

山西大学
2009 届博士学位论文

光学参量过程的量子特性 与量子测量研究

作者姓名	翟淑琴
指导教师	郜江瑞 教授 张俊香 教授
学科专业	光学
研究方向	量子光学 量子信息
培养单位	山西大学光电研究所 量子光学与光量子器件国家重点实验室
学习年限	2005 年 9 月—2009 年 6 月

二〇〇九年六月

**A THESIS SUBMITTED FOR THE DEGREE OF
DOCTOR OF PHILOSOPHY
OF THE SHANXI UNIVERSITY**

Investigation of Quantum Properties and Quantum Measurement of Optical Parametric Process

Name: Shuqin Zhai
Supervisor: Professor Jiangrui Gao
Professor Junxiang Zhang
Major: Optics
Field of Research: Quantum Optics, Quantum Information
Department: Institute of Opto-electronics
State Key Laboratory of Quantum Optics
and Quantum Optics Devices

Research Duration: 2005.9-2009.7

THE INSTITUTE OF OPTO-ELECTRONICS

June 2009

目 录	I
Contents	V
中 文 摘 要	VII
Abstract	IX
第一章 绪 论	1
1.1 引 言	1
1.2 光场的压缩	2
1.2.1 压缩特性	2
1.2.2 压缩态光场的应用	4
1.3 量子纠缠	5
1.3.1 纠缠	5
1.3.2 连续变量 EPR 纠缠态	6
1.3.3 连续变量多组份纠缠态	8
1.3.4 纠缠态的应用	9
1.4 本文的主要工作	10
第二章 非简并光学参量振荡器及其非经典特性研究	13
2.1 引言	13
2.2 NOPO 腔的理论	13
2.2.1 光场的正交分量及其归一化噪声功率谱	13
2.2.2 NOPO 腔的量子朗之万方程及稳态解	16
2.2.3 阈值以下 NOPO 输出场的非经典特性	19
2.2.4 阈值以上 NOPO 产生的孪生光束的非经典特性	22
2.3 NOPO 产生非经典光场的探测	26
2.3.1 NOPO 腔产生双模压缩真空态的探测	26
2.3.2 孪生光束强度差压缩的探测	27
2.4 本章小结	29

第三章 强度量子关联孪生光束的产生与关联传递	31
3.1 引言	31
3.2 孪生光束的产生	32
3.3 利用孪生光束进行强度量子关联传递	35
3.3.1 强度量子关联传递的理论	35
3.3.2 强度量子关联传递的实验	40
3.4 利用孪生光束进行时域内关联的测量	42
3.5 本章小结	45
第四章 连续变量双色三组份纠缠态的产生	47
4.1 引言	47
4.2 三共振 II 类倍频过程的非经典特性	48
4.2.1 II 类倍频的朗之万方程及其稳态解	49
4.2.3 反射泵浦场的压缩与倍频场的压缩	54
4.3 三组份纠缠光场的判定及噪声关联谱	57
4.3.1 阈值以下	58
4.3.2 阈值以上	59
4.4 实验可行性分析与设计	61
4.5 本章小结	62
第五章 相位调制相干态的测量与重构	65
5.1 引言	65
5.2 量子力学的相空间理论及 WIGNER 函数	66
5.2.1 相空间中光场量子态的描述	66
5.2.2 Wigner 函数	67
5.3 单模场的零拍探测层析术	72
5.4 对相位调制相干光进行量子态的重构	74
5.4.1 对相干光场进行相位调制的理论分析	74
5.4.2 对相干光场进行相位调制的实验	77
5.5 本章小结	79
总结与展望	81

参考文献	83
博士期间已发表的期刊论文	97
致 谢	99
承 诺 书	101
个人简况及联系方式	103

Contents

Contents.....	V
Chinese Abstract.....	VII
Abstract.....	XI
Chapter I Preface.....	1
1.1 Introduction.....	1
1.2 Squeezed fields.....	2
1.2.1 Properties of squeezed fields.....	2
1.2.2 Apply of squeezed fields.....	4
1.3 Quantum entanglement.....	5
1.3.1 Entanglement.....	5
1.3.2 CV EPR entanglement.....	6
1.3.3 Multipartite entanglement.....	8
1.3.4 Apply of entanglement.....	9
1.4 Brief summary.....	10
Chapter II Investigation of NOPO and its non-classical properties.....	13
2.1 Introduction.....	13
2.2 Theoretical model of NOPO.....	13
2.2.1 Normolized noise spectrum.....	13
2.2.2 Quantum Langevin equation and its steady solution of NOPO.....	16
2.2.3 Nonclassical characters of NOPO above threshold.....	19
2.2.4 Nonclassical characters of NOPO below threshold.....	22
2.3 Detection of nonclassical states generated by NOPO.....	26
2.3.1 Detection of two modes squeezed vacuum state.....	26
2.3.2 Detection of intensity difference of twin beams.....	27
2.4 Brief summary.....	29
Chapter III Intensity quantum correlation twin beams.....	31
3.1 Introduction.....	31
3.2 Generation of twin beams.....	32
3.3 Transfer of intensity quantum correlation.....	35

3.3.1 Theoretical investigation of transfer.....	35
3.3.2 Experimental investigation of transfer.....	40
3.4 Quantum correlation measurement of twin beams in time domain	42
3.5 Brief summary.....	45
Chapter IV Generation of continuous variable tripartite entanglement with type II SHG.....	47
4.1 Introduction.....	47
4.2 Non-classical characteristic of type II SHG.....	48
4.2.1 Langevin equations of type II SHG and its steady solution.....	49
4.2.2 Squeeze of reflected pumping fields and generated harmonic field.....	54
4.3 Full inseparability of three modes entanglement and noise spectrum.....	57
4.3.1 Below threshold.....	58
4.3.2 Above threshold.	59
4.4 Experimental feasibility and scheme.....	61
4.5 Brief summary.....	62
Chapter V Measument and reconstruct of phase modulated coherent state.....	65
5.1 Introduction	65
5.2 Theory of phase space and Wigner function.....	66
5.2.1 States of light in phase space..	66
5.2.2 Wigner function.....	67
5.3 OHT of single mode field	72
5.4 Reconstruct of phase modulated coherent state.....	74
5.4.1 Theoretical analysis.....	74
5.4.2 Experimental scheme and result.....	77
5.5 Brief summary.....	79
Conclusion and outlook.....	81
References.....	83
Publications.....	97
Acknowledgement.....	99
Promise.....	101
Resume.....	103

中 文 摘 要

在近二十年蓬勃发展起来的量子信息科学中,以非经典光场为研究对象的量子光学,以其研究对象的独特性倍受物理学家的关注,得到了飞速的发展。理论和实验证明,包括压缩真空场、强度量子关联光场、光子数压缩态光场、量子纠缠态光场等在内的非经典光场,在量子测量和量子通讯中发挥着重要的作用。被广泛应用于量子离物传态、量子非破坏测量、量子密集编码、量子纠缠交换等研究领域。

量子信息处理系统按所利用的量子变量的本征态具有分离谱或是连续谱结构,划分为分离变量与连续变量两大类。由二维或一般而言由可数维 Hilbert 空间表征的量子变量,称为分离变量。由无限维 Hilbert 空间表征的具有连续谱的量子变量称为连续变量。连续变量和分离变量量子信息各具特色,有着不同应用前景。量子信息科学的研究一般是从分离变量开始,随后被引入到连续变量领域。

对非经典光场尤其对量子纠缠态光场的制备与操控是量子信息科学中的一个重要课题,它不仅可用于检验量子力学基本原理,同时为实现量子测量与量子通信提供了重要的物理基础。应用纠缠人们可以完成经典物理不可能完成的量子测量与量子通讯领域的研究工作。进行多组份纠缠态光场的研究在建立量子通讯网络工作中显得尤为重要。利用多组份纠缠可以开展量子态的离物传态、可控量子克隆、可控密集编码及不同量子节点之间的量子信息传输等方面的工作。并且在量子信息领域逐渐发挥其更重要的作用

本文的研究工作是以连续变量量子纠缠态的制备与测量为主要工具展开的,其主要内容如下:

1. 综述了产生压缩态和纠缠态光场的物理过程,并分别对阈值以下产生的耦合模压缩也即双模量子纠缠和阈值以上产生的孪生光束强度差进行了介绍。
2. 阐述了利用两对完全独立的孪生光束进行强度量子关联传递的实验原理;实验上使得两束完全独立且不同频率的光束产生了强度量子关联,完成了两对完全独立的孪生光束间的关联传递。
3. 实验探测了运转于阈值之上的非简并光学参量振荡腔产生的孪生光束在时域内的关联特性。
4. 提出了利用二次谐波过程产生连续变量三组份纠缠光场的理论方案,利用三组份纠缠态不可分判据在理论上证明了两个反射基频场与产生的倍频场间的三组份纠缠,分析了阈值以下及阈值以上的三组份纠缠特性,讨论了纠缠度与腔的归一化频

率及泵浦参数的关系。

5. 采用半经典方法讨论了经过调制以后的相干光场的特性，实验上采用时域平衡零拍探测技术，通过量子层析术，获得了加调制的相干光场的Wigner函数，利用数据采集和计算机数据处理的方法，进行了量子态的重构。

在这些研究工作中，属创新性的工作有：

1. 对运转于阈值以上的非简并光学参量振荡腔产生的孪生光束进行了时域内强度量子关联的测量。
2. 在理论上提出了利用二次谐波过程产生连续变量双色三组份纠缠态的方案，得到的输出光场具有不同的波长，并且分析了其实验可行性。
3. 对加调制的相干光场进行了量子态的重构，通过解调使调制信号从重构的 Wigner 函数中体现出来。

关键词：光学参量振荡器；孪生光束；连续变量；三组份纠缠态；二类倍频

Abstract

Quantum information has been developed rapidly over the past twenty years. In the field of quantum information, the non-classical fields such as squeezed vacuum state, quantum correlation twin beams, EPR entangle state, squeezed amplitude state and so on have been proved to be important in quantum measurement and quantum communication. It has the wide application in quantum teleportation, quantum non-demolition measurement, quantum dense coding and quantum entanglement swap etc.

According to the eigenstates of applied quantum systems with discrete or continuous spectrum construction, the quantum information is divided into two types: discrete variables (dv) and continuous variables (cv). They have different features and application potentials. The quantum information starts from discrete variables, and then is extended into the field of continuous variables.

The preparation and control of Non-classical states, especially of quantum entanglement states, can be applied for the test of quantum mechanics, and it can also be the important bases for quantum information. Using entanglements, many quantum information and quantum measurement research work can be accomplished. Entanglement between more than two particles is going to be the key ingredient for quantum networks such as quantum teleportation networks, telecloning, controlled dense coding and quantum information between the quantum nodes established by quantum storage.

In this thesis, we mainly investigated the research works about the continuous variables quantum entanglement as following:

1. The review of squeezed and entanglement state is given, the quantum properties of squeezing, correlation and entanglement generated from NOPO below and above threshold are discussed.
2. The transfer of intensity quantum correlation is realized theoretically and experimentally. It is shown that the correlation between two separate lights

with different frequency is established with quantum transfer.

3. The time-correlation character of twin beams generated by Nondegenerate Optical Parametric Oscillator above threshold is experimentally analyzed

4. A scheme for generation of continuous variable tripartite entanglement using type II second harmonic generation (SHG) process is proposed theoretically. Using the sufficient inseparability criterion for continuous variable tripartite entanglement, the quadrature noise correlation of reflected fundamental fields and generated harmonic field both below and above threshold of OPO are calculated. The dependences of correlation on the cavity parameters are also discussed.

5. Analyzed the character of modulated laser by means of semiclassical theory. By optical homodyne tomography the Wigner function is reconstructed.

The creative works are as follows:

1. Experimentally analysed time-correlation character of twin beams generated from Nondegenerate Optical Parametric Oscillator.

2. A scheme for generation of continuous variable tripartite entanglement using triply resonant type II SHG processes is proposed and the three light modes of entangled state with different wavelengths are acquired theoretically. The experimental feasibility has also been analyzed.

3. Reconstructed the Wigner function of a modulated laser experimentally.

Key words: Nondegenerate optical parametric oscillator; Twin beams; Continuous variable; Tripartite entanglement state; Second harmonic generation

第一章 绪论

1.1 引言

量子理论是二十世纪物理学取得的划时代进展之一^[1]。1900年创立的量子理论与1905年创立的相对论一起从根本上改变了人们关于时间、空间、物质和运动的概念，共同成为20世纪人类科技文明的基石。以辐射场的量子理论为基础，研究光的产生、传输、检测及光与物质相互作用的量子光学(Quantum Optics)更是得到了相关物理学界的广泛关注，例如纠缠特性^[2]、量子不可克隆理论^[3]等方面的研究。当今科学界的许多重大发现，原子领域的辉煌成就，以及相关子学科的发展，都与量子理论的发展密不可分。1948年“通讯的数学理论”的发表，标志着信息论作为一门科学的建立^[4]，它大大推动了通讯技术的发展。在二十世纪80年代以前，信息论和量子理论相平行地发展，几乎没有人注意到它们之间的联系。近20年来，量子物理学与计算机科学、信息科学交叉融合形成了一门新的学科—量子信息。利用量子系统所具有的全新的信息处理方式，以量子力学的基本原理为基础的量子信息学为信息科学的持续发展提供了新的原理和方法，在完成计算、编码、信息存储和传输等方面，展现了许多经典信息科学不可能完成的功能，为信息科学与技术的发展注入了新的活力，成为上世纪末和本世纪初国际前沿发展最迅速、热门的研究领域之一^[5]。

作为量子理论与信息科学相结合的产物，量子信息科学在许多研究领域都具有重要应用，比如目前人们比较关注的量子密码(Quantum Cryptography)、量子通信(Quantum Communication)、量子计算(Quantum Computation)和量子测量(Quantum Measurement)等领域，都与量子信息学密切相关。量子信息科学以量子系统为基本单元，完成信息的存储、处理和传送。与经典信息系统相比，量子信息系统固有的量子特性使其在量子计算过程中能够突破现有经典信息系统的极限。科学家预测，在量子信息科学的宏伟蓝图中，量子通讯最有可能在近期内投入实际应用。

1960年激光器问世以来，光学研究以巨大活力取得了一系列令人瞩目的成就，与光学有关的产业总价值不断增长。以光场为信息载体的光量子信息得到了快速发展。近十几年来的实验研究证明，光场量子噪声带来的限制能够克服和突破。我们获得了量子噪声小于相干光场量子噪声(标准量子极限)的光场压缩态，这些对利用光场进行超越标准量子极限的光学测量、超微弱信息的量子传输和量子通信起到了决定性的作用。另外，随着光场量子噪声的压缩，其量子关联特性逐步显现出来，目前在量子物理中十分引人关注的连续变量非局域性讨论、量子离物传态以及量子

密集编码等量子信息中重要基础实验，都与光场量子关联特性有着十分重要的关系。

总而言之，对光量子信息领域各个方面的探索（包括利用光场进行量子通信、量子计算、量子密码术以及量子离物传态等）是当前研究的重要课题，并取得了很多突破性进展。对以上问题的深入研究及应用将把光量子信息科学推向一个更广泛、更重要、更深刻的领域。

1.2 光场的压缩

光场本质上是量子场，因此量子光场具有某些纯属于量子特征的性质，这些性质是经典理论无法解释的，称为非经典特性。研究光场的非经典效应不仅有助于进一步揭示光场的量子本质，而且这些效应可望在光通讯、微弱信号检测等方面获得重大的应用，已成为量子光学领域十分活跃且引人入胜的前沿方向^[6]。

量子光学研究重大进展之一，是构造出许多非经典态，如：光子数态，相干态，多光子相干态，偶奇相干态，压缩态，schrodinger 猫态等等。随着实验上我们对这些非经典态的制备，理论上也有了更深入的认识。

压缩态光场是非经典光场的一种。它在光通讯、高精度干涉测量以及弱信号检测等方面有着重要的应用。从普遍意义上来讲，压缩态是泛指一个分量算符的起伏比相干态相应分量的起伏小的量子态。

1.2.1 压缩特性

在对光场进行量子化过程中，首先定义了光场的正交振幅和正交位相算符（ \hat{X} ， \hat{Y} ），在物理上它们等效于磁场算符和电场算符^[6]，表示为：

$$\hat{E}(z, t) = \frac{1}{2} \varepsilon_c (\hat{a} e^{-i\omega t} + \hat{a}^+ e^{i\omega t}) = \frac{1}{2} \varepsilon_c (\hat{X} \cos \omega t + \hat{Y} \sin \omega t) \quad (1.1)$$

$$\hat{X} = \hat{a} + \hat{a}^+ \quad (1.2)$$

$$\hat{Y} = \frac{1}{i} (\hat{a} - \hat{a}^+) \quad (1.3)$$

对于一个频率为 ω 的单模光场，其正交振幅和位相分量 \hat{X} ， \hat{Y} 是一对共轭量，是不对易的，满足关系式： $[\hat{X}, \hat{Y}] = 2i$ ，它们的起伏满足海森堡测不准关系：

$$\langle \delta^2 \hat{X} \rangle \langle \delta^2 \hat{Y} \rangle \geq 1 \quad (1.4)$$

这种由海森堡测不准关系所限定的正交分量起伏称为电磁场量子噪声（Quantum Noise）。

当 $\langle \delta^2 \hat{X} \rangle \langle \delta^2 \hat{Y} \rangle = 1$ 时为最小测不准态；当 $\delta^2 \hat{X} = \delta^2 \hat{Y} = 1$ 时为相干态，即两正交分量具有相同的量子起伏。在光学测量中，通常以相干态两个正交分量的起伏作为标准量子极限（Standard Quantum Limit—SQL）。事实上，光场振幅起伏的标准量子

极限与光子数起伏的散粒噪声极限是一致的，这是由于平均光子数为 \bar{n} 的相干态光源，其光子数起伏与正交振幅的均方根起伏满足线性关系式： $\Delta\hat{n} = \sqrt{\bar{n}}\Delta\hat{X}$ ，当 $\Delta\hat{X} = \sqrt{\langle\delta\hat{X}\rangle^2} = 1$ 时， $\Delta\hat{n} = \sqrt{\bar{n}}$ 。

随着现代连续变量量子信息技术的发展，对所研究系统的物理量和状态进行精确测量时，往往需要突破散粒噪声极限的限制，在量子水平和量子层次上进行。因此，在散粒噪声极限以下对信息进行处理、传递及应用，成为近年越来越引人注目的重要研究课题，引起了相关领域专家的极大关注。

一般说来，光场压缩态是指电磁场某一物理量的量子噪声被压缩到相应的散粒噪声极限以下。目前实验上已获得如下三种压缩光：

一、正交压缩态：指光场某一正交分量的起伏低于相干态相应分量起伏，即 $\langle\delta^2\hat{X}\rangle < 1$ 或 $\langle\delta^2\hat{Y}\rangle < 1$ 。

正交压缩态光场通常通过光波场和物质非线性相互作用，使光场正交位相或振幅分量的起伏被压缩到标准量子极限以下来获得。根据在不同的非线性作用机制下输出场模的不同，正交压缩态又可分为单模正交压缩态^[7-10]和双模正交压缩态^[11-15]。输出光场为单模场，某一个正交分量具有压缩特性的，称其为单模正交压缩态。而输出光场为两偏振垂直、频率简并的下转换模的非简并参量过程，其输出的两个下转换模偏振的耦合模构成一压缩态光场的，称其为双模正交压缩态。

自 1985 年单模压缩态光场^[7]的实现以来，相继有几个实验小组利用非线性过程实现了单模光场的压缩并测定了相应的压缩度^[16,17]。2008 年，日本的 A.Furusawa 小组利用周期极化 PPKTP 晶体，获得了低于散粒噪声基准 9dB 的压缩真空态^[18]。同年，德国的 H.Vahlbruch 等人通过阈值以下 I 类 OPO 得到了 10dB 的压缩真空态^[19]。

与此同时，人们还开展了双模正交压缩态光场的理论与实验研究。山西大学光电所用阈值以下的非简并光学参量振荡腔，分别于 1992 年^[20]和 1998 年^[13]得到了双模正交压缩真空态光场。1999 年，通过注入锁定的方式得到了压缩度为 3.7dB^[15]的明亮正交位相压缩态光场。

二、光子数压缩态：光场光子数起伏的平方小于平均光子数，即 $\Delta n < \sqrt{\bar{n}}$ 。

光子数压缩态通常通过两条途径来获得：

1. 通常通过直接变换或反馈修正技术来获得光子数压缩态^[21-24]。

2. 通过非线性过程获得强度压缩光^[25-32]。1982 年，L. Mandel 首先从理论上指出泵浦光单次通过非线性介质时强度噪声可以得到压缩。2006 年，山西大学光电所利用强度量子关联的孪生光束及前馈校正技术获得了低于散粒噪声基准的亚泊松光

[32]

应该指出的是，光子数压缩态相位无规涨落增大，不能用于要求位相相关的精密测量与相敏实验中。但是由于光子数噪声可以降至很低，其产生装置又比较简单，所以在改善光通讯的信道容量以及某些非相敏超量子极限的精密测量中有很大的应用潜力。

三、量子关联光束或强度差压缩态：两束光的强度差分量满足 $\langle \delta^2(I_1 - I_2) \rangle < \langle \delta^2(I_1 + I_2) \rangle$ 。

强度差压缩态通常通过光学参量下转换过程获得。运转于阈值以上的非简并光学参量震荡器输出的两个下转换模的强度差噪声低于相应的散粒噪声基准，具有强度量子关联特性^[33-39]。2006年，山西大学光电研究所利用两个非简并光学参量震荡器产生的孪生光束实现了强度量子关联传递^[40]。

以上三种压缩态性质完全不同，但相互间又有一定的联系。在具体实验过程中，根据实际测量要求的不同，光场有时可以体现出几种压缩特性。在某些操作条件下又可以实现从一种压缩态到另一种压缩态的转化。几种压缩态从不同角度反映着电磁场的非经典特性。

从以上介绍可以看出，近20年的非经典光场实验研究中，通过光学参量过程是产生压缩态最可行的方法，从通过参量过程实现压缩态光场，到之后一系列具有代表性的实验如脉冲压缩光场^[41-42]，以及改进后的参量相互作用^[42,10]，都证明利用参量过程是产生压缩态光场的最有效的方案。

1.2.2 压缩态光场的应用

压缩光首先应用于低于散粒噪声基准的精密光学测量和光学通讯的研究中。对正交压缩真空态的应用上，人们于上世纪八十年代末就开始开展相关的工作^[43,44]，1992年，E. S. Polzik^[45]将频率可调谐的正交压缩真空态光场应用于铯原子光谱测量，测量结果显示，其灵敏度较散粒噪声极限提高3.1dB。在对孪生光束的应用研究上，1990年C. D. Nabors等^[46]用频率非简并的强度差压缩光获得了信噪比低于散粒噪声极限2.2dB的微弱信号恢复。1991年P. R. Tapster^[47]用孪生光束实现了比散粒噪声极限提高4dB^[48]的调制吸收测量。1996年，山西大学光电研究所利用孪生光束实现了测量灵敏度较散粒噪声极限提高2.5dB的微弱吸收测量实验研究，；1998年，使信噪比提高到低于散粒噪声极限7dB^[49]。2002年，山西大学光电研究所第一次实现了量子关联孪生光束的连续可调谐，此种方法是通过调谐OPO腔中非线性晶体的温度和泵浦激光器的波长来实现，波长的调谐范围为5.7nm，并将可调谐的孪生光束应

用于Cs₂分子的吸收谱测量^[50]。2005年,山西大学在可调谐孪生光束的基础上,结合前馈技术实现了亚泊松光场的连续可调谐,波长调谐范围为7.4nm^[32]。

量子非破坏(Quantum Non-Demolition — QND)测量是压缩光场应用的另一个重要领域。当对某一微观客体力学量进行测量时,由于受量子测不准原理的制约,在测量过程中将不可避免地对其共轭分量产生一个扰动,这种扰动将使量子系统产生一定的“量子噪声”,从而限制了人们对物理量的进一步的测量精度。上世纪70年代V. B. Braginski, Thorne, Unruh和Caves等提出了QND测量^[51-52],上世纪末,已经有几个实验室利用二阶和三阶非线性效应实现了几种不同类型的QND测量^[53-56]。

此外,压缩态光场还是验证EPR佯谬^[2]、离物传态和量子密集编码等量子通讯重要基础实验所必不可少的非经典光源。

1.3 量子纠缠

量子纠缠是存在于多子系量子系统中的一种奇特现象,即对一个子系统的测量结果无法独立于对其它子系统的测量参数。近些年来,随着量子信息这一新兴领域的蓬勃发展,量子纠缠逐渐成为人们关注的研究内容。量子纠缠态光场是另一类型的非经典光场。一种具有量子纠缠的光束是一类特殊的压缩态,正常情况下,一组双模压缩态实质上就是一组纠缠态。量子纠缠态具有许多不同于经典物理的最奇特、最不可思议的特征,成为量子信息学研究的基础。正是由于它的独特性和极其广泛的应用前景,我们把纠缠态从压缩态中独立出来,作为一种独特的非经典效应来考虑。

1.3.1 纠缠

最早的纠缠态是在著名的“Schrödinger猫态”^[57]和“EPR(Einstein-Podolsky-Rosen)佯谬”^[2]两篇文章中提出的。因此,人们也称纠缠态为“Schrodinger猫态”或“EPR光子对”。Schrodinger猫态实质上就是一个纠缠态,Einstein、Podolsky和Rosen给出了一个两粒子体系的纠缠态^[58]。

量子纠缠是量子系统独有的特性,体现了子系统间的相关性与不可分性。由两个(或更多)子系统构成的量子体系,若其态矢量不能写成子系统直积的形式,即

$$|\Psi\rangle_{AB} \neq |\Psi\rangle_A \otimes |\Psi\rangle_B \quad (1.5)$$

那么该量子体系为纠缠态^[59]。

对于由两个粒子组成的纠缠体系,四维希尔伯特空间中的正交完备基为:

$$\begin{aligned}
 |\Phi^\pm\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|0\rangle_2 \pm |1\rangle_1|1\rangle_2) \\
 |\Psi^\pm\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|1\rangle_2 \pm |1\rangle_1|0\rangle_2)
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$

一个自旋为1/2的量子体系可以写为：

$$|EPR\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|1\rangle_2 + |1\rangle_1|0\rangle_2)
 \tag{1.7}$$

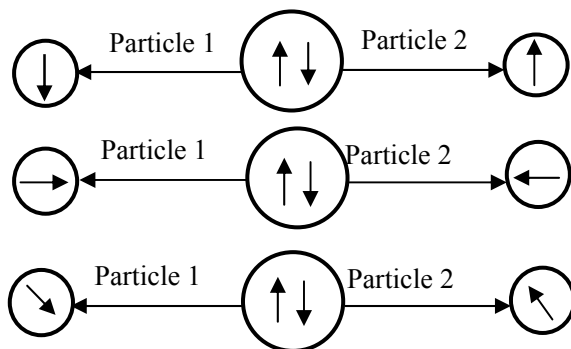


图1.1 量子纠缠描述的电子自旋关联的奇妙特性

如图 1.1 所示，在此自旋为1/2的系统中，两个电子的总自旋为 0。若 $|1\rangle$ 代表电子自旋向上， $|0\rangle$ 代表电子自旋向下。那么，电子自旋向上或者自旋向下的几率各为 50%。对电子的自旋状态进行测量时，不论如何选取坐标系，若测量到一个电子处于自旋为 $|0\rangle$ 的状态，由于两个电子间的纠缠，另外一个电子必然会塌缩到自旋为 $|1\rangle$ 的状态，整个波函数所处的状态为 $|0\rangle_1|1\rangle_2$ 。这种关联的存在，不依赖于两个电子之间距离的远近，是一种非局域性的关联。

纠缠态之间的这种关联在本质上与经典关联不同。当我们观测一个经典两态体系，如一个开关的“关”状态(0)或“开”状态(1)时，只可能存在(0)或(1)两种状态之一，即非关即开。而量子关联对关联情况不可预知，它描述的关联情况依赖于对关联系统中的子系统的测量，这正是量子通讯的物理基础^[60]。

按照研究的光场是否具有连续谱，将纠缠可以分为两大类：一类是分离变量纠缠。即单光子之间的纠缠，例如，利用非共线II类相位匹配的自发参量下转换过程产生的两个偏振正交的单光子之间具有纠缠^[61]。另一类是连续变量纠缠。通常，连续变量纠缠是指存在于具有连续谱的光场的正交分量之间的纠缠。对于连续变量纠缠，又可分为两粒子体系的两组份纠缠和多粒子体系间的多组份纠缠。在本文中我们仅对连续变量领域的纠缠进行考察和研究。

1.3.2 连续变量EPR纠缠态

讨论连续变量纠缠态时，首先对光场进行量子化描述。根据式(1.1)——(1.3)定义的正交振幅位相算符 (\hat{X}, \hat{Y}) ，光场可以用一对共轭量 \hat{X}, \hat{Y} 表示，这对共轭量满足海森堡不确定关系： $\langle \delta^2 \hat{X} \rangle \langle \delta^2 \hat{Y} \rangle \geq 1$ ；即同一个模的连续变量的正交振幅分量 \hat{X} 和正交位相分量 \hat{Y} 不可能同时被确定。但两粒子的正交振幅分量差（和）与正交位相分量和（差）是一对对易量：

$$\begin{aligned} [\hat{X}_1 - \hat{X}_2, \hat{Y}_1 + \hat{Y}_2] &= 0 \\ [\hat{X}_1 + \hat{X}_2, \hat{Y}_1 - \hat{Y}_2] &= 0 \end{aligned} \quad (1.8)$$

在理想情况下，它们的噪声可以同时无限趋近于零。最大纠缠可以表示为：

$$\begin{aligned} \langle \delta^2(\hat{X}_1 - \hat{X}_2) \rangle &\rightarrow 0 & \langle \delta^2(\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2) \rangle &\rightarrow 0 \\ \langle \delta^2(\hat{Y}_1 - \hat{Y}_2) \rangle &\rightarrow \infty & \langle \delta^2(\hat{X}_1 + \hat{X}_2) \rangle &\rightarrow \infty \end{aligned} \quad (1.9)$$

或者

$$\begin{aligned} \langle \delta^2(\hat{X}_1 + \hat{X}_2) \rangle &\rightarrow 0 & \langle \delta^2(\hat{Y}_1 - \hat{Y}_2) \rangle &\rightarrow 0 \\ \langle \delta^2(\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2) \rangle &\rightarrow \infty & \langle \delta^2(\hat{X}_1 - \hat{X}_2) \rangle &\rightarrow \infty \end{aligned} \quad (1.10)$$

式(1.9)表示两模是正交振幅正关联，正交位相反关联的纠缠态；式(1.10)表示两模是正交振幅反关联，正交位相正关联的纠缠态。由于正交振幅和(差)与正交位相和(差)是非对易项，受测不准关系的限制，其噪声起伏不能同时低于标准量子极限，不能同时无限趋近于零，

由II类非线性晶体组成的非简并光学参量放大器(nondegenerate optical parametric amplifier 简称为NOPA) (图1.2)是产生EPR 纠缠光束的一个有效途径。利用两个I类光学参量放大器，产生两束正交压缩光，经50%分束器耦合也可产生EPR 纠缠光束。

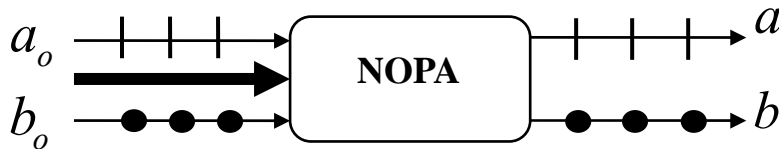


图1.2 非简并光学参量放大器的示意图

具体工作有：

1. 利用非简并光学参量放大器产生纠缠源。 1992 年J. Kimble 研究小组首次选用 α 切割的非临界II类相位匹配KTP晶体作为非线性介质，通过运转于阈值以下的

非简并光学参量放大过程，产生了具有很强的量子关联特性的信号光和闲置光，并利用连续变量EPR判据，测定了两模间的关联度： $V(X_1|X_2)V(Y_1|Y_2) = 0.70 \pm 0.01 < 1$ ，在此基础上演示了原始的EPR佯谬^[11, 62]，这种具有很强的量子关联特性的信号光和闲置光的耦合模具有压缩特性，实际上就是最早的双模压缩纠缠态光场。同年山西大学光电研究所^[12]利用输出 $1.06\mu\text{m}$ 的Nd:YVO₄激光器，泵浦一对反向串接的KTP晶体，获得了1.5dB的压缩度。随后，改用 $1.08\mu\text{m}$ 的光泵浦 α 切割的KTP晶体，通过OPA过程产生了纠缠度为 $V(X_1|X_2)V(Y_1|Y_2) = 0.727 \pm 0.008 < 1$ ^[15]的明亮双模压缩纠缠态。2002年，获得“正交振幅和”及“正交位相差”的关联乘积为 $V(X_1|X_2)V(Y_1|Y_2) = 0.332 \pm 0.003 < 1$ 的EPR纠缠源^[63]。并随后将这种纠缠源用在了量子密集编码实验研究中^[64, 65]。

2. 两束独立但频率简并的压缩真空态在50/50分束器上耦合产生压缩纠缠态。1998年，美国的J. Kimble研究小组，利用这种方式产生了压缩纠缠态并将它成功地应用到了连续变量量子离物传态实验中^[66]。

3. 两束明亮压缩光在50/50分束器上耦合^[67, 68]产生纠缠源。澳大利亚国立大学的P. K. Lam小组得到压缩度约为3.6dB的两束振幅压缩光场。将它们在50/50分束器上耦合产生了纠缠态。相对应的量子起伏满足 $\langle (X_1 - X_2)^2 \rangle + \langle (Y_1 + Y_2)^2 \rangle = 0.88 \pm 0.04 < 2$ 。应用这一纠缠态他们成功地完成了保真度为 0.64 ± 0.02 的连续变量离物传态实验。

4. 利用II类匹配倍频过程。利用II类匹配倍频过程的反射泵浦场可获得纠缠态^[69-71]。2006年，N. B. Grosse等人提出了二阶非线性过程中的两组份纠缠理论，光学参量缩小过程与二次谐波过程同时发生在同一光学腔中，反射出的泵浦场与产生的二次谐波场具有不同波长的纠缠特性，他们称之为谐波纠缠^[72]；2008年，这个小组在实验上实现了泵浦场与产生的二次谐波场之间的两组份纠缠^[73]。

1.3.3 连续变量多组份纠缠态

在量子信息领域，由于纠缠态具有空间非定域关联特性，因此在量子通讯网络和量子计算中起重要作用的连续变量多组份纠缠态的产生与应用研究受到了越来越多的关注。相对于两组份EPR纠缠态而言，多组份纠缠态是指纠缠系统由多于两个的子系统组成，是研究量子通讯网络和量子计算的基础。在分离变量模式下，如果两个以上的粒子相互之间纠缠，称为多粒子纠缠。类比分离变量，在连续变量模式下，如果两个以上的连续电磁场模之间具有量子关联特性，则说明它们处于多组份(Multipartite)纠缠态。近年来，分离变量的多组份纠缠态的在理论与实验方面的研究

已经取得了许多突出的成绩^[74-77]。连续变量多组份纠缠态实质上是一种多模不可分压缩态，它的产生与压缩态的产生有着密切的联系。A. Furusawa等人在1998年完成连续变量量子离物传态实验时，事实上已经产生了三组份纠缠态，虽然他们没有加以强调也没有测量它的关联度^[66]。P. van Loock 和S. L. Braunstein在2000年提出了利用单模压缩态和线性光学变换产生多组份纠缠态的理论方案，指出用光学分束器把一个单模压缩态分配到N个子系统足以产生真正的N组份纠缠态，并且提出了基于N组份纠缠态的量子离物传态通讯网络，结合实验提出了对三组份纠缠态进行判定的方法^[78]。但这种建立在实验基础之上的对三组份量子纠缠的判定方法，在实际应用中具有一定难度。在此基础上一种多组份纠缠不可分的充分判据被提出^[79]。山西大学光电研究所在2002年提出了利用NOPA产生明亮三组份纠缠态光场的理论方案，接着从实验上获得了三组份纠缠态光场并把它应用于可控密集编码量子通讯网络^[80]。采用P. van Loock等提出的方案，2003年，有两个实验小组获得了三组份纠缠光场^[81,82]。相比于单模压缩态和线性光学变换产生多组份纠缠态的方案而言，人们随后提出了在一块非线性晶体内同时发生两个参量过程从而直接产生三组份纠缠态的方案。意大利的A. Ferraro等人利用此方案通过同一块光学介质中的非线性相互作用完成了三模纠缠的实验^[83]。Oliver Pfister等人也在理论上分析了利用在一块晶体内的级联非线性过程产生连续变量多组份纠缠的可行性^[84]。山西大学光电研究所在此基础上提出了利用光学参量振荡过程中和频与下转换过程同时发生从而产生三组份纠缠态的方案，这种方案三个光场的输出模具有不同的光频^[85]。2006年，Villa等提出了运转于阈值以上NOPO产生三组份三色纠缠的方案，并于随后的实验中观察到了三模间的三组份关联^[86,87]，但由于实验条件等因素，没有观察到三模间纠缠。

1.3.4 纠缠态的应用

在具体纠缠光束的应用上，以量子离物传态最为典型。1993年C. H. Bennett等人发表了题为“经由经典和EPR信道传送未知量子态”的开创性文章，提出量子离物传态的方案，其目标是利用经典比特传输量子态，并且在接收方重构量子态。基本思想是^[88]：将原物的信息分成经典信息和量子信息两部分，它们分别由经典通道和量子通道传送给接收者。经典信息是发送者对原物进行某种测量而获得的，量子信息是发送者在测量中未提取的其余信息，接收者在获得这两种信息之后，就可以制造出原物的完美复制品。在这个过程中，原物未被传送给接收者，它始终留在发送者处，被传送的仅仅是原物的量子态，因此被称为量子态的离物传送。原物的量子态对发送者来说甚至可以一无所知，原物的量子态在发送者进行测量来提取经典信息

时已遭破坏，接收者在恢复原物量子态时将别的粒子（甚至可以是与原物不相同的粒子）置于原物的量子态上，因此恢复过程是量子态的重构。由于量子信息对量子态的离物传送是必不可少的，所以过程将不违背量子不可克隆定理。

连续变量量子离物传态原理^[89]如图1.3所示。Alice 和Bob 分享一对EPR 纠缠光束。Alice 对其所要传输的量子态和EPR 纠缠光束中的一束1进行联合Bell态测量，并将测量结果通过经典通道传递给Bob。Bob 在接收到这部分经典信息后，利用它对EPR 纠缠光束的另一束2进行平移变换，则输出光场处于Alice 所输入的量子态。在理想纠缠情况下，输出态完全等于输入态。然而在实验中由于纠缠度的限制，采用保真度来衡量量子离物传态的质量。量子离物传态的保真度描述的是输出态 $\hat{\rho}_{out}$ 和输入态 $|\psi_{in}\rangle$ 之间的相似程度，其定义为：

$$F = \langle \psi_{in} | \hat{\rho}_{out} | \psi_{in} \rangle \quad (1.11)$$

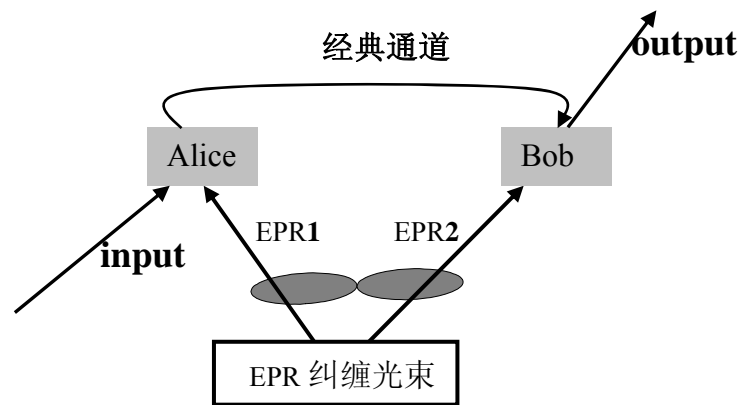


图1.3 连续变量量子离物传态原理图

量子离物传态保真度的经典极限为 $F = 1/2$ ，所有超过这一极限的离物传态则一定应用了量子纠缠^[90]。量子离物传态的不可克隆极限为 $F = 2/3$ ，超过这一极限使得传送量子态的非经典性成为可能^[91]。

随着对量子离物传态研究的深入，人们对量子纠缠交换^[92]（纠缠态的量子离物传送）、量子克隆^[93]的研究也取得了一定的进展。由于纠缠光束间的非局域性，利用纠缠光束进行的量子克隆等方面的研究对量子保密通讯，量子远程传输等具有深远的意义。

1.4 本文的主要工作

本文利用非简并光学参量振荡器(NOPO)产生的孪生光束进行强度量子关联传

递及时域内强度量子关联测量的实验研究；提出了利用 II 类倍频过程产生连续变量双色三组份纠缠光场的方案，并且在理论上进行了验证；实验完成了对加调制相干光场的测量。

全文的结构如下：第二章主要用量子理论分析了 II 类光学参量振荡器(OPO)的输出噪声的非经典特性及其探测。第三章介绍了强度量子关联传递及时域内强度量子关联的测量。第四章介绍我们提出的利用 II 类相位匹配倍频过程产生连续变量双色三组份纠缠光场的方案，并进行了实验可行性分析及设计。第五章对加调制相干光场进行了量子态的测量与重构。最后对全文的工作进行了总结和展望。

第二章 非简并光学参量振荡器及其非经典特性研究

2.1 引言

光学参量振荡(Optical Parametric Oscillator — OPO)腔利用谐振腔共振加强非线性相互作用,提高参量转换效率,是目前产生非经典光场的最有效途径之一。腔内非线性晶体的匹配方式为II类匹配的双共振OPO,泵浦光单次或双次穿过,信号光与闲置光同时在腔内共振,两下转换模的频率可以不同,偏振相互垂直,用线性偏振光学器件就可以很容易分开,此种OPO称之为非简并OPO(NOPO)。NOPO阈值较低,线宽较窄,可以进行频率调谐。在实验研究与实际的应用中具有一定的优势。

1992年,Z. Y. Ou分析了运转于阈值以下的NOPO腔,指出输出偏振垂直的两个下转换模是EPR纠缠态,两个下转换模的偏振耦合模具有压缩态光场的特性,为双模正交压缩态光场^[94]。随后,行波腔三共振II类相位匹配OPO的相关工作也有报道^[95]。而对运转于阈值以上的NOPO的研究工作要更早一些,1987年,法国国家科学中心Gicobino研究小组指出^[33]:阈值以上的NOPO输出的两个偏振垂直的下转换光场是具有强度量子关联的孪生光束。它们的强度差涨落低于相应的散粒噪声基准。同年该研究组通过阈值以上的非简并参量下转换过程首次获得了强度量子关联的孪生光束^[96]。1989年,在预言强度差的基础上,该组给出了阈值以上NOPO的强度差和位相和的噪声功率谱^[97],证明阈值以上NOPO的两个下转换模之间具有量子纠缠特性。

本章我们将运用量子光学理论,从NOPO腔模的相互作用方程出发,分别阐述运转于阈值以下和阈值以上NOPO腔输出光场噪声间的非经典特征以及相关的量子测量。

2.2 NOPO腔的理论

2.2.1 光场的正交分量及其归一化噪声功率谱

对于任何光场,其噪声大小用光场的噪声功率谱来描述,其压缩特性与纠缠特性可以与相对应的真空态光场和相干态光场的噪声功率谱进行比较得知。因此,我们首先计算真空态光场和相干态光场的噪声功率谱,以确定散粒噪声极限(SNL)。

按照量子光学理论,一束频率为 ω 的单模相干态光场,在旋转波近似下,场强 $E(t)$ 可用Boson算符表示为:

$$\hat{E}(t) = \hat{a}(t)e^{-i\omega t} + \hat{a}^+(t)e^{i\omega t} \quad (2.1)$$

其中, $\hat{a}^+(t)$ 、 $\hat{a}(t)$ 表示在以频率为 ω 的旋转波框架内光场的产生算符与湮灭算符,它们与正交振幅和位相算符的关系为:

$$\begin{aligned}\hat{a}^+(t) &= \frac{(\hat{X}(t) - i\hat{Y}(t))}{2} e^{i\theta} \\ \hat{a}(t) &= \frac{(\hat{X}(t) + i\hat{Y}(t))}{2} e^{-i\theta}\end{aligned}\quad (2.2)$$

光的量子特性决定了光场具有一定的量子起伏，在量子化的光场中，采用半经典方法，正交振幅和位相分量及 $\hat{a}^+(t)$ 、 $\hat{a}(t)$ 可以写成场算符的平均值与起伏项之和的形式^[98,99]，

$$\begin{aligned}\hat{X}(t) &= \bar{X} + \delta\hat{X}(t) \\ \hat{Y}(t) &= \delta\hat{Y}(t) \\ \hat{a}^+(t) &= \alpha + \delta\hat{a}^+(t) \\ \hat{a}(t) &= \alpha + \delta\hat{a}(t)\end{aligned}\quad (2.3)$$

其中 $\bar{X} = \langle \hat{X}(t) \rangle$ 表示振幅算符的平均值，相当于经典场中的振幅分量； α 是场算符的平均值($\alpha = \langle |\hat{a}(t)| \rangle = \langle |\hat{a}^+(t)| \rangle = \bar{X} / 2$)，是实数。 $\delta\hat{X}(t)$ 、 $\delta\hat{Y}(t)$ 表示相干态光场正交振幅和正交位相算符的量子起伏。 $\delta\hat{a}(t)$ 、 $\delta\hat{a}^+(t)$ 表示相干态光场湮灭算符与产生算符的量子起伏。相干态光场可以看作是在经典光场的基础上叠加了一个量子起伏，因此相干态光场量子起伏与真空态光场量子起伏等价。为简单起见，在以后分析输入场噪声谱时，我们只分析真空场起伏谱。因此，根据(2.2)式及(2.3)式，对于真空场，有：

$$\bar{X} = 0, \quad \alpha = 0 \quad (2.4)$$

$$\hat{X}(t) = \delta\hat{X}(t), \quad \hat{Y}(t) = \delta\hat{Y}(t) \quad (2.5)$$

$$\hat{a}^+(t) = \delta\hat{a}^+(t), \quad \hat{a}(t) = \delta\hat{a}(t) \quad (2.6)$$

真空输入场 $\hat{a}(t)$ 、 $\hat{a}^+(t)$ 是频率连续的真空场模的迭加可用傅里叶公式展开为：

$$\hat{a}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{a}(\Omega) e^{-i\Omega t} d\Omega \quad (2.7 a)$$

$$\hat{a}^+(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{a}^+(\Omega) e^{i\Omega t} d\Omega \quad (2.7 b)$$

$\hat{a}(\Omega)$ 、 $\hat{a}^+(\Omega)$ 分别表示频率为 $\omega + \Omega$ 场模的湮灭、产生算符(ω 是旋转框架的参考频率)，因其是频率的连续函数，所以满足如下的对易关系式^[100]：

$$[\hat{a}(\Omega), \hat{a}^+(\Omega')] = \delta(\Omega - \Omega') \quad (2.8)$$

由此得到真空场算符相对应的时间关联^[100]:

$$\langle \hat{a}(t)\hat{a}^+(t+\tau) \rangle = \delta(\tau) \quad (2.9)$$

$$\langle \delta\hat{X}(t)\delta\hat{X}(t+\tau) \rangle = \delta(\tau) \quad (2.10)$$

$$\langle \delta\hat{Y}(t)\delta\hat{Y}(t+\tau) \rangle = \delta(\tau) \quad (2.11)$$

在实际测量中, 我们关心的是光场正交分量的噪声, 所测物理量是正交分量归一化噪声功率谱密度 $S_{\hat{x}}(\Omega)$ 、 $S_{\hat{y}}(\Omega)$ ^[101]:

$$S_{\hat{x}}(\Omega) = \frac{\langle |\delta\hat{X}(\Omega)|^2 \rangle}{2\pi T}, \quad S_{\hat{y}}(\Omega) = \frac{\langle |\delta\hat{Y}(\Omega)|^2 \rangle}{2\pi T} \quad (2.12)$$

其中 T 是测量时间, $\delta\hat{X}(\Omega)$ 、 $\delta\hat{Y}(\Omega)$ 表示正交振幅和位相起伏的频率分量,

$$\delta\hat{X}(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \delta\hat{X}(t)e^{-i\Omega t} dt \quad (2.13-a)$$

$$\delta\hat{Y}(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \delta\hat{Y}(t)e^{-i\Omega t} dt \quad (2.13-b)$$

将 $\delta\hat{X}(\Omega)$ 、 $\delta\hat{Y}(\Omega)$ 的定义式(2.10)带入(2.11)式, 可求得:

$$S_{\hat{x}}(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \delta\hat{X}(t)\delta\hat{X}(t+\tau) \rangle e^{-i\Omega\tau} d\tau \quad (2.14-a)$$

$$S_{\hat{y}}(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \delta\hat{Y}(t)\delta\hat{Y}(t+\tau) \rangle e^{-i\Omega\tau} d\tau \quad (2.14-b)$$

对于真空场和相干态光场由(2.10)、(2.11)式可以求得^[102]:

$$S_{\hat{x}(\hat{y})}(\Omega) = 1 \quad (2.15)$$

这就是真空态光场的量子噪声功率起伏谱, 也即散粒噪声极限(SNL)。若光场的正交分量起伏的噪声功率谱 $S_{\hat{x}(\hat{y})}(\Omega) < 1$, 即该光场的噪声低于相应的散粒噪声极限, 则称该光场为压缩光。

为方便起见, 我们在以后的分析及讨论过程中使用已将噪声功率谱 $\langle |\delta\hat{X}(\Omega)|^2 \rangle$ 、 $\langle |\delta\hat{Y}(\Omega)|^2 \rangle$ 看作是已归一化到散粒噪声基准的噪声功率谱^[102] (即取相干态和真空态的 $\langle |\delta\hat{X}(\Omega)|^2 \rangle = 1$ 、 $\langle |\delta\hat{Y}(\Omega)|^2 \rangle = 1$) 的表示方式。

2.2.2 NOPO 腔的量子朗之万方程及稳态解

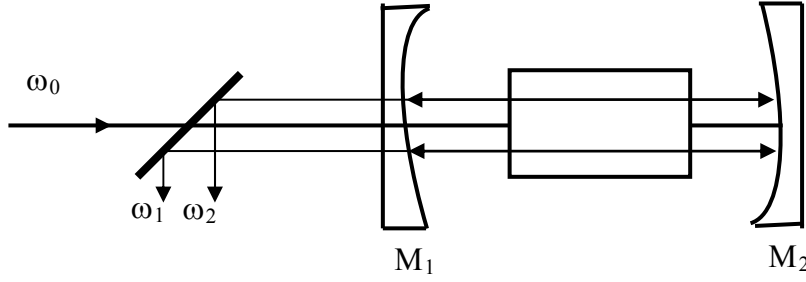


图 2.1 NOPO 参量变换示意图

如图2.1所示，在一个FP腔内插入一块合适的非线性介质，就组成了光学参量振荡腔。其中，腔镜 M_1 为输入输出耦合镜，腔镜 M_2 对泵浦模、信号模和闲置模均高反。用一束频率为 ω_0 的高频光场泵浦NOPO时，泵浦光通过 M_1 耦合到腔内，频率为 ω_0 的高频光与腔内非线性介质相互作用，在NOPO腔内发生参量下转换过程，同时产生两个频率分别为 ω_1 、 ω_2 的下转换光场，它们偏振相互垂直、数量相等。腔内产生的下转换光也通过 M_1 耦合到腔外。这一过程同时符合能量守恒定律 $\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega_0$ 和动量守恒定律 $\hbar\vec{k}_1 + \hbar\vec{k}_2 = \hbar\vec{k}_0$ ，其中 \vec{k}_i 为波矢。光的参量下转换的外在表现体现了电磁场内部的量子特征。高于阈值运转的NOPO，下转换产生的信号光与闲置光在腔内产生振荡，此时腔输出的光强大于0；低于阈值运转的NOPO，输出光场的平均值为0。

用 γ_i 表示腔镜对 \hat{a}_i ($i = 0, 1, 2$) 模的透射损耗参数。 μ_i 表示由于腔内元件引入的其它损耗，因此内腔场的总损耗写为 $\gamma'_i = \gamma_i + \mu_i$ ，假如腔的振幅透射率为 t_i 、振幅反射率为 r_i ，在透射损耗 γ_i 很小的情况下，满足以下关系式：

$$\begin{aligned} r_i &= 1 - \gamma_i \\ t_i &= \sqrt{2\gamma_i} \end{aligned} \quad (2.16)$$

系统的相互作用哈密顿量可以写为^[85]：

$$\hat{H}_{\text{sys}} = i\hbar\chi(\hat{a}_0\hat{a}_1^+\hat{a}_2^+ - \hat{a}_0^+\hat{a}_1\hat{a}_2) \quad (2.17)$$

χ 为与非线性介质的二阶极化率 $\chi^{(2)}$ 、非线性介质的长度及采用的位相匹配方式有关的非线性耦合常数，把它取为实数^[94]。在泵浦光与腔无失谐的情况下，NOPO内腔模的量子朗之万运动方程可以写为^[102-104]：

$$\begin{aligned}
\tau \dot{\hat{a}}_0 &= -(\gamma_0 + \mu_0)\hat{a}_0 - \chi\hat{a}_1\hat{a}_2 + \sqrt{2\gamma_0}\hat{a}_0^{in}e^{i\theta_0} + \sqrt{2\mu_0}\hat{b}_0^{in} \\
\tau \dot{\hat{a}}_1 &= -(\gamma_1 + \mu_1)\hat{a}_1 + \chi\hat{a}_0\hat{a}_2^* + \sqrt{2\gamma_1}\hat{a}_1^{in}e^{i\theta_1} + \sqrt{2\mu_1}\hat{b}_1^{in} \\
\tau \dot{\hat{a}}_2 &= -(\gamma_2 + \mu_2)\hat{a}_2 + \chi\hat{a}_0\hat{a}_1^* + \sqrt{2\gamma_2}\hat{a}_2^{in}e^{i\theta_2} + \sqrt{2\mu_2}\hat{b}_2^{in}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

其中, τ 是各个光模在腔内运行一周的时间, χ 为非线性耦合常数, \hat{a}_0 , \hat{a}_1 , \hat{a}_2 分别为泵浦场及两个基频场的湮灭算符, \hat{a}_i^{in} 表示各模的输入场, \hat{b}_i^{in} 表示各模由于内腔损耗引入的真空噪声, 在 NOPO 过程中, 只有泵浦场的输入场 \hat{a}_0^{in} 的平均值不为 0。真空场的进入, 导致 NOPO 两下转换模间的量子关联度降低, 起伏增加。

假定内腔模湮灭算符的平均值为 $\langle \hat{a}_i \rangle = \alpha_i e^{i\theta_i}$ ($i = 0, 1, 2$), α_i 为正实数, 由于两下转换光的频率是近简并的, 可认为两个下转换光模具有平衡的输入输出耦合损耗和内腔损耗, 即 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$; $\mu_1 = \mu_2 = \mu$; $\gamma'_1 = \gamma'_2 = \gamma'$, 取噪声起伏项的平均值为零, 得到稳态方程:

$$\begin{aligned}
0 &= -(\gamma_0 + \mu_0)\alpha_0 e^{i\theta_0} - \chi\alpha_1\alpha_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)} + \sqrt{2}\alpha_0^{in} e^{i\theta_0^{in}} \\
0 &= -(\gamma + \mu)\alpha_1 e^{i\theta_1} + \chi\alpha_0\alpha_2 e^{i(\theta_0 - \theta_2)} \\
0 &= -(\gamma + \mu)\alpha_2 e^{i\theta_2} + \chi\alpha_0\alpha_1 e^{i(\theta_0 - \theta_1)}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

在满足相位匹配的条件下, 方程的稳态解为:

$$\theta_1 + \theta_2 = \theta_0 = \theta_0^{in} \tag{2.24}$$

在阈值以下和阈值以上考虑运动方程的稳态解:

$$\text{当 } \sigma < 1 \text{ 时, } \alpha_0^2 = \frac{2\gamma_0}{\gamma_0'^2} (\alpha_0^{in})^2 = \frac{\gamma'^2 \sigma^2}{\chi^2} \tag{2.20}$$

$$\alpha_1^2 = \alpha_2^2 = 0$$

$$\alpha_0^2 = \frac{\gamma'^2}{\chi^2}$$

$$\text{当 } \sigma > 1 \text{ 时, } \tag{2.21}$$

$$\alpha_1^2 = \alpha_2^2 = \frac{\gamma'_0 \gamma'}{\chi^2} (\sigma - 1)$$

其中, $\sigma = 2\sqrt{\frac{\chi^2}{2\gamma_0'^2 \gamma'^2}} \alpha_0^{in}$ 是泵浦参数, 用输入的泵浦光的强度 P 与 NOPO 的阈值 P_{th} 可以表示为:

$$\begin{aligned}
\sigma &= \sqrt{P/P_{th}} \\
P_{th} &= (1 + \mu_0)^2 \gamma'^2 / 2\chi^2
\end{aligned} \tag{2.22}$$

$\sigma = 1$ 对应 OPO 的泵浦阈值。从式(2.22)可以看出 NOPO 阈值的大小与腔镜的损耗参数和耦合常数有关。在泵浦模损耗一定的情况下, 两下转换模较小的损耗 γ' 及较大

的耦合常数 χ 对应于较低的 NOPO 的阈值。

从稳态解可以看出，当 NOPO 低于阈值运转时，信号模和闲置模光场不起振，平均值为零，此时内腔泵浦场随着相干驱动场的增强而增加。高于阈值运转时，信号模和闲置模才会在腔内振荡，平均值才不会为零，并且此时内腔泵浦场不再变化，两下转换场随驱动场的增加不断增大。对于阈值以上双共振 NOPO 而言，泵浦场单次或双次穿过晶体，腔内只有两个下转换模振荡，输入输出耦合镜对泵浦光增透，取 $\gamma_0 = \gamma'_0 = 1$ 。依据实验条件，不失一般性取 $\gamma'_1 = \gamma'_2 = 0.03$ ， $\chi^2 = 5 \times 10^{-5}$ ，得到内腔模随泵浦场的变化趋势如图 2.2 所示(其中，实线为内腔泵浦场随归一化泵浦参数的变化，虚线为信号场和闲置场随归一化泵浦参数的变化。)图中 NOPO 的阈值已经归一化。

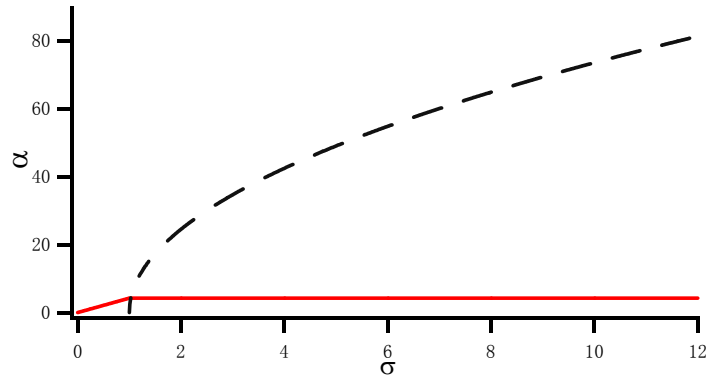


图 2.2 内腔场随泵浦参数的变化

根据腔的输入输出关系，由内腔场和输入场我们可以推导出输出场 α_1^{out} 和 α_2^{out} [103-106]：

$$\alpha_i^{out} = \sqrt{2\gamma_i} \alpha_i - \alpha_i^{in} \quad (2.23)$$

由此获得阈值以上的下转换光光强之比：

$$\frac{I_1^{out}}{I_2^{out}} = 1 \quad (2.24)$$

可以看出，两下转换光输出光强相等。

同理可以证明，当不存在内腔损耗时 ($\mu_i = 0$ ， $\gamma'_i = \gamma_i$)，两下转换光输出光强与透射损耗无关，总是相等的。

$$\frac{I_1^{out}}{I_2^{out}} = \frac{|\alpha_1^{out}|^2}{|\alpha_2^{out}|^2} = \frac{2\gamma_1 \alpha_1^2}{2\gamma_2 \alpha_2^2} = \frac{\gamma_1 \gamma'_2}{\gamma_2 \gamma'_1} = 1 \quad (2.25)$$

2.2.3 阈值以下NOPO输出场的非经典特性

由阈值以下 NOPO 腔的稳态解(2.20)式可知, 低于阈值运转时, NOPO 腔下转换模在腔内不起振, 内腔基频场平均功率为零。为简化计算过程, 突出物理性质, 在这里我们仅考虑无注入的 NOPO 过程。由于两下转换模是真空场, 选择它们的初相位相等且均为零。由内腔模的运动方程(2.18), 可得内腔场量子起伏的朗之万运动方程:

$$\begin{aligned}\tau\delta\dot{\hat{a}}_0 &= -(\gamma_0 + \mu_0)\delta\hat{a}_0 - [\chi\alpha_2\delta\hat{a}_1 + \chi\alpha_1\delta\hat{a}_2] + \sqrt{2\gamma_0}\delta\hat{a}_0^{in} + \sqrt{2\mu_0}\hat{b}_0^{in} \\ \tau\delta\dot{\hat{a}}_1 &= -(\gamma_1 + \mu_1)\delta\hat{a}_1 + [\chi\alpha_0\delta\hat{a}_2^+ + \chi\alpha_2\delta\hat{a}_0] + \sqrt{2\gamma_1}\delta\hat{a}_1^{in} + \sqrt{2\mu_1}\delta\hat{b}_1^{in} \\ \tau\delta\dot{\hat{a}}_2 &= -(\gamma_2 + \mu_2)\delta\hat{a}_2 + [\chi\alpha_0\delta\hat{a}_1^+ + \chi\alpha_1\delta\hat{a}_0] + \sqrt{2\gamma_2}\delta\hat{a}_2^{in} + \sqrt{2\mu_2}\delta\hat{b}_2^{in}\end{aligned}\quad (2.26)$$

将阈值以下稳态解(2.20)式代入(2.26)式; 同上, 选择 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$; $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, 可得两下转换模的量子起伏运动方程:

$$\begin{aligned}\tau\delta\dot{\hat{a}}_1 &= -\gamma'\delta\hat{a}_1 + \chi\alpha_0\delta\hat{a}_2^+ + \sqrt{2\gamma}\delta\hat{a}_1^{in} + \sqrt{2\mu}\delta\hat{b}_1^{in} \\ \tau\delta\dot{\hat{a}}_2 &= -\gamma'\delta\hat{a}_2 + \chi\alpha_0\delta\hat{a}_1^+ + \sqrt{2\gamma}\delta\hat{a}_2^{in} + \sqrt{2\mu}\delta\hat{b}_2^{in}\end{aligned}\quad (2.27)$$

则可以写出正交分量的起伏运动方程:

$$\begin{aligned}\tau\delta\dot{\hat{X}}_1 &= -\gamma'\delta\hat{X}_1 + \chi\alpha_0\delta\hat{X}_2 + \sqrt{2\gamma}\delta\hat{X}_{a_1}^{in} + \sqrt{2\mu}\delta\hat{X}_{b_1}^{in} \\ \tau\delta\dot{\hat{X}}_2 &= -\gamma'\delta\hat{X}_2 + \chi\alpha_0\delta\hat{X}_1 + \sqrt{2\gamma}\delta\hat{X}_{a_2}^{in} + \sqrt{2\mu}\delta\hat{X}_{b_2}^{in} \\ \tau\delta\dot{\hat{Y}}_1 &= -\gamma'\delta\hat{Y}_1 - \chi\alpha_0\delta\hat{Y}_2 + \sqrt{2\gamma}\delta\hat{Y}_{a_1}^{in} + \sqrt{2\mu}\delta\hat{Y}_{b_1}^{in} \\ \tau\delta\dot{\hat{Y}}_2 &= -\gamma'\delta\hat{Y}_2 - \chi\alpha_0\delta\hat{Y}_1 + \sqrt{2\gamma}\delta\hat{Y}_{a_2}^{in} + \sqrt{2\mu}\delta\hat{Y}_{b_2}^{in}\end{aligned}\quad (2.28)$$

对(2.28)作傅立叶变换, 并求解 $\delta\hat{X}_1(\omega) - \delta\hat{X}_2(\omega)$ 及 $\delta\hat{Y}_1(\omega) + \delta\hat{Y}_2(\omega)$, 可得:

$$\begin{aligned}\delta\hat{X}_1(\omega) - \delta\hat{X}_2(\omega) &= \frac{\sqrt{2\gamma}[\delta\hat{X}_{a_1}^{in}(\omega) - \delta\hat{X}_{a_2}^{in}(\omega)] + \sqrt{2\mu}[\delta\hat{X}_{b_1}^{in}(\omega) - \delta\hat{X}_{b_2}^{in}(\omega)]}{\gamma' + i\omega\tau + \chi\alpha_0} \\ \delta\hat{Y}_1(\omega) + \delta\hat{Y}_2(\omega) &= \frac{\sqrt{2\gamma}[\delta\hat{Y}_{a_1}^{in}(\omega) - \delta\hat{Y}_{a_2}^{in}(\omega)] + \sqrt{2\mu}[\delta\hat{Y}_{b_1}^{in}(\omega) - \delta\hat{Y}_{b_2}^{in}(\omega)]}{\gamma' + i\omega\tau + \chi\alpha_0}\end{aligned}\quad (2.29)$$

按照腔的输入输出关系式, 得到:

$$\begin{aligned}\delta\hat{X}_1^{out}(\omega) - \delta\hat{X}_2^{out}(\omega) &= \sqrt{2\gamma}[\delta\hat{X}_1(\omega) - \delta\hat{X}_2(\omega)] - [\delta\hat{X}_{a_1}^{in}(\omega) - \delta\hat{X}_{a_2}^{in}(\omega)] \\ \delta\hat{Y}_1^{out}(\omega) + \delta\hat{Y}_2^{out}(\omega) &= \sqrt{2\gamma}[\delta\hat{Y}_1(\omega) + \delta\hat{Y}_2(\omega)] - [\delta\hat{Y}_{a_1}^{in}(\omega) + \delta\hat{Y}_{a_2}^{in}(\omega)]\end{aligned}\quad (2.30)$$

那么, 两个基频模的正交分量关联噪声谱为:

$$S_{\hat{x}_1-\hat{x}_2}^{out} = \left\langle \left| \delta\hat{X}_1^{out}(\omega) - \delta\hat{X}_2^{out}(\omega) \right|^2 \right\rangle = 1 - \frac{4\xi\sigma}{\omega^2\tau^2/\gamma'^2 + (1+\sigma)^2} = 1 - \frac{4\xi\sigma}{\Omega^2 + (1+\sigma)^2} \quad (2.31)$$

$$S_{\hat{y}_1+\hat{y}_2}^{out} = \left\langle \left| \delta\hat{Y}_1^{out}(\omega) + \delta\hat{Y}_2^{out}(\omega) \right|^2 \right\rangle = 1 - \frac{4\xi\sigma}{\Omega^2 + (1+\sigma)^2} = S_{\hat{x}_1-\hat{x}_2}^{out}$$

按照前面的计算方法，同理，可获得：

$$S_{\hat{x}_1+\hat{x}_2}^{out} = S_{\hat{y}_1-\hat{y}_2}^{out} = 1 + \frac{4\xi\sigma}{\Omega^2 + (1-\sigma)^2} \quad (2.32)$$

其中， $\Omega=\omega\tau/\gamma'$ 为归一化到腔带宽的分析频率， $\xi=\gamma/\gamma'$ 为 OPO 的输出耦合效率， σ 为归一化的泵浦参数。可以看出，NOPO 输出光场的正交振幅差与正交位相和的起伏方差都小于相应的散粒噪声基准。满足两模不可分判据 $S_{\hat{x}_1-\hat{x}_2}^{out} S_{\hat{y}_1+\hat{y}_2}^{out} < 1$ ，具有振幅正关联、位相反关联的特性，这就是连续变量纠缠态。式(2.32)则是 NOPO 输出光场的正交振幅之和与正交相位之差的起伏，它们的值是大于 1 的。且有 $S_{\hat{x}_1+\hat{x}_2}^{out} S_{\hat{y}_1-\hat{y}_2}^{out} = S_{\hat{x}_1-\hat{x}_2}^{out} S_{\hat{y}_1+\hat{y}_2}^{out} > 1$ ，这符合量子力学里的测不准原理。在归一化泵浦参数一定的情况下，两个小于 1 的关联噪声谱的关联度随输出耦合效率的增大而增大，随归一化频率的增大而减小。图 2.3 为在归一化泵浦参数 $\sigma=0.5$ 时，正交振幅差与正交位相和的噪声随输出耦合效率及归一化频率的变化曲线。

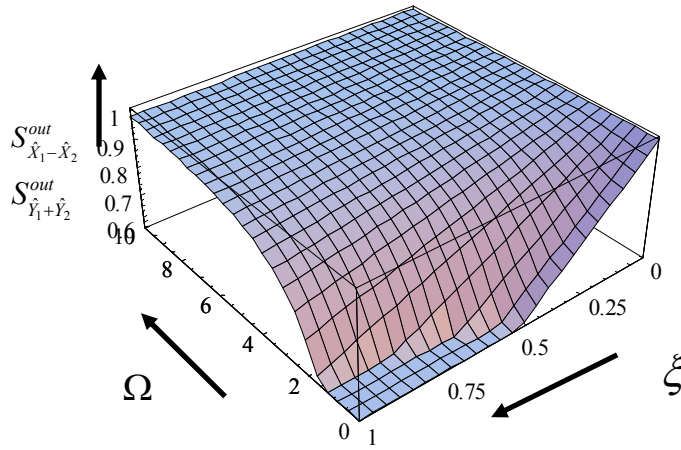


图 2.3 在 $\sigma=0.5$ 处，振幅差，位相和的噪声功率谱与输出耦合效率 ξ 及归一化频率 Ω 的关系

根据以上讨论，NOPO 输出光场的两下转换模的真空起伏具有量子纠缠特性。考虑两下转换模频率简并的特例， $\omega_1 = \omega_2 = \omega = \omega_0/2$ ，这时，考虑 45° 方向上的偏振耦合模(图 2.4 所示)噪声。图中 \hat{a}_1, \hat{a}_2 是 NOPO 输出光场的两下转换模。 \hat{d}_1, \hat{d}_2 是

它们在 45° 偏振正交基上的耦合模，与本征模 \hat{a}_1 , \hat{a}_2 相对应。耦合模与本征模间的关系为：

$$\hat{d}_1 = (\hat{a}_1 - \hat{a}_2) / \sqrt{2} \quad (2.33)$$

$$\hat{d}_2 = (\hat{a}_1 + \hat{a}_2) / \sqrt{2} \quad (2.34)$$

正交分量之间的关系为：

$$\begin{aligned} \hat{X}_{d_1} &= (\hat{X}_1 - \hat{X}_2) / \sqrt{2} & \hat{Y}_{d_1} &= (\hat{Y}_1 - \hat{Y}_2) / \sqrt{2} \\ \hat{X}_{d_2} &= (\hat{X}_1 + \hat{X}_2) / \sqrt{2} & \hat{Y}_{d_2} &= (\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2) / \sqrt{2} \end{aligned} \quad (2.35)$$

同前面计算过程一样，可以得到：

$$S_{\hat{X}_1 - \hat{X}_2}^{out} = S_{\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2}^{out} = 1 - \frac{4\xi\sigma}{(1+\sigma)^2 + \Omega^2} \quad (2.36)$$

$$S_{\hat{X}_1 + \hat{X}_2}^{out} = S_{\hat{Y}_1 - \hat{Y}_2}^{out} = 1 + \frac{4\xi\sigma}{(1-\sigma)^2 + \Omega^2} \quad (2.37)$$

其中， Ω 、 σ 、 ξ 定义与前面相同。

由式(2.33)、(2.34)，耦合模 \hat{d}_1, \hat{d}_2 的噪声谱分别为：

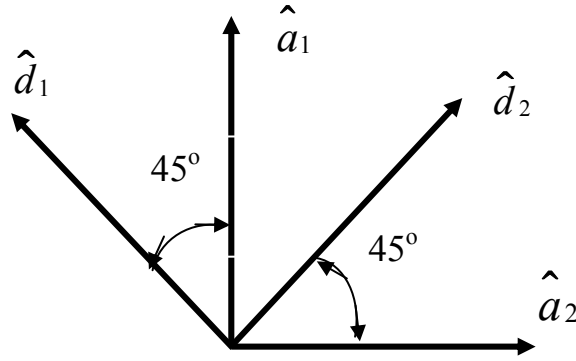


图 2.4 NOPO 输出场的两模与在 45° 方向上偏振相互垂直的耦合模 \hat{d}_1, \hat{d}_2

$$S_{\hat{X}_{d_1}}^{out}(\Omega) = \left\langle \left| \delta \hat{X}_{d_1}^{out}(\Omega) \right|^2 \right\rangle = 1 - \frac{4\xi\sigma}{(1+\sigma)^2 + \Omega^2} \quad (2.38)$$

$$S_{\hat{Y}_{d_2}}^{out}(\Omega) = \left\langle \left| \delta \hat{Y}_{d_2}^{out}(\Omega) \right|^2 \right\rangle = 1 - \frac{4\xi\sigma}{(1+\sigma)^2 + \Omega^2} \quad (2.39)$$

$$S_{\hat{Y}_{d_1}}^{out}(\Omega) = \left\langle \left| \delta \hat{Y}_{d_1}^{out}(\Omega) \right|^2 \right\rangle = 1 + \frac{4\xi\sigma}{\Omega^2 + (1-\sigma)^2} \quad (2.40)$$

$$S_{\hat{X}_{d_2}}^{out}(\Omega) = \left\langle \left| \delta \hat{X}_{d_2}^{out}(\Omega) \right|^2 \right\rangle = 1 + \frac{4\xi\sigma}{\Omega^2 + (1-\sigma)^2} \quad (2.41)$$

从式(2.38)、(2.39)可以看出， \hat{d}_1 模具有振幅压缩特性， \hat{d}_2 模具有相位压缩特性，且两模的正交分量均满足测不准关系。

从以上的分析可以看出，耦合模的压缩与本征模的纠缠在本质上是相同的，所以又被称为双模压缩纠缠态。

2.2.4 阈值以上NOPO产生的孪生光束的非经典特性

阈值以上的非简并光学参量振荡器两下转换模的频率和初位相满足关系式：

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_0 \quad \theta_1 + \theta_2 = \theta_0 \quad (2.42)$$

同时产生，将内腔两下转换模的算符写为平均值与起伏的形式：

$$\hat{a}_i = [\alpha_i + \delta \hat{a}_i] e^{i\theta} \quad (i = 0, 1, 2) \quad (2.43)$$

其中， $\delta \hat{a}_i$ 表示内腔模的起伏算符。将式(2.42)代入起伏的运动方程式，并将阈值以上的稳态解代入，可以求得：

$$\begin{aligned} \tau \delta \dot{\hat{a}}_0 &= -\gamma'_0 \delta \hat{a}_0 - \sqrt{\gamma'_0 \gamma'(\sigma-1)} \delta \hat{a}_2 - \sqrt{\gamma'_0 \gamma'(\sigma-1)} \delta \hat{a}_1 + \sqrt{2\gamma_0} \delta \hat{a}_0^{in} + \sqrt{2\mu_0} \delta \hat{b}_0^{in} \\ \tau \delta \dot{\hat{a}}_1 &= -\gamma' \delta \hat{a}_1 + \gamma' \delta \hat{a}_2^+ + \sqrt{\gamma'_0 \gamma'(\sigma-1)} \delta \hat{a}_0 + \sqrt{2\gamma} \delta \hat{a}_1^{in} + \sqrt{2\mu} \delta \hat{b}_1^{in} \\ \tau \delta \dot{\hat{a}}_2 &= -\gamma' \delta \hat{a}_2 + \gamma' \delta \hat{a}_1^+ + \sqrt{\gamma'_0 \gamma'(\sigma-1)} \delta \hat{a}_0 + \sqrt{2\gamma} \delta \hat{a}_2^{in} + \sqrt{2\mu} \delta \hat{b}_2^{in} \end{aligned} \quad (2.44)$$

在泵浦光不共振的双共振条件下，采用绝热近似，令 $\tau \delta \dot{\hat{a}}_0 = 0$ 得到：

$$\delta \hat{a}_0 = [-\sqrt{\gamma'_0 \gamma'(\sigma-1)} \delta \hat{a}_2 - \sqrt{\gamma'_0 \gamma'(\sigma-1)} \delta \hat{a}_1 + \sqrt{2\gamma_0} \delta \hat{a}_0^{in} + \sqrt{2\mu_0} \delta \hat{b}_0^{in}] / \gamma'_0 \quad (2.45)$$

把 $\delta \hat{a}_0$ 的值代入(2.44)的第二式和第三式获得 $\delta \hat{a}_1$ ， $\delta \hat{a}_2$ 的运动方程：

$$\begin{aligned} \tau \delta \dot{\hat{a}}_1 + \sigma \gamma' \delta \hat{a}_1 &= \gamma' \delta \hat{a}_2^+ - \gamma'(\sigma-1) \delta \hat{a}_2 + [\sqrt{2\gamma_0 \gamma'_0 \gamma'(\sigma-1)} / \gamma'_0] \delta \hat{a}_0^{in} \\ &\quad + [\sqrt{2\mu_0 \gamma'_0 \gamma'(\sigma-1)} / \gamma'_0] \delta \hat{b}_0^{in} + \sqrt{2\gamma} \delta \hat{a}_1^{in} + \sqrt{2\mu} \delta \hat{b}_1^{in} \\ \tau \delta \dot{\hat{a}}_2 + \sigma \gamma' \delta \hat{a}_2 &= \gamma' \delta \hat{a}_1^+ - \gamma'(\sigma-1) \delta \hat{a}_1 + [\sqrt{2\gamma_0 \gamma'_0 \gamma'(\sigma-1)} / \gamma'_0] \delta \hat{a}_0^{in} \\ &\quad + [\sqrt{2\mu_0 \gamma'_0 \gamma'(\sigma-1)} / \gamma'_0] \delta \hat{b}_0^{in} + \sqrt{2\gamma} \delta \hat{a}_2^{in} + \sqrt{2\mu} \delta \hat{b}_2^{in} \end{aligned} \quad (2.46)$$

根据光场正交振幅位相分量 \hat{X} 和 \hat{Y} 的 Boson 算符的关系式(1.2)和(1.3)式，可得到正交分量的起伏运动方程：

$$\begin{aligned}
\tau\delta\dot{\hat{X}}_1 + \sigma\gamma'\delta\hat{X}_1 &= \gamma'\delta\hat{X}_2 - \gamma'(\sigma-1)\delta\hat{X}_2 + [\sqrt{2\gamma_0\gamma_0'\gamma'(\sigma-1)}/\gamma_0']\delta\hat{X}_{a0}^{in} \\
&\quad + [\sqrt{2\mu_0\gamma_0'\gamma'(\sigma-1)}/\gamma_0']\delta\hat{X}_{b0}^{in} + \sqrt{2\gamma}\delta\hat{X}_{a1}^{in} + \sqrt{2\mu}\delta\hat{X}_{b1}^{in} \\
\tau\delta\dot{\hat{X}}_2 + \sigma\gamma'\delta\hat{X}_2 &= \gamma'\delta\hat{X}_1 - \gamma'(\sigma-1)\delta\hat{X}_1 + [\sqrt{2\gamma_0\gamma_0'\gamma'(\sigma-1)}/\gamma_0']\delta\hat{X}_{a0}^{in} \\
&\quad + [\sqrt{2\mu_0\gamma_0'\gamma'(\sigma-1)}/\gamma_0']\delta\hat{X}_{b0}^{in} + \sqrt{2\gamma}\delta\hat{X}_{a2}^{in} + \sqrt{2\mu}\delta\hat{X}_{b2}^{in} \\
\tau\delta\dot{\hat{Y}}_1 + \sigma\gamma'\delta\hat{Y}_1 &= -\gamma'\delta\hat{Y}_2 - \gamma'(\sigma-1)\delta\hat{Y}_2 + [\sqrt{2\gamma_0\gamma_0'\gamma'(\sigma-1)}/\gamma_0']\delta\hat{Y}_{a0}^{in} \\
&\quad + [\sqrt{2\mu_0\gamma_0'\gamma'(\sigma-1)}/\gamma_0']\delta\hat{Y}_{b0}^{in} + \sqrt{2\gamma}\delta\hat{Y}_{a1}^{in} + \sqrt{2\mu}\delta\hat{Y}_{b1}^{in} \\
\tau\delta\dot{\hat{Y}}_2 + \sigma\gamma'\delta\hat{Y}_2 &= -\gamma'\delta\hat{Y}_1 - \gamma'(\sigma-1)\delta\hat{Y}_1 + [\sqrt{2\gamma_0\gamma_0'\gamma'(\sigma-1)}/\gamma_0']\delta\hat{Y}_{a0}^{in} \\
&\quad + [\sqrt{2\mu_0\gamma_0'\gamma'(\sigma-1)}/\gamma_0']\delta\hat{Y}_{b0}^{in} + \sqrt{2\gamma}\delta\hat{Y}_{a2}^{in} + \sqrt{2\mu}\delta\hat{Y}_{b2}^{in}
\end{aligned} \tag{2.47}$$

定义腔内两下转换模的振幅差分量和位相差分量分别为：

$$\begin{aligned}
\hat{r} &= (\hat{X}_1 - \hat{X}_2)/\sqrt{2} \\
\hat{s} &= (\hat{Y}_1 - \hat{Y}_2)/\sqrt{2}
\end{aligned} \tag{2.48}$$

根据方程(2.47)可以求得振幅差分量起伏方程与位相差分量起伏方程

$$\begin{aligned}
\tau\delta\dot{\hat{r}} &= -2\gamma'\delta\hat{r} + \sqrt{2\gamma}\delta\hat{r}_a^{in} + \sqrt{2\mu}\delta\hat{r}_b^{in} \\
\tau\delta\dot{\hat{s}} &= \sqrt{2\gamma}\delta\hat{s}_a^{in} + \sqrt{2\mu}\delta\hat{s}_b^{in}
\end{aligned} \tag{2.49}$$

其中

$$\begin{aligned}
\delta\hat{r}_{a(b)}^{in} &= \delta[\hat{X}_{a(b)1}^{in} - \hat{X}_{a(b)2}^{in}] / \sqrt{2} \\
\delta\hat{s}_{a(b)}^{in} &= \delta[\hat{Y}_{a(b)1}^{in} - \hat{Y}_{a(b)2}^{in}] / \sqrt{2}
\end{aligned} \tag{2.50}$$

表示相应的真空输入场起伏。将(2.49)式进行傅里叶变换，得到

$$\begin{aligned}
i\omega\tau\delta\hat{r}(\omega) + 2\gamma'\delta\hat{r}(\omega) &= \sqrt{2\gamma}\delta\hat{r}_a^{in}(\omega) + \sqrt{2\mu}\delta\hat{r}_b^{in}(\omega) \\
i\omega\tau\delta\hat{s}(\omega) &= \sqrt{2\gamma}\delta\hat{s}_a^{in}(\omega) + \sqrt{2\mu}\delta\hat{s}_b^{in}(\omega)
\end{aligned} \tag{2.51}$$

由此解出内腔场的振幅差分量和位相差分量起伏：

$$\begin{aligned}
\delta\hat{r}(\omega) &= [\sqrt{2\gamma}\delta\hat{r}_a^{in}(\omega) + \sqrt{2\mu}\delta\hat{r}_b^{in}(\omega)] / (2\gamma' + i\omega\tau) \\
\delta\hat{s}(\omega) &= [\sqrt{2\gamma}\delta\hat{s}_a^{in}(\omega) + \sqrt{2\mu}\delta\hat{s}_b^{in}(\omega)] / i\omega\tau
\end{aligned} \tag{2.52}$$

按照M. J. Collett and C. W. Gardiner提出的输入输出关系式^[103,104]，得到输出的孪生光束振幅差和位相差起伏分别为：

$$\begin{aligned}
 \delta\hat{r}^{out}(\omega) &= \sqrt{2\gamma}\delta\hat{r}(\omega) - \delta\hat{r}_a^{in}(\omega) \\
 &= \frac{(2\gamma - 2\gamma' - i\omega\tau)\delta\hat{r}_a^{in}(\omega) + 2\sqrt{\gamma\mu}\delta\hat{r}_b^{in}(\omega)}{2\gamma' + i\omega\tau} \\
 \delta\hat{s}^{out}(\omega) &= \sqrt{2\gamma}\delta\hat{s}(\omega) - \delta\hat{s}_a^{in}(\omega) \\
 &= \frac{(2\gamma - i\omega\tau)\delta\hat{s}_a^{in}(\omega) + 2\sqrt{\gamma\mu}\delta\hat{s}_b^{in}(\omega)}{i\omega\tau}
 \end{aligned} \tag{2.53}$$

对于真空输入场 $\delta\hat{r}_{a(b)}^{in}$ ，其归一化噪声功率谱 $\langle |\delta\hat{r}_{a(b)}^{in}(\omega)|^2 \rangle = 1$ 。因此，NOPO 输出的孪生光束的振幅差和位相差的噪声功率谱为：

$$\begin{aligned}
 S_r^{out}(\omega) &= \langle |\delta\hat{r}^{out}(\omega)|^2 \rangle = 1 - \frac{4\xi}{\omega^2\tau^2/\gamma'^2 + 4} = 1 - \frac{4\xi}{\Omega^2 + 4} \\
 S_s^{out}(\omega) &= \langle |\delta\hat{s}^{out}(\omega)|^2 \rangle = 1 + \frac{4\xi}{\omega^2\tau^2/\gamma'^2} = 1 + \frac{4\xi}{\Omega^2}
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

根据同样的计算方法，定义位相和分量 $\hat{l} = (\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2)/\sqrt{2}$ ，可以得出阈值以上 NOPO 输出的孪生光束的位相和噪声功率谱密度为：

$$S_l^{out}(\omega) = \langle |\delta\hat{l}^{out}(\omega)|^2 \rangle = 1 - \frac{4\xi}{\Omega^2 + 4\sigma^2} \tag{2.55}$$

在(2.54)和(2.55)中， Ω ， ξ ， σ 定义与前面相同。由于 $1 > \xi > 0$ ，由式(2.54)和(2.55)可知，两下转换模振幅差和位相和的噪声功率谱总是小于标准量子极限 1 的噪声方差，在零频处具有最小值，且噪声功率谱随着输出耦合效率的增大而增大，随频率的增加而减小；振幅差噪声功率谱不受泵浦功率的影响，而位相和噪声功率谱随泵

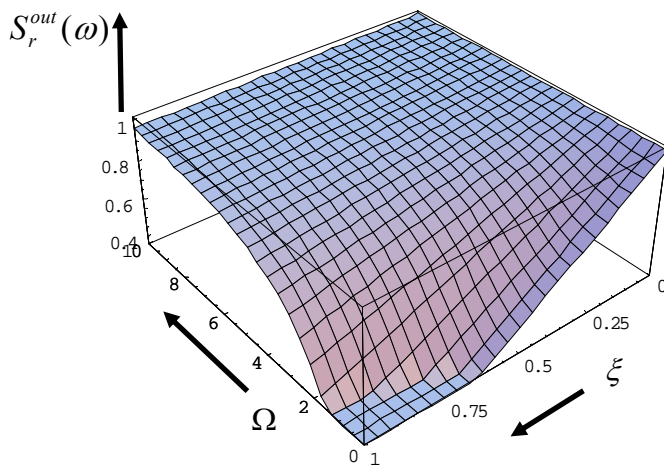


图 2.5 振幅差的噪声功率谱与输出耦合效率 ξ 及归一化频率 Ω 的关系

浦功率的增大而减小。图 2.5 为孪生光束的振幅差噪声功率谱随输出耦合效率 ξ 及归

一化频率 Ω 的关系；图 2.6 为在 $\Omega = 0$ 处，孪生光束位相和的噪声功率谱随输出耦合效率 ξ 及归一化泵浦参数 σ 的变化关系。

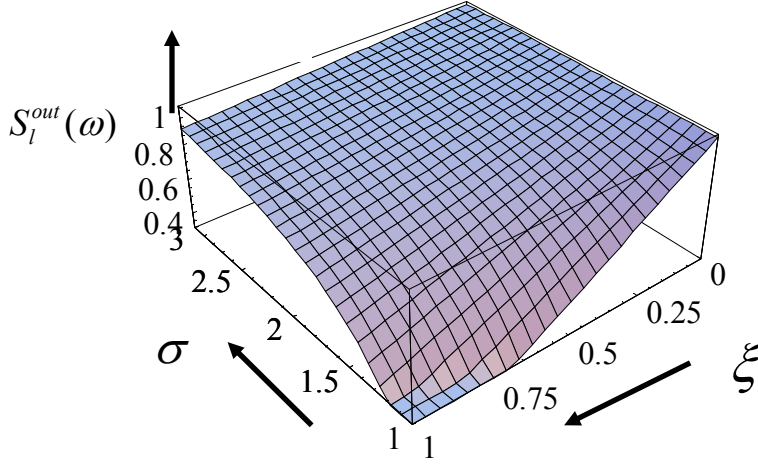


图 2.6 在频率归一化 $\Omega = 0$ 处，位相和的噪声功率谱与输出耦合效率 ξ 及归一化泵浦参数 σ 的关系

位相差噪声功率谱总是大于 SNL，但振幅差与位相差乘积仍然满足测不准关系：

$$S_r^{out}(\omega)S_s^{out}(\omega) = 1 + \frac{16\xi(1-\xi)}{(\Omega^2 + 4)\Omega^2} \geq 1 \quad (2.56)$$

这符合量子力学测不准原理。

而振幅差与位相和的乘积满足量子纠缠态的不可分判据：

$$\begin{aligned} S_r^{out}(\omega)S_l^{out}(\omega) &= \left\langle \left| \delta \hat{r}^{out}(\omega) \right|^2 \right\rangle \left\langle \left| \delta \hat{l}^{out}(\omega) \right|^2 \right\rangle \\ &= \left(1 - \frac{4\xi}{\Omega^2 + 4}\right) \left(\frac{4\xi}{\Omega^2 + 4\sigma^2}\right) < 1 \end{aligned} \quad (2.57)$$

运转于阈值以上的 NOPO，输出的孪生光束的平均光强远远高于光场的量子起伏，因此，可以对光强的量子起伏作线性化处理^[107]。

$$\hat{I}_i = \hat{a}_i^+ \hat{a}_i \quad (2.58)$$

$$\delta \hat{I}_i = \alpha_i (\delta \hat{a}_i + \delta \hat{a}_i^+) = \alpha_i \delta \hat{X}_i \quad (2.59)$$

$$\delta(\hat{I}_1^{out} - \hat{I}_2^{out}) = \alpha(\delta \hat{X}_1^{out} - \delta \hat{X}_2^{out}) = \sqrt{2}\alpha \delta \hat{r}^{out} \quad (2.60)$$

由式(2.60)可以看出，孪生光束两模间的强度差起伏与它们间振幅差起伏成正比。据(2.60)求得孪生光束两模间的强度差噪声功率谱^{[33][102]}：

$$S_M(\omega) = S_0 S_r^{out}(\omega) \quad (2.61)$$

其中， S_0 是强度差的散粒噪声极限^[90]，它等于两孪生光束平均光强之和

$S_0 = 2\alpha^2 = 2\bar{I}$ 。因此孪生光束强度差噪声功率谱 $S_{\Delta I}(\Omega)$ 随归一化频率 $\Omega = \omega\tau/\gamma'$ 及输出耦合效率 $\xi = \gamma/\gamma'$ 的变化关系曲线与相对应的振幅差噪声功率谱 $S_r^{out}(\omega)$ 归一化到强度差的散粒噪声极限的变化关系曲线完全一样，关联度随频率的增加而减小，随输出耦合效率的增加而增加。

从以上讨论可以看出，运转于阈值以上的 NOPO 腔可以输出具有纠缠特性的孪生光束，两个下转换模具有振幅差、位相和的纠缠特性。其强度差与振幅差相对应，分析频率越低压缩度越大，输出耦合效率越高压缩度越大。输出耦合效率一定时，最大压缩发生在零频处。

2.3 NOPO产生非经典光场的探测

2.3.1 NOPO腔产生双模压缩真空态的探测

阈值以下 NOPO 腔产生的双模压缩态，光强通常很弱，一般借助于本地光，使用平衡零拍探测系统(图 2.7 所示)进行测量。

如图所示，本底光 E_L 和待测信号光 E_S 分别从 50% 光学分束器 (BS) 的两个通道入射，出射光场为两相干迭加光场 E_a 、 E_b ，并分别被一对平衡的高量子效率光电探测器 D_1 和 D_2 探测后，再经过一个减法器 (Sub) 输出。本底振荡光与信号光的场强可以分别写成：

$$\hat{E}_L = \hat{X}_L \cos(\omega t) + \hat{Y}_L \sin(\omega t) \quad (2.62)$$

$$\hat{E}_S = \hat{X}_S \cos(\omega t + \theta) + \hat{Y}_S \sin(\omega t + \theta) \quad (2.63)$$

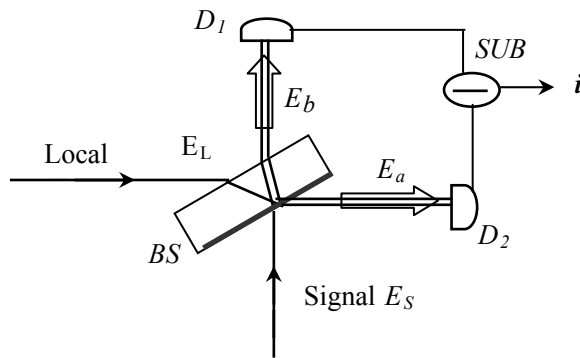


图 2.7 平衡零拍探测系统

θ 表示相干光场与信号场的相位差。容易得到，两相干迭加光场为：

$$\begin{aligned}\hat{E}_a &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{E}_L - \hat{E}_S) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\left(\hat{X}_L - \hat{X}_S \cos \theta - \hat{Y}_S \sin \theta\right) \cos \omega t + \left(\hat{Y}_L + \hat{X}_S \sin \theta - \hat{Y}_S \cos \theta\right) \sin \omega t\right\}\end{aligned}\quad (2.64a)$$

$$\begin{aligned}\hat{E}_b &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{E}_L + \hat{E}_S) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\left(\hat{X}_L + \hat{X}_S \cos \theta + \hat{Y}_S \sin \theta\right) \cos \omega t + \left(\hat{Y}_L - \hat{X}_S \sin \theta + \hat{Y}_S \cos \theta\right) \sin \omega t\right\}\end{aligned}\quad (2.65b)$$

探测器 D_1 、 D_2 接收到的光强分别为：

$$I_a = \frac{1}{8}\left\{\left(\hat{X}_L - \hat{X}_S \cos \theta - \hat{Y}_S \sin \theta\right)^2 + \left(\hat{Y}_L + \hat{X}_S \sin \theta - \hat{Y}_S \cos \theta\right)^2\right\}\quad (2.66a)$$

$$I_b = \frac{1}{8}\left\{\left(\hat{X}_L + \hat{X}_S \cos \theta + \hat{Y}_S \sin \theta\right)^2 + \left(\hat{Y}_L - \hat{X}_S \sin \theta + \hat{Y}_S \cos \theta\right)^2\right\}\quad (2.67b)$$

平衡零拍探测系统测量的光强差起伏 $\delta(\hat{I}_b - \hat{I}_a)$ 与输出的光电流噪声成正比。由于光场振幅和位相分量的平均值： $\langle \hat{X}_L \rangle = \bar{X}$ ， $\langle \hat{Y}_L \rangle = 0$ ； $\langle \hat{X}_S \rangle = \bar{X}_s \ll \bar{X}$ ， $\langle \hat{Y}_S \rangle = 0$ ，可以求得：

$$\delta(\hat{I}_b - \hat{I}_a) = \bar{X} \left[\delta \hat{X}_S \cos \theta + \delta \hat{Y}_S \sin \theta \right] / 2\quad (2.68)$$

平衡零拍探测系统检测的入射光噪声功率：

$$\left\langle \left[\delta(\hat{I}_b - \hat{I}_a) \right]^2 \right\rangle = \bar{X}^2 \left[\langle \delta \hat{X}_S^2 \rangle \cos^2 \theta + \langle \delta \hat{Y}_S^2 \rangle \sin^2 \theta \right] / 2\quad (2.69)$$

由于平衡零拍探测系统中本地信号光的强度远远高于待测信号光的强度，待测场平均光子数可以忽略，挡掉入射场，只留本地光输入，相当于输入待测场为真空场，此时获得的光电流噪声谱即为相应的 SNL。从上式可以看出，通过选择本地振荡光与压缩信号光的相对位相差，平衡零拍探测系统就可以测出相对应的压缩光场。当 $\theta = 0$ 时，得到 $\left\langle \left[\delta(\hat{I}_b - \hat{I}_a) \right]^2 \right\rangle = \bar{X}^2 \langle \delta \hat{X}_S^2 \rangle / 4$ ，测得信号场正交振幅分量的噪声。当 $\theta = \pi/2$ 时，则 $\left\langle \left[\delta(\hat{I}_b - \hat{I}_a) \right]^2 \right\rangle = \bar{X}^2 \langle \delta \hat{Y}_S^2 \rangle / 4$ ，测得信号场的正交位相分量的噪声。

2.3.2 孪生光束强度差压缩的探测

阈值以上非简并光学参量振荡器产生的一对孪生光束，偏振垂直，频率非简并，光场功率较高。根据其特点，对孪生光束的强度差噪声起伏进行测量，可以选用图 2.8 所示的自平衡零拍探测系统，该系统由一个半波片($\lambda/2$ 波片)、一个用于分开下转

换产生的孪生光束的偏振分束器(PBS)、一对高量子效率的平衡探测器(D_a 、 D_b)和一个减法器(-)组成。假设一对孪生光束的场强分别为 E_1 、 E_2 ，其中一束光的偏振方向与偏振分束器的通光方向平行，另一束与偏振分束器的通光方向垂直，因此，用偏振分束器很容易将两模分开。

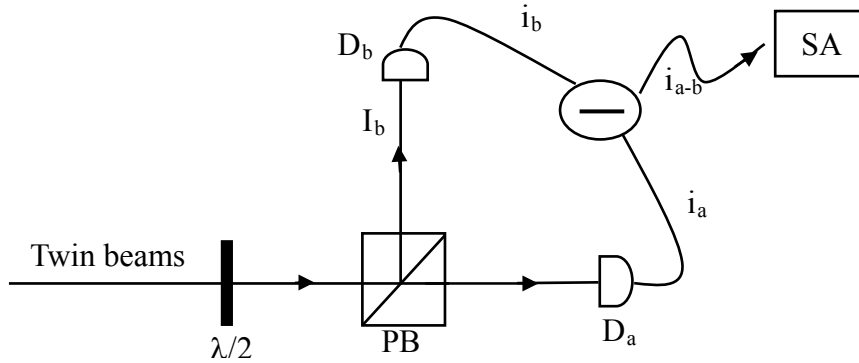


图 2.8 孪生光束强度关联探测装置图

$\lambda/2$: 半波片 PBS: 偏振分束棱镜 $D_a D_b$: 高量子效率探测器
Twin beams: 孪生光束 -: 减法器 SA: 频谱分析仪

当 $\lambda/2$ 波片的光轴与孪生光束的单臂光 E_1 的夹角为 θ 时，这对孪生光束通过PBS后，被分成与 E_1 、 E_2 对应的两束光 E_a 、 E_b ：

$$\begin{aligned} E_a &= E_1 \cos 2\theta - E_2 \sin 2\theta \\ E_b &= E_1 \sin 2\theta + E_2 \cos 2\theta \end{aligned} \quad (2.70)$$

探测器 D_a 、 D_b 将测得的光的强度转化为光电流 i_a 、 i_b ，在理想情况下，光的强度起伏 $\delta I_{a(b)}$ 与探测器输出的光电流起伏 $\delta i_{a(b)}$ 成正比^[101]。将此光电流起伏信号经过减法器相减后输入到谱仪进行噪声分析。谱仪输出的噪声功率谱 $S_\theta(\omega)$ 可以表示为^[96]：

$$S_\theta(\omega) = (S_M \cos^2 4\theta + S_0 \sin^2 4\theta) \quad (2.71)$$

当 $\theta = 0^\circ$ 时， $\lambda/2$ 波片不起作用，孪生光束两臂相当于直接入射到探测器 D_a 、 D_b 上，此时系统测量的信号是孪生光束的强度直接相减的结果，即强度差噪声谱 S_M 。当 $\theta = 22.5^\circ$ 时，孪生光束在由半波片和偏振分束器组成的50%分束器上相干叠加，此时系统测量的信号是孪生光束所对应的散粒噪声基准 S_0 。

实际上，在孪生光束强度差压缩测量中，测量系统是非理想的，光学元件和探测元件都存在着如表面反射、散射，以及吸收等损耗，孪生光束之间的量子关联会因为这些损耗的引入而降低。引入反射率 $R=\delta$ 的分束器模型来描述这些损耗^[108-109]，

如图 2.9 所示，被测光束经过分束器后与耦合进入的真空场 E_{vi} 叠加，场强变为：

$$\hat{E}'_i = \sqrt{1-\delta} \hat{E}_i + \sqrt{\delta} \hat{E}_{vi} \quad (2.72)$$

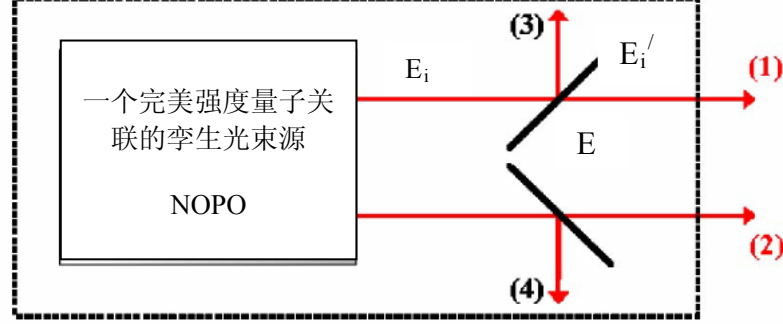


图 2.9 由于光学元件损耗引入了真空噪声

相应的正交振幅分量变为：

$$\hat{X}'_i = \sqrt{1-\delta} \hat{X}_i + \sqrt{\delta} \hat{X}_{vi} \quad (2.73)$$

孪生光束强度差起伏成为：

$$\begin{aligned} \delta(\hat{I}'_1 - \hat{I}'_2) &= \alpha\sqrt{1-\delta} [\delta(\hat{X}'_1 - \hat{X}'_2)] \\ &= \alpha' [\delta(\hat{X}'_1 - \hat{X}'_2)] \\ &= \sqrt{2}\alpha'(\sqrt{1-\delta}\delta\hat{r} + \sqrt{\delta}\delta\hat{r}_v) \end{aligned} \quad (2.74)$$

其中， α' 为引入损耗后的平均振幅， $\delta\hat{r}_v = \delta(\hat{X}_{v1} - \hat{X}_{v2})/\sqrt{2}$ ，为由真空输入场引入的振幅差起伏，前面已经介绍过，真空场的噪声谱 $\langle |\delta\hat{r}_v(\omega)|^2 \rangle = 1$ 。那么，通过损耗后，实际测量的孪生光束强度差噪声功率谱变为：

$$S'_{\Delta'}(\omega) = S'_0 [(1-\delta)S_r(\omega) + \delta] \quad (2.75)$$

S'_0 为实际探测到的散粒噪声极限。

因为，总效率 $\eta = 1 - \delta$ ，实测压缩度又可以表示为：

$$S'_{\Delta'}(\omega) = S'_0 [\eta S_r(\omega) + 1 - \eta] = S'_0 \left(1 - \frac{4\xi\eta}{\omega^2\tau^2/\gamma'^2 + 4}\right) = S'_0 \left(1 - \frac{4\xi\eta}{\Omega^2 + 4}\right) \quad (2.76)$$

由此可见，孪生光束在传播过程中，元件的损耗与不完善探测都会降低强度差压缩度。

2.4 本章小结

本章从量子朗之万运动方程出发，通过 NOPO 内腔三模—泵浦模、信号模和闲

置模的相互作用关系, 分析了 NOPO 输出场的稳态解及量子起伏。计算了阈值以下的 NOPO 输出光场的双模纠缠特性及耦合模压缩特性; 阈值以上的 NOPO 输出孪生光束的纠缠特性及强度关联特性。分析了相应的噪声谱随腔参数的变化关系。分析表明 NOPO 腔输出光场(包括两种非经典光场)较高的压缩度发生在较高的输出耦合效率, 以及较低的分析频率处。

最后介绍了工作于阈值以下的 NOPO 产生双模压缩真空态的探测方法及阈值以上的 NOPO 产生孪生光束的强度差压缩探测方法。并在分束器模型下对光路中的损耗和非理想探测对测量结果的影响进行了分析。

第三章 强度量子关联孪生光束的产生与关联传递

3.1 引言

将一个系统的量子特性传递到另外一个系统^[110]是量子通讯的必要条件。比如通过强耦合腔 QED^[111]或电磁诱导透明^[112]可以实现光与原子间量子态的传递,通过量子频率转换可以把一个波长的量子特性转移到另一个波长^[113]。量子离物传态(Quantum Teleportation)是一借助于量子纠缠^[114,66,68,115],进行量子态传递的经典例子。量子纠缠交换可以使得没有直接相互作用的两个远离的量子系统产生纠缠,是建立量子信息网络的重要基础。目前,已经有不少基于连续变量EPR纠缠态^[116--118]来进行量子特性传递的实验方案被提出,但实验实现难度较大,其中一个主要原因是这些方案中,都需要较高的EPR关联度和稳定性。而用以获得EPR纠缠光束的实验系统主要是工作在阈值以下的光学参量放大器,需要严格锁定注入光与抽运光的相对位相。

与EPR纠缠不同,孪生光束的强度差是低于相应的散粒噪声基准的,因此,只需要测量光场的强度。而且,孪生光束是由运转于阈值以上的NOPO产生的,具有较高的输出功率,实验上不需要复杂的相位锁定系统,到目前为止,超过9dB的强度关联孪生光束已经被产生^[39]。

2002年,Zhang Yun等人^[119]通过同时采集时域上孪生光束的两个输出光场的起伏,并通过后续程序加以处理,得到三种光子数统计分布。随后,法国的Fabre小组首次在连续变量领域利用7.5dB的强度关联光,条件制备了噪声低于SNL 4.4dB的具有亚泊松分布的强度压缩光场^[120]。这个实验也证明了孪生光束的信号模和闲置模之间具有非局域关联的特性,即使我们将信号模和闲置模在空间上分开,它们之间的关联也不会发生改变。2006年,山西大学光电研究所采用直接测量的方式制备出了可调谐的亚泊松光场^[32]。2005年,Zhang Yun等人^[121]在时域中分别对从两个不同OPO输出的两对孪生光束进行数据采集并通过程序处理后,使得从不同OPO输出的两束互相独立的光产生了强度量子关联。但这种关联也是建立在后选择的基础上的,是强度量子关联的条件传递,光束本身并不存在任何关联。

本文利用孪生光束之间的强度量子关联特性,实现了两对孪生光束之间强度量子关联的传递,使得两束不同波长且完全独立的光场之间产生了真正的光与光之间的量子关联。由于强度量子关联传递可以使得没有直接相互作用的两个远离的量子系统产生关联,所以对建立量子信息网络和实现长程量子通讯具有一定的意义。另一方面,孪生光束的强度关联受腔带宽、传播损耗方面的影响,在给定系统的基础

上，我们通过时域数据采集的方法，对孪生光束进行了时域内强度量子关联特性的研究。

3.2 孪生光束的产生

根据第二章的理论分析，运转于阈值以上的 NOPO 产生的一对孪生光束的强度差噪声功率谱低于相应的散粒噪声基准，具有强度量子关联特性。在利用孪生光束进行强度量子关联传递的实验中，最重要的就是产生两对独立的孪生光束。一般而言，产生装置有以下几部分：泵浦源、振荡腔(NOPO)以及探测系统。

泵浦源由两台山西大学光电研究所自行研制的激光器组成，一台激光器是二极管端面泵浦的全固化掺钕YAP/KTP内腔倍频单频激光器，输出的绿光（二次谐波）波长为 540nm。另一台激光器是二极管端面泵浦的全固化掺钕YVO₄/KTP内腔倍频单频激光器，输出的绿光波长为 532nm。

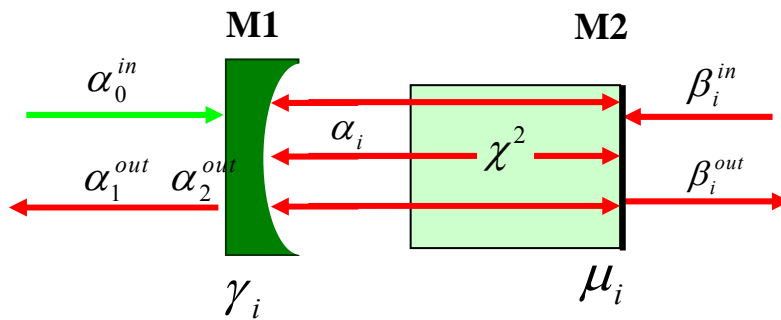


图 3.1 半整块 NOPO 的结构示意图

非简并光学参量振荡腔 (NOPO)是孪生光束的产生装置，当 NOPO 具有小的内腔损耗，低的阈值功率，较好的稳定性，以及较高的输出耦合效率时，产生的非经典光场的压缩度也就较大。在实验中，我们的两个非简并光学参量振荡器腔型、相位匹配方式均相同。为降低损耗和增加稳定性，两个 NOPO 腔采用半整块 (Semi-monolithic)腔型结构。具体结构示意图如图 3.1 所示。输入输出耦合镜为一个曲率半径为 20mm 的凹面镜，对绿光增透，对红外有大约 3%的透射率，并与一压电陶瓷粘接，用以扫描和锁定腔长。一块 α -切割 II 类相位匹配 KTP 晶体(长度 L=10mm)被用作非线性介质，两表面镀多层介质膜，晶体内表面镀的膜对下转换光和泵浦光均增透，外表面兼作腔镜，对下转换光和泵浦光均高反。实验中，NOPO 腔总腔长为 22mm，腰斑在 KTP 晶体外端面。基频光在腔内共振，泵浦光在腔内二次穿过。为了在 NOPO 腔内实现稳定的参量转换过程，要求激光器的频率跳动不能超过几个

MHz。一般来说，灰尘的流动，温度、气压、湿度的变化，都会影响谐振腔腔长的变化，从而引起频率漂移。为了避免外界环境造成的这些不稳定因素，实验过程中把整个 NOPO 腔用有机玻璃罩密封起来，并用小功率气泵充以净化空气。在实验中，把电子学信号源 12MHz 的输出信号直接加在 NOPO 的 KTP 晶体上下表面进行调制，采用边带锁腔技术分别锁定两个 NOPO 腔的腔长，使 NOPO 产生的两个下转换模（孪生光束）在腔内共振，当泵浦光的功率高于 NOPO 的振荡阈值时，两腔分别输出稳定的具有强度关联特性的红外孪生光束。

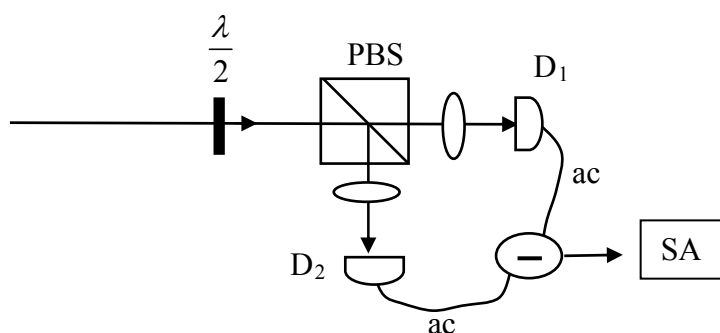


图 3.2 强度差压缩探测系统

探测孪生光束强度差的自平衡零拍探测系统如图 3.2 所示，它由以下几部分组成，包括一个半波片($\lambda/2$)，两个透镜用于收集被探测的光，一个偏振分束棱镜 (PBS) 用于分开下转换产生的孪生光束，以及一对量子效率较高的探测器(D_1 、 D_2)和一个减法器。如第二章分析结果可知，损耗对孪生光束的压缩度影响很大，因此，为了减小损耗，实验过程中选用的波片、透镜、偏振分束棱镜的各表面都镀了相应的红外减反膜，以最大限度地减小实验中元件引入的损耗。

图 3.2 中的探测器 D_1 和 D_2 都是由 ETX500T 光电二极管以及后续的交流、直流放大电路组成，型号为 ETX500T 的光电二极管在我们实验过程中产生的红外波长处的量子效率 η 均为 94% 左右。两个探测器输出的交流信号用减法器相减后，输入谱仪分析其噪声谱。探测系统的共模抑制比在频率为 1-10MHz 的范围内，达到 25dB 以上，说明该探测系统具有良好的平衡特性。

由于弛豫振荡噪声的影响，低频信号容易受到干扰，所以实验过程中我们选取的分析频率大于 3MHz。由于两个 NOPO 腔使用的泵浦波长不同，导致两个 NOPO 的阈值不相同，产生的下转换波长也不相同，腔内各模的损耗及输出耦合率也有差别。用 532nm 绿光泵浦的 NOPO1 阈值是 120mW，常温下输出的信号光与闲置光波

长分别是 1039nm 和 1089nm；用 540nm 绿光泵浦的 NOPO2 阈值是 95mW，常温下输出的信号光与闲置光波长分别是 1079nm 和 1081nm。泵浦光波长的不同和下转换波长的不同，使得两腔输出的孪生光束的关联有所不同。

采用自平衡零拍探测方法测量两个 NOPO 输出的孪生光束的关联度，在 4M-6 M 范围内，实际测到的两个 NOPO 腔的归一化强度差压缩度如图 3.3 所示((a) 为 532nm 绿光泵浦的 NOPO1 的输出; (b) 为 540nm 绿光泵浦的 NOPO2 的输出):

其中，曲线 a 表示孪生光束单臂光的噪声，曲线 b 为强度差所对应的散粒噪声基准，曲线 c 为强度差压缩。测量结果显示 NOPO2 腔从 4 MHz 到 6 MHz 之间存在 5.4dB 左右的强度量子关联。NOPO1 强度量子关联为 2.8 dB 左右。

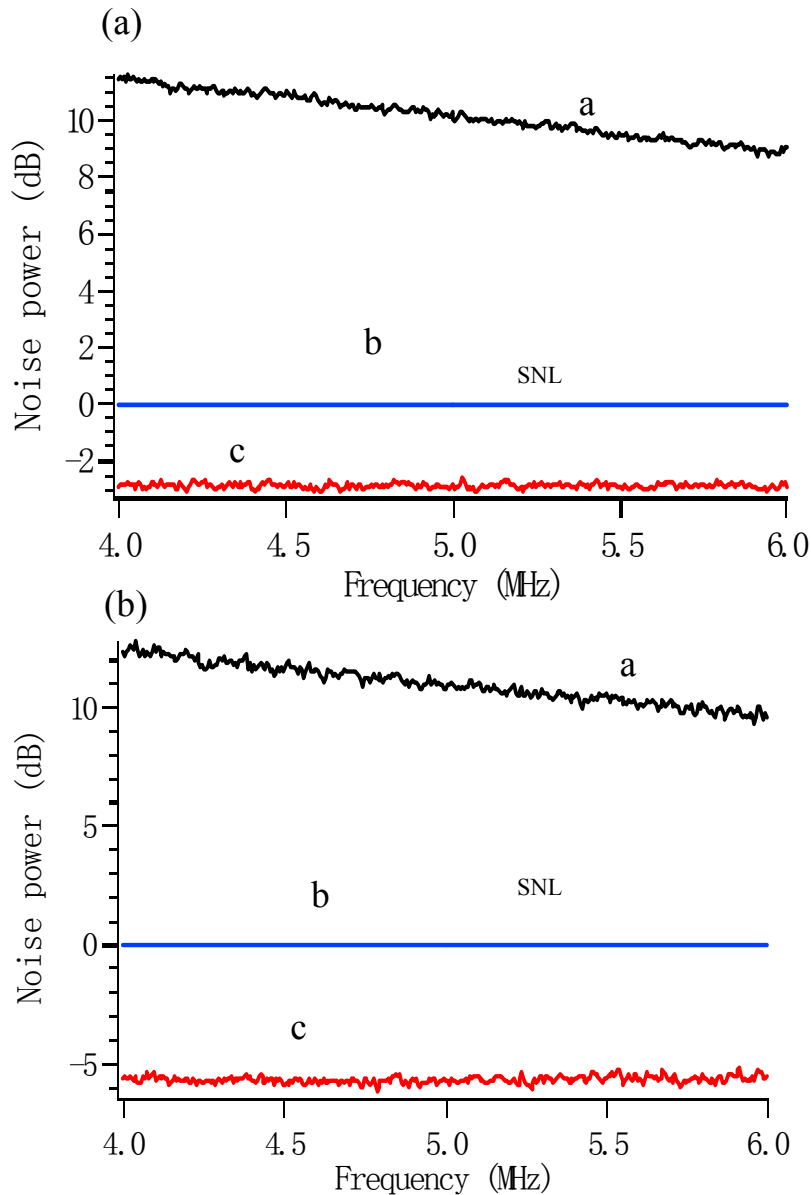


图 3.3 NOPO1 (a) 和 NOPO2 (b) 的强度差压缩度

3.3 利用孪生光束进行强度量子关联传递

3.3.1 强度量子关联传递的理论

由第二章的分析可知, 运转于阈值以上的NOPO, 因为信号模与闲置模中的光子 在光学参量下转换过程中是同时产生的, 在无损耗的理想情况下, 在OPO 腔带宽范 围内, 相同Fourier 频率分量的信号模与闲置模之间应该具有理想的强度关联, 这种 关联是决定性的^[122]。这说明, 如果我们在闲置模中探测到一个光子, 在信号模中也 一定能探测到一个光子。即是说理想的光学参量振荡器两个输出的下转换模之间具 有完全的强度量子关联。在理想情况下, 当光学参量振荡腔只有一个输出镜而且不 存在额外内腔损耗时, 如果测量时间超过腔存储时间^[123], 则两个输出模之间具有完 全的量子关联。

据上章的理论计算, 在频域中, 输出信号场与闲置场强度差的的噪声谱为式 (2.76), 归一化后的强度差噪声谱可以表示为^[14]:

$$S(\Omega) = 1 - \frac{\xi\eta}{1 + \Omega^2} \quad (3.1)$$

其中, Ω 为归一化到腔线宽的分析频率, ξ 代表OPO腔的有效输出透射率, 等于 OPO腔的输出镜透射率与总损耗的比值, η 代表光路的传输效率及探测效率。对于一个 给定的系统和测试频率, $S(\Omega)$ 有一个确定的值, 也就是说输出信号场与闲置场之 间的关联是确定性的。正如前面的分析, 由于强度(光子数)量子关联的存在, 信号模 与闲置模的瞬间强度虽然可以围绕着一个平均值上下起伏, 但是它们的瞬时值的差 被限制在一个由方程(3.1)决定的很窄的范围内, 这个范围的大小依赖于两个模之间 的关联程度, 关联度越大, $S(\Omega)$ 越小, 范围就越小。而且, 这种关系不会随着信号 模与闲置模的空间分离而改变。

利用两对具有上述非局域关联的孪生光束, 我们提出了真正的光与光之间的量 子关联的传递的方案并进行了实验验证, 其原理图如图 3.4 所示。

该方案中使用的两对完全独立的孪生光束, 分别由两台非简并光学参量振荡器 产生。产生过程及孪生光束的强度差压缩3.2中已经介绍过。NOPO1产生孪生光束B1 和B2, NOPO2产生孪生光束B3和B4, 将B1和B3进行联合测量后, 把测量到的光电 流交流信号加到一个振幅调制器 (AM) 上去调制光束B4, 其效果是用正比于B1和 B3联合测量的结果去校正光束B4的强度起伏, 然后去测量B2和与经过校正的B4间的 强度量子关联。

采用第二章中的半经典方法, 将场的算符写为: $\hat{a}_i(t) = \alpha_i + \delta\hat{a}_i(t)$,

$$\hat{I}_i = \hat{a}_i^+ \hat{a}_i \quad ; \quad \delta \hat{I}_i = \alpha_i (\delta \hat{a}_i + \delta \hat{a}_i^+) = \alpha_i \delta \hat{X}_i$$

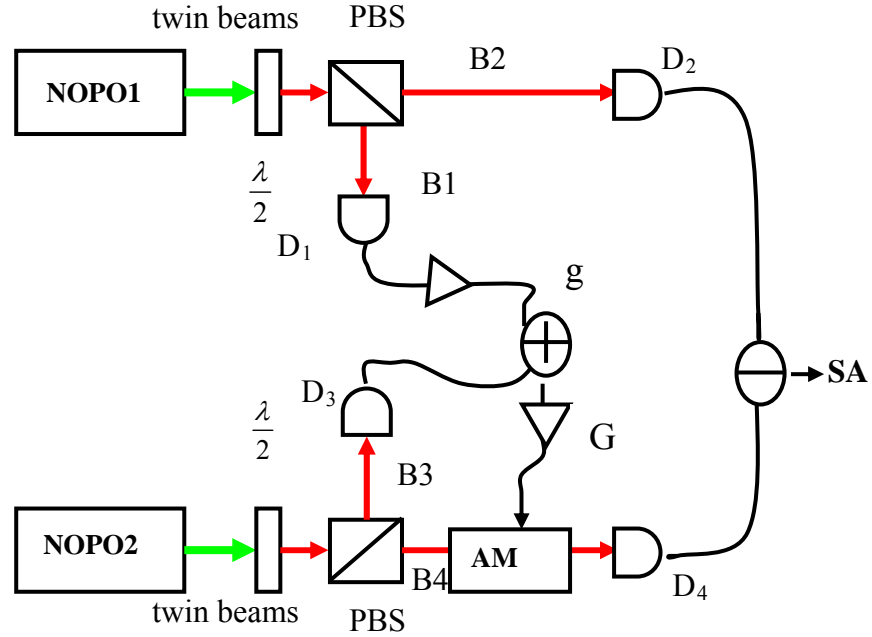


图 3.4 孪生光束强度量子关联传递示意图

则对于每一束光，在测量频率 Ω 处其振幅的起伏满足： $\delta \hat{X}_i(\Omega) = \delta \hat{a}_i(\Omega) + \delta \hat{a}_i^*(-\Omega)$

考虑以下情况，设两个非简并光学参量放大器的输出功率不同，而且产生孪生光束的压缩度也不同，我们在探测器 D_1 后引入一个增益因子 g 来更好的调节最优化增益因子 G 。用 $\delta \hat{X}_1 \sim \delta \hat{X}_4$ 表示 Beam1~Beam4 的振幅起伏。那么，光束 B4 经过 AM 后，在测量频率 Ω 处其振幅的起伏为：

$$\delta \hat{X}_4(\Omega) = \delta \hat{X}_4(\Omega) + G(\Omega)[g(\Omega)\delta \hat{X}_1(\Omega) - \delta \hat{X}_3(\Omega)] \quad (3.2)$$

经过校正之后的光束与 B2 之间的振幅差的起伏为：

$$\begin{aligned} \delta \hat{X}_{4-2}(\Omega) &= \delta \hat{X}_4(\Omega) - \delta \hat{X}_2(\Omega) \\ &= \delta \hat{X}_4(\Omega) - \delta \hat{X}_2(\Omega) + G(\Omega)[g(\Omega)\delta \hat{X}_1(\Omega) - \delta \hat{X}_3(\Omega)] \end{aligned} \quad (3.3)$$

对于每一束光，其正交振幅噪声功率谱可以表示成：

$$S_i(\Omega) = \langle \delta \hat{X}_i(-\Omega) \delta \hat{X}_i(\Omega) \rangle \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad (3.4)$$

这里，将每一束光的噪声功率 S_i 归一化到相应的 SNL。 $S_i < 1$ 表示该光场是具有压缩特性的非经典场，而 $S_i > 1$ 表示该光场的噪声高于相干光场的噪声^[15]。

如前面所讨论的，我们假设 NOPO1 和 NOPO2 所产生的下转换光场的振幅差噪声功率谱可以表示为：

$$S_{1-2}(\Omega) = \frac{1}{2} \left\langle [(\delta\hat{X}_1(-\Omega) - \delta\hat{X}_2(-\Omega))][\delta\hat{X}_1(\Omega) - \delta\hat{X}_2(\Omega)] \right\rangle \quad (3.5)$$

$$S_{3-4}(\Omega) = \frac{1}{2} \left\langle [(\delta\hat{X}_3(-\Omega) - \delta\hat{X}_4(-\Omega))][\delta\hat{X}_3(\Omega) - \delta\hat{X}_4(\Omega)] \right\rangle \quad (3.6)$$

通常，OPO 产生的两下转换光场可以看作为具有很高噪声的热光场，单臂光的噪声远大于相应的散粒噪声基准，假设，

$$S_A = S_1 = S_2 \gg 1 \quad \text{和} \quad S_B = S_3 = S_4 \gg 1 \quad (3.7)$$

经过校正之后的 B4 与 B2 之间的强度差噪声功率谱为：

$$S_{4-2}(\Omega) = \frac{1}{2} \left\langle \delta\hat{X}_5(-\Omega)\delta\hat{X}_5(\Omega) \right\rangle \quad (3.8)$$

当无相位失谐时，将方程(3.4)~(3.7)代入方程(3.8)，可得频率 Ω 处的输出噪声功率谱为：

$$S_{4-2}(\Omega) = \frac{1}{2} \{G^2(g^2 S_A + S_B) - 2G[S_B - S_{4-3} + g(S_A - S_{1-2})] + S_A + S_B\} \quad (3.9)$$

当 $\frac{\partial S_{4-2}}{\partial G} = 0$ 时，最优化的增益因子 G 为：

$$G^{opt} = \frac{S_B - S_{4-3} + g(S_A - S_{1-2})}{g^2 S_A + S_B} \quad (3.10)$$

对应的噪声功率谱为：

$$S_{4-2}(\Omega) = \frac{1}{2} \left\{ S_A + S_B - \frac{[S_B - S_{4-3} + g(S_A - S_{1-2})]^2}{g^2 S_A + S_B} \right\} \quad (3.11)$$

当 $\frac{\partial S_{4-2}}{\partial g} = 0$ 时，得到最优化增益因子 g 为：

$$g^{opt} = \frac{S_B(S_A - S_{1-2})}{S_A(S_B - S_{4-3})} \quad (3.12)$$

最后，我们可得到输出噪声功率谱在频率 Ω 处的最小值：

$$S_{4-2}^{opt}(\Omega) = S_{1-2}(\Omega) \left(1 - \frac{S_{1-2}(\Omega)}{2S_A(\Omega)} \right) + S_{4-3}(\Omega) \left(1 - \frac{S_{4-3}(\Omega)}{2S_B(\Omega)} \right) \quad (3.13)$$

因为孪生光束之间存在强度量子关联：

$$S_{1-2}(\Omega) < 1 \quad \text{和} \quad S_{3-4}(\Omega) < 1 \quad (3.14)$$

并且孪生光束单臂光的噪声远远大于强度差噪声，

$$S_A \gg S_1 - S_2; S_B \gg S_3 - S_4 \quad (3.15)$$

因此 (3.13) 式可简化为：

$$S_{4-2}^{opt}(\Omega) \approx S_{1-2}(\Omega) + S_{4-3}(\Omega) \quad (3.16)$$

可见，在最优化状态下，强度量子关联传递的结果由两个 NOPO 的强度差压缩度的

大小决定。归一化到散粒噪声基准后，若 $S_{4-2}^{opt} < 1$ 时，表明强度量子关联实现。

对两个 OPO 输出场的强度噪声及相应孪生光束的强度差作如下假设：

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_I \quad (3.17)$$

$$S_{1-2} = S_{3-4} = S_{\Delta I} \quad (3.18)$$

此时，

$$\begin{aligned} S_{4-2}(\Omega) &= \frac{1}{2} \{ G^2 (g^2 S_A + S_B) - 2G [S_B - S_{4-3} + g(S_A - S_{1-2})] + S_A + S_B \} \\ &= \frac{1}{2} [G^2 (1 + g^2) S_I - 2G(1 + g)(S_I - S_{\Delta I}) + 2S_I] \end{aligned} \quad (3.19)$$

代入式(3.12)可得增益因子 $g = 1$ ，上式变为：

$$S_{4-2}(\Omega) = G^2 S_I - 2G(S_I - S_{\Delta I}) + S_I \quad (3.20)$$

对于最优化增益因子，

$$G^{opt} = 1 - \frac{S_{\Delta I}}{S_I} \quad (3.21)$$

输出的噪声功率最小值：

$$S_{4-2}(\Omega) = 2S_{\Delta I} \left(1 - \frac{S_{\Delta I}}{2S_I} \right) \quad (3.22)$$

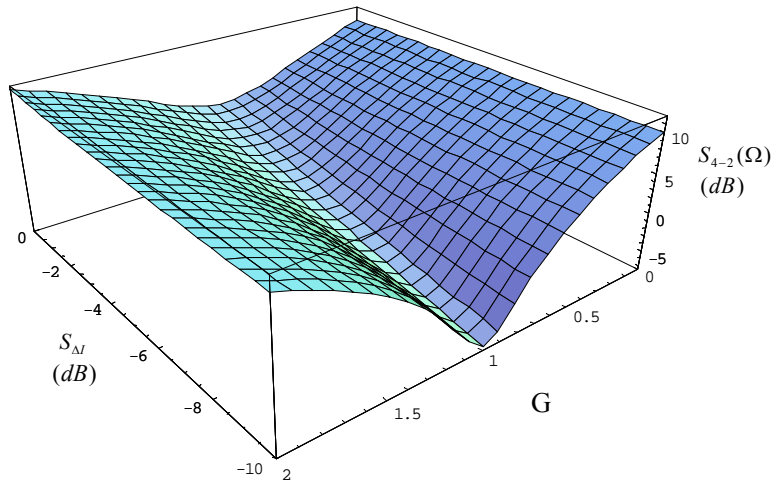


图 3.5 关联传递的结果随压缩度和增益因子的变化趋势

图 3.5 给出了关联传递结果随两对孪生光束的压缩度和增益因子的变化（取 $S_I = 10\text{dB}$ ），可以看出，最后量子关联传递的输出结果与孪生光束的关联度有关，而受增益因子的影响特别显著。因此，实验中在保证孪生光束具有较高的强度量子关联度的同时，调节系统最优化的增益因子尤为重要。

图 3.6 给出了系统最优化增益因子随孪生光束单臂光的噪声和孪生光束强度差压缩度的变化关系。从中可以看出，单臂光和孪生光束压缩度的不同会导致最优化的增益因子的不同。

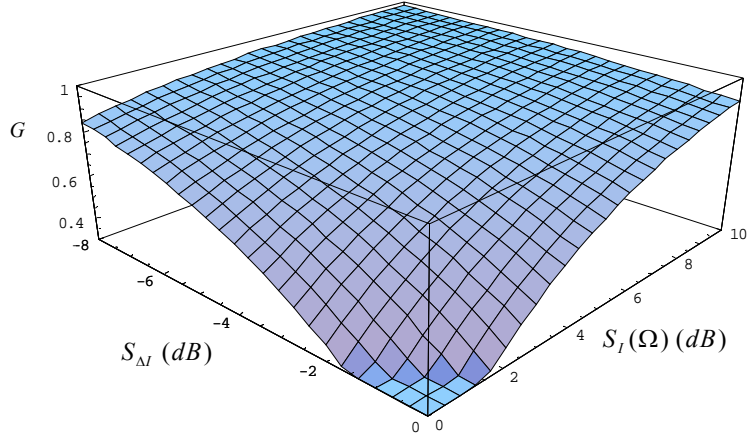


图 3.6 增益因子随单臂光和孪生光束压缩度的变化关系

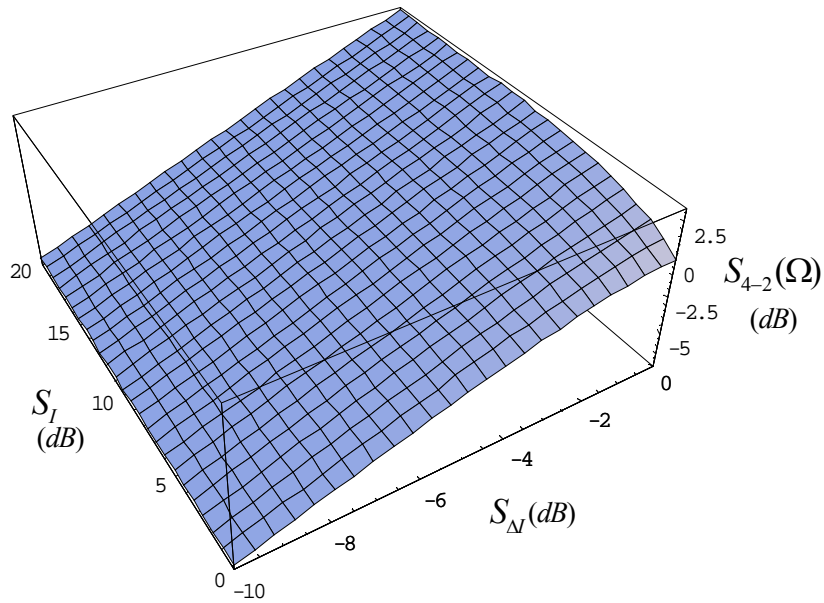


图 3.7 单臂光噪声及孪生光束压缩度对关联传递的影响

由以上理论分析，当调节增益到最优化时，关联传递的最终输出结果由孪生光束的关联度和单臂光的噪声决定，图 3.7 给出传递结果与二者之间的关系。从图中可看出，当孪生光束压缩度较低时，单臂光的热噪声对关联传递的影响比较大。当孪生光束压缩度为零时，最后输出的两束光之间不存在强度关联。当单臂光的噪声远高于孪生光束的压缩度时，可不考虑它对传递后的关联度的影响，关联传递之后的

结果仅由孪生光束的压缩度决定：

$$S_{4-2}(\Omega) \approx 2S_{\Delta'}(\Omega) \quad (3.23)$$

3.3.2 强度量子关联传递的实验

强度量子关联传递实验中，首先必须制备两对完全独立的孪生光束。在本实验中，我们采用了两台输出波长不同的激光器分别泵浦两台非简并光学参量振荡器产生两对独立的孪生光束。如前面孪生光束的产生所示。

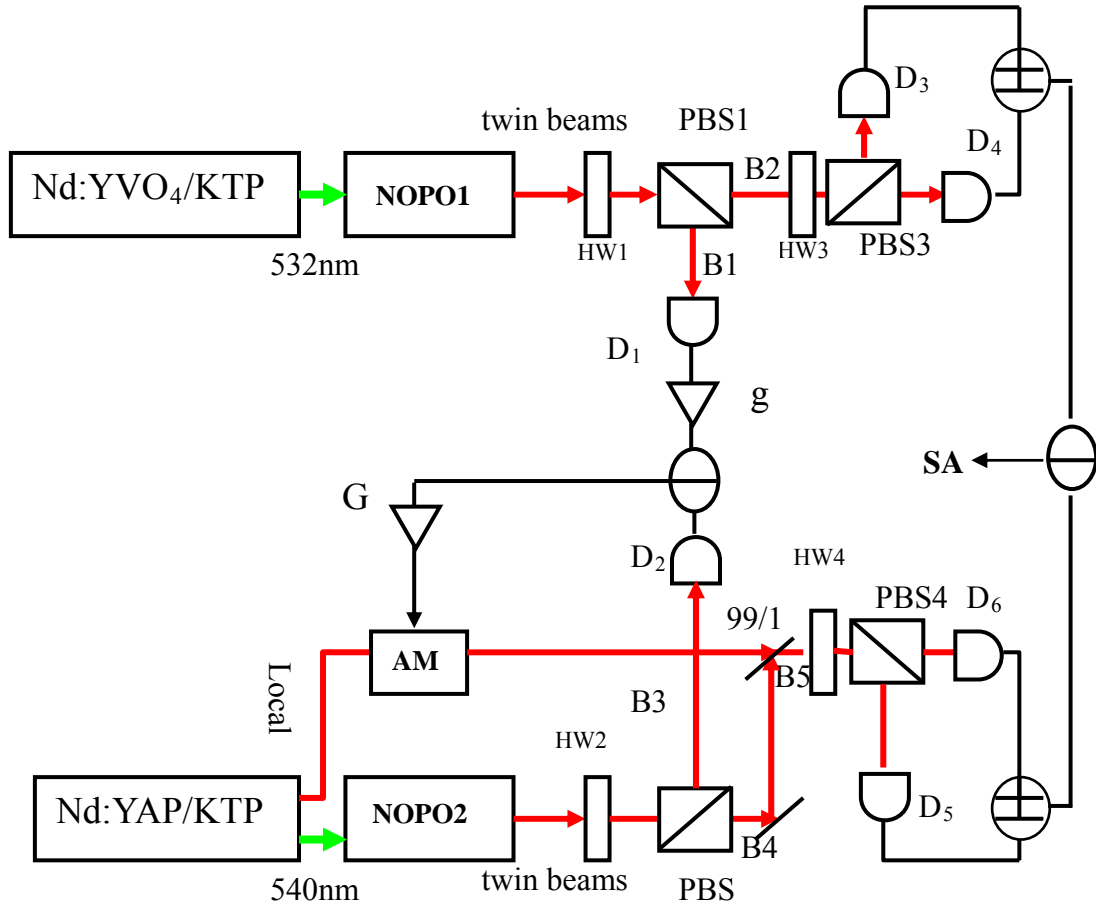


图 3.8 量子关联传递实验装置图

PBS:偏振分束器 AM:振幅调制器 HW:半波片 D:探测器 G, g:增益
+/-: 加/减法器 NOPO:非简并光学参量振荡器 SA:频谱分析仪

整个系统的实验装置如图 3.8 所示：图中两台激光器（Nd:YVO₄激光器和Nd:YAP激光器）分别用于泵浦两台运转于阈值以上的双共振非简并光学参量振荡器。

该实验中采用了三对平衡的由ETX500T型InGaAs光电二极管和交直流放大电路组成的高量子效率(量子效率: 94%左右)探测器D₁—D₆。如图中所示，NOPO1 所产生的孪生光束经偏振分束器PBS1 分开。NOPO2 所产生的孪生光束经偏振分束器PBS2 分开。为了确定单臂光的散粒噪声基准，将单臂光B2 用半波片HW3 和 偏振分束器

PBS3 分成相等两份，输出的光束经探测器D₃和D₄进行探测。两探测器输出的电流信号相减的结果对应单臂光的散粒噪声基准，相加的结果对应单臂光的热噪声 [21]。NOPO1 输出的光束B1 和NOPO2 输出的光束B3 的探测结果经过电子相位延迟后相减，其输出的信号经过所考察的中心频率 5.4MHz的带通滤波器后，去驱动 1080nm 相干辅助光上的振幅调制器AM, 经过 99/1 的分束器对NOPO2 产生的单臂光B4 作强度平移变换，光束B5 为 B4 平移变换后的结果，用半波片HW4 和偏振分束器 PBS4 将其均分成两份，用一对平衡探测器D₅和D₆进行探测，图中D₅和D₆相加的结果即为 B4 经过平移变换后的结果。最后对B₂和B₅的噪声进行强度差测量并与相应的散粒噪声基准比较，确定强度量子关联情况。在实验过程中所用的加法器和减法器(+/-)是由Mini-Circuits公司生产的ZSC-2-1 和ZSCJ-2-1; 进行强度差噪声谱分析的是由惠普公司生产的型号为HP8590L的谱仪Spectrum Analyzer。所有平衡探测器的共模抑制比均在 25dB 以上。

图 3.9 为调节最优化增益 G^{opt} 、 g^{opt} 后从谱仪上观察到的强度量子关联传递后的结果 (B₂和B₅间强度关联):

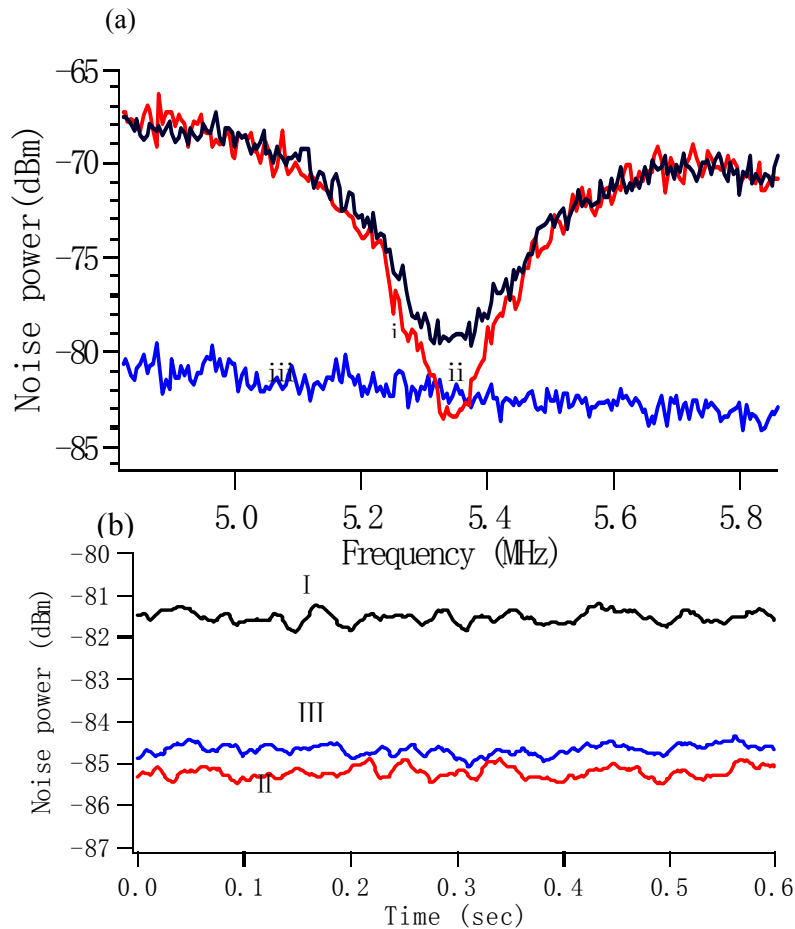


图 3.9 强度量子关联传递的结果

其中, 图(a)是从谱仪上观测到的 4.8MHz到 5.8MHz范围内强度量子关联传递实验结果。其中, 曲线iii是 $D_3-D_4+D_5-D_6$ 的结果, 表示强度量子关联传递的散粒噪声基准。曲线i是最初的孪生光束耦合在一起时进行强度差关联传递所得到的噪声功率谱, 对应于波片HW1 和HW2 分别旋转 22.5° 。曲线ii是 $D_3+D_4-D_5-D_6$ 的结果, 对应于进行强度差关联传递所得到的噪声功率谱。图(b)是与图(a)相对应 5.4MHz附近的传递结果。从两图可以看出, 在分析频率 5.4MHz附近, 强度差噪声谱比散粒噪声基准低约 0.8dB, 证明了两束完全独立的光束间产生了量子关联。

3.4 利用孪生光束进行时域内关联的测量

在对阈值以上的 NOPO 的研究过程中, 泵浦光普遍被认为是不依赖时间的单色光束, 许多的理论计算是在频域内进行的。基于 EPR 纠缠的量子通讯应用的研究也是在频域内进行的, 通常用于连续变量纠缠测量的平衡零拍测量也是在 MHz 的频率边带完成的。在对孪生光束的强度量子关联测量中, 通常用谱仪进行观测, 而用谱仪测量噪声时, 要对数据进行 Fourier 分析变换, 所以难以实时地记录信号模与闲置模的变化, 满足不了高速率量子通讯的要求。因而研究时域内孪生光束强度量子关联在量子信息和量子通讯在许多领域内的应用具有一定的意义。

运行于阈值以上的NOPO所产生的两个下转换光场已经在实验上和理论上被证明在同一测量时间内存在强度上的量子关联。

在用光探测器进行直接探测的过程中, 电流中的大部分电子是光电子, 平均电流可以用光电子的平均数 $\langle n \rangle$ 来表示, 光电流的起伏可以用光子数的起伏来表示^[124]:

$$\begin{aligned} \langle (\Delta i)^2 \rangle &= \langle i^2 \rangle - \langle i \rangle^2 = (e/T)^2 (\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2) \\ &= (2e\Delta f)^2 \langle (\Delta n)^2 \rangle \end{aligned} \quad (3.24)$$

其中, e 为电子电量, $\Delta f = 1/2T$ 为探测系统的带宽。因此, 在特定频率点的电流起伏正比于光电子数起伏, 而电流起伏依赖于光场的量子态, 能反映出光场的量子特性。

考虑到实际实验中的探测效率, 可以得到

$$\langle (\Delta i)^2 \rangle = (2e\Delta f)^2 \langle (\Delta n)^2 \rangle \quad \text{-----相干态} \quad (3.25)$$

$$\langle (\Delta i)^2 \rangle = (2e\Delta f)^2 [\eta^2 \langle (\Delta n)^2 \rangle + (1-\eta) \langle n \rangle] \quad \text{-----任意态} \quad (3.26)$$

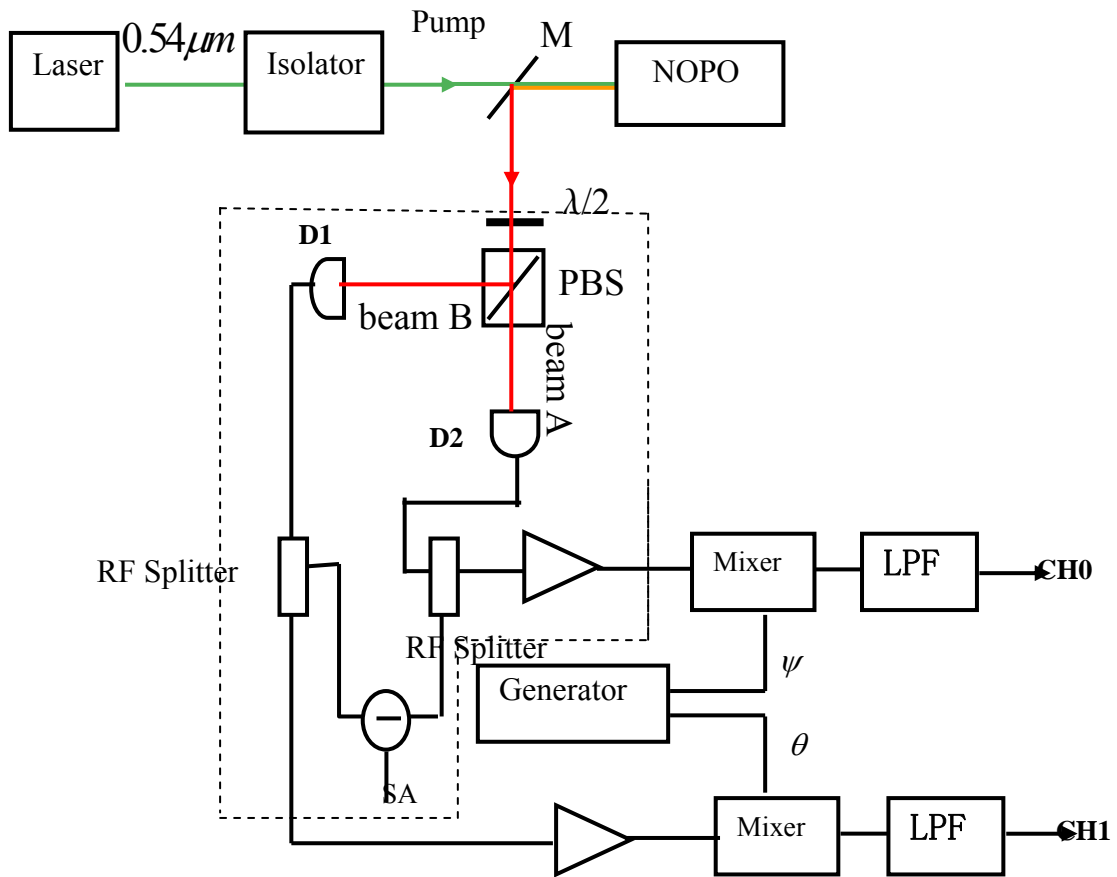


图 3.10 孪生光束时间关联装置图

Isolator:隔离器 PBS:偏振分束器 LPF:低通滤波器
 Generator:信号源 Mixer:混频器 G:低噪声放大器
 CH:通道 RF Splitter:射频分束器 SA:频谱分析仪

利用孪生光束进行时域内强度量子关联测量的实验装置如图 3.10 所示，实验中所用的泵浦源是一台自制的连续波内腔倍频Nd:YVO₄/KTP环形激光器，输出二次谐波波长是 532nm，孪生光束是由运行于阈值以上的双共振光学参量振荡器所产生(3.8 中用到的激光器及NOPO1)，NOPO腔的线宽约为 55MHz。常温下NOPO输出的信号光与闲置光的波长分别是 1039nm和 1089nm，这两个偏振垂直的光学模分别由两个高量子效率探测器(D_1 和 D_2)进行探测，由于两下转换波长不同，反射镜带宽有限，引起两模的损耗及输出耦合率不同，在一定程度上降低了孪生光束的强度量子关联。

具体实验过程是：首先探测从NOPO腔出来的两个下转换模的强度差噪声起伏，在分析频率 4MHz到 6MHz范围内，采用图 3.10 虚线框内的自零差探测系统^[84]，用谱分析仪测得的孪生光束在频域范围内的强度差关联度为低于SNL3dB。测量过程中，因为光电流比较高，探测器不能响应单个的光子，而是产生了光场的大的平均电流及小的起伏（经典的与量子的），接下来，不直接测量电流 $i_1(t)$ 与 $i_2(t)$ ，我们测

量在某一小的带宽内的谱 $i_1(\Omega, t)$ 和 $i_2(\Omega, t)$ 。具体方法是：将电流信号 $i_1(t)$ 与 $i_2(t)$ 经过低噪声放大器分别进行放大后，与 4MHz 的本底信号进行混频，经 100KHz 的低通滤波之后，分别送入示波器的两个通道中同时记录其强度起伏。那么，最后的测量结果是 beamA 与 beamB 的光子流。

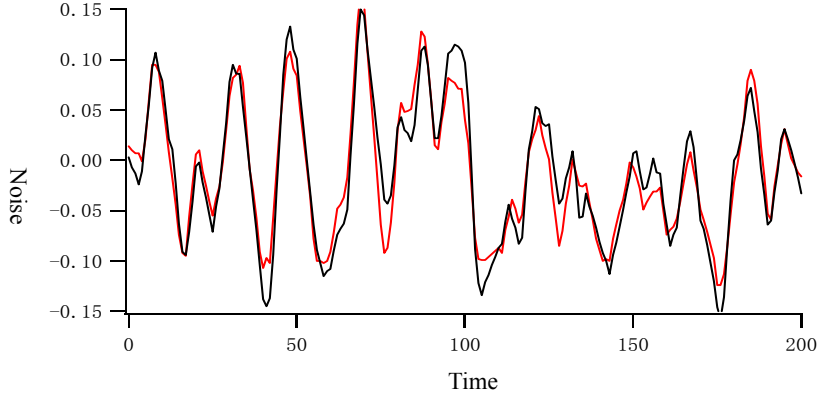


图 3.11 孪生光束的强度量子起伏

$$\begin{aligned}\hat{a}_1^\psi &= [\hat{a}_1(\omega + \Omega) \exp(-i\psi) + \hat{a}_1(\omega - \Omega) \exp(i\psi)] \\ \hat{a}_2^\theta &= [\hat{a}_2(\omega + \Omega) \exp(-i\theta) + \hat{a}_2(\omega - \Omega) \exp(i\theta)]\end{aligned}\quad (3.27)$$

其中， $\hat{a}_1(\hat{a}_2)$ 对应于探测器 D1(D2) 探测的光束， ω 为光频， $\psi(\theta)$ 为驱动混频器的相位。

在分析频率 $\Omega = 4\text{MHz}$ 处，转动 $\lambda/2$ 波片使其光轴与 PBS 通光方向间的夹角 $\theta = 0^\circ$ 时，将孪生光束的两束分别送入示波器的两个通道记录其强度起伏。图 3.11 为在同一时刻和同一时间段对闲置模和信号模的测量结果。从中可以看出，虽然强度起伏是无序的，但是二者之间的正关联却明显可见，即它们总是同时增大和同时减小，这样就导致光电流之差的起伏大大低于单光束的强度起伏。他们间的差为强度量子关联。将探测器接收到的信号进行低噪声放大后，与 $\Omega = 4\text{MHz}$ 信号进行混频，将混频器输出的信号进行 100kHz 的低通滤波后输入示波器进行数据采集，所设定的示波器的采集速率为 2Ms/s，两个通道分别对两束下转换光同时采集，速率为 2Ms/s，每个通道各采集 65000 个数据点。如前所述，对于一个给定的系统和测试频率，同时测量信号场与闲置场，它们之间的关联是确定性的。将闲置模进行延迟，即将孪生光束其中一臂的数据点进行时间延时，相当于改变两臂光的关联时间，在此实验基础上，经过延时 1.5us 后，强度差关联噪声与散粒噪声基准一样大，再接着延时，强度差关联噪声逐渐高出散粒噪声。如图 3.12 所示。其中直线为孪生光束的归一化散

粒噪声基准，点为不同时间延时后两束光的强度量子关联。从图中可以看出，孪生光束的强度量子关联逐渐变差直至消失。因为孪生光束的强度量子关联受 NOPO 腔带宽及泵浦光带宽的影响，所以存在只在一定时域内的强度量子关联。

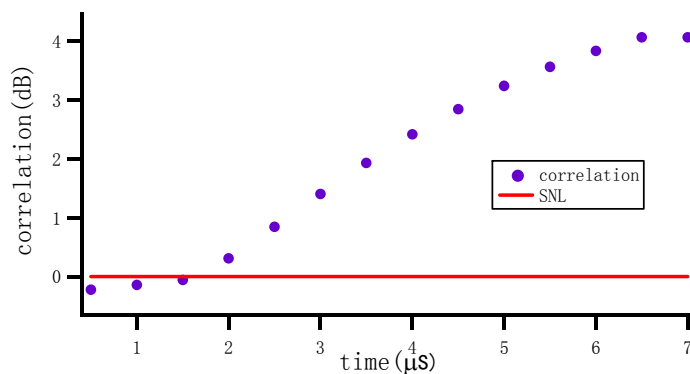


图 3.12 孪生光束的时间关联特性

3.5 本章小结

本章首先介绍了强度关联孪生光束的产生，然后理论分析了利用两对完全独立的孪生光束进行强度量子关联传递的可行性。在此基础上进行了孪生光束间强度量子关联传递的实验。

其次对孪生光束时域内的强度量子关联进行了分析。实验上通过直接探测的方法，通过改变孪生光束其中一臂的时间延时，考察了时域范围内孪生光束的强度量子关联。分析了孪生光束的时间关联特性。此分析结果将对时域内光场的关联及纠缠测量提供参考。

因为基于孪生光束的强度量子关联传递实验不需要注入光，省去了模式匹配和相位锁定系统，使得实验过程相对简单。这些优势更有利于孪生光束在量子测量及量子通讯方面的实际应用。

第四章 连续变量双色三组份纠缠态的产生

4.1 引言

量子力学揭示了许多和我们熟知的宏观世界不同的微观世界的运动规律，其中一个就是量子纠缠——个体之间存在的经典理论无法解释的关联。在未来的量子信息技术中，量子纠缠被认为是最重要和最宝贵的资源。随着量子信息和量子计算的飞速发展，量子通讯网络的研究成为一个重要的课题，纠缠光源也随之成为该领域重要的物理基础，因此，对纠缠源的研究和制备，在实验和应用方面都有着重要的意义。在量子通讯网络中起重要作用的多组份纠缠的理论、实验及应用的研究也受到越来越多的关注。多组份量子纠缠态在各种量子协议，比如量子离物传态网络^[78]，量子克隆^[125,126]，可控密集编码^[127,65]中有着广泛的应用。考虑到传输与中继，具有不同频率的多组份纠缠光束尤其重要。最近在量子网络的量子存储和量子通讯中，比如：原子云^[128]，量子点^[129]，和捕获离子阱^[130]等方面的实验为保障信息不丢失都需要不同的共振频率。在具有几个节点的网络中，多组份纠缠光束成为完成此任务的重要资源。

近几年，连续变量(CV)^[65,78,131]和分离变量(DV)^[132-134]多组份纠缠的产生在理论和实验方面都有了很大的进展。连续变量多组份纠缠态是一个趋向于GHZ态的不可分的多模压缩态，因此，连续变量多组份纠缠态的光学制备以压缩态的产生为基础。直到现在，产生连续变量三组份纠缠态主要有两种方案：其中一种是由两个单模压缩态经分束器耦合产生^[65,66,78,135]，而两个单模压缩态利用OPA产生，由于在分束器上耦合需要两路光进行量子干涉，因此需要相同的频率和偏振，这种方案只能产生相同频率光束间的纠缠。另一类是利用级联非线性过程产生^[83-85]，这种方案可以在不同频率间产生多组份纠缠，通过二阶非线性晶体的级联相互作用^[83]，可以得到三个模的完全不可分。

在以上的工作中，不同频率间的三组份纠缠是通过阈值以上或阈值以下的OPO腔来实现的。不同于OPO的参量过程，II类倍频过程是另一类可产生非经典光场的易于实现的非线性过程。光波的倍频产生，又叫二次谐波产生(Second Harmonic Generation, SHG)是一种典型的非线性光学过程，它源自介质对光场的二阶非线性响应或极化。1961年，Franken等人首次观察到红宝石激光的二次谐波辐射，验证了非线性的光学现象。倍频技术作为一种频率转换技术，可以将激光光源拓展到更短的波段，是第一个实验验证的非线性光学现象^[136]，在科研和生产中有着广泛的应用，

随着上世纪中叶量子力学和激光技术的发展，人们开始从全新的角度研究这一现象，把它变成了认识丰富微观世界的得力工具^[101]。国内外关于倍频过程非经典特性的一系列理论和实验研究工作验证了倍频光和基频光的压缩现象^[25,137-143]。压缩态光场和纠缠态光场有本质的联系。研究表明，在II类倍频过程中，由于基频场与二次谐波场之间的非线性相互作用，腔内二次谐波场与基频场之间会相互转化，使从倍频腔反射出来的两个基频场的耦合模产生压缩，从而对应着两个基频场之间的双模量子纠缠^[26,144, 69,70]。2006年，N. B. Grosse等人提出了二阶非线性过程中的两组份纠缠理论，简并的泵浦场进入光学腔，光学参量缩小过程与二次谐波过程同时发生，反射出的泵浦场与产生的二次谐波场具有不同波长的纠缠特性，称为谐波纠缠^[72]。2008年，这个小组在实验上实现了谐波纠缠^[73]。结合倍频过程的特性，我们提出了通过II类相位匹配谐振倍频过程产生不同频率的三组份纠缠的方案，计算了运转于阈值以下^[145]和阈值以上的三共振II类倍频过程两个反射泵浦场和产生的二次谐波场的三组份纠缠特性。

本章从II类匹配倍频过程的内腔模朗之万运动方程出发，计算了II类倍频过程稳态解，在此基础上分析了运转于阈值以下和阈值以上三共振II类倍频腔反射基频光中的两个非简并模与倍频光之间产生的三组份量子关联特性。此非线性过程模型简单、结构紧凑，且输出的三个光场模具有两个不同光频。

4.2 三共振II类倍频过程的非经典特性

对于I类相位匹配倍频过程，因为两束基频光实际上是完全相同不可区分的，倍频场模只与一个基频场的模式进行耦合。当倍频场损耗很小时，基频场的能量将在腔内积累达到很高的程度，此时腔内倍频场与基频场的能量不断发生交换，它们对应场模的输出功率因此发生振荡，该系统的哈密顿量可以写为：

$$\hat{H}'_{\text{sys}} = \sum_{i=0}^1 \hbar \omega_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + \frac{i\hbar\chi}{2} (\hat{a}_0 \hat{a}_1^{+2} - \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1^2) \quad (4.1)$$

其中第一项为腔内各模的自由哈密顿量，第二项为倍频模与基频模间的非线性相互作用哈密顿量。下标1对应于基频场，下标0对应于二次谐波场。 $\hat{a}_i(t)(i=0,1)$ 为基频场、二次谐波场的湮灭算符。 χ 为非线性耦合常数。 ω_i 为相应的模的光学频率。

在II类相位匹配倍频过程中，一对频率简并，偏振非简并的基频场通过输入输出耦合镜进入倍频腔内，通过非线性过程产生二次谐波场并与之发生非线性相互作用。该系统的哈密顿量可以写为：

$$\hat{H}_{\text{sys}}^{\text{II}} = \sum_{i=0}^2 \hbar \omega_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + i\hbar \chi (\hat{a}_0 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger - \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_2) \quad (4.2)$$

其中 $\hat{a}_i (i=0,1,2)$ 分别表示腔内倍频场和两个基频场对应的湮灭算符。II 类倍频过程要求两个基频泵浦场以完全平衡的方式进入腔内，即要求有相同的相位、相等的功率，产生的倍频场与两个基频泵浦场通过非线性介质在腔内发生相互作用。下面我们分析 II 类倍频过程的稳态解特性及相应的非经典特性，在此基础上，我们提出了反射泵浦场与产生的二次谐波场之间的三组份纠缠。

4.2.1 II类倍频的朗之万方程及其稳态解

II类倍频腔的量子模型如图 4.1 所示，在倍频腔中，泵浦场为一对偏振非简并，频率简并的基频场，倍频场与两个基频场通过II类相位匹配的非线性介质相互耦合。考虑单端倍频腔的情况，内腔模朗之万运动方程在三个模均共振的情况下，与OPO腔的运动方程(式 2.18)相同，可以写为^[104]：

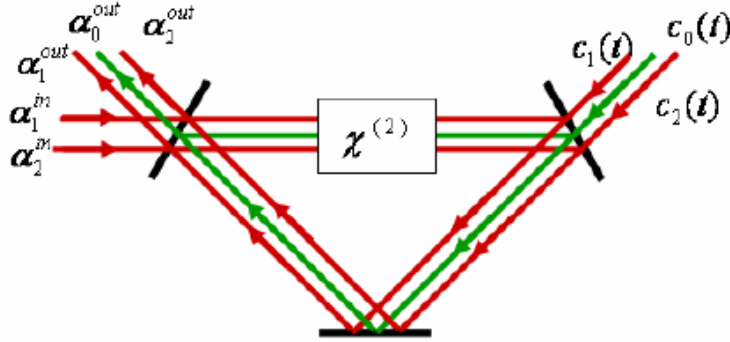


图 4.1 II 类倍频腔的量子模型

$$\tau \dot{\hat{a}}_0(t) = -\gamma_0 \hat{a}_0(t) - \chi \hat{a}_1(t) \hat{a}_2(t) + \sqrt{2\gamma_{b0}} \hat{a}_0^{\text{in}}(t) e^{i\phi_0} + \sqrt{2\gamma_{c0}} \hat{c}_0(t) \quad (4.3a)$$

$$\tau \dot{\hat{a}}_1(t) = -\gamma_1 \hat{a}_1(t) + \chi \hat{a}_2^\dagger(t) \hat{a}_0(t) + \sqrt{2\gamma_{b1}} \hat{a}_1^{\text{in}}(t) e^{i\phi_1} + \sqrt{2\gamma_{c1}} \hat{c}_1^{\text{in}}(t) \quad (4.3b)$$

$$\tau \dot{\hat{a}}_2(t) = -\gamma_2 \hat{a}_2(t) + \chi \hat{a}_1^\dagger(t) \hat{a}_0(t) + \sqrt{2\gamma_{b2}} \hat{a}_2^{\text{in}}(t) e^{i\phi_2} + \sqrt{2\gamma_{c2}} \hat{c}_2^{\text{in}}(t) \quad (4.4c)$$

其中， τ 是光在腔内传播一周的时间，这里假设各个模在腔内运行一周的时间相同。 \hat{a}_0 ， \hat{a}_1 ， \hat{a}_2 分别为内腔倍频场及两个基频场的湮灭算符， \hat{a}_0^{in} ， \hat{a}_1^{in} ， \hat{a}_2^{in} 分别为倍频场及两个基频场的输入场的湮灭算符， χ 为与非线性过程有关的非线性耦合常数， $\hat{c}_0(t)$ ， $\hat{c}_1(t)$ ， $\hat{c}_2(t)$ 分别为倍频场和两个基频场的额外损耗引入的真空噪声，参数 γ_{bi} 和 γ_{ci} 分别表示与输入输出耦合和内腔损耗相关的参数。总损耗参数 $\gamma_i = \gamma_{bi} + \gamma_{ci}$ ，假定

两个基频模具有平衡的输入输出耦合损耗和内腔损耗，即 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma, \gamma_{b1} = \gamma_{b2} = \gamma_b, \gamma_{c1} = \gamma_{c2} = \gamma_c$ 。并且两基频泵浦场有相同的平均振幅 β ，不失一般性，设倍频光模及两泵浦基频光模的初位相为零。当系统处于稳态时，腔内光场振幅保持不变，则内腔场的稳态方程组可写为：

$$-\gamma_0 \alpha_0 - \chi \alpha_1 \alpha_2 = 0 \quad (4.4a)$$

$$-\gamma \alpha_1 + \chi \alpha_2^* \alpha_0 + \sqrt{2\gamma_b} \beta = 0 \quad (4.4b)$$

$$-\gamma \alpha_2 + \chi \alpha_1^* \alpha_0 + \sqrt{2\gamma_b} \beta = 0 \quad (4.4c)$$

其中， $\alpha_i (i=0,1,2)$ 为相应的湮灭算符的平均值。由式 (4.4 a) 可得 $\alpha_0 = -\chi \alpha_1 \alpha_2 / \gamma_0$ ，将其代入(4.4b)和 (4.4c)有：

$$\begin{aligned} (-\gamma - \chi^2 |\alpha_2|^2 / \gamma_0) \alpha_1 + \sqrt{2\gamma_b} \beta &= 0 \\ (-\gamma - \chi^2 |\alpha_1|^2 / \gamma_0) \alpha_2 + \sqrt{2\gamma_b} \beta &= 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

当泵浦光功率达到一定强度时，该系统的动态特性会发生变化，对于 II 类相位匹配倍频过程，可得到阈值以下和阈值以上两组稳态解。不失一般性考虑，取泵浦场平均振幅的相位为零，由(4.5)式容易看出 α_1, α_2 均为实数，设 $\beta^{th} = \sqrt{2\gamma^3 \gamma_0 / \chi^2 \gamma_b}$ ，定义归一化泵浦参数 $\sigma = \beta / \beta^{th}$ 。解方程组(4.5)可得稳态解：

当 $\sigma \geq 1$ 时(阈值以上)，

$$\alpha_1 = \left[\sqrt{\gamma \gamma_0} \sigma - \sqrt{\gamma \gamma_0 (\sigma^2 - 1)} \right] / \chi \quad (4.6a)$$

$$\alpha_2 = \left[\sqrt{\gamma \gamma_0} \sigma + \sqrt{\gamma \gamma_0 (\sigma^2 - 1)} \right] / \chi \quad (4.6b)$$

$$\alpha_0 = -\gamma / \chi \quad (4.6c)$$

当 $\sigma \leq 1$ 时(阈值以下)，

$$\alpha_0 = -\chi \alpha^2 / \gamma_0 \quad (4.7a)$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \quad (4.7b)$$

$$\chi^3 \alpha^3 / \gamma_0 + \gamma \chi \alpha - \sqrt{2\gamma_b} \chi \beta = 0 \quad (4.7c)$$

解(4.7)式可得运转于阈值以下时的稳态解：

$$\alpha_0 = -\gamma \sigma'^2 / \chi \quad (4.8a)$$

$$\alpha = \sqrt{\gamma \gamma_0} \sigma' / \chi \quad (4.8b)$$

$$\sigma' = \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 + \frac{1}{27}} \right)^{1/3} - \frac{1}{3} \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 + \frac{1}{27}} \right)^{-1/3} \quad (4.8c)$$

其中 σ' 是一个与 σ 对应的参数，其变化规律与 σ 相同。

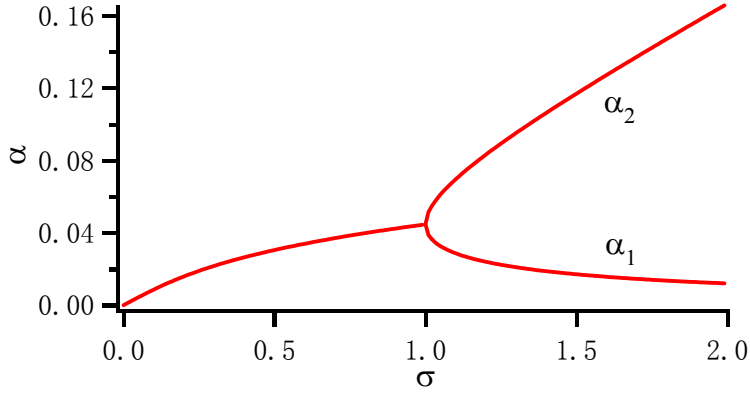


图 4.2 两个基频模的内腔场随归一化泵浦参数的变化
关系 $\gamma = 0.02, \gamma_0 = 0.1$

对于三共振II类倍频过程，根据式(4.6)–(4.7)，两个基频模的内腔场随归一化泵浦参数的变化如图4.2所示，从图中可以看出，阈值以下，两个基频模内腔场的平均振幅相等；阈值以上，内腔场平均振幅就会变得不平衡。根据输入输出关系 $\alpha_i^{in} + \alpha_i^{out} = \sqrt{2\gamma_b} \alpha_i$ ，可得出两个基频模输出场的平均振幅。阈值以下时：

$$\alpha_1^{out} = \alpha_2^{out} = \alpha^{out} = \sqrt{\frac{2\gamma\gamma_0}{\chi^2\gamma_b}} (\sigma'\gamma_b - \sigma\gamma) \quad (4.9)$$

阈值以上时：

$$\alpha_1^{out} = \sqrt{\frac{2\gamma\gamma_0}{\chi^2\gamma_b}} (\sigma\gamma_b - \sigma\gamma - \gamma_b\sqrt{\sigma^2 - 1}) \quad (4.10a)$$

$$\alpha_2^{out} = \sqrt{\frac{2\gamma\gamma_0}{\chi^2\gamma_b}} (\sigma\gamma_b - \sigma\gamma + \gamma_b\sqrt{\sigma^2 - 1}) \quad (4.10b)$$

如图4.3所示，虚线和实线分别表示无内腔损耗和存在内腔损耗时基频反射输出场的平均振幅随归一化泵浦参数的变化关系。可以看出，阈值以上，两个基频输出场的平均振幅变得不相同。存在内腔损耗时，两基频输出场在位相相反的基础上出现了对称破缺。

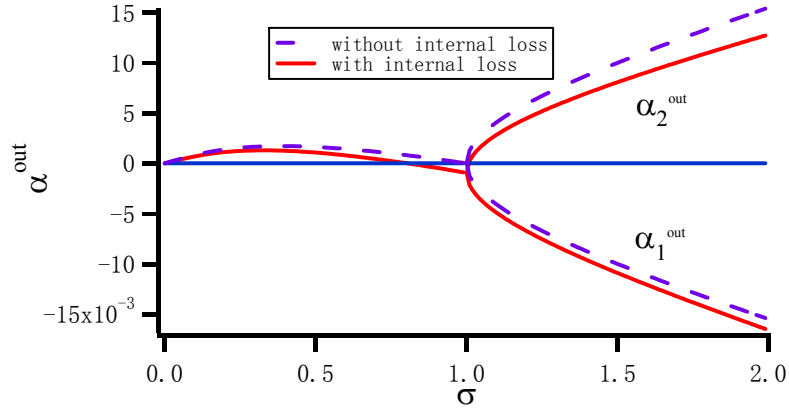


图 4.3 两个基频模的输出场随归一化泵浦参数的变化关系。实线为有内腔损耗时 ($\gamma = 0.02$, $\gamma_b = 0.018$, $\gamma_0 = 0.1$), 虚线为无内腔损耗时 ($\gamma = \gamma_b = 0.02$, $\gamma_0 = 0.1$)

4.2.2 反射泵浦场与倍频场的正交分量噪声谱

如第二章所描述的, 连续变量量子纠缠态的纠缠特性通过电磁场各正交分量的噪声关联特性来体现。为分析三共振II类倍频系统三模间的纠缠特性, 本节我们对三共振II类倍频系统进行讨论, 分析反射泵浦场与倍频场的正交分量噪声谱。

按照半经典理论, 将算符表示为平均值与起伏之和的形式, 即

$$\begin{aligned}\hat{a}_i(t) &= \alpha_i + \delta\hat{a}_i(t) (i=0,1,2) \\ \hat{a}_0^{\text{in}}(t) &= \delta\hat{a}_0^{\text{in}}(t) \\ \hat{a}_i^{\text{in}}(t) &= \beta + \delta\hat{a}_i^{\text{in}}(t) (i=1,2)\end{aligned}\quad (4.11)$$

代入运动方程组(4.3), 可得对应的量子起伏的朗之万运动方程:

$$\begin{aligned}\tau\delta\dot{\hat{a}}_0(t) &= -\gamma_0\delta\hat{a}_0(t) - [\chi\alpha_2\delta\hat{a}_1(t) + \chi\alpha_1\delta\hat{a}_2(t)] + \sqrt{2\gamma_{b0}}\delta\hat{a}_0^{\text{in}}(t) + \sqrt{2\gamma_{c0}}\hat{c}_0^{\text{in}}(t) \\ \tau\delta\dot{\hat{a}}_1(t) &= -\gamma\delta\hat{a}_1(t) + [\chi\alpha_0\delta\hat{a}_2^+(t) + \chi\alpha_2\delta\hat{a}_0(t)] + \sqrt{2\gamma_b}\delta\hat{a}_1^{\text{in}}(t) + \sqrt{2\gamma_c}\hat{c}_1^{\text{in}}(t) \\ \tau\delta\dot{\hat{a}}_2(t) &= -\gamma\delta\hat{a}_2(t) + [\chi\alpha_0\delta\hat{a}_1^+ + \chi\alpha_1\delta\hat{a}_0(t)] + \sqrt{2\gamma_b}\delta\hat{a}_2^{\text{in}}(t) + \sqrt{2\gamma_c}\hat{c}_2^{\text{in}}(t)\end{aligned}\quad (4.12)$$

其中 a_i ($i=0,1,2$) 为三个模在腔内的平均振幅。

经过傅利叶变换后, 可得:

$$(i\omega\tau + \gamma_0)\delta\hat{a}_0(\omega) = -[\chi\alpha_2\delta\hat{a}_1(\omega) + \chi\alpha_1\delta\hat{a}_2(\omega)] + \sqrt{2\gamma_{b0}}\delta\hat{a}_0^{\text{in}}(\omega) + \sqrt{2\gamma_{c0}}\hat{c}_0^{\text{in}}(\omega) \quad (4.13a)$$

$$(i\omega\tau + \gamma)\delta\hat{a}_1(\omega) = \chi\alpha_0\delta\hat{a}_2^+(-\omega) + \chi\alpha_2\delta\hat{a}_0(\omega) + \sqrt{2\gamma_b}\delta\hat{a}_1^{\text{in}}(\omega) + \sqrt{2\gamma_c}\hat{c}_1^{\text{in}}(\omega) \quad (4.13b)$$

$$(i\omega\tau + \gamma)\delta\hat{a}_2(\omega) = \chi\alpha_0\delta\hat{a}_1^+(-\omega) + \chi\alpha_1\delta\hat{a}_0(\omega) + \sqrt{2\gamma_b}\delta\hat{a}_2^{\text{in}}(\omega) + \sqrt{2\gamma_c}\hat{c}_2^{\text{in}}(\omega) \quad (4.13c)$$

其中, ω 是分析频率。输出光场的纠缠特性是由正交分量之间的关联来表示, 根据正交分量 \hat{X} ($\hat{X} = \hat{a} + \hat{a}^+$) 和 \hat{Y} ($\hat{Y} = (\hat{a} - \hat{a}^+)/i$) 的定义, 由上述方程组(4.13)可以得到内腔场正交分量的运动方程:

$$\begin{aligned} (i\omega\tau + \gamma_0)\delta\hat{X}_0(\omega) &= -\chi\alpha_2\delta\hat{X}_1(\omega) - \chi\alpha_1\delta\hat{X}_2(\omega) + \sqrt{2\gamma_{b0}}\delta\hat{X}_0^{in}(\omega) + \sqrt{2\gamma_{c0}}\hat{X}_{c0}^{in}(\omega) \\ (i\omega\tau + \gamma)\delta\hat{X}_1(\omega) &= \chi\alpha_0\delta\hat{X}_2(\omega) + \chi\alpha_2\delta\hat{X}_0(\omega) + \sqrt{2\gamma_b}\delta\hat{X}_1^{in}(\omega) + \sqrt{2\gamma_c}\hat{X}_{c1}^{in}(\omega) \\ (i\omega\tau + \gamma)\delta\hat{X}_2(\omega) &= \chi\alpha_0\delta\hat{X}_1(\omega) + \chi\alpha_1\delta\hat{X}_0(\omega) + \sqrt{2\gamma_b}\delta\hat{X}_2^{in}(\omega) + \sqrt{2\gamma_c}\hat{X}_{c2}^{in}(\omega) \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} (i\omega\tau + \gamma_0)\delta\hat{Y}_0(\omega) &= -\chi\alpha_2\delta\hat{Y}_1(\omega) - \chi\alpha_1\delta\hat{Y}_2(\omega) + \sqrt{2\gamma_{b0}}\delta\hat{Y}_0^{in}(\omega) + \sqrt{2\gamma_{c0}}\hat{Y}_{c0}^{in}(\omega) \\ (i\omega\tau + \gamma)\delta\hat{Y}_1(\omega) &= -\chi\alpha_0\delta\hat{Y}_2(\omega) + \chi\alpha_2\delta\hat{Y}_0(\omega) + \sqrt{2\gamma_b}\delta\hat{Y}_1^{in}(\omega) + \sqrt{2\gamma_c}\hat{Y}_{c1}^{in}(\omega) \\ (i\omega\tau + \gamma)\delta\hat{Y}_2(\omega) &= -\chi\alpha_0\delta\hat{Y}_1(\omega) + \chi\alpha_1\delta\hat{Y}_0(\omega) + \sqrt{2\gamma_b}\delta\hat{Y}_2^{in}(\omega) + \sqrt{2\gamma_c}\hat{Y}_{c2}^{in}(\omega) \end{aligned} \quad (4.15)$$

运转于阈值以下时, 内腔场平均振幅 $\chi\alpha$ 、 $\chi\alpha_0$ 由表达式(4.8)给出, 则内腔场的正交分量可写为:

$$\delta\hat{X}_0(\omega) = \frac{1}{D} \left[(i\omega\tau + \gamma + \gamma\sigma'^2) \hat{Q}_{X_0} - \sqrt{\gamma\gamma_0} \sigma' (\hat{Q}_{X_1} + \hat{Q}_{X_2}) \right] \quad (4.16a)$$

$$\begin{aligned} \delta\hat{X}_1(\omega) &= \frac{\sqrt{\gamma\gamma_0} \sigma'^2}{D(i\omega\tau + \gamma - \gamma\sigma'^2)} (i\omega\tau + \gamma - \gamma\sigma'^2) \hat{Q}_{X_0} \\ &+ \frac{1}{D(i\omega\tau + \gamma - \gamma\sigma'^2)} \left[(i\omega\tau + \gamma_0)(i\omega\tau + \gamma) + \gamma\gamma_0 \sigma'^2 \right] \hat{Q}_{X_1} \\ &- \frac{1}{D(i\omega\tau + \gamma - \gamma\sigma'^2)} \left[\gamma\sigma'^2 (i\omega\tau + \gamma_0) + \gamma\gamma_0 \sigma'^2 \right] \hat{Q}_{X_2} \end{aligned} \quad (4.16b)$$

$$\begin{aligned} \delta\hat{X}_2(\omega) &= \frac{\sqrt{\gamma\gamma_0} \sigma'^2}{D(i\omega\tau + \gamma - \gamma\sigma'^2)} (i\omega\tau + \gamma - \gamma\sigma'^2) \hat{Q}_{X_0} \\ &- \frac{1}{D(i\omega\tau + \gamma - \gamma\sigma'^2)} \left[\gamma\sigma'^2 (i\omega\tau + \gamma_0) + \gamma\gamma_0 \sigma'^2 \right] \hat{Q}_{X_1} \\ &+ \frac{1}{D(i\omega\tau + \gamma - \gamma\sigma'^2)} \left[(i\omega\tau + \gamma_0)(i\omega\tau + \gamma) + \gamma\gamma_0 \sigma'^2 \right] \hat{Q}_{X_2} \end{aligned} \quad (4.16c)$$

$$\delta\hat{Y}_0(\omega) = \frac{1}{B} \left[(i\omega\tau + \gamma - \gamma\sigma'^2) \hat{Q}_{Y_0} - \sqrt{\gamma\gamma_0} \sigma'^2 (\hat{Q}_{Y_1} + \hat{Q}_{Y_2}) \right] \quad (4.17a)$$

$$\begin{aligned} \delta\hat{Y}_1(\omega) &= \frac{1}{B(i\omega\tau + \gamma + \gamma\sigma'^2)} \left[\sqrt{\gamma\gamma_0} \sigma' (i\omega\tau + \gamma + \gamma\sigma'^2) \right] \hat{Q}_{Y_0} \\ &+ \frac{1}{B(i\omega\tau + \gamma + \gamma\sigma'^2)} \left[(i\omega\tau + \gamma_0)(i\omega\tau + \gamma) + \gamma\gamma_0 \sigma'^2 \right] \hat{Q}_{Y_1} \\ &+ \frac{1}{B(i\omega\tau + \gamma + \gamma\sigma'^2)} \left[\gamma\sigma'^2 (i\omega\tau + \gamma_0) - \gamma\gamma_0 \sigma'^2 \right] \hat{Q}_{Y_2} \end{aligned} \quad (4.17b)$$

$$\begin{aligned}
 \delta \hat{Y}_2(\omega) &= \frac{1}{B(i\omega\tau + \gamma + \gamma\sigma'^2)} [\sqrt{\gamma\gamma_0}\sigma'(i\omega\tau + \gamma + \gamma\sigma'^2)] \hat{Q}_{Y_0} \\
 &+ \frac{1}{B(i\omega\tau + \gamma + \gamma\sigma'^2)} [\gamma\sigma'^2(i\omega\tau + \gamma_0) - \gamma\gamma_0\sigma'^2] \hat{Q}_{Y_1} \\
 &+ \frac{1}{B(i\omega\tau + \gamma + \gamma\sigma'^2)} [(i\omega\tau + \gamma_0)(i\omega\tau + \gamma) + \gamma\gamma_0\sigma'^2] \hat{Q}_{Y_2}
 \end{aligned} \tag{4.17c}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 D &= (i\omega\tau + \gamma_0)(i\omega\tau + \gamma + \gamma\sigma'^2) + 2\gamma\gamma_0\sigma'^2 \\
 B &= (i\omega\tau + \gamma_0)(i\omega\tau + \gamma - \gamma\sigma'^2) + 2\gamma\gamma_0\sigma'^2
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{Q}_{X(Y)_0} &= \sqrt{2\gamma_{b0}}\delta\hat{X}(\hat{Y})_0^{in}(\omega) + \sqrt{2\gamma_{c0}}\delta\hat{X}(\hat{Y})_{c0}^{in}(\omega) \\
 \hat{Q}_{X(Y)_i} &= \sqrt{2\gamma_b}\delta\hat{X}(\hat{Y})_i^{in}(\omega) + \sqrt{2\gamma_c}\delta\hat{X}(\hat{Y})_{ci}^{in}(\omega) \quad i=1,2
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

利用输入-输出关系式^[91], 可求得输出场的正交振幅分量和正交位相分量:

$$\begin{aligned}
 \delta \hat{X}_0^{out}(\omega) &= \sqrt{2\gamma_{b0}}\delta\hat{X}_0(\omega) - \delta\hat{X}_0^{in}(\omega) \\
 \delta \hat{X}_1^{out}(\omega) &= \sqrt{2\gamma_b}\delta\hat{X}_1(\omega) - \delta\hat{X}_1^{in}(\omega) \\
 \delta \hat{X}_2^{out}(\omega) &= \sqrt{2\gamma_b}\delta\hat{X}_2(\omega) - \delta\hat{X}_2^{in}(\omega) \\
 \delta \hat{Y}_0^{out}(\omega) &= \sqrt{2\gamma_{b0}}\delta\hat{Y}_0(\omega) - \delta\hat{Y}_0^{in}(\omega) \\
 \delta \hat{Y}_1^{out}(\omega) &= \sqrt{2\gamma_b}\delta\hat{Y}_1(\omega) - \delta\hat{Y}_1^{in}(\omega) \\
 \delta \hat{Y}_2^{out}(\omega) &= \sqrt{2\gamma_b}\delta\hat{Y}_2(\omega) - \delta\hat{Y}_2^{in}(\omega)
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

同理, 将运转于阈值以上的稳态解代入, 可得阈值以上正交分量的起伏特征。

4.2.3 反射泵浦场的压缩与倍频场的压缩

连续变量量子纠缠态是与量子噪声压缩态直接相关的一种重要量子效应。三共振II类相位匹配倍频过程产生的倍频场具有压缩特性; 反射输出的两个基频场具有双模压缩特性, 即两个本征模处于连续变量纠缠态。本节对II类相位匹配三共振倍频过程的反射场的双模压缩特性和倍频光的压缩特性进行分析。

II类倍频过程中两束基频光的偏振方向互相垂直, 可以用第二章介绍过的一对耦合模来表示: 与泵浦光偏振方向垂直的模式 \hat{a}_- (暗模) 和与泵浦光偏振方向平行的模式 \hat{a}_+ (亮模), 如图4.4所示。耦合模与本征模之间的变换为:

$$\begin{aligned}\hat{a}_+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_1 + \hat{a}_2) \\ \hat{a}_- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_1 - \hat{a}_2)\end{aligned}\quad (4.21)$$

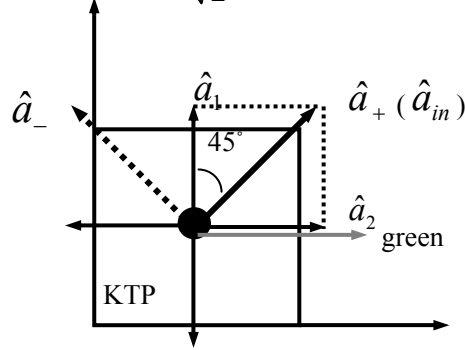
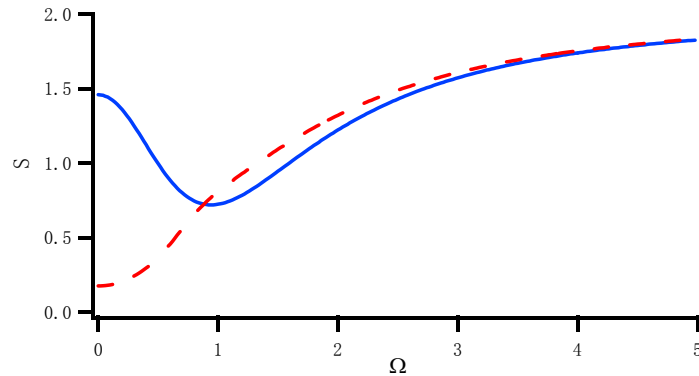


图 4.4 倍频过程中的各种偏振方向

根据关联噪声谱定义可求得三共振II类倍频过程反射泵浦场的噪声谱及倍频光的正交振幅噪声关联谱为：

$$\begin{aligned}S_{\hat{X}_1+\hat{X}_2}^{out}(\omega) &= S_{\hat{X}_+}^{out}(\omega) = \left\langle \left(\delta\hat{X}_1^{out}(\omega) + \delta\hat{X}_2^{out}(\omega) \right) \left(\delta\hat{X}_1^{out}(\omega) + \delta\hat{X}_2^{out}(\omega) \right)^+ \right\rangle \\ S_{\hat{Y}_1-\hat{Y}_2}^{out}(\omega) &= S_{\hat{Y}_-}^{out}(\omega) = \left\langle \left(\delta\hat{Y}_1^{out}(\omega) - \delta\hat{Y}_2^{out}(\omega) \right) \left(\delta\hat{Y}_1^{out}(\omega) - \delta\hat{Y}_2^{out}(\omega) \right)^+ \right\rangle \\ S_{\hat{X}_0}^{out}(\Omega) &= \left\langle \left(\delta\hat{X}_0^{out}(\omega) \delta\hat{X}_0^{out}(\omega)^+ \right) \right\rangle\end{aligned}\quad (4.22)$$


 图 4.5 $S_{\hat{X}_1+\hat{X}_2}^{out}$ 及 $S_{\hat{Y}_1-\hat{Y}_2}^{out}$ 随归一化频率 ($\Omega = \omega\tau/\gamma$) 的变化关系

$\gamma=0.02; \gamma_b=0.018; \gamma_0=0.008; \gamma_{b0}=0.0072; \sigma=0.8$, 实线为 $S_{\hat{X}_1+\hat{X}_2}^{out}$, 虚线为 $S_{\hat{Y}_1-\hat{Y}_2}^{out}$,

因为谐振倍频过程中存在内腔光学参量下转换过程，我们分别对阈值以下和阈值以上的噪声谱进行讨论。其中，图 4.5 和 4.6 分别给出了当 $\gamma=0.02; \gamma_b=0.018; \gamma_0=0.008; \gamma_{b0}=0.0072$ 时阈值以下 ($\sigma=0.8$) 和阈值以上 ($\sigma=1.2$) 两个基频场振幅和的起伏及位相差的起伏，也既亮模的振幅起伏和暗模的位相起伏的噪声随归一化频率变化的关系，实线对应的是基频场振幅和的起伏噪声，虚线对应的是位相差的起伏噪声。从噪声图谱上可以看出，选取合适的腔参数，阈值以上和阈

值以下两个基频场的光学模都具有正交振幅负关联与正交位相正关联的特性，同时小于散粒噪声基准 2，满足纠缠态光场的不可分判据，为一对量子纠缠态光场。对应于耦合模中，亮模正交振幅和暗模正交位相的噪声都小于散粒噪声基准 2，即亮模正交振幅和暗模正交位相在很大的频率范围内都存在压缩。

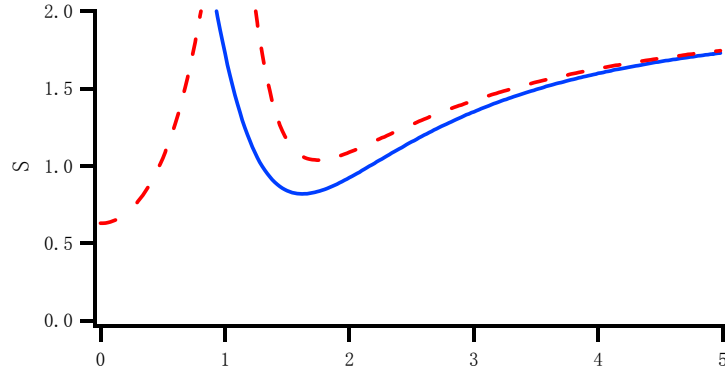


图 4.6 $S_{\hat{x}_1+\hat{x}_2}^{out}$ 及 $S_{\hat{y}_1-\hat{y}_2}^{out}$ 随归一化频率 ($\Omega = \omega\tau/\gamma$) 的变化关系

$\gamma=0.02; \gamma_b=0.018; \gamma_0=0.008; \gamma_{b0}=0.0072; \sigma=1.2$, 实线为 $S_{\hat{x}_1+\hat{x}_2}^{out}$, 虚线为 $S_{\hat{y}_1-\hat{y}_2}^{out}$

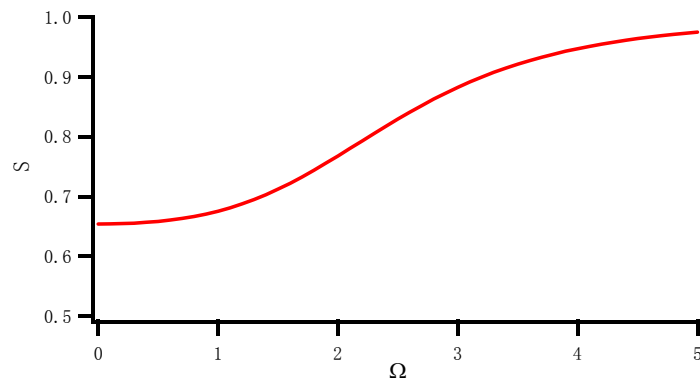


图 4.7 $S_{\hat{x}_0}^{out}$ 随归一化频率的变化关系

$\gamma=0.02; \gamma_b=0.018; \gamma_0=0.05; \gamma_{b0}=0.045; \sigma=0.8$

图 4.7 与 4.8 给出了阈值以下与阈值以上产生的二次谐波场的振幅起伏随归一化频率变化的关系。可以看出，在合适的腔参数下，三共振 II 类倍频过程输出的二次谐波场在很大的频率范围内仍为振幅压缩光。图 4.9 给出了在归一化频率 $\Omega = 2.8$ 时，二次谐波场的振幅起伏随归一化泵浦参数变化的关系。三共振 II 类倍频过程中的倍频场在阈值以上和阈值以下也都体现出了压缩特性。

所有计算过程中已经将单个子系统的噪声归一化到散粒噪声极限。

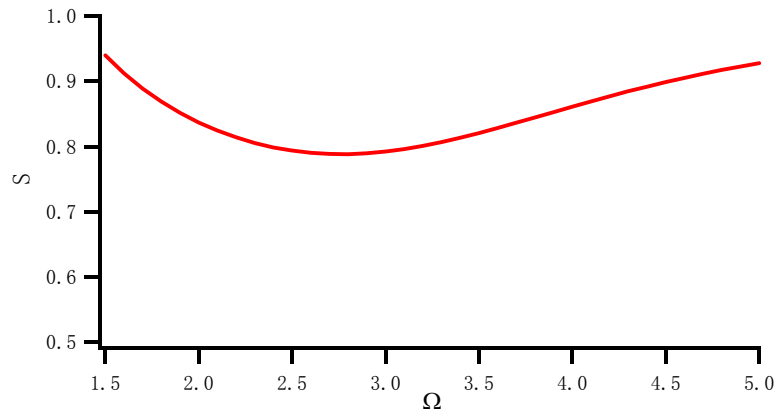


图 4.8 $S_{\hat{x}_0}^{out}$ 随归一化频率的变化关系

$$\gamma=0.02; \gamma_b=0.018; \gamma_0=0.05; \gamma_{b0}=0.045; \sigma=1.2$$

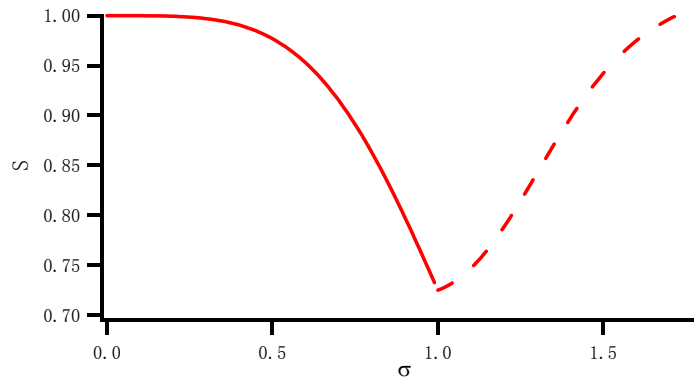


图 4.9 $S_{\hat{x}_0}^{out}$ 随归一化泵浦参数的变化关系

$$\gamma=0.02; \gamma_b=0.018; \gamma_0=0.05; \gamma_{b0}=0.045; \Omega=2.8$$

4.3 三组份纠缠光场的判定及噪声关联谱

三共振II类倍频过程中，腔内两个基频光子通过倍频过程转换为一个倍频光子，同时倍频光子也通过参量下转换反过来产生两个基频光子。在这个过程中反射基频场相互作用产生强的量子关联使得三个模式之间具有量子纠缠。

由于三共振II类倍频过程有两个稳态区域：阈值以下和阈值以上。本节将分别讨论这两种情况下输出光场三模的量子纠缠特性。

2003 年P. van Loock 和A. Furusawa 提出连续变量多组份纠缠不可分的充分判据，引入了三模总的振幅与相互间相对位相的噪声谱^[69]：

$$\begin{aligned}
 S_1^{out} &= \langle \delta^2(\hat{Y}_1^{out} - \hat{Y}_2^{out}) \rangle + \langle \delta^2(\hat{X}_1^{out} + \hat{X}_2^{out} - g_1 \hat{X}_0^{out}) \rangle \leq 4 \\
 S_2^{out} &= \langle \delta^2(\hat{Y}_0^{out} + \hat{Y}_1^{out}) \rangle + \langle \delta^2(\hat{X}_1^{out} + g_2 \hat{X}_2^{out} - \hat{X}_0^{out}) \rangle \leq 4 \\
 S_3^{out} &= \langle \delta^2(\hat{Y}_0^{out} + \hat{Y}_2^{out}) \rangle + \langle \delta^2(g_3 \hat{X}_1^{out} + \hat{X}_2^{out} - \hat{X}_0^{out}) \rangle \leq 4
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

其中, g_1 、 g_2 、 g_3 是归一化增益因子, 选取合适的 g 值可以使不等式左边的值最优化。这里已将单个子系统的噪声归一化到散粒噪声极限1。满足上面任意两个不等式可以充分证明这样的态是真正完全不可分的三组份纠缠态。不等式左边的值越小, 态具有的纠缠就越大。当它们等于零时, 为理想纠缠态。因此可以通过不等式左边的值来评价纠缠的程度。

基于本章第二节噪声功率谱的讨论, 对三模“总振幅”与“相互位相”的噪声功率谱密度可定义为:

$$\begin{aligned}
 \langle \delta^2(\hat{X}_1^{out} + \hat{X}_2^{out} - g_1 \hat{X}_0^{out}) \rangle &= \langle [\delta \hat{X}_1^{out}(\omega) + \delta \hat{X}_2^{out}(\omega) - g_1 \delta \hat{X}_0^{out}(\omega)] \\
 &\quad [\delta \hat{X}_1^{out}(\omega) + \delta \hat{X}_2^{out}(\omega) - g_1 \delta \hat{X}_0^{out}(\omega)]^+ \rangle \\
 \langle \delta^2(\hat{X}_1^{out} + g_2 \hat{X}_2^{out} - \hat{X}_0^{out}) \rangle &= \langle [\delta \hat{X}_1^{out}(\omega) + g_2 \delta \hat{X}_2^{out}(\omega) - \delta \hat{X}_0^{out}(\omega)] \\
 &\quad [\delta \hat{X}_1^{out}(\omega) + g_2 \delta \hat{X}_2^{out}(\omega) - \delta \hat{X}_0^{out}(\omega)]^+ \rangle \\
 \langle \delta^2(g_3 \hat{X}_1^{out} + \hat{X}_2^{out} - \hat{X}_0^{out}) \rangle &= \langle [g_3 \delta \hat{X}_1^{out}(\omega) + \delta \hat{X}_2^{out}(\omega) - \delta \hat{X}_0^{out}(\omega)] \\
 &\quad [g_3 \delta \hat{X}_1^{out}(\omega) + \delta \hat{X}_2^{out}(\omega) - \delta \hat{X}_0^{out}(\omega)]^+ \rangle \\
 \langle \delta^2(\hat{Y}_1^{out} - \hat{Y}_2^{out}) \rangle &= \langle [\delta \hat{Y}_1^{out}(\omega) - \delta \hat{Y}_2^{out}(\omega)] [\delta \hat{Y}_1^{out}(\omega) - \delta \hat{Y}_2^{out}(\omega)]^+ \rangle \\
 \langle \delta^2(\hat{Y}_0^{out} + \hat{Y}_2^{out}) \rangle &= \langle [\delta \hat{Y}_0^{out}(\omega) + \delta \hat{Y}_2^{out}(\omega)] [\delta \hat{Y}_0^{out}(\omega) + \delta \hat{Y}_2^{out}(\omega)]^+ \rangle \\
 \langle \delta^2(\hat{Y}_0^{out} + \hat{Y}_1^{out}) \rangle &= \langle [\delta \hat{Y}_0^{out}(\omega) + \delta \hat{Y}_1^{out}(\omega)] [\delta \hat{Y}_0^{out}(\omega) + \delta \hat{Y}_1^{out}(\omega)]^+ \rangle
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

4.3.1 阈值以下

从计算得到的三模关联起伏量, 可得到使 S_1^{out} 、 S_2^{out} 、 S_3^{out} 最优化(也即取最小值)的增益因子, 在可行性的实验条件, 我们计算了三模量子噪声关联谱的变化关系如图 4.10, 4.11 所示。图 4.10 描述了 S_1^{out} 、 S_2^{out} 、 S_3^{out} 关联度的大小随归一化泵浦参数的变化, 从中可以看出, 当泵浦功率低于阈值时, 三个关联不等式同时低于散粒噪声基准 4, 即阈值以下满足三模的三组份纠缠。由于倍频场的引入, S_1^{out} 和 S_2^{out} 最好关联处在阈值附近($\sigma = 0.7$)而不是在阈值处。图 4.11 描述了 S_1^{out} 、 S_2^{out} 、 S_3^{out} 关联度的大小随归一化频率($\Omega = \omega\tau/\gamma$)的变化关系, 此时我们选取的泵浦阈值为 $\sigma = 0.7$, 在此条件下, 三个关联在很大范围内都存在。依据连续变量三组份纠缠不可分判据可知泵浦光和两个基频光之间存在纠缠, 满足三组份纠缠的不可分判据, 三模量子

噪声纠缠在很大的频率范围内都存在。

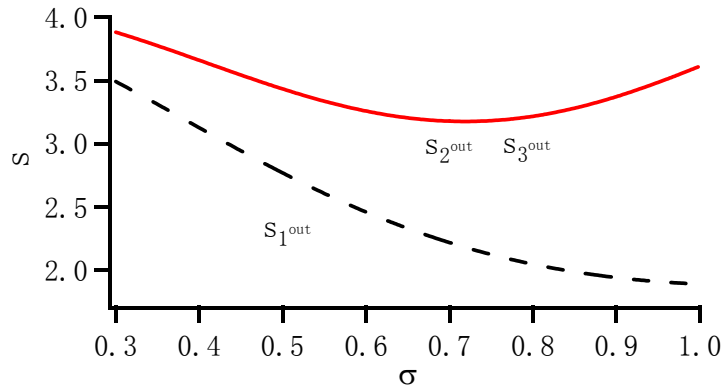


图4.10 S_i^{out} 随归一化泵浦参数的变化关系

$$\gamma=0.02; \gamma_b=0.018; \gamma_0=0.1; \gamma_{b0}=0.09; \Omega=1.5$$

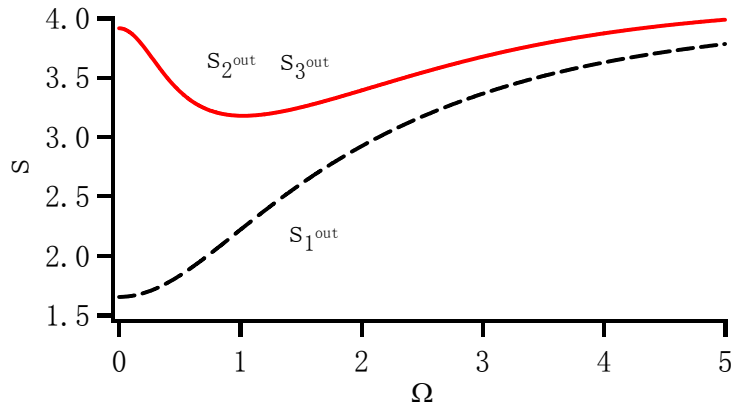


图4.11 S_i^{out} 随归一化频率 ($\Omega = \omega\tau / \gamma$) 的变化关系

$$\gamma=0.02; \gamma_b=0.018; \gamma_0=0.1; \gamma_{b0}=0.09; \sigma = 0.7$$

从图 4.10、4.11 可以看出, S_2^{out} 和 S_3^{out} 的关联噪声谱总是相等的, 即 $S_2^{out} = S_3^{out} < 4$, 而且 S_2^{out} 和 S_3^{out} 的关联总是比 S_1^{out} 差。这表明, 只要给定两个泵浦场相同的腔参数, 它们与二次谐波场产生的关联是对称的。而且也说明两个泵浦场同时参与了二次谐波场的产生。与此同时, 由于两个基频场在二次谐波产生过程中同时起作用, 两个基频场间的关联总是好于它们与倍频场间的关联。

4.3.2 阈值以上

将阈值以上的稳态解(4.6)代入三模的运动方程(4.14)和(4.15), 可以计算关联噪声谱 S_1^{out} 、 S_2^{out} 、 S_3^{out} 随各种实验参数的变化关系。根据三组份不可分判据, 可以判定三模的关联情况。

由于阈值以上两个泵浦基频场的稳态解分离，两个基频场在倍频产生过程中的作用不再一致，因此出现了 S_2^{out} 和 S_3^{out} 不相同的现象。图4.12给出了当泵浦参数 $\sigma=1.5$ 时， S_1^{out} 、 S_2^{out} 和 S_3^{out} (S_1^{out} 为实线， S_2^{out} 为虚线， S_3^{out} 为点划线)随归一化频率($\Omega = \omega\tau / \gamma$)的变化关系，从中可以看出，当 $\sigma=1.5$ 时， S_2^{out} 的噪声增大，但在很宽的频率范围内 S_1^{out} ， S_3^{out} 仍然是小于4的。图4.13给出了当 $\Omega=0.2$ 时， S_1^{out} 、 S_2^{out} 和 S_3^{out} 随归一化泵浦

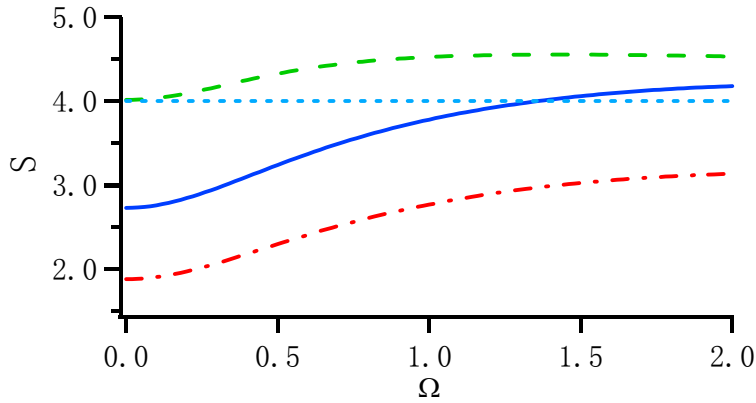


图 4.12 S_1^{out} 、 S_2^{out} 和 S_3^{out} 随归一化频率($\Omega = \omega\tau / \gamma$)的变化关系

$$\gamma=0.03; \gamma_b=0.027; \gamma_0=0.1; \gamma_{b0}=0.09; \sigma=1.5;$$

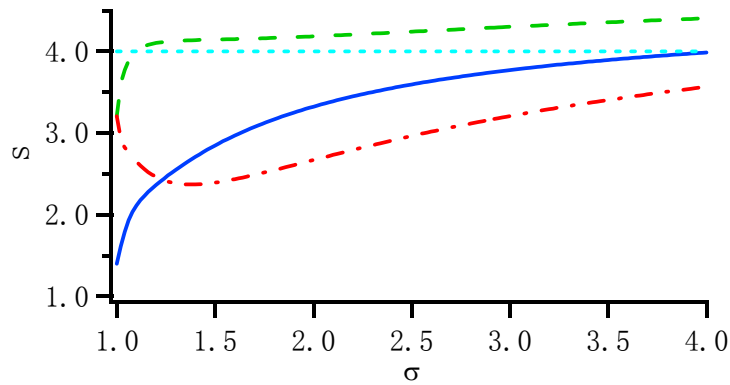


图4.13 S_1^{out} 、 S_2^{out} 和 S_3^{out} 随归一化泵浦参数($\sigma = \beta / \beta^{th}$)的变化关系

$$\gamma=0.03; \gamma_b=0.027; \gamma_0=0.1; \gamma_{b0}=0.09; \Omega=0.2;$$

参数($\sigma = \beta / \beta^{th}$)的变化，可以看出，在 $\sigma \leq 1.2$ 时，三组份纠缠判据中的三个条件可以同时满足， $1.2 \leq \sigma_{SH} \leq 4$ 时， S_1^{out} 和 S_3^{out} 同时满足(4.23)中的不等式。根据P. van Loock和A. Furusawa 提出的连续变量多组份纠缠不可分的充分判据，满足任意两个不等式可以充分证明这样的态是真正完全不可分的三组份纠缠态，可知阈值以上泵浦光和两个基频光之间满足三组份纠缠的不可分判据，它们之间存在三组份纠缠。

4.4 实验可行性分析与设计

在上述三组份纠缠光场的产生方案中，非线性过程在一个光学腔的一块晶体中发生，结构紧凑，这样各光学模在腔中的损耗少，II类相位匹配倍频过程易于实现。实验设计中，由于KTP晶体具有温度范围宽、损伤阈值高、吸收系数小的特点，因此是非线性作用过程中的比较理想的选择对象。多年来一直被广泛地研究和应用。鉴于此，我们选择KTP晶体作为II类倍频系统的倍频晶体。

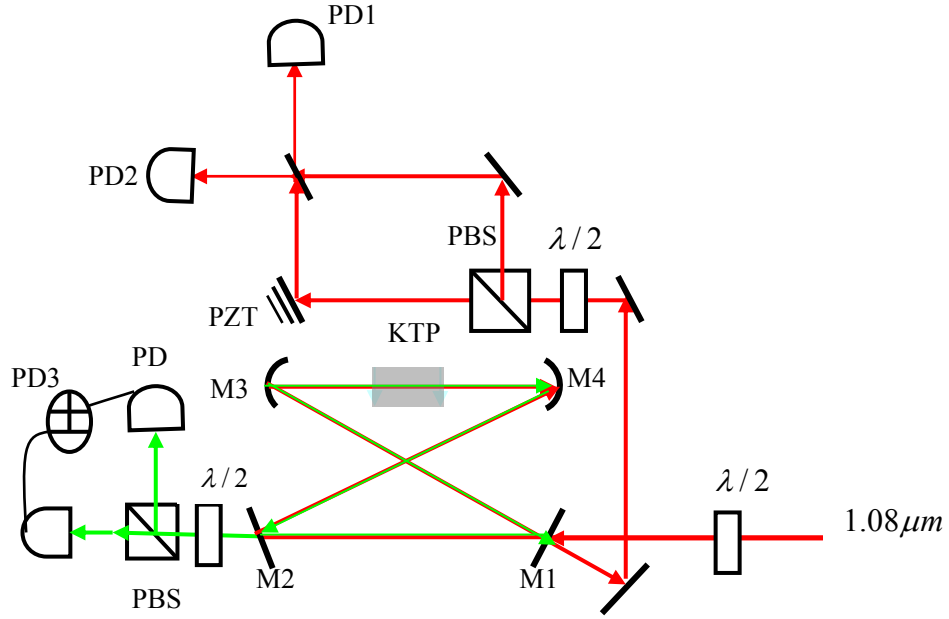


图 4.14 利用 II 类倍频过程产生双色三组份纠缠实验原理图

选取可行性的实验参数，利用表征倍频过程中的非线性相互作用强度的参数 $E_{NL} = P_2 / P_c^2$ （此参数与聚焦参数、晶体走离角和晶体的有效非线性系数等因素有关。与非线性耦合系数 χ 之间的关系为 $\chi^2 = 2\gamma_0 \hbar \omega_1 E_{NL}$ ，其中 $E_{NL} = 2u / \hbar \omega_1$ ， $u = \chi^2 / 2\gamma_0$ ^[79]。），可以估计出 II 类倍频系统的阈值功率^[77]：

$$P^{th} = \frac{(\delta + T)^3}{TE_{NL}} \quad (4.25)$$

其中 T 为输出耦合透射率， δ 为基频光在腔内的额外损耗。取内腔输出耦合损耗为 4%，额外损耗为 1%，KTP 晶体 $E_{NL} = 0.008 W^{-1}$ 时，双共振 II 类倍频阈值为 $156 mW$ ^[160]。由于 $E_{NL} \propto \chi^2 / \gamma_0$ ，倍频场的共振能够大大增强非线性相互作用强度，从而明显地降低倍频阈值。

我们在实验上已经搭建了产生三组份纠缠源的 II 类倍频腔，得到了二次谐波场压缩态输出。后续实验希望用两个反射基频场与二次谐波场联合测量产生三组份纠缠态。

缠态光场，具体方案示意图如图 4.14 所示。这里涉及到许多实验上的技术问题亟待解决，首先，我们希望采用较好的方法改善基频光的光源质量，在实验中我们拟采用高精度模清洁剂获得较好的相干光光源；另一方面，三共振条件对于温度的控制要求更精确，需要精确微调温度以实现参量增益的最大值；再者，从以上的理论分析中我们可以看出，两个反射基频场与二次谐波之间的最佳增益是保证三模纠缠的重要条件，因此，合适的电子学增益是保证高纠缠度的必备条件。具体实验中，从 $1.08\mu\text{m}$ 的激光器出来的红外光，经过高精度模清洁剂锁模之后进入三共振倍频腔，从倍频腔反射出来的两个偏振垂直的红外基频模经过输出耦合镜 M1 之后经分束棱镜分开，从以上理论计算可知，两个基频模具有振幅反关联，位相正关联特性，因此将 PZT 锁在 $\pi/2$ 相位处，通过 Bell 态直接测量的方法测得两基频模的关联(通过第二章介绍过的平衡零拍探测方法可以测得耦合模的压缩);倍频光的压缩可以通过对从倍频输出镜 M2 输出二次谐波的自零拍探测的方法测得。调节各路合适的增益，通过两个基频反射模与倍频模的联合测量，可以得到倍频过程中双色三组份关联噪声。从而得到它们之间的纠缠。

4.5 本章小结

本章从 II 类相位匹配倍频过程的量子朗之万方程出发分析了输出场的稳态解，从理论上首先分析了阈值以下和阈值以上的三共振 II 类匹配倍频过程中反射基频场的关联特性及耦合模的压缩特性，并分析了产生的二次谐波场的压缩特性，在此基础上，研究了阈值以下和阈值以上的三共振 II 类匹配倍频过程产生连续变量双色三组份纠缠态的系统方案。对于阈值以下的三共振 II 类倍频过程，两个基频场的稳态解相同，它们与二次谐波场的关联满足判据中的三个不等式，得到的态是三组份完全不可分态，具有三模“振幅和”与“相互位相差”的纠缠特性。对于阈值以上的 II 类倍频过程，两个基频输出场的出现对称破缺现象，它们的位相相反，但在一定范围内与二次谐波场的关联仍满足判据中的“振幅和”与“相互位相差”均小于 4 的三个不等式，得到的态仍是三组份完全不可分态，具有三模的纠缠特性。

以上理论的分析，是在实验可行性条件下进行的合理估计，从中可以看出，在三共振 II 类倍频过程产生三组份纠缠源的研究过程中，选取合适的腔参数是获得高关联纠缠光束的关键因素。另外，最优化的增益因子是保证高关联纠缠光束的重要影响因素。

由于此方案只需要用一个光学参量振荡腔，纠缠源的结构紧凑，而且输出光场

具有两个不同的频率，因此可利用此类纠缠源实现连续变量的量子密钥分发以及通过离物传态在不同电磁场谱之间分发量子信息，这些将在量子通讯领域发挥重要的作用。

第五章 相位调制相干态的测量与重构

5.1 引言

量子态的测量和重构是近年来物理学中一个非常活跃的研究领域。在经典力学中，电磁振荡的状态可由经典复振幅的统计来完美描述，即可以用它在每一时刻的坐标 q 和动量 p 的统计分布——相空间的一个分布 $W(q,p)$ 来描述，分布 $W(q,p)$ 描述了对坐标 q 和动量 p 同时测量的几率，在某种意义上，相空间分布描述了经典物理的态。在量子力学中，由于海森堡不确定关系，我们无法同时得知一个体系的坐标和动量。一个体系的量子态，用Hilbert空间中的一个态矢量 $|\psi\rangle$ 或它的密度矩阵 $\hat{\rho}$ 来描述其信息，在具体的表象中，用态矢在各基矢方向的分量来刻画。如在连续变量的坐标表象中，量子态表示为一个波函数 $\langle x|\psi\rangle = \psi(x)$ ，量子态包含了体系的全部信息。根据量子力学测不准原理，单个粒子的量子态是不能观测的，即在原则上不能用实验来测定，因为每次无论多么精细的测量都会给这个态带来干扰，从而使进一步的测量不能得到完整的信息。因此，我们不能直接观测到一个量子态。但对于在同样实验条件下制备出来的粒子所构成的系综而言，量子态的测量则是有意义的。比如，我们提前不知道一个系统的量子态，但可以对许多子系统进行许多次测量，测量结果不能直接给出这个态，但通过间接的数据分析可以推断出这个态；知道了每次测量之后的投影统计，通过把这些结果联合起来就可以恢复出这个态的密度矩阵。因此人们希望能通过一些可观测量来构造态矢量或它的某种表示从而推断出测量系综的量子态。量子态层析术(Quantum-state Tomography : QST)正是通过光零拍探测层析术(Optical Homodyne Tomography : OHT)来获得一系列的可观测量从而推断出这个系统的量子态^[146]一种方法，从而成为人们进行量子信息研究的有力工具。近年来进行的量子态测量的实验工作，是测量与波函数或密度矩阵等价的Wigner函数，它是定义于相空间中的一个实函数，具有准概率分布函数的性质。通过测量量子态的Wigner函数来描述一个量子态，是量子态重构的基本思想。

实验上，通过测量量子态的准几率分布函数或者几率密度矩阵，可以获得与波函数等量的信息。因此与之相联系的光零拍探测层析术得到广泛关注，在理论^[147]和实验^[148-151]上取得了巨大进展。光零拍探测层析术是通过平衡零拍探测记录一系列光场的旋转正交分量来重建光场量子态的Wigner函数和密度矩阵。由于OHT方法可以直观地揭示量子态的非经典特性，比如可以在时域内观测光场的噪声特性^[152]，成为人们关注的研究光场非经典性的方法。

在实际应用中，譬如通讯领域，要用激光作为信息的载波，就必须将信息加到激光的辐射上，如要用激光通话，就需要将语言信息加载于激光，由激光“携带”信息通过一定的传输通道（大气、光纤等）送到接收器，再由光接收器鉴别并还原成原来的信息，从而完成通话的目的。这种将信息加载于激光的过程即为调制。为使一束光携带信息必须给它加调制，不同的调制携带的信息不同。目前的量子信息实验中，对许多量子现象的研究都需要对量子态光场加调制从而产生一束特殊的信号光。量子态光场作为信息的载体，为信息的传输、复制及交换等服务，将信息加载于量子态光场上之后，需要最终获得加载的信息。传统的只对一束光进行 Wigner 函数的重构已远远不能满足实际实验的需要。事实上，每一个调制频率都可以重构出它自己的 Wigner 函数。即利用 Wigner 函数重构可以将调制信号的解调结果直观的表现出来。

作为一种对相位敏感的测量方法，OHT存在如何将调制信号展现于相空间的问题^[153]，本章首先从相空间理论出发介绍了Wigner函数，接着介绍了单模场的零拍层析。在此基础上，对加调制的相干光场进行了态的重构，并分析了态重构过程中存在的一些技术问题。

5.2 量子力学的相空间理论及Wigner函数

5.2.1 相空间中光场量子态的描述

在量子力学中，可以通过波函数来描述一个光场的量子态。然而，对于一个系统并不是任何时候都可以写出它的波函数。譬如，一个粒子处在态 $|a\rangle$ 或者态 $|b\rangle$ ，我们只知道粒子处在态 $|a\rangle$ 或者态 $|b\rangle$ 的经典几率各为 50%，此时，这个态处在经典混合态，这不同于相干叠加态，为了描述这个态，引入密度算符：

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}|a\rangle\langle a| + \frac{1}{2}|b\rangle\langle b| \quad (5.1)$$

此时，密度算符比波函数更具有普遍意义。对于一个波函数为 $|\psi\rangle$ 的纯态，它所对应的密度算符为：

$$\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi| \quad (5.2)$$

用密度矩阵可以非常容易的区分出纯态和混合态。对于纯态 $\hat{\rho}^2 = \hat{\rho}$ ，并且 $Tr(\hat{\rho}^2) = Tr(\hat{\rho}) = 1$ ，而对于一个混合态而言 $\hat{\rho}^2 \neq \hat{\rho}$ ，并且 $Tr(\hat{\rho}^2) < 1$ ，在这种意义上，从 $Tr(\hat{\rho}^2)$ 可以推断出一个量子态是不是纯态。密度算符包含了一个量子态的所有信息，如果可以重建一个量子态的密度矩阵，就可以知道量子态的所有信息，比如在

Fock 态表象下，可以通过重构密度矩阵元 $\rho_{mn} = \langle m | \hat{\rho} | n \rangle$ 来完成量子态的重构。

然而，一般情况下，我们只可以通过量子态可观测量的期望值来得到量子态的信息。对于量子态的一个可观测量 \hat{F} ，它的期望值可以表示为：

$$\langle \hat{F} \rangle = \text{Tr}(\hat{\rho}\hat{F}) \quad (5.3)$$

为简化求迹过程，引入与量子态有关的权重函数 $w(\vartheta)$ 以及与算符 \hat{F} 有关的函数 $f(\vartheta)$ ：

$$\langle \hat{F} \rangle = \int w(\vartheta)f(\vartheta)d^2\vartheta \quad (5.4)$$

这就是所谓的相空间方法，此时，积分在复平面 ϑ 内进行。式(5.4)是式(5.3)类似于经典的相位空间方法在实际应用中的一种数学变换， $w(\vartheta)$ 为经典的几率分布函数。而对于一个量子态，类似于经典的方法，我们引入一个函数 $W(\vartheta)$ ，它不再对应着经典的几率分布函数， $W(\vartheta)$ 可以取负值，称为准几率分布函数（quasiprobability distribution: QPD）。

5.2.2 Wigner函数

1932 年 Wigner 函数被引入量子力学^[154]。类似于经典几率分布，Bertrand. J 和 Bertrand. P^[155] 定义了一个量子态的准几率分布函数 $W(q,p)$ 并假定了它的性质，其中之一便是假定分布 $W(q,p)$ 为在不同时测量 q 和 p 时的一种联合几率分布。作为描述量子态的准几率分布函数，Wigner 函数与经典概率分布的不同之处在于：准概率分布不仅不能被直接测量，而且可以取负值。Wigner 函数的负值体现了量子态的非经典特性。

类似于经典几率分布，作为同时描述相空间 q 和 p 的联合准几率分布函数，一个自然的结果就是，将 Wigner 函数对 q 或 p 积分都将得到一个边缘分布^[155]。分别对应位置和动量分布。

$$\text{Pr}(q) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(q, p) dp \quad (5.5)$$

$$\text{Pr}(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(q, p) dq \quad (5.6)$$

另外，如果对相空间进行与 q 轴成任意角度 θ 的相移操作，那么所有的复振幅都将在相空间移动，意味着分量 q 和 p 在两维相空间 (q,p) 中旋转，位置和动量的几率分布值将相应的发生旋转。一般情况下，沿位相空间中与 q 轴成任意角度 θ 方向对 Wigner 函数积分，都将得到一个正交位相振幅分量的几率分布^[6]。则在任意的相移 θ 之后的位置几率分布为：

$$\begin{aligned} \Pr(q, \theta) &\equiv \langle q | \hat{U}(\theta) \hat{\rho} \hat{U}^\dagger(\theta) | q \rangle \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} W(q \cos \theta - p \sin \theta, q \sin \theta + p \cos \theta) dp \end{aligned} \quad (5.7)$$

上述公式中， $\Pr(q)$ 和 $\Pr(p)$ 分别是 q 和 p 的几率分布函数。 $\Pr(q, \theta)$ 为在不同的相对位相下测量光场正交振幅位相分量 $\hat{q}_\theta = \hat{q} \cos \theta + \hat{p} \sin \theta$ 的几率分布，其中 $\hat{U}(\theta) \equiv \exp(-i\theta\hat{n})$ ，(5.7)式被叫做Randon变换^[156]，也是Wigner函数的定义式。这个公式将准几率分布 $W(q,p)$ 与量子力学联系起来，进一步将 $W(q,p)$ 与量子力学的可观测量联系起来。也即把量子态与可观测量联系起来。从中可以看出，将Wigner函数投影到与正交振幅分量 q 成 θ 角的相空间平面上可以得到任意一个正交位相振幅分量的几率分布函数。它们间的对应关系如图5.1所示。

那么，Wigner函数与量子态是怎样一一对应的呢？为此我们引入一个特征函数 $\tilde{w}(u, v)$ ，即Wigner函数的Fourier变换，以及位相几率分布函数 $\Pr(q, p)$ 的Fourier

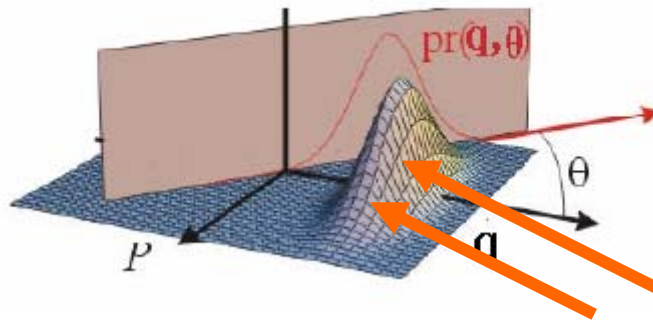


图 5.1 Wigner 函数与正交几率分布的对应

变换 $p\tilde{r}(\xi, \theta)$

$$\tilde{w}(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(q, p) \exp(-iuq - ivp) dq dp \quad (5.8)$$

$$p\tilde{r}(\xi, \theta) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} \Pr(q, \theta) \exp(-i\xi q) dq \quad (5.9)$$

根据式(5.7)，则有：

$$\begin{aligned}
 p\tilde{r}(\xi, \theta) &\equiv \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Pr}(q, \theta) \exp(-i\xi q) dq \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} W(q \cos \theta - p \sin \theta, q \sin \theta + p \cos \theta) dp \right] \exp(-i\xi q) dq \quad (5.10) \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(q \cos \theta - p \sin \theta, q \sin \theta + p \cos \theta) \exp(-i\xi q) dp dq
 \end{aligned}$$

令:

$$\begin{aligned}
 q' &= q \cos \theta - p \sin \theta \\
 p' &= q \sin \theta + p \cos \theta
 \end{aligned} \quad (5.11)$$

(5.10)式变为:

$$\begin{aligned}
 p\tilde{r}(\xi, \theta) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(q \cos \theta - p \sin \theta, q \sin \theta + p \cos \theta) \exp(-i\xi q) dp dq \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(q', p') \exp[-i\xi(q' \cos \theta + p' \sin \theta)] dp' dq'
 \end{aligned} \quad (5.12)$$

设

$$\begin{aligned}
 \xi \cos \theta &= u \\
 \xi \sin \theta &= v
 \end{aligned} \quad (5.13)$$

比较(5.8)、(5.9)与 (5.12), 可得:

$$p\tilde{r}(\xi, \theta) = \tilde{w}(\xi \cos \theta, \xi \sin \theta) = \tilde{w}(u, v) \quad (5.14)$$

根据 $\text{Pr}(q, \theta)$ 的定义式(5.7)及它的 Fourier 变换 $p\tilde{r}(\xi, \theta)$, 可得

$$\begin{aligned}
 p\tilde{r}(\xi, \theta) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \langle q | \hat{U}(\theta) \hat{\rho} \hat{U}^+(\theta) | q \rangle \exp(-i\xi \hat{q}) dq \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \langle q | \hat{U}(\theta) \hat{\rho} \hat{U}^+(\theta) \exp(-i\xi \hat{q}) | q \rangle dq \\
 &= \text{tr} \{ \hat{U}(\theta) \hat{\rho} \hat{U}^+(\theta) \exp(-i\xi \hat{q}) \} \\
 &= \text{tr} \{ \hat{\rho} \hat{U}^+(\theta) \exp(-i\xi \hat{q}) \hat{U}(\theta) \}
 \end{aligned} \quad (5.15)$$

而:

$$\begin{aligned}
 \hat{U}^+(\theta) \exp(-i\xi \hat{q}) \hat{U}(\theta) &= \exp(-i\hat{q}\xi \cos \theta - i\hat{p}\xi \sin \theta) \\
 &= \exp(-i\hat{q}u - i\hat{p}v)
 \end{aligned} \quad (5.16)$$

因此,

$$\tilde{w}(u, v) = \text{tr} \{ \hat{\rho} \exp(-iu\hat{q} - iv\hat{p}) \} \quad (5.17)$$

即特征函数 $\tilde{w}(u, v)$ 是密度算符的“量子傅立叶变换”

$$\begin{aligned}
 W(q, p) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{w}(u, v) \exp(iuq + ivp) dudv \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tr}\{\hat{\rho} \exp(-iu\hat{q} - iv\hat{p})\} \exp(iuq + ivp) dudv \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\langle q' - \frac{v}{2} \left| \hat{\rho} \right| q' + \frac{v}{2} \right\rangle \exp(-iuq' + iuq + ivp) dq' dudv \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\langle q' - \frac{v}{2} \left| \hat{\rho} \right| q' + \frac{v}{2} \right\rangle \exp(ivp) \delta(q' - q) dq' dv
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

设 $x = v$, 最终可以得到:

$$W(q, p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(ixp) \left\langle q - \frac{x}{2} \left| \hat{\rho} \right| q + \frac{x}{2} \right\rangle dx \tag{5.19}$$

此公式为Wigner函数的经典公式^[154], 也称为逆Randon变换。由此可见, Wigner函数 $W(q, p)$ 与量子态的密度矩阵 $\hat{\rho}$ 之间相差一个Fourier变换, Wigner函数与密度算符是一一对应的关系, 与量子态也就是一一对应的关系。因此Wigner函数与密度矩阵一样, 都可以完备地描述一个量子态。

由以上可知通过 Randon 变换, 将 Wigner 函数投影到与 q 轴成 θ 角的平面上可以得到一个正交位相振幅分量在 θ 方向上的几率分布函数。反过来, 知道了全部的正交位相振幅分量的几率分布函数以后, 就可以通过逆 Randon 变换重构一个量子态的 Wigner 函数。

$$\begin{aligned}
 W(q, p) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^\pi \tilde{w}(\xi \cos \theta, \xi \sin \theta) |\xi| \exp[i\xi(q \cos \theta + p \sin \theta)] d\theta d\xi \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^\pi \tilde{p}_r(\xi, \theta) |\xi| \exp[i\xi(q \cos \theta + p \sin \theta)] d\xi d\theta \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^\pi \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \text{Pr}(q', \theta) |\xi| \exp(-i\xi q') dq' \right] \exp[i\xi(q \cos \theta + p \sin \theta)] d\xi d\theta \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^\pi \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \text{Pr}(q', \theta) |\xi| \exp[i\xi(q \cos \theta + p \sin \theta - q')] d\xi d\theta dq' \right]
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

引入核函数 $K(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |\zeta| \exp(i\zeta x) d\zeta$, 上式可以写为:

$$W(q, p) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} pr(x, \theta) K(q \cos \theta + p \sin \theta - x) dx d\theta \tag{5.21}$$

因此, 通过实验上测得的一系列正交位相振幅的几率分布数据, 通过逆 Random 变换, 就可重构出光场的量子态, 从而得知它的全部信息。可以用图 5.2 表示这几个物理量之间的关系。

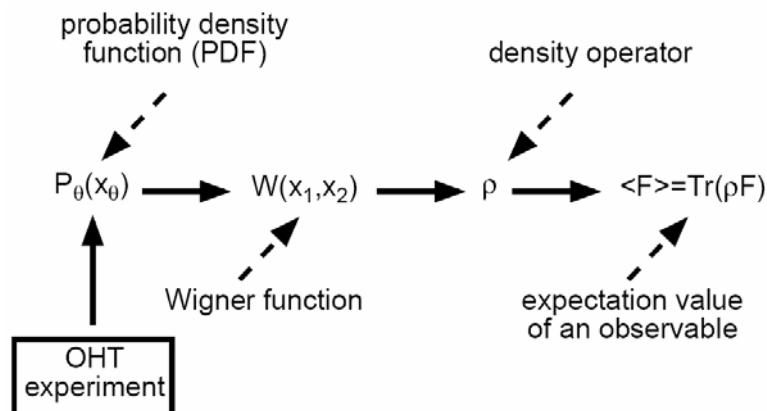


图 5.2 从实验数据重构光场量子态示意图

通过 Wigner 函数我们可以描述出一个物理体系的“形状”。从而直观的把量子态与 Wigner 函数对应起来。

作为联合准几率分布函数, Wigner 函数具有如下性质:

(a) $W(q, p)$ 为相空间中的实函数;

$$W^*(q, p) = W(q, p) \quad (5.22)$$

(b) 从式(5.19)可以推出, $W(q, p)$ 为归一化的; 即在相空间的积分为 1;

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(q, p) dq dp = 1 \quad (5.23)$$

(c) $W(q, p)$ 是可叠加的;

$$\text{tr}\{F_1, F_2\} = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_1(q, p) W_2(q, p) dq dp \quad (5.24)$$

(d) $W(q, p)$ 是有界的;

$$|W(q, p)| \leq \frac{1}{\pi} \quad (5.25)$$

(e) $W(q, p)$ 既可取正值, 也可以取负值;

例如对于两个纯态 $|\psi_1\rangle$ 和 $|\psi_2\rangle$

$$|\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle|^2 = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_1(q, p) W_2(q, p) dq dp \quad (5.26)$$

如果 $|\psi_1\rangle$ 和 $|\psi_2\rangle$ 是正交的，那么：

$$|\langle\psi_1|\psi_2\rangle|^2 = |\langle\psi_1|\psi_2\rangle| = 0 \quad (5.27)$$

很显然，Wigner 函数 $W_1(q, p)$ 和 $W_2(q, p)$ 不能处处为 0，所以 $W_1(q, p)$ 和 $W_2(q, p)$ 必须在某些位置取负，否则(5.26)式无法成立。

从以上这些性质可以看出，Wigner 函数作为量子力学的数学结构，尽管与经典物理有许多相似之处，但仍然有许多本质上的区别。这种区别使得量子相空间的概念比负的“几率分布”更具有意义。

5.3 单模场的零拍探测层析术

实现光场量子态的重构，首先要通过实验测得光场一系列的正交位相振幅分量的几率分布。在量子光学中，正交分量 q_θ 可以通过平衡零拍探测来精确测量。

零拍探测层析术的实验装置如图 5.3 所示，信号光 \hat{a} 与一个频率相同相位相干的强本底光 \hat{a}_{LO} 在 50%分束器上进行空间匹配产生干涉，分束器输出场表示为：

$$\begin{aligned} \hat{c}(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\hat{a}(t) + \hat{a}_{LO}(t)] \\ \hat{d}(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\hat{a}(t) - \hat{a}_{LO}(t)] \end{aligned} \quad (5.28)$$

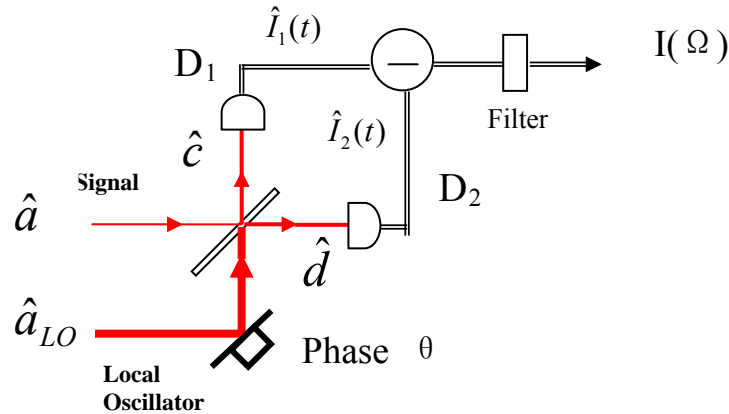


图 5.3 零拍层析方案图

θ 是信号光和本底光之间的相对相位，通过控制本底信号的光程来调节。50%分束器两臂的输出光分别由一对匹配的参数相同的高效率探测器 D_1 和 D_2 探测，平衡零拍的输出信号为^[157]：

$$\begin{aligned}
\hat{I}_-(t) &= \hat{I}_1(t) - \hat{I}_2(t) \\
&= \hat{c}^+(t)\hat{c}(t) - \hat{d}^+(t)\hat{d}(t) \\
&= \hat{a}^+(t)\hat{a}_{LO}(t) + \hat{a}_{LO}^+(t)\hat{a}(t)
\end{aligned} \tag{5.29}$$

按照光场半经典理论，一个单模光场可以看作中心频率 ω_0 处平均值 $\bar{a}(\omega_0)$ 等于稳态场 a_{ss} 的相干载波分量 $\hat{a}(\omega_0)$ ，与平均值为零的噪声边带 $\hat{a}(\omega_0 \pm \Omega)$ 的合成：

$$\bar{a}(\omega_0) = a_{ss} \quad \bar{a}(\omega_0 \pm \Omega \neq \omega_0) = 0 \tag{5.30}$$

单模光场在频率 Ω 处的噪声谱是载波分量 $\hat{a}(\omega_0)$ 与噪声边带 $\hat{a}(\omega_0 \pm \Omega)$ 的外差拍频信号。对于平衡零拍探测系统，本底光强远大于信号光，所以把本底光做经典处理，算符 \hat{a}_{LO} 可以用一个复振幅来代替：

$$\hat{a}_{LO} \rightarrow \beta e^{i\theta} \gg \langle \hat{a} \rangle \tag{5.31}$$

在分析频率 Ω 的光电流信号为：

$$\begin{aligned}
\hat{I}_-(\Omega) &= \int \hat{I}_-(t) e^{-i\Omega t} dt \\
&= \int [\exp(i\theta)\hat{a}^+(t)\hat{a}_{LO}(t) + \exp(-i\theta)\hat{a}_{LO}^+(t)\hat{a}(t)] e^{-i\Omega t} dt \\
&= \beta [\exp(-i\theta)\hat{a}(\omega_0 - \Omega) + \exp(i\theta)\hat{a}^+(\omega_0 + \Omega)]
\end{aligned} \tag{5.32}$$

被测量信号场的旋转正交分量表示为：

$$\hat{q}(\theta, t) = \hat{a}(t)\exp(-i\theta) + \hat{a}^+(t)\exp(i\theta) \tag{5.33}$$

其中， $\hat{a}(t) = \hat{\alpha}(t)\exp(-i\omega_0 t)$ 和 $\hat{\alpha}(t)$ 是光场慢变振幅。 $\hat{q}(\theta, t)$ 经傅立叶变换为^[158]：

$$\hat{q}(\theta, \Omega) = \hat{a}(\omega_0 - \Omega)\exp(-i\theta) + \hat{a}^+(\omega_0 + \Omega)\exp(i\theta) \tag{5.34}$$

并且：

$$[\hat{a}(\omega_0 - \Omega), \hat{a}^+(\omega_0 + \Omega')] = \delta(\Omega - \Omega') \tag{5.35}$$

$$\text{那么} \quad \hat{I}_-(\Omega) = \beta \hat{q}(\theta, \Omega) \tag{5.36}$$

因此，平衡零拍探测器的输出信号正比于信号场的正交分量。假定信号场的输出在测量时间内不发生变化，那么 $\hat{I}_-(\Omega)$ 随时间记录的是不同的相位角所对应的信号场的噪声起伏。

记录的噪声轨迹分成很多段 $[\theta, \theta + \Delta\theta]$ ， $\theta \in [0, 2\pi]$ ，在每一段内对输出信号的噪声起伏进行概率统计分布，得到正交分量 \hat{q}_θ 本征值 q_θ 的概率分布 $\text{Pr}(q, \theta)$ 。如公式(5.7)所述，概率分布 $\text{Pr}(q, \theta)$ 是信号场的 Wigner 函数 $W(q, p)$ 在旋转坐标中的投影积分。因此信号场的 Wigner 函数 $W(q, p)$ 可由正交分量 \hat{q}_θ 概率分布 $\text{Pr}(q, \theta)$ 经 Radon 逆

变换(5.21)得到。从实验数据到 Wigner 函数的重构可由图 5.4 来形象的表示。

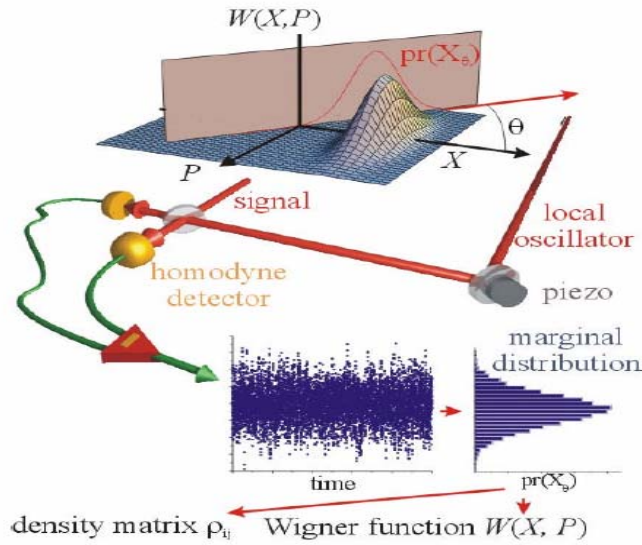


图 5.4 从实验中的概率统计分布函数构造量子态的 Wigner 函数

5.4 对相位调制相干光进行量子态的重构

本节我们将针对具体实验装置图(如图5.5所示)对零拍层析系统进行半经典理论解释，在此基础上对相空间中的相位调制进行描述。

5.4.1 对相干光场进行相位调制的理论分析

对一束信号光进行相位调制之后的输出为：

$$E_{pm} = E_0 \cos[\omega_0 t + \delta f(t)] \quad (5.37)$$

其中， δ 为调制系数， $f(t) = \sin(\Omega_m t)$ 为调制信号， Ω_m 为调制频率。对相干光场进行相位调制相当于在信号光上加噪声边带 $\omega_0 \pm n\Omega_m$ ，将输出写为调制频率的谐波形势，作一阶近似，并设 $\delta \ll 1$ ，可得：

$$\begin{aligned} E_{pm} &= E_0 [\cos \omega_0 t + \beta \cos(\omega_0 + \Omega_m)t - \beta \cos(\omega_0 - \Omega_m)t] \\ &= \frac{E_0}{2} [e^{-i\omega_0 t} (1 + \beta e^{-i\Omega_m t} - \beta e^{i\Omega_m t}) + e^{i\omega_0 t} (1 + \beta e^{i\Omega_m t} - \beta e^{-i\Omega_m t})] \end{aligned} \quad (5.38)$$

其中， $\beta = J_1(\delta)$ 为一阶贝塞尔函数，由此可见，在一阶近似下，对单频正弦波调制时，频率调制的频谱是由光载频与在它两边对称分布的边频所组成，边频与光载频之间的频率间隔为 Ω_m 。在旋转框架中，场的湮灭算符可表示为：

$$\hat{a} \leftrightarrow E_0 (1 + \beta e^{-i\Omega_m t} - \beta e^{i\Omega_m t}) \quad (5.39)$$

为引入光场的量子起伏，按照光场半经典理论^[159]

$$\begin{aligned}
 \hat{a}(t) &= [E_0 + \delta\hat{a}(t)](1 + \beta e^{-i\Omega_m t} - \beta e^{i\Omega_m t}) \\
 &\approx E_0 + \beta E_0 (e^{-i\Omega_m t} - e^{i\Omega_m t}) + \delta\hat{a}(t) \\
 &= E_0 - 2i\beta E_0 \sin(\Omega_m t) + \delta\hat{a}(t)
 \end{aligned} \tag{5.40}$$

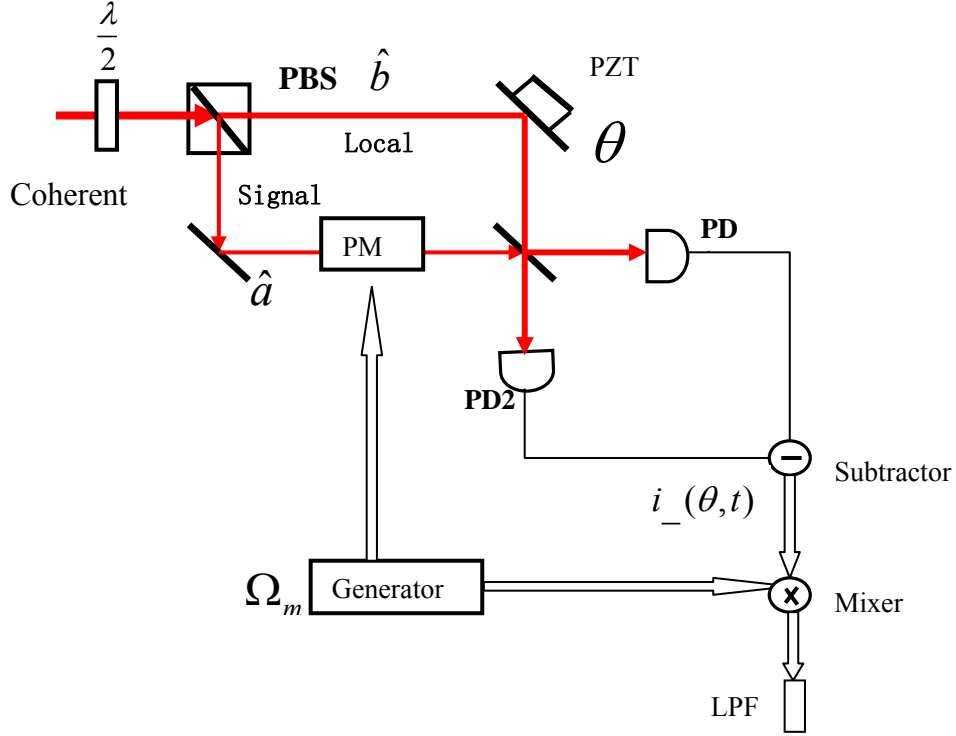


图 5.5 对相干态进行相位调制的 OHT 装置图

$\lambda/2$:半波片 PBS:偏振分束器 LPF:低通滤波器 Generator:信号源
 Mixer:混频器 PM:相位调制器 PZT:压电陶瓷

在上式中，在较弱的调制下， $\beta \ll 1$ 时， $\delta\hat{a}(t)\beta(e^{-i\Omega_m t} - e^{i\Omega_m t})$ 是个小量，将其忽略不计。因为 $\delta\hat{a}(t)$ 仍在光场表达式中，所以光场量子态的特性也保留了下来。根据图 5.5 中的方案，对本底光做经典处理，即 $\hat{b}(t) \approx Be^{i\theta}$ ，其中 θ 为扫描 PZT 时信号光与本地光之间的相对相位。略去与探测、损耗及电子学增益有关的比例系数，图 5.5 中的差电流信号可以表示为： $\hat{i}_-(\theta, t) = \hat{a}^+ \hat{b} + \hat{b}^+ \hat{a}$

由以下定义：

$$\begin{aligned}
 \hat{a}(t) &= \hat{q}(t) + i\hat{p}(t) \\
 \hat{q}(\theta, t) &= \hat{q}(t) \cos \theta + \hat{p}(t) \sin \theta \\
 \delta\hat{q}(\theta, t) &= \delta\hat{q}(t) \cos \theta + \delta\hat{p}(t) \sin \theta
 \end{aligned} \tag{5.41}$$

可得：

$$\hat{q}(\theta, t) = E_0 \cos \theta - 2\beta E_0 \sin(\Omega_m t) \sin \theta + \delta \hat{q}(\theta, t) \quad (5.42)$$

则，从减法器出来的正交分量 θ 处的电流交流分量为：

$$i_-(\theta, t) = 2B[E_0 \cos \theta - 2\beta E_0 \sin(\Omega_m t) \sin \theta + \delta \hat{q}(\theta, t)] \quad (5.43)$$

将此信号与本底信号 $i_l(t) \propto \sin(\Omega_d t + \varphi)$ 进行混频(Ω_d 为从减法器出来的混频信号； φ 为电子相位延时)，则从混频器输出的电流为：

$$i_M(\theta, t) = i_-(\theta, t)i_l(t) \quad (5.44)$$

定义傅立叶变换：

$$\begin{aligned} i_M(\theta, \Omega') &= F[i_M(\theta, t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} i_M(\theta, t) e^{-i\Omega' t} dt; \\ \delta q(\Omega') &= F[\delta q(t)]; \\ \delta p(\Omega') &= F[\delta p(t)]; \\ \delta q(\theta, \Omega') &= F[\delta q(\theta, t)]; \end{aligned} \quad (5.45)$$

可得：

$$\delta q(\theta, \Omega') = \delta q(\Omega') \cos \theta + \delta p(\Omega') \sin \theta \quad (5.46)$$

输出电流经过低通滤波之后为：

$$\begin{aligned} i_{\Omega_d}(\theta, t) &= LPF[i_M(\theta, t)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Delta\Omega_f}^{\Delta\Omega_f} i_M(\theta, \Omega') e^{i\Omega' t} d\Omega' \\ &= -\beta E_0 \sin \theta \delta(\Omega_d, \Omega_m) \\ &\quad + \frac{i}{2} \cos \varphi \frac{1}{2\pi} \int_{-\Delta\Omega_f}^{\Delta\Omega_f} [\delta q(\theta, \Omega' + \Omega_d) - \delta q(\theta, \Omega' - \Omega_d)] e^{i\Omega' t} d\Omega' \\ &\quad + \frac{i}{2} \sin \varphi \frac{1}{2\pi} \int_{-\Delta\Omega_f}^{\Delta\Omega_f} [\delta q(\theta, \Omega' - \Omega_d) + \delta q(\theta, \Omega' + \Omega_d)] e^{i\Omega' t} d\Omega' \end{aligned} \quad (5.47)$$

其中， $\Delta\Omega_f$ 为低通滤波的带宽。

在窄带范围内对信号进行滤波，并定义有限带宽时域内的函数：

$$\begin{aligned} \delta \hat{q}(\Omega_d, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\Delta\Omega_f}^{\Delta\Omega_f} \delta q(\Omega' + \Omega_d) e^{i\Omega' t} d\Omega' \\ \delta \hat{p}(\Omega_d, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\Delta\Omega_f}^{\Delta\Omega_f} \delta p(\Omega' + \Omega_d) e^{i\Omega' t} d\Omega' \\ \delta \hat{q}(\theta, \Omega_d; t) &= \delta \hat{q}(\Omega_d, t) \cos \theta + \delta \hat{p}(\Omega_d, t) \sin \theta \end{aligned} \quad (5.48)$$

可以得到：

$$\begin{aligned}
\delta\hat{q}^+(\Omega_d, t) &= \delta\hat{q}(-\Omega_d, t) \\
\delta\hat{p}^+(\Omega_d, t) &= \delta\hat{p}(-\Omega_d, t) \\
\delta\hat{q}(\theta, \Omega_d; t) &= \delta\hat{q}(\theta, -\Omega_d; t)
\end{aligned} \tag{5.49}$$

在此基础上，可以定义两个算符：

$$\begin{aligned}
\delta\hat{q}_{cr}(\theta, \Omega_d; t) &= [\delta\hat{q}_c(\theta, \Omega_d, t) + \delta\hat{q}_c(\theta, -\Omega_d, t)]/2 \\
\delta\hat{q}_{ci}(\theta, \Omega_d, t) &= [\delta\hat{q}_c(\theta, \Omega_d, t) - \delta\hat{q}_c(\theta, -\Omega_d, t)]/2i
\end{aligned} \tag{5.50}$$

将(5.48)代入(5.45)，那么最终的输出信号为：

$$i_{\Omega_d}(\theta, t) = -\beta E_0 \delta(\Omega_d, \Omega_m) \sin(\theta) - \cos \varphi \delta \hat{X}_{ci}(\theta, \Omega_d; t) + \sin \varphi \delta \hat{X}_{cr}(\theta, \Omega_d; t) \tag{5.51}$$

对称探测时， $\Omega_d = \Omega_m$ ， $\delta(\Omega_d, \Omega_m) = \cos \varphi$ ，设实验中 $\varphi = 0$

则，经过混频滤波之后的信号为，

$$i_{\Omega_m}(\theta, 0; t) = -\beta E_0 \sin(\theta) - \delta \hat{q}_{ci}(\theta, \Omega_m; t) \tag{5.52}$$

在(5.52)式中，第一项为相位调制项，包含了对光场进行相位调制的全部信息，在相空间，使相干振幅从原点平移。第二项为量子起伏项，描述了光场的噪声特性。同单模光场的零拍层析一样，知道了不同相位角的 $i_{\Omega_m}(\theta, t)$ ，就可得知相空间的一系列几率分布，由 Radon 逆变换可重构出这个态的 Wigner 函数。

5.4.2 对相干光场进行相位调制的实验

对相位调制相干态进行重构的实验装置如图5.5所示，不同于零拍层析术的是：在信号光上加了相位调制。从减法器出来的信号用驱动相位调制器的信号进行解调。根据上述理论分析，解调出来的信号经过滤波之后应该包含调制信息和噪声起伏。将平衡零拍探测输出的减信号 i_- 在某一个频率 Ω 处展开就可以通过数据采集得到该量子态噪声在不同相位角 θ 下的分布，这对应于该量子态在不同相位角 θ 下噪声的边缘分布。

实验上采用山西大学光电研究所自行研制的激光二级管端面泵浦的全固化掺钕 YVO₄/KTP 内腔倍频单频激光器作为光源，输出波长为 1064nm 的红外激光，为避免探测器的饱和，进入实验系统的总光强为 12mw，通过调节二分之一波片改变信号光与本底光间的光强，使本底光光强远大于信号光光强（实验中本底信号的光强为信号光光强的三十倍以上），仔细调节两臂达到最好匹配效果，实验中干涉可见度为 99.5%。采用平衡零拍测量系统量子效率 94%，在 2MHz 到 8MHz 的范围内其共模抑制比为 25dB 以上。用 $\Omega_m = 3\text{MHz}$ 的射频信号驱动相位调制器，产生一束用于重构的加相位调制的相干光场，改变射频信号的强度可控制调制深度。通过调节平衡零拍

探测本底光光路中的反射镜后的压电陶瓷来改变本底光光程从而变化 θ 角。当我们以一个较慢的频率(5Hz)扫描压电陶瓷时平衡零拍探测输出的信号 i_{Ω} 是量子态噪声在时域上的展开，对应不同 θ 角下量子态的噪声幅度及调制深度。

从减法器出来的光电流信号与本底信号混频(驱动相位调制器的信号与混频的信号采用同一频率信号)，经过低通滤波后进入低噪声放大器进行放大后由数据采集卡进行采集，数据采集卡的采集速率为500kS/s，通过触发采集的方法,在相同的触发点出发，进行多次触发采集，采集的数据如图5.6所示。该量子态噪声在不同相位角 θ 下的分布，对应于该量子态在不同相位角 θ 下噪声的概率分布函数。实验中，所加的相位调制为3MHz，扫描深度为5dBm，所用低通滤波为100kHz。

由于实验只考虑光场的交流成分，所以相干态和压缩态都是以圆点为中心的，相当于将 Wigner 函数归一化到了散粒噪声基准。由式 (5.52)，Wigner 函数从圆点的偏移体现了所加调制的大小。数学上我们可以通过对概率分布函数的 Fourier 变换作双重 Fourier 积分得到该量子态的 Wigner 函数。

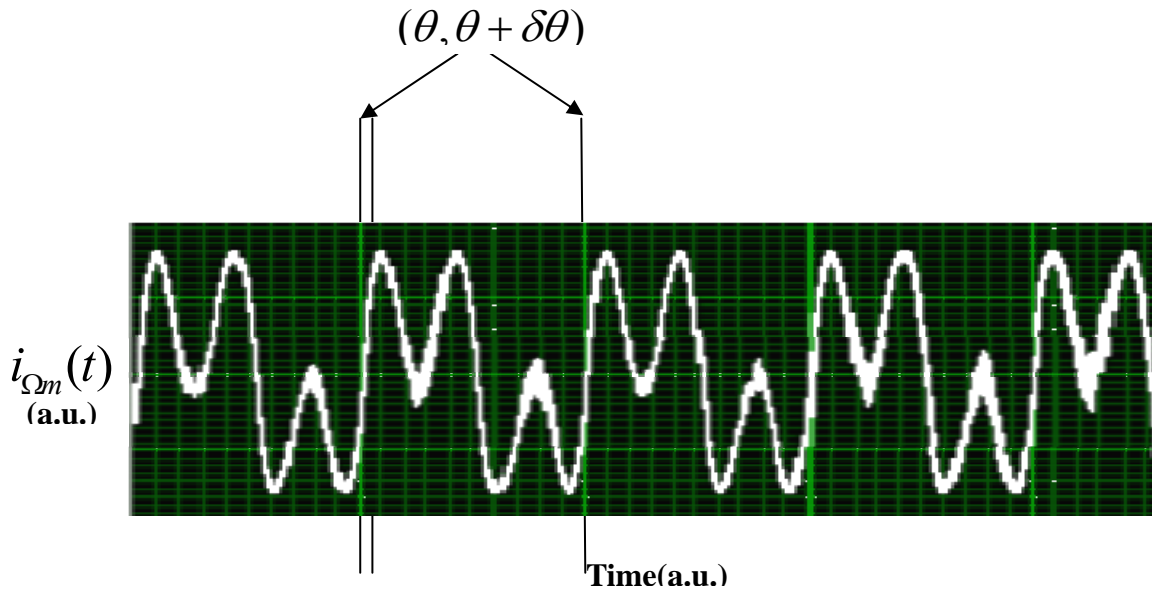


图 5.6 扫描 PZT 在时域内测得的正交分量

我们采用相位 π 的数据将其等分，每一个扫描周期内的数据点分为小 $\delta\theta$ ，共分为 100 份，则每一份 $\delta\theta$ 对应 $\pi/100$ 的一个相位区间。再将每一个相位区间中的电压值分为 80 个区间对所有数据点作统计，做出每一份对应的相空间的几率分布函数，统计得出的结果对应在该相位角下量子态噪声的概率分布函数。这样我们就得到了量子态在不同相位角下的 100 个概率分布函数。我们对这一系列边缘分布在计算机

上作逆 Randon 变换(Labview 程序), 就可以从数学上重构出了该量子态的 Wigner 函数。

实验中, 采用 Labview 编程, 通过逆 Randon 变换对数据进行处理后, 重构出了加调制光场的量子态。从前面的理论分析可以看出, 混频滤波之后出来的信号, 包含了调制的信息, 因此, 相干态相位调制之后的信息可以从重构的 Wigner 函数中直观地显现出来。图 5.7 为加相位调制之后重构出的 Wigner 函数。从图中可以看出, 相空间的 Wigner 函数沿着位相分量 P 发生了平移, 恢复出了所加调制信号。

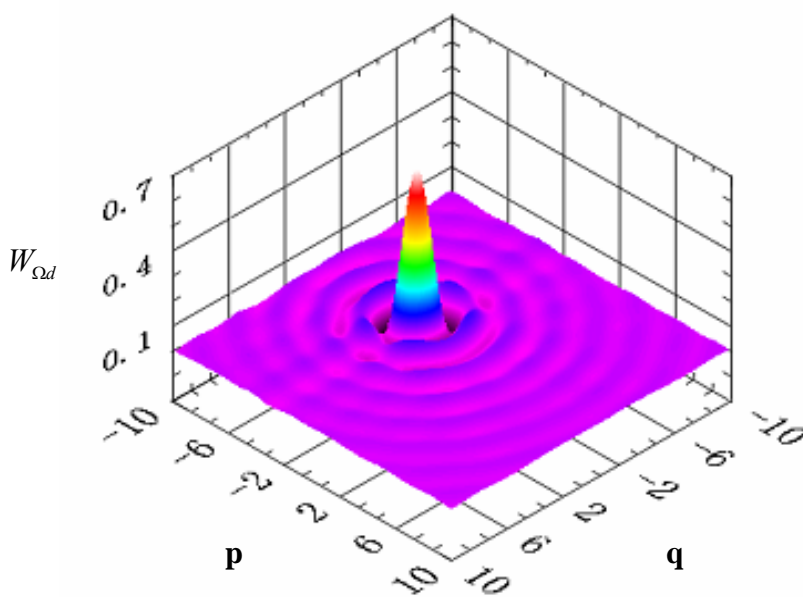


图 5.7 加调制相干态的 Wigner 函数

5.5 本章小结

本章从相空间的准几率分布函数 Wigner 函数出发, 分析了量子态与 Wigner 函数的一一对应关系, 在此基础上讨论了量子态重构的问题。并在相位调制的基础上讨论了最后输出的分析信号与所加调制的关系。结果表明通过实验数据重构出 Wigner 函数不仅可以体现量子态光场的起伏特征, 而且可以体现出所加的调制信号。实验上, 采用波长 1064nm 的单频激光器作光源, 利用时域平衡零拍探测技术和 Labview 编程, 重构出了加调制相干态的 Wigner 函数。重现出了该量子态的全部信息。实验结果与理论分析一致。本文的分析结果将会对一些加调制光场的重构提供参考。

总结与展望

量子信息科学以量子系统为基本单元，完成信息的存储、处理、传送及测量。量子世界的奇妙特性使得人们能够突破经典电动力学的框架，从全新的视角去发展信息科学与技术。利用光学参量过程产生的非经典光场的奇妙量子特性进行量子通讯的研究显示出了巨大的应用潜力。值得一提的是，量子纠缠由于具有非局域性，已经成为量子通讯与量子计算的核心和物理基础，随着对连续变量两组份纠缠研究的深入，多组份多色纠缠也日益受到了人们的关注。本文的研究工作也是基于光学参量过程的量子特性及相关测量来展开的，主要的工作分为以下几点：

一、参与了利用运转于阈值以上NOPO产生的两对孪生光束进行强度量子关联传递的实验。强度量子关联传递的实验不需要进行模式匹配和相位锁定，只需进行适当的线性光学变换及经典的调制与电子相位控制，实验相比于连续变量量子纠缠交换而言，更易于控制和操作。实验分析了阈值以上NOPO产生的孪生光束时域内的强度量子关联特性。

二、提出了利用二次谐波过程产生连续变量双色三组份纠缠光场的方案。利用连续变量多组份纠缠不可分判据，理论上判定了输入的基频场与产生的二次谐波场之间的具有三组份纠缠特性。这种三组份纠缠方案只需要在光学腔中放置一块倍频晶体来实现，实验模型结构紧凑，且输出的三个光场具有两个不同频率。为二次谐波过程产生三组份纠缠提供了理论方案。

三、利用时域内的平衡零拍探测技术，对加调制的相干光场进行了量子态的重构。使得调制信号在重构出的态中得到恢复，在对量子态直观描述的基础上把调制信号在相空间再现了出来。

在以上的实验工作中，我们所制备的强度量子关联孪生光束，虽然其强度差起伏压缩度高，稳定性好，易于产生，但两偏振模的频率是非简并的，位相是随机混乱的，因此不能用于非经典态的离物传态(Teleportation)、远程克隆(Telecloning)等的实验研究。所以，我们实验室下一步的工作将集中在以下两个方面：

- 1、通过用信号光注入 NOPO 腔锁定的方法，产生稳定输出的 EPR 纠缠源，目前已经实现了这一目标，获得了 -4.5dB 的双模正交位相压缩光，下一步我们将继续提高 EPR 纠缠源的量子相关性。
- 2、利用高质量的 EPR 纠缠光束填补真空通道，实验实现可控的量子克隆和量子离物传态。
- 3、实验上利用二次谐波过程产生连续变量双色三组份纠缠光场。

参考文献

- [1] A. Zeilinger, “The quantum centennial”, *Nature* **408**, 639-641 (2000)
- [2] Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?”, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935)
- [3] W. K. Wootters and W. H. Zurek, “A single quantum cannot be cloned”, *Nature* (London) **299**, 802-803 (1982)
- [4] C. E. Shannon, “A Mathematical Theory of Communication”, *The Bell System Technical Journal*, **27**, 379-423, 623-656 (1948)
- [5] 李承祖等, “量子通讯与量子计算”, *国防科技大学出版社*, (2000)
- [6] 郭光灿, “量子光学”, *高等教育出版社*, (1990)
- [7] R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke, J. C. Mertz, and J. F. Valley, “Observation of Squeezed States Generated by Four-Wave Mixing in an Optical Cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2409 - 2412 (1985)
- [8] Ling-An Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall and Huifa Wu, “Generation of Squeezed States by Parametric Down Conversion”, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2520 - 2523 (1986)
- [9] G. Breitenbach, T. Müller, S. F. Pereira, J-Ph. Poizat, S. Schiller, and J. Mlynek, “Squeezed vacuum from a monolithic optical parametric oscillator”, *J. Opt.Soc. Am. B* **12**, 2304 (1995)
- [10] P. K. Lam, T. C. Raiph, H.-A. Bachor, and J. R. Gao, “ Optimization and transfer of vacuum squeezing from an optical parametric oscillator”, *Journal of Optics B* **1**, 469-474 (1999)
- [11] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble, and K. C. Peng, “Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables”, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3663 (1992)
- [12] 彭堃堃, 黄茂全, 刘晶, 廉毅敏, 张天才, 于辰, 谢常德, 郭光灿, “双模光场压缩态的实验研究”, *物理学报* **42**, 1079 (1993)
- [13] Qing Pan, Tiancai Zhang, Yun Zhang, Ruining Li, Kunchi Peng, Zhenggang Yu, and Qingming Lu, “Intracavity frequency-doubled and frequency-stabilized cw ring Nd:YAP laser”, *Appl. Opt.* **37**, 2394-2396 (1998)
- [14] Kunchi Peng, Qing Pan, Hai Wang, Yun Zhang, Hong Su and Changde Xie,

- “Generation of two-mode quadrature-phase squeezing and intensity-difference squeezing from a cw-NOPO”, *Appl. Phys. B* **66** (6), 755-758 (1998)
- [15] Yun Zhang, Hai Wang, Xiaoying Li et al. , “Experimental generation of bright two-mode quadrature squeezed light from a narrow-band nondegenerate optical parametric amplifier ”, *Phys. Rev.A* **62**,023813(2000)
- [16] Ling-An Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall and Huifa Wu,“ Generation of Squeezed States by Parametric Down Conversion”, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2520 (1986)
- [17]G. Breitenbach, T. Mller, S. F. Pereira, J. Ph. Poizat, S. Schiller and J. Mlynek, “Squeezed vacuum from a monolithic optical parametric oscillator” , *J. Opt.Soc.Ann.B*, **12**, 2304-2309(1995).
- [18] Y. Takeno, M. Yukawa, H. Yonezawa, and A. Furusawa, “Observation of -9 dB quadrature squeezing with improvement of phase stability in homodyne measurement”, *Opt. Express* **15**, 4321 (2007).
- [19]H. Vahlbruch,M. Mehmet,S. Chelkowski,B. Hage,A. Franzen,N. Lastzka,S. Gobler, K. Danzmann, and R. Schnabel, “Observation of Squeezed Light with 10-dB Quantum-Noise Reduction”, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 033602 (2008)
- [20] 刘晶, 谢常德, 廉毅敏等, *光学学报* **11**, 409(1991)
- [21] S. Machida and Y. Yamamoto, “Observation of amplitude squeezing in a constant-current-driven semiconductor laser”, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1000 - 1003 (1987)
- [22] W. H. Richardson, S. Machida, and Y. Yamamoto, “Squeezed photon-number noise and sub-Poissonian electrical partition noise in a semiconductor laser ”, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2867 - 2870 (1991)
- [23] M. J. Freeman et al., “Wavelength-tunable amplitude-squeezed light from a room-temperature quantum-well laser ”, *Opt. Lett.* **18**, 2141 (1993)
- [24] T-C Zhang, P. Grelu, P. Poizat, J-F. Roch, P. Grangier, F. Marin, A. Bramati, E.Giacobino, “Quantum noise of free-running and externally stabilized laser diodes ”, *Quant. Semiclass. Opt.* **7**, 601 (1995)
- [25] L. Mandel, “Squeezing and photon antibunching in harmonic generation” , *Opt. Commun.* **42**(6):437-439(1982)
- [26] S. F. Pereira, Min Xiao, H. J. Kimble, and J. L. Hall, “Generation of squeezed light

- by intracavity frequency doubling”, *Phys. Rev. A* **38**, 4931 - 4934 (1988)
- [27] A. Sizmann, “Observation of amplitude squeezing of the up-converted mode in second harmonic generation”, *Opt. Commun.* **80**, 138-142 (1990)
- [28] J. Mertz, A. Heidmann, C. Fabre, E. Giacobino, and S. Reynaud, “Observation of high-intensity sub-Poissonian light using an optical parametric oscillator”, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2897 - 2900 (1990)
- [29] J. Merz, A. Heidmann, and C. Fabre, “Generation of sub-Poissonian light using active control with twin beams”, *Phys. Rev. A* **44**, 3229 - 3238 (1991)
- [30] P. Kurz, “Bright Squeezed Light by Second-Harmonic Generation in a Monolithic Resonator”, *Europhys. Lett.* **24**, 449-454 (1993)
- [31] 张宽收, 张靖, 谢常德, 彭堃墀, “利用二次谐波过程产生 532nm 强度压缩光的实验研究”, *物理学报* **49**, 80 (2000)
- [32] Hongxin Zou, Shuqin Zhai, Juan Guo, Rongguo Yang, and Jiangrui Gao, “Preparation and measurement of tunable high power sub-Poissonian light using twin beams”, *Opt. Lett.* **31**, 1735(2006); 邹宏新, “可调谐亚泊松光场制备及强度量子关联传递的实验研究” 山西大学二零零六届博士研究生学位论文
- [33] S. Reynaud, C. Fabre, and E. Giacobino, “Quantum fluctuations in a two-mode parametric oscillator”, *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 1520 (1987)
- [34] T. Debuisschert, S. Reynaud, A. Heidmann, E. Giacobino, and C. Fabre, “Observation of large quantum noise reduction using an optical parametric oscillator”, *Quantum Opt.* **1**, 3-9 (1989)
- [35] J. Mertz, T. Debuisschert, A. Heidmann, C. Fabre, and E. Giacobino, “Improvements in the observed intensity correlation of optical parametric oscillator twin beams”, *Opt. Lett.* **16**, 1234 (1991)
- [36] C. Kim, P. Kumar, “Quadrature-Squeezed Light Detection Using a Self-Generated Matched Local Oscillator”, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1605 - 1608 (1994)
- [37] 王海, 薛晨阳, 郜江瑞等, “双 KTP 内腔参量下转换产生量子相关孪生光子对”, *光学学报* **17**, 1002 (1997)
- [38] Kunchi Peng, Qing Pan, Hai Wang, Yun Zhang, Hong Su and Changde Xie, “Generation of two-mode quadrature-phase squeezing and intensity-difference

- squeezing from a cw-NOPO”, *Appl.Phys. B* **66** (6), 755 (1998)
- [39] Jiangrui Gao, Fuyun Cui, Chengyang Xue, Changde Xie and Kunchi Peng, “Generation and application of twin beams from an optical parametric oscillator including an α -cut KTP crystal”, *Opt.Lett.* **23**, 870-872 (1998)
- [40] Hongxin Zou, Shuqin Zhai, Rongguo Yang, Daihe Fan, Jiangrui Gao, and Junxiang Zhang, “Transfer of intensity quantum correlation with twin beams”, *Opt. Lett.* **32**, 2218-2220 (2007)
- [41] R. E. Slusher, P. Grangier, A. LaPorta, B. Yurke, and M. J. Potasek, “Pulsed squeezed light”, *Phys.Rev.Lett.* **59**, 2566(1987).
- [42] R. M. Shelby and M. Rosenbluh, “Generation of pulsed squeezed light in a mode-locked optical parametric oscillator”, *Appl. Phys.B* **55**, 226-232(1992).
- [43] M. Xiao, L. A. Wu, H. J. Kimble, “Precision measurement beyond the shot-noise limit”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 278 - 281 (1987)
- [44] P. Grangier, R. E. Slusher, B. Yurke et al., “Squeezed-light-enhanced polarization interferometer”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2153 - 2156 (1987)
- [45] E. S. Polzik, J. Carri, H. J. Kimble, “Spectroscopy with squeezed light”, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3020 - 3023 (1992)
- [46] C. D. Nabors, R. M. Shelby, “Two-color squeezing and sub-shot-noise signal recovery in doubly resonant optical parametric oscillators”, *Phys. Rev. A* **42**, 556 - 559 (1990)
- [47] P. R. Tapster, J. G. Rarity and S. Satchell, “Use of parametric down-conversion to generate sub-Poissonian light”, *Phys. Rev. A* **37**, 2963 - 2967 (1988)
- [48] P. R. Tapster, S. F. Seward and J. G. Rarity, “Sub-shot-noise measurement of modulated absorption using parametric down-conversion”, *Phys. Rev. A* **44**, 3266 - 3269 (1991)
- [49] 王海 潘庆 张云等, “低于散粒噪声极限的微小噪声测量”, *中国科学 A* **28**, 342(1998)
- [50] Haibo Wang, Jiangrui Gao *et al.*, “Tunable continuous-wave doubly resonant optical parametric oscillator by use of a semimonolithicKTP crystal”, *Appl. Opt.* **41**, 1124 (2002)
- [51] K. S. Thorne, C. M. Caves, M. Zimmermann, V. D. Sandberg, R. W. P. Derver,

- “Quantum Nondemolition Measurements of Harmonic Oscillators”, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 667 - 671 (1978) ;
- [52] V. B. Braginsky, Y. I. Vorontsov, and K. S. Thorne, “Quantum Nondemolition Measurements”, *Science* **209**, 547-557(1980)
- [53] M. D. Levenson, R. M. Shilby and M. Reid et al., “Quantum Nondemolition Detection of Optical Quadrature Amplitudes”, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2473 - 2476 (1986)
- [54] S. F. Pereira, Z. Y. Ou and H. J. Kimble , “Backaction evading measurements for quantum nondemolition detection and quantum optical tapping”, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 214 - 217 (1994)
- [55] J. F. Roch , K. Vigneron, Ph. Grelu, A. Sinatra, J. Ph. Poizat and Ph. Grangier, “Quantum Nondemolition Measurements using Cold Trapped Atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 634 - 637 (1997)
- [56] Hai Wang, Yun Zhang, Qing Pan et al., “Experimental Realization of a Quantum Measurement for Intensity Difference Fluctuation Using a Beam Splitter”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1414 - 1417 (1999)
- [57] E. Schrodinger, *Natur wissen schaf len* **23**, 807 (1935)
- [58] 曾谨言, 《量子力学》卷 II, 科学出版社, P35 (2000)
- [59] S. L. Braunstein, A. Mann, M. Revzen, “Maximal violation of Bell inequalities for mixed states”, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3259 - 3261 (1992)
- [60] 孙昌璞, “量子信息简介”, <http://power.itp.ac.cn/suncp/quantum.htm>
- [61] P. G. Kwiat, H. Weinfurter, T. Herzog, and A. Zeilinger, “Interaction-Free Measurement”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4763 - 4766(1995)
- [62] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, and H. J. Kimble, “Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables in nondegenerate parametric amplification” , *Appl. Phys. B* **55**, 265-278 (1992)
- [63] 李小英, 荆杰泰, 张靖, 潘庆, 谢常德, 彭堃墀, “由 NOPA 产生高质量明亮压缩光及明亮 EPR 光束” , *物理学报* **51(5)**, 966-972 (2002)
- [64] Xiaoying Li, Qing Pan, Jietai Jing, Jing Zhang, Changde Xie, and Kunchi Peng, “Quantum Dense Coding Exploiting a Bright Einstein-Podolsky-Rosen Beam” , *Phys. Rev. Lett.* **88**, 047904 (2002).

- [65] Jietai Jing, Jing Zhang, Ying Yan, Fagang Zhao, Changde Xie, and Kunchi Peng, “Experimental Demonstration of Tripartite Entanglement and Controlled Dense Coding for Continuous Variables”, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 167903 (2002).
- [66] A. Furusawa, J. L. Serensen, S. L. Braunstein et al. “Unconditional Quantum Teleportation”, *Science* **282**, 706-706 (1998)
- [67] T. C. Ralph and P. K. Lam, “Teleportation with Bright Squeezed Light”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5668 (1998)
- [68] W. P. Bowen, N. Treps, B. C. Buchler, R. Schnable, T. C. Ralph, H. A. Bachor, T. Symul and P. K. Lam, “Experimental investigation of continuous-variable quantum teleportation”, *Phys. Rev. A* **67**, 032302 (2003)
- [69] Ulrik L. Andersen and Preben Buchhave, “Squeezing and entanglement in doubly resonant, type II, second-harmonic generation”, *J. Opt. Soc. Am. B* **20**, 1947-1958(2003).
- [70] Zehui. Zhai, Yongming. Li, Jiangrui. Gao, “Entanglement characteristics of subharmonic modes reflected from a cavity for type-II second-harmonic generation”, *Phys. Rev. A* **69**, 044301(2004).
- [71] Zehui. Zhai, Hongxin Zou, Junxiang Zhang, Jiangrui. Gao, “Bright entanglement characteristics of subharmonic modes reflected from cavity for type II second-harmonic generation”, *J. Opt. Soc. Am. B* **22**, 878-883 (2005)
- [72] N. B. Grosse, W. P. Bowen, K. McKenzie, and P. K. Lam, “Harmonic Entanglement with Second-Order Nonlinearity”, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 063601 (2006).
- [73] N. B. Grosse, S. Assad, M. Mehmet, R. Schnabel, T. Symul, and P. K. Lam, “Observation of entanglement between two light beams spanning an octave in optical frequency”, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 243601 (2008).
- [74] J. -W. Pan, D. Bouwmeester, M. Daniell, H. Weinfurter, A. Zeilinger, “Experimental test of quantum nonlocality in three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement”, *Nature* (London) **403**, 515-519 (2000)
- [75] A. Rauschenbeutel, G. Nogues, S. Osnaghi, P. Bertet, M. Brune, J-M. Raimond, S. haroche, “Step-by-Step Engineered Multiparticle Entanglement”, *Science* **288**, 2024-2028 (2000)
- [76] C. A. Sackett, D. Kielpinski, B. E. King, C. Langer, V. Meyer, C. J. Myatt, M.

- Rowe, Q. A. Turchette, "Experimental entanglement of four particles" , *Nature* (London) , **404**, 256-259 (2000)
- [77] J.-W. Pan, M. Daniell, S. Gasparoni, G. Weihs, and A. Zeilinger, "Experimental Demonstration of Four-Photon Entanglement and High-Fidelity Teleportation", *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4435 - 4438 (2001).
- [78] P. van Loock and S. L. Braunstein, "Multipartite Entanglement for Continuous Variables: A Quantum Teleportation Network" , *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3482 - 3485 (2000)
- [79] P. van Loock and A. Furusawa, "Detecting genuine multipartite continuous-variable entanglement" , *Phys. Rev. A* **67**, 052315 (2003)
- [80] J. Zhang, C. Xie, and K. Peng, "Controlled dense coding for continuous variables using three-particle entangled states", *Phys. Rev. A* **66**, 032318 (2002)
- [81] J. Jing, J. Zhang, Y. Yan, F. Zhao, C. Xie, K. Peng, "Experimental Demonstration of Tripartite Entanglement and Controlled Dense Coding for Continuous Variables", *Phys. Rev. Lett.* **90**, 167903 (2003)
- [82] T. Aoki, N. Takei, H. Yonezawa, K. Wakui, T. Hiraoka, A. Furusawa, P. Van. Loock, "Experimental Creation of a Fully Inseparable Tripartite Continuous-Variable State", *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080404 (2003)
- [83] A. Ferraro, M. G. A. Paris, M. Bondani, A. Allevi, E. Puddu, and A. Andreoni "Three-mode entanglement by interlinked nonlinear interactions in optical $\chi^{(2)}$ media", *J. opt. Soc. Am. B* **21**, 1241-1249 (2004)
- [84] Oliver Pfister , Sheng Feng, Gregory Jennings, Raphael Pooser., "Multipartite continuous-variable entanglement from concurrent nonlinearities", *Phys. Rev. A* **70**, 020302 (2004)
- [85] Juan Guo, Hongxin Zou, Zehui Zhai, Junxiang Zhang, Jiangrui Gao, "Generation of continuous-variable tripartite entanglement using cascaded nonlinearities", *Phys. Rev. A* **71**, 034305 (2005); 郭娟, "连续变量三组份纠缠光场与亚泊松光场制备的理论
与实验研究" 山西大学二零零五届硕士研究生学位论文
- [86] A. S. Villar, M. Martinelli, C. Fabre, and P. Nussenzweig, "Direct Production of Tripartite Pump-Signal-Idler Entanglement in the Above-Threshold Optical Parametric Oscillator", *Phys. Rev. Lett.* **97**, 140504 (2006).

- [87] K. N. Cassemiro, A. S. Villar, P. Valente, M. Martinelli, and P. Nussenzveig, “Experimental observation of three-color optical quantum correlations”, *Opt. Lett.* **32**, 695-697 (2007).
- [88] 郭光灿, 量子信息引论, “量子力学新进展 (第一辑)”, 北京大学出版社, (2000)
- [89] S. L. Braunstein and H. J. Kimble, “Teleportation of continuous quantum variables”, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 869 (1998)
- [90] S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, and P. van Loock, “Quantum versus classical domain for teleportation with continuous variables”, *Phys. Rev. A* **64**, 022301 (2001)
- [91] F. Grosshans and P. Grangier, “Quantum cloning and teleportation criteria for continuous quantum variables”, *Phys. Rev. A* **64**, 010301(R) (2001)
- [92] Xiaojun Jia, Xiaolong Su, Qing Pan, Jingrui Gao, Changde Xie, Kunchi Peng, “Experimental Demonstration of Unconditional Entanglement Swapping for Continuous Variables”, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 250503 (2004)
- [93] M. Sabuncu, U. L. Andersen, G. Leuchs, “Experimental Demonstration of Continuous Variable Cloning with Phase-Conjugate Inputs”, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 170503 (2007)
- [94] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble, “Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables in nondegenerate parametric amplification”, *Appl. Phys. B* **55**, 265-278, (1992)
- [95] T. Debuisschert, A. Sizmann, E. Giacobino, and C. Fabre, “Type-II continuous-wave optical parametric oscillators oscillation and frequency-tuning characteristics”, *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 1668 (1993)
- [96] A. Heidmann, R. J. Horowicz, S. Reynaud, E. Giacobino, and C. Fabre, “Observation of Quantum Noise Reduction on Twin Laser Beams”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2555-2557, (1987)
- [97] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, S. Reynaud, “Noise characteristics of a non-degenerate optical parametric oscillator- application to quantum noise reduction”, *J. phys. France* **50**, 1209 (1989)
- [98] A. Sinatra, J. F. Roch, K. Vigneron, Ph. Grelu, J.-Ph. Poizat, K. G. Wang and P.

- Grangier, “Quantum-nondemolition measurements using cold trapped atoms: Comparison between theory and experiment” , *Phys. Rev. A* **57**, 2980 (1998)
- [99] F. E. Harrison and D. F. Walls, “QND measurement of intensity difference fluctuations”, *Opt. Comm.***123**, 331 (1996)
- [100] C. W. Gardiner, “Quantum Noise ” , P160 (1991)
- [101] A. Yariv , “光电子学导论”, P289 (1983)
- [102] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, S. Reynaud, “Noise characteristics of a non-degenerate optical parametric oscillator- application to quantum noise reduction”, *J. phys. France* **50**, 1209 (1989)
- [103] M. J. Collett and C. W. Gardiner, “Squeezing of intracavity and traveling-wave light fields produced in parametric amplification” , *Phys. Rev. A* **30**, 1386-1391 (1984)
- [104] C. W. Gardiner and M. J. Collett, “Input and output in damped quantum systems: Quantum stochastic differential equations and the master equation”, *Phys. Rev. A* **31**, 3761-3774 (1984)
- [105] B. Yurke, J. S. Denker, “Quantum network theory”, *Phys. Rev. A* **29**, 1419-1437 (1984)
- [106] B. Yurke, “Use of cavities in squeezed-state generation” , *Phys. Rev. A* **29**, 408 (1984)
- [107] J. -Ph. Poizat, J. -F. Roch and P. Grangier, “ Characterization of quantum non-demolition measurements in optics” , *Ann. Phys. Fr.* **19**, 265-297 (1994)
- [108] C. W. Gardiner, “Quantum Noise ” , P261 (1991)
- [109] H. P. Yuen, V. W.S.Chan, “Noise in homodyne and heterodyne detection”, *Opt. Lett.* **8**, 177-179 (1983)
- [110] A. Biswas and G. S. Agarwal, “Transfer of an unknown quantum state, quantum networks, and memory”, *Phys. Rev. A* **70**, 022323 (2004).
- [111] A. S. Parkins and H. J. Kimble, *J. Opt. B: Quantum Semiclassical Opt.* **1**, 496 (1999)
- [112] C. Liu, Z. Dutton, Z.Cyrus, H. Behroozi, L. V.Hau, “Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses”,*Nature*(London) **409**, 490 (2001)
- [113] J. M. Huang and P. Kumar, “Observation of quantum frequency conversion”, *Phys.*

- Rev. Lett.* **68**, 2153-2156 (1992)
- [114] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, “Experimental quantum teleportation”, *Nature* **390**, 575 (1997).
- [115] T. C. Zhang, K. W. Goh, C. W. Chou, P. Lodal, and H. J. Kimble, “Quantum teleportation of light beams”, *Phys. Rev. A* **67**, 033802 (2003).
- [116] T. C. Ralph, “Continuous variable quantum cryptography”, *Phys. Rev. A* **61**, 010303(R) (2000)
- [117] M. D. Reid, “Quantum cryptography with a predetermined key, using continuous-variable Einstein-Podolsky-Rosen correlations”, *Phys. Rev. A* **62**, 062308(2000)
- [118] Ch. Silberhorn, N. Korolkova, G. Leuchs, “Quantum Key Distribution with Bright Entangled Beams”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 167902 (2002)
- [119] Yun Zhang, Katsuyuki Kasai, and Masayoshi Watanabe, “Investigation of the photon-number statistics of twin beams by direct detection”, *Opt. Lett.* **27**, 1244 (2002)
- [120] J. Laurat, T. Coudreau, N. Treps, A. Maitre and C. Fabre, “Conditional preparation of quantum states in the continuous variable regime : Generation of sub-Poissonian states from twin beams”, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 213601 (2003)
- [121] Yun Zhang, Kazuhiro Hayasaka and Katsuyuki Kasai, “Conditional transfer of quantum correlation in the intensity of twin beams”, *Phys. Rev. A* **71**, 062341 (2005)
- [122] J. Laurat, T. Coudreau, N. Treps, A. Maitre, C. Fabre, “Conditional preparation of a nonclassical state in the continuous-variable regime : Theoretical study”, *Phys. Rev. A* **69**, 033808 (2004)
- [123] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, S. Reynaud, “Noise characteristics of a non-degenerate optical parametric oscillator- application to quantum noise reduction”, *J. phys. France* **50**, 1209 (1989)
- [124] H. A. Bachor, “Guide to Experiments in Quantum Optics”, (Wiley-VCH, Weinheim, Germany, 1998).
- [125] M. Muraio, D. Jonathan, M. B. Plenio, and V. Vedral, “Quantum telecloning and multiparticle entanglement”, *Phys. Rev. A* **59**, 156-161 (1999).
- [126] P. van Loock and S. L. Braunstein, “Telecloning of Continuous Quantum

- Variables”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 247901 (2001).
- [127] J. Zhang, C. Xie, and K. Peng, “Controlled dense coding for continuous variables using three-particle entangled states”, *Phys. Rev. A* **66**, 032318 (2002).
- [128] C.W. Chou, H. de Riedmatten, D. Felinto, S. V. Polyakov, S. J. van Enk, and H. J. Kimble, “Measurement-induced entanglement for excitation stored in remote atomic ensembles”, *Nature* (London) **438**, 828-832 (2005).
- [129] M. Atatüre, J. Dreiser, A. Badolato, A. Högele, K. Karrai and A. Imamoglu, “Quantum-Dot Spin-State Preparation with Near-Unity Fidelity”, *Science* **312**, 551-553 (2006).
- [130] D. Leibfried, E. Knill, S. Seidelin, J. Britton, R. B. Blakestad, J. Chiaverini, D. B. Hume, W. M. Itano, J. D. Jost, C. Langer, R. Ozeri, R. Reichle and D. J. Wineland, “Creation of a six-atom 'Schrödinger cat' state”, *Nature* (London) **438**, 639-642 (2005).
- [131] T. Aoki, N. Takei, H. Yonezawa, K. Wakui, T. Hiraoka, A. Furusawa, and P. van Loock, “Experimental Creation of a Fully Inseparable Tripartite Continuous-Variable State”, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080404 (2003).
- [132] D. Bouwmeester, J. W. Pan, M. Daniell, H. Weinfurter and A. Zeilinger, “Observation of Three-Photon Greenberger-Horne-Zeilinger Entanglement”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1345 (1999).
- [133] C. A. Sackett, D. Kielpinski, B. E. King, C. Langer, V. Meyer, C. J. Myatt, M. Rowe, Q. A. Turchette, W. M. Itano, D. J. Wineland & C. Monroe, “Experimental entanglement of four particles”, *Nature* **404**, 256-259 (2000).
- [134] Zhi Zhao, Yu-Ao Chen, An-Ning Zhang, Tao Yang, Hans J. Briegel, Jian-Wei Pan, “Experimental demonstration of five-photon entanglement and open-destination teleportation”, *Nature* **430**, 54–58(2004).
- [135] Ch. Silberhorn, P. K. Lam, et al., “Generation of Continuous Variable Einstein-Podolsky-Rosen Entanglement via the Kerr Nonlinearity in an Optical Fiber”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4267–4270(2001).
- [136] P. A. Franken, A. E. Hill, C W Peters, and G. Weinreich. “Generation of optical harmonics”, *Phys. Rev. Lett.* **7(4)**, 118-119(1961).
- [137] G. J. Milburn, D. F. Walls, “Squeezed states and intensity fluctuations in

- degenerated parametric oscillation” , *Phys.Rev.A* **27**(1):392-394(1983).
- [138] L. A. Lugiato, G. Strini, F. D. Martini, “Squeezed states in second-harmonic generation” , *Opt. Lett.* **8**(5):256-258(1983)
- [139] S. F. Pereira, M. Xiao, H. J. Kimble, and J. L. Hall, “Generation of squeezed light by intracavity frequency doubling” , *Phys.Rev.A* **38**(9) : 4931-4934(1988)
- [140] P. Kürz, R. Paschotta, K. Fiedler, and J. Mlynek, “Bright squeezed light by second-harmonic generation in a monolithic resonator” , *Europhys Lett* **24**(6):449-454(1993)
- [141] R. Paschotta, M. Collett, P. Kürz, K. Fiedler, H. A. Bachor, and J. Mlynek, “Bright squeezed light from a single resonant frequency doubler” , *Phys. Rev. Lett.* **72**(24):3807-3810(1994)
- [142] Y. Luo, Y. Li, Q. Pan, C. D. Xie, and K. C. Peng, “Simultaneously experimental generation of vacuum-squeezing and bright amplitude-squeezing from a frequency doubler” , *Opt .Lett.* **30**(12) (2005)
- [143] 李莹, 罗玉, 潘庆, 彭堃堃, “用外腔谐振倍频产生明亮绿光振幅压缩态光场”, *物理学报*, Vol.55, No.10, 5030(2006)
- [144] K. Kasai, J. R. Gao, C. Fabre, “Observation of squeezing using cascaded nonlinearity”, *Europhys. Lett.* **40** 25(1997).
- [145] S. Zhai, R. Yang, D. Fan, J. Guo, K. Liu, J. Zhang, J. Gao, “The tripartite entanglement from the cavity with second harmonic generation” , *Phys.Rev.A* **78**,014302(2008)
- [146] S. Schiller, G. Breitenbach, S. F. Pereira, T. Müller and J. Mlynek, “Quantum Statistics of the Squeezed Vacuum by Measurement of the Density Matrix in the Number State Representation” , *Phys.Rev.Lett.* **77** ,2933(1996)
- [147] K. Vogel and H. Risken, “Determination of quasiprobability distributions in terms of probability distributions for the rotated quadrature phase” , *Phys.Rev.A* **40**, 2847 (1989)
- [148] D. T. Smithey, M. Beck, M. G. Raymer, and A. Faridani, “Measurement of the Wigner distribution and the density matrix of a light mode using optical homodyne tomography application to squeezed states and the vacuum” , *Phys.Rev.Lett.* **70**, 1244 (1993)

- [149] D.T.Smithey, M.Beck, J.Cooper, and M.G.Raymer, “Measurement of number-phase uncertainty relations of optical fields”, *Phys.Rev.A* **48**, 3159 (1993)
- [150] G. Breitenbach, T. Muller, S. F. Pereira, J. Ph. Poizat, S. Schiller, and J. Mlynek, “Squeezed vacuum from a monolithic optical parametric oscillator” , *J.Opt.Soc.Am.B* **12**, 2304 (1995)
- [151] J. Wenger, *et al.*, “Pulsed homodyne measurements of femtosecond squeezed pulses generated by single-pass parametric deamplification”, *Opt. Lett.* **29**, 1267(2004);J. Wenger, *et al.*, “Non-Gaussian Statistics from Individual Pulses of Squeezed Light”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 153601(2004);“Generating Optical Schrodinger Kittens for Quantum Information Processing”, *SCIENCE* **312**(2005);P. Grangier *et al.*, “Quantum Homodyne Tomography of a Two-Photon Fock State”, *Phys. Rev. Lett.* **96**,213601(2006)
- [152] A. Zavatta, M. Bellini , P. L. Ramazza, F. Marin, F. T. Arecchi,“Time-domain analysis of quantum states of light: noise characterization and homodye tomography ”, *J.Opt.Soc.Am.B* **19**,1189-1194(2002)
- [153] J. W. Wu, P. Lam, M. Gray, and H. Bachor, “Optical homodyne tomography of information carrying laser beams” , *Opt.Express* **3**,154-161(1998)
- [154] E. P. Wigner, “On the quantum correction for thermodynamic equilibrium” , *Phys.Rev.* **40**,749(1932)
- [155] U. Leonhardt, “Measuring the Quantum State of Light” , *CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS*(1997)
- [156] J. Radon, “ Berichte über die Verhandlungen der Königlich-Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig ” , *Mathematisch-PhysischeKlasse* **69**,262(1917)
- [157] 张 靖, “全固化激光器强度噪声研究及明亮压缩光在量子信息的应用”, 山西大学九八级博士研究生学位论文
- [158] C. Fabre, S. Reynaud, “Quantum noise in optical systems: a semiclassical approach, Fundamental Systems in Quantum Optics” , *Elsevier Science Publishers B.*(1991)
- [159] Jinwei Wu, “Application of Optical Homodyne Tomography” , A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy at The Australian National University,Date

revised: September(2000)

- [160] 翟泽辉, “连续变量量子离物传态及量子纠缠态的实验与理论研究” 山西大学
二零零五届博士研究生学位论文

博士期间已发表的期刊论文

1. **Shuqin Zhai**, Rongguo Yang, Daihe Fan, Juan Guo, Kui Liu, Junxiang Zhang, Jiangrui Gao, The tripartite entanglement from the cavity with second harmonic generation, *Phys.Rev.A*, 78, 014302(2008)
2. **Shuqin Zhai**, Rongguo Yang, Daihe Fan, Juan Guo, Kui Liu, Junxiang Zhang, Jiangrui Gao, Bright two-color tripartite entanglement with second harmonic generation, *Opt.Express*, Vol. 17 (12),9851-9857 (2009)
3. 翟淑琴, 杨荣国, 刘奎, 郜江瑞, 张俊香, 孪生光束时域内的关联特性, *量子光学学报*, Vol. 15(3) (2009)
4. 翟淑琴, 邹宏新, 张俊香, 郜江瑞, 利用孪生光束实现强度量子关联的传递, *激光与光电子学进展*, 45, 2(2008)
5. Hongxin Zou, **Shuqin Zhai**, Juan Guo, Rongguo Yang, and Jiangrui Gao, Preparation and measurement of tunable high power sub-Poissonian light using twin beams, *Opt. Lett.* 31, 1735-1737(2006)
6. Hongxin Zou, **Shuqin Zhai**, Rongguo Yang, Daihe Fan, Jiangrui Gao and Junxiang Zhang, Transfer of intensity quantum correlation with twin beams, *Opt. Lett.* 32,2218-2220(2007)
7. 邹宏新, 翟淑琴, 杨荣国, 郜江瑞, 高功率孪生光束的探测, *量子光学学报* Vol. 12(3), 55(2006)
8. 孙跃, 翟淑琴, 张海龙, 张俊香, 郜江瑞, 连续变量量子纠缠态的非对称克隆, *量子光学学报*, Vol. 15(2), 164(2009)

会议论文

1. 翟淑琴, 杨荣国, 刘奎, 张俊香, 郜江瑞, 利用二类倍频过程产生连续变量三组份关联的理论研究, 中国物理学会秋季会议, 江苏南京, 2007年9月
2. 邹宏新, 翟淑琴, 杨荣国, 郜江瑞, 利用孪生光束实现多光束间强度量子关联的传递, 全国博士生学术论坛(物理学), 中国科学院研究生院, 北京, 2006年7月
3. 翟淑琴, 杨荣国, 邹宏新, 张俊香, 郜江瑞, 非经典态的 wigner 函数重构实验; 邹宏新, 翟淑琴, 杨荣国, 郜江瑞, 利用孪生光束产生可调谐亚泊松光场;

第十二届全国量子光学学术会议，江西南昌，2006年8月

4. Jiangrui Gao, Hongxin Zou, **Shuqin Zhai**, Juan Guo, Rongguo Yang, Junxiang Zhang, continuous variables quantum correlation transferring with classical independent intensity beams, Quantum Electronics and Laser Science Conference (CLEO/QELS) in Long Beach, California, May 21 – 26, 2006
5. 郜江瑞, 邹宏新, **翟淑琴**, 杨荣国, 可调谐亚泊松光场及强度量子关联传递, 中国物理学会秋季会议, 北京, 2006年9月

致 谢

在论文即将完稿之时，我要向我的导师郜江瑞教授和张俊香教授表示衷心的感谢。没有他们的指导这篇论文是不可能完成的。六年的求学路途中，郜老师以他襟怀坦荡的心胸和严谨认真的治学态度感染着我，他教育我们老老实实做人，踏踏实实做事，认认真真做学问，我的任何一个进步和成绩的取得无不浸透着郜老师的心血和汗水，这些都将成为我受益终生的财富。张老师渊博的知识，严谨的治学态度，无私的奉献精神使我受益匪浅，在学业上不倦的教诲，生活上的热心关怀，工作上的鼎力相助，都是本文得以完成的基础。

同时，感谢彭堃堃院士和谢常德教授，他们敏锐的物理思维，高尚的人格魅力，一丝不苟的治学态度以及无私奉献的精神将激励着我，使我受益终生。

另外，感谢光电所所有老师、同学及工作人员在我学习中给予的热心帮助和有力配合。感谢物理电子工程学院许多老师多年来对我诸多方面的指导，尤其是苏大春教授、周国生教授、陈昌民教授、贾锁堂教授、梁九卿教授、李德明教授、刘文森教授、李录教授等，在此向他们表示深深的敬意和衷心的感谢。

感谢实验室各位同学长期的协助，通过在实验与学习中经常性的有益讨论，拓展了我的知识层面，也深化了我对许多问题的理解与认识。与他们在一起学习、工作的日子里我不仅获得了知识，也获得了友谊。

最后我要特别感谢我的爱人和儿子对我学习的支持和理解，是他们的陪伴使我忘掉学业上的疲劳。感谢父母给我创造的轻松的生活环境，他们的宽厚人格和对待生活的乐观态度将影响我的一生。

翟淑琴

2009年4月

承 诺 书

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是在导师指导下独立完成的，学位论文的知识产权属于山西大学。如果今后以其他单位名义发表与在读期间学位论文相关的内容，将承担法律责任。除文中已经注明引用的文献资料外，本学位论文不包括任何其他个人或集体已经发表或撰写过的成果。

学位论文作者（签章）：

200 年 月 日

个人简历及联系方式

个人简历:

翟淑琴, 女, 1975 年11 月8 日生, 山西襄汾人

1994.9—1998.7 山西大学物理系材料物理专业 本科

1998.7—2003.9 太原警官职业学院 工作

2003.9—2009.7 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西大学光电研究所 光学专业 硕博连读

联系方式:

Email: xiaozhai@sxu.edu.cn

Phone: 13073544963