029); 山西省科技厅基础研究项目(070101)

作者简介: 赵慧红(1979-), 女, 山西孝义人, 硕士研究生, 研究方向为量子光学。E-mail: zhaohu hong2007@163.com

通讯作者: E-mail: jzhang74@sxu.edu.cn, jzhang74@yahoo.com

1 含有原子介质的光学腔的透射谱

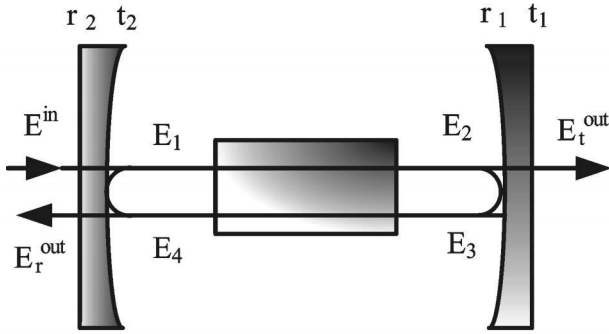


图 1 包含原子介质的光学腔示意图

Fig. 1 Schema of a composite atom-cavity system

考虑一个腔长为 L , 腔内放有长度为 L_c 折射率为 n 的原子介质, 如图 1 所示。内腔场在腔内环行一次表示为:

$$\begin{aligned} E_1 &= i t_2 E^{in} + r_2 E_4 \\ E_2 &= e^{-\alpha L_c / 2} E_1 e^{i\phi / 2} \\ E_3 &= r_1 E_2 \\ E_4 &= e^{-\alpha L_c / 2} E_3 e^{i\phi / 2} \end{aligned} \quad (1.1)$$

其中 E_1, E_2, E_3, E_4 分别为内腔光场在不同空间位置处的强度, 如图 1 所示。 t_1, r_1 和 t_2, r_2 分别为输出和输入腔镜的透射系数反射系数, α 为原子介质单程光强损耗系数, ϕ 为往返腔内所带来的相位改变

$$\phi = 2\pi \frac{\Delta}{\Delta_{FSR}} + \frac{2(n-1)L_c\omega_c}{c} \quad (1.2)$$

Δ 表示入射激光相对腔的失谐 $\Delta = \omega - \omega_c$, ω 为激光频率, ω_c 为光学腔的共振频率, c 为光速, Δ_{FSR} 为空腔自由光谱区。光学腔的反射场和透射场表示为:

$$E_t^{out} = i t_1 E_2 \quad (1.3)$$

$$E_r^{out} = i t_2 E_4 - r_2 E^{in} \quad (1.4)$$

由以上方程可计算出腔的透射系数:

$$\begin{aligned} \frac{E_t^{out}}{E^{in}} &= -\frac{e^{-\alpha L_c / 2} t_1 t_2 e^{i\phi / 2}}{1 - e^{-\alpha L_c} r_1 r_2 e^{i\phi}} \\ \frac{I_t}{I^{in}} &= \frac{T^2 e^{-\alpha L_c}}{(1 - R \times e^{-\alpha L_c})^2 + 4R e^{-\alpha L_c} \sin^2[\phi / 2]} \end{aligned} \quad (1.5)$$

其中 $T = t_1 \times t_2, R = r_1 \times r_2$ 。由此式 (1.5) 可知, 确定原子的线性吸收和色散特性就可计算出原子

与腔耦合的透射谱。

2 三能级原子 Λ 型介质的吸收和色散

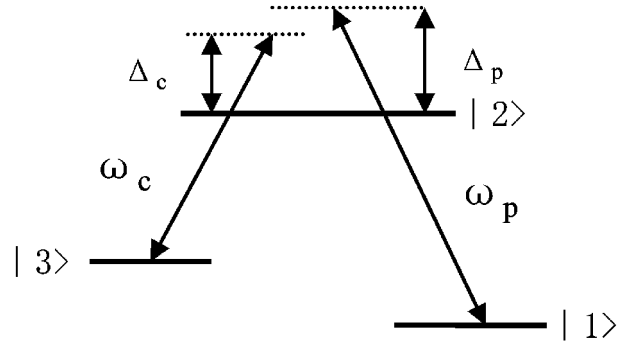


图 2 Λ 型三能级原子系统

Fig. 2 Three-Level Λ -Type atomic system

考虑如图 2 所示 Λ 型三能级结构的原子。能级 $|1\rangle$ 和 $|3\rangle$ 是原子的基态, 能级 $|2\rangle$ 是激发态。 ω_{21} 为能级 $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ 的跃迁共振频率, ω_p 是探测光的频率, $\Delta_p = \omega_p - \omega_{21}$ 是探测光相对能级 $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ 的失谐。 ω_{23} 为 $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ 的跃迁共振频率, ω_c 是耦合光的频率, $\Delta_c = \omega_c - \omega_{23}$ 是耦合光相对能级 $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ 的失谐。对于光与原子相互作用的系统, 可以用密度矩阵方程来描述其演化过程^[17]:

$$\begin{cases} \dot{\rho}_{32} = -(\gamma_{32} - i\Delta_c)\rho_{32} - ig_{23}E_c^*(\rho_{33} - \rho_{22}) - ig_{21}E_p^*\rho_{31} \\ \dot{\rho}_{21} = -(\gamma_{21} - i\Delta_p)\rho_{21} - ig_{21}E_p(\rho_{22} - \rho_{11}) - ig_{23}E_c\rho_{31} \\ \dot{\rho}_{31} = -[\gamma_{31} - i(\Delta_p - \Delta_c)]\rho_{31} + ig_{23}E_c^*\rho_{21} - ig_{21}E_p\rho_{32} \end{cases} \quad (2.1)$$

其中 $\rho_{32}, \rho_{21}, \rho_{31}$ 分别是 $|3\rangle \rightarrow |2\rangle, |2\rangle \rightarrow |1\rangle, |3\rangle \rightarrow |1\rangle$ 的跃迁密度矩阵元, $2Eg_{21}$ 和 $2Eg_{23}$ 分别是 $|2\rangle \rightarrow |1\rangle, |2\rangle \rightarrow |3\rangle$ 跃迁的偶极矩。 $E_c(E_p)$ 是耦合(探测)光场的振幅。 γ_{32} 和 γ_{21} 分别是激发态与基态之间 $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ 和 $|2\rangle \rightarrow |1\rangle$ 的衰减速率, γ_{31} 是两基态间的衰减速率。

在稳态下由方程 (2.1) 得

$$\begin{aligned} \rho_{31} &= \frac{ig_{23}E_c^*}{\gamma_{31} - i(\Delta_p - \Delta_c)}\rho_{21} - \frac{ig_{21}E_p}{\gamma_{31} - i(\Delta_p - \Delta_c)}\rho_{32} \\ &\approx \frac{ig_{23}E_c^*}{\gamma_{31} - i(\Delta_p - \Delta_c)}\rho_{21} \end{aligned} \quad (2.2)$$

这里对 (2.2) 式做近似, 忽略右边的第二项, 近似

的条件是: (a) 探测光相比耦合光非常弱。(b) 稳态情况下能级 $|2\rangle$, $|3\rangle$ 上的粒子布局数几乎为 0, 因此 $\rho_{22} = \rho_{33} = 0$ 。将 (2.2) 代入 (2.1), 可以得到:

$$\rho_{21} = \frac{-ig_{21}E_p(\rho_{22} - \rho_{11})}{\gamma_{21} - i\Delta_p + \frac{\Omega_c^2/4}{\gamma_{31} - i(\Delta_p - \Delta_c)}} - \frac{ig_{21}E_p}{\gamma_{21} - i\Delta_p + \frac{\Omega_c^2/4}{\gamma_{31} - i(\Delta_p - \Delta_c)}} \quad (2.3)$$

其中 $\Omega_c = -2g_{23}E_c$ 是耦合光的 Rabi 频率。这里我们对 (2.3) 式做近似 $\rho_{11} - \rho_{22} \approx 1$, 由于耦合光强远大于探测光强, 我们近似认为稳态时所有原子都布局在能级 $|1\rangle$ 上, 因此 $\rho_{22} \approx \rho_{33} \approx 0$, $\rho_{11} \approx 1$, 探测光的极化率可由极化强度 P 得到。

$$\begin{aligned} \chi'_{21} &= \frac{\mu_{21}^2 N}{E\epsilon_0} \frac{\Delta_p [-(\gamma_{21} + \gamma_{31})\gamma_{31} + (\gamma_{21}\gamma_{31} - \Delta_p^2 + \Omega_c^2/4)]}{(\gamma_{21}\gamma_{31} - \Delta_p^2 + \Omega_c^2/4)^2 + \Delta_p^2(\gamma_{21} + \gamma_{31})^2} \\ \chi''_{21} &= \frac{\mu_{21}^2 N}{E\epsilon_0} \frac{\Delta_p^2 [(\gamma_{21} + \gamma_{31}) + (\gamma_{21}\gamma_{31}^2 - \gamma_{31}\Delta_p^2 + \gamma_{31}\Omega_c^2/4)]}{(\gamma_{21}\gamma_{31} - \Delta_p^2 + \Omega_c^2/4)^2 + \Delta_p^2(\gamma_{21} + \gamma_{31})^2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

当 $|\chi_{21}| > 1$, 原子介质的吸收和色散可以表达为:

$$\alpha = \frac{\omega \chi''_{21}}{c} \quad (2.7)$$

$$n \approx 1 + \frac{\chi'_{21}}{2} \quad (2.8)$$

3 理论计算与分析

这里考虑驻波腔长 L 为 17.7 cm, 输入腔镜的反射系数 r_2 为 0.899, 输出腔镜的透射系数 t_1 为 0.000228, 腔内三能级原子系综长度 L_c 为 50 cm, 原子密度为 $N = 5 \times 10^{13} \text{ m}^{-3}$, 三能级原子衰减速率 γ_{21} 和 γ_{31} 分别为 10 MHz 和 0.8 MHz。当没有耦合光 ($\Omega_c = 0$) 时, 原子对探测光的响应成为二能级原子 (见公式 2.3), 吸收和色散如图 3(a) 和 (b) 所示, 光学腔的一个模将分裂为两个模如图 3(e) 所示, 这就是通常所说的正交模分裂或真空 Rabi 分裂。当打开耦合光 ($\Omega_c = 40$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \epsilon_0 E_p [\chi(\omega_p) e^{-i\omega_p t} + c.c.] \\ &= -2Eg_{21}N \rho_{21} e^{-i\omega_p t} + c.c. \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \chi_{21} &= \frac{4iEg_{21}^2/\epsilon_0 N}{\gamma_{21} - i\Delta_p + \frac{\Omega_c^2/4}{\gamma_{31} - i(\Delta_p - \Delta_c)}} \\ &= \frac{i\mu_{21}^2 N}{E\epsilon_0} \frac{1}{\gamma_{21} - i\Delta_p + \frac{\Omega_c^2/4}{\gamma_{31} - i(\Delta_p - \Delta_c)}} \end{aligned} \quad (2.5)$$

这里 N 是原子密度, $\mu_{21} = 2Eg_{21}$ 是电偶极矩, 与衰减速率 γ_{21} 的关系为 $\gamma_{21} = \frac{1}{\pi \epsilon_0} \frac{\omega^3 \mu_{21}^2}{3Ec^3}$ 。当 $\Delta_c = 0$ 时, 可得到:

MHz) 时, 原子对探测光的响应成为 EIT 介质, 吸收和色散如图 3(c) 和 (d) 所示, 可以看出中心频率处出现一个透明窗口, 并伴随着一个陡的色散, 光学腔透射谱将由一个峰分裂为三个峰如图 3(e) 所示, 其中两个边模就是原先二能级原子正交模分裂的两个峰, 而中间出现的一个非常窄的峰正是由于 EIT 介质中心频率处的透明窗口和伴随着一个陡的色散引起。

4 结论

本文采用经典线性色散理论研究了光学腔中含有三能级原子介质的正交模分裂, 非常直观清晰的解释了腔透射谱的三个分裂峰, 它是由腔内 EIT 介质的吸收和色散特性使一个共振腔模分裂为三个腔模。该方法很容易可以推广到腔内含有任意色散和吸收介质的正交模分裂问题。

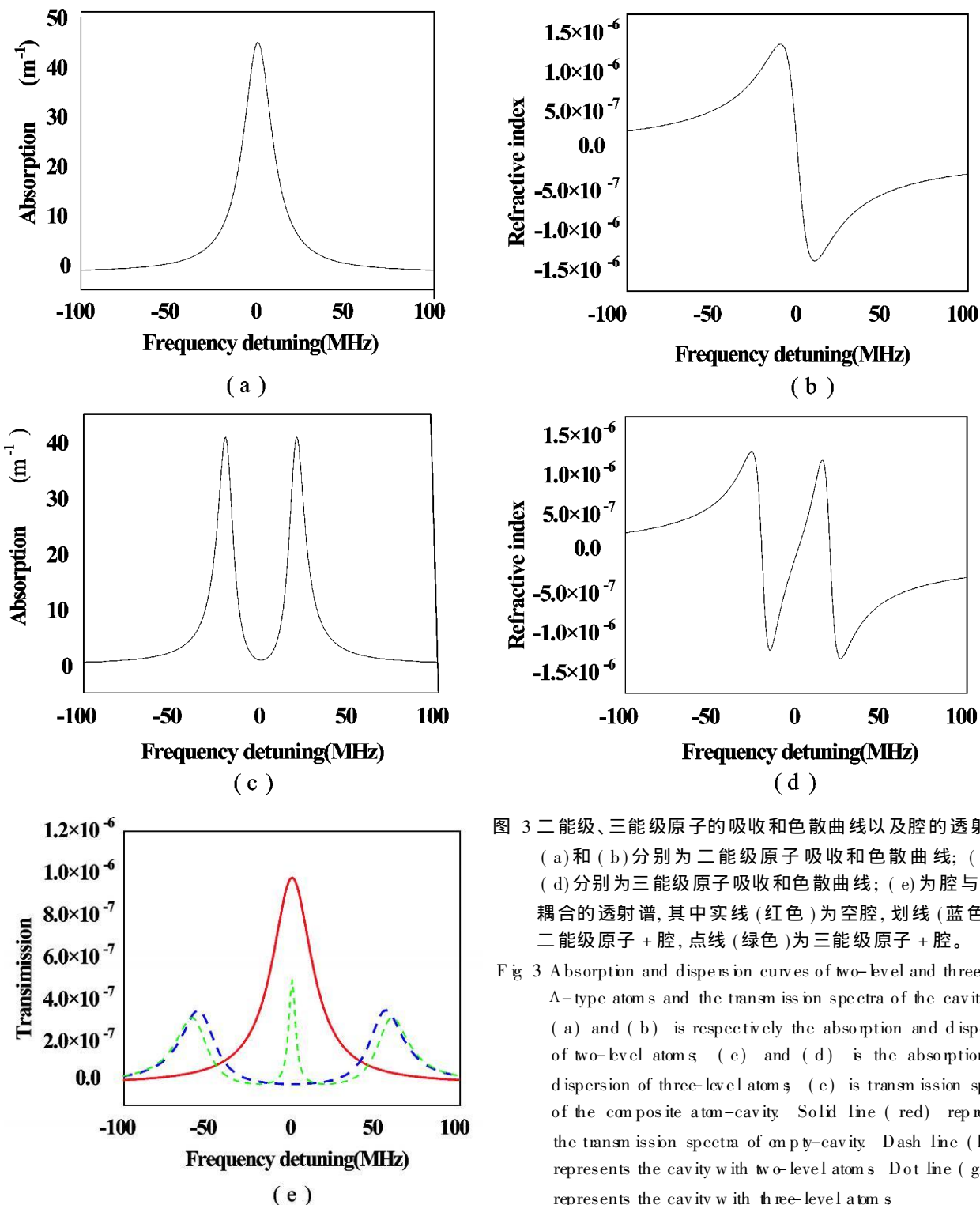


图 3 二能级、三能级原子的吸收和色散曲线以及腔的透射谱。
 (a)和 (b) 分别为二能级原子吸收和色散曲线; (c)和 (d) 分别为三能级原子吸收和色散曲线; (e) 为腔与原子耦合的透射谱, 其中实线 (红色) 为空腔, 划线 (蓝色) 为二能级原子 + 腔, 点线 (绿色) 为三能级原子 + 腔。

Fig 3 Absorption and dispersion curves of two-level and three-level Λ -type atoms and the transmission spectra of the cavity
 (a) and (b) is respectively the absorption and dispersion of two-level atoms (c) and (d) is the absorption and dispersion of three-level atoms (e) is transmission spectra of the composite atom-cavity. Solid line (red) represents the transmission spectra of empty-cavity. Dash line (blue) represents the cavity with two-level atoms. Dot line (green) represents the cavity with three-level atoms

参考文献:

[1] BERMAN P R. Cavity Quantum Electrodynamics [M] New York: Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics Academic, 1994

[2] 张天才, 王军民, 彭堃堃. 光学腔量子电动力学的实验进展 [J]. 物理, 2003, 32(11): 751.

[3] ZHU Y, GAUTHIER D J, MORNS E, *et al*. Vacuum Rabi Splitting as Feature of Linear-Dispersion Theory: Analysis and Experimental Observation [J]. *Phys Rev Lett*, 1990, 64: 2499.

[4] THOMPSON R J, REMPE G, KIMBLE H J. Observation of Normal Mode Splitting for a Atom in an Optical Cavity [J].

- Phys Rev Lett* 1992, **68** 1132.
- [5] KLINNER J, LINDHOLDT M, *et al* Normal Mode Splitting and Mechanical Effects of an Optical Lattice in a Ring Cavity [J]. *Phys Rev Lett* 2006, **96**: 023002.
- [6] TUCHMAN A K, LONG R, *et al* Normal-mode Splitting with Large Collective Cooperativity [J]. *Phys Rev A*, 2006, **74** 053821.
- [7] GUPTA S, MOORE K. L, *et al* Cavity Nonlinear Optics at Low Photon Numbers from Collective Atomic Motion [J]. *Phys Rev Lett* 2007, **99** 213601.
- [8] COLOMBE Y, STEINMETZ T, *et al* Strong Atomic field Coupling for Bose-Einstein Condensates in an Optical Cavity On a Chip [J]. *Nature* 2007, **450**: 272
- [9] BRENECKE F, DONNERT, *et al* Cavity Optomechanics with a Bose-Einstein Condensate Nature [J]. *Nature*, 2007, **450** 268
- [10] GEA-BANACLOCHE J, WU H, XIAO M. Transmission spectrum of Doppler-broadened Two-level Atoms in a Cavity in The Strong-coupling Regime [J]. *Phys Rev A*, 2008, **78** 023828
- [11] YU X D, XING D, CHEN H, *et al* Multi-normal mode Splitting of a Cavity in the Presence of Atoms a Step Towards the Superstrong-coupling Regime [J]. *Phys Rev A*, 2009, **79** 061803.
- [12] JOSHI A, XIAO M. Optical Multistability in Three-Level Atoms Inside an Optical Ring Cavity [J]. *Phys Rev Lett* 2003, **91** 143904
- [13] GOORSKEY D J, WANG H, *et al* Effects of a Highly Dispersive Atomic Medium Inside an Optical Ring Cavity [J]. *Modern Optical* 2002, **49**(1): 305-317.
- [14] WANG H, GOORSKEY D J, XIAO M. Cavity-LineWidth Narrowing by Means of Electromagnetically Induced Transparency [J]. *Opt Lett* 2000, **25** 1732
- [15] HERNANDEZ G, ZHANG J P, ZHU Y. Vacuum Rabi Splitting and Intracavity Dark State in a Cavity-atom System [J]. *Phys Rev A*, 2007, **76** 053814
- [16] WU H, GEA-BANACLOCHE J, XIAO M. Observation of Intracavity Electromagnetically Induced Transparency and Polariton Resonances [J]. *Phys Rev Lett* 2008, **100** 173602
- [17] GEA-BANACLOCHE J, LI Y, *et al* Electromagnetically Induced Transparency in Ladder-type Inhomogeneously Broadened Media: Theory and Experiment [J]. *Phys Rev A*, 1995, **51** 576

Description of The Normal-mode Splitting of Intracavity EIT Medium with Linear-dispersion Theory

ZHAO Hui-hong YU Xu-dong ZHANG Jing

*(The State Key Laboratory of Quantum Optics Devices and Institute of Opto-Electronics Shanxi University,
Taiyuan 030006 China)*

Abstract The normal-mode splitting (or the vacuum Rabi splitting) is a typical strong interaction of atoms in the cavity QED system. Linear-dispersion theory was adopted to research a composite atom-cavity system. By putting absorption and dispersion of intracavity three-energy level atom in the EIT condition (EIT medium) into the formula of the empty-cavity transmission, we can see that a resonance transmission spectrum was split into three transmission spectrums due to absorption and dispersion of EIT medium in the cavity. The method can be applied to all cavities which contain medium of random absorption and dispersion

Key words EIT; transmission spectrum; the vacuum Rabi splitting