

利用准相位匹配晶体产生压缩态光场的 理论与实验研究

研 究 生 李永民

导 师 彭堃堉 教授

张宽收 教授

专 业 光学

研究方向 量子光学

系 所 量子光学与光量子器件

国家重点实验室

山西大学光电研究所

论 文

起止日期 2000 年 9 月 2003 年 5 月

2003 年 5 月

二零零三届博士研究生学位论文

利用准相位匹配晶体产生压缩态光场的 理论与实验研究

研 究 生 李永民

导 师 彭堃堉 教授

张宽收 教授

专 业 光学

研究方向 量子光学

系 所 量子光学与光量子器件

国家重点实验室

山西大学光电研究所

论 文

起止日期 2000 年 9 月 2003 年 5 月

2003 年 5 月

Experimental and Theoretical Investigation on the generation of squeezing light using quasi-phase-matching material

By

Yongmin LI

Supervising professors

Kunchi PENG

&

Kuanshou ZHANG

**A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy in
Shanxi University**

**State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices
Institute of Opto-Electronics Shanxi University**

May 2003

摘要

非经典光场自从在实验上实现以来,便得到了广泛的应用:亚散粒噪声的精密光学测量、量子非破坏测量、以及近年来蓬勃兴起的量子信息领域:如量子离物传态、量子密集编码、量子密码术等方面。在非经典光场的实验实现方面,利用光学参量振荡器(OPO)和光学参量放大器(OPA)来获得非经典光场被证明是一种很有效的方法。尤其是近些年来高质量的激光光源及非线性晶体的获得,光学参量振荡器引起了人们更大的关注。但是利用常规的双折射匹配非线性晶体构建的光学参量振荡器具有一些缺点:如光束走离效应、较低的非线性转换效率、位相匹配温度及匹配角的限制等。近年来,一种新型非线性晶体的实用化—准相位匹配(QPM)晶体,有效地克服了双折射匹配晶体的这些缺点。通过利用准相位匹配技术,不仅可以在非线性晶体的整个透光范围内获得有效的参量作用,从而扩展频率变换的范围;而且可以利用晶体的最大非线性系数进行频率变换,并且光束在晶体的整个长度内都可以进行有效的参量相互作用,从而在较大程度上提高了非线性转换效率。如果将准相位匹配晶体应用在非经典光场的产生方面,就可以在较低的泵浦功率下和新的波长处实现非经典光场。

量子保密通讯是经典密码学和量子力学相结合的产物,它利用量子力学的原理为人们提高绝对安全的保密通讯,具有巨大的科学意义和潜在的应用价值,是目前量子信息学中发展最快、最接近实用阶段的一个分支。

基于以上目的我们进行了以下研究工作:

- 1,利用 $1.06\text{ }\mu\text{m}$ Nd:YVO₄ 激光泵浦连续(cw)周期极化铌酸锂(PPLN)三共振光学参量振荡器(TROPO),在极低泵浦阈值下获得了 2 到 $2.3\text{ }\mu\text{m}$ 的可调谐下转换光输出,OPO 的最低运转阈值仅为 1.5 mW。并利用上述的低阈值周期极化铌酸锂光学参量振荡器,通过级联二阶非线性过程,获得了反射泵浦场的正交位相分量的噪声压缩。

- 2,利用 $1.06\text{ }\mu\text{m}$ Nd:YVO₄ 激光泵浦三共振周期极化铌酸锂光学参量振荡器,获得了 $2\text{ }\mu\text{m}$ 波段下转换信号光和闲置光的强度差压缩,并通过调节周期极化铌酸锂晶体的温度调谐了压缩光的波长,调谐范围为 17 nm。

- 3,理论上分析了实际准相位匹配材料在制作过程中引入的周期极化误差对简并光学参量放大过程的影响。分析结果指出:极化误差的存在,降低了信号光

平均光强和信号光光子数起伏方差的增益以及信号光正交分量的压缩度,但是简并光学参量放大器的输出信噪比仍旧等于输入信噪比,即保持无噪声放大。

4, 提出一种利用单模正交压缩态光场作为密码载体的连续变量量子密码传输方案。在该方案中,经典信号以二进制编码形式调制在单模正交压缩态光场的正交振幅分量或正交位相分量上。基于海森堡测不准关系,任何窃听行为都会导致合法通讯者之间的误码率升高,从而暴露了窃听者的存在,保护了密码信息的安全。与采用同样方案的相干态光场相比,利用单模正交压缩态光场作为密码载体,在目前实验能够得到的压缩度下,保密程度有较大的提高。

5, 提出一种基于纠缠交换的量子信息秘密共享方案:该方案不必制备目前实验上还难以制备的多粒子 GHZ 态,只需制备目前实验上已经比较成熟的两粒子最大纠缠态 (Bell 态),而且可以很方便地在用户集合的任意子集内实现量子信息的秘密共享。

在这些研究工作中,属于创新的研究工作有以下几点:

1,利用三共振周期极化铌酸锂光学参量振荡器,获得了 $2\text{ }\mu\text{m}$ 波段下转换信号光和闲置光的强度差压缩。

2,理论上分析了实际准相位匹配材料在制作过程中引入的周期极化误差对简并光学参量放大过程的影响。

3,提出一种利用单模正交压缩态光场作为密码载体的连续变量量子密码传输方案。

4,提出一种基于纠缠交换的量子信息秘密共享方案。

Abstract

The non-classical light has been used widely in the areas of optical measurement, quantum information since they were experimentally generated, such as optical measurement below shot-noise-limit, quantum non-demolition measurement, quantum teleportation, quantum dense coding and quantum cryptography etc. Optical parametric oscillator (OPO) and optical parametric amplifier (OPA) are the effective methods to generate the non-classical light. Interest in OPO's has been renewed by advances in stable pump lasers and improvements in nonlinear optical materials. Still, many OPO implementations are limited by problems with conventional birefringent phase-matching techniques in available materials, such as Poynting-vector walk-off, low effective nonlinear coefficient, and inconvenient phase-matching temperature and angles. Quasi-phase-matching (QPM) is an alternative technique to birefringent phase matching for compensating phase velocity dispersion. A significant advantage of QPM is that any interaction within the transparency range of the material can be phase matched at a specific temperature, even in situations where birefringent phase matching is impossible. Another benefit is that the interaction waves can be chosen so that coupling occurs through the largest element of the $\chi^{(2)}$ tensor. By using QPM materials we can get the non-classical light at low pump power and new wavelength conveniently.

Quantum cryptography is a combination of classical cryptography and quantum mechanics. The fundamental properties of quantum mechanics provide the quantum protection. Quantum cryptography is very important both in physics and in application. It is one of the fastest developing subsets of quantum information and the one that is closest to the application.

This thesis is formed by five parts:

- 1, A 1.06 μm Nd:YVO₄ laser was used to pump a continuous wave(cw) triply resonant OPO (TROPO) using a periodically poled lithium niobate(PPLN) crystal, signal and idler lights were generated with a pump threshold as low as 1.5mW. Then such a low threshold cw OPO was used to get the quadrature phase squeezing of the

reflected pump beam.

2, 2 μm intensity difference squeezing was achieved by using a 1.06 μm pumped PPLN OPO. The wavelength of down-conversion light can be tuned 17nm by change the temperature of PPLN crystal.

3, The influence of the random domain error of QPM crystal on the degenerate optical parametric amplification is theoretically analyzed. It is shown that the gains of signal photon number, normalized signal photon number variance and the quadrature squeezing of signal are degraded by the domain errors of QPM crystal. However, there are no excess noise introduced by the domain errors and the signal is amplified noiselessly.

4, A new scheme of quantum cryptography based on single mode quadrature phase and amplitude squeezed state lights is presented. The binary key is obtained by modulating the phase quadrature or amplitude quadrature of the squeezed state. The uncertainty relation of quantum mechanics provides the quantum protection. Any eavesdropping can be detected, because it inevitably introduces errors into the cryptography transmission. Comparing with that using a coherent state, the application of the squeezed state enhances the security significantly with the obtainable squeezing at present.

5, A new protocol of multiparty secret sharing of quantum information based on entanglement swapping is presented., To realize the quantum information secret sharing between $N+1$ parties in this protocol, only N Bell states are needed.

Multi-particle GHZ states are difficult to generate in experiment at present, but they are not needed in this protocol. At the same

time, it is convenient to fulfill the secret sharing in any subset of the N users.

The creative works are as follows:

1, 2 μm intensity difference squeezing light was obtained using a 1.06 μm pumped cw PPLN OPO.

2, The influences of the domain error of QPM device on the degenerate optical parametric amplification were theoretically analyzed.

3, A scheme of quantum cryptography based on single mode quadrature squeezed state is presented.

4, A protocol of multiparty secret sharing of quantum information based on entanglement swapping is presented.

目 录

摘要.....	
Abstract.....	
第一章 绪论.....	1
1.1 压缩态光场的产生和应用.....	1
1.2 量子密码学.....	2
参考文献.....	3
第二章 低阈值准相位匹配铌酸锂三共振光学参量振荡器.....	6
2.1 引言.....	6
2.2 准相位匹配简介.....	7
2.3 准相位匹配 OPO 经典特性理论分析.....	9
2.3.1 准相位匹配晶体的非线性系数和相位失配波矢.....	9
2.3.2 准相位匹配 TROPO 的腔模运动方程.....	11
2.3.3 准相位匹配 TROPO 的阈值和输出功率.....	13
2.3.4 准相位匹配 TROPO 调谐特性.....	15
2.4 实验装置.....	17
2.4.1 泵浦源.....	18
2.4.2 模清洁剂.....	19
2.4.3 PPLN 晶体.....	22
2.4.4 OPO 腔参数.....	24
2.5 OPO 运转特性.....	25
2.6 总结.....	30
参考文献.....	31
第三章 利用 PPLN TROPO 级联非线性过程产生 1.06 μm 明亮正交 位相压缩光.....	34
3.1 简介.....	34
3.2 三共振准相位匹配 OPO 反射泵浦光压缩的理论分析.....	35

3.2.1 反射泵浦光的正交分量压缩.....	38
3.2.2 反射泵浦光的强度压缩.....	41
3.3 压缩光探测系统.....	43
3.4 实验装置.....	45
3.5 实验过程和结果.....	46
3.6 总结.....	48
参考文献.....	49
第四章 利用准相位匹配光学参量振荡器产生可调谐强度差压缩光	51
4.1 简介.....	51
4.2 QPM NOPO 产生强度差压缩光的噪声特性理论分析.....	52
4.2.1 场方程的稳态解.....	52
4.2.2 强度差噪声谱的求解.....	53
4.3 实验装置.....	58
4.4 实验结果和分析讨论.....	60
4.5 总结.....	62
参考文献.....	63
第五章 准相位匹配晶体存在的极化误差对简并光学参量放大过程的影响	64
5.1 简介.....	64
5.2 极化误差模型.....	65
5.3 理论分析模型.....	66
5.4 数值分析.....	69
5.4.1 极化误差对正交压缩的影响.....	70
5.4.2 极化误差对平均光子数、光子数起伏及噪声系数的影响.....	74
5.5 总结.....	80
参考文献.....	81
第六章 利用单模正交压缩态光场实现连续变量的量子密码术	82
6.1 简介.....	82

6.2 基于单模正交压缩态光场的量子密码术.....	83
6.3 安全性分析.....	86
6.4 总结.....	91
参考文献.....	92
第七章 基于纠缠交换的量子信息秘密共享方案.....	94
7.1 简介.....	94
7.2 基于纠缠交换的三个参与者量子秘密共享方案.....	95
7.3 安全性分析.....	98
7.4 推广到多个参与者情况.....	101
7.5 总结.....	103
参考文献.....	104
致谢与声明.....	106
博士期间发表和将要发表的论文.....	107

第一章 绪论

1.1 压缩态光场的产生和应用

压缩态的研究可以追溯到七十年代初期^[1.1], 1970 年 Stoler 首先提出这种态的概念^[1.2]。1976 年 Yuen 详细研究了其量子特性^[1.3], 在此后的十年中, 人们从理论上讨论研究了压缩态的基本性质、产生压缩态的多种可能方案及探测压缩态的技术。基于多年的研究和探索, 美国贝尔实验室的 Slusher 于 1985 年率先在钠蒸汽中观测到压缩态信号^[1.4], 紧接着 Kimble, Levenson 小组也以不同的方法产生了压缩态光场^[1.5,1.6]。此后包括山西大学光电研究所在内的许多国内外研究小组对压缩态光场的产生、探测和应用进行了大量深入的理论和实验研究^[1.7-1.24]。在压缩态光场的产生方法中, 利用二阶非线性效应通过倍频(SHG)、光学参量振荡(OPO)和光学参量放大(OPA)是目前获得压缩态光场最有效的办法之一。

压缩态光场之所以引起人们浓厚的研究兴趣, 关键原因在于它的巨大应用前景: 到目前为止, 压缩态光场已被应用到亚散粒噪声的精密光学测量^[1.25-1.31]、量子非破坏测量等量子测量方面^[1.32-1.35], 以及量子离物传态^[1.36-1.39]、量子密码术^[1.40-1.48]、量子密集编码^[1.49-1.52]等量子信息领域。

为了有效地利用压缩态光场, 必须具有稳定可靠的压缩态光源。近年来, 利用二阶非线性效应产生压缩态光场的实验技术有了长足的发展: 具有较高稳定性的 LD 泵浦全固化单频激光器的逐步成熟和商品化, 锁腔技术的发展, 腔镜和非线性晶体镀膜技术的提高, 高质量非线性晶体的研制(如准相位匹配(QPM)晶体), 为人们高效地获得稳定和具有较大压缩度的压缩态光场奠定了基础。在压缩态光场的产生中, 非线性晶体扮演着重要的角色, 尤其是近年来出现的准相位匹配晶体, 使得人们可以在较低的泵浦功率下和以往利用常规双折射匹配晶体很难实现的波长处实现光场的压缩。

在文中, 我们实验上研究了利用新型非线性晶体: 周期极化铌酸锂(PPLN)晶体, 通过连续(cw)光学参量振荡技术在很低的泵浦阈值功率下获得了 $1.06\text{ }\mu\text{m}$ 反射泵浦场的正交位相分量压缩, 同时在新的 $2\text{ }\mu\text{m}$ 波段实现了下转换光的强度差压缩; 理论上我们分析了实际准相位匹配晶体存在的周期极化误差对简并光学参量放大过程的影响。

1.2 量子密码学

保密通讯自古以来在军事、外交方面具有极其重要的应用。但是直到 1940 年 C. E. Shannon 提出信息论后^[1.53]，经典密码学才成为一门真正的学科。基于 Shannon 信息论的经典密码学的实现是以经典物理学为基础的，然而，只有永远不被重复使用的随机数密码本从数学上被证明是绝对安全的。量子密码术的提出很好地解决了这个问题：量子密码术的安全性由量子力学原理来保证，具有无条件的安全性。首先提出利用量子力学原理对信息进行保密的是 1969 年哥伦比亚大学的科学家 S. Wiesner^[1.54]，在此基础上，C. H. Bennett 于 1984 年首次提出了量子密钥分发协议 BB84 协议，从此，量子密码引起了各国密码学界和物理学界的高度重视，在此后的十几年，量子密码学的理论和实验均获得了飞速发展^[1.40-1.48]，一些新的分支不断被提出：如量子秘密共享^[1.55]等。并引起了非学术部门（如军方、政府）的关注，目前实验上最远的传输距离已达 80 多公里，已接近实用阶段。

在本文中，我们基于单模正交压缩态光场提出一种连续变量的量子密码术方案，在目前实验能够实现的压缩度下，利用我们的方案可以得到较高的保密程度。同时我们提出一种基于纠缠交换的量子信息秘密共享方案，在我们的方案中，不必制备目前实验上还难以制备的多粒子 GHZ 态，只需制备目前实验上已经比较成熟的两粒子最大纠缠态（Bell 态），而且可以很方便地在用户集合的任意子集内实现量子信息的秘密共享。

参考文献

- [1.1] 钱士雄, 王恭明, *非线性光学 - 原理与进展*, 复旦大学出版社, 2001
- [1.2] D. Stoler, *Phys. Rev. D*, **1**, 3217 (1970)
- [1.3] H. P. Yuan, *Phys. Rev. A*, **13**, 2226 (1976)
- [1.4] R. E. Slusher, L. W. Hollberg *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **55**, 2409 (1985)
- [1.5] Ling-An Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall and Huifa Wu, *Phys. Rev. Lett.*, **57**, 2520 (1986)
- [1.6]) M. D. Levenson, R. M. Shellby *et al.*, *Phys. Rev. A*, **32**, 1550 (1985)
- [1.7] S. F. Pereira, Min Xiao, H. J. Kimble, J. L. Hall, *Phys. Rev. A*, **38**, 4931 (1988)
- [1.8] A. Sizmann, *Opt. Comm.*, **80**, 138 (1990)
- [1.9] P. Kurz, *Europhys. Lett.*, **24**, 449 (1993)
- [1.10] R. Paschotta, M. Collett, P. Kuerz, K. Fielder, H.-A. Bachor, J. Mlynek, *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 3807 (1994)
- [1.11] H. Tsuchida, *Opt. Lett.*, **20**, 2240 (1995); S. Youn, *et al.*, *Opt. Lett.*, **21**, 1597 (1996)
- [1.12] 张宽收, 张靖, 谢常德, 彭堃堦, *物理学报*, **49**, 80 (2000)
- [1.13] G. Breitenbach, T. Muller, S. F. Pereira, J-Ph. Poizat, S. Schiller, and J. Mlynek, *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 2304 (1995)
- [1.14] P. K. Lam, T. C. Ralph, H.-A. Bachor, and J. R. Gao, *Journal of Optics B* **1**, 469 (1999)
- [1.15] Z. Y. Ou, S. F. Perira, H. J. Kimble, and K. C. Peng, *Phys. Rev. Lett.*, **22**, 3663 (1992)
- [1.16] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble, *Appl. Phys. B*, **55**, 265 (1992)
- [1.17] 彭堃堦, 黄茂全, 刘晶, 廉毅敏, 张天才, 于辰, 谢常德, 郭光灿, *物理学报*, **42**, 1079 (1993)
- [1.18] Qing Pan, Tiancai Zhang, Yun Zhang, Ruining Li, Kunchi Peng, Zhenggang Yu, and Qingming Lu, *Appl. Opt.* **37**, 2394 (1998)
- [1.19] Kunchi Peng, Qing Pan, Hai Wang, Yun Zhang, Hong Su and Changde Xie, *Appl. Phys. B*, **66**, 755 (1998)

- [1.20] S. Reynaud, C. Fabre, and E. Giacobino, *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 1520 (1987)
- [1.21] T. Debuisschert, S. Reynaud, A. Heidmann, E. Giacobino, and C. Fabre, *Quantum Opt.* **1**, 3 (1989)
- [1.22] J. Mertz, T. Debuisschert, A. Heidmann, C. Fabre, and E. Giacobino, *Opt. Lett.*, **16**, 1234 (1991)
- [1.23] C. Kim, P. Kumar, *Phys. Rev. Lett.*, **73**, 1605 (1994)
- [1.24] Gao Jiangrui, Cui Fuyun, Xue Chenyang, Xie Changde and Peng Kunchi, *Opt. Lett.*, **Vol. 23**, No. 11 (1998)
- [1.25] M. Xiao, L. A. Wu, H. J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 278 (1987)
- [1.26] P. Grangier, R. E. Slusher, B. Yurke, et al. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 2153 (1983)
- [1.27] C. D. Nabors, R. M. Shelby, *Phys. Rev. A*, **42**, 556 (1990)
- [1.28] P. R. Tapster, J. G. Rarity, S. Satchell, *Phys. Rev. A*, **37**, 2963 (1988)
- [1.29] P. R. Tapster, S. F. Seward, J. G. Rarity, *Phys. Rev. A*, **44**, 3266 (1991)
- [1.30] 王海, 潘庆, 张云, 薛晨阳, 谢常德, 彭堃堦, *中国科学*, **A28**, 342 (1998)
- [1.31] Y. Q. Li, P. Lynam, M. Xiao, *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 3105 (1997)
- [1.32] S. F. Pereira, Z. Y. Ou, H. J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 214 (1994)
- [1.33] J. F. Rock, K. Vigneron, P. Grelu, *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 643 (1997)
- [1.34] R. Bruckmeier et al., *Phys. Rev. Lett.*, **8**, 1243 (1997)
- [1.35] H. Wang, Y. Zhang, Q. Pan, H. Su, A. Porzio, C. D. Xie, K. C. Peng, *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 1414 (1999)
- [1.36] C. H. Bennett et al., *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 1895 (1993)
- [1.37] D. Bouwmeester, J. W. Pan, K. Mattle, et al., *Nature*, **390**, 575 (1997)
- [1.38] D. Boschi et al., *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 1121 (1998)
- [1.39] A. Furusawa et al., *Science*, **282**, 637 (1998)

**[1.40] C. H. Bennett, G. Brassard, In Proceeding of IEEE
International Conference on Computers, Systems and Signal
Processing, Bangalove, India (IEEE, New York, 1984) p175.**

- [1.41] C. H. Bennett, *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 3121 (1992)
- [1.42] L. Goldenberg, L. Vaidman, *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 1239 (1995)

- [1.43] Masato, N. Imoto, ***Phys. Rev. Lett.***, **79**, 2383 (1997)
- [1.44] Tal and Mor, quant-ph/9802
- [1.45] A. K. Ekert, ***Phys. Rev. Lett.***, **67**, 661 (1991)
- [1.46] C. H. Bennett, *et al.*, ***J. Cryptol.***, **5**, 3 (1992)
- [1.47] T. C. Ralph, ***Phys. Rev. A*** **61**, 010303 (2000)
- [1.48] M. Hillery, ***Phys. Rev. A*** **61**, 022309 (2000)
- [1.49] C. H. Bennett, S. J. Wiesner, ***Phys. Rev. Lett.***, **69**, 2881 (1992)
- [1.50] S. L. Braunstein, H. J. Kimble, ***Phys. Rev. A***, **61**, 042302 (2000)
- [1.51] J. Zhang, Kunchi Peng, ***Phys. Rev. A*** **62**, 064302 (2000)
- [1.52] X. Y. Li, Q. Pan, J. T. Jing, J. Zhang, C. D. Xie, K. C. Peng, ***Phy.Rev.Lett.***, **88**, 011204 (2002)
- [1.53] C. E. Shannon, ***Bell Syst. Tech. J.***, **27**, 379 (1948)
- [1.54] S. Wiesner, ***Sigact News***, **15**, 78 (1983)
- [1.55] M. Hillery, V. Buřek, and A. Berthiaume, ***Phys. Rev. A***, **59**, 1829 (1999)

第二章 低阈值准相位匹配铌酸锂三共振光学参量振荡器

2.1 引言

连续光学参量振荡器可以用来拓宽激光的波长范围，具有较宽的调谐范围，是一种理想的产生相干辐射的装置^[2.1]，在光谱学、相干光通讯、激光雷达等领域有着重要的应用前景。近年来，随着全固化单频激光器技术的发展及高质量非线性晶体的出现，使得低阈值、高转换效率、连续可调谐 OPO 技术有了长足发展^[2.2]。特别是随着高质量准相位匹配晶体的实用化，进一步促进了 OPO 技术的发展。通过利用准相位匹配技术，不仅可以利用非线性晶体最大的有效非线性系数进行频率变换，并且光束在晶体的整个长度内都可以进行有效的参量相互作用，而且扩展了频率变换的范围。利用准相位匹配晶体构建的连续光学参量振荡器可进一步提高参量转换效率，扩展波长调谐范围。

由于许多化学气体对于波长在 $2\mu\text{m}$ 附近的光存在强的吸收，所以 $2\mu\text{m}$ 波段激光可被应用于微量化学气体的检测、环境保护与监测^[2.3]。同时 $2\mu\text{m}$ 附近波长光对于人眼属于安全光，从而被广泛应用于医学上^[2.4]。在准相位匹配晶体实用化以前，获得 $2\text{-}2.3\mu\text{m}$ 波段激光的主要途径是：利用 $1.06\mu\text{m}$ 激光器做为泵浦源，通过参量振荡技术获得。由于常规的双折射匹配非线性晶体在 $2\mu\text{m}$ 波段的有效非线性系数很小，参量转换效率很低，导致 OPO 的阈值很高，因此必须采用高功率脉冲激光器（如 Nd:YAG 脉冲激光器）做为泵浦源在脉冲方式下实现^[2.5,2.6]或者采用利用内部反射机制的超低损耗 OPO（monolithic cavity）在连续方式下实现^[2.7]。准相位匹配晶体的实用化在很大程度上降低了 OPO 的阈值，使得人们可以高效地得到该波段的光源。在本章中，我们利用全固化单频 Nd:YVO₄ 激光器作为泵浦源，泵浦周期极化铌酸锂连续三共振光学参量器(TROPO)，获得了 $2\text{-}2.3\mu\text{m}$ 波段的信号光和闲置光输出，最低阈值仅有 1.5mW 。

在本章第二部分我们首先对准相位匹配这一概念给以简介。第三部分我们简要介绍准相位匹配 OPO 的理论。实验装置在第四部分给以介绍。第五部分我们给出 PPLN OPO 的运转特性。第六部分我们对本章做一总结。

2.2 准相位匹配简介

准相位匹配的概念由 ArmsTROPong 等人^[2.8]于 1962 年, Franken 和 Ward^[2.9]于 1963 年分别独立提出, 到目前为止, 已经被许多研究者分析、讨论和延伸。以简并光学参量放大过程为例, 它实质上是一种用来补偿由于自然色散而导致的非线性晶体中信号光和泵浦光之间的相速度色散的技术。但是它同常规的双折射相位匹配不同^[2.8], 在双折射匹配中, 非线性晶体的各向异性被用来决定某一特殊的光传播方向, 在该方向上信号光和泵浦光存在着相同的相速度, 从而在该方向上可以获得严格的相位匹配。而 QPM 技术则允许信号光和泵浦光的相速度不一致: 当信号光和泵浦光在晶体中传播了一个相干长度的时候, 两者之间存在一个 π 的位相差, 这时通过对非线性晶体的非线性极化率进行周期性的翻转, 就可以使得相速度的失配得到周期性地补偿, 这样, 泵浦光就能够有效地转化为信号光, 使得信号光能够得到持续地放大。通过这种办法, 在晶体的整个通光区域内晶体的最大非线性极化率就能够被有效利用。为了进一步形象说明准相位匹配的概念, 在图 2.1 中给出了三种相位匹配情况下简并光学参量放大器的增益随着传播距离的变化关系。通常情况下, 在晶体中信号光和泵浦光的相位

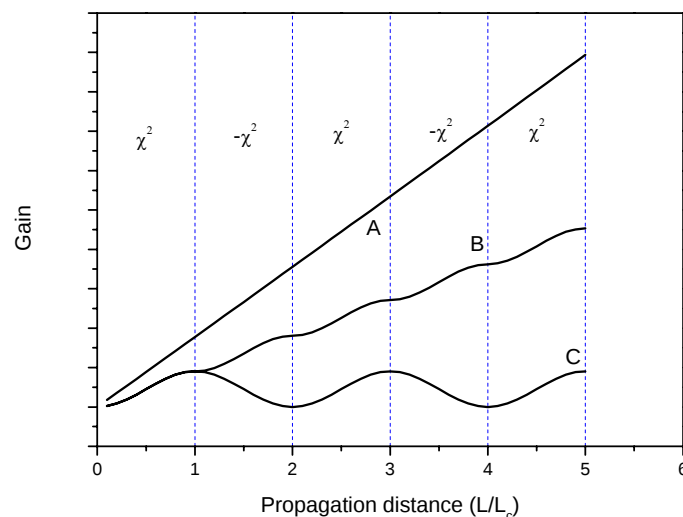


Fig.2.1 简并光学参量放大情况下, 信号光的增益随着传播距离的变化曲线。A 代表严格相位匹配情况。B 代表一阶准相位匹配情况。C 代表相位失配情况 ($\Delta k = \pi / L_c$)。

是不匹配的 ($\Delta k \neq 0$), 这样它们的能量将随着传播距离的增加而周期性的相互

转换，转换的周期为 $2L_c$ ， L_c 为相干长度，定义式为： $\Delta k = \pi / L_c$ ，其物理意义为参量变换的最大有效长度。在这种情况下信号光的能量得不到有效的放大，如图 2.1 中 C 所示。如果采用一阶准相位匹配技术，晶体的二阶非线性极化率以 L_c 为周期被周期性的反转，如图 2.1 中 B 所示，这时相位的失配被周期性的补偿（所谓的准相位匹配），信号光的能量能够持续地得到增加，而不是周期性地和泵浦光相互转化。如果能够利用晶体的各向异性特性使相位得到严格的匹配（在晶体中参量作用方向上的任意一点都有 $\Delta k = 0$ ），信号光的能量就能够以较准相位匹配情况更快的速度增加，如图 2.1 中 A 所示。

从图 2.1 中，我们还可以看出，对于给定的参量作用方向，严格的相位匹配（双折射匹配）同准相位匹配相比，效率更高。这是因为理论计算表明^[2.1]，准相位匹配同双折射匹配相比会引入 $\frac{2}{\pi}$ 的有效非线性系数降低因子：

$d_Q = \frac{2}{\pi} d_B$ ，其中， d_Q 为准相位匹配的有效非线性系数率； d_B 为双折射匹配的有效非线性系数。人们之所以采用准相位匹配是因为^[2.10]：如果利用晶体的双折射特性来获得相位匹配，晶体的最大非线性系数就无法被利用，可供利用的有效非线性系数比较小；同时在人们感兴趣的某些波长处通过晶体的双折射特性根本无法获得相位匹配。而对于准相位匹配来说，由于可以利用晶体的最大非线性系数，即使考虑到引入的有效非线性系数降低因子，它的有效非线性系数还是远远高于双折射匹配情况。例如对于 LiNbO_3 来说^[2.11]，采用准相位匹配和采用双折射匹配相比，增益因子提高了约 20 倍： $(2d_{33} / \pi d_{31})^2 \approx 20$ 。同时，准相位匹配的相位匹配表达式中多了一项可以控制的量（晶体的非线性系数反转周期），从而可以人为的选择参量变换的波长和温度，具有比较大的自由度。

为了制作准相位匹配的器件，人们探索了种种办法：如在晶体生长的过程中进行调制^[2.11,2.12]等等^[2.13,2.14]。但是这些办法都存在不同程度的缺陷：如晶体的极化反转周期均匀性很差等，从而限制了准相位匹配器件的生产和应用。直到上个世纪九十年代，一种新的制作准相位匹配晶体技术被提出^[2.15,2.16]：通过平板印刷得到光栅电极，然后在光栅电极上加上高压电场使得非线性晶体得以周期极化。这种技术能够以较高的质量、较低的成本、批量生产准相位匹配器件，使得准相位匹配材料由实验室走向商业化生产。

到目前为止，通过利用外加电场周期极化技术，准相位匹配已经在铁电晶体： $\text{LiNbO}_3^{[2.17]}$ ， $\text{LiTaO}_3^{[2.18]}$ ， $\text{KTP}^{[2.19]}$ ， $\text{RTA}^{[2.20]}$ 中得以实现并能达到实用的水平。其中 LiNbO_3 以其成熟的生产工艺（成本低廉），较大的有效非线性系数，较高的晶体质量和较大的晶体尺寸而备受青睐，用途也最广泛。但是准相位匹配目前也存在一些问题：对于一些非铁电晶体，就无法通过外加电场周期极化技术来制作。在红外波段的 OPO 应用中，晶体极化周期的长度一般从 $15\mu\text{m}$ 到 $30\mu\text{m}$ ，目前技术已能很好达到这一要求。但是在可见光波段，晶体极化周期的长度要求在 $3\mu\text{m}$ 到 $10\mu\text{m}$ 之间，目前的技术生产起来还存在一些问题。同时目前能够制作的准相位匹配晶体其厚度最大只有 1mm ，限制了其在大功率场合的应用。

2.3 准相位匹配 OPO 经典特性理论分析

2.3.1 准相位匹配晶体的非线性系数和相位失配波矢

考虑角频率为 ω_0 的泵浦光入射到二阶有效非线性系数为 χ_{eff} 的双折射匹配非线性晶体上（假设相位完全匹配），传播方向为 z 方向。由于非线性参量相互作用，会自发辐射产生一个角频率为 ω_1 的信号光光子和一个角频率为 ω_2 的闲置光光子。这时，在晶体内部总的复数电场可以写为^[2.21]：

$$E(r, t) = \sum_{i=0}^2 E_i(z) \exp[i(k_i z - \omega_i t)] \quad (2.1)$$

其中， $i = 0, 1, 2$ 分别代表泵浦光、信号光和闲置光。

在非线性参量相互作用过程中，满足能量守恒

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2 \quad (2.2)$$

要实现最佳参量变换，还要满足动量守恒（相位匹配）

$$\Delta k = k_0 - k_1 - k_2 = 0 \quad (2.3)$$

其中， $k_i = n_i \omega_i / c$ ($i = 0, 1, 2$)，分别代表泵浦光、信号光和闲置光的波矢。 n_i 是晶体在角频率 ω_i 处的折射率， c 为真空中的光速。通常情况下除非采取特殊措施 (2.3) 式一般是不会满足的。在慢变包络近似下，参量作用耦合波方程可写为^[2.1]：

$$\frac{dE_1}{dz} = \frac{i\omega_1}{n_1 c} \chi_{eff} E_0 E_2^* \exp(i\Delta k z)$$

$$\frac{dE_2}{dz} = \frac{i\omega_2}{n_2 c} \chi_{eff} E_0 E_1^* \exp(i\Delta k z) \quad (2.4)$$

$$\frac{dE_0}{dz} = \frac{i\omega_0}{n_0 c} \chi_{eff} E_1 E_2 \exp(-i\Delta k z)$$

对于准相位匹配晶体来说,沿波的传播方向它的非线性系数不同于双折射匹配晶体,不再是一个常量。我们对它进行傅立叶展开:

$$\chi(z) = \chi_{eff} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_m \exp(-ik_m z) \quad (2.5)$$

χ_{eff} 为同样过程中单块晶体(未周期极化晶体)的有效非线性系数。 $k_m = 2\pi m / \Lambda$ 是第 m 阶傅立叶分量的光栅矢量, Λ 是准相位匹配晶体的极化反转周期。考虑到只有相位匹配的傅立叶分量对参量作用有显著的贡献,忽略掉其它不满足相位匹配的傅立叶分量(这些分量只会引起信号光和泵浦光能量之间的相互振荡,对参量作用几乎没有贡献)。这时参量作用耦合波方程变为^[2.22]:

$$\begin{aligned} \frac{dE_1}{dz} &= \frac{i\omega_1}{n_1 c} \chi_Q E_0 E_2^* \exp(i\Delta k_Q z) \\ \frac{dE_2}{dz} &= \frac{i\omega_2}{n_2 c} \chi_Q E_0 E_1^* \exp(i\Delta k_Q z) \\ \frac{dE_0}{dz} &= \frac{i\omega_0}{n_0 c} \chi_Q E_1 E_2 \exp(-i\Delta k_Q z) \end{aligned} \quad (2.6)$$

从傅立叶展开式(2.5),可以得出 QPM 作用的有效非线性系数:

$$\chi_Q = \chi_{eff} G_m \quad (2.7)$$

QPM 作用的波矢失配为:

$$\Delta k_Q = k_0 - k_1 - k_2 - k_m \quad (2.8)$$

当非线性系数被周期性地反转时,(2.5) 式傅立叶展开式中的系数为:

$$G_m = \frac{2}{m\pi} \sin(m\pi D) \quad (2.9)$$

其中,因子 $D = l / \Lambda$, l 是反转区域的长度, Λ 是极化周期长度。对于准相位匹配来说,当 $D = 1/2$ 和 $m = 1$ 时有效非线性系数最大:

$$\chi_Q = \frac{2}{\pi} \chi_{eff} \quad (2.10)$$

对于一阶准相位匹配共线作用其波矢失配为:

$$\Delta k_Q = k_0 - k_1 - k_2 - \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (2.11)$$

由相干长度的定义式： $\Delta k_Q = \pi / L_c$ ，令 $\Delta k_Q = 0$ 我们可以得出对于一阶准相位匹配共线作用其反转周期的长度等于两倍的晶体相干长度：

$$\Lambda = 2l_c = \frac{2\pi}{k_0 - k_1 - k_2} \quad (2.12)$$

除了在大的泵浦强度和高的转换效率情况下，这时由于信号光和闲置光将会转化为泵浦光，导致泵浦光的相位和晶体的相干长度被改变，在较低的泵浦强度和较小的转化效率情况下，大部分 OPO 的理论都可以被应用到准相位匹配 OPO 的理论中，只需把常规 OPO 理论中的有效非线性系数和波矢失配替代为 χ_Q 和 Δk_Q 即可。还有一点值得注意，由于理论模型中存在的简化：准相位匹配晶体的非线性系数展开式中只取了其中起主要作用的一项，因此下面的理论分析结果将只适用于较小的泵浦功率和转换效率下 OPO 主要特性的平均结果。

2.3.2 准相位匹配 TROPO 的腔模运动方程

我们引入变量 $\alpha_i(z)$ ^[2,23]：

$$\alpha_i(z) = \sqrt{\frac{n_i c \varepsilon_0}{2\hbar \omega_i}} E_i(z) \quad (2.13)$$

其中 $N_i = |\alpha_i|^2$ 表示模 i 在位置为 z 处单位时间内通过单位横截面上的光子流（单位是 $m^{-2}s^{-1}$ ），这时 (2.6) 式可以简化为：

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha_1}{dz} &= i\xi_Q \alpha_0 \alpha_2^* e^{i\Delta k_Q z} \\ \frac{d\alpha_2}{dz} &= i\xi_Q \alpha_0 \alpha_1^* e^{i\Delta k_Q z} \\ \frac{d\alpha_0}{dz} &= i\xi_Q \alpha_1 \alpha_2 e^{-i\Delta k_Q z} \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\text{其中, } \xi_Q = \chi_Q \sqrt{\frac{2\hbar \omega_0 \omega_1 \omega_2}{\varepsilon_0 c^3 n_0 n_1 n_2}}。$$

我们假设相位完全匹配： $\Delta k_Q = 0$ ，同时参量增益很小（量级为百分之几），

在这种情况下，三个模的振幅沿非线性晶体的传播方向上将变化不大。在线性近似下，(2.14) 中的第三式可以被写为：

$$\alpha_0(z) = \alpha_0(0) + i\xi z \alpha_1(0)\alpha_2(0) \quad (2.15)$$

这样，在从 $z = 0$ 到 $z = L$ 长度为 L 的晶体中，不同模的振幅的平均值就等于晶体中部模的振幅值 ($z = L/2$ 处)。下面为方便起见，我们将以模的振幅的平均值来作为描述相应模的变量，如下式：

$$\alpha_i = \alpha_i(L/2) \quad (2.16)$$

忽略掉包含 χ 二阶以上的高阶项 ($\chi^n, n \geq 2$)。在晶体输出端场的振幅 $\alpha_i(L) (i = 0, 1, 2)$ 可以用输入场 $\alpha_i(0)$ 和变量 α_i 来表示：

$$\begin{aligned} \alpha_1(L) &= \alpha_1(0) + 2i\chi\alpha_0\alpha_2^* & \alpha_1 &= \alpha_1(0) + i\chi\alpha_0\alpha_2^* \\ \alpha_2(L) &= \alpha_2(0) + 2i\chi\alpha_0\alpha_1^* & \alpha_2 &= \alpha_2(0) + i\chi\alpha_0\alpha_1^* \\ \alpha_0(L) &= \alpha_0(0) + 2i\chi\alpha_1\alpha_2 & \alpha_0 &= \alpha_0(0) + i\chi\alpha_1\alpha_2 \end{aligned} \quad (2.17)$$

其中， $\chi = \xi_Q L/2$ 。

现在，准相位匹配晶体被放置到由平面镜组成的长度为 L' 的环形腔中。输入耦合镜在频率 ω_i 处的振幅反射系数和透射系数分别为： $r_i, t_i (i = 0, 1, 2)$ 。我们将只考虑腔的精细度比较高的情况： $r_i \approx 1$ 。引入参数 $\rho_i = 1 - r_i (\rho_i \ll 1)$ ，这时有 $t_i \approx \sqrt{2\rho_i}$ 。现在我们可以直接用初始的信号模振幅来表示绕环形腔一周后信号模的振幅：

$$(\alpha_1)_{RT} = [(\alpha_1 + i\chi\alpha_0\alpha_2^*)r_1 + i\chi\alpha_0\alpha_2^*]e^{i\varphi_1} \quad (2.18)$$

其中， φ_1 是信号模绕腔一周的传播相移。在稳态情况下，必须满足： $(\alpha_1)_{RT} = \alpha_1$ ，联立式(2.18)，可以导出信号模的腔方程：

$$(-\rho_1 + i\delta_1)\alpha_1 + 2i\chi\alpha_0\alpha_2^* = 0 \quad (2.19)$$

上面的方程是在假设信号模和腔近共振的情况下得到的：

$$\varphi_1 = 2\pi p_1 + \delta_1, \quad \delta_1 \ll 1 \quad (2.20)$$

其中， p_1 是整数，同时忽略了所有包含有小量 $\chi\alpha_0, \rho_1, \delta_1$ 的非线性项。类似于

信号模腔方程的推导过程，我们可以得到三个模的耦合方程：

$$\begin{aligned} (-\rho_0 + i\delta_0)\alpha_0 + 2i\chi\alpha_1\alpha_2 &= -t_0\alpha_0^{in} \\ (-\rho_2 + i\delta_2)\alpha_2 + 2i\chi\alpha_0\alpha_1^* &= 0 \\ (-\rho_1 + i\delta_1)\alpha_1 + 2i\chi\alpha_0\alpha_2^* &= 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

2.3.3 准相位匹配 TROPO 的阈值和输出功率

对于方程 (2.21)，只有当下列关系得到满足的时候，信号模和闲置模才存在非零稳态解：

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta, \quad |\alpha_0|^2 = \frac{\rho_1\rho_2 + \delta^2}{4\chi^2} \quad (2.22)$$

上式表明要使 OPO 稳定运转，信号模和闲置模相对于腔的失谐必须相等；同时，泵浦光的内腔功率密度保持为恒定的值。

我们假设三模严格共振： $\delta = \delta_0 = 0$ 。这时准相位匹配 OPO 输出的信号光子流可以表示为：

$$t_1^2 |\alpha_1|^2 = \frac{t_1^2 \rho_2 (t_0 \alpha_0^{in} - \rho_0 \alpha_0)}{4\chi^2 \alpha_0} \quad (2.23)$$

OPO 的阈值可以令参量增益等于腔的损耗得到，即信号光的输出光子流为零，由 (2.22) 和 (2.23) 我们可以得到泵浦阈值为：

$$P_{th} = \hbar\omega_0 |\alpha_0^{in}|^2 = \hbar\omega_0 \frac{t_0^2 t_1^2 t_2^2}{64\chi^2} \quad (2.24)$$

信号光的输出功率可以联立方程 (2.23) 和 (2.24) 得到：

$$P_1^{out} = \hbar\omega_1 t_1^2 |\alpha_1|^2 = 4 \frac{\omega_1}{\omega_0} P_{th} \left(\sqrt{\frac{P_{in}}{P_{th}}} - 1 \right) \quad (2.25)$$

准相位匹配 OPO 下转换光输出功率(信号光和闲置光功率的总和)可以表示为：

$$P^{out} = \hbar\omega_1 t_1^2 |\alpha_1|^2 + \hbar\omega_2 t_2^2 |\alpha_2|^2 = 4P_{th} \left(\sqrt{\frac{P_{in}}{P_{th}}} - 1 \right) \quad (2.26)$$

其中， $t_2^2 |\alpha_2|^2 = t_1^2 |\alpha_1|^2$ ，表示信号光的光子流等于闲置光的光子流（即每一个泵浦光子在参量作用过程中下转换为一个信号光的光子和一个闲置光的光

子)。从上式我们可以看出当泵浦功率等于四倍的阈值功率时，QPM OPO 达到最大的转换效率 100%。

在上面的讨论中，我们假设准相位匹配晶体包含有整数个周期，当然，实际的晶体由于制作过程中一些不易控制的因素，不一定包含有整数个周期，但是几分之一周期相对于通常准相位匹配晶体包含的上千个周期来说，对参量转换效率的影响是微乎其微的，但是它对于参量作用波之间的相对相位的影响却比较大。对于线性驻波腔，正反两个方向的参量作用波之间存在的附加相移会使驻波腔 OPO 的阈值升高，同没有附加相移的情况相比最高可达 1.9 倍。实验上有人通过把晶体的一个端面磨成一个小的角度，使得晶体两个端面不再平行，以此来补偿这种附加相移^[2.24,2.25]。

到目前为止，我们所描述的是一个理想情况下的 QPM OPO：相位完全匹配，不存在额外的内腔损耗，三个模都做平面波近似。下面我们将简要分析在实际情况下 QPM OPO 的特性：

- (1) 额外的内腔损耗：通常情况下，输入耦合镜的透射并不是腔模的唯一损耗源，由于晶体表面的反射，晶体的吸收等原因对腔模会引入额外的腔内损耗，我们假设它为： A_i 。
- (2) 线性驻波腔：在这种情况下，当腔模绕腔运行一周时晶体被往返穿过两次，参量增益计算要考虑到三个模之间的相对相位。
- (3) 非完美的相位匹配：在线性腔的情况下，非完美的相位匹配和晶体被腔模往返穿过两次引入的相对相位问题相干叠加在一起。
- (4) 考虑腔模的横模分布，我们假设三个腔模都为高斯基模： TEM_{00} 模，晶体的长度等于两倍的瑞利长度。

考虑到上面四种情况，通过类似前面的理论分析，我们可以得到只要把有效非线性系数 χ 替换为 χ' ，前面的结果仍旧适用：

$$\chi' = \chi(1 + e^{i(\Delta\theta + \Delta k_Q L)})(e^{i\Delta k_Q L} - 1) / i\Delta k_Q L \quad (2.26)$$

其中， $\Delta\theta = \theta_0 - \theta_1 - \theta_2$ ， θ_i 是腔模 α_i 连续两次穿过晶体积累的相移。它包括介质的色散效应（通常是空气），高斯光束由于波前具有曲率而引入的传播相移，腔镜的多层镀膜引入的相移。 Δk_Q 由 (2.11) 决定，当它不为零时，将会产生两种效应：一是振幅效应，当泵浦功率大于最小的起振阈值时，会有一个增益带宽：

除了对应于最小起振阈值的振荡模，其它临近频率的振荡模也会起振。二是相位效应，在很多方面类似于交叉克尔效应，在参量作用过程中表现为级联效应。同时相位效应还会导致 OPO 的双稳行为^[2.26]。

对于实际情况下的 QPM OPO，其阈值可由下式给出：

$$P_{th}' = \hbar\omega_0 |\alpha_0^{in}|^2 = \hbar\omega_0 \frac{(t_0^2 + A_0)^2 (t_1^2 + A_1)(t_2^2 + A_2)}{64t_0^2 \chi'^2} \quad (2.27)$$

其中， $\chi'^2 = 4\chi^2 (\sin c \frac{\Delta k_Q L}{2} \cos \frac{\Delta\theta + \Delta k_Q L}{2})^2$ 。信号光的输出功率表达式为：

$$P_1'^{out} = \hbar\omega_1 t_1^2 |\alpha_1|^2 = 4 \frac{\omega_1}{\omega_0} \frac{t_1^2 t_0^2}{(t_0^2 + A_0)(t_1^2 + A_1)} P_{th}' \left(\sqrt{\frac{P_{in}'}{P_{th}'}} - 1 \right) \quad (2.28)$$

总的下转换光输出功率为：

$$P'^{out} = 4 \frac{t_1^2 t_0^2}{(t_0^2 + A_0)(t_1^2 + A_1)} P_{th}' \left(\sqrt{\frac{P_{in}'}{P_{th}'}} - 1 \right) \quad (2.29)$$

从方程(2.29)我们可以看出 QPM OPO 最大的转换效率(100%)仍旧是在泵浦功率等于四倍的阈值功率处。从方程 (2.27) 我们可以看出两种消相位效应在某种情况下可以相互抵消：当 $\Delta\theta$ 不为零时， Δk 也必须取不为零的值才能使得 OPO 的阈值最小。这时的阈值要大于 $\Delta\theta$ 等于零时的阈值，但是比起 Δk 等于零时的阈值增加的幅度很小。例如，当 $\Delta\theta$ 增加到 π 时，最低阈值增加到原来的 1.9 倍^[2.27]，但是这个最低阈值必须通过调节 OPO 的一个参量才能实现（例如晶体的温度），使得 ΔkL 取值 2.32，从而使得 χ'^2 取最大值。在实际的 OPO 中，总是具有最低起振阈值的一对信号模和闲置模优先起振。

2.3.4 准相位匹配 TROPO 调谐特性

对于 QPM TROPO，要实现最佳参量变换，必须同时满足五个条件：

1，能量守恒：

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2 \quad (2.30)$$

2，相位匹配： $\Delta k_Q = 0$ ，又可以被写为：

$$\frac{n_0(\lambda_0, T)}{\lambda_0} - \frac{n_1(\lambda_1, T)}{\lambda_1} - \frac{n_2(\lambda_2, T)}{\lambda_2} - \frac{1}{\Lambda} = 0 \quad (2.31)$$

3, 4, 5 : 泵浦光、信号光和闲置光共振 :

$$\frac{\omega_0}{c}(L_a + n_0(\omega_0, T)L_{cr}) + \phi_0 = 2\pi N_0 \quad (2.32)$$

$$\frac{\omega_1}{c}(L_a + n_1(\omega_1, T)L_{cr}) + \phi_1 = 2\pi N_1 \quad (2.33)$$

$$\frac{\omega_2}{c}(L_a + n_2(\omega_2, T)L_{cr}) + \phi_2 = 2\pi N_2 \quad (2.34)$$

其中, λ_i ($i = 0, 1, 2$) 为泵浦光、信号光和闲置光的波长, $n_i(\lambda_i, T)$ 为晶体中泵浦光、信号光和闲置光的折射率, L_a 为腔内往返一周空气的长度, L_{cr} 为二倍的晶体长度, ϕ_i 为附加的相移 (由腔镜等引入), N_i 为纵模数。上述五个条件决定了 QPM TROPO 的调谐特性。通常情况下, 上述五个条件难以同时满足, 实际中 OPO 的振荡模总是在满足能量守恒的前提下, 在相位匹配条件和腔的共振条件之间进行折中^[2.28], 使得起振阈值最小。

对于 TROPO, 由于要求信号光和闲置光同时共振, 就会导致 mode-hop 现象 mode-cluster 现象^[2.272.29]。Mode-hop: 起振的下转换模对对应的是一系列分立的腔长, 当腔长或泵浦光频率变化时, OPO 会从一个模对跳到另一个模对, 对应的频率改变在简并点附近时大约为泵浦光的一个自由光谱区。通常 QPM 采用 I 类匹配, 在近简并时, 对应的跳模腔长改变量为零点几纳米。而对于 II 类匹配, 相应的改变量为几个纳米。Mode-cluster: 对于给定的腔长, 存在许多下转换模对同时满足共振条件, 通常阈值最低的优先起振。但是如果泵浦功率足够高, 临近的满足共振条件的下转换模对也可以同时共振。对于 TROPO, 如不采取特殊措施, 通常泵浦光不一定严格共振。对于 I 类匹配和简并点附近, 下转换模对对应的分立共振腔长的间隔非常小, 当泵浦光功率等于几倍阈值功率时, 泵浦光线宽对应的腔长范围内通常可以包含有数十个下转换模对, 因此在下转换模对共振的情况下, 泵浦光可以有很小的失谐, 从而可以实现三模的近似共振。这时相位并不一定完全匹配 ($\Delta k_Q \neq 0$), 可能会存在着轻微的失配。要实现三模的严格共振和相位的完全匹配, 就需要在腔内加入色散元件 (如光楔), 与此同时改变泵浦光的波长和 OPO 的腔长。

下面我们简要地讨论 QPM TROPO 的四种调谐方式^[2.30-2.33] :

准相位匹配周期调谐: 当我们改变准相位匹配晶体的极化周期 Λ 时, 信号光

和闲置光的频率会相应改变以使得 (2.31) 得以满足，从而完成调谐。

温度调谐：给定泵浦光的波长 λ_0 和一定的温度 T ，由(2.30)和(2.31)式以得出信号光和闲置光的波长 λ_1, λ_2 。也就是，(2.30)和(2.31)式决定了在固定的泵浦光波长下，信号光和闲置光的波长随着不同的温度的调谐曲线。对于 I 类匹配，它是一条类似于抛物线形的曲线。

腔长调谐：前面我们提到，由于 Mode-hop 效应，不同的腔长对应不同的信号光和闲置光频率。因此当我们改变腔长时，就可以对 OPO 输出的频率进行调谐。对于在简并点附近运转的 I 类匹配 OPO，这种调谐范围可达到上百个 nm^[2.1,2.34]。

泵浦光频率调谐：由能量守恒关系(2.30)，当泵浦光频率发生改变时，会引起信号光频率和闲置光频率的相应改变，从而达到调谐的目的。

单独运用上述四种调谐方法中的任何一种通常只能达到不连续调谐的效果，即信号光的频率阶越式地改变，而不是连续的改变。要获得连续的调谐，可以采用泵浦光频率调谐和腔长调谐相结合的办法，即通过同时改变泵浦光频率和 OPO 的腔长来实现信号光波长的连续调谐，而不会发生跳模现象。

2.4 实验装置

图 2.2 是我们的实验装置图。我们采用 $1.064\mu\text{m}$ 全固化单频 NdYVO₄ 激光器作为泵浦源，光隔离器用来防止反射回来的激光对激光器稳定运转的干扰。由于 LD 泵浦的全固化激光器的输出横模通常呈椭圆形，并非理想的高斯基模，在实验中将会影响泵浦激光与 OPO 的模式匹配^[2.35]，而且光场在低频处存在远高于散粒噪声的经典噪声^[2.36]，在非经典光场产生实验中会导致光场压缩度减小。为此我们设计了一个模清洁剂以改善激光的光束质量^[2.37]，得到近理想的高斯光束，同时将激光的强度噪声由 30M 处达散粒噪声极限改善为在 7M 处即达散粒噪声极限。模清洁剂后的半波片和偏振分束棱镜用来调节注入 OPO 的泵浦功率。光路中的透镜用来变换激光的光束，完成泵浦激光和 OPO 腔之间的模式匹配。OPO 腔前的半波片用来改变泵浦光的偏振方向为 S 偏振以满足 PPLN 相位匹配对偏振的要求（PPLN 的匹配方式为：e-e+e）。下面我们将逐一介绍实验装置。

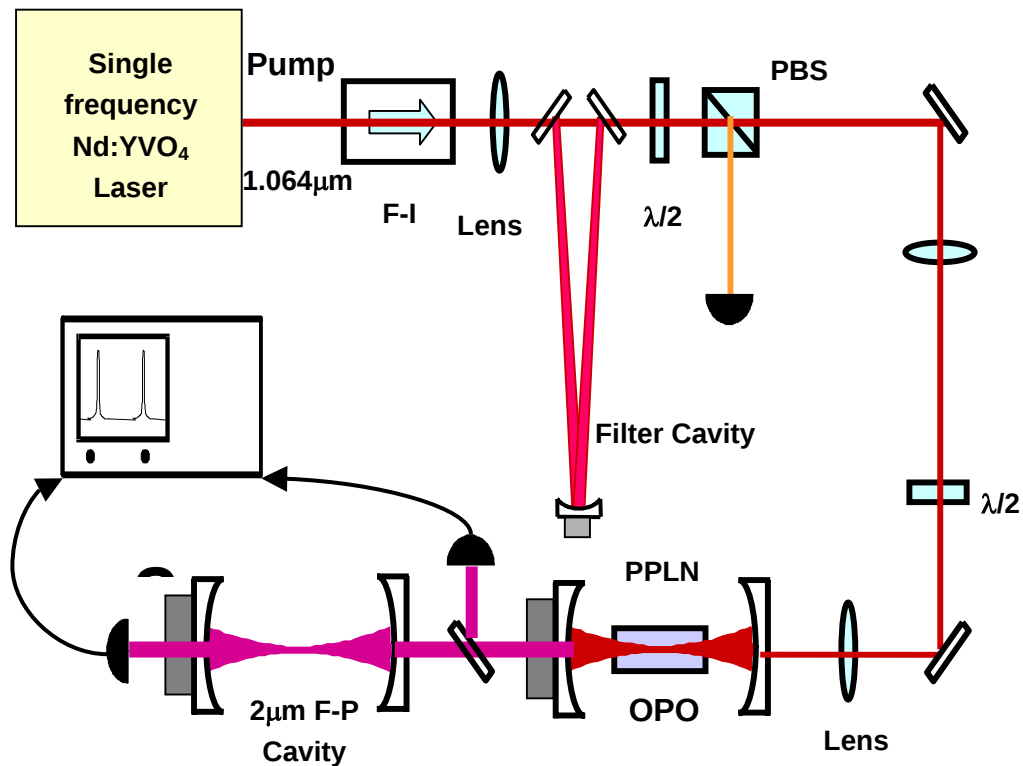


Fig.2.2 低阈值 PPLN OPO 实验装置图。F-I 光隔离器，PBS 为偏振分束棱镜，

2.4.1 泵浦源

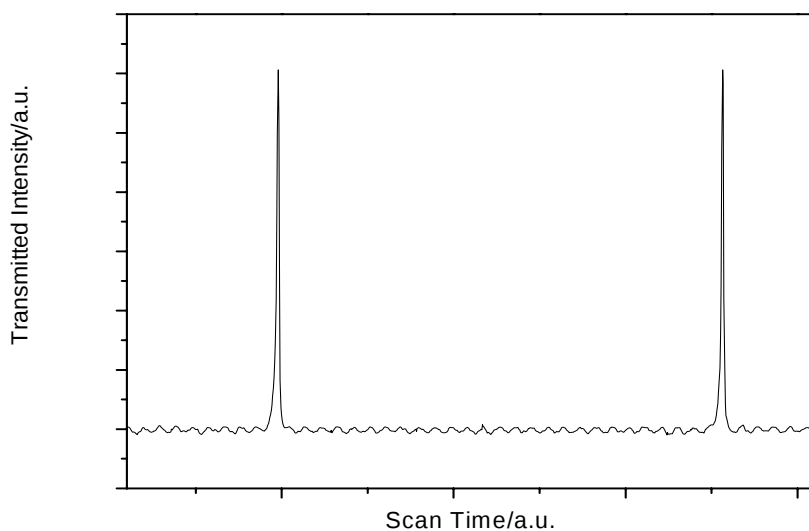


Fig. 2.3 扫描 F-P 腔观察到的激光器模式

同传统的灯泵激光器相比，LD 泵浦的全固化单频激光器具有高效、长寿命、小型化、操作简单等优点受到人们的极大关注。同时由于它具有较高的功率稳定

性和频率稳定性，从而保证了连续光学参量振荡器的稳定运转。

我们实验中的泵浦源采用的是 3W LD 泵浦的全固化单频 NdYVO₄ 激光器，采用分立元件环形腔结构，腔内插入 TGG 和 $\lambda/2$ 波片使得激光器单向运转，从而保证激光器的单频输出。激光器的单频最大输出功率 600mW。长期功率稳定性小于 $\pm 1\%$ (五个小时)。图 2.3 是扫描 F-P 腔观察到的激光器的模式，可以看出激光器为单频运转。激光器频率的快速连续调谐可以通过改变激光器谐振腔的腔长来获得（腔长的改变通过调节加在压电陶瓷上的电压来实现），最大的连续调谐范围：790MHz。

2.4.2 模清洁剂

A 空间模式的改善

空间模式为椭圆的泵浦激光不仅会影响泵浦光与 OPO 腔之间的模式匹配，增加 OPO 的阈值；而且会影响平衡零拍探测中本底光和信号光的空间模式匹配，降低平衡零拍探测的效率。泵浦激光空间模式的改善的目的是要得到一个理想的高斯基模（TE₀₀ 模）。对于设计一个能够高质量改善激光空间模式的模清洁剂来说，不仅要使模清洁剂具有窄的线宽和高的阻抗匹配（高的透射效率）。还必须考虑到腔的本征模简并问题。

对于曲率半径为 R 的对称腔，其 m 阶和 m+1 阶本征模之间的频率差为：

$$\delta\nu = \frac{c}{\pi p} \arccos(1 - p/2R)$$

(2.35)

其中， p 是腔的周长， c 是真空中光速。我们注意到，对于共焦腔来说有 $p = 2R$ ，这就会导致 $\delta\nu = c/2p$ 。这表明，所有的奇数阶本征模在自由光谱区（FSR）的一半处简并，所有偶数阶的本征模都和 TE₀₀ 模简并。当这种情况发生时，把腔锁定在 TE₀₀ 模的共振腔长处并不能排除其它高阶偶数模的存在，因为它们此时也与腔共振。所以，设计模清洁剂时必须保证：

$$\delta\nu \neq \frac{r}{s} FSR \quad (2.36)$$

其中 r, s 为任意值的小整数。(2.36)式保证了模清洁剂对于高阶本征模的非简并。

B 强度噪声的过滤

模清洁器不仅可以改善激光的空间模式 ,而且还可以过滤光场的高频强度

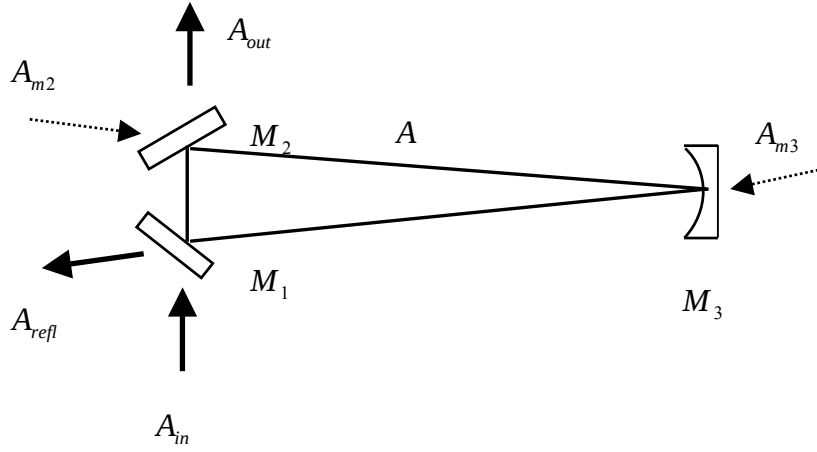


Fig. 2.4 模清洁器示意图

噪声。当光场入射到模清洁器时，入射光场中频率低于模清洁器线宽的强度噪声被透射，频率高于模清洁器线宽的强度噪声则被反射，这样入射光场中频率高于模清洁器线宽的强度噪声就会被过滤掉。考虑如图 2.4 所示的三镜环形腔模清洁器。其中， A_{in} ， A_{refl} ， A_{out} ， A 分别为模清洁器的输入场，反射场，透射场和内腔场。 A_{m2} 和 A_{m3} 分别是腔镜 M_2 和 M_3 输入的真空起伏场。经过计算，可以得到模清洁器的透射场和反射场的归一化强度噪声表达式^[2.21]：

$$V_{out} = \frac{4k_1k_2V_{in} + (k_2 - k_1 - k_3)^2 + \omega^2 + 4k_2k_3}{(k_1 + k_2 + k_3)^2 + \omega^2}$$

$$V_{refl} = \frac{((k_1 - k_2 - k_3)^2 + \omega^2)V_{in} + 4k_1k_2 + 4k_1k_3}{(k_1 + k_2 + k_3)^2 + \omega^2}$$

(2.37)

其中， V_{in} 为输入场的强度噪声， k_1 ， k_2 和 k_3 分别为腔镜 M_1 ， M_2 和 M_3 的透射引入的场的损耗速率： $k_i = t_i^2 / 2\tau$ ($i = 1, 2, 3$)， t_i 为腔镜对场的振幅透射系数， τ 是腔的往返时间， ω 是分析频率。对于额外的内腔损耗，可以归并到 M_3 的透射损耗速率中去。

在理想情况下： $k_1 = k_2 = k$ ， $k_3 = 0$ ，这时(2.37)式可以简化为：

$$V_{out} = \frac{\gamma_{cav}^2 V_{in} + \omega^2}{\gamma_{cav}^2 + \omega^2}$$

$$V_{refl} = \frac{\omega^2 V_{in} + \gamma_{cav}^2}{\gamma_{cav}^2 + \omega^2} \quad (2.38)$$

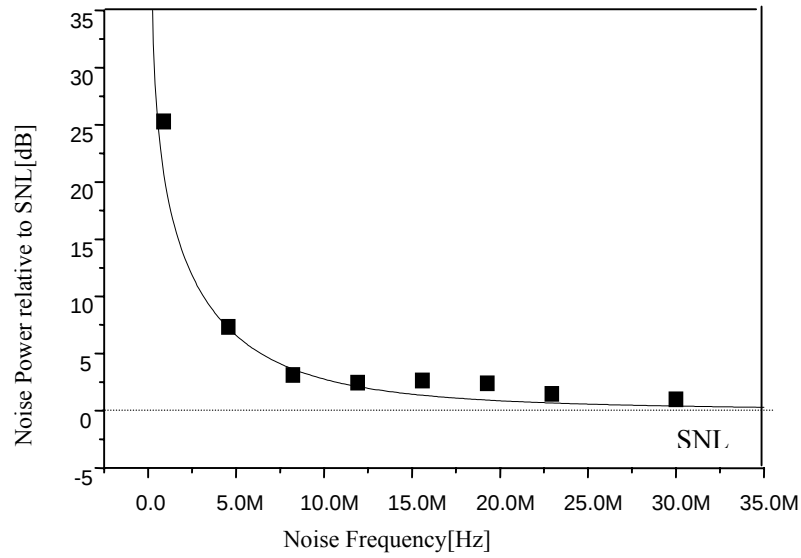


Fig.2.5a 模清洁器前激光的强度噪声谱曲线
实线为理论曲线，黑框为实验测定值，SNL 指散粒噪声基准

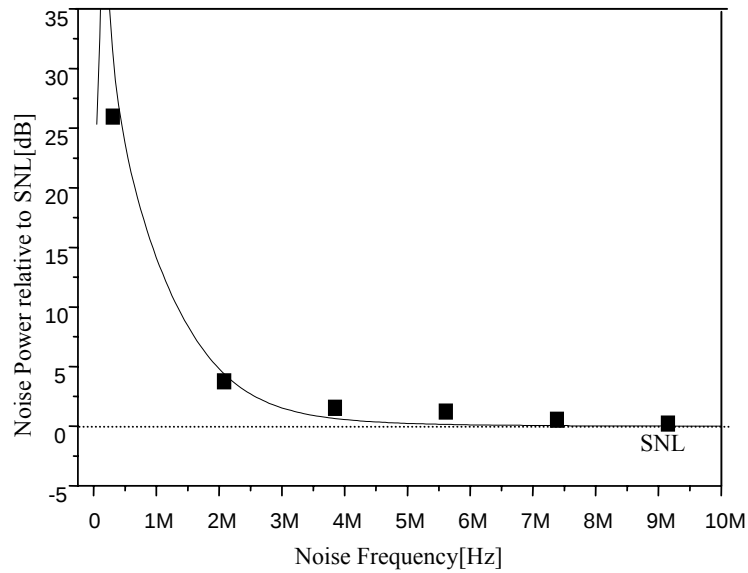


Fig.2.5b 模清洁器后激光的强度噪声谱。其中实线为理论曲线，
黑框为实验测定值。

其中， $\gamma_{cav} = 2k$ 为腔的线宽。由(2.38)式我们可以明显看出：当分析频率趋于零

时（远小于腔的线宽），透射场的强度噪声趋于输入场的强度噪声，反射场的强度噪声趋于散粒噪声。当分析频率趋于无穷大时（远大于腔的线宽），透射场的强度噪声趋于散粒噪声，反射场的强度噪声趋于入射场的强度噪声。也就是，模

清洁剂类似于一个“低通滤波器”：在低频处，对于入射场和从输出镜输入的真空起伏场的噪声全部透射；在高频处，对于入射场和从输出镜输入的真空起伏场的噪声则全部反射。根据模清洁器的通低频阻高频的特性，我们就可以利用它来改善 LD 泵浦的全固化激光器的强度噪声，使得通常在几十兆处才能达散粒噪声的光场，在几兆处就可以达散粒噪声极限。

C 实验装置和结果

如图 2.2 所示，我们的模清洁剂采用由两个平面镜和一个凹面镜组成的三镜环形腔结构，凹面镜的曲率半径 1.5m，腔长为 2.25m。输入耦合镜和输出耦合镜的反射率均为 98%，凹面镜的反射率为：99.5%。实验中采用边带锁频技术将模清洁剂锁定在激光器的频率上，模清洁器的对于入射光功率的透射效率 70%，光功率波动小于 1%。图 2.5 是利用平衡零拍探测测量到的模清洁剂前后激光的强度噪声谱，图中模清洁剂后激光强度噪声的理论曲线由 (2.37) 式代入具体实验数据得到（关于激光器输出激光的强度噪声的计算详见[2.36,2.37]）。我们可以看出，激光器的输出激光在低频处有很大的强度噪声，激光的强度噪声直到 30M 才达到散粒噪声极限，而经过模清洁剂以后激光的强度噪声在 7M 就达到了散粒噪声极限。

2.4.3 PPLN 晶体

铌酸锂（LN）晶体自从问世以来，一直在 OPO 中有着重要的应用^[2.38]：实验上人们首次获得的 OPO 就是基于一块 5cm 长的 LN 晶体^[2.39]。原因是它具有大的非线性系数，宽的通光范围：覆盖可见光到中红外，同时它的生产工艺很成熟：人们可以批量生产大体积、均匀、光学级的晶体^[2.40]。当然同其它普通的非线性晶体相比，LN 晶体也存在着缺陷：如较低的损伤阈值和光折射效应。

PPLN 同 LN 相比较，在 OPO 应用中更具有优势^[2.17]：

- 1, 可以利用晶体最大的非线性系数：对于 $1.064\mu\text{m}$ 激光的倍频，它的非线性系数： $d_Q = (2/\pi)d_{33} \approx 17\text{pm/V}$ ，而双折射匹配 LN 的非线性系数： $d_{31} = 4.3\text{pm/V}$ 。
- 2, PPLN 由于存在反转周期结构，可以在很大程度上减弱光折变效应，同时，可以通过控制晶体的极化反转周期，使得参量作用在较高的温度下进行，从而消除光折变效应。
- 3, 由于可以利用晶体的最大非线性系数，使得过去在高功率下的工作现在在较低功率下就可以完成。以在 OPO 中的应用为例：大大降低了 OPO 的阈值，保护了晶体免受高功率损伤。
- 4, 采用 e+e-e 的匹配方式，减小了晶体在红外波段的吸收。

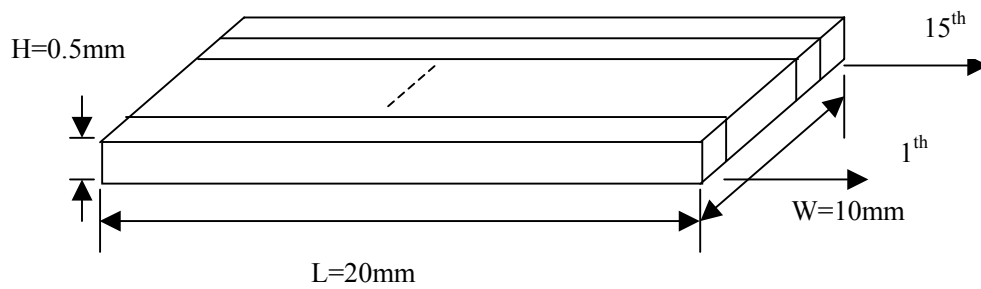


Fig. 2.6 PPLN 晶体总的结构图

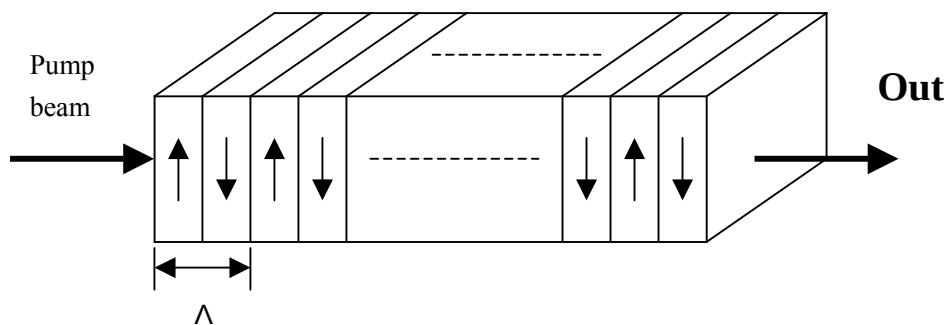


Fig. 2.7 每个通道的详细结构图。图中向上的箭头代表有效非线性系数为正的区城，向下的箭头代表有效非线性系数为负的区域。 Λ 代表极化周期。

图 2.6 是我们实验中使用的 PPLN 晶体总的结构图。晶体的尺寸： $20 \times 10 \times 0.5\text{mm}$ ，共有 15 个光学通道，极化周期长度从 $28.2\mu\text{m}$ - $31.0\mu\text{m}$ （周期长度间隔： $0.2\mu\text{m}$ ）。匹配方式：I 类（ $e+e-e$ ），晶体的有效非线性系数^[2,17]（对于 $1.064\mu\text{m}$ 泵浦的 OPO）： $d_Q = (2/\pi)d_{33} = 14.4\text{pm/V}$ ^[2,1]。晶体的两个端面镀膜为： $1.064\mu\text{m}$ AR， $1.8 - 2.5\mu\text{m}$ AR。图 2.7 是每个通道具体的结构图。图 2.8 是理论计算的不同极化周期的 PPLN 温度调谐曲线，对应的泵浦波长为 $1.064\mu\text{m}$ 。从图中可以看

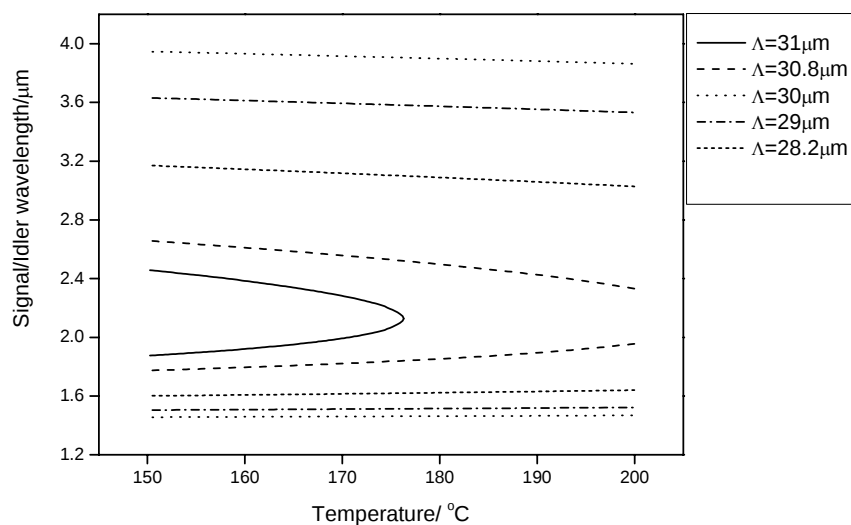


Fig. 2.7 理论计算不同极化周期的 PPLN 晶体随着温度的调谐曲线。

出，极化周期越短，简并温度点越高。对于极化周期等于 $31\mu\text{m}$ 的通道，简并温度点在 176°C 附近，极化周期等于 $30.8\mu\text{m}$ 的通道，简并温度已经超过 200°C 。

2.4.4 OPO 腔参数

OPO 腔为由两个曲率均为 30mm 的曲面镜构成的线形驻波腔。输入耦合镜对泵浦光($1.06\mu\text{m}$)的反射率为 87% ，对下转换光($2-2.2\mu\text{m}$)的反射率均为 99.8% ，输出耦合镜对泵浦光的反射率为 99.8% ，对下转换光的反射率为 99.2% 。为了得到比较小的腰斑，提高转换效率，降低阈值泵浦功率，OPO 腔型采用近共心结构，有效腔长 55mm 。理论计算，在此腔型结构中泵浦光和信号光的腰斑分别为 $50\mu\text{m}$ 、 $70\mu\text{m}$ 。PPLN 晶体被置于腔中，利用控温精度为 0.01°C 的控温仪来控制它的温度。由于三共振 OPO 对于机械稳定性要求比较高，所以我们把整个腔固

定在一块殷钢板上，并用有机玻璃罩密封起来，以减弱外界的扰动，使得 OPO 可以稳定运转。

2.5 OPO 运转特性

图 2.9 是没有下转换光产生时，扫描 OPO 的腔长时泵浦光的透射曲线^[2.41]，

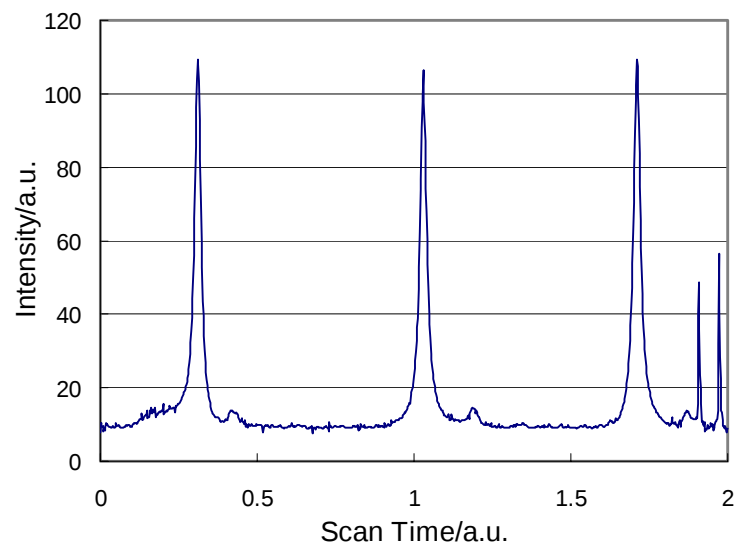


Fig.2.9 当没有下转换光产生时，扫描 OPO 腔长时的透射曲线。

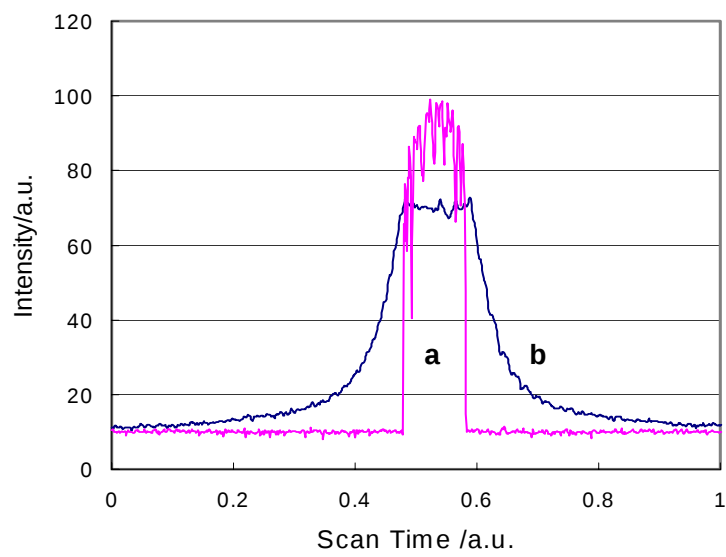


Fig.2.10 在近简并温度时，扫描腔长得到的下转换光 a 和泵浦光 b 的透射曲线。

可以看出模式匹配优于 95%。当把晶体加热至 176°C 附近时,产生近简并的参量下转换光($2.1\mu\text{m}$),图 2.10 是近简并温度点扫描 OPO 时下转换光和泵浦光的透射曲线。可以看到扫描时的下转换光并非一个单模,而是由许多模式组成。这是由我们在§2.3.4 提到的 mode-hop 效应引起的:当腔长被扫描时,输出光的频率随着腔的共振频率而改变(只要输出光的频率位于腔镜的带宽之内,并且相位失配不严重),而且共振腔长是一系列分立的值^[2.1],利用这一特性通过腔长就可以对

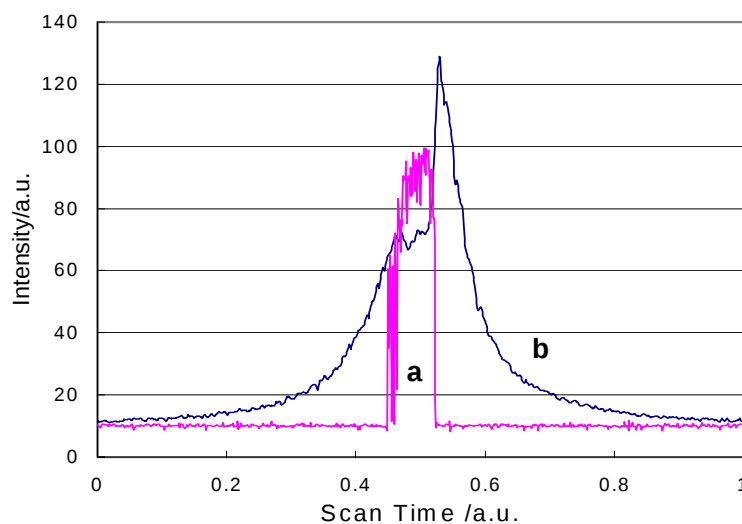


Fig.2.11 在简并温度时,扫描腔长得到的下转换光 a 和泵浦光 b 的透射曲线。下转换光右面的陡峭处为完全简并点。

输出光频率进行调谐,而要获得单模运转就必须将腔长锁定在某一对下转换模上。从泵浦光的透射曲线,我们可以看出:当泵浦光相对于腔失谐小到一定程度时,腔内的功率密度达到阈值功率的水平,这时,开始产生下转换光,同时可以明显观察到泵浦光的抽空现象:在阈值以上,OPO 腔内的泵浦光功率密度保持在一恒定的水平。图 2.11 是简并温度点扫描 OPO 时下转换光和泵浦光的透射曲线曲线,右侧陡峭处为下转换光完全简并点。OPO 阈值泵浦功率通过扫描腔长测量,实测最小阈值泵浦功率为 1.5mW 。

为了获得 OPO 的连续输出,我们以 9kHz 的正弦信号调制 OPO 腔长,利用锁相技术与信号光的光强获得误差信号,经高压放大器放大后驱动 OPO 腔的压

电陶瓷，将 OPO 的共振频率锁定到一对下转换光的透射峰上。图 2.12 是锁定 OPO 后，用自由光谱区为 2.5GHz 的共焦 F-P 腔监视 OPO 的下转换输出，我们可以看出 OPO 为非简并单模运转。

图 2.13 是我们利用晶体的 $31\mu\text{m}$ 通道，通过调节晶体的温度在扫描腔长的情况下测量到的信号光和闲置光的波长以及 OPO 阈值随着晶体温度的变化曲线。我们可以看到 I 类匹配晶体的典型调谐曲线：类抛物线形。图中，我们看到有三条调谐曲线：其中中间的一条为完全符合相位匹配的曲线，当晶体的温度从 168°C 连续改变到简并温度 176°C 时，对应的信号光和闲置光的波长从 1988nm

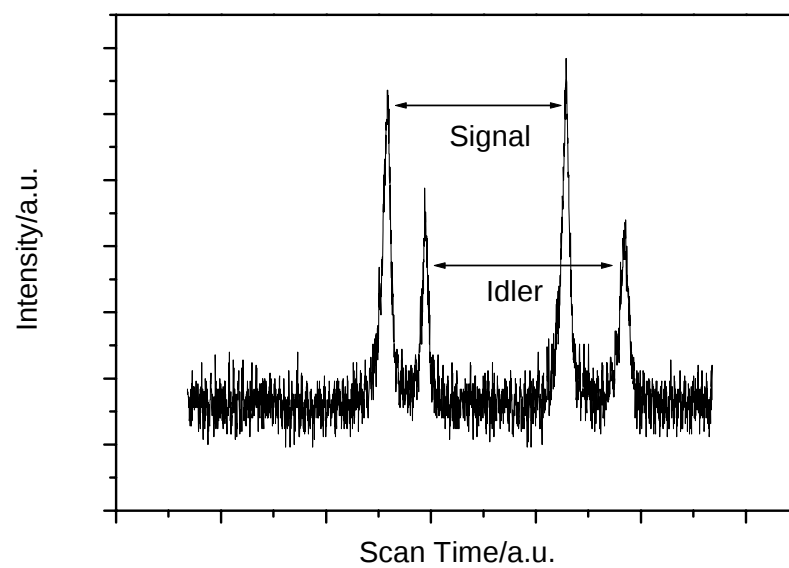


Fig.2.12 扫描共焦 F-P 腔的腔长监视 OPO 下转换输出。

调谐到 2293nm ,调谐范围约 300nm。图中的实线是利用式(2.30)和(2.31)计算得到的理论曲线。更宽的调谐范围受到腔镜镀膜的限制。当温度低于 168°C 时,会出现第二条调谐曲线:对应的温度范围:162 °C 到简并点 167.2 °C ,调谐范围:

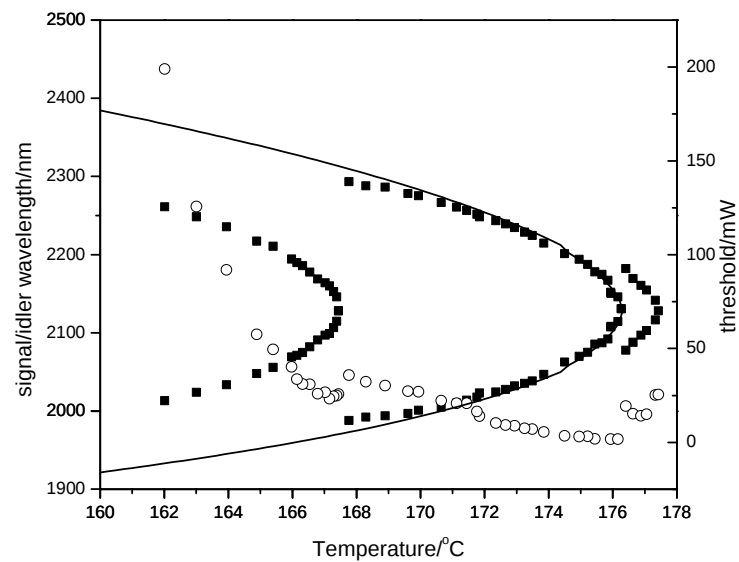


Fig.2.13 信号光和闲置光的波长以及 OPO 的阈值随着晶体温度的变化曲线。图中, 实心方块代表波长, 空心圆圈代表阈值, 实线代表理论曲线。($\Lambda = 31\mu\text{m}$)

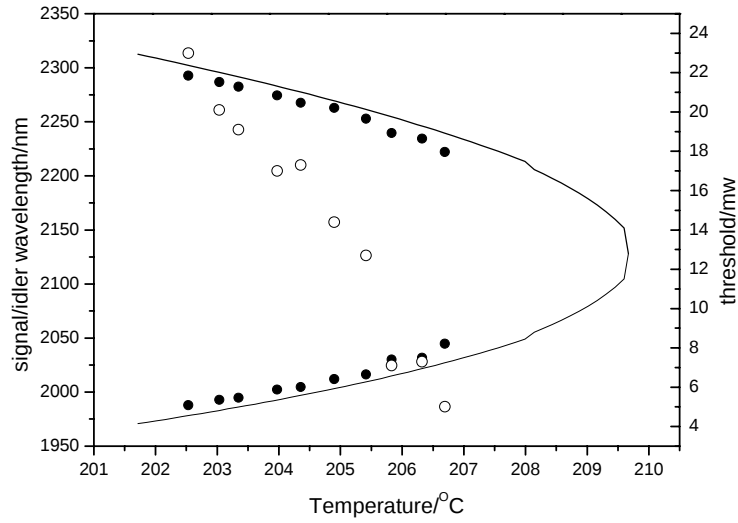
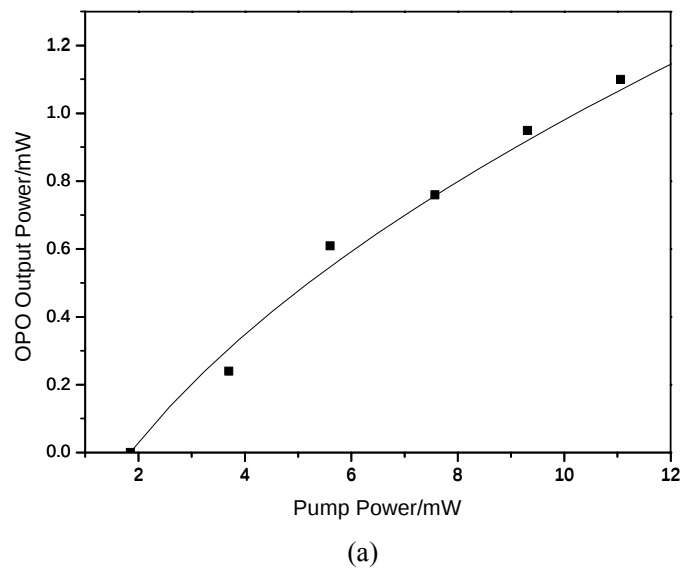


Fig.2.14 信号光和闲置光的波长以及 OPO 的阈值随着晶体温度的变化曲线。图中，实心圆代表波长，空心圆圈代表阈值，实线代表理论曲线。 $(\Lambda = 30.8\mu\text{m})$

2013nm 到 2261nm。出现第二条调谐曲线的原因是当温度低于 168°C 时，腔镜对符合相位匹配的下转换光的损耗已经很大，引起 OPO 的阈值也相应升高，而位于腔镜镀膜带宽之内的不符合相位匹配的 cluster^[2.28]，虽然存在一定的相位失配，但是腔镜对其的损耗却比较小，综合起来，相应的 OPO 的阈值低于符合相位匹配波长处的阈值，所以，第二条调谐曲线能够起振。这一点从图中的阈值曲线可以明显看出：当新的调谐曲线出现时，阈值功率明显降低。高于简并点 176°C 存在第三条调谐曲线的原因是只要泵浦功率足够高于 OPO 的阈值，OPO 也可以在相位匹配曲线附近即相位失配的情况下起振^[2.34]，起振的波长范围位于由泵浦功率决定的增益带宽之内，只是阈值高于相位匹配的情况，这也可以从图中的阈值曲线看出。我们同时观察了晶体的 $30.8\mu\text{m}$ 通道随着温度的调谐曲线，如图 2.13 所示。频率简并温度为 210°C ，由于控温仪的控温范围限制，我们只能测量到 206°C ，未能达到简并点。图 2.15 是在锁定 OPO 腔的情况下，在不同的温度下，OPO 的信号光和闲置光输出功率随着泵浦功率的变化关系。理论计算曲线利用式(2.29)得到。图 2.16 给出了 OPO 的转换效率随着信号光（闲置光）波长的变换关系，其中泵浦功率等于四倍的阈值功率。从图中可以看出最大的转换效率是 15.8%，对应的信号光的波长为 2022.8nm。值得指出的是，从图 2.15 和图 2.16

我们看到 OPO 的转换效率比较低，这是由于我们希望 OPO 在低阈值运转，以便利用同一装置获得非经典光场，故输出耦合镜的透射率小于内腔损耗，限制了输出效率。所以我们这套装置保证了低阈值运转的特点，并没有考虑优化转换效率的问题。

2.6 总结



在本章,我们首先简介了准相位匹配的概念,然后理论分析了 QPM OPO 的经典特性:QPM OPO 的阈值、信号光和闲置光的输出功率和调谐等。然后以 LD 泵浦的全固化单频 NdYVO_4 1064nm 激光器为泵浦源,实验上实现了运转于 2000nm 附近的基于准相位匹配铌酸锂晶体的低阈值三共振近简并光学参量振荡器,泵浦阈值仅有 1.5mW。在此基础上研究了 QPM OPO 随着 PPLN 晶体温度变

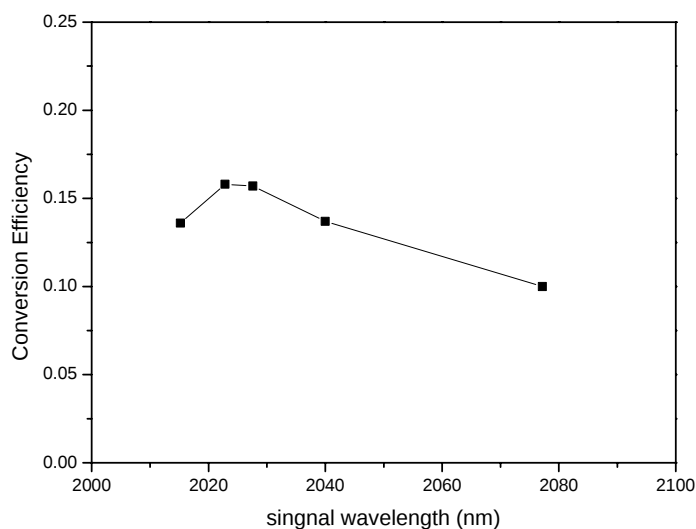


Fig.2.16 OPO 的转换效率随着信号光波长的变化曲线。

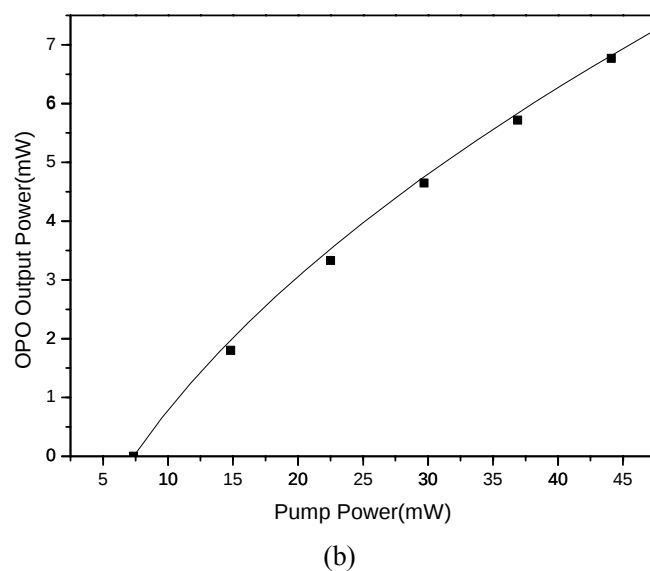


Fig.2.15 不同温度下 OPO 输出的信号光和闲置光的功率随着泵浦功率的变化关系。实心方块为实验测量值,实线为理论计算值(a) 175.8°C, (b) 174.1°C。

化的调谐特性，不同泵浦功率和不同信号光波长下的下转换光输出特性等。

参考文献

- [2.1] L. E. Myers, R. C. Eckardt, M. M. Fejer, *et al.* **J. Opt. Soc. Am. B.** **12**, 2102 (1995)
- [2.2] D. Lee and N. X. Wong, **J. Opt. Soc. Am. B.**, **10**, 1695 (1993)
- [2.3] R. M. Mihalcea, D. S. Baer, *et al.*, **Appl. Opt.**, **37**, 8341 (1998)
- [2.4] D. Bruneall, S. Delmonte, J. Pelon, **Appl. Opt.**, **37**, 8406 (1998)
- [2.5] R. Herbst, R. Fleming, R. Byer, **Appl. Phys. Lett.** **25**, 520 (1974)
- [2.6] J. Lin, J. Montgomery, **Opt. Comm.**, **75**, 315 (1990)
- [2.7] R. Frehlich, **Journal of Atmospheric and Oceanic Technology**, **12**, (1995)
- [2.8] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan, **Phys. Rev.** **127**, 1918 (1962)
- [2.9] P. A. Franken and H. F. Ward, **Rev. Mod. Phys.**, **35**, 23 (1963)
- [2.10] M. M. Fejer, G. A. Magel, D. H. Jundt, and R. L. Byer, **IEEE Journal of Quantum Electronics** **28**, 2631 (1992)
- [2.11] D. Feng, N. B. Ming, J. F. Hong, and W. S. Wang , **Ferroelectrics** **91** , 9 (1989)
- [2.12] D. H. Jundt, G. A. Magel, M. M. Fejer, and R. L. Byer, **Appl. Phys. Lett.** , **59**, 2657 (1997)
- [2.13] H. Ito, C. Takyu, and H. Inaba, **Electron. Lett.**, **27**, 1221(1991)
- [2.14] E. J. Lim, M. M. Fejer, and R. L. Byer, **Electron. Lett.**, **25**, 174 (1989)
- [2.15] M. Yamada, N. Nada, M. Saitoh, and K. Watanabe, **Appl. Phys. Lett.**, **62**, 435

(1993)

[2.16] W. K. Burns, W. McElhanon, and L. Goldberg, *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **6**, 252 (1994)

[2.17] L. E. Myers, W. R. Bosenberg, *IEEE J. Quantum Electron.* **33**, 1663 (1997)

[2.18] Y. Kitaoka, K. Mizuuchi, K. Yamamoto, M. Kato, T. Sasaki, *Opt. Lett.* **21**, 1972 (1996)

[2.19] A. Arie, G. Rosenman, A. Korenfeld, A. Skliar, M. Oron, M. Katz, D. Eger, *Opt. Lett.* **23**, 28 (1998)

[2.20] D. T. Reid, Z. Penman, M. Ebrahimzadeh, W. Sibbett, H. Karlsson, F. Laurel, *Opt. Lett.* **22**, 1397 (1997)

[2.21] 张宽收, *巴黎 Pierre et Marie Curie 大学与山西大学联合培养博士研究生学位论文*, 2002

[2.22] R. L. Byer, *Quantum Electronics: A Treatise*, H. Rabin and C. L. Tang, eds. (Academic, New York, 1975), 587-702

[2.23] C. Faber, *Advanced Photonics with Second-order Optically Nonlinear Processes*, 293-318. 1999 Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands. A. D. Boardman *et al.* (eds.)

[2.24] I. Juwiler, A. Arie, A. Skliar, *Opt. Lett.*, **24**, 1236 (1999)

[2.25] G. Imeshev, M. Proctor, M. M. Fejer, *Opt. Lett.*, **23**, 165 (1998)

[2.26] C. Richy, K. I. Petsas, E. Giacobino, and C. Fabre, *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 456 (1995)

[2.27] T. Debuisschert, A. Sizmann, E. Giacobino, C. Fabre, *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 1668 (1993)

[2.28] A. G. Henderson, M. J. Padgett, F. G. Colville, J. Zhang, M. H. Dunn, *Opt. Comm.* **119**, 256 (1995)

[2.29] R. C. Eckardt, C. D. Nabors, W. J. Kozlovsky, and R. L. Byer, *J. Opt. Soc. Am. B*, **8**, 646 (1991)

[2.30] D. Lee, N. C. Wong, *J. Opt. Soc. Am. B*, **10**, 1659 (1993)

[2.31] R. Al-Tahtamoui, K. Bencheikh, R. Storz, K. Schneider, M. Lang, J. Mlynek, S. Schiller, *Appl. Phys. B* **66**, 733 (1998)

- [2.32] M. Bode, P.K. Lam, I. Freitag, A. Tunnermann, H. A. Bachor, H. Welling, **Opt. Comm.** **148**, 117 (1998)
- [2.33] A. J. Henderson, P. M. Roper, L. A. Borschowa, and R. D. Mead, **Opt. Lett.** **25** 1264 (2000)
- [2.34] A. Garashi, A. Arie, A. Skilar, and G. Rosenman, **Opt. Lett.** **23**, 1739 (1998)
- [2.35] B. Willke, N. Uehara, E. K. Gustafson, and R. L. Byer, **Opt. Lett.**, **23**, 1704 (1998)
- [2.36] 张靖, 张宽收, 陈艳丽, 谢常德, 彭堃墀, **光学学报**, **10**, (2000)
- [2.37] 陈艳丽, 张靖, 李永民, 张宽收, 谢常德, 彭堃墀, **中国激光**, **A28**, 197 (2001)
- [2.38] A. A. Ballman, **J. Amer. Ceram. Soc.**, **48**, 112 (1965)
- [2.39] J. A. giordmaine and R. C. Miller, **Phys. Rev. Lett.** **14**, 973 (1965)
- [2.40] R. L. Byer, J. F. Young, and R. S. Feigelson, **J. Appl. Phys.**, **41**, 2320 (1970)
- [2.41] 张宽收, 李永民, 陈艳丽, 樊巧云, 谢常德, 彭堃墀, **中国激光**, **A29**, 123 (2002)

第三章 利用 PPLN TROPO 通过级联非线性过程产生

1.06 μm 明亮正交位相分量压缩光

3.1 简介

光场量子噪声的降低可以通过二阶或三阶非线性过程来实现^[3.1]。通过利用二阶非线性过程，人们已经得到了各种压缩态光场，如：通过倍频过程得到光子数压缩光^[3.2-3.7]；利用阈值以下 OPO（有注入或没有注入信号光）得到正交振幅（位相）分量压缩光^[3.8-3.15]；利用阈值以上 OPO 得到强度差压缩光^[3.16-3.20]。以上这些实验有一个共同的特点，那就是产生的压缩光的波长不同于泵浦光的波长。而通过三阶非线性过程就可以直接获得光场的压缩而不改变光场的波长。例如当光沿着克尔介质传播时，光场自身就会被压缩^[3.21,3.22]，基本原理是克尔介质的折射率随着光场强度的变化而变化，而变化了的折射率又会影响光场的位相，最终导致光场的幅度和相位的波动通过克尔介质形成关联，而这种关联的存在就会使得光场某一正交分量的噪声起伏被抑制并有可能低于标准量子极限，从而获得光场的压缩。但是在通常情况下，介质的三阶非线性系数都很小，要获得较大的压缩所需要的介质长度很长。

级联二阶非线性效应是指在参量作用过程中介质的二阶非线性被接连利用两次的一种效应：例如在倍频过程中，基频光首先转化为倍频光，而倍频光又转化为基频光；或者在参量下转换过程中，泵浦光转化为信号光和闲置光，而闲置光和信号光又和频产生泵浦光。值得指出的是，利用级联二阶非线性可以产生等效的三阶非线性效应^[3.23,3.24]，同时它比真正的三阶非线性介质的三阶非线性系数高出两个数量级^[3.25]。因此利用级联非线性实现等效三阶效应的压缩^[3.26,3.27]比三阶非线性介质本身具有更大的优势。

在本章中，我们在低阈值准相位匹配铌酸锂三共振光学参量振荡器的基础上，利用 OPO 中的级联二阶非线性过程得到了反射泵浦光的压缩。本章的结构

如下：第二部分简介了准相位匹配三共振 OPO 反射泵浦光压缩的理论分析。第三部理论分析了反射泵浦光的量子噪声测量系统。第四部分介绍我们的实验装置。第五部分给出我们的实验过程和结果。最后在第六部分对本章做了总结。

3.2 三共振准相位匹配 OPO 反射泵浦光压缩的理论分析

下面我们利用半经典理论^[3.28]推导反射泵浦场的噪声起伏表达式。在半经典理论中，OPO 内腔场起伏的演化方程可以通过把经典的场运动方程在稳态解附近线性化而得到，其输出场的起伏可以利用输入场的起伏通过线性变换获得，而这种线性变换可以从经典的场方程计算得到。对于三共振光学参量振荡器，忽略场的所有起伏，则腔模的半经典运动方程为^[3.29]：

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_1 &= -\gamma_1(1 + i\Delta_1)\alpha_1 + g_Q\alpha_0\alpha_2^* \\ \dot{\alpha}_2 &= -\gamma_2(1 + i\Delta_2)\alpha_2 + g_Q\alpha_0\alpha_1^* \\ \dot{\alpha}_0 &= -\gamma_0(1 + i\Delta_0)\alpha_0 - g_Q\alpha_1\alpha_2 + \sqrt{\frac{2\gamma_0}{\tau}}\alpha_0^{in}\end{aligned}\quad (3.1)$$

其中， α_i 是内腔场模的平均值， α_i^* 是 α_i 的复共轭 ($i = 0, 1, 2$ 分别表示泵浦场、信号场和闲置场)。 $g_Q = 2\chi_Q/\tau$ 是准相位匹配晶体的非线性耦合系数， τ 是光子在内腔往返一周的时间， ω_i 是场的角频率， γ_i 是场的损耗速率， Δ_i 是场的归一化失谐参量（假设很小）。 α_0^{in} 是外部相干驱动场。

令 $\dot{\alpha}_0 = \dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_2 = 0$ ，即可得到方程的稳态解。要使方程存在非零稳态解必须满足下列条件：

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta \quad (3.2)$$

当方程取稳态解时， α_1 和 α_2 的模相等，并且它们的相位和是固定的，但是相位差是任意的。为简单起见我们令 α_1 和 α_2 的相位相等，这时有 $\alpha_1 = \alpha_2$ 。当三共振 OPO 运转在近简并时，有： $\omega_1 \approx \omega_2$ ，因此 α_1 和 α_2 的损耗也近似相同。当我们考虑反射泵浦场的压缩的时候，为简单起见，我们可以用简并情况下的场方程代替

非简并情况下的场方程，考虑到真空起伏的影响，简并方程可以写为^[3,30]：

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_1 &= -\gamma_1(1+i\Delta_1)\alpha_1 + g_Q\alpha_0\alpha_1^* + \sqrt{\frac{2\gamma_1}{\tau}}\alpha_1^{in} \\ \dot{\alpha}_0 &= -\gamma_0'(1+i\Delta_0)\alpha_0 - \frac{1}{2}g_Q\alpha_1^2 + \sqrt{\frac{2\gamma_0}{\tau}}\alpha_0^{in} + \sqrt{\frac{2\mu_0}{\tau}}\beta_0^{in}\end{aligned}\quad (3.3)$$

其中， α_1^{in} 是信号场由于输入耦合和内腔损耗引入的真空起伏； α_0^{in} 是泵浦场的输入场（这里我们假设为相干场）； β_0^{in} 是泵浦场的内腔损耗引入的真空起伏。

信号场和泵浦场总的损耗速率分别是 γ_1 和 γ_0' ，其中 γ_0' 可以被表示为：
 $\gamma_0' = \gamma_0 + \mu_0$ ， γ_0 和 μ_0 分别是泵浦场输入耦合镜的透射损耗和内腔损耗。场的损耗速率和振幅透射率有如下关系： $t_i^2 = 2\gamma_i\tau$ 。

在稳态下有 $\dot{\alpha}_0 = \dot{\alpha}_1 = 0$ ，对方程(3.3)取平均值，我们可以得到方程(3.3)的稳态平均场解（假设输入场为实数）：

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}_1 &= \frac{\sqrt{2\gamma_1\gamma_0'(\sigma-1)}}{g_Q}e^{i\theta_1} \\ \bar{\alpha}_0 &= \frac{\gamma_1\sqrt{1+\Delta_1^2}}{g_Q}e^{i\theta_0}\end{aligned}\quad (3.4)$$

其中， $\sigma = \pm\sqrt{\sigma_R^2 - (\Delta_0 + \Delta_1)^2} + \Delta_1\Delta_0$ ， σ_R 为泵浦输入场与 OPO 严格共振时的阈值之比： $\sigma_R = \bar{\alpha}_0^{in}/(\bar{\alpha}_0^{in})^{th}$ ， $(\bar{\alpha}_0^{in})^{th} = \gamma_0'\gamma_1/g_Q\sqrt{2\gamma_0}$ ， θ_1 和 θ_0 分别为信号场和泵浦场的位相：

$$\begin{aligned}e^{i\theta_1} &= \sqrt{\frac{\sigma_R}{(1+i\Delta_1)(1+i\Delta_0)+\sigma-1}} \\ e^{i\theta_0} &= (1+i\Delta_1)(1+\Delta_1^2)^{-1/2}e^{2i\theta_1}\end{aligned}\quad (3.5)$$

当 $-[1+(1+\Delta_0^2)/2\gamma] < \Delta_0\Delta_1 < 1$ ，信号场存在单值稳态解，其中， $\gamma = \gamma_1/\gamma_0'$ ；当 $\Delta_0\Delta_1 > 1$ 时，且 $(\Delta_0 + \Delta_1)^2 < I_p < (1+\Delta_0^2)(1+\Delta_1^2)$ 时存在双稳解，其中， $I_p = \sigma_R^2$ 为归一化的泵浦功率。当 $\Delta_0\Delta_1 < -[1+(1+\Delta_0^2)/2\gamma]$ 时，存在非稳解。下面我们只

考虑单值区和双稳区。

为了求出场的起伏，把方程(3.3)在稳态解附近线性化可得起伏方程：

$$\begin{aligned}\delta\dot{\alpha}_1 &= -\gamma_1(1+i\Delta_1)\delta\alpha_1 + g_Q\alpha_0\delta\alpha_1^* + g_Q\alpha_1^*\delta\alpha_0 + \sqrt{2\gamma_1\gamma_0'}(\sigma-1)\delta\alpha_0 + \sqrt{\frac{2\gamma_1}{\tau}}\delta\alpha_1^{in} \\ \delta\dot{\alpha}_0 &= -\gamma_0'(1+i\Delta_0)\delta\alpha_0 - g_Q\alpha_1\delta\alpha_1 + \sqrt{\frac{2\gamma_0}{\tau}}\delta\alpha_0^{in} + \sqrt{\frac{2\mu_0}{\tau}}\delta\beta_0^{in}\end{aligned}\quad (3.6)$$

方程(3.6)可以写成矩阵的形式：

$$[\delta\dot{\alpha}] = A[\delta\alpha] + T[\delta\alpha_{in}] \quad (3.7)$$

其中 $[\delta\alpha]$ 和 $[\delta\alpha_{in}]$ 可以被写为：

$$[\delta\alpha] = \begin{bmatrix} \delta\alpha_1 \\ \delta\alpha_1^* \\ \delta\alpha_0 \\ \delta\alpha_0^* \end{bmatrix}, \quad [\delta\alpha_{in}] = \begin{bmatrix} \delta\alpha_1^{in} \\ \delta\alpha_1^{in*} \\ \delta\alpha_0^{in} \\ \delta\alpha_0^{in*} \\ \delta\beta_0^{in} \\ \delta\beta_0^{in*} \end{bmatrix}$$

矩阵 A 和 T 分别为：

$$A = \begin{bmatrix} -\gamma_1(1+i\Delta_1) & g_Q\alpha_0 & g_Q\alpha_1^* & 0 \\ g_Q\alpha_0^* & -\gamma_1(1-i\Delta_1) & 0 & g_Q\alpha_1 \\ -g_Q\alpha_1 & 0 & -\gamma_0'(1+i\Delta_0) & 0 \\ 0 & -g_Q\alpha_1^* & 0 & -\gamma_0'(1-i\Delta_0) \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2\gamma_1}{\tau}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{2\gamma_1}{\tau}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{2\gamma_0}{\tau}} & 0 & \sqrt{\frac{2\mu_0}{\tau}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\frac{2\gamma_0}{\tau}} & 0 & \sqrt{\frac{2\mu_0}{\tau}} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

对方程(3.7)进行傅立叶变换可得：

$$[\delta\alpha(\omega)] = (i\omega - A)^{-1}T[\delta\alpha_{in}(\omega)] \quad (3.9)$$

OPO 的输出场可以从输入输出关系得到：

$$[\delta\alpha_{out}] = T'[\delta\alpha] - B[\delta\alpha_{in}] \quad (3.10)$$

$$\text{其中：} [\delta\alpha_{out}] = \begin{bmatrix} \delta\alpha_1^{out} \\ \delta\alpha_1^{out*} \\ \delta\alpha_0^{out} \\ \delta\alpha_0^{out*} \end{bmatrix} \quad T' = \begin{bmatrix} \sqrt{2\gamma_1\tau} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2\gamma_1\tau} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2\gamma_0\tau} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2\gamma_0\tau} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

联立方程(3.9)和(3.10)我们可以得到：

$$[\delta\alpha_{out}(\omega)] = [T'(i\omega - A)^{-1}T - B][\delta\alpha_{in}(\omega)] \quad (3.11)$$

输出场起伏的协方差矩阵可以表示为：

$$V^{out}(\omega) = \langle [\delta\alpha_{out}][\delta\alpha_{out}]^+ \rangle = [T'(i\omega - A)^{-1}T - B]V_{in}(\omega)[T'(i\omega - A)^{-1}T - B]^+ \quad (3.12)$$

其中 $V_{in}(\omega)$ 为输入场的协方差矩阵，假设输入场的起伏均等于真空起伏，因此：

$$V_{in}(\omega) = \langle [\delta\alpha_{in}][\delta\alpha_{in}]^+ \rangle = \frac{1}{2}I \quad (3.13)$$

其中， I 为 6×6 的单位矩阵。因此方程(3.12)就可以表示为：

$$V^{out}(\omega) = \frac{1}{2}[T'(i\omega - A)^{-1}T - B][T'(i\omega - A)^{-1}T - B]^+ \quad (3.14)$$

下面我们将从(3.14)式出发具体分析反射泵浦场的各种压缩行为。

3.2.1 反射泵浦光的正交分量压缩

引入场的正交分量：

$$X_{\phi_i} = \alpha_i e^{-i\phi_i} + \alpha_i^* e^{i\phi_i} \quad (i = 0, 1)$$

信号场和泵浦场的正交分量起伏谱可以由以下表达式给出：

$$V_1(\omega) = \langle |\delta X_{\phi_1}(\omega)|^2 \rangle = V_{11}^{out}(\omega) + V_{22}^{out}(\omega) + 2\text{Re}[e^{-2i\phi_1} V_{12}^{out}(\omega)] \quad (3.15)$$

$$V_0(\omega) = \langle |\delta X_{\phi_0}(\omega)|^2 \rangle = V_{33}^{out}(\omega) + V_{44}^{out}(\omega) + 2\text{Re}[e^{-2i\phi_0} V_{34}^{out}(\omega)] \quad (3.16)$$

首先我们分析在严格三共振条件下场的正交位相分量起伏谱。这时有：

$\Delta_0 = \Delta_1 = 0$, $\phi_0 = \pi/2$ 。图 3.1 是反射泵浦场的正交位相分量起伏谱随着归一化

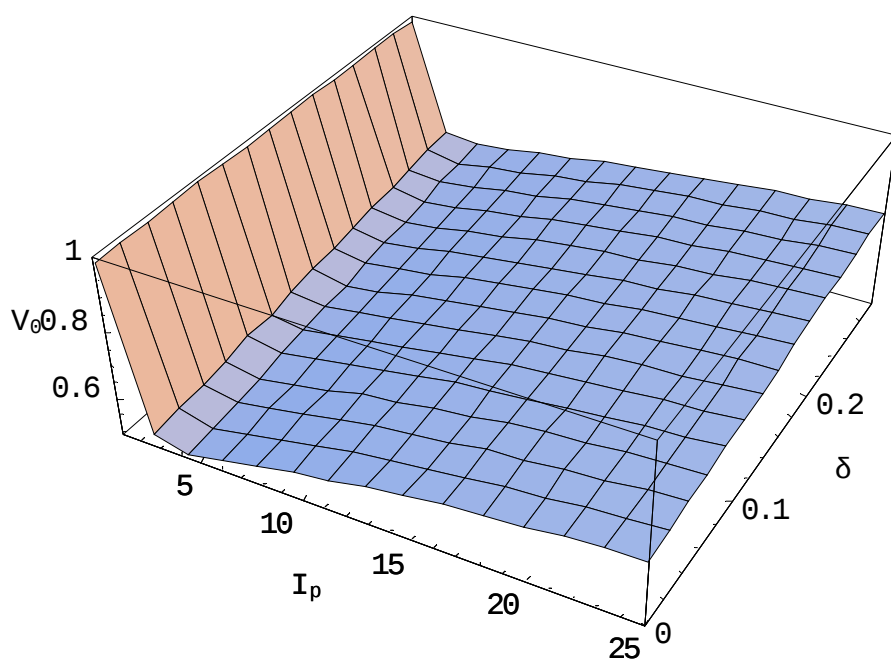


Fig.3.1 严格三共振情况下，反射泵浦光的正交位相分量噪声功率谱随着归一化的泵浦功率 I_p 和归一化的内腔损耗 δ 的变化关系。其中分析频率： $\omega = 0$ 。

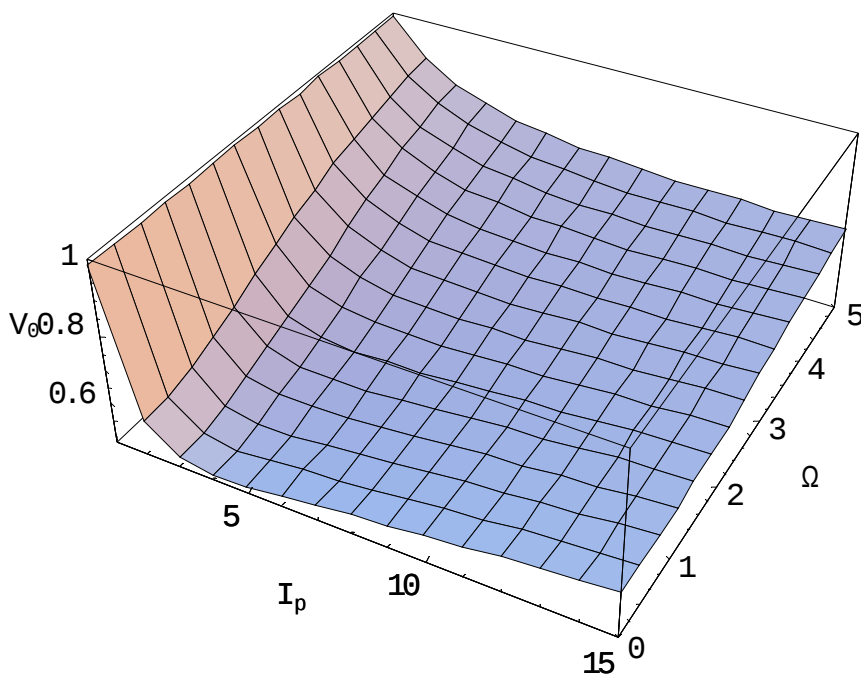


Fig.3.2 严格三共振情况下，反射泵浦光的正交位相分量噪声功率随着归一化的泵浦功率 I_p 和归一化的分析频率 Ω 的变化关系。其中内腔损耗 $\mu_0 = 0$ 。

泵浦功率 I_p 和归一化内腔损耗 δ 的变化关系，其中， $\delta = \mu_0 / \gamma_0'$ 。从图中可以看

出，在严格三共振条件下，反射泵浦场呈现出正交位相分量的压缩。在分析频率和内腔损耗均为零，同时泵浦功率等于四倍的阈值泵浦功率时，压缩度最大，为 50%；随着内腔损耗的增大，压缩度逐渐降低，这是因为内腔损耗会引入真空起伏，从而降低压缩度。图 3.2 是反射泵浦场的正交位相分量起伏随着归一化泵浦功率 I_p 和归一化分析频率 $\Omega = \omega / \gamma_1$ 的变化关系。从图中可以看出，最大的压缩在零频处，随着分析频率的增加压缩度逐步降低，且最大压缩对应的泵浦功率也向大的方向移动。

上面我们分析了零失谐时的情况，当存在失谐时，要获得最大的正交分量压缩，必须满足： $e^{-2i\phi_0} = -V_{34}^{out}(\omega)^* / |V_{34}^{out}(\omega)|$ ，这时最佳正交分量压缩可以表示为：

$$V_0(\omega) = V_{33}^{out}(\omega) + V_{44}^{out}(\omega) - 2|V_{34}^{out}(\omega)| \quad (3.17)$$

图 3.3 是当 OPO 运转在双稳区的拐点时（这时有： $I_p = (\Delta_0 + \Delta_1)^2$ ， $\Delta_0 \Delta_1 > 1$ ），假设内腔损耗和分析频率均为零时，反射泵浦光的最佳正交分量压缩随着泵浦光和信号光失谐量的变化关系。可以看出，在拐点处泵浦光存在着很大的正交分量

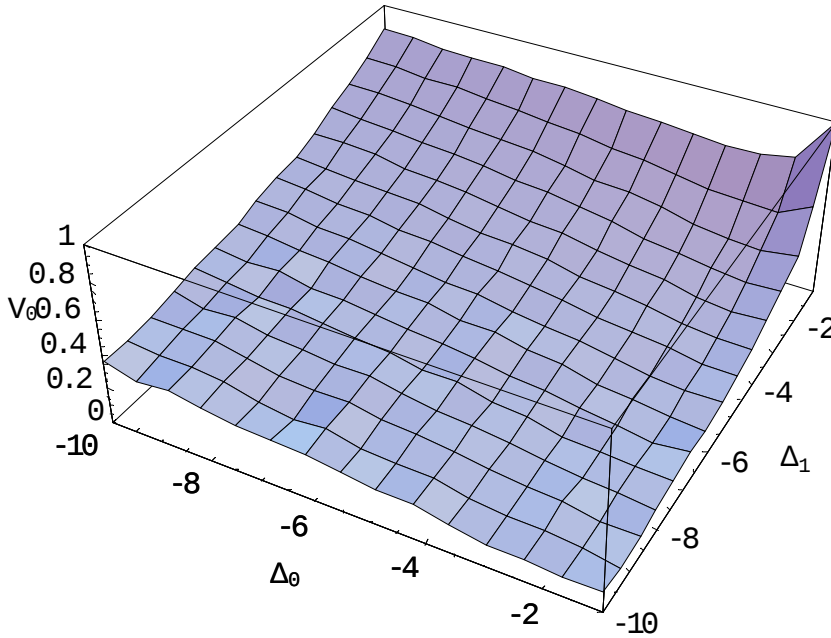


Fig.3.3 存在失谐情况下，当 OPO 运转在双稳区的拐点处反射泵浦光正交分量噪声功率（最佳压缩方向）随着失谐量 Δ_0 和 Δ_1 的变化关系。其中分析频率和内腔损耗均为零。

压缩，较小的泵浦光失谐和较大的信号光失谐，有利于泵浦光的压缩。图 3.4 是当 $\Delta_0 = 1$ ， $\Delta_1 = 10$ 时，反射泵浦光正交分量噪声功率（最佳压缩方向）随着归一化泵浦功率 I_p 的变化关系。我们可以看出最大的压缩发生在双稳区的拐点附近。进一步的数值计算表明，在单值区，类似于双稳区：当泵浦光失谐较小时和信号光失谐较大时，泵浦光也存在着较大的压缩。

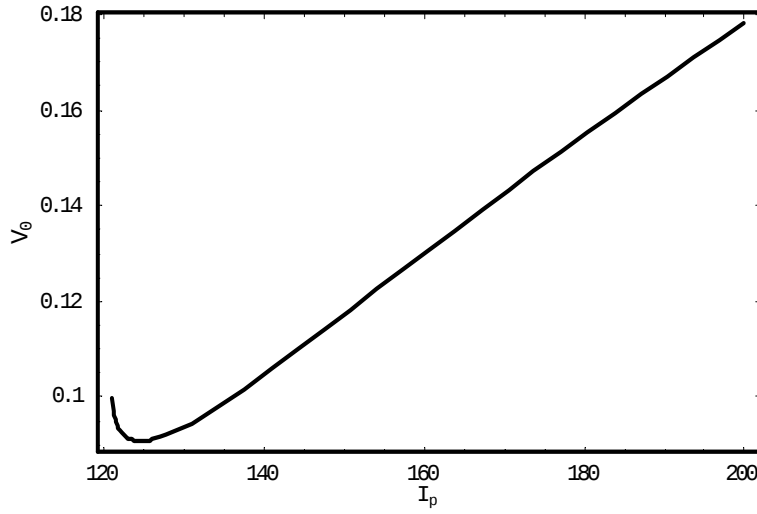


Fig.3.4 当 $\Delta_0 = 1$ ， $\Delta_1 = 10$ 时，反射泵浦光正交分量噪声功率（最佳压缩方向）随着归一化泵浦功率 I_p 的变化关系。其中分析频率和内腔损耗均为零。

3.2.2 反射泵浦光的强度压缩

从 OPO 腔反射的泵浦光强度以及泵浦光强度的起伏可由下列式子表示：

$$I = \alpha_0^{out} \alpha_0^{out*}$$

$$\delta I = \delta \alpha_0^{out} \alpha_0^{out*} + \alpha_0^{out} \delta \alpha_0^{out*} \quad (3.18)$$

其中 $\alpha_0^{out} = t_o \alpha_0 - \alpha_0^{in}$

由上式和(3.14)式我们可以得到归一化的反射泵浦光强度起伏功率谱：

$$S_0^{out}(\omega) = \frac{\langle |\delta I(\omega)|^2 \rangle}{\bar{I}} = 2 \left(\text{Re}[V_{43}^{out}(\omega) M^2] + V_{33}^{out}(\omega) \right) \quad (3.19)$$

其中：

$$\bar{I} = \bar{\alpha}_0^{out*} \bar{\alpha}_0^{out}, M = \bar{\alpha}_0^{out} / |\bar{\alpha}_0^{out}|, \bar{\alpha}_0^{out} = \frac{t_0 \gamma_1 (1 + i\Delta_1)}{(1 + i\Delta_1)(1 + i\Delta_0) + \sigma - 1} - \frac{\sigma_R g_Q \sqrt{2\gamma_0}}{\gamma_0 \gamma_1}, \bar{\alpha}_0^{out}$$

为反射泵浦场的平均值。图 3.5 是当 $\Delta_0 = 1, \Delta_1 = 3$ 时和 $\Delta_0 = 0, \Delta_1 = 3$ 时，反射泵浦光的强度噪声功率随着归一化泵浦功率 I_p 的变化关系。我们可以看出在适当的泵浦功率处，在单值区域（图中曲线 b）和双稳区域（图中曲线 a），反射泵浦光都存在着较大的强度压缩。类似于最佳正交分量压缩的情况，当泵浦光失谐较小时和信号光失谐较大时，泵浦光压缩较大。

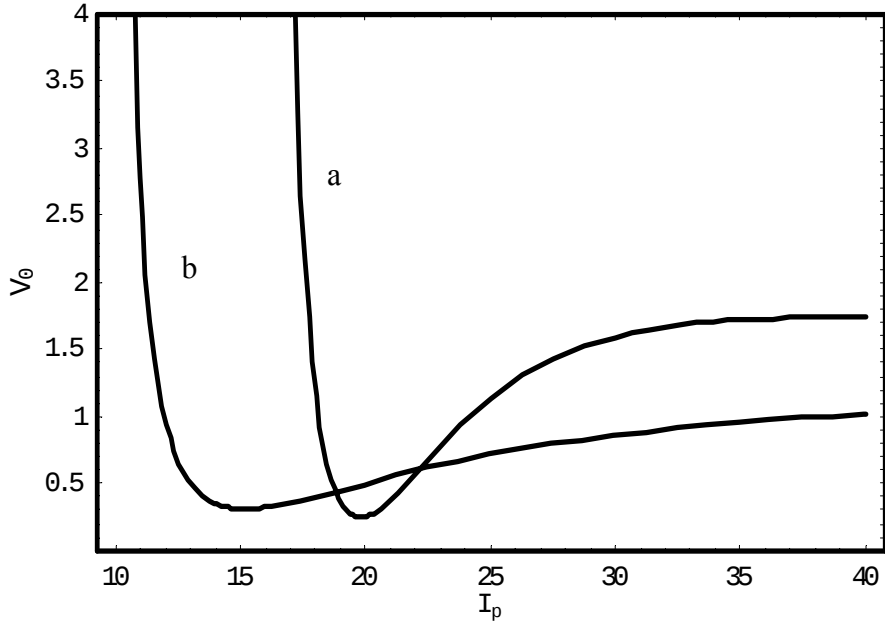


Fig.3.5 反射泵浦光的强度噪声功率随着归一化泵浦功率 I_p 的变化关系。其中分析频率和内腔损耗均为零。(a), $\Delta_0 = 1, \Delta_1 = 3$ 。(b), $\Delta_0 = 0, \Delta_1 = 3$ 。

由前面的理论分析可知，在适当条件下，我们可以得到反射泵浦场的各种压缩：在严格三共振条件下，可以得到正交位相分量压缩，当泵浦光和信号光存在一定失谐时，可以得到正交分量压缩和强度压缩。但是后两种压缩要求泵浦光和信号光存在一定的失谐，并且最大的压缩通常在双稳区域附近，系

统的稳定性较差,因此我们在实验中只研究了三共振条件下反射泵浦光的正交位相分量压缩。

3.3 压缩光探测系统

由于三共振条件下的反射泵浦光的正交位相分量噪声的最大压缩发生在泵浦功率等于几倍的阈值处,这时反射泵浦光具有一定的功率。而通常的平衡零拍测量要求本底光的功率远大于信号光的光强,这将会导致探测器的饱和。为了在本底光功率和信号光功率相差不大的情况下测量反射泵浦光的正交位相分量噪声,我们对通常的平衡零拍探测过程做了一点变动。下面我们将对探测过程做简单分析。

如图 3.6 所示, α_s 和 α_L 分别代表信号光与本底光, 当入射到 50/50 的分束

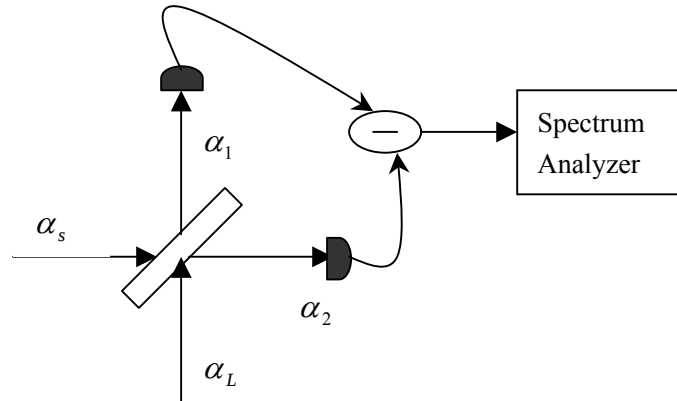


Fig. 3.6 平衡零拍探测系统

器后, 出射场为 α_1 和 α_2 :

$$\alpha_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\alpha_s + \alpha_L), \quad \alpha_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\alpha_s - \alpha_L) \quad (3.20)$$

两光电探测器探测到的光电流信号为:

$$I_1 = \alpha_1^* \alpha_1 = \frac{1}{2}(\alpha_s^* \alpha_s + \alpha_L^* \alpha_L + \alpha_s^* \alpha_L + \alpha_L^* \alpha_s),$$

$$I_2 = \alpha_2^* \alpha_2 = \frac{1}{2}(\alpha_s^* \alpha_s + \alpha_L^* \alpha_L - \alpha_s^* \alpha_L - \alpha_L^* \alpha_s) \quad (3.21)$$

经减法器相减以后得:

$$I_- = I_1 - I_2 = \alpha_s^* \alpha_L + \alpha_L^* \alpha_s \quad (3.22)$$

频谱分析仪测量的是减电流 I_- 的起伏谱：

$$\langle |\delta I_-(\omega)|^2 \rangle = \bar{I}_L \langle |\delta X_s^\theta(\omega)|^2 \rangle + \bar{I}_s \langle |\delta X_L(\omega)|^2 \rangle \quad (3.23)$$

上式中 $\langle |\delta X_s^\theta(\omega)|^2 \rangle$ 为信号光的正交分量起伏谱， θ 为本底光相对于信号光的相位；当 $\theta = 0$ 和 $\theta = \pi/2$ 时，相应的 $\langle |\delta X_s^\theta(\omega)|^2 \rangle$ 为信号光的正交振幅分量起伏谱和正交位相分量起伏谱。 $\langle |\delta X_L(\omega)|^2 \rangle$ 为本底光的正交分量起伏谱，本底光为相干光，其值恒为 1。 $\bar{I}_L$ 为本底光的平均光强， $\bar{I}_s$ 为信号光的平均光强。在通常的平衡零拍测量中，信号光是正交真空压缩光，光子数非常少；而本底光是很强的相干光场，其强度远大于信号光强度，因此(3.23)式右面第二项可以忽略不计。这样，我们就可以直接测量信号光的正交分量起伏谱，相应的散粒噪声可以通过挡住信号光来得到。而在我们的实验中，反射泵浦光有一定的功率，为了避免光电探测器的饱和，本底光底强度不能很强，只有信号光光强的几倍，因此，在我们的实验中，方程(3.23)右面第二项不能忽略。为了得到正确的测量结果，可以采用以下办法：当信号光和本底光都未被阻挡时，得到的测量结果是等式(3.23)右面两项之和，而我们要测量的信号光的噪声包含在等式(3.23)右面第一项，要求从 $\langle |\delta I_-(\omega)|^2 \rangle$ 中减去 $\bar{I}_s \langle |\delta X_L(\omega)|^2 \rangle$ ，而 $\bar{I}_s \langle |\delta X_L(\omega)|^2 \rangle$ 可以通过挡住本底光探测信号光而得到，这样我们就得到了信号光的起伏噪声。对应的散粒噪声基准可以通过挡住信号光探测本底光得到。

在平衡零拍探测中，光电探测器的性能至关重要。通常光电探测器主要由两部分组成：低噪声快速相应的光电二级管和低噪声宽带放大器。对于探测光场量子噪声的光电探测器来说，对光电二级管有如下要求：(1) 光电二级管的响应速度必须足够快，也就是说，它应该有足够大的带宽。这是由于激光器的经典噪声在低频范围内非常大，并不是理想的相干态，因此量子噪声的测量通常在数 MHz 以上进行。(2) 由于量子噪声对于损耗非常敏感：损耗的存在会在很大程度上破坏量子噪声。因此光电二级管的量子效率（一个光子入射到光电二级管上，产生一个光电子的几率）必须足够高才能在探测过程中对量子噪声造成尽量小的破坏。(3) 光电二级管必须有足够高的饱和特性。因为在通常的测量中，本底光

的光强通常比较大。而量子噪声的测量必须在光电二级管的线性响应区域内进行测量,否则,测量结果不能如实的反映量子噪声。(4)光电二级管必须有低的噪声引入,因为通常光场的量子噪声功率都很小,过高的引入噪声会使量子噪声的测量受到影响,甚至会淹没量子噪声,使得测量无法进行。

在测量过程中仅使用光电二级管是不够的,因为它的输出光电流噪声功率通常太小而无法被频谱分析仪所测量。通过采用的办法是在其后加上一低噪声、宽带的放大器。之所以要求低噪声和宽带,理由同上述的光电二级管。

综上所述,我们在实验中采用型号为 ETX-300 的光电二级管,其典型参数为:暗电流 0.1nA ,结电容为 5pF ,量子效率($1.06\mu\text{m}$ 处)为 90% 。饱和光功率 20mW 左右。放大器我们选用型号为 AH0013 的低噪声放大器,它具有较大的增益和较宽的带宽。我们实验中通过测量探测器在频率为 7M 处对 $1.06\mu\text{m}$ 激光的响应,得出探测器在低于 2mW 的输入功率下交流输出功率呈线性响应,进一步增加输入功率,探测器趋于饱和。这里的饱和是由低噪声放大器的饱和引起的。

值得指出的是,平衡零拍探测要求两个探测器的响应尽量完全一致,因此在选用光电二级管、低噪声放大器还有外围电子元件的时候,尽量挑选响应特性一致的。当然,这并不能保证两个探测器的响应完全一致,实验中还需要仔细校准。实验中还要用到减法器,我们采用 Mini-Circuits 公司的型号为 ZSC-2-1 的减法器,其共模抑制比为: 25dB 。

3.4 实验装置

实验装置如图 3.7 所示,主要由两部分组成:低阈值 PPLN TROPO 和噪声探测系统。低阈值 PPLN TROPO 这一部分在第二章已经做了详细的叙述,下面我们主要介绍一下平衡零拍探测系统的实验装置。

实验中采用平衡零拍系统探测反射泵浦光的正交位相分量压缩。当泵浦激光经过模清洁剂后,偏振为 S 偏振,旋转其后 $\lambda/2$ 波片使得一定功率的激光透过偏振棱镜进入 OPO 腔,剩余部分被棱镜反射。棱镜后面的法拉第旋转器使从 OPO 反射回来的泵浦场(信号光)再次到达偏振棱镜时变为 S 偏振,从而被棱镜反射,分离出原光路进入平衡零拍探测系统。被棱镜反射的激光经过 $\lambda/4$ 波片被平面镜反射后再次穿过 $\lambda/4$ 波片成为椭圆偏振光,它的 P 偏成分透过棱镜

作为本底光进入平衡零拍探测系统，本底光的光强可以通过旋转 $\lambda/4$ 波片的光轴方向来改变。平衡零拍探测系统由 $\lambda/2$ 波片，棱镜，光电探测器和减法器构成。其中 $\lambda/2$ 波片和棱镜对偏振正交的信号光和本底光构成 50/50 的分束器（通过旋转 $\lambda/2$ 波片的光轴方向和水平方向成 22.5° 角来实现），同时使它们被棱镜反射和透射后具有相同的偏振，从而保证了信号光和本底光的干涉。

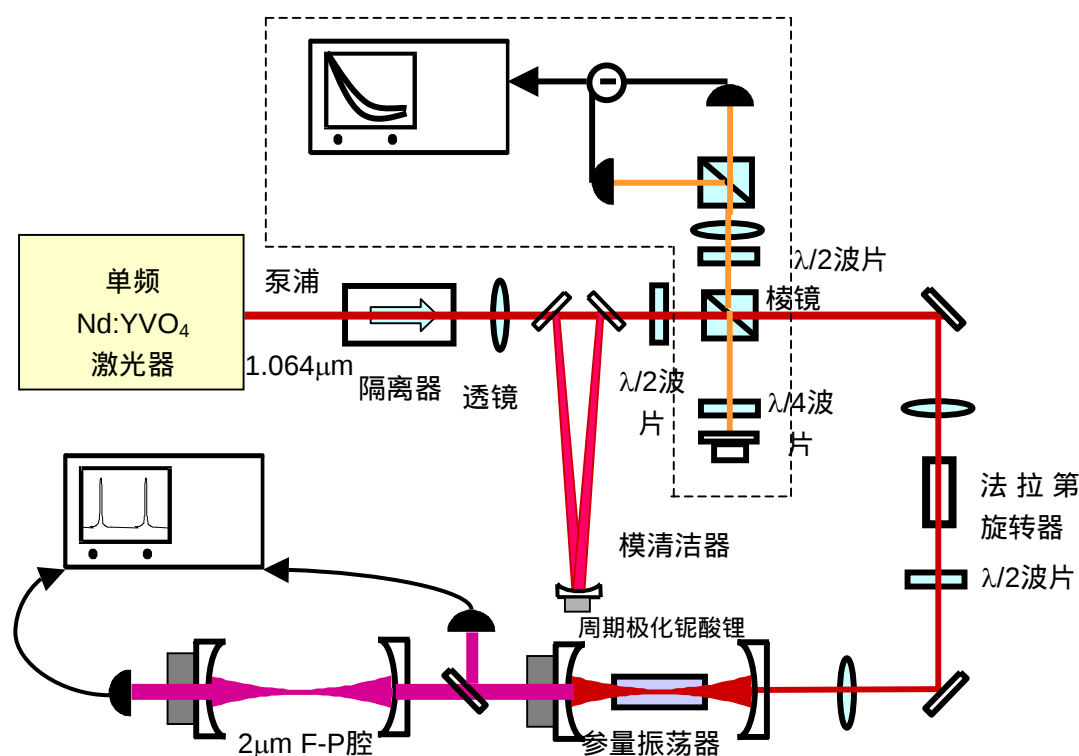


Fig.3.7 产生明亮 1.06 μm 反射泵浦光正交位相分量压缩的实验装置图

3.5 实验过程和结果

实验中首先把晶体温度调节到远离简并温度点，使得 OPO 没有下转换光产生，仔细调节 OPO 注入功率，使得它的反射光功率等于本底光的功率，然后调节本底光和反射泵浦光的干涉，使得干涉条纹的可见度尽可能高（本底光和反射泵浦光的横模空间重叠度将直接影响到光场量子噪声的探测）。实验中我们通过仔细调节使得干涉条纹的可见度达到 97%。这时加热晶体至近简并温度点，使得 OPO 产生参量下转换光，仔细调节晶体温度至 OPO 的阈值最低点（ 175.5°C ，简并温度点 176°C ），实测阈值泵浦功率 1.2 mW。这时我们以 9 kHz 的正弦信号调

制 OPO 腔长，利用信号光的光强和锁相技术获得误差信号，经高压放大器放大后驱动 OPO 腔的压电陶瓷，将 OPO 腔的共振频率锁定到一对下转换光的透射峰上；同时，调节晶体温度使泵浦光的失谐为零；两者相结合，实现了三模共振。当泵浦功率为 3.4mW 时，OPO 的反射功率只有 0.5mW，这时通过扫描本底光的位相，我们就可以测量 OPO 的反射泵浦光的正交位相分量噪声。

图 3.8 是考虑到电子学噪声，扫描本底光位相时归一化的反射泵浦光正交位相分量噪声的测量结果。实验中本底光功率为 2.5mW，测量频率：7M，频谱分析仪的分辨率带宽 100KHz，视频带宽 300Hz。从图中看出，实测的反射泵浦光正交位相分量噪声和散粒噪声比较，降低了 22%，对应的压缩度约为 1.1dB。考虑到探测效率，OPO 输出的实际压缩度可由下面的公式求出：

$$S_m = S_0(1-T) + S_a T \quad (3.24)$$

其中， S_m 为测量到的噪声功率， S_0 为散粒噪声功率， S_a 为实际的噪声功率（当探测效率为 100%时，测量到的噪声功率）， $T = T_t \eta_d V^2$ [3.31] 为探测效率，其中 T_t 为从 OPO 输出端到光电探测器整个测量光路的透射效率； η_d 为光电探测器的量子效率， V 为本底光和反射泵浦光的干涉条纹可见度。代入参数： $S_0 = 1$ ，

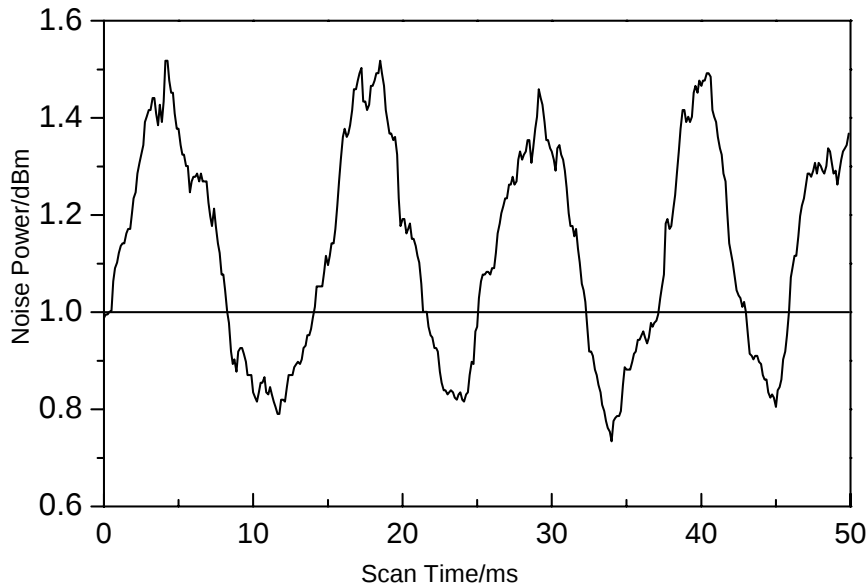


Fig.3.8，反射泵浦光归一化的正交位相分量噪声功率随着本底光位相的变化曲线。1 代表散粒噪声基准。

$S_m = 0.78$, $T = 71\%$, 可以得到 : $S_a = 0.69$, 即实际的光场噪声较相应的散粒噪声降低了 0.31 , 对应的压缩度为 $1.6\text{dB}^{[3.32]}$ 。

为了确定我们得到的是光场正交位相分量的压缩 , 可以从扫描本底光位相时测量到的最大压缩处对应的反射泵浦场与本底光的相对相位判断 , 而此时反射泵浦场与本底光的相对相位可由两者之间的干涉条纹来判断。实验中发现 , 最大压缩点对应的本底光和反射泵浦光之间的相对相位为 $\pi/2$, 由前面的理论分析可知 , 测量到的正交分量压缩应为正交位相分量的压缩。

3.6 总结

利用 $1.06\mu\text{m}$ 激光泵浦准相位匹配铌酸锂三共振连续光学参量振荡器 , 通过级联过程得到了反射泵浦光的明亮正交位相分量压缩 , 压缩度为 : 1.6dB 。由于采用 PPLN 晶体 , OPO 的阈值仅有 1.2mW , 同时利用了级联过程 , 所以该装置的优点是 : 可以在很低的泵浦功率 (mW 量级) 和不改变泵浦光波长的情况下 , 获得泵浦光的明亮正交分量压缩。

参考文献

- [3.1] Special issue on quantum noise reduction in optical systems, E. Giacobino and C. Fabre, eds., *Appl. Phys. B*, 5(3), (1992)
- [3.2] S. F. Pereira, Min Xiao, H. J. Kimble, J. L. Hall, *Phys. Rev. A*, **38**, 4931 (1988)
- [3.3] A. Sizmann, *Opt. Commun.*, **80**, 138 (1990)
- [3.4] P. Kurz, *Europhys. Lett.*, **24**, 449 (1993)
- [3.5] R. Paschotta, M. Collett, P. Kuerz, K. Fielder, H.-A. Bachor, J. Mlynek, *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 3807 (1994)
- [3.6] H. Tsuchida, *Opt. Lett.*, **20**, 2240 (1995); S. Youn, *et al*, *Opt. Lett.*, **21**, 1597 (1996)
- [3.7] 张宽收, 张靖, 谢常德, 彭堃堦, *物理学报*, **49**, 80 (2000)
- [3.8] Ling-An Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall and Huifa Wu, *Phys. Rev. Lett.*, **57**, 2520 (1986)
- [3.9] G. Breitenbach, T. Muller, S. F. Pereira, J-Ph. Poizat, S. Schiller, and J. Mlynek, *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 2304 (1995)
- [3.10] P. K. Lam, T. C. Ralph, H.-A. Bachor, and J. R. Gao, *Journal of Optics B* **1**, 469 (1999)
- [3.11] Z. Y. Ou, S. F. Perira, H. J. Kimble, and K. C. Peng, *Phys. Rev. Lett.*, **22**, 3663 (1992)
- [3.12] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble, *Appl. Phys. B*, **55**, 265 (1992)
- [3.13] 彭堃堦, 黄茂全, 刘晶, 廉毅敏, 张天才, 于辰, 谢常德, 郭光灿, *物理学报*, **42**, 1079 (1993)
- [3.14] Qing Pan, Tiancai Zhang, Yun Zhang, Ruining Li, Kunchi Peng, Zhenggang Yu, and Qingming Lu, *Appl. Opt.* **37**, 2394 (1998)
- [3.15] Kunchi Peng, Qing Pan, Hai Wang, Yun Zhang, Hong Su and Changde Xie, *Appl. Phys. B*, **66**, 755 (1998)
- [3.16] S. Reynaud, C. Fabre, and E. Giacobino, *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 1520 (1987)
- [3.17] T. Debuisschert, S. Reynaud, A. Heidmann, E. Giacobino, and C. Fabre, *Quantum Opt.* **1**, 3 (1989)

- [3.18] J. Mertz, T. Debuisschert, A. Heidmann, C. Fabre, and E. Giacobino, **Opt. Lett.**, **16**, 1234 (1991)
- [3.19] C. Kim, P. Kumar, **Phys. Rev. Lett.**, **73**, 1605 (1994)
- [3.20] Gao Jiangrui, Cui Fuyun, Xue Chenyang, Xie Changde and Peng Kunchi, **Opt. Lett.**, **Vol. 23**, No. 11 (1998)
- [3.21] B. Schumaker, S. Perlmutter, R. Shelby, M. Levenson, **Phys. Rev. Lett.**, **58**, 357 (1987)
- [3.22] K. Bergman, H. Haus, **Opt. Lett.**, **16**, 663 (1991)
- [3.23] G. I. Stegeman, M. Sheik-Bahae, E. Van Stryland, and G. Assanto, **Opt. Lett.**, **18**, 13 (1993)
- [3.24] R. Schiek, M. I. Sundheimer, D. Y. Kim, Y. Baek, G. I. Stegeman, H. Seibert, and W. Sohler, **Opt. Lett.**, **19**, 1949 (1994)
- [3.25] P. Vidakovic, D. J. Lovering, and J. A. Levenson, **Opt. Lett.**, **22**, 277 (1997)
- [3.26] Percira S F, Xiao M, Kimble H J et al., **Phys. Rev. A**, **38**, 4931 (1988)
- [3.27] Kasai K, Gao J R, Fabre C. **Europhys. Lett.**, **40**, 25 (1997)
- [3.28] Reynaud S and Heidmann A, **Opt. Commun.**, **71**, 209 (1989)
- [3.29] T. Debuisschert, A. Sizmann, E. Giacobino, C. Fabre, **J. Opt. Soc. Am. B****10**, 1668 (1993)
- [3.30] C Fabre, E Giaocobino, A Heidmann, L Lugiato, S Reynaud, M Vadamchino and Wang Kaige, **Quantum Opt.**, **2**, 159 (1990)
- [3.31] L.-A. Wu, M. Xiao, and H. J. Kimble, **J. Opt. Soc. Am. B**, **4**, 1465 (1987)
- [3.32] 李永民, 樊巧云, 张宽收, 谢常德, 彭堃堦, **物理学报**, **50**, 1492 (2001)

第四章 利用准相位匹配光学参量振荡器产生可调谐强度差压缩光

4.1 简介

1987 年, 法国国家科学中心 Gicobino 研究组 S. Reynaud^[4.1]指出: 运转于阈值以上的非简并光学参量振荡器 (NOPO), 其输出场是强度量子相关的孪生光束, 它们的偏振垂直, 强度差起伏功率低于散粒噪声极限。同年, 该小组利用稳频氩离子激光器作为光源泵浦 NOPO, 在阈值以上首次获得强度相关的孪生光束, 其强度差噪声功率低于散粒噪声功率 30%^[4.2]; 之后他们通过减小系统损耗和改进实验装置, 分别将光场的强度差噪声降低到散粒噪声以下 69%^[4.3]和 86%^[4.4]。1998 年山西大学光电研究所采用 α 切割的 KTP 和 Nd:YAG 激光器获得了 88% 的频率非简并强度差压缩^[4.5]。由于强度差压缩光在实验上较正交分量压缩光更易于实现, 因此对它的应用研究也更具有实用性和吸引力。在获得强度差压缩光不久, 人们开展了应用孪生光束进行超低噪声测量的研究工作: 1988 年 P. R. Tapster 等^[4.6]使用氩离子激光器泵浦 KDP 晶体产生了 60pW 的孪生光束。随后, 利用此孪生光束实现了亚散粒噪声极限的调制吸收测量, 测得信噪比较散粒噪声极限提高 4dB^[4.7]。1990 年 C. D. Nabors^[4.8]等用频率非简并的强度差压缩光进行了微弱信号恢复的实验研究, 获得了信噪比高于散粒噪声极限 2.2dB 的实验结果。1996 年山西大学光电研究所提出了利用孪生光束进行微弱吸收光谱学测量的方案, 并进行了无调制样品微弱吸收测量的实验研究, 测量灵敏度较散粒噪声极限提高 2.5dB^[4.9]。随后, 又改进探测装置并提高孪生光束的强度差压缩度, 使测量灵敏度较散粒噪声极限提高了 7dB^[4.5]。1997 年 C. Fabre 小组^[4.10]利用孪生光束完成了双光子吸收的光谱学测量, 突破散粒噪声极限 1.3dB。强度差压缩光除了应用于亚散粒噪声的精密测量以外, 还被应用于量子非破坏测量 (QND): 1998 年, 山西大学光电研究所利用孪生光束作为探针光填补分束器的真空通道, 进行强度差 QND 测量的方案, 并在实验上实现了“类 QND”测量^[4.11]。

利用 OPO 产生强度差压缩光, 必须使 OPO 运转于阈值以上。如果能在不影响 OPO 输出的强度差压缩光压缩度的前提下降低 OPO 的阈值, 就可以有效减小产生强度差压缩光系统的体积, 便于其小型化和进一步的实用化。因此在本章中

我们探索利用 QPM OPO 来产生强度差压缩光 利用 PPLN 的较大的非线性系数，可以有效的降低 OPO 的阈值，同时将压缩光的波长从目前的 $1\mu\text{m}$ 附近扩展到 $2\mu\text{m}$ 附近。本章的结构如下：第二部分，给出了利用 QPM OPO 产生强度差压缩光的理论分析。第三部分介绍利用 QPM OPO 产生强度差压缩光的实验装置。第四部分给出我们的实验结果和分析。最后在第五部分对本章做了总结。

4.2 QPM NOPO 产生强度差压缩光的噪声特性理论分析

下面我们利用半经典理论计算 NOPO 的强度差噪声特性。我们假设：泵浦场和下转换场之间相位完全匹配，单次穿过 QPM 晶体时的参量增益和损耗都比较小，三个场模和腔完全共振。这时我们可以写出场的运动方程^[4,12]：

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_1 + (\gamma_1 + \mu_1)\alpha_1 &= g_Q \alpha_0 \alpha_2^* + \sqrt{\frac{2\gamma_1}{\tau}} \alpha_1^{in} + \sqrt{\frac{2\mu_1}{\tau}} \beta_1^{in} \\ \dot{\alpha}_2 + (\gamma_2 + \mu_2)\alpha_2 &= g_Q \alpha_0 \alpha_1^* + \sqrt{\frac{2\gamma_2}{\tau}} \alpha_2^{in} + \sqrt{\frac{2\mu_2}{\tau}} \beta_2^{in} \\ \dot{\alpha}_0 + (\gamma_0 + \mu_0)\alpha_0 &= -g_Q \alpha_1 \alpha_2 + \sqrt{\frac{2\gamma_0}{\tau}} \alpha_0^{in} + \sqrt{\frac{2\mu_0}{\tau}} \beta_0^{in}\end{aligned}\quad (4.1)$$

其中，假设三个场模在腔内往返一周的时间相同，都为 τ ； α_i ($i=0,1,2$ 分别代表泵浦场、信号场和闲置场，以下同)，代表内腔场振幅； α_i^{in} 代表输入场振幅； β_i^{in} 代表由于内腔损耗引入的真空起伏； γ_i 代表由于输入耦合镜引入的场的损耗速率， μ_i 代表除输入耦合镜外其它内腔损耗（晶体的吸收等）引入的场的损耗速率，总的损耗速率用 γ_i' 来表示： $\gamma_i' = \gamma_i + \mu_i$ ；场的损耗速率和振幅透射率有如下关系： $t_i^2 = 2\gamma_i \tau$ ， $g_Q = 2\chi_Q / \tau$ 是准相位匹配晶体的非线性耦合系数。

如果我们得到了内腔场 α_i 的解，输出场 α_i^{out} 就可以由输入输出关系得到：

$$\alpha_i^{out} = t_i \alpha_i - \alpha_i^{in} \quad (4.2)$$

4.2.1 场方程的稳态平均场解

首先我们求解场方程(4.1)的稳态平均场解,令 $\dot{\alpha}_0 = \dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_2 = 0$,并对方程取平均值,考虑信号场和闲置场无注入场的情况,这时有: $\langle \alpha_1^{in} \rangle = \langle \alpha_2^{in} \rangle = 0$; β_i^{in} 代表由于内腔损耗引入的真空起伏,同样有: $\langle \beta_1^{in} \rangle = \langle \beta_2^{in} \rangle = 0$ 。所以稳态时的场方程可写为:

$$\begin{aligned}(\gamma_1 + \mu_1)\bar{\alpha}_1 &= g_Q \bar{\alpha}_0 \bar{\alpha}_2^* \\(\gamma_2 + \mu_2)\bar{\alpha}_2 &= g_Q \bar{\alpha}_0 \bar{\alpha}_1^* \\(\gamma_0 + \mu_0)\bar{\alpha}_0 &= g_Q \bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 + \sqrt{\frac{2\gamma_0}{\tau}} \bar{\alpha}_0^{in}\end{aligned}\quad (4.3)$$

我们取 $\bar{\alpha}_0$, $\bar{\alpha}_1$, $\bar{\alpha}_2$ 和 $\bar{\alpha}_0^{in}$ 均为实数。方程(4.3)存在下面的非零解:

$$\gamma_i' \bar{\alpha}_i^2 = \frac{\gamma_0' \gamma_1' \gamma_2'}{g_Q^2} (\sigma - 1) \quad (i=1,2) \quad (4.4)$$

$$g_Q^2 \bar{\alpha}_0^2 = (\gamma_1 + \mu_1)(\gamma_2 + \mu_2) \quad (4.5)$$

当 OPO 在阈值以上运转时,引入泵浦参量 σ :

$$\sigma = 2 \sqrt{\frac{g_Q^2 \gamma_0'}{2\gamma_0' \gamma_1' \gamma_2'}} \bar{\alpha}_0^{in} \quad (4.6)$$

这时信号光和闲置光的平均输出光强遵守如下的关系式:

$$\bar{I}_1^{out} / \bar{I}_2^{out} = \gamma_1 \gamma_2' / \gamma_2 \gamma_1' \quad (4.7)$$

其中, $\bar{I}_i^{out} = 2\gamma_i \tau \bar{\alpha}_i^2$ ($i=1,2$)。当信号光和闲置光的耦合输出效率相等时,由上式可知信号光和闲置光的平均输出光强相等,这是因为在参量作用过程中,每一个参与参量作用的泵浦光子总是转化为一个信号光的光子和一个闲置光的光子(孪生光子对)。

4.2.2 强度差噪声谱的求解

为了获得场的起伏方程,我们把方程(4.1)在稳态解(4.4)和(4.5)附近线性化:令 $\alpha_i = \bar{\alpha}_i + \delta\alpha_i$,忽略掉二阶小量,由方程(4.1)可得:

$$\begin{aligned}
\delta\dot{\alpha}_1 + \gamma_1' \delta\alpha_1 &= \sqrt{\gamma_1' \gamma_2'} \delta\alpha_2^* + \sqrt{\gamma_0' \gamma_1'} (\sigma - 1) \delta\alpha_0 + \sqrt{\frac{2\gamma_1}{\tau}} \delta\alpha_1^{in} + \sqrt{\frac{2\mu_1}{\tau}} \delta\beta_1^{in} \\
\delta\dot{\alpha}_2 + \gamma_2' \delta\alpha_2 &= \sqrt{\gamma_1' \gamma_2'} \delta\alpha_1^* + \sqrt{\gamma_0' \gamma_2'} (\sigma - 1) \delta\alpha_0 + \sqrt{\frac{2\gamma_2}{\tau}} \delta\alpha_2^{in} + \sqrt{\frac{2\mu_2}{\tau}} \delta\beta_2^{in} \\
\delta\dot{\alpha}_0 + \gamma_0' \delta\alpha_0 &= -\sqrt{\gamma_0' \gamma_2'} (\sigma - 1) \delta\alpha_2 - \sqrt{\gamma_0' \gamma_1'} (\sigma - 1) \delta\alpha_1 + \sqrt{\frac{2\gamma_0}{\tau}} \delta\alpha_0^{in} + \sqrt{\frac{2\mu_0}{\tau}} \delta\beta_0^{in}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

引入内腔场和输入场的正交振幅分量的起伏和正交位相分量的起伏：

$$\begin{aligned}
\delta X_i &= \delta\alpha_i + \delta\alpha_i^* , & \delta Y_i &= -i(\delta\alpha_i - \delta\alpha_i^*) \\
\delta X_i^{in} &= \delta\alpha_i^{in} + \delta\alpha_i^{in*} & \delta Y_i^{in} &= -i(\delta\alpha_i^{in} - \delta\alpha_i^{in*}) \\
\delta X_i^{in'} &= \delta\beta_i^{in} + \delta\beta_i^{in*} & \delta Y_i^{in'} &= -i(\delta\beta_i^{in} - \delta\beta_i^{in*}) \quad (i=0,1,2)
\end{aligned} \tag{4.9}$$

假设输入场的起伏都为真空起伏：

$$\left\langle \left| \delta X_i^{in} \right|^2 \right\rangle = \left\langle \left| \delta Y_i^{in} \right|^2 \right\rangle = \left\langle \left| \delta X_i^{in'} \right|^2 \right\rangle = \left\langle \left| \delta Y_i^{in'} \right|^2 \right\rangle = 1 \tag{4.10}$$

下面我们分三种情况分析强度差压缩光的噪声特性。

A 两下转换模平衡和无失谐

首先我们考虑两个下转换模输出透射率和内腔损耗都平衡时的情况。这时，我们分别用 γ' , γ 和 μ 代替原来的 γ_i' , γ_i 和 μ_i ($i=1,2$)。引入信号场和闲置场的振幅差起伏量：

$$\delta r = \frac{1}{\sqrt{2}} (\delta X_1 - \delta X_2) \tag{4.11}$$

联合方程(4.8) , (4.9)和(4.11)我们得到如下 δr 的运动方程：

$$\delta\dot{r} + 2\gamma'\delta r = \sqrt{\frac{2\gamma}{\tau}} \delta r^{in} + \sqrt{\frac{2\mu}{\tau}} \delta r^{in'} \tag{4.12}$$

这里我们注意到振幅差起伏的运动方程里并不含有泵浦场的起伏量。对方程(4.12)

做傅立叶变换，可得：

$$\delta r(\omega) = \frac{\sqrt{2\gamma\tau}\delta r^{in}(\omega) + \sqrt{2\mu\tau}\delta r^{in'}(\omega)}{2\gamma'\tau + i\omega\tau} \quad (4.13)$$

从(4.2)式我们很容易得到输出场 $\delta r^{out}(\omega)$ 的表达式：

$$\delta r^{out}(\omega) = \sqrt{2\gamma\tau}\delta r(\omega) - \delta r^{in} \quad (4.14)$$

联立方程(4.13)和(4.14)可得：

$$\delta r^{out}(\omega) = \frac{2\gamma - 2\gamma' - i\omega}{2\gamma' + i\omega} \delta r^{in}(\omega) + \frac{2\sqrt{\gamma\mu}}{2\gamma' + i\omega} \delta r^{in'}(\omega) \quad (4.15)$$

考虑到 $\langle |\delta r^{in}(\omega)|^2 \rangle = \langle |\delta r^{in'}(\omega)|^2 \rangle = 1$ ，我们可以得到如下的振幅差噪声谱：

$$S_r(\omega) = \langle |\delta r^{out}(\omega)|^2 \rangle = \frac{4\mu\gamma' + \omega^2}{4\gamma'^2 + \omega^2} \quad (4.16)$$

在两个下转换模平衡的情况下，强度差噪声谱正比于振幅差噪声谱。证明如下：

NOPO 下转换输出场的强度和相应的强度起伏为：

$$\begin{aligned} I_i^{out} &= \alpha_i^{out*} \alpha_i^{out} = (X_i^{out^2} + Y_i^{out^2}) / 4 \\ \delta I_i^{out} &= (\bar{X}_i^{out} \delta X_i^{out} + \bar{Y}_i^{out} \delta Y_i^{out}) / 2 = \bar{X}_i^{out} \delta X_i^{out} / 2 \end{aligned} \quad (4.17)$$

其中， $\bar{X}^{out}$ 是输出场的正交振幅分量平均值： $\bar{X}^{out} = \bar{X}_1^{out} = \bar{X}_2^{out}$ ， $\bar{Y}_i^{out}$ 是输出场的正交位相分量平均值，有： $\bar{Y}_i^{out} = 0$ 。

孪生光束的强度差起伏为：

$$\delta I = \delta(I_1^{out} - I_2^{out}) = \sqrt{2} \bar{X}^{out} \delta r^{out} / 2 \quad (4.18)$$

对上式做傅立叶变换得起伏谱：

$$\delta I(\omega) = \delta(I_1^{out}(\omega) - I_2^{out}(\omega)) = \sqrt{2} \bar{X}^{out}(\omega) \delta r^{out}(\omega) / 2 \quad (4.19)$$

强度差起伏功率谱为：

$$S_I(\omega) = \langle |\delta I(\omega)|^2 \rangle = (\bar{X}^{out}(\omega))^2 S_r(\omega) / 2 \quad (4.20)$$

这就证明了强度差噪声谱正比于振幅差噪声谱。方程(4.20)又可以写为：

$$S_I(\omega) = S_0 \frac{4\mu\gamma' + \omega^2}{4\gamma'^2 + \omega^2} \quad (4.21)$$

其中， $S_0 = (\bar{X}^{out}(\omega))^2 / 2$ 是散粒噪声功率。

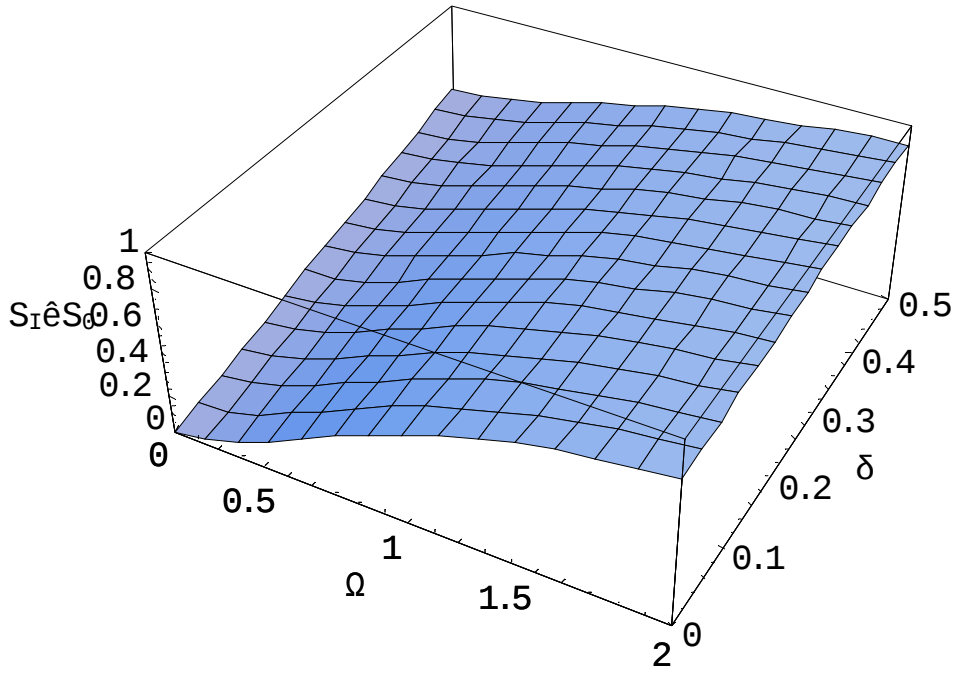


Fig.4.1 归一化的强度差压缩谱 S_I / S_0 随着归一化分析频率 Ω 和归一化的内腔损耗 δ 的变化关系。

图 4.1 是归一化的强度差压缩谱 S_I / S_0 随着归一化频率 $\Omega = \omega^2 / (4\gamma' / \tau^2)$ 和归一化内腔损耗 $\delta = \mu / \gamma'$ 的变化关系。当不存在内腔损耗时，强度差噪声在零频处完全被抑制： $S_I = 0$ 。当存在内腔损耗时，强度差噪声的最大压缩在零频处，其大小等于 OPO 腔的耦合输出效率。随着内腔损耗的增加和分析频率的增大，强度差压缩度逐渐减小。要想获得较大的压缩，分析频率应该小于腔的线宽： $\omega < 2\gamma' / \tau$ ，同时腔的输出耦合效率尽可能高。值得注意的是，方程(4.21)内并不包括泵浦场的任何参量（如泵浦场的平均强度，泵浦场的起伏等），因此，强度差压缩谱在两下转换模平衡的情况下，并不受泵浦场噪声的影响。

B 两下转换模平衡和存在小的失谐

上面我们分析了两下转换光和腔完全共振的情况，而在实际情况中，产生强度差压缩光的 OPO 对于外界的扰动十分敏感，泵浦频率和腔长的微小扰动会使两下转换光的频率和腔的本征频率存在轻微的失谐。下面我们分析这种失谐的存

在对强度差压缩谱的影响（假设泵浦光失谐为零）。

假设信号光和闲置光在腔内往返一周后的相位失谐分别为： φ_1 和 φ_2 ，假定失谐量很小，这时方程(4.1)内关于 α_1 和 α_2 的方程可改写为：

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_1 + (\gamma' + i\varphi_1)\alpha_1 &= g_Q \alpha_0 \alpha_2^* + \sqrt{\frac{2\gamma}{\tau}} \alpha_1^{in} + \sqrt{\frac{2\mu}{\tau}} \beta_1^{in} \\ \dot{\alpha}_2 + (\gamma' + i\varphi_2)\alpha_2 &= g_Q \alpha_0 \alpha_1^* + \sqrt{\frac{2\gamma}{\tau}} \alpha_2^{in} + \sqrt{\frac{2\mu}{\tau}} \beta_2^{in}\end{aligned}\quad (4.22)$$

上述方程的稳态方程可写为：

$$\begin{aligned}(\gamma' + i\varphi_1)\bar{\alpha}_1 &= g_Q \bar{\alpha}_0 \bar{\alpha}_2^* \\ (\gamma' + i\varphi_2)\bar{\alpha}_2 &= g_Q \bar{\alpha}_0 \bar{\alpha}_1^*\end{aligned}\quad (4.23)$$

方程(4.23)要存在非零解必须满足下列条件：

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \varphi_2 = \varphi \\ \gamma'^2 + \varphi^2 &= g_Q^2 |\bar{\alpha}_0|^2\end{aligned}\quad (4.24)$$

为了方便我们选择泵浦场为如下形式(这样可以使得信号场和闲置场的取值为实数)：

$$\bar{\alpha}_0 = (\gamma' + i\varphi) / g_Q \quad (4.25)$$

把方程(4.22)在稳态解附近线性化，我们可以得到 $\delta\alpha = \delta\alpha_1 - \delta\alpha_2$ 的演化方程：

$$\delta\dot{\alpha} + (\gamma' + i\varphi)(\delta\alpha + \delta\alpha^*) = \sqrt{\frac{2\gamma_1}{\tau}} \delta\alpha^{in} + \sqrt{\frac{2\mu_1}{\tau}} \delta\beta^{in} \quad (4.26)$$

其中， $\delta\alpha^{in} = \delta\alpha_1^{in} - \delta\alpha_2^{in}$ ， $\delta\beta^{in} = \delta\beta_1^{in} - \delta\beta_2^{in}$ 。

振幅差起伏 δr 正比于 $\delta\alpha$ 的实部，取方程(4.26)的实部，我们可以得到 δr 的方程：

$$\delta\dot{r} + 2\gamma'\delta r = \sqrt{\frac{2\gamma_1}{\tau}} \delta r^{in} + \sqrt{\frac{2\mu_1}{\tau}} \delta r^{in'} \quad (4.27)$$

方程(4.27)不依赖于失谐量 φ 和泵浦场的起伏，因此在两下转换模平衡的情况下，强度差压缩并不受腔失谐和泵浦场起伏的影响。注意到方程(4.27)和方程(4.12)完全一致，因此强度差噪声谱仍旧由(4.21)表示。

C 两下转换模不平衡情况

在 A 和 B 部分，我们讨论的都是两下转换模平衡情况。下面我们分析更一般和普遍的情况：两下转换模的内腔损耗和耦合输出透射率都不相等，并且三个腔模都存在失谐。这时方程(4.1)变为：

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_1 + (\gamma_1 + \mu_1 + i\varphi_1)\alpha_1 &= g_Q\alpha_0\alpha_2^* + \sqrt{\frac{2\gamma_1}{\tau}}\alpha_1^{in} + \sqrt{\frac{2\mu_1}{\tau}}\beta_1^{in} \\ \dot{\alpha}_2 + (\gamma_2 + \mu_2 + i\varphi_2)\alpha_2 &= g_Q\alpha_0\alpha_1^* + \sqrt{\frac{2\gamma_2}{\tau}}\alpha_2^{in} + \sqrt{\frac{2\mu_2}{\tau}}\beta_2^{in} \\ \dot{\alpha}_0 + (\gamma_0 + \mu_0 + i\varphi_0)\alpha_0 &= -g_Q\alpha_1\alpha_2 + \sqrt{\frac{2\gamma_0}{\tau}}\alpha_0^{in} + \sqrt{\frac{2\mu_0}{\tau}}\beta_0^{in}\end{aligned}\quad (4.28)$$

由于这时两下转换模不平衡，泵浦场将不再与强度差起伏谱无关，而是耦合到强度差起伏的表达式中去，当三模都严格共振时，理论分析表明，在低频处和阈值附近，强度差噪声会出现很高的噪声峰，尤其是当泵浦场存在额外的经典噪声时，强度差噪声所受到的影响更大。当信号光和闲置光存在失谐时，会使得强度差噪声功率变得更大。而在较小的泵浦功率下，泵浦光的失谐对强度差噪声功率的影响很小。可见，当两下转换模不平衡时会严重影响强度差噪声的压缩。这种不利影响可以通过外部的光路平衡基本上予以消除，即把孪生光束中光强大的一束进行衰减，使得其光强等于光强小的一束，保证两个光电探测器探测到相同的光子数，然后再进行强度差压缩光的探测。因此，在产生强度差压缩光的过程中，要获得大的强度差压缩，我们必须尽量保证信号光和闲置光的平衡：即它们的内腔损耗和耦合输出透射率相等，同时使得外部的光路也尽量平衡。

4.3 实验装置

图 4.2 是我们利用 PPLN OPO 产生强度差压缩光的实验装置。

根据第二部分的理论分析,要获得较大的强度差压缩,应该使得 OPO 腔输出镜对下转换光的透射率尽可能高,而内腔损耗尽量低,从而得到高的耦合输出效率。我们据此设计了一套 OPO 腔镜的参数:输入镜对 $1.06\mu\text{m}$ 反射率:90%,对 $2\text{--}2.3\mu\text{m}$ 高反。输出镜对 $1.06\mu\text{m}$ 高反,对 $2\text{--}2.3\mu\text{m}$ 反射率:96%。但是由于腔镜镀膜质量存在问题:一方面使得 OPO 的阈值升得很高:按照上述设计的腔

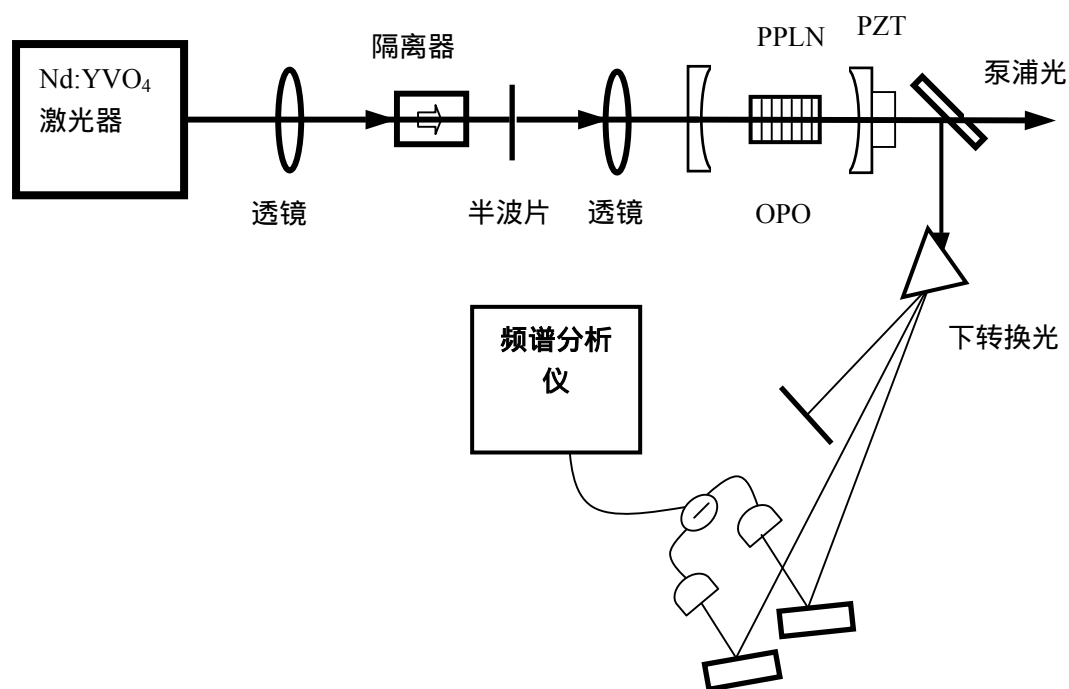


Fig.4.2 实验装置。图中 PZT 代表压电陶瓷

镜参数,阈值应在 10mW 左右,而实验中得到的阈值有 130mW。另一方面,很大程度上降低了 OPO 耦合输出效率。因此我们尝试采用第二章的低阈值 PPLN OPO 的一套腔镜来探索产生 $2\mu\text{m}$ 波段的强度差压缩光。实验装置中的泵浦源和 PPLN OPO 在第二章中已详细介绍。这里我们主要说明一下我们的强度差压缩光的探测系统。

要进行强度差压缩光的测量,首先必须把孪生光束中的信号光和闲置光分开。由于 PPLN OPO 属于 I 类匹配,不能象通常 II 类匹配的 OPO 那样,利用信号光和闲置光的频率正交的特性,采用偏振分束棱镜将它们分开。但是我们可以利用信号光和闲置光的频率非简并特性来分开它们^[4.8]。如图 4.2 所示,在 OPO 的输出端,我们首先利用 $2\mu\text{m}$ 波段高反, $1.06\mu\text{m}$ 高透的平面反射镜过滤到大部分的泵浦光,然后再利用一个石英色散棱镜把信号光,闲置光,剩余的泵浦光分开(其中泵浦光被挡掉),在约 1 米远的地方把信号光,闲置光分开 4mm。再利用两个反射镜分别将信号光与闲置光反射到两个光电探测器上,探测器的型号为 J23-18I-R01M-2.6,光敏面直径 1mm,在波长为 2-2.4 μm 处量子效率 66%。探测器输出的光电流分别经过低噪声放大器放大(型号 CLC425),接着把放大后的信号相减(减法器型号:Minicircuit ZCSJ-2-1,共模抑制比为 20dB),然后送入射频频谱分析仪对信号的频谱进行观察。

4.4 实验结果和分析讨论

实验中我们通过调节晶体的温度来改变信号光和闲置光的波长,使得信号光和闲置光波长分别位于 2011nm 和 2260nm 附近。此时我们以 7kHz 的正弦信号调制 OPO 腔长,利用锁相技术与信号光的光强获得误差信号,经高压放大器放大后驱动 OPO 腔的压电陶瓷使得 OPO 保持在阈值以上,获得连续的输出。

图 4.3 是我们在频率为 1.5M 处测量到的信号光和闲置光的强度差起伏功率

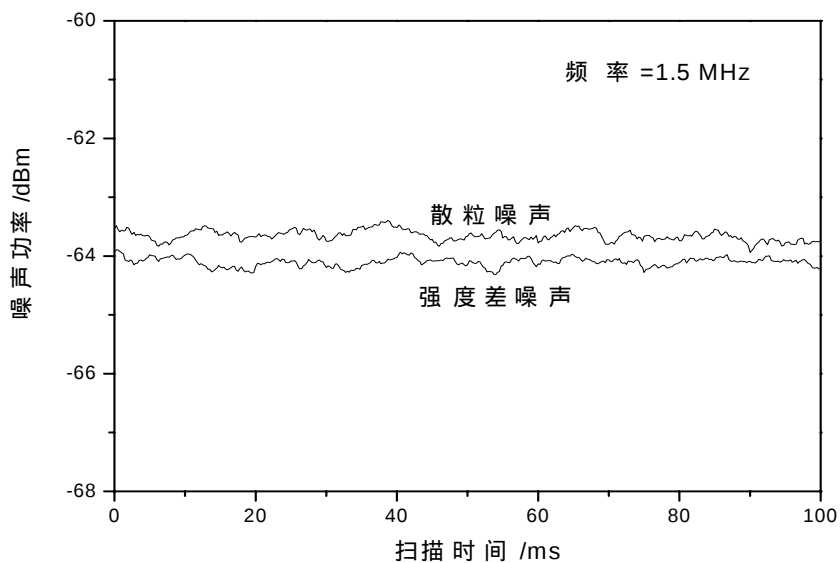


Fig.4.3 在频率为 1.5MHz 处观察到的强度差噪声功率和散粒噪声功率。其中频谱分析仪的分辨率带宽 100 kHz, 视频带宽 30Hz.

和相应的散粒噪声功率^[4.13]。从图中我们可以看出信号光和闲置光的强度差起伏功率较散粒噪声功率降低了大约 0.4dB，其中散粒噪声基准由以下方式给出：

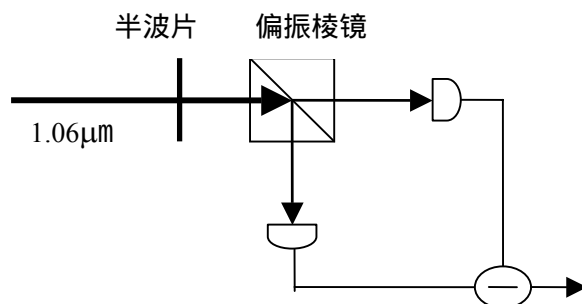


Fig. 4.4 测量散粒噪声的实验装置图

1.06μm 激光被半波片和偏振分束棱镜构成 50/50 的分束器等分为后，入射到探测器上，调节 1.06μm 入射激光的功率使得探测器的直流输出等于测量 OPO 下转换

光时的直流输出，再把探测器输出的光电流信号相减得到(如图(4.4)),保持在测量强度差噪声时频谱分析仪的参数不变)。图(4.3)的测量是在波长为 2011nm 和 2260nm 处测量的,我们通过改变 PPLN 晶体的温度来调谐 OPO 的输出波长,在 2011nm 和 2260nm 附近 17nm 的范围内都观察到了强度差的压缩。

我们知道压缩态光场在产生和测量过程中的任何损耗,都会引入真空起伏,导致压缩态光场的压缩度降低。我们在实验中测量到的强度差噪声谱可以写成下面的形式^[4.14]：

$$R(\omega) = 1 - \eta_D \eta_{OC} \frac{1}{1 + (\omega / \omega_c)^2} \quad (4.29)$$

上式可由式(4.21)推导出(考虑到探测效率),其中, $R(\omega)$ 是归一化的强度差噪声功率, η_D 是探测效率, η_{OC} 是 OPO 腔的耦合输出效率, ω 是分析频率, $\omega_c = 2\gamma' / \tau$ 是腔的带宽。对于理想情况: $\eta_D = 1$, $\eta_{OC} = 1$,压缩度为无穷大: $R(\omega) = 0$ 。在实际情况中,由于光场在低频处的经典噪声非常大,无法在低频处进行测量,所以通常把测量的频率范围选在 2M 左右。同时探测器的效率总是低于 1 的,OPO 腔也总是存在内腔损耗,使得 $\eta_D < 1$ 和 $\eta_{OC} < 1$,导致实际测量到的压缩度总是有限值。

在我们的实验中,探测器的效率在探测的波段为 66%,探测光路的透射率为 85%,总的探测效率为: $\eta_D = 56\%$ 。OPO 腔的耦合输出效率 $\eta_{OC} = 17\%$,腔的带宽为 51M,分析频率为 $1.5 \times 2\pi$ MHz,把这些实验参数代入(4.29)式可得: $R(\omega) = 0.908$,换算成 dB 单位:0.42dB,和我们实验中观测到的 0.4dB 基本符合。考虑到 56%的探测效率,实际 OPO 腔输出的压缩度应为 0.8dB。

4.5 总结

我们利用 1.06 μm 全固化单频 Nd:YVO₄ 激光器泵浦 PPLN TROPO,在 OPO 近简并运转的情况下,观察到了信号光和闲置光的强度起伏的关联,信号光和闲置光的波长相差约 200nm,强度差压缩度为 0.8dB。在此基础上,我们利用温度调谐信号光和闲置光的波长,在 17nm 的范围内都观察到信号光和闲置光的强度

起伏的关联。值得指出的是，我们实验中测量到的压缩度比较低，主要有两个原因：1，目前在 $2\mu\text{m}$ 波段光电探测器的效率受制造技术和工艺的限制，光电转换效率比较低；2，OPO 的腔镜镀膜没有达到最优化：对于信号光和闲置光来说，输出耦合镜的透射率很小，输入耦合镜存在不应有的透射，这些都导致 OPO 耦合输出效率很低和两下转换模的不平衡，限制了测量到的压缩度。如果我们优化 OPO 的腔镜镀膜，提高 OPO 耦合输出效率为 80%；同时随着制造技术和工艺的改进和提高，探测器的效率能够达到 90%，通过该装置我们就可以高效率地得到 5.5dB 以上的可调谐强度差压缩光场。事实上，目前我们利用 $0.532\mu\text{m}$ 全固化激光器泵浦基于准相位匹配 KTP 晶体构建的双共振光学参量振荡器，获得 $1\mu\text{m}$ 附近的，偏振简并、频率非简并的孪生光束，由于在该波段探测器的量子效率较高（约 90%），同时通过优化信号光和闲置光的输出耦合效率，我们已经初步测量到 3.2dB 的强度差压缩。

参考文献

- [4.1] S. Reynaud, C. Fabre, and E. Giacobino, *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 1520 (1987)
- [4.2] Heidmann, R. J. Horowicz, S. Reynaud, E. Giacobino, and C. Fabre, *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 2555 (1987)
- [4.3] T. Debuisschert, S. Reynaud, A. Heidmann, E. Giacobino, and C. Fabre, *Quantum Opt.* **1**, 3 (1989)
- [4.4] J. Mertz, T. Debuisschert, A. Heidmann, C. Fabre, and E. Giacobino, *Opt. Lett.* **16**, 1234 (1991)
- [4.5] Gao Jiangrui, Cui Fuyun, Xue Chenyang, Xie Changde and Peng Kunchi, *Opt. Lett.*, **23**, 870 (1998)
- [4.6] P. R. Tapster, J. G. Rarity, S. Satchell, *Phys. Rev. A* **37**, 2963 (1988)

- [4.7] P. R. Tapster, S. F. Seward, J. G. Rarity, *Phys. Rev. A* **44**, 3266 (1991)
- [4.8] C. D. Nabors, R. M. Shelby, *Phys. Rev. A* **42**, 556 (1990)
- [4.9] 王海, 潘庆, 张云, 薛晨阳, 谢常德, 彭堃塈, *中国科学*, **A28**, 342 (1998)
- [4.10] P. H. S. Riberiro, C. Schwob, A. Maitre, C. Fabre, *Opt. Lett.*, **22**, 1893 (1997)
- [4.11] Hai Wang, Yun Zhang, Qing Pan, Hong Su, A. Porzio, Changde Xie, Kunchi Peng, *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 1414 (1999)
- [4.12] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann and S. Reynaud, *Journal de Physique*, **50**, 1209 (1989)
- [4.13] 李永民, 吴迎瑞, 张宽收, 彭堃塈, *物理学报*, **52**, 849 (2003)
- [4.14] A. S. Lane, M. D. Reid, D. F. Walls, *Phys. Rev. A* **37**, 4229 (1988)

第五章 准相位匹配晶体存在的极化误差对简并光学参量放大过程的影响

5.1 简介

众所周知,通过二次谐波过程和二阶非线性过程参量下转换,可以获得压缩态的光场^[5.1,5.2]。由于准相位匹配材料具有较高的非线性系数,同常规的双折射匹配材料相比,它可以在较低的泵浦功率下获得光场量子起伏噪声的降低和无噪声放大,因而引起了人们的浓厚研究兴趣。1995 年文献[5.3]在泵浦场振幅不变近似下首次理论分析了利用准相位匹配材料通过光学参量放大过程获得光场量子起伏噪声的降低和无噪声放大。文章指出:利用理想极化的准相位匹配材料可以在一个正交分量上获得无噪声放大,而在其共扼正交分量上得到压缩,同时对参量放大和缩小的信号光和泵浦光的相对相位与常规的双折射相位匹配方式相比平移了 $\pi/2$ 。1998 年文献[5.4]考虑到泵浦场振幅的变化,分析了准相位匹配材料在简并参量下转换过程中产生的压缩态光场的性质:指出利用理想的准相位匹配晶体,通过简并参量下转换过程可以获得很大的正交压缩分量压缩光。

与此同时,人们也开展了实验上利用准相位匹配材料获得光场的压缩和无噪声放大的研究^[5.5]。在脉冲单此穿过的情况下:利用准相位匹配波导和体材料通过简并光学参量放大过程获得光场的正交分量压缩^[5.6-5.8]和通过二次谐波过程获得了光场的强度压缩^[5.9]。在连续波情况下:利用光学参量振荡器通过级联过程和参量下转换过程分别获得了反射泵浦光的正交分量压缩和下转换光的强度差压缩^[5.10-5.12],通过外腔倍频过程获得了倍频光的强度压缩^[5.13,5.14]。

考虑到在实际情况中,准相位匹配材料在极化过程中由于制作工艺的原因,实际的极化区域与理想的极化区域总是存在一定的误差。文献^[5.15,5.16]分析了这种极化误差对倍频过程中二次谐波转换效率的影响;文献^[17,18]分别分析了准相位匹配二次谐波产生过程中,这种误差的存在对于倍频光压缩和级联效应导致的基频光压缩的影响。在本章中,我们数值模拟分析了极化误差的存在对准相位匹配简并光学参量放大过程的影响。本章的结构如下如下:第二部分给出准相位匹配晶体的极化误差模型。第三部分是理论分析。第四部分代入具体的参数进行数值模拟。第五部分对本章做一总结。

5.2 极化误差模型

目前，制造准相位匹配材料的最佳办法是首先利用平板印刷得到光栅电极，然后在光栅电极上加上高压电场使得非线性晶体得以极化。这种技术实践上证明是很有效的，使得准相位匹配材料能够以较高的质量大批量生产。但是，在具体的各个制造环节中，仍旧会产生周期极化的误差。对于采用上述技术生产的准相位匹配材料来说，主要有两类极化误差：极化区域边界的随机偏差和极化区域长度的随机偏差^[5.16,5.17]。如图 5.1 所示。其中极化区域边界的随机偏差是指实

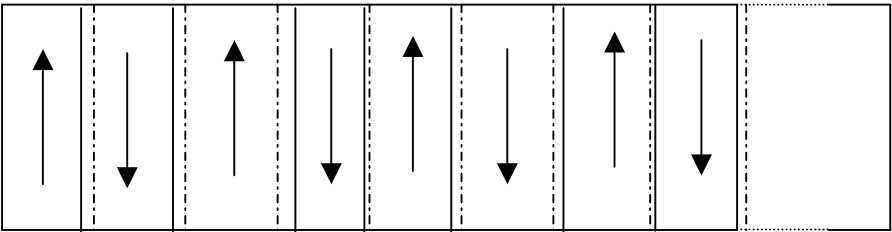


Fig. 5.1a 极化区域的随机边界误差模型。向上和向下的箭头分别表示非线性系数为正的区域和非线性系数为负的区域。点划线和实线分别是理想的区域边界和实际的区域边界。

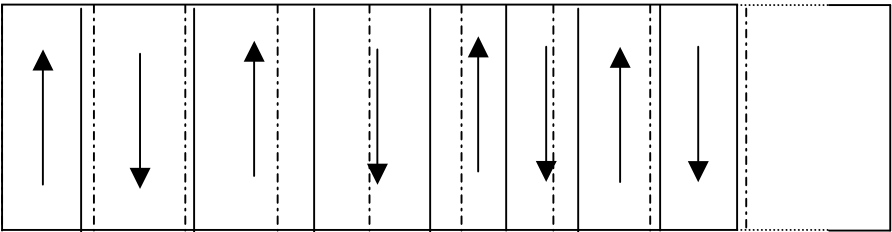


Fig. 5.1b 极化区域长度的随机误差模型。向上和向下的箭头分别表示非线性系数为正的区域和非线性系数为负的区域。点划线和实线分别是理想的区域边界和实际的区域边界。

际极化区域的边界随机地偏离理想理论区域的边界，但是周期长度平均值仍等于理想周期长度值，因此相邻区域的长度之间存在

负关联,这种误差的存在是拥有精细模版前提下在平版印刷的过程中引入的。极化区域长度的随机偏差是周期长度平均值等于理想周期长度值,但是极化区域的长度随机偏离理想值,相邻区域的长度之间相互独立,不存在关联。这种误差的存在主要是由于平版印刷模版的制作误差引起的。

对于极化区域边界的随机偏差,我们假设这种偏离呈高斯分布^[5,16]:

$$P(\varepsilon_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \text{Exp}\left[-\frac{\varepsilon_k^2}{2\sigma^2}\right] \quad (5.1)$$

其中, $\varepsilon_k = (z_k - k(\Lambda/2))/(\Lambda/2)$, z_k 为准相位匹配材料从第一个极化区域的起始处到第 k 个极化区域的结尾处的距离, Λ 为极化周期的长度, σ 是标准偏差。

对于极化区域长度的随机偏差,我们也假设这种偏离呈高斯分布:

$$P(l_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \text{Exp}\left[-\frac{l_k^2}{2\sigma^2}\right] \quad (5.2)$$

其中, $l_1 = z_1/(\Lambda/2)$, $l_k = (z_k - z_{k-1})/(\Lambda/2)$, ($k \geq 2$)。

5.3 理论分析模型

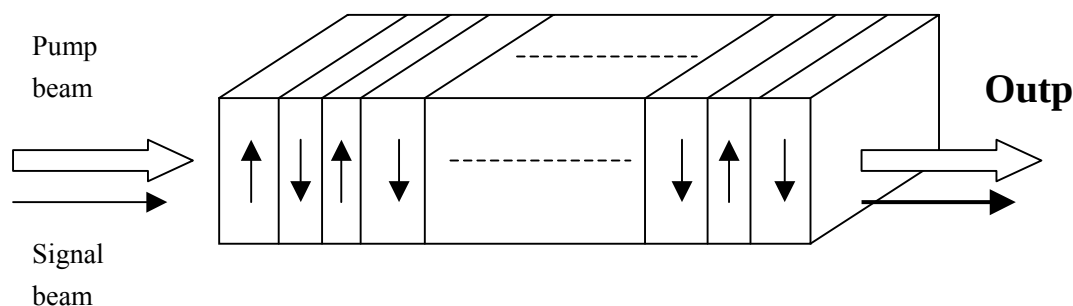


Fig. 5.2 利用存在周期极化误差的准相位匹配材料实现简并光学参量放大的模型。假定泵浦场很强,信号光很弱。

如图 5.2 所示，我们假定泵浦波的强度很强，注入信号强度很弱，同时忽略晶体对泵浦波和信号波的吸收、散射等损耗，在泵浦波强度不变近似下（把泵浦场当作经典场处理），我们可以

写出下面的耦合波方程^[5.3]：

$$\begin{aligned}\frac{da(z)}{dz} &= g \exp[i(\Delta kz + \phi_{pump})]b^+(z) \\ \frac{db(z)}{dz} &= g \exp[i(\Delta kz + \phi_{pump})]a^+(z)\end{aligned}\quad (5.3)$$

其中， $a(z)$ 和 $b(z)$ 分别是信号模和闲置模的湮灭算符； ϕ_{pump} 是泵浦波的初相位；

$$\Delta k = k_{pump} - k_{idler} - k_{signal} \text{ 是相位失配波矢； } g = m \left[\frac{2\omega_{signal}\omega_{idler}|d^{(2)}|^2 I_{pump}}{n_{signal}n_{idler}n_{pump}\epsilon_0 c^3} \right]^{1/2} \text{ 是非}$$

线性耦合系数；其中，参数 m 对于没有极化反转的区域取值 1，对于极化反转的区域取值 -1 ； $d^{(2)}$ 是二阶有效非线性系数； c 是真空中光速； I_{pump} 是泵浦功率； ϵ_0 是真空中介电常数； n_{signal} ， n_{idler} 和 n_{pump} 分别是信号模、闲置模和泵浦模在准相位匹配晶体中的折射率。对于偏振和频率都简并的光学参量放大过程，信号模和闲置模的行为完全一致，方程组(5.3)可以简化为一个方程：

$$\frac{da(z)}{dz} = g \exp[i(\Delta kz + \phi_{pump})]a^+(z). \quad (5.4)$$

根据文献[5.3]的方法，引入以下变量：

$$\begin{aligned}p(z) &= \frac{1}{2} \left\{ \exp \left[-i \left(\frac{\Delta k}{2} z + \frac{\phi_{pump}}{2} \right) \right] a(z) + \exp \left[i \left(\frac{\Delta k}{2} z + \frac{\phi_{pump}}{2} \right) \right] a^+(z) \right\}, \\ q(z) &= \frac{-i}{2} \left\{ \exp \left[-i \left(\frac{\Delta k}{2} z + \frac{\phi_{pump}}{2} \right) \right] a(z) - \exp \left[i \left(\frac{\Delta k}{2} z + \frac{\phi_{pump}}{2} \right) \right] a^+(z) \right\}\end{aligned}\quad (5.5)$$

联立方程(5.4)和(5.5)，我们可以得到 $p(z)$ 和 $q(z)$ 的运动方程：

$$\begin{aligned}\frac{dp(z)}{dz} &= gp(z) + \frac{\Delta k}{2} q(z), \\ \frac{dq(z)}{dz} &= -gq(z) - \frac{\Delta k}{2} p(z)\end{aligned}\quad (5.6)$$

令 $K = [(\Delta k/2)^2 - g^2]^{1/2}$, 假设 $(\Delta k/2)^2 > g^2$ (在实际的实验条件下, 这通常是满足的), 我们引入如下的无量纲变量 :

$$\Delta = \Delta k/2K, \quad G = g/K, \quad C = \cos(Kz), \quad S = \sin(Kz). \quad (5.7)$$

考虑到式(5.7), 方程(5.6)可以被写成如下的矩阵形式 :

$$\begin{bmatrix} p(z) \\ q(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C + GS & \Delta S \\ -\Delta S & C - GS \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(0) \\ q(0) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

对于一阶准相位匹配材料来说, 满足关系式: $\Lambda = \pi/K$ 。在准相位匹配材料第一个极化区域末端, 我们有: $C_1 = \cos[\frac{\pi}{2}(1 + \varepsilon_1)]$ 和 $S_1 = \sin[\frac{\pi}{2}(1 + \varepsilon_1)]$, 考虑到以上关系式, 在第一个极化区域末端, 方程(5.8)可以写为:

$$\begin{bmatrix} p(z_1) \\ q(z_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 + GS_1 & \Delta S_1 \\ -\Delta S_1 & C_1 - GS_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(0) \\ q(0) \end{bmatrix}. \quad (5.9)$$

同理, 在第二个极化区域末端, 我们有:

$$\begin{bmatrix} p(z_2) \\ q(z_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_2 + GS_2 & \Delta S_2 \\ -\Delta S_2 & C_2 - GS_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 + GS_1 & \Delta S_1 \\ -\Delta S_1 & C_1 - GS_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(0) \\ q(0) \end{bmatrix}. \quad (5.10)$$

当参量作用光波在准相位匹配晶体中传播了 n 个周期以后:

$$\begin{bmatrix} p(z_{2n}) \\ q(z_{2n}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(0) \\ q(0) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

其中, 矩阵 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 是 $2n$ 个描述信号光传播的矩阵 $\begin{bmatrix} C_i + GS_i & \Delta S_i \\ -\Delta S_i & C_i - GS_i \end{bmatrix}$ ($i = 1, 2, \dots, 2n$) 的乘积。值得注意的是, 在非线系数为负的极化区域, G 的取值是负的。

联立方程(5.5)和(5.11) 我们可以得到信号模的湮灭算符的表达式:

$$a(z) = \exp[i(\Delta kz/2 + \phi_p/2)] \begin{bmatrix} a(0) \exp(-i\phi_p/2)\alpha + \\ ia^+(0) \exp(i\phi_p/2)\beta \end{bmatrix}, \quad (5.12)$$

其中, $\alpha = (A + D)/2 + i(C - B)/2$, $\beta = (B + C)/2 + i(D - A)/2$ 。

现在我们就可以计算信号模的平均光子数和光子数的起伏方差,以及信号模的正交振幅分量和正交位相分量起伏方差。

我们假设入射光学参量放大器的信号光处于相干态： $|\alpha_s\rangle$ ，经过计算我们可以得到出射的信号光的平均光子数和光子数起伏方差的表达式。

$$\langle \hat{n} \rangle = |\alpha_s|^2 (|\alpha|^2 + |\beta|^2 + \alpha^* \beta e^{i(\Phi+\pi/2)} + \alpha \beta^* e^{-i(\Phi+\pi/2)}), \quad (5.13)$$

$$\langle (\Delta \hat{n})^2 \rangle = |\alpha_s|^2 \left\{ (|\alpha|^2 + |\beta|^2)^2 + 4|\alpha|^2 |\beta|^2 + 2(|\alpha|^2 + |\beta|^2)(\alpha^* \beta e^{i(\Phi+\pi/2)} + \alpha \beta^* e^{-i(\Phi+\pi/2)}) \right\}, \quad (5.14)$$

其中， $\Phi = \phi_{pump} - 2\phi_{signal}$ 是泵浦模和信号模之间的相对相位， ϕ_{signal} 是信号模的相位。

同样我们可以得到正交振幅分量的起伏方差：

$$X = a + a^+, \quad \langle (\Delta X)^2 \rangle = \alpha \beta e^{i(\Phi+\pi/2)} + \alpha^* \beta^* e^{-i(\Phi+\pi/2)} + |\alpha|^2 + |\beta|^2 \quad (5.15)$$

正交位相分量的起伏方差：

$$Y = -i(a - a^+) \quad \langle (\Delta Y)^2 \rangle = \alpha \beta e^{i(\Phi-\pi/2)} + \alpha^* \beta^* e^{-i(\Phi-\pi/2)} + |\alpha|^2 + |\beta|^2 \quad (5.16)$$

我们引入一个可以反映光学参量放大器性能的很有用的参数：噪声系数 NF ，定义为光学参量放大器的输入信噪比与输出信噪比之比^[5.19]：

$$NF = \frac{S_{in} / N_{in}}{S_{out} / N_{out}} = \frac{(|\alpha|^2 + |\beta|^2)^2 + 4|\alpha|^2 |\beta|^2 + 2(|\alpha|^2 + |\beta|^2)(\alpha^* \beta e^{i(\Phi+\pi/2)} + \alpha \beta^* e^{-i(\Phi+\pi/2)})}{(|\alpha|^2 + |\beta|^2 + \alpha^* \beta e^{i(\Phi+\pi/2)} + \alpha \beta^* e^{-i(\Phi+\pi/2)})^2}, \quad (5.17)$$

其中， S_{out} 和 S_{in} 分别是光学参量放大器输出端和输入端的信号功率， N_{out} 和 N_{in} 分别时光学参量放大器输出端和输入端的噪声功率。如果 $NF = 1$ ，即输出信噪比等于输入信噪比，这说明在信号放大的过程中，没有引入额外的噪声，光学参量

放大器是无噪声放大的。

5.4 数值分析

在下面的数值模拟分析中，我们考虑一个实际的一阶极化准相位匹配铌酸锂晶体，晶体的最大非线性系数 d_{33} 被用来进行参量变换。泵浦场和信号场的波长分别是： $\lambda_{pump} = 1.064 \mu\text{m}$ ， $\lambda_{signal} = \lambda_{idler} = 2.128 \mu\text{m}$ 。二阶非线性系数的大小为： $d^{(2)} = 22 \text{pm/V}$ ，极化周期长度为： $\Lambda = 31 \mu\text{m}$ 。下面我们将对比分析极化区域长度随机误差和极化区域边界随机误差对简并光学参量放大过程的影响^[5.20,5.21]。在下面的分析中，对于极化区域边界随机误差的情况，我们取极化区域的长度符合方程(5.1) 所描述的概率分布；而对于极化区域长度随机误差的情况，我们取极化区域的长度符合方程(5.2) 所描述的概率分布。

5.4.1 极化误差对正交分量压缩的影响

在这一部分，我们具体分析极化误差的存在对信号光正交振幅分量噪声和正交位相分量噪声最大压缩的影响。极化误差的存在对信号光的正交振幅分量噪声最大压缩的影响和正交位相分量噪声最大压缩的影响是完全相同的。这可以从方程(5.15)和(5.16)看出，两者的最大压缩表达式都可以写为：

$$\langle (\Delta X)^2 \rangle_{\min} = \langle (\Delta Y)^2 \rangle_{\min} = |\alpha|^2 + |\beta|^2 - 2|\alpha||\beta| \quad (5.18)$$

图 5.3 所示是三种不同标准方差 ($\sigma = 0$, $\sigma = 0.01$, $\sigma = 0.1$) 对应的正交振幅分量噪声的最大压缩随着晶体长度的变化曲线 (极化区域长度随机误差)。从图中我们注意到 , 对于相同的 σ 却有不同的一条变化曲线 , 这是由于 σ 相同 ,

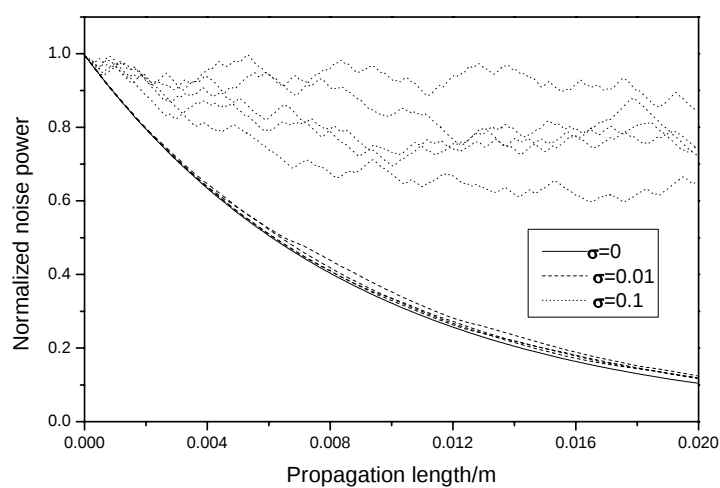


Fig. 5.3 当极化区域长度随机起伏的情况下 , 对于不同的 σ ($\sigma = 0, \sigma = 0.01, \sigma = 0.1$) 正交振幅分量噪声随着晶体长度的变化曲线。 $I_p = 2.55\text{MW}/\text{cm}^2$ 。

只是说明各个晶体极化周期的长度值服从相同的统计分布,各个晶体具体的周期长度的分布情况并不相同,这就导致了压缩随着晶体长度的变化不一致。图中,对于 $\sigma = 0.01$ 的情况,我们给出了4条曲线, $\sigma = 0.1$ 的情况给出了5条曲线。进一步增加曲线的数量,发现它们大都位于给定的曲线范围内,所以,给定的曲线基本上反映了变化规律。我们可以看到随着长度的增加,三种情况对应的压缩度均增大, σ 越大,压缩度增加的越慢,同时出现波动的情况。 $\sigma = 0.01$ 对应的四条曲线几乎不可区分,而 $\sigma = 0.1$ 对应的五条曲线明显分离。即:有几块准相位匹配晶体,它们的标准方差完全一致: $\sigma = 0.1$ 。但压缩行为却有可能区别较大。图 5.4 所示是三种不同标准方差($\sigma = 0$, $\sigma = 0.01$, $\sigma = 0.1$)对应的正交振幅分量噪声的最大压缩随着晶体长度的变化曲线(极化区域边界随机误差),对于相同的方差我们只给出了一条曲线,这时因为进一步增加曲线的数量,发现它们都基本重合。图 5.4 的变化情况类似于图 5.3,只是在相同的标准方差下,图 5.4

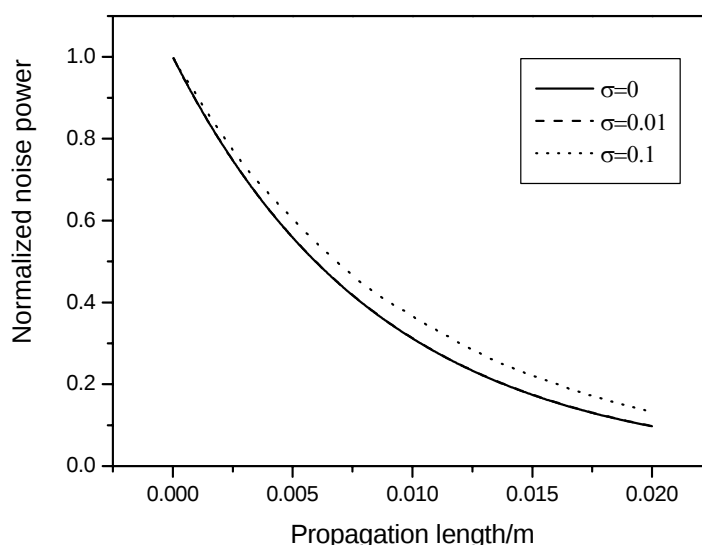


Fig. 5.4 在极化区域边界随机起伏的情况下,对于不同的 σ ($\sigma = 0, \sigma = 0.01, \sigma = 0.1$)正交振幅分量压缩随着晶体长度的变化曲线。 $I_p = 2.55\text{MW/cm}^2$ 。

的压缩大于图 5.3 的压缩,尤其是图 5.4 中 $\sigma = 0$ 和 $\sigma = 0.01$ 对应的两条曲线几乎不可区分。也就是说正交振幅分量压缩对于极化区域长度随机误差远比极化区域边界随机误差敏感,这时因为对于极化区域长度随机误差来说,各个极化区域

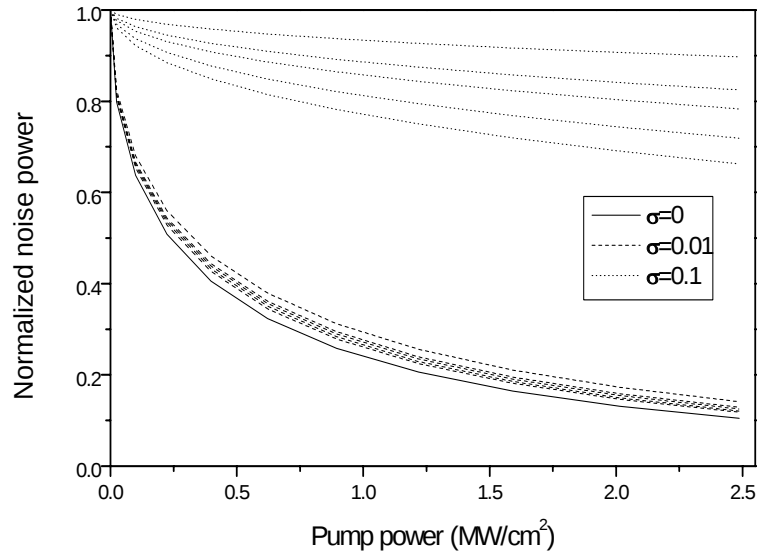


Fig. 5.5 当极化区域长度随机起伏的情况下，对于不同的 σ ($\sigma = 0, \sigma = 0.01, \sigma = 0.1$) 正交振幅压缩随着泵浦功率的变化曲线。晶体的长度 $L_{\text{ppln}}=2\text{cm}$ 。

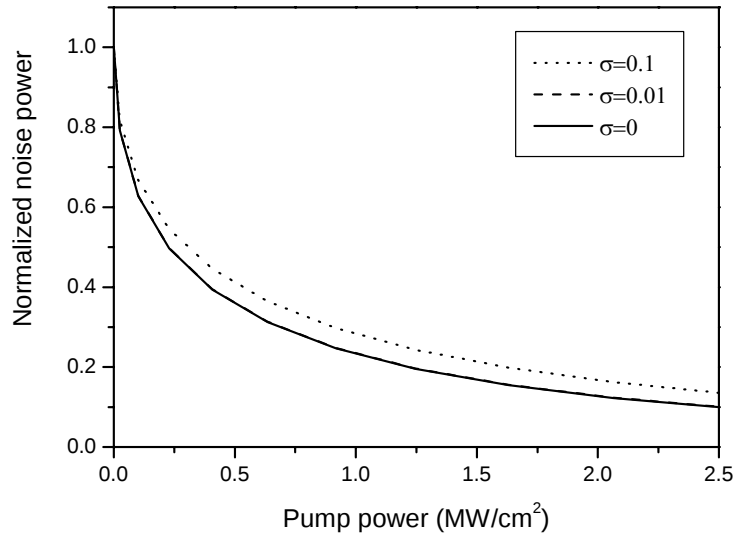


Fig. 5.6 当极化区域边界随机起伏的情况下，对于不同的 σ ($\sigma = 0, \sigma = 0.01, \sigma = 0.1$) 正交振幅压缩随着泵浦功率的变化曲线。晶体的长度 $L_{\text{ppln}}=2\text{cm}$ 。

长度之间相互独立，长度误差存在积累的效应。而极化区域边界误差随机误差相邻区域长度之间存在负关联，不存在积累效应。

图 5.5 是正交振幅分量压缩随着泵浦功率的变化曲线(极化区域长度随机误差)。类似于图 5.3,随着泵浦功率的增大,三种情况对应的压缩度均单调增大, σ 越大,压缩度增加的越慢,但不出现波动的情况。 $\sigma = 0.01$ 对应的四条曲线几乎不可区分,而 $\sigma = 0.1$ 对应的五条曲线明显分离。图 5.6 是极化区域边界随机误差情况下正交振幅分量压缩随着泵浦功率的变化曲线,它的变化趋势类似于图 5.5,只是在相同的标准方差下,图 5.6 的压缩大于图 5.5 的压缩。

图 5.7 是正交振幅噪声最大压缩随着标准方差 σ 的变化曲线(极化区域长度随机误差),图中实线是一次的计算结果,当 σ 较大时曲线具有较大的波动,说明当标准方差较大时,对于标准方差完全一致的不同准相位匹配晶体,它们的压缩行为会有较大的差别。而这种差别的原因是:一定的标准偏差对应的各个晶体的具体周期长度的分布情况并不相同。为了清楚的看出压缩随着标准方差 σ 的变化趋势,图中同时给出了 10 次计算的平均值(虚线)。从图中我们可以看出, $\sigma = 0$ 时压缩最大,随着标准方差 σ 的增大,压缩度逐渐减小。当标准方差 $\sigma < 0.01$ 时,压缩度降低的很小:只降低了约 1dB。而当 $\sigma = 0.1$ 时,压缩度降低了 9dB,只剩下 1dB 左右。图 5.8 是正交振幅噪声最大压缩随着标准方差 σ 的变化曲线(极化

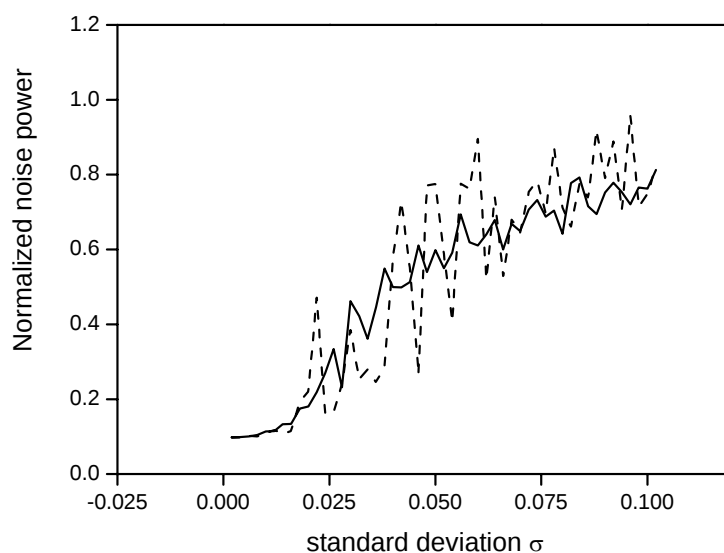


Fig. 5.7 在极化区域长度随机起伏的情况下,正交振幅分量的压缩随着标准偏差的变化关系。虚线是一次的计算结果,实线是 10 次计算结果的平均值。

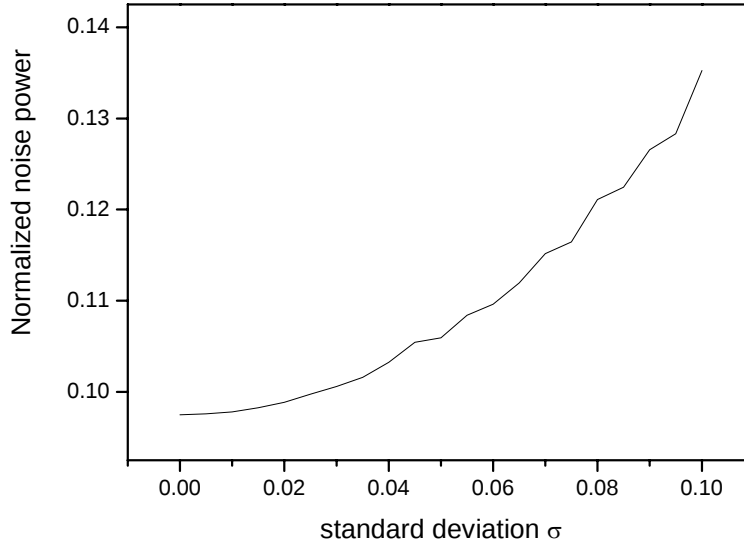


Fig. 5.8 当极化区域边界随机起伏的情况下，正交振幅分量的压缩随着标准偏差的变化关系。

区域边界随机误差 δ 。类似与图 5.7，极化误差的增大使得压缩度减小，当 $\sigma = 0.1$ 时，压缩度由 10dB 降低到 8.7dB，只降低了 1.3dB，远小于极化区域长度随机误差情况的 9dB。当 σ 较大时曲线也出现小的波动，但波动的幅度远小于 5.7，其原因和图 5.7 出现波动的原因相同。图 5.7 和图 5.8 说明极化区域长度随机误差对信号光的正交振幅分量压缩的影响远大于极化区域边界随机误差。

5.4.2 极化误差对信号光平均光子数、光子数起伏方差及噪声系数的影响

在这一部分，我们具体分析极化误差的存在对信号光平均光子数、光子数起伏方差及噪声系数的影响。

图 5.9 是理想极化下 ($\sigma=0$) 平均光子数增益、归一化的光子数起伏方差增益，噪声系数随着泵浦光和信号光之间的相对位相的变化关系。我们可以看出，光子数的增益和归一化光子数起伏方差的增益在参量增益的最大点和最小点完全相同，而且在参量增益的最大点和最小点噪声系数有最小值 1，也就是说，只有在

这两个点，放大器才是无噪声放大（缩小）的。图 5.10 类似于图 5.9，但是存在极化区域边界随机误差（ $\sigma=0.1$ ）。从图中可以看出，由于极化误差的存在，平均光子数增益、归一化的光子数起伏方差增益小于 $\sigma=0$ 时的增益。我们

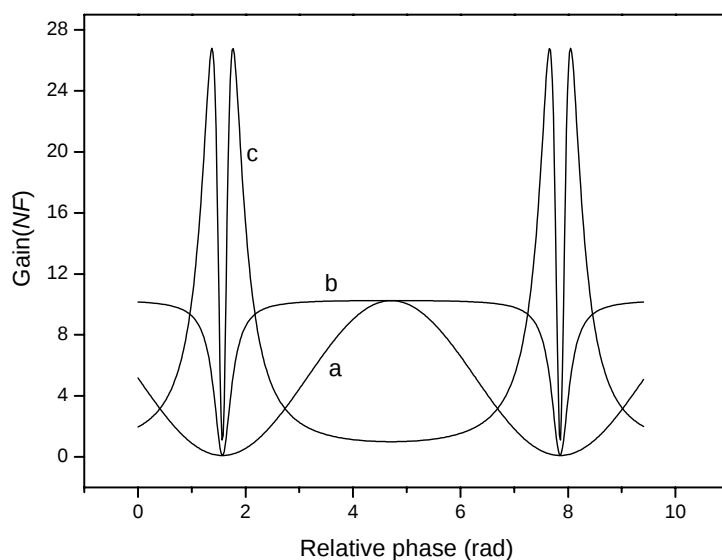


Fig. 5.9 $\sigma=0$ 时，平均光子数增益 (a)、归一化的光子数方差增益 (b)、噪声系数 NF (c) 随着信号光和泵浦光之间相对相位的变化曲线。
 $I_{\text{pump}}=2.55\text{MW/cm}^2$ ， $L_{\text{ppln}}=2\text{cm}$ 。

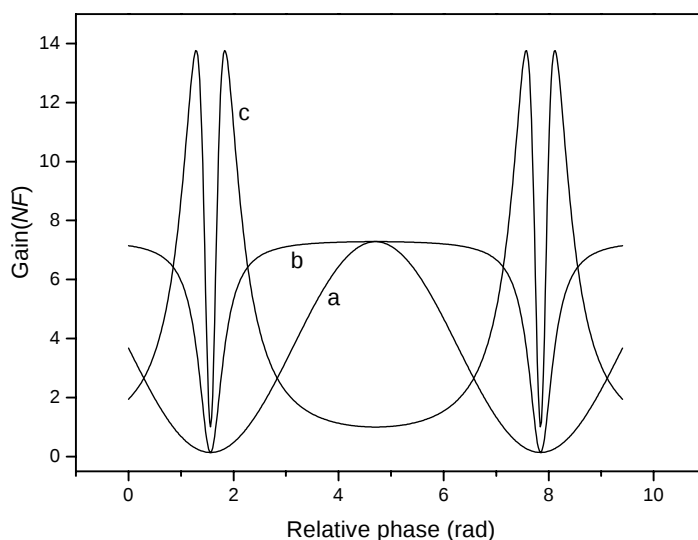


Fig. 5.10 $\sigma=0.1$ 时，极化区域边界随机误差下，平均光子数增益(a)、归一化的光子数方差增益(b)、噪声系数 NF (c) 随着信号光和泵浦光之间相对相位的变化曲线。
 $I_{\text{pump}}=2.55\text{MW/cm}^2$ ， $L_{\text{ppln}}=2\text{cm}$ 。

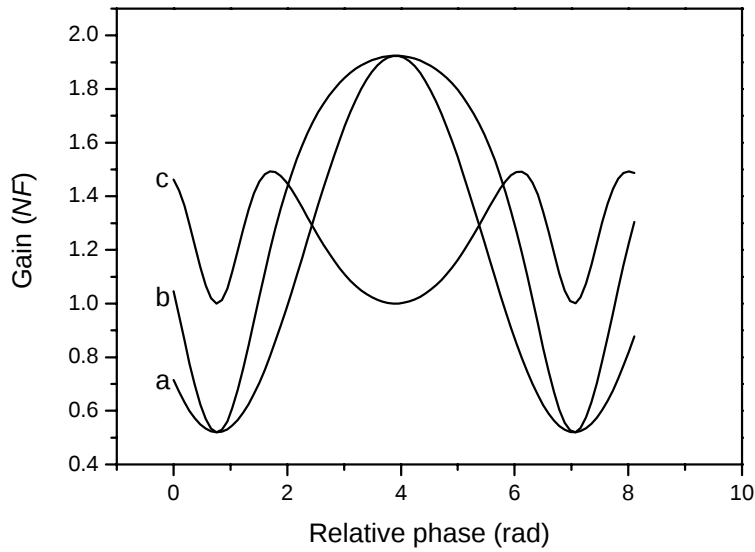


Fig. 5.11 $\sigma=0.03$ 时，极化区域长度随机误差下，平均光子数增益(a)、归一化的光子数方差增益(b)，噪声系数 NF (c) 随着信号光和泵浦光之间相对相位的变化曲线。
 $I_{\text{pump}}=2.55\text{MW/cm}^2$ ， $L_{\text{ppln}}=2\text{cm}$ 。

注意到图 5.10 和图 5.9 的变化趋势完全一致，即：光子数的增益和归一化光子数起伏的增益在参量增益的最大点和最小点仍旧完全相同，而且在参量增益的最大点和最小点噪声系数仍旧有最小值 1，说明这时的放大器仍是无噪声放大（缩小）的。图 5.11 类似于图 5.10，只是存在的误差是极化区域长度随机误差（ $\sigma=0.1$ ）。可以看出，图 5.11 的变化趋势完全类似于图 5.10：放大器仍旧在参量增益的最大点与最小点获得无噪声放大，只是相应的增益降低程度远大于极化区域长度随机误差，同时参量增益的最大点与最小点对应的泵浦光与信号光的相对相位发生明显平移。

图 5.12 是极化区域长度随机误差情况下，在光学参量放大器的参量增益的最大点，平均光子数增益、光子数起伏方差增益，以及相应的噪声系数随着标准方差 σ 的变化曲线。随着标准方差 σ 的增大，平均光子数和光子数起伏方差的增益迅速减小，并且两条曲线完全重合，即：对于任意的标准方差值，两者的大小完全一致。从图中还可以看出，虽然极化误差的存在降低了光学参量放大器的增益，但是它的噪声系数却保持不变，始终保持为 1，即保持无噪声放大。图 5.13 是极化区域边界随机误差情况下，在光学参量放大器参量增益的最大点，平均光子数增益、光子数起伏方差增益，以及相应的噪声系数随着标准方差 σ 的变化曲

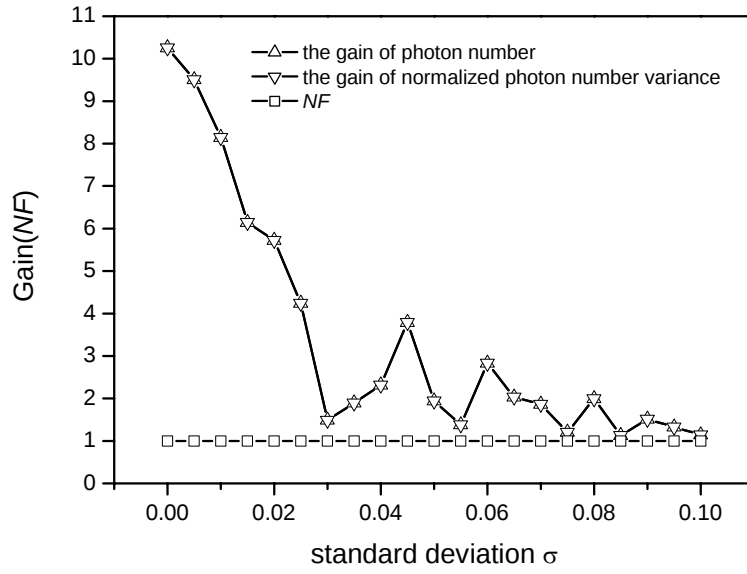


Fig. 5.12 极化区域长度随机误差情况下，平均光子数增益、归一化的光子数方差增益，噪声系数 NF 随着标准方差的变化关系。 $I_{\text{pump}}=2.55\text{MW}/\text{cm}^2$ ， $L_{\text{ppln}}=2\text{cm}$ 。

线。图 5.13 的变化趋势类似与图 5.12：随着标准方差 σ 的增大，平均光子数和光子数起伏方差的增益减小，并且两条曲线完全重合；噪声系数始终为 1，即保持无噪声放大。不同之处在于：在极化区域边界随机误差情况下，放大器的增益

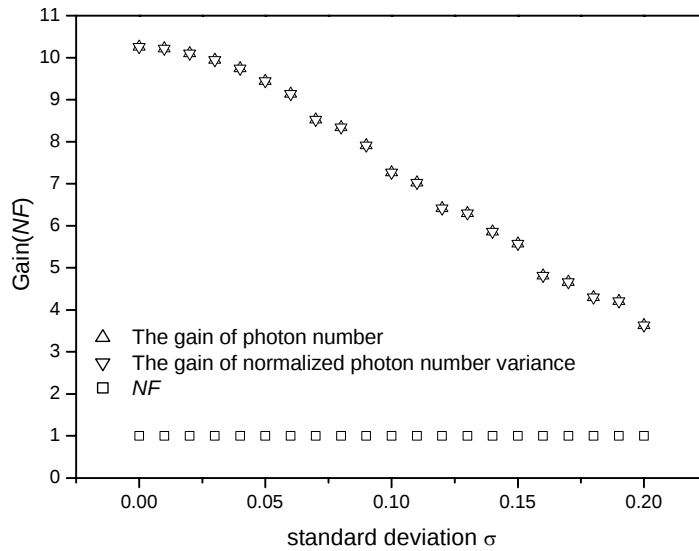


Fig. 5.13 极化区域边界随机误差情况下，平均光子数增益、归一化的光子数方差增益，噪声系数 NF 随着标准方差的变化关系。 $I_{\text{pump}}=2.55\text{MW}/\text{cm}^2$ ， $L_{\text{ppln}}=2\text{cm}$ 。

对标准方差变化的敏感程度,远小于极化区域长度随机误差情况下放大器的增益对标准方差变化的敏感程度。例如,当标准方差 $\sigma = 0.1$ 时,图 5.12 中的增益已经由理想情况 10 降低到 1.2 左右,而图 5.13 的增益仍旧有 7.4 左右。由图 5.12 和图 5.13 我们可以看出极化误差的存在并不会影响光学参量放大器无噪声放大的性能。

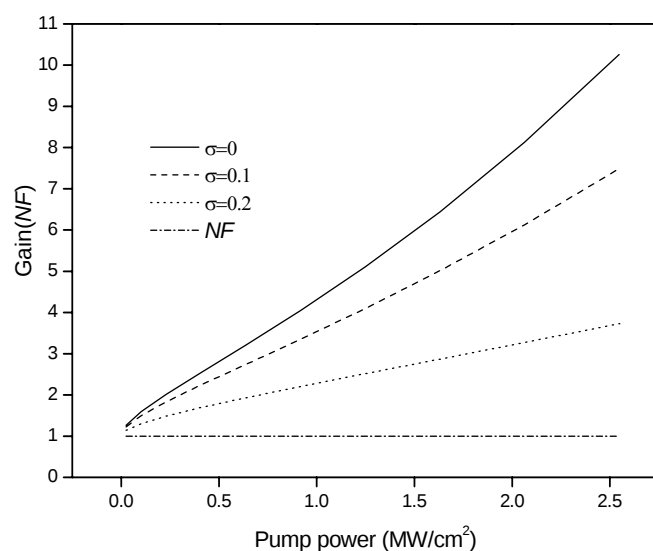


Fig. 5.14 极化区域边界随机误差情况下,平均光子数增益、归一化的光子数方差增益,噪声系数 NF 随着泵浦功率的变化关系。 $L_{ppln}=2\text{cm}$ 。

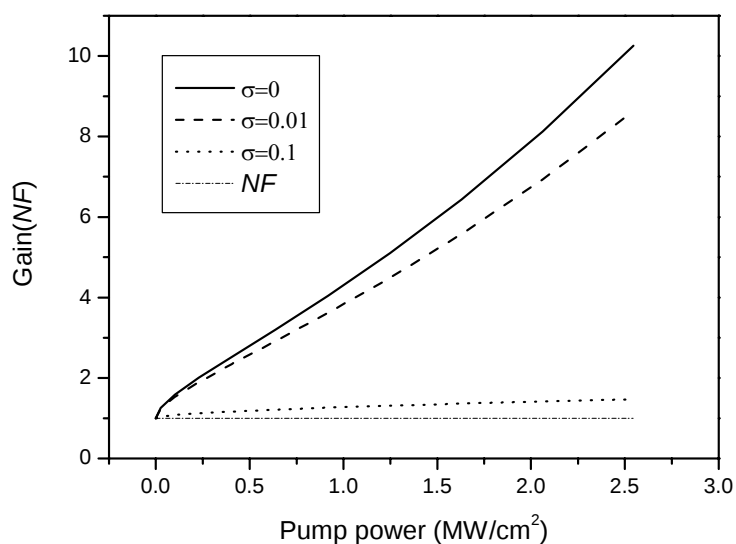


Fig. 5.15 极化区域长度随机误差情况下,平均光子数增益、归一化的光子数方差增益,噪声系数 NF 随着泵浦功率的变化关系。 $L_{ppln}=2\text{cm}$ 。

图 5.14 和图 5.15 分别是两种不同误差情况下,在光学参量放大器的参量增

益的最大点,平均光子数和光子数起伏方差的增益以及噪声系数在不同的标准方差下随着泵浦功率的变化曲线(对于极化区域长度随机偏差,给出的曲线是 10 次计算的平均值)。可以看出,增益随着泵浦功率的增大而增大,在相同的标准方差下,极化区域边界随机误差情况下的曲线斜率大于极化区域长度随机误差情况下的曲线斜率。但是两种情况下噪声系数都不随泵浦功率的变化而变化,始终为 1。

图 5.16 和图 5.17 分别是两种不同误差情况下,在光学参量放大器的参量增益的最大点,平均光子数和光子数起伏方差的增益以及噪声系数在不同的标准方差下随着传播距离的变化曲线(对于极化区域长度随机偏差,给出的曲线是 10 次计算的平均值)。可以看出,增益随着传播距离的增加而增大,在相同的标准方差下,极化区域边界随机误差情况下的曲线斜率大于极化区域长度随机误差情况下的曲线斜率。但是两种情况下噪声系数都不随泵浦功率的变化而变化,始终为 1。

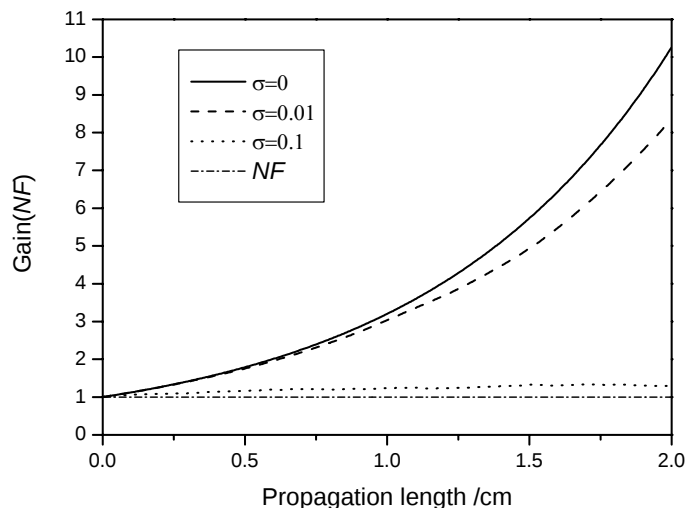


Fig. 5.16 极化区域长度随机误差情况下,平均光子数增益、归一化的光子数方差增益,噪声系数 NF 随着传播距离的变化关系。
 $I_{\text{pump}}=2.55\text{MW}/\text{cm}^2$

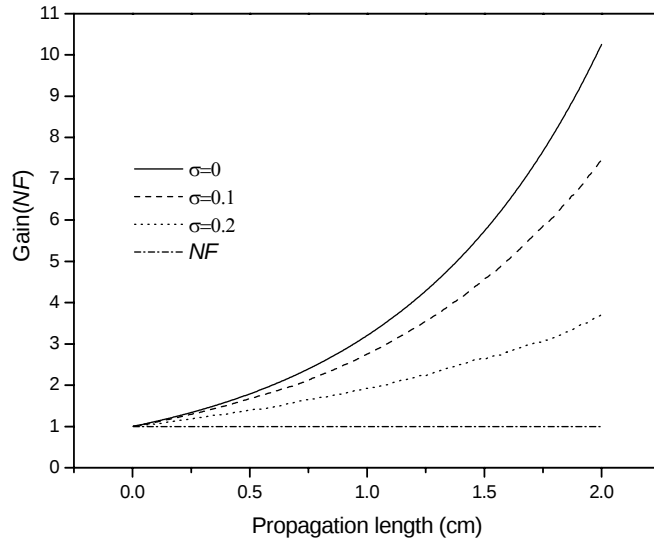


Fig. 5.17 极化区域边界随机误差情况下，平均光子数增益、归一化的光子数方差增益，噪声系数 NF 随着传播距离的变化关系。 $I_{\text{pump}}=2.55\text{MW}/\text{cm}^2$ 。

5.5 总结

在本章，我们从理论上分析了实际准相位匹配晶体在制作过程中存在的极化误差对于简并光学参量放大过程的影响，主要结论如下：

- 1，极化误差的存在使得信号光的正交振幅（位相）分量的压缩度降低，同时降低了信号光的平均光子数和光子数起伏方差的增益。但是光学参量放大器的噪声系数不随泵浦功率、晶体长度、以及极化误差大小的变化而变化，始终为 1。即极化误差的存在并不影响简并光学参量放大器的无噪声放大性能。
- 2，对于两种不同的极化误差：1，极化区域边界随机误差。2，极化区域长度随机误差。后者对于简并光学参量放大过程的影响程度远比前者大。

参考文献

- [5.1] 张宽收, 张靖, 谢常德, 彭堃堦, *物理学报*, **49**, 80 (2000)
- [5.2] K.C.Peng, Q.Pan, H.Wang, Y.Zhang, H.Su, C.D.Xie, *Appl. Phys.* **B66**, 755 (1998)
- [5.3] K. Bencheikh, E. Huntziger, J. A. Levenson, *J.Opt.Soc.Am.B*, **12**, 847 (1995)
- [5.4] V. S. Chickarmane, G. S. Agarwal, *Opt.Lett.*, **23**, 1132 (1998)
- [5.5] D. J. Lovering, J. A. Levenson, P. Vidakovic, *Opt.Lett.*, **21**, 1439 (1996)
- [5.6] E. Anderson, M. Beck, M. G. Raymer, J. D. Bieclein, *Opt. Lett.* **20**, 620 (1995).
- [5.7] D. K. Serkland, M. M. Fejer, R. L. Byer, Y. Yamamoto, *Opt.Lett.* **20**, 1649 (1995)
- [5.8] E. M. Daly, A. I. Ferguson, *Phys.Rev.A*, **62**, 043807 (2000)
- [5.9] D. K. Serkland, P. Kumar, M. A. Arbore, M. M. Fejer, *Opt. Lett.*, **22**, 1497 (1997)
- [5.10] Zhang K S, T. Coudreau, M. Martinelli, A. Maître, C. Fabre, *Phys.Rev.A*, **64**, 033815 (2001)
- [5.11] 李永民, 樊巧云, 张宽收, 谢常德, 彭堃堦, *物理学报*, **52**, 1492 (2001)
- [5.12] 李永民, 吴迎瑞, 张宽收, 彭堃堦, *物理学报*, **52**, 849 (2003)
- [5.13] M. J. Lawrence, R. L. Byer, M. M. Fejer, W. Bowen, P. K. Lam, and H.-A. Bachor, *J. Opt. Soc. Am. B*, **19**, 1592 (2002)
- [5.14] U. L. Andersen, P. Buchhave, *Optics Express*, **10**, 887 (2002)
- [5.15] S. Helmfrid, G. Arvidsson, *J.Opt.Soc.Am.B*, **17**, 797 (1991)
- [5.16] M. M. Fejer, A. Magel, D. H. Jundt, R. L. Byer, *IEEE J.Quantum Electron*, **28**, 2631 (1992)
- [5.17] L. Noirie, P. Bidakovic, J. A. Levenson, *J.Opt.Soc.Am.B*, **14**, 1 (1997)
- [5.18] J. Maeda, I. Matsuda, Y. Fukuchi, *J.Opt.Soc.Am.B*, **17**, 942 (2000)
- [5.19] I. E. Protsenko, L. A. Lugiato, C. Fabre, *Phys.Rev.A*, **50**, 1627 (1994)
- [5.20] Y.-M. Li, Y.-R. Wu, K.-S. Zhang, C.-D. Xie, K.-C. Peng, *Chin.Phys.* **11**, 790 (2002)
- [5.21] Y.-M. Li, Y.-R. Wu, K.-S. Zhang, K.-C. Peng, *Opt. Comm.*, **215**, 413 (2003)

第六章 利用单模正交压缩态光场实现连续变量的量子密码术

6.1 简介

保密通讯在军事、外交、商业贸易、网络、金融等领域具有极其重要的应用。现代保密通讯的原理是^[6.1]：信息发送者 Alice 采用密钥 K 将她要发送给 Bob 的明文通过某种加密规则变换成密文，然后经由公开的经典信息通道传送给 Bob，后者采用密钥 K^{-1} 通过适当的解密规则将密文变换成明文。在此过程中，如果能够防止非法用户的窃听，该保密通讯就是安全的。按照 K 和 K^{-1} 是否相同，密钥系统可分为对称密码 ($K = K^{-1}$) 和非对称密码 ($K \neq K^{-1}$)。数学上证明存在不可破译的对称密钥 (称为 vernam 密码或一次性便笺式密码)，但它要求密钥与明文一样长，并要求通讯双方经常产生、传送并保存数量庞大的数据库作为密码本，不宜广泛使用。目前被广泛使用的是非对称密码。它是一种公开密钥，这种密钥的安全性基于大数因子分解这样一类不宜计算的单向性函数。目前现有的计算机完成这样的计算非常困难，但是如果采用量子计算机就可以轻而易举地破译这种公开密钥体系。

量子力学和经典密码术的结合，称之为量子密码术，为这个问题的解决提供了一个有效的途径，它采用量子态作为信息载体，经由量子通道传送，在合法用户之间建立共享的密钥，其安全性基于量子力学的基本原理。首先考虑把量子力学用于密码术的是美国科学家 S. Wiesner^[6.2]，随后人们提出了一系列量子密钥分发方案：基于两组共轭基的 BB84 方案^[6.3]，基于两个非正交态的 BB92 方案^[6.4]，以及基于 EPR 纠缠对的 EPR 协议^[6.5]等。上述协议都是基于单量子态的 (分离变量)。后来 Ralph^[6.6,6.7]和 Hillery^[6.8]将量子密码术推广到连续变量情况：利用光场的一对非对易量 (正交振幅分量和正交位相分量) 来实现量子密码术。随后又有人提出利用连续变量的 EPR 关联等方案来实现连续变量的量子密码术^[6.9,6.10]。在量子密钥分发方案提出后不久，人们就开始进行量子密钥传输的实验研究^[6.11]，实验进展十分迅速，目前最远的传输距离可达 80 多公里^[6.12-6.15]，已接近实用的阶段。

分离变量方案中信息的载体是单量子态 (如单光子)，由于单光子探测效率

非常低等原因,使得目前分离变量密码传输的速率受到很大限制。而连续变量的量子密码术以光束作为信息载体,虽然存在压缩度受传输介质损耗的影响比较大的缺陷,但其高的传输与探测效率增加了人们对它的研究兴趣。

在本章中,我们提出一种利用单模正交压缩态光场作为密码载体的连续变量量子密钥传输方案。在该方案中,经典信号以二进制编码形式调制在单模正交压缩态光场的正交振幅分量或正交位相分量上。基于海森堡测不准关系,任何窃听都会导致合法通讯者之间的误码率升高,从而暴露了窃听者的存在,保护了密码信息的安全,与采用同样方案的相干光相比,保密程度有较大的提高。在本章第二部分,介绍我们的具体方案。第三部分,分析方案的安全性。最后在第四部分作一小结。

6.2 基于单模正交压缩态光场的量子密码术

正交压缩态光场自从在实验上实现以来^[6.16,6.17],便得到了广泛应用:填补分束器的真空通道,实现相移,偏振面的亚散粒噪声极限测量^[6.18];用于原子的光谱测量^[6.19]和量子非破坏测量等^[6.20]。近年来又在量子信息领域中获得广泛应用^[6.6-6.10,6.21-6.25]。在此我们设计了一个应用单模正交压缩态光场来完成量子密钥分发的新方案。

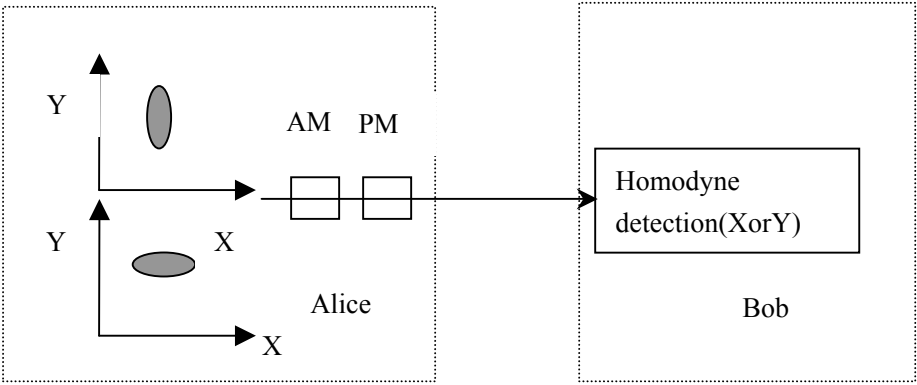


Fig. 6.1 利用单模正交压缩态光场实现连续变量的量子密码术实验方案。AM 和 PM 分别代表振幅调制器和相位调制器。X 和 Y 分别代表光场的正交振幅分量和正交位相分量。

如图 6.1 所示 ,Alice 用来发送经典信息的载体为正交振幅压缩态 $|\psi_1\rangle$ 和正交位相压缩态 $|\psi_2\rangle$ 。对于态 $|\psi_1\rangle$ 有：

$$\begin{aligned} X_1(t) &= a_1(t) + a_1^+(t) , \quad Y_1(t) = i(a_1^+(t) - a_1(t)) \\ \langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle &< 1 , \quad \langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle \langle (\Delta Y_1(t))^2 \rangle &\geq 1 \end{aligned} \quad (6.1)$$

对于态 $|\psi_2\rangle$ 有：

$$\begin{aligned} X_2(t) &= a_2(t) + a_2^+(t) , \quad Y_2(t) = i(a_2^+(t) - a_2(t)) \\ \langle (\Delta Y_2(t))^2 \rangle &< 1 , \quad \langle (\Delta X_2(t))^2 \rangle \langle (\Delta Y_2(t))^2 \rangle &\geq 1 \end{aligned} \quad (6.2)$$

Alice 可以随机选择 $|\psi_1\rangle$ 和 $|\psi_2\rangle$ 作为经典信息的载体 :当 $|\psi_1\rangle$ 被选择时 ,Alice 把待传送的信息以振幅调制的方式调制到 $|\psi_1\rangle$ 上 ;当 $|\psi_2\rangle$ 被选择时 ,待传送的信息以相位调制的方式调制到 $|\psi_2\rangle$ 上(调制信号的功率与光场的散粒噪声功率可比拟)。然后 , Alice 再把调制后的量子态 ($|\psi_1'\rangle$ 或 $|\psi_2'\rangle$) 发送给 Bob , Bob 接收到量子态以后 ,再随机地选择测量其正交振幅分量或正交位相分量。只有当 Bob 选择测量了载有信号的分量 ,才能得到信息 ,即 :当 Alice 发送态 $|\psi_1'\rangle$, Bob 正好选择测量正交振幅分量 ;当 Alice 发送态 $|\psi_2'\rangle$, Bob 正好选择测量正交位相分量。否则 , Bob 将得不到任何信息。当信息发送完毕以后 , Bob 在公开信道上告诉 Alice 她每次选择测量的分量是正交振幅分量还是正交位相分量 (但不公布测量结果) , 双方把 Bob 测量到信号的情况作为密钥 , 为了检测窃听者的存在 , 双方可公开一部分比特进行比较。如果误码率在容忍的范围内 , 则剩余的比特可作为安全的密钥使用。否则 , 可判定有窃听者存在。值得指出的是 , 在密码发送的过程中 , 由于 Bob 只有一半的几率测量到信号 , 因此像通常的 BB84 模式一样整个通讯系统的效率只有 50%

在我们的方案中 , 信息以二进制码的形式调制到光场上 , 以态 $|\psi_1\rangle$ 为例 , 设 $X_1(t)$ 为正交振幅分量的大小 , $\langle X_1(t) \rangle$ 为正交振幅分量的平均值 , $(\delta X_1(t))^2 = \langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle$ 为态 $|\psi_1\rangle$ 的正交振幅分量的噪声功率 ; 调制信号的振幅为

V_s ，功率为 V_s^2 。我们采用振幅负调制的办法，这样被调制后的光场的正交振幅分量 $X_1'(t)$ 只有两个可能取值： $X_1(t)$ 和 $X_1(t) - V_s$ 。我们规定当 $X_1'(t) \geq \langle X_1(t) \rangle - V_s/2$ 时，代表比特“1”；当 $X_1'(t) < \langle X_1(t) \rangle - V_s/2$ 时，代表比特“0”（对于 $|\psi_2\rangle$ ，我们规定 $Y_2'(t) \geq \langle Y_2(t) \rangle - V_s/2$ 代表“1”， $Y_2'(t) < \langle Y_2(t) \rangle - V_s/2$ 代表“0”）。在理想压缩的情况下， $\langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle = 0$ ， $X_1(t) = \langle X_1(t) \rangle$ ，故 $X_1(t) \geq \langle X_1(t) \rangle - V_s/2$ 代表比特“1”， $X_1(t) - V_s < \langle X_1(t) \rangle - V_s/2$ 代表比特“0”。然而，在实际情况下，不存在理想的压缩。即 $\langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle \neq 0$ ，正交振幅分量不再是恒定值，而是以 $\langle X_1(t) \rangle$ 为平均值随机起伏： $X_1(t) = \langle X_1(t) \rangle + \delta X_1$ 。当 $X_1(t) < \langle X_1(t) \rangle - V_s/2$ 时，信号由“1”变为“0”，出现误码；同理，当 $X_1(t) - V_s \geq \langle X_1(t) \rangle - V_s/2$ ，也就是： $X_1(t) \geq \langle X_1(t) \rangle + V_s/2$ 时，信号由“0”变为“1”，也出现误码，如图 6.2 示。

由上面的论述我们可以计算误码率，当发送的比特为“1”时，误码率为：

$$P_{1err} = P[X_1(t) < \langle X_1(t) \rangle - V_s/2] \quad (6.3)$$

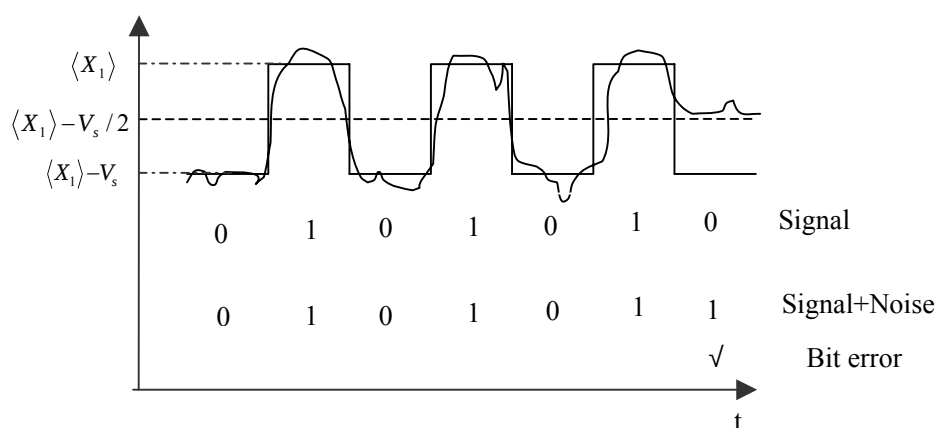


Fig. 6.2 密钥串的产生。t 代表时间。

当发送的比特为“0”时，误码率为：

$$P_{0err} = P[X_1(t) \geq \langle X_1(t) \rangle + V_s / 2] \quad (6.4)$$

为了求解方程(6.3)与方程(6.4)我们需要知道 $X_1(t)$ 的分布函数。文献^[6.8]给出了压缩真空态的正交振幅分量 $X_1(t)$ 的概率分布函数为：

$$P(X_1(t)) = \frac{1}{\sqrt{\pi\nu}} e^{-X_1(t)^2 / \nu}, \quad \nu = 2e^{-2r} \quad (6.5)$$

由于 $\langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle = \frac{1}{4} e^{-2r} = \frac{1}{2} \nu$ ，所以：

$$P(X_1(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle}} e^{-X_1(t)^2 / 2 \langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle} \quad (6.6)$$

我们可以清楚的看出，对于压缩真空态， $X_1(t)$ 的概率分布函数为均值为零的高斯分布，对于压缩相干态，我们知道，它相当于压缩真空态的平移变换，所以压缩相干态的概率分布函数仍为高斯分布，只是均值不为零^[6.25]：

$$P(X_1(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle}} e^{-(X_1(t) - \langle X_1(t) \rangle)^2 / 2 \langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle} \quad (6.7)$$

方程(6.7)式反映了压缩相干态的正交振幅分量 $X_1(t)$ 的概率分布。由方程(6.3)和(6.4)可知误码率：

$$\begin{aligned} P_{0err} &= \int_{\langle X_1(t) \rangle + V_s / 2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi \langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle}} e^{-(X_1(t) - \langle X_1(t) \rangle)^2 / 2 \langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle} dX_1(t) \\ P_{1err} &= \int_{-\infty}^{\langle X_1(t) \rangle - V_s / 2} \frac{1}{\sqrt{2\pi \langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle}} e^{-(X_1(t) - \langle X_1(t) \rangle)^2 / 2 \langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle} dX_1(t) \end{aligned} \quad (6.8)$$

经过简单的计算可得，

$$P_{1err} = P_{0err} = \frac{1}{2} \text{Erfc} \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{V_s^2}{\langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle}} \right] \quad (6.9)$$

由(6.9)式我们可以看到，误码率只与信噪比 $\frac{S}{N} = V_s^2 / \langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle$ 有关。

6.3 安全性分析

假定作为信息载体的正交压缩态光场的压缩度为 6dB： $\langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle = 0.25$ 。

信号的幅度为 2， $V_s^2 = 4$ ；由上述可得信噪比： $\frac{S}{N} = V_s^2 / \langle (\Delta X_1(t))^2 \rangle = 16$ 。当不

存在窃听者时，Bob 处测量到的信号的误码率由方程(6.9)可得为 2.3%。当窃听者存在时，他的任何窃听活动都会导致误码率的提高，从而暴露他的行为。值得指出的是，相干态光场可看作是压缩度为零的正交压缩态光场： $\langle(\Delta X_1(t))^2\rangle=1$ ，上述的密码方案同样可以适用，作为比较，我们假定，利用相干光作为密码载体的信号功率为： $V_s^2=16$ ，这样载有信号的压缩光和相干光的初始信噪比均为： $\frac{S}{N}=16$ 。下面考虑窃听者可能采用的四种方案^[6,6,6.7]，并对应用压缩光的安全性和相干光的安全性作一比较。

第一种方案，Eve 截获全部光束进行测量，然后再把测量的结果，调制到另一束具有同等压缩度的光束上，最后发送给 Bob。由于 Eve 事先并不知道 Alice 要发送的信号是调制在光场的正交振幅分量上还是光场的正交位相分量上，他只能采用猜测的办法，这时他有 50%的几率测量到信号，50%的几率测不到信号（猜错的情况下），在测不到信号的情况下，他立刻能判断出，信号是调制在另一分量上，但却无法知道另一分量上的信号是“0”还是“1”，只能随机的猜测。总的来说，Eve 有 25%的出错几率，当 Alice 和 Bob 在公开信道上公开比较一部分密钥时，将会发现有 25%的误码率，远高于 2.3%，从而暴露出 Eve 的窃听行为。对于这一方案，压缩光和相干光的保密程度没有差别。

第二种方案，Eve 把全部光束截获，并用 50/50 的分束器等分为两部分，利用平衡零拍探测来同时测量光束的正交振幅分量与正交位相分量，并把测量到的结果发送给 Bob。对于正交分量压缩光，由于真空起伏的引入，信噪比由原来的 16 变为 3.2。由方程(6.9)，Eve 和 Bob 的误码率为：18.5%。同第一种方案，通讯双方经过比较一部分比特数后，估计出误码率，从而暴露出 Eve 的窃听行为。对于相干光我们同理可以得到 Eve 和 Bob 的误码率为：7.8%，同压缩光比较，Eve 获得的信息量增加，而且不易被发现。

第三种方案，考虑一般情况，Eve 可以用反射镜分出一部分光，其余的光仍沿原光路传输。Eve 把分出的这一部分光利用 50/50 的分束器等分为两部分，然后利用平衡零拍探测来同时测量光场的正交振幅分量与正交位相分量。Eve 企图获取足够多信号的同时不对 Bob 接收到的信号产生大的影响。Bob 和 Eve 分别得到的信噪比为：

$$(S/N)_B = \frac{(1-\eta)V_s^2}{(1-\eta)V_n + \eta V_c} \quad (6.10)$$

$$(S/N)_E = \frac{\eta V_s^2}{\eta V_n + (2-\eta)V_c} \quad (6.11)$$

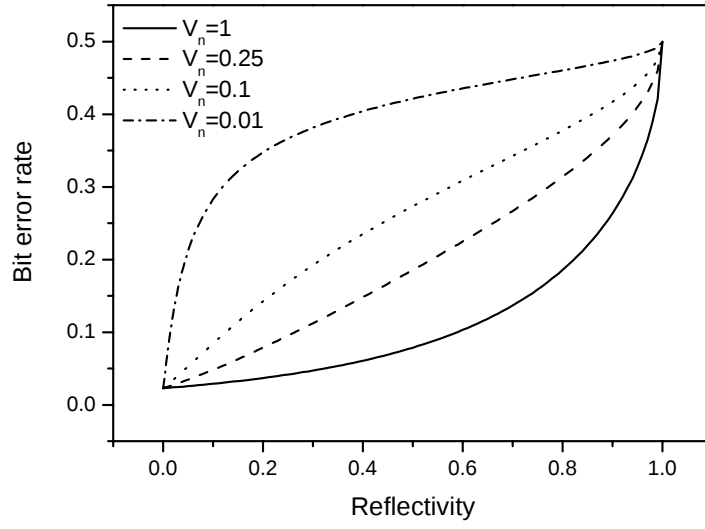


Fig. 6.3 不同的压缩度下 Bob 处测量到的误码率在随着反射镜反射率的变化关系。初始信噪比均为 16。

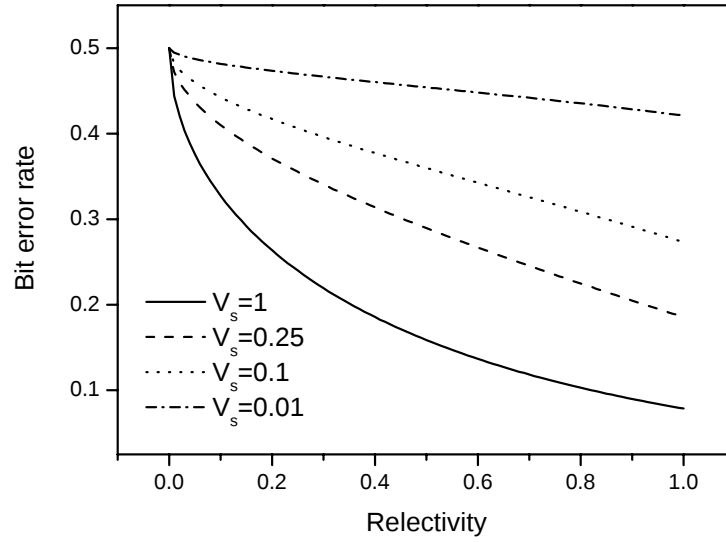


Fig. 6.4 不同的压缩度下 Eve 处测量到的误码率在随着反射镜反射率的变化关系。初始信噪比均为 16

其中, V_s^2 为信号功率, V_n 为压缩光的正交分量起伏噪声, V_c 真空起伏噪声, η 为反射镜的反射率。联立方程(6.9-6.11)即可得到 Eve 和 Bob 分别测量到的误码率随着反射镜反射率的变化关系。图(6.3)和图(6.4)分别是在不同的压缩度下, Eve 和 Bob 分别测量到的误码率随着反射镜反射率的变化关系。从图中我们可以看出, 对于相干态光场而言, 假设分出的一小部分光占总光束能量的 10%, 这时 Bob 处误码率为 2.9% (同 2.3% 相差不大), 而 Eve 获得的信号的误码率为 33%。Eve 可以在几乎不被发现的情况下, 可以获得一定量的信息。而对于 $V_n = 0.25$ (压缩度为 6dB) 的压缩态光场, Bob 处误码率为 4.8% (同 2.3% 相比较上升了一倍), 同时 Eve 获得的信号的误码率为 41%。很明显, 压缩态光场的情况同相干态光场相比, Eve 更容易暴露自己, 而且只能得到更少的信息。也就是说压缩态光场代替相干态光场, 提高了保密程度。从图(6.3)和图(6.4)我们还可以看出, 随着压缩度的增大, 对于第三种窃听方案保密程度呈增加趋势: Eve 只能得到更少的信息, 同时更容易暴露自己。对于目前我们实验上能够达到的压缩度 (6dB), 从图中我们可以看出, 保密程度同相干态光场相比, 已经有了很大的提高。图(6.5)和(6.6)是在光场的压缩度给定的情况下 (6dB), 对于不同的信号调制强度, Eve 和 Bob 分别得到的误码率随着反射率的变化曲线。可以看出, 当反射率较小时, 调制信号越小, 在一定的反射率下 Eve 窃取的信息量越少, 同时窃听导致的 Bob 处的误码率升高得也较快。即较小的信号功率有利于提高对窃听者的监测能力, 提高保密程度。但是调制信号过小, 即使没有窃听者的情况下, Bob 处就已经有较高的误码率。因此总的来说, 信号调制功率即不能太大, 也不能太小, 即要保证对窃听者有灵敏的监测能力, 又要保证合法通讯者之间的误码率尽量低。

第四种方案, Eve 可以用最佳概率量子克隆机^[6.26]来窃取信息: 她可以截获发送给 Bob 的量子态并进行克隆, 然后分别测量克隆机输出的两个态的正交振幅分量和正交位相分量, 再把测量结果调制在一束具有同等强度和压缩度的光束上, 发送给 Bob。概率量子克隆机的效率为:

$$\eta_{\max} = \frac{1}{1 + \langle \psi_1 | \psi_2 \rangle} \quad (6.12)$$

因此 Eve 获得的信息的效率为: $\eta_{\max}$, 相应的由于克隆失败在 Bob 处引起的

误码率为： $1 - \eta_{\max}$ 。如果发送的态的压缩度为零，就有： $|\psi_1\rangle = |\psi_2\rangle$ ，这时： $\eta_{\max} = 1/2$ 。当压缩度趋于无穷大时，态 $|\psi_1\rangle$ 和 $|\psi_2\rangle$ 分别趋于正交振幅和正交位

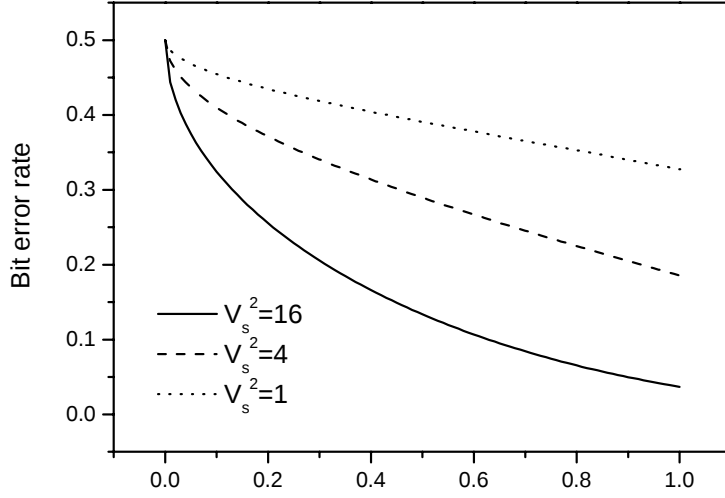


Fig. 6.5 不同的信号调制功率下，Eve 处测量到的误码率在随着反射镜反射率的变化关系。压缩度均为 6dB。

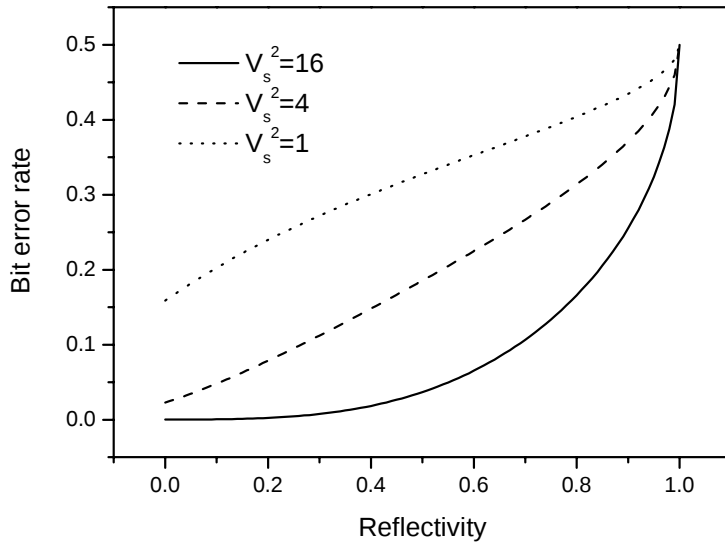


Fig. 6.6 不同的信号调制功率下，Bob 处测量到的误码率在随着反射镜反射率的变化关系。压缩度均为 6dB。

相的本征态，在正交振幅和正交位相构成的相空间，两者都由椭圆退化为一根直线，同时趋于正交： $\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle \rightarrow 0$ ，导致 $\eta_{\max} \rightarrow 1$ 。因此作为密钥载体的单模压缩态光场的压缩度也不是越大越好。

6.4 总结

本章提出一种利用单模正交压缩态光场作为密码载体的连续变量量子密钥传输方案,根据海森堡不确定原理,任何窃听行为的存在都将导致合法通讯双方的误码率增加,从而暴露出窃听行为,保护了密码的安全。理论分析表明:利用单模正交压缩态光场代替相干态光场,在较大程度上提高了保密程度。但是并不是压缩度越高,保密程度就越好,压缩度过高反而会降低保密程度。对于目前实验上能够获得的压缩度(6dB),利用该方案就可以获得较高的保密程度。同时我们还发现,较低的信号功率有利于提高保密程度,但是与此同时提高了合法通讯者之间的误码率,在实际应用中,应仔细选择信号功率,使得两者得到兼顾。

参考文献

- [6.1] 郭光灿, *物理*, **30**, 286 (2001)
- [6.2] S. Wiesner, *SIGACT News*, **15**, 78 (1983)
- [6.3] C. H. Bennett, G. Brassard, Proc. IEEE Internet. Conf. on Computers, Systems and Signal Processing, Bangalore, New York, IEEE, (1984)
- [6.4] C. H. Bennett, *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 3121 (1992)
- [6.5] A. K. Ekert, *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 661 (1991)
- [6.6] T. C. Ralph, *Phys. Rev. A*, **61**, 010303 (1999)
- [6.7] T. C. Ralph, *Phys. Rev. A*, **62**, 062306 (2000)
- [6.8] M. Hillery, *Phys. Rev. A*, **61**, 022309 (2000)
- [6.9] M. D. Reid, *Phys. Rev. A*, **62**, 062308 (2000)
- [6.10] N. J. Cerf, M. Lévy, and G. V. Assche, *Phys. Rev. A*, **63**, 052311 (2001)
- [6.11] C. H. Bennett, F. Bessette, G. Brassard, and L. Salvail, *J.Cryptology*, **5**, 3 (1992)
- [6.12] A. Muller, J. Breguet, and N. Gisin, *Europhys.Lett.*, **23**, 383 (1993)
- [6.13] J. Franson and H. Ilves, *Appl.Opt.*, **33**, 2949 (1994)
- [6.14] P.Townsend, *Electron.Lett.*, **30**, 809 (1994)
- [6.15] R. J. Hughes, G. L. Morgan, and C. G. Glen, e-print quant-ph/9904038
- [6.16] R. E. Slusher et al, *Phys.Rev.Lett.*, **55**, 2409 (1985)
- [6.17] L. A. Wu, H. J. Kimble, et al, *Phys.Rev.Lett.*, **57**, 2520 (1986)
- [6.18] M. Xiao, L. A. Wu, H. J. Kimble, *Phys.Rev.Lett.*, **59**, 278 (1987)
- [6.19] E. S. Polzik, H. J. Kimble, *Phys.Rev.Lett.*, **68**, 3020 (1992)
- [6.20] R. Bruckmeier, H. Hansen, S. Schiller, J. Mlynek, *Phys.Rev.Lett.*, **79**, 1463 (1997)
- [6.21] A. Furusawa, J. L. Sorensen, S. L. Braunstein, et al., *Science*, **282**, 706 (1998)
- [6.22] Y. Zhang, H. Wang, X. Y. Li, J. T. Jing, C. D. Xie, K. C. Peng, *Phy.Rev.A*, **62**, 023813 (2000)
- [6.23] J. Zhang, K. C. Peng, *Phy.Rev.A*, **62**, 064302 (2000)

- [6.24] X. Y. Li, Q. Pan, J. T. Jing, J. Zhang, C. D. Xie, K. C. Peng, *Phy.Rev.Lett.*, **88**, 011204 (2002)
- [6.25] K. Bencheikh, T. H. Symul, A. Jankovic and J. A. Levenson, *Journal of Modern Optics*, **48**, 1903 (2001)
- [6.26] L. M. Duan, G. C. Guo, *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 4999 (1998)

第七章 基于纠缠交换的量子信息秘密共享方案

7.1 简介

考虑如下的实例：Alice 目前在北京，是一家公司的老板，Bob 和 Charlie 分别是公司的员工，目前在广州。现在 Alice 打算让两人从当地的银行中取一大笔公司的货款，她知道两人中有一个为人不诚实，但不知道是哪一个。因此她不能简单的把银行帐户的密码都告诉两人，这样的话，两人中不诚实的一个有可能会窃取货款，但是她知道，如果让两人一块去银行取款，两人中诚实的一个将会阻止不诚实的人的任何不良企图。那么，Alice 该如何办呢？她可以采取如下的办法：Alice 可以把帐户的密码加上一个随机数，然后把所得的结果传送给 Bob 和 Charlie 中的任一个（假如是 Bob），把随机数传送给另一个（Charlie），这样的话，两人得到的均为随机数，不包含帐户密码的任何信息，只有当两个人同意合作时：即从 Bob 所拥有的数减去 Charlie 所拥有的数，才能得到密码。在经典密码学中，把上述类似问题的解决方案称为秘密共享^[7.1]。

值得指出，只有确保 Alice 发送信息给 Bob 和 Charlie 的过程是绝对安全的，才能保证整个方案的安全。这可以通过量子密码术来实现，量子密码术通过判断在信息的传送过程中是否存在窃听者来获得信息的安全传送^[7.2-7.4]。量子密码术和经典密码术中的秘密共享相结合，导致了量子秘密共享概念的提出^[7.5]：把待发送的信息分为几个部分，然后分发给一些人所持有，这些人中的任何一个从自己所持有的部分中得不到任何信息，要想得到信息，必须得到其它所有持有者的帮助，也就是，所有持有者必须合作，才能得到信息，整个过程的安全性由量子密码术来保证：对于任何外界的窃听活动，要么是窃听者得不到任何信息，要么是得到一定的信息却会被合法通讯者发现（通过公开比较一部分密码，由误码率推测是否存在窃听者）。量子秘密共享可以分为两类：经典信息的秘密共享和量子信息（量子态）的秘密共享。量子秘密共享在保护量子信息方面有很重要的应用，如分布量子计算机的安全操作，共享难以产生的辅助态，量子钞票的联合共享等^[7.6]。目前已经提出好几种方案来实现量子秘密共享^[7.5,7.7-7.13]，实验上文献^[7.13]利用伪 GHZ 态实现了量子秘密共享。同时相应的量子秘密共享的理论研究也已经开展^[7.14,7.15]。

纠缠交换是指通过一种操作把先前不存在相互作用的量子系统纠缠起来

[7.16,7.17]。目前在量子信息方面得到了广泛的应用：用来建立量子电话交换机，加速纠缠的分发，纠正 Bell 态的错误，制备多粒子系统的纠缠态，密钥的分发及经典信息的秘密共享^[7.9]。在本章中我们提出一种基于纠缠交换的量子信息秘密共享方案：和文献[7.5]和[7.7]提出的方案相比，不必制备目前试验上还难以制备的多粒子 GHZ 态，只需制备目前试验上已经比较成熟的两粒子最大纠缠态(Bell 态)^[7.18]，而且可以很方便地在用户集合的任意子集内实现量子信息的秘密共享。结构如下：第二部分讨论了三个参与者情况下基于纠缠交换的量子信息秘密共享方案。第三部分分析了该方案的安全性。第四部分把三个参与者情况推广到多个参与者情况，同时讨论了该方案的优点。最后在第五部分，我们进行了总结。

7.2 基于纠缠交换的三个参与者量子秘密共享方案

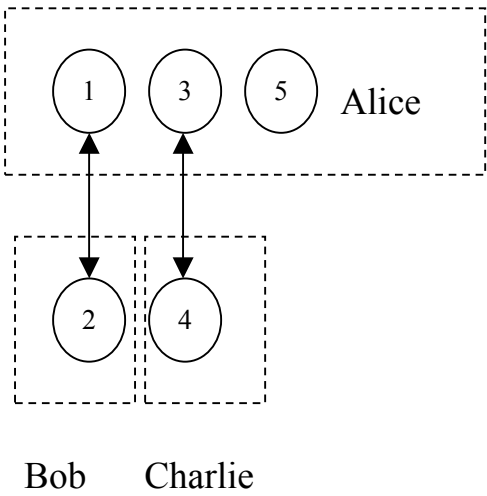


Fig.7.1 基于纠缠交换的三用户秘密共享方案

为简单起见，我们首先考虑 Three party 系统的秘密共享，如图 7.1 所示，三个用户分别称之为 Alice，Bob 和 Charlie。最初 Alice 拥有三个粒子：粒子 1，粒子 3 和待发送的粒子 5；Bob 和 Charlie 各拥有一个粒子：粒子 2 和粒子 4。其中粒子 1 和 2，粒子 3 和 4 分别处于下列四个 Bell 基之一：

$$|\Phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle),$$

$$|\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle). \quad (7.1)$$

我们假设粒子 1 和 2，粒子 3 和 4 都处于 $|\Psi^+\rangle$ 态；待发送的量子态粒子 5 为：

$$|\phi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle. \quad (7.2)$$

这时整个系统所处的联合态为：

$$|\psi_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{12} + |10\rangle_{12}) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{34} + |10\rangle_{34}) \otimes (a|0\rangle + b|1\rangle)_5. \quad (7.3)$$

下面我们具体分析量子态信息的分发和量子态的重建。

(1) 量子态信息的分发

注意到系统的联合态又可以被写作：

$$|\psi_s\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ \begin{aligned} &|\Phi_1\rangle \otimes (a|11\rangle_{24} + b|00\rangle_{24}) + |\Phi_2\rangle \otimes (b|11\rangle_{24} + a|00\rangle_{24}) + \\ &|\Phi_3\rangle \otimes (a|10\rangle_{24} + b|01\rangle_{24}) + |\Phi_4\rangle \otimes (a|01\rangle_{24} + b|10\rangle_{24}) + \\ &|\Phi_5\rangle \otimes (a|11\rangle_{24} - b|00\rangle_{24}) + |\Phi_6\rangle \otimes (b|11\rangle_{24} - a|00\rangle_{24}) + \\ &|\Phi_7\rangle \otimes (a|10\rangle_{24} - b|01\rangle_{24}) + |\Phi_8\rangle \otimes (a|01\rangle_{24} - b|10\rangle_{24}) \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

其中， $\{|\Phi_i\rangle\}, i=1,2,\dots,8$ 是三粒子（双能级系统）联合希尔伯特空间的一组正交完备基：

$$\begin{aligned} |\Phi_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle_{135} + |111\rangle_{135}), \quad |\Phi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|001\rangle_{135} + |110\rangle_{135}) \\ |\Phi_3\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|010\rangle_{135} + |101\rangle_{135}), \quad |\Phi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|100\rangle_{135} + |011\rangle_{135}) \\ |\Phi_5\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle_{135} - |111\rangle_{135}), \quad |\Phi_6\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|001\rangle_{135} - |110\rangle_{135}) \\ |\Phi_7\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|010\rangle_{135} - |101\rangle_{135}), \quad |\Phi_8\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|100\rangle_{135} - |011\rangle_{135}) \end{aligned} \quad (7.5)$$

为了实现量子态信息的分发，Alice 对粒子 1，3，5 进行 GHZ 基的测量^[7.17]

(把粒子 1, 3, 5 投影到(7.5)式所示的三粒子的正交完备基上), 由 (7.4) 式可知, 由于纠缠交换, Bob 处和 Charlie 处的粒子 2 和 4 就会处于纠缠纯态, 同时量子态的信息也被转移到 Bob 和 Charlie 共享的纠缠纯态上。这就完成了量子态信息的分发工作。

(2) 量子态的重建

对于 Bob 和 Charlie 来说, 任何一方都不能单独重建量子态。因为他们各自只能得到量子态的振幅信息^[7.5], 而要重建量子态还必须要量子态的相位信息。他们之中任何一方要想重建量子态, 就必须和另一方进行合作, 并且只能有一方可以重建量子态, 否则会违背量子不可克隆定理^[7.5]。我们现在假设 Alice 经过 GHZ 基测量以后得到态 $|\Phi_1\rangle$, 但是暂时不在公共的经典通道上公布, 等到确认 Bob 和 Charlie 各自接收到一个粒子以后再公布这一消息。这时 Bob 和 Charlie 所拥有的粒子 2 和 4 所处的纠缠纯态为:

$$|\Psi_{24}\rangle = a|11\rangle_{24} + b|00\rangle_{24} \quad (7.6)$$

类似于 Ref. [7.7], 假如 Bob 要重建 Alice 发送的态 $|\phi\rangle$, 并且 Charlie 同意和他合作。首先我们重写态 $|\Psi_{24}\rangle$ 为

$$|\Psi_{24}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle)_4 (b|0\rangle + a|1\rangle)_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle)_4 (b|0\rangle - a|1\rangle)_2 \right] \quad (7.7)$$

为了使得 Bob 能重建量子态, Charlie 首先对所拥有的粒子 4 在 X 基上进行测量, 其中, X 的本征态定义为:

$$|X^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle \pm |1\rangle) \quad (7.8)$$

然后 Charlie 把测量结果通过公共经典通道告诉给 Bob, 这时, Bob 就可以采取适当的么正变换来重建 Alice 发送的量子态。假如 Charlie 对粒子 4 在 X 基上进行测量后得到的结果为:

$$|\Psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle)_4 \quad (7.9)$$

由(7)式 Bob 所拥有的粒子 2 所处的态为:

$$|\Psi_2\rangle = (b|0\rangle + a|1\rangle)_2 \quad (7.10)$$

这时 Bob 对粒子 2 运用么正变换：

$$U = \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (7.11)$$

得到的态为：

$$U|\Psi_2\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle \quad (7.12)$$

我们可以看出(7.12)式表示的态正是 Alice 发送的态。这样，Bob 在 Charlie 的帮助下重建了 Alice 发送的态 $|\phi\rangle$ ，从而实现了量子信息的秘密共享。

7.3 安全性分析

考虑两种 Eve 可能采取的窃听方案：

- (1) Eve 可以通过截获一个或两个粒子来窃取信息，而用自己制备的粒子来代替窃取的粒子。

A 假设 Bob 和 Charlie 均诚实

这时对于窃听者 Eve 来说，要得到量子信息，可以截获一个粒子(2 或 4)，也可以同时截获两个粒子(2 和 4)。假如截获了一个粒子（发送给 Bob 的粒子 2），在 Alice 公开发布自己的测量结果之前，Eve 发送给 Bob 一个自己准备的粒子。当 Alice 确认 Bob 和 Charlie 都接收到一个粒子之后，公布自己的测量结果，并指定让 Bob 重建态。当 Charlie 测量了自己的粒子 4 以后公开告诉 Bob 测量结果，这时 Eve 就可以根据 Charlie 发布的信息对截获的粒子 2 做相应的么正变换来重建量子态 $|\phi\rangle$ 。Bob 也做和 Eve 相同的么正变换得到量子态 $|\phi'\rangle$ ，由于 Eve 发送给 Bob 粒子时，并不知道态的任何信息，只能随机的选择一个态，这样量子态 $|\phi'\rangle$ 和量子态 $|\phi\rangle$ 就会不一致。Alice 和 Bob 通过公开比较一部分量子态，就可以暴露出 Eve 的行为。如果 Alice 指定 Charlie 重建态，类似上述分析，Eve 不但不能重建态，而且会被发现。假如 Eve 截获了两个粒子，然后分别发送给 Bob 和 Charlie 各一个自己制备的粒子。当 Alice 确认 Bob 和 Charlie 都接收到一个粒子之后，公布自己的测量结果，这时 Eve 就可以对两个粒子其中之一做测量，再对剩余的

一个粒子做相应的变换，从而得到量子态。而当 Alice , Bob (Charlie) 通过公开比较一部分量子态时，就会发现 Bob (Charlie) 重建的态和 Alice 发送的态之间存在不一致（这是由于 Eve 发送给 Bob(Charlie)粒子时的任意性），从而暴露出 Eve 的行为。

B 假设 Bob 和 Charlie 之一不诚实

这时，Eve 可以和 Bob (Charlie) 采取合作的方式或 Bob 和 Charlie 之一本身就是 Eve。我们假设 Bob 充当 Eve 的角色，如果 Bob 不采取任何窃听措施，只有当 Alice 指定 Bob 重建态时，Bob 才能安全的得到量子态而不被发现，但这只有 50%的几率，在另外 50%的几率下，Bob 将得不到任何信息。Bob 要想 100%得到量子态，他必须截获 Charlie 的粒子，与此同时发送给 Charlie 一个自己准备的粒子，如果 Alice 指定 Bob 重建态，那么 Bob 就能安全的得到量子态而不被发现。如果 Alice 指定 Charlie 重建态，由于 Charlie 重建的态不同于 Alice 发送的态，当 Alice , Bob 和 Charlie 通过公开比较一部分量子态，就会暴露出 Eve(Bob) 的行为。

(2) Eve 可以利用两个辅助粒子分别和发送的粒子（2 和 4）纠缠，从而通过测量辅助粒子获得关于量子态的信息。这时系统的态由(7.3)式变为：

$$\Psi_s' = \sum_{i,j,k=\{0,1\}} R_{ijk} |ij\rangle_{12} |k\rangle_6 \otimes \sum_{h,l,m=\{0,1\}} R_{hlm} |hl\rangle_{34} |m\rangle_7 \otimes (a|0\rangle + b|1\rangle)_5 \quad (7.13)$$

其中， $|k\rangle_6$ 和 $|m\rangle_7$ 分别表示两个辅助粒子态。我们可以证明，如果 Eve 的行为（把粒子 6 和 7 分别和粒子 2 和 4 纠缠）对合法通讯者之间的通讯不造成任何影响，那么系统的态只能写成下面的形式：

$$\Psi_s' = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)_{12} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)_{34} \otimes (a|0\rangle + b|1\rangle)_5 \otimes \sum_{k=\{0,1\}} R_k |k\rangle_6 \otimes \sum_{m=\{0,1\}} R_m |m\rangle_7 \quad (7.14)$$

(7.14)式又可以写为：

$$\Psi_s' = \Psi_s \otimes \sum_{k=\{0,1\}} R_k |k\rangle_6 \otimes \sum_{m=\{0,1\}} R_m |m\rangle_7 \quad (7.15)$$

即现在系统的态只能写为原来系统的态，粒子 6，粒子 7 三者之间的直积态。也就是说如果 Eve 的行为对合法通讯者之间的通讯不造成任何影响，那么她从两个

辅助粒子 6 和 7 中将得不到任何信息。上述说法的逆否命题也成立，即：如果 Eve 能从两个辅助粒子 6 和 7 中获得被传送量子态的有关信息，那么她必然对合法通讯者之间的通讯造成一定的影响。因此，一旦窃听者获得信息，那么她必然被合法通讯者察觉。

证明过程如下：

首先当 Alice 确认 Bob 和 Charlie 都接收到一个粒子以后，对(7.14)所表示的系统的态进行 GHZ 基的测量，其中 GHZ 基可以表示为：

$$|\Psi_{GHZ}\rangle = \prod_{n=1,3,5} |u_n\rangle \pm \prod_{n=1,3,5} |u_n^c\rangle \quad (7.16)$$

经过测量以后态塌缩为：

$$\begin{aligned} \Psi_s^1 = \langle \Psi_{GHZ} | \Psi_s' \rangle = & C_0 \sum_{j,k=\{0,1\}} R_{u_1jk} |j\rangle_2 |k\rangle_6 \otimes \sum_{l,m=\{0,1\}} R_{u_3lm} |l\rangle_4 |m\rangle_7 \\ & \pm C_1 \sum_{j,k=\{0,1\}} R_{u_1^cjk} |j\rangle_2 |k\rangle_6 \otimes \sum_{l,m=\{0,1\}} R_{u_3^clm} |l\rangle_4 |m\rangle_7 \end{aligned} \quad (7.17)$$

其中， $C_0 = \langle u_5 | \phi \rangle$ ， $C_1 = \langle u_5^c | \phi \rangle$ 。至此量子态信息的分发过程完成。这时 Alice 任意指定一个人（假设是 Charlie）重建态，为了重建态，Bob 对自己拥有的粒子（粒子 2）进行 X 基上的测量，X 基可以写为下面的形式：

$$\Psi_X^\pm = |0\rangle_2 \pm |1\rangle_2 \quad (7.18)$$

测量以后的态为：

$$\begin{aligned} \Psi_s^2 = \langle \Psi_X^\pm | \Psi_s^1 \rangle = & C_0 \sum_{k=\{0,1\}} (R_{u_10k} + (-1)^X R_{u_11k}) |k\rangle_6 \otimes \sum_{l,m=\{0,1\}} R_{u_3lm} |l\rangle_4 |m\rangle_7 \\ & \pm C_1 \sum_{k=\{0,1\}} (R_{u_1^c0k} + (-1)^X R_{u_1^c1k}) |k\rangle_6 \otimes \sum_{l,m=\{0,1\}} R_{u_3^clm} |l\rangle_4 |m\rangle_7 \end{aligned} \quad (7.19)$$

其中，如果 X 基测量结果为 Ψ^- 那么 $X = 1$ ，否则 $X = 0$ 。

为了不影响合法通讯者之间的通讯，应该有：

$$\Psi_s^2 = (C_0 (-1)^\alpha |l\rangle_4 \pm C_1 (-1)^\beta |l^c\rangle_4) \otimes |\Theta\rangle_{67} \quad (7.20)$$

其中 $l = \{0,1\}$ ， $l^c = 1-l$ ； $\alpha, \beta \in \{0,1\}$ （具体的取值取决于 Alice 和 Bob 的测量结果）， $|\Theta\rangle_{67}$ 为由粒子 6 和 7 构成的态。比较(7.19)和(7.20)，可以得出，粒子 4 和 7 是非纠缠的，因此粒子 3、4 和 7 三者之间都是非纠缠的。前面我们假设 Alice

指定 Charlie 重建态，假如 Alice 指定 Bob 重建态，那么我们同理可以证明 1, 2, 和 6 三者之间是非纠缠的。至此，我们就证明了方程式(7.15)。

7.4 推广到多个参与者情况

第二部分我们分析了三个参与者情况，下面我们将它推广到多个参与者的情况。如图 7.2 所示，

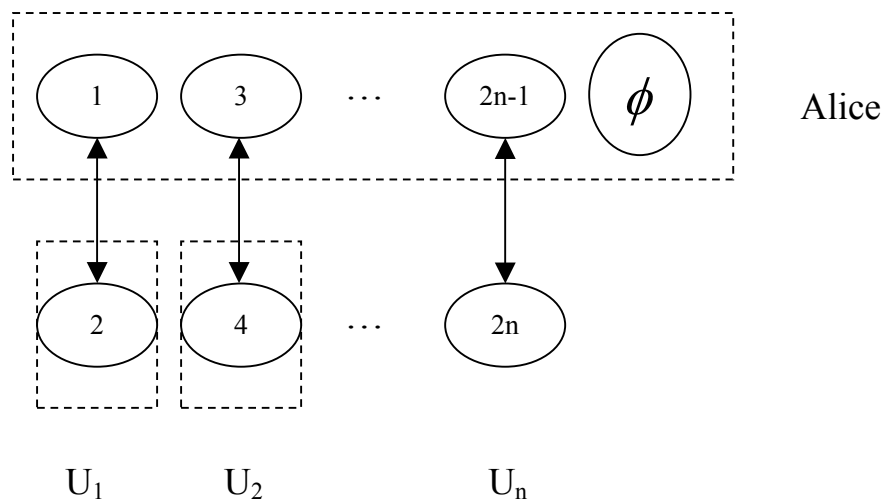


Fig.7.2 基于纠缠交换的多用户秘密共享方案

首先制备 N 个 Bell 态，待发送的态仍旧由 (7.2) 式表示。这时，系统所处的态为^[7.17]：

$$|\Psi_s\rangle = \prod_{m=1}^N \left(\prod_{i=1}^2 |u_{im}\rangle \pm \prod_{i=1}^2 |u_{im}^c\rangle \right) \otimes (a|0\rangle + b|1\rangle) \quad (7.16)$$

其中， $u_{im} \in \{0,1\}$ 代表一个二进制数， $u_{im}^c = 1 - u_{im}$ 。我们考虑一种简单的情况：

N 个 Bell 态完全相同，且都处于态 $|\Phi^+\rangle$ ，这时系统的态简化为：

$$|\Psi_s\rangle = \prod_{m=1}^N (|0_{1m}1_{2m}\rangle + |1_{1m}0_{2m}\rangle) \otimes (a|0\rangle + b|1\rangle) \quad (7.17)$$

量子信息发送者 Alice 把每个 Bell 态中的两个粒子的任一个分别发送给 N 个用户，剩余的一个留给自己（我们把 Alice 留下的粒子编号为 1，被发送粒子的编号为 2），当 Alice 确定 N 个用户都收到粒子以后，对自己拥有的 N 个 Bell 态中的粒子和粒子 $|\phi\rangle$ （编号为 N+1）进行 N+1 粒子 GHZ 基测量（把 N+1 个粒子投影到 N+1 粒子正交完备基上），该 N+1 粒子正交完备基表示为：

$$|\Psi_{N+1}\rangle = \prod_{n=1}^{N+1} |u'_{1n}\rangle \pm \prod_{n=1}^{N+1} |u'^c_{1n}\rangle \quad (7.18)$$

其中， $u'_{1n} \in \{0,1\}$ ， $u'^c_{1n} = 1 - u'_{1n}$ 。测量后剩余粒子的态塌缩为：

$$|\Psi_N\rangle = \langle\Psi_{N+1}|\Psi_s\rangle = (C_0 \prod_{m=1}^N |u_{2m}\rangle \pm C_1 \prod_{m=1}^N |u^c_{2m}\rangle) \quad (7.19)$$

其中， $C_0 = \langle u'_{1(N+1)} | \phi \rangle$ ， $C_1 = \langle u'^c_{1(N+1)} | \phi \rangle$ ， $u_{2m} = u'^c_{1m}$ ， $u^c_{2m} = u'_{1m}$ 。

当 $u'_{1(N+1)} = 0$ 时， $C_0 = a$ ， $C_1 = b$ ；当 $u'_{1(N+1)} = 1$ 时， $C_0 = b$ ， $C_1 = a$ 。

从(7.19)式可以看出测量以后剩余 N 个粒子的态就塌缩为包含量子态 $|\phi\rangle$ 信息的 N 粒子纠缠纯态。这时就完成了量子信息在 N 个用户之间的分发工作。量子信息的提取可以这样来完成：Alice 把测量结果通过公共信道告诉大家，同时指定一个用户（我们称之为 A）重建量子态，让其余的 N-1 个用户对自己的粒子作 X 基上的测量，经过测量以后，用户 A 所拥有的粒子所处的态为：

$$\begin{aligned} |\Psi_A\rangle &= \prod_{n=1}^{N-1} (\langle 0_{2n} | \pm \langle 1_{2n} |) \otimes (C_0 \prod_{m=1}^N |u_{2m}\rangle \pm C_1 \prod_{m=1}^N |u^c_{2m}\rangle) \\ &= C_0 (-1)^X |u_{2N}\rangle \pm (-1)^Y C_1 |u^c_{2N}\rangle \end{aligned} \quad (7.20)$$

其中，X 是事件： $u_{2m} = 1$ 且相应的第 m 个用户对自己的粒子作 X 基上的测量以后，测量结果为 $|X^-\rangle$ 发生的数目；Y 是事件： $u_{2m} = 0$ 且相应的第 m 个用户对自己的粒子作 X 基上的测量以后，测量结果为 $|X^-\rangle$ 发生的数目。N-1 个用户把测量结果告诉用户 A，这时 A 再根据这些测量结果对自己拥有的粒子做相应的么正变换，就能重建 Alice 发送的态。

关于多粒子情况的安全性分析类似于三粒子情况：任何窃听行为都会导致合

法用户重建的态和 Alice 发送的态之间存在不一致，通过比较一部分量子态就可以暴露出窃听行为的存在。

文中提出的方案同直接利用多粒子 GHZ 态的方案相比较，有一定的优点 [7.17]：

1，用户和发送者之间可以从共享的多个部分退相干 Bell 态之间进行纠缠纯化 [7.19]，消除了粒子在发送过程中引入的退相干，使得用户和发送者之间可以共享纯的 Bell 态。再经过纠缠交换，就可以产生任意用户之间的包含有量子态信息的纯多粒子 GHZ 态。避免了直接利用多粒子 GHZ 态的方案中纯化多粒子 GHZ 态的麻烦。

2，在紧急情况下时，该方案有较大的灵活性和快捷性。在通讯间隙时，信息发送者 Alice 可以给消耗了粒子的用户补充粒子，使得每个用户都和自己之间共享有 Bell 态，当有紧急通讯任务时，Alice 就可以根据实际情况对相应的 N 个粒子和待发送的量子态作 $N+1$ 粒子 GHZ 基测量，从而完成量子信息在相应 N 个用户之间的分发。对于直接利用多粒子 GHZ 态的方案，如果事先要给用户准备粒子的话，就必须考虑到用户所有可能的组合（当用户数目较多时，组合的数目是相当巨大的），再把相应的多粒子 GHZ 态发送给用户，这是非常不经济的。例如对于 5 用户系统，如果利用纠缠交换方案，事先只需要准备 5 个 Bell 态。而对于多粒子 GHZ 态的方案，就要准备 31 种不同的多粒子 GHZ 态。当然也可以不事先准备粒子，而在需要通讯的时候再根据实际情况制备相应的 N 粒子 GHZ 态并发送给用户，但是这在紧急通讯的时候是比较耗费时间的。

7.5 总结

在本章中我们提出一种基于纠缠交换的量子信息秘密共享方案。在该方案中只需准备 N 个 Bell 态就可以实现 $N+1$ 个参与者之间的量子信息秘密共享。同其它已知的方案相比较，不需要制备目前实验上难以制备的多粒子 GHZ 态；尤其在需要紧急通讯的场合，可以很方便地在用户集合的任意子集内实现量子信息的秘密共享。

参考文献

- [7.1] **Bruce Schneire**, *Applied Cryptography* (**Wiley, New York, 1996**), p. 70; **J. Gruska**, *Foundations of Computing* (**Thomson Computer Press, London, 1997**), p. 504.
- [7.2] **C. Bennett and G. Brassard**, *In Proceedings of IEEE International Conference on Computers, Systems, and Signal Processing, Bangalore, India*(**IEEE, New York, 1984**).
- [7.3] A. K. Ekert, *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 661 (1991)
- [7.4] C. H. Bennett, G. Brassard, and N. Mermin, *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 557 (1992)
- [7.5] M. Hillery, V. Bužek, and A. Berthiaume, *Phys. Rev. A*, **59**, 1829 (1999)
- [7.6] D. Gottesman, *Phys. Rev. A*, **61**, 042311(2000)
- [7.7] S. Bandyopadhyay, *Phys. Rev. A*, **62**, 012308(2000)
- [7.8] A. Karlsson, M. Koashi, and N. Imoto. *Phys. Rev. A*, **59**, 162 (1999)
- [7.9] A. Cabello, quant-ph/0009025
- [7.10] H. F. Chau, quant-ph/0205060
- [7.11] S. Bagherinezhad, V. Karimipour, quant-ph/0204124
- [7.12] V. Karimipour, S. Bagherinezhad, A. Bahraminasab, *Phys. Rev. A*, **65**, 042320 (2002)
- [7.13] W. Tittel, H. Zbinden, and N. Gisin, *Phys. Rev. A*, **63**, 042301 (2001).
- [7.14] R. Cleve, D. Gottesman, and H.-K. Lo, *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 648(1999)
- [7.15] Adam D. Smith, quant-ph/0001087
- [7.16] M. Zukovoshi, A. Zeilinger, M. A. Horne, and A. K. Ekert, *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 4287(1993)
- [7.17] S. Bose, V. Vedral, and P. L. Knight, *Phys. Rev. A*, **57**, 822(1998)
- [7.18] Y. H. Shih and C. O. Alley, *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 2921 (1988); T. E. Kiess, Y. H. Shih, A. V. Sergienko, and C. O. Alley, *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 3893 (1993); P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 4337(1995); P. G.

Kwiat, E. Waks, A. G. White, and P. H. Eberhard, ***Phys. Rev. A***, **60** 773 (1999); Y. H. Kim, M. V. Chekhova, S. P. Kulik, M. H. Rubin, and Y. H. Shih, ***Phys. Rev. A***, **63**, 062301 (2001).

[7.19] D. Deutsch, A. Ekert, R. Jozsa, C. Machiavello, S. Popescu, and A. Sanpera, ***Phys. Rev. Lett.***, **77**, 2818 (1996); C. H. Bennett, H. J. Bernstein, S. Popescu, and B. Schumacher, ***Phys. Rev. A***, **53**, 2046 (1996); C. H. Bennett, G. Brassard, S. Popescu, B. Schumacher, J. A. Smolin, and W. K. Wootters, ***Phys. Rev. Lett.***, **76**, 722 (1996)

致谢

本论文是在导师彭堃堉教授和张宽收教授的悉心指导下完成的。衷心的感谢他们五年来对我的精心培养和指导。

感谢谢常德教授在学业上对我的指导和鼓励。她对科学研究敏锐的洞察力和严谨的工作态度使我受益匪浅。

感谢实验室的所有老师和同学们的热情帮助和支持。

本课题得到国家重大基础研究发展规划项目(No. 2001CB309304)、国家自然科学基金重点项目(No. 69938010)、山西省自然科学基金、山西省留学回国人员基金等资助,特此致谢。

.....

声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何其他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式表明。

签名：_____ 日期：

关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解山西大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留送交论文的复印件，允许论文被查阅和借阅；学校可以公布论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其它复制手段保存论文。

（保密的论文在解密后遵守此规定）

作者签名：_____

导师签名：_____，_____

日期：_____

日期：_____