



山西大學
Shanxi University

2016 届 博 士 学 位 论 文

相干原子介质内的光操控及量子关联光场

作者姓名	王丹
指导教师	张俊香 教授
学科专业	光学
研究方向	量子光学
培养单位	量子光学与光量子器件国家重点实验室 光电研究所
学习年限	2012 年 9 月至 2016 年 6 月

二〇一六年六月

山西大学

2016 届博士学位论文

相干原子介质内的光操控及量子关联光场

作者姓名	王丹
指导教师	张俊香 教授
学科专业	光学
研究方向	量子光学
培养单位	量子光学与光量子器件国家重点实验室 光电研究所
学习年限	2012 年 9 月至 2016 年 6 月

二〇一六年六月

Thesis for Doctor's degree, Shanxi University, 2016

**Light Control and Quantum Correlated Fields in Coherently
Prepared Atomic Media**

Student Name	Dan Wang
Supervisor	Prof. Junxiang Zhang
Major	Optics
Specialty	Quantum Optics
Department	State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices Institute of Opto-Electronics
Research Duration	2012. 09 - 2016. 06

June, 2016

目 录

中文摘要.....	I
ABSTRACT	III
第一章 绪论	1
1.1 引言.....	1
1.2 电磁感应透明.....	1
1.3 电磁感应吸收光栅.....	4
1.4 无粒子数反转放大/激光.....	6
1.4.1 研究动机.....	6
1.4.2 物理机制及研究进展	7
1.5 双 EIT	9
1.5.1 研究动机.....	9
1.5.2 Double EIT.....	10
1.5.3 Dual EIT	12
1.6 四波混频.....	13
1.7 四波混频产生量子关联和纠缠态光场的研究.....	15
1.8 本文的主要内容.....	17
第二章 基于 EIT 的光子晶体对光场传输特性的操控.....	19
2.1 引言.....	19
2.2 实验装置和结果.....	20
2.2.1 能级结构与实验装置	20
2.2.2 实验结果与分析	21
2.3 理论分析.....	22
2.3.1 折射率的周期性调制	22
2.3.2 布洛赫波矢的色散关系以及探针光的谱特性	24
2.3.3 数值模拟与分析	26
2.4 小结.....	27
第三章 Tripod 型 Dual EIT 透明窗口处的高增益相干光放大	29
3.1 引言.....	29
3.2 理论分析.....	29

3.3 实验装置与实验结果.....	34
3.4 小结.....	37
附录：原子在 Zeeman 子能态上的布居	37
第四章 四波混频产生 EPR 纠缠态光场的理论分析.....	43
4.1 引言.....	43
4.2 能级结构与有效哈密顿量的计算.....	43
4.2.1 双 Λ -型三能级系统的哈密顿量.....	44
4.2.2 零阶稳态解.....	46
4.2.3 一阶稳态解.....	47
4.2.4 二阶稳态解.....	49
4.2.5 有效哈密顿量.....	51
4.3 光场的 EPR(Einstein-Podolsky-Rosen)纠缠特性	51
4.3.1 光场算符及正交分量的运动方程.....	52
4.3.2 光场正交分量的起伏	53
4.3.3 各参数对纠缠的影响	56
4.4 小结.....	57
第五章 铯原子 D1 线高维度量子关联光束的实验制备	59
5.1 引言.....	59
5.2 铯原子 D1 线量子关联光束的理论分析与实验产生	60
5.3 铯原子 D1 线同时具备时域和空间域的量子关联光束的实验产生	63
5.3.1 实验装置.....	64
5.3.2 模式转换腔.....	64
5.3.3 实验结果与分析	66
5.4 小结.....	67
全文总结和展望	69
参考文献	71
攻读学位期间取得的研究成果	85
致谢	85
个人简况及联系方式	89
承诺书	91
学位论文使用授权声明	93

Contents

Chinese Abstract	I
ABSTRACT	III
Chapter 1 Preface	1
1.1 Introduction	1
1.2 Electromagnetically induced transparency.....	1
1.3 Electromagnetically induced absorption grating.....	4
1.4 Amplification / Lasing without inversion.....	6
1.4.1 Motivation	6
1.4.2 Mechanism and research progress.....	7
1.5 Double / Dual EIT	9
1.5.1 Motivation	9
1.5.2 Double EIT	10
1.5.3 Dual EIT	12
1.6 Four-wave mixing	13
1.7 The studies of generation of quantum correlated and entangled beams from four-wave mixing	15
1.8 Main content.....	17
Chapter 2 Optical control of field propagation in photonic crystal based on EIT.....	19
2.1 Intrduction	19
2.2 Experimental setup and results.....	20
2.2.1 Energy levels and experimental setup	20
2.2.2 Experimental results and discussion.....	21
2.3 Theoretical analysis	22
2.3.1 Periodic modulation of refractive index	22
2.3.2 Bloch wave dispersion and probe spectrum.....	24
2.3.3 Numerical simulation and discussion.....	26
2.4 Summary	27
Chapter 3 High-gain coherent amplification with Dual EIT in Tripod energy level .	29
3.1 Introduction	29

3.2 Theoretical analysis	29
3.3 Experimental setup and results	34
3.4 Summary	37
Appendix: Atomic populations in Zeeman sublevels.....	37
Chapter 4 Theoretical part on the generation of EPR entangled fields from four-wave mixing	43
4.1 Introduction	43
4.2 Energy level and effective Hamiltonian	43
4.2.1 Hamiltonian of double Λ system	44
4.2.2 Zero order steady state solution.....	46
4.2.3 First order steady state solution.....	47
4.2.4 Second order steady state solution	49
4.2.5 Effective Hamiltonian	51
4. EPR (Einstein-Podolsky-Rosen) entanglement of optical fields.....	51
4.3.1 Dynamic equation of optical field operator and its quadrature component	52
4.3.2 The variance of quadrature component	53
4.3.3 The dependence of entanglement on other parameters	56
4.4 Summary	57
Chapter 5 Preparation of high-dimensional quantum correlated beams in cesium D1 line.....	59
5.1 Introduction	59
5.2 Experimental generation and theoretical analysis of quantum correlated beams with wavelength at cesium D1 line	60
5.3 Experimental generation of quantum correlated beams in both time and spatial domain.....	63
5.3.1 Experimental setup	64
5.3.2 Mode converter.....	64
5.3.3 Experimental results and discussion.....	66
5.4 Summary	67
Conclusion and outlook.....	69
References	71

Research achievements	85
Acknowledgement	87
Personal profiles	89
Letter of commitment.....	91
Authorization statement	93

中文摘要

电磁感应透明(EIT)是由于量子干涉所导致的一种原子相干效应,可有效抑制光场的共振吸收,同时增强介质的色散和非线性效应。近年来,EIT 介质已经被成功作为信息存储单元应用于量子网络。随着光量子通信的蓬勃发展,人们对相干原子介质提出更全面的要求,比如操控光信号的传输以及制备非经典光场。前者能有效补偿传输过程的光子损耗并作为通信过程中的光量子器件;后者可直接将量子关联光场的频段拓展至原子吸收线,实现量子信道与量子节点之间高效率的信息交互,并且产生的光场具有线宽窄、相干长度长等优点。利用原子系综产生关联光场的过程因为无需光学谐振腔,容易实现多个空间模式的同时放大,从而获得高维度的量子关联,为并行量子计算、量子密集编码、提高量子成像质量等提供了技术保障。另外,本文以铯原子的 D1 线跃迁能级为研究对象,其对应的光源为 895 nm,与 InAs 量子点激子发射的波段相匹配,为原子和固态系统之间的相干界面搭建了桥梁。

全文围绕着这样的思路,首先介绍了 EIT、电磁感应吸收光栅、无反转放大、双 EIT 和四波混频的基本概念、产生机制并回顾国内外在相关方向的研究进展及应用。在此基础上开展了对原子系综内光子晶体、EIT 光放大、连续变量量子关联光场的实验与理论研究。

1) 研究了基于 EIT 的光子晶体对光场传输特性的操控。利用驻波场耦合三能级的 EIT 介质,构造出折射率在空间周期排列的一维光子晶体结构,从而获得对入射光束高效率的布拉格反射信号,并完全阻止其在共振频率处的传输,实现了一种动态可控的近似光子频率带隙。理论上采用传输矩阵的方法,融合了 EIT 介质的量子干涉效应与折射率周期调制的光子晶体特性,对探针场的透射和反射进行数值模拟,得到与实验现象的较好吻合,证实了原子介质内部存在光子晶体结构。

2) 研究了 Tripod 型 Dual EIT 透明窗口处的高增益相干光放大。在三能级 Λ 型 EIT 基础上额外引入一束信号光,作用于第三个基态与激发态之间的跃迁。扫描探针光频率,其透射谱线中会出现两个 EIT 窗口,它们的频率相近时存在相互耦合,增强基态之间的原子相干性。在利用 Dual EIT 抑制光场吸收的同时,借助基于自旋交换碰撞的布居数转移机制来增加第三个基态上的原子数,进一步提高信号光的泵浦速率,实现透明窗口内的相干光放大。理论计算得到的增益谱与实验结果也符合较好。

3) 对四波混频产生 EPR 纠缠态光场的理论分析。由双 Λ 型三能级光与原子耦合体系的哈密顿量出发, 提出将原子算符等效为光场算符与泵浦场和原子参数的乘积。对量子化光场做二阶微扰近似并提取四波混频的相位匹配项, 得到描述放大过程的有效哈密顿量: 利用原子的三阶非线性效应, 将两个泵浦光光子的能量转换为—对斯托克斯和反斯托克斯光子。由 EPR 纠缠判据分析了两光场正交分量之间的不可分性, 讨论了泵浦失谐、超精细分裂能级间隔、相互作用长度、泵浦功率以及自发辐射噪声对纠缠的影响, 为实验获得最大纠缠提供了充分的理论依据。

4) 研究了铯原子 D1 线高维度量子关联光束的实验制备。将 TEM_{01} 的厄米高斯横模注入四波混频的光放大器, 获得了一对 TEM_{01} 高阶模式的量子关联光束。对它们的空问子模式进行提取, 分析光场子模式之间的强度噪声关联特性, 获得同时具备时域和空问域的 2.5 dB 的高维度量子关联光束, 提高了光场加载信息的能力。

其中创新性的工作如下:

I.理论上从光子晶体的角度去分析探针光在电磁感应吸收光栅内的传输, 验证了系统内部光子晶体结构与 EIT 的有机结合。

II.借助 Dual EIT 的能级配置首次在实验上获得对 EIT 的相干光放大。利用光学厚介质内自旋交换碰撞引起的布居数转移机制来提高信号光泵浦能态的布居数, 从而在较低的泵浦功率下即可获得很高的增益。

III.结合二阶微扰近似的理论与四波混频过程的相位匹配条件, 首次给出双 Λ 型光-原子耦合体系的有效哈密顿量来类比非简并光学参量放大过程。对比铷和铯两种原子介质, 提出限制纠缠度的最主要因素在于基态超精细分裂的大小。

IV.利用 TEM_{01} 的高阶厄米高斯横模作为四波混频放大过程的种子光, 首次在实验上获得铯原子吸收线附近的高维度量子关联光束。

关键词: 电磁诱导透明; 光子晶体; Dual EIT; 相干光放大; 拉曼四波混频; EPR 纠缠态光场; 高维度量子关联

ABSTRACT

Electromagnetically induced transparency (EIT) is an atomic coherence effect induced by quantum interference. It is available to suppress the resonant absorption of optical field, and to enhance the dispersion and nonlinearity. Recently, EIT has been successfully treated as the unit of information storage and applied in quantum network. With the development of quantum communication, coherently prepared atoms should be widely applied in, such as controlling the optical propagation and preparing the non-classical field. The former is possible to compensate the photon loss and take the role of quantum optics devices in quantum communication; the latter is able to extend the wavelength of quantum correlated beams to atomic resonance, then to realize the efficient information transfer between quantum channel and quantum node. Furthermore, these correlated fields have the advantages of narrow linewidth and long coherence length. Because of no cavity when we use atomic ensemble to obtain quantum correlated fields, high-dimensional quantum correlation is achieved accompanied by multi-mode amplification. Therefore, it is potential to applied in parallel quantum computation, quantum dense coding, and improve the quantum imaging. On the other hand, we do the research in energy levels of the D1 transition of cesium, the corresponding wavelength is 895 nm, which is matching with the exciton emission from InAs quantum dots, for the possible coherent interfaces between atomic and solid-state systems.

This article firstly introduces the effects of EIT, electromagnetically induced absorption grating, lasing without inversion, Double and Dual EIT and four-wave mixing and so on, and reviews the research development and application. Then, it presents the main works of experimental and theoretical studies on photonic crystal, EIT with amplification and continuous-wave quantum correlated fields by exploiting hot atomic vapor.

1) Optical control of light propagation in photonic crystal based on EIT is studied. When the three-level EIT is coupled by a standing wave, the

refractive index is periodically modulated to form a one dimensional photonic crystal structure. A similarly dynamic control photonic frequency band gap is opened, because of high efficiency Bragg reflection is obtained as well as the resonant probe field is forbidden. Combining both the characters of EIT and photonic crystal, transfer-matrix theory is taken to simulate the probe transmission and reflection spectrum. Finally, the existence of photonic crystal structure in atoms is fully demonstrated because of the good agreement between theoretical and experimental results.

2) High-gain coherent amplification in Tripod-type Dual EIT is studied. Based on the three-level Λ -EIT, an additional signal field drives the transition between the third ground state and excited state. Two EIT windows is obtained in the probe transmission spectrum with probe frequency scanning. The two windows are coupled when their frequencies are close to equal, then the ground state atomic coherence is enhanced. In the first step, reduce probe absorption with Dual EIT. In the second step, increase the population in the third ground state using the mechanism of spin-exchange induced transfer of population (ToP), thereby amplification with EIT is achieved accompanied by the improvement of pumping rate from signal field. The calculated gain spectrum also shows accurate agreement with experimental result.

3) The theoretical part of the generation of EPR entangled fields from four-wave mixing. Stemming from the Hamiltonian of double Λ three-level field-atom coupled system, the atomic operator is replaced by the product of quantized field operators and a coefficient including the parameters of both pumping field and atoms. The effective Hamiltonian is obtained by making the second order perturbation approximation for field operators and keeping the phase-matching. It describes the amplification intuitively, i.e., the energy of two pumping photons is transferred into a pair of Stokes and anti-Stokes photons through the third-order nonlinearity. According to the EPR entanglement criteria, the two fields are inseparability. The dependence of entanglement on pumping detuning, ground state hyperfine splitting,

interaction length, pumping intensity and spontaneous noise is discussed. This study is helpful for the experimental generation of optimal entanglement.

4) The experimental preparation for high-dimensional quantum correlated beams in the cesium D1 line is studied. A pair of TEM₀₁ Hermit-Gaussian quantum correlated beams are obtained when seeding a TEM₀₁ probe beam into the four-wave mixing amplifier. Extract the sub-modes and measure their relative intensity noise correlation, a 2.5 dB high-dimensional correlated beams in both time and spatial domain is obtained. Therefore, these correlated beams is able to encode more information.

The innovations are as follows:

I. In the viewpoint of photonic crystal, we studied the probe field propagation in electromagnetically induced absorption grating. The theoretical results show a fully demonstration of the co-existence of EIT and photonic crystal structure.

II. We firstly realize the coherent amplification with EIT via the Dual EIT configuration in experiment. It is indicated that the population of ground state pumped by the signal field is greatly improved through the spin-exchange induced ToP in optically thick medium. Thereby, high gain is occurred with lower pumping intensity.

III. Exploiting the second order perturbation approximation and keeping the phase matching condition in four-wave mixing, we firstly present effective Hamiltonian, which is similar to the nondegenerate optical parametric amplification. It is concluded that the key factor of limiting entanglement is the hyperfine splitting between ground states by comparing the two atoms of rubidium and cesium.

IV. High-dimensional quantum correlated beams with wavelength matching with the cesium absorption line is firstly obtained in experiment, by the means of seeding the four-wave mixing with TEM₀₁ Hermit-Gaussian transverse mode.

Key words: Electromagnetically induced transparency; Photonic crystal; Dual EIT; Coherent amplification; Raman four-wave mixing; EPR entangled field; High-dimensional quantum correlated beam

第一章 绪论

1.1 引言

量子通信是由美国科学家 C. H. Bennett 于 1993 年提出的,其基本思想是以光子作为信息的载体,借助纠缠态光场来实现由量子态进行信息传递的一种新型的通信方式。作为一门由量子力学与信息论相结合的交叉学科,量子通信以量子光学为依托正逐步从理论迈向实验,朝着实用化发展。在潘建伟院士的带领下,中国科技大学于 2012 年,在国际上首次成功实现了百公里量级的自由空间量子隐形传态和纠缠分发,为发射全球首颗“量子通讯卫星”、实现全球化量子网络奠定了技术基础。基于量子力学的基本原理,光量子通信在信息传输的安全性和高效性方面具有经典通信无法比拟的优越性;另一方面,光子具有自然界不可超越的极限速度且光子间的相互作用很弱,可以极大地提高信息传输速度并降低传输过程的能量损耗,有望取代当前的通信网络以顺应信息化时代的需求。具体内容涉及量子密集编码、量子计算、量子远程传态以及量子存储等。

光与原子相互作用作为量子通信领域的一个研究分支,在基于原子系综的量子中继器^[1]中发挥着不可替代的作用。利用外加光场来操控原子的内部能态结构,使不同能态之间耦合产生原子相干,被操控的原子介质再对作用光场施以反作用,可以改变光场的一些性质。随着对原子相干效应的深入研究,产生了许多有趣的量子现象,如相干布居俘获(coherent population trapping, CPT)^[2,3]、电磁感应透明(electromagnetically induced transparency, EIT)^[4-7]、电磁感应吸收光栅(electromagnetically induced absorption grating, EIG)^[8-11]、无粒子数反转放大/激光(Amplification / Lasing without population inversion, AWI / LWI)^[4,12-18]等。

以这些现象作为研究工具促使了诸多光量子技术的发展,比如对光脉冲群速度的超光速和减光速操作^[19-21]、光量子存储^[22-23]。近年来,科学研究工作者尝试利用光与原子相互作用的耦合体系来构建新型的光量子器件:如全光的光学开关^[9,24,25]、光学二极管^[26]、光学三极管^[27-28]以及光子晶体带隙^[29,30]等。原子相干还可以显著增强介质的非线性极化率^[19,31],提高四波混频(four wave mixing, FWM)效率^[32-34],为制备出覆盖原子吸收波段的纠缠光子对和纠缠态光场提供了很好的思路和平台^[35-37]。下面就本文涉及到的原子相干效应阐述其物理本质、介绍国内外在相关方面的研究进展与应用。

1.2 电磁感应透明

电磁感应透明(EIT)效应是指通过外加电磁场来改变介质的光学响应,消除原子共振线附近的强吸收,产生透明窗口。这一概念是由Harris及其合作者于1989年首次提出^[4]。1991年,Harris小组先后利用 Λ -型的铯原子^[5]和阶梯型的铅原子^[38]分别在实验上观测到了该现象,实验中需要很高的耦合光功率来抑制原子在跃迁过程中的非均匀展宽。1995年,Min Xiao小组采用双光子消多普勒的光路设计极大地降低了EIT的实验难度并观测到EIT的色散曲线^[6,7],进一步掀起基于EIT效应的研究热潮。

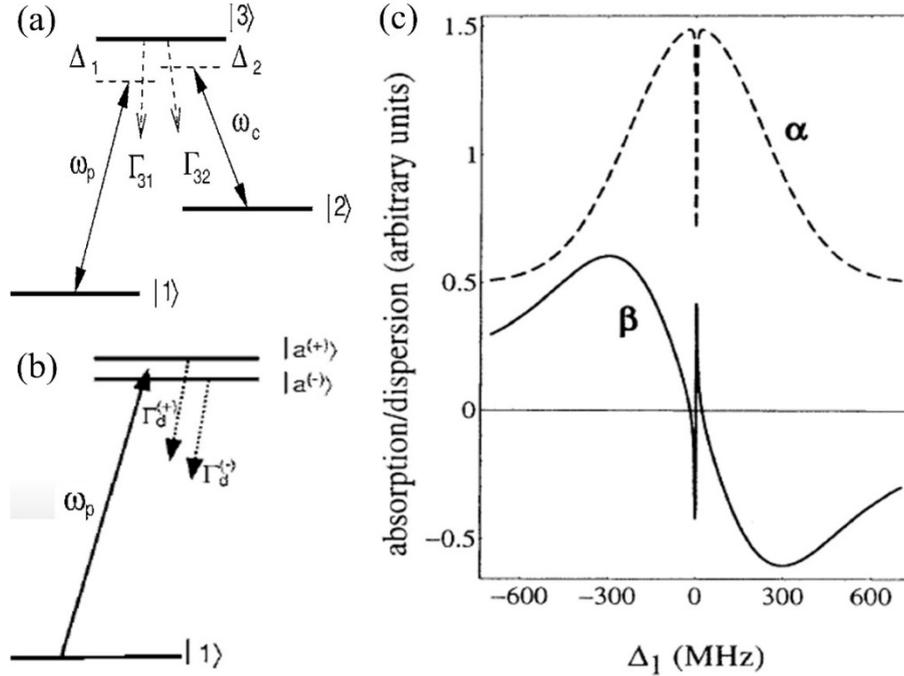


图 1.1 (a) Λ -型的三能级结构; (b) 相应的缀饰态能级结构; (c) EIT 的吸收和色散随探针光失谐的变化曲线。摘自文献[39]。

EIT介质对光场的吸收减弱其实蕴含了暗态与相干布居俘获(CPT)的物理实质。考虑图1.1(a)所示的 Λ -型三能级结构,一束弱探针光和一束强耦合光分别作用于 $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 和 $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 的能级跃迁(光场的失谐量为 Δ_1 和 Δ_2),由共同的激发态 $|3\rangle$ 将两个基态 $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ 耦合起来。选取合适的旋转变换,可以得到光-原子耦合体系的三个本征能态。满足双光子共振 $\Delta_1 = \Delta_2$ 时,其中一个本征态为 $|a^0\rangle = \cos\theta|1\rangle - \sin\theta|2\rangle$,表示原子处于两个基态的相干叠加态,叠加系数取决于光场的拉比频率($\tan\theta = \Omega_p / \Omega_c$),而不包含激发态 $|3\rangle$ 的几率幅。因此电偶极矩 $\langle 3|e\vec{r}|a^0\rangle = 0$,处于 $|a^0\rangle$ 态上的原子不参与光场的相互作用,对光场不吸收且不产生电磁辐射,在共振荧光谱中出现一条暗线,所以 $|a^0\rangle$ 被称为暗态。EIT效应可解释为原子被制备在这一相干暗态上表现出探针光在介质内的无吸收传输。

从另外一个角度分析, EIT效应源自不同跃迁通道之间的量子干涉。如图1.1(b)所示的缀饰态物理图像, 作用于 $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 共振跃迁的强耦合光, 使得激发态缀饰分裂为能量间隔为 $\hbar\Omega_c$ 的两个能态 $|a^{(+)}\rangle$ 和 $|a^{(-)}\rangle$ 。当探针光频率扫描至 $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 的共振跃迁时, $|1\rangle \leftrightarrow |a^{(+)}\rangle$ 与 $|1\rangle \leftrightarrow |a^{(-)}\rangle$ 两个跃迁通道之间发生破坏性量子干涉, 减小了探针光的吸收。

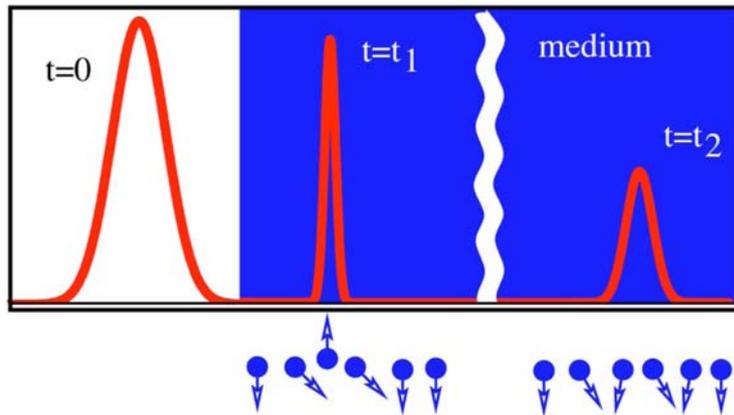


图 1.2 EIT 介质中光脉冲的传输, 因为脉冲前端的传播速度比后端慢, 在传播方向上被空间压缩, 摘自文献[31]。

迄今, 大部分的研究工作已不再局限于对EIT效应本身的研究, 而是以EIT为工具探索更有趣的原子相干效应及应用。相关的理论与实验研究表明, 伴随着EIT透明窗口内的无吸收, 介质还表现出陡峭的正常色散特性^[7,39], 如图1.1(c)所示。利用EIT介质的这种强色散的特性, 1995年, Harris小组首先在铷原子汽室中将光脉冲的群速度降低到 165m/s ^[40]。1999年, Hau等人在超冷钠原子的BEC中获得了 17m/s 的光脉冲传输比真空中的光速小了7个量级^[19]。同年, Budker等人结合非线性磁光技术进一步将群速度减慢至 8m/s ^[20], 为实现高效率的量子存储奠定了基础^[22,23]。另外, 量子干涉使得EIT窗口内的三阶非线性系数被增强^[19], 极大地提高了FWM的转换效率^[32-34], 同时可开展光子水平的非线性光学^[31]。近年来, EIT在速度选择激光冷却^[39]、消除光束自聚焦效应^[41]、腔光力学^[42]、超冷化学^[43,44]以及光晶格冷原子系统^[45]等领域也有着广泛的应用。

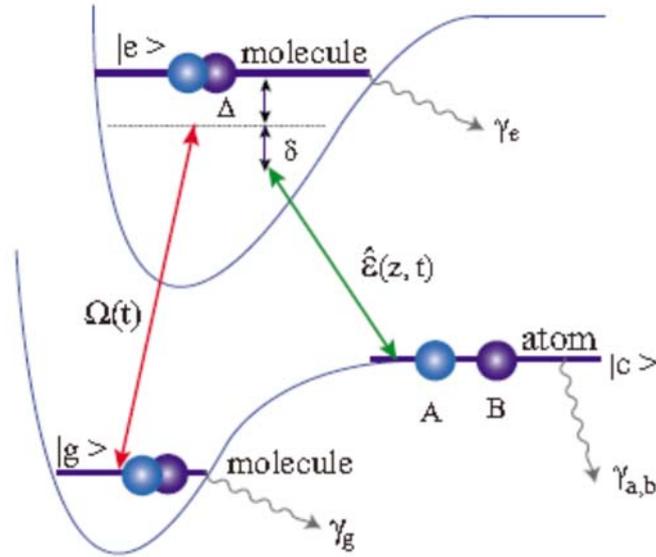


图 1.3 原子-分子混合体系中的 EIT 模型，摘自文献[43]。

1.3 电磁感应吸收光栅

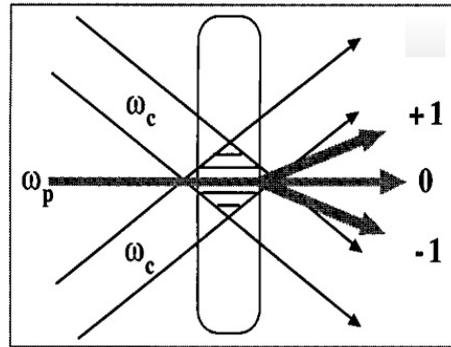


图 1.4 EIG 的原理示意图，摘自文献[8]。

电磁感应吸收光栅(EIG)是一种基于原子相干效应的光栅结构，它将驱动场的空间调制特性融入到 EIT 介质中。1998 年，Xiao Min 小组首次在理论上提出 EIG 的概念^[8]，如图 1.4 所示，两束同频、同偏振的耦合光以一定夹角入射，在介质内形成吸收调制的衍射光栅，入射的探针光经过原子介质时发生衍射现象。1999 年，M. Mitsunaga 和 N. Imoto 率先在超冷钠原子介质中观察到了探针光的一阶布拉格衍射信号，实验证实了 EIG^[46]。随后，关于 EIG 的研究工作更多的转移到对反射光栅的探索中。

如图1.5所示，在耦合光光路上加入一面反射镜，空间上完全重合的两列光波在介质内相干叠加形成驻波，耦合光在传播方向上的强度分布出现明暗相间的干涉条纹。对入射的探针光，介质内部亮条纹的区域为EIT介质，而暗条纹的区域则为二能

级吸收介质，这就等同于将折射率不同的两种材料在空间上周期排列形成的一维光栅。这种空间结构特性将对系统密度矩阵元的各个相干项进行调制。随着镜子反射率的增加，原子相干的空间高阶谐波项会诱导EIT信号发生分裂^[9,11]，探针光的透射谱线在双光子共振处由EIT逐渐转变为吸收增强，介质由正常色散过渡为反常色散，可实现脉冲光群速度由减光速到超光速的转变^[47]。同时，折射率的空间周期排列导致探针光在介质层内的多次反射产生布拉格反射信号^[9-11]。

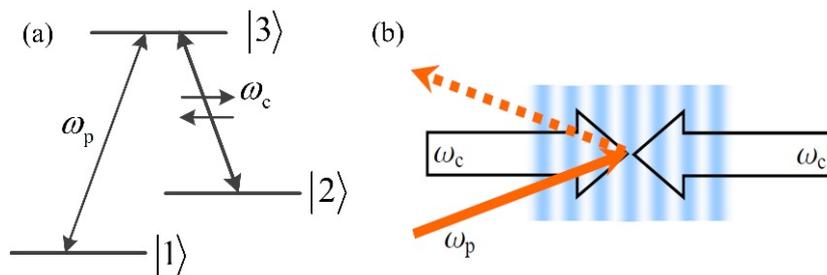


图 1.5 (a) 驻波场驱动的 Λ -型三能级结构; (b) 原子汽室内部形成的布拉格反射光栅结构。

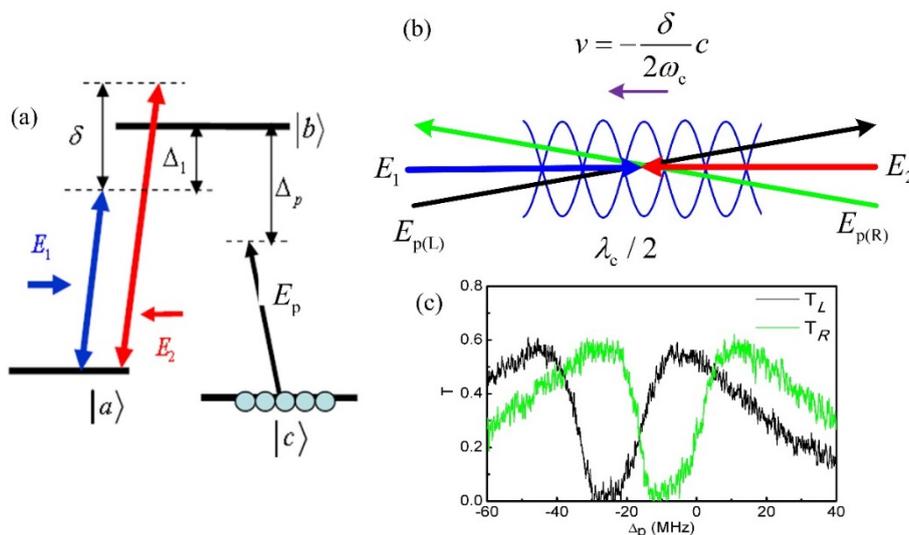


图 1.6 (a) 实现全光光学二极管的能级结构; (b) 介质内部的“移动”光栅; (c) 探针光的透射谱，摘自文献[26]。

基于 EIG 的周期性吸收调制特性，2003 年，Lukin 小组实现了光脉冲在冷原子介质中的静止与存储^[48]。2006 年，Artoni 等人从光子晶体的角度，理论上预言了超冷原子内的 EIG 结构存在可调谐的光子带隙^[49]。随后，吉林大学高锦岳小组将该想法拓展至对固体材料的理论研究中，获得了动态可控的光子禁带^[50]。2013 年，在 S. Y. Zhu 老师与我们实验小组合作的研究工作中提出^[26]，当形成驻波的两束耦合光频率不相等时，光栅结构会沿着光的传播方向运动，运动速度正比于两束耦合光之间的频率差，如图 1.6 所示。由于多普勒效应，当探针光沿不同方向传输时透射谱的中

心位置发生偏移。在某一频谱区间，只允许探针光沿一个方向传播而对反方向的光束完全禁止，成功将光学二极管的功能制备到 EIT 介质中^[26,51]。

从光与原子相互作用的角度来讲，EIG 介质内产生布拉格衍射/反射信号的现象，属于 FWM^[52,53]。被驻波场调制的 EIT 介质三阶非线性效应增强，同时吸收线附近的强色散可补偿相互作用过程的相位失配，因此获得了反射系数较高的 FWM 信号。如图 1.5 所示，处于基态的原子吸收一个探针光光子经 $|1\rangle \rightarrow |3\rangle \rightarrow |2\rangle$ 的跃迁辐射一个前向的耦合光光子，再吸收一个后向的耦合光光子，经 $|2\rangle \rightarrow |3\rangle \rightarrow |1\rangle$ 的跃迁辐射一个反射光光子回到基态。整个过程满足能量守恒 $\omega_p - \omega_c + \omega_c - \omega_r = 0$ 与动量守恒 $\vec{k}_p - 2\vec{k}_c - \vec{k}_r = 0$ ，下角标的 r 代表反射场。

1.4 无粒子数反转放大/激光

1.4.1 研究动机

结合黑体辐射与热力学统计，爱因斯坦于 20 世纪初用 AB 系数描述了光与原子体系相互作用过程中的受激吸收、受激辐射以及自发辐射三个过程之间的关系。对包含有一个基态 $|g\rangle$ 和一个激发态 $|e\rangle$ 的二能级体系，原子的受激吸收、受激辐射速率正比于 B 系数乘以初始时刻能态的布居数 ρ_{ii} ($i = g, e$)，

$$\frac{\text{absorption rate}}{\text{stimulated emission rate}} = \frac{B_{\text{abs}}}{B_{\text{st em}}} \cdot \frac{\rho_{gg}}{\rho_{ee}} \quad (1.1)$$

从公式(1.1)可以推断：(i) 受 $B_{\text{abs}} = B_{\text{st em}}$ 的限制，激发态与基态之间的粒子数反转 $\rho_{ee} > \rho_{gg}$ 是实现光放大的必要条件；(ii) 一个二能级的原子体系不可能实现布居数反转。因此，传统的激光器必须寻求具有亚稳态的物质作为激光介质。将亚稳态能级作为激光上能级产生粒子数反转方案的提出为激光技术的诞生奠定了基础。1960 年，美国修斯公司实验室的梅曼(Theodore H. Maiman)成功研制出世界上第一台红宝石激光器。自此，激光光学与激光技术的蓬勃发展推动了当代科学、技术、通信、医疗、国防等各个领域的革命性进步。目前，激光技术已深入到人们生产和生活的方方面面，成为未来信息时代发展不可或缺的资源。

基于反转放大产生激光的机制，实现粒子数反转的阈值泵浦功率 P_{th} 与激光振荡频率 ω 之间满足

$$P_{\text{th}} = \frac{2\kappa\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3 g(\omega)} \propto \begin{cases} \frac{2\kappa|\mu|^2 \omega^6}{3\pi^3 c^6 \epsilon_0} & \text{natural broadening} \\ \frac{2\kappa\hbar\omega^4}{\pi^2 c^3} & \text{Doppler broadening} \end{cases} \quad (1.2)$$

因此，伴随着激光振荡频率的增加，实现粒子数反转所需要的泵浦功率也有显著的提高。泵浦功率成为限制激光向短波段(如连续的紫外线激光、x-射线激光等)拓展的主要障碍。

无反转放大/激光不同于传统的激光振荡机制，通过抑制甚至消除原子对光场的受激吸收过程，打破了激光振荡对粒子数反转条件的限制，极大地降低了激光振荡对泵浦功率的要求，为开辟短波段激光的发展提供了新的方法从而得到广泛的关注。

1.4.2 物理机制及研究进展

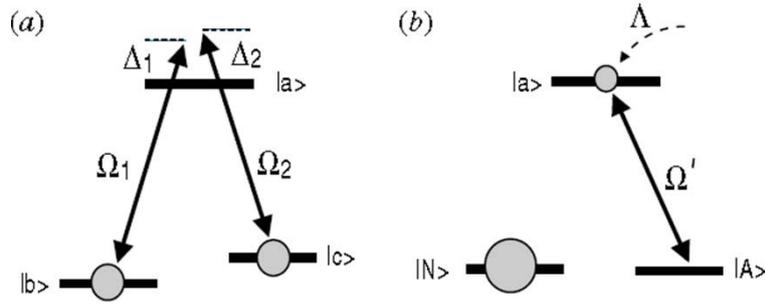


图 1.7 (a) 裸原子基矢下的 CPT 能级结构; (b) 相应 CPT 基矢下的能级结构, 摘自文献[53]。

20世纪80年代末期, Kocharovskaya, Harris和Scully等几位科学家分别独立提出了几种基于原子相干效应实现无反转放大的理论模型^[4,12,13]。这里详细介绍 Kocharovskaya的理论方案, 考虑图1.7(a)所示的 Λ -型能级结构, 在两束相干光场的作用下, 原子被制备在基态 $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 的相干叠加态上。这两个相互正交的相干叠加态记为 $|N(t)\rangle$ 和 $|A(t)\rangle$, 它们与激发态 $|a\rangle$ 构成一组正交完备的基矢(称为CPT基矢), 如图1.7(b)所示。 $|N(t)\rangle$ 和 $|A(t)\rangle$ 与光场之间的相互作用强度分别为

$$\begin{aligned}\langle a|\hat{H}|N(t)\rangle &= \frac{\hbar}{2} \frac{\Omega_1\Omega_2}{\Omega'} \left[e^{-i(\Delta_1-\Delta_2)t} - 1 \right] \\ \langle a|\hat{H}|A(t)\rangle &= \frac{\hbar}{2} \frac{1}{\Omega'} \left[\Omega_1^2 e^{-i(\Delta_2-\Delta_1)t} + \Omega_2^2 \right]\end{aligned}\quad (1.3)$$

其中, Ω_i 和 Δ_i ($i=1,2$)表示光场作用在能级跃迁上的拉比频率与单光子失谐, $\Omega' = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$ 为两束光场同时参与原子相互作用的有效拉比频率。满足双光子共振 $\Delta_1 = \Delta_2$ 时,

$$\begin{aligned}\langle a|\hat{H}|N(t)\rangle &= 0 \\ \langle a|\hat{H}|A(t)\rangle &= \frac{\hbar}{2} \Omega'\end{aligned}\quad (1.4)$$

被俘获在 $|N(t)\rangle$ 态上的原子与光场之间无相互作用, 因此被称为非吸收态(Non-

absorption state)或暗态(dark state)。处于 $|A(t)\rangle$ 态上的原子与两束光场之间都有相互作用，称为吸收态(absorption state)，相互作用强度用 Ω 来表示。此时，原子吸收光场到激发态后再由自发辐射过程最终回到 $|N(t)\rangle$ 态。当所有的粒子数都被布居到 $|N(t)\rangle$ 态时，介质对两束光场不吸收。此时，利用非相干泵浦过程(泵浦速率 Λ)让激发态 $|a\rangle$ 上有少量的原子数布居使得 $\rho_{aa} > \rho_{AA}$ ，即可获得两束相干光场的增益。所以，该方案本质上是操控CPT基矢下的粒子数反转但确保裸原子态基矢下的无粒子数反转。

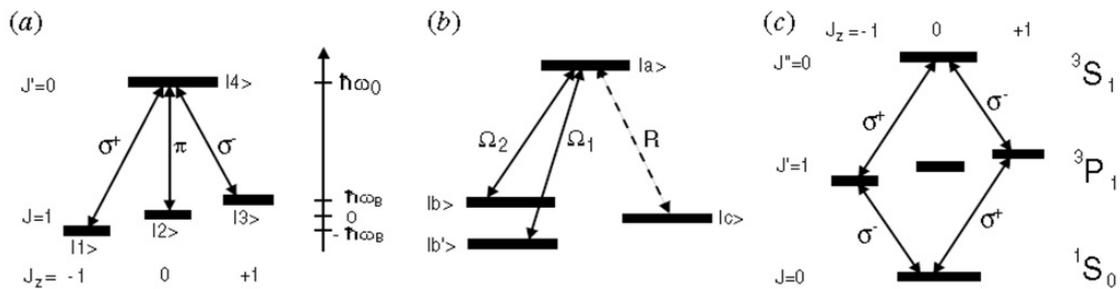


图 1.8 基于 CPT 方案实现无反转放大的实验中所采用的能级结构 (a) 摘自文献[14]; (b) 摘自文献[15]; (c) 摘自文献[16]。

基于该方案，瞬时的无反转放大现象于1993年先后被三个不同的实验研究组观测到^[14-16]，所采用的能级结构如图1.8所示。首先采用两束等功率的相干光脉冲将原子系统制备到CPT的状态，抑制介质对光场的吸收，接着用一束非相干的泵浦脉冲让激发态获得少量的粒子数布居，最后将探测光脉冲作用于 Λ -型的能级结构产生无反转放大。在这些研究工作的基础上，并伴随着EIT在实验操作难度上的降低，1995年，Zibrov等人在V型结构的EIT系统中引入一束非相干的泵浦场，首次在实验上实现了对连续光的无反转增益，并将其放置于光学谐振腔中进一步获得了无反转激光振荡^[17]，实验能级与结果如图1.9所示。1996年，Padmabandu等人首次采用 Λ 型的原子束作为激光介质，同样获得了连续光的无反转激光振荡^[18]。2008年，Haibin Wu等人将光学厚度较大的铷原子汽室置于光学谐振腔中，在EIT条件下获得了连续光的无反转激光^[55]。这是目前为止实现无反转激光用到的最简单的实验装置，如图1.10所示，实验仅需要一束Pumping光，同时作为放大过程的泵浦光与EIT过程的耦合光。目前，关于无反转放大的实验研究获得的增益效率不高且尚未真正涉及到短波区域，因此还需要进一步的探索性研究，譬如尝试多EIT的能级体系以及激发原子系综内高次谐波的产生。

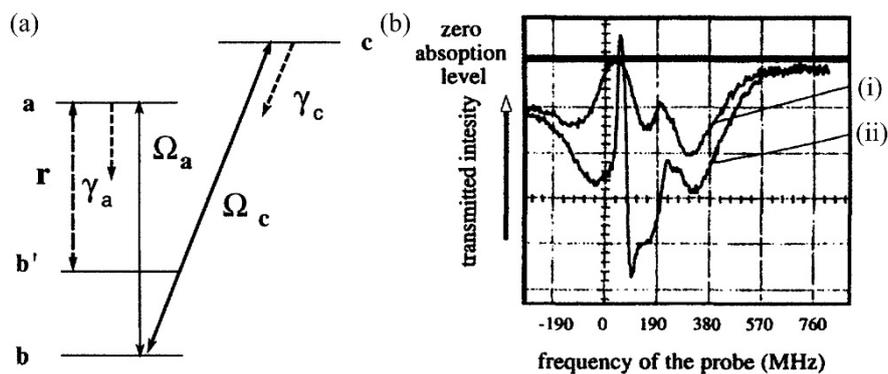


图 1.9 Zibrov 等人采用 V 型 EIT 结构实现无反转放大的实验，(a) 实验能级， r 为非相干泵浦速率；(b) 曲线(i)为没有非相干泵浦时探针光的透射谱线，曲线(ii)为有非相干泵浦时探针光的增益谱线，摘自文献[17]。

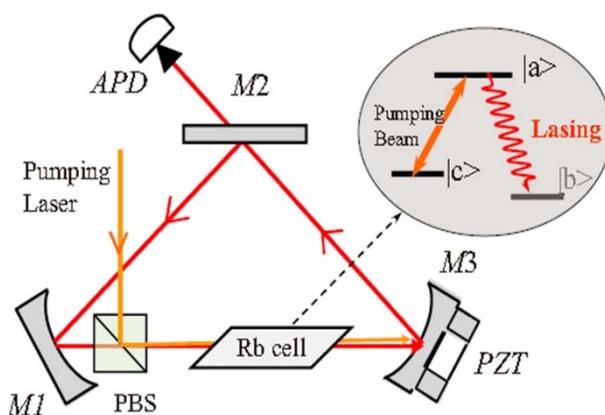


图 1.10 Haibin Wu 等人产生无反转激光的实验装置与能级，摘自文献[55]。

1.5 双 EIT

1.5.1 研究动机

2002年，M. D. Lukin和A. Imamoglu提出利用EIT来制备频率不相等的两个单光子脉冲之间量子纠缠的理论方案^[56]。如图1.11所示，实验选取自然丰度的铷原子介质，玻璃泡内含有25%的⁸⁷Rb和75%的⁸⁵Rb两种同位素，在图中记为atoms A和atoms B，两种同位素因携带不同的核自旋而对应不同的超精细跃迁频率。用一对强光 Ω_i 和一对弱光 E_i ($i=1,2$)同时作用于如图所示的能级结构。其中， E_1 与 Ω_1 经atoms A $|b\rangle \leftrightarrow |a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ 的共振跃迁形成一个 Λ -EIT，介质对 E_1 表现为无吸收的正常色散，脉冲群速度减慢。此时，在能级 $|d\rangle$ 和 $|c\rangle$ 之间作用一束非共振的光场 E_2 会诱导基态 $|c\rangle$ 发生斯塔克频移，同时 E_2 将对 E_1 的折射率进行调制产生交叉克尔非线性 $n_1 = n_1^{(0)} + n_1^{(2)}I_2$ ，从而改变 E_1 经过介质的相移 $\phi_1^{XPM} = \omega_1 L [n_1(E_2 \neq 0) - n_1(E_2 = 0)] / c$ ，

即交叉相位调制^[57]。该方案的核心思想是通过操控两个单光子脉冲 E_1 和 E_2 之间的群速度匹配以增加二者之间的相互作用时间，从而获得更大的交叉相位调制，制备光场量子态之间的纠缠。因此通过耦合光 Ω_2 与 E_2 作用于 atoms B $|b\rangle \leftrightarrow |a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ 的共振跃迁形成另外一个 Λ -EIT，操控耦合光强度使 E_1 和 E_2 在介质内的群速度相等。因为需要同时用到两种原子，实验上对光场频率的操控有一定难度，所以人们提出在单一原子介质内利用多能级体系构造双EIT的设想。双EIT又分为两类，Double EIT (DEIT)和Dual EIT，这两个不同的术语描述两种不同的物理现象。DEIT是同时对两束弱光场的EIT，强调同时性。Dual EIT是针对一束弱光场在不同频率处的两个EIT窗口。

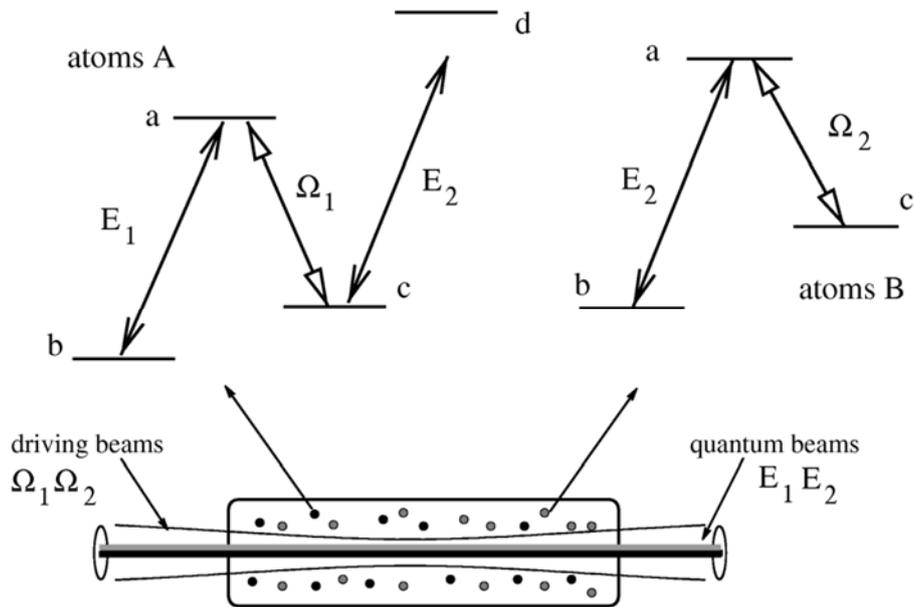


图 1.11 M. D. Lukin 等人实现两个单光子之间量子纠缠的能级结构，摘自文献[56]。

1.5.2 Double EIT

DEIT是对标准的三能级EIT模型的扩展，利用一个共同的跃迁能级将两个EIT结构耦合，同时实现对两束弱光的EIT现象。当光场以脉冲形式在介质中传播时，可以操控它们的群速度减慢到相同的数量级。2002年到2006年间，理论工作者尝试利用M型^[58]、三脚架(Tripod)型^[59-61]、倒Y型^[62,63]等不同的DEIT能级结构^[64-66]，研究两光脉冲之间的交叉相位调制^[59,64,66]，为开展在纠缠态光场^[65]、双通道的光脉冲存储^[61,62]、偏振量子比特相位门^[58,60]等方面提供了思路。这些DEIT的能级结构如图1.12所示，可以看成是由 Λ -EIT和 Ξ -EIT的组合。

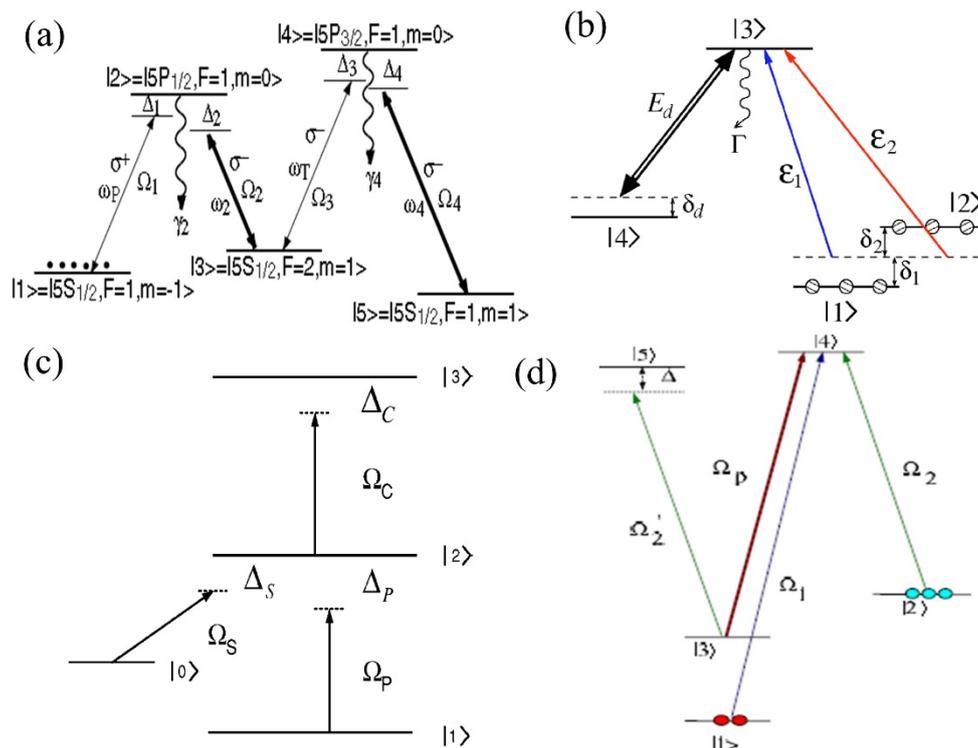


图 1.12 DEIT 的几种能级结构, (a) M 型 = $\Lambda + \Lambda$, 第一个 $\Lambda = |1\rangle \leftrightarrow |2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, 第二个 $\Lambda = |3\rangle \leftrightarrow |4\rangle \leftrightarrow |5\rangle$, 形成 ω_p 和 ω_r 的 EIT, 摘自文献[58]; (b) Tripod 型 = $\Lambda + \Lambda$, 第一个 $\Lambda = |1\rangle \leftrightarrow |3\rangle \leftrightarrow |4\rangle$, 第二个 $\Lambda = |2\rangle \leftrightarrow |3\rangle \leftrightarrow |4\rangle$, 形成 ϵ_1 和 ϵ_2 的 EIT, 摘自文献[59]; (c) 倒 Y 型 = $\Xi + \Xi$, 第一个 $\Xi = |1\rangle \leftrightarrow |2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, 第二个 $\Xi = |0\rangle \leftrightarrow |2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, 形成 Ω_p 和 Ω_s 的 EIT, 摘自文献[63]; (d) N 型与 Tripod 型组合的五能级结构, 形成 Ω_p 和 Ω_1 的 EIT, 摘自文献[66]。

实验方面, 2008 年, S. J. Li 等采用 Tripod 型的四能级结构首次实现了基于 DEIT 的增强交叉相位调制^[67]。同年, A. I. Lvovsky 小组^[68]利用该能级结构研究了两束弱光场的 DEIT 现象, 并在脉冲光情形下获得了对二者群速度匹配的操控及同时存储与释放, 为 DEIT 在量子计算与量子通信方面的应用奠定了良好的实验基础。

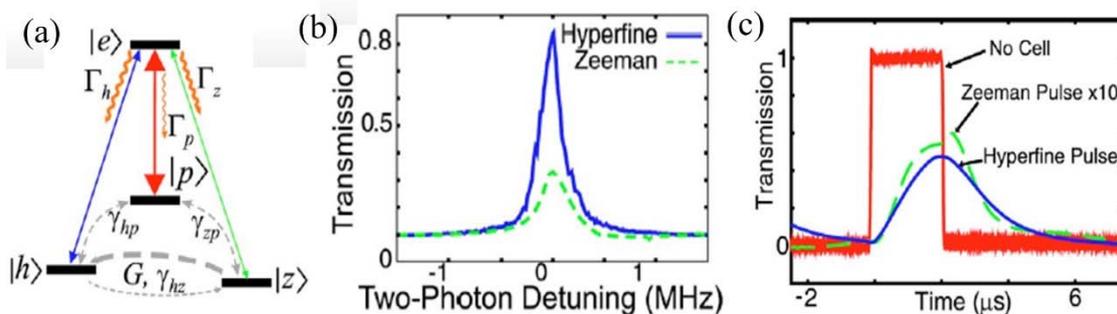


图 1.13 A. I. Lvovsky 小组进行 DEIT 的实验研究: (a) 能级结构, 泵浦场和两束弱光场(Hyperfine 和 Zeeman) 分别作用于三个不同的基态 $|p\rangle$ 、 $|h\rangle$ 和 $|z\rangle$; (b) 扫描泵浦光得到两弱光场的 EIT 信

号；(c) 光脉冲经过介质后的包络，摘自文献[68]。

1.5.3 Dual EIT

和DEIT被同时研究的还有另外一种被称之为Dual EIT的现象(也叫Bichromatic EIT或Two EIT)，它指的是对多能级原子体系，两束耦合光各自与同一束探针光形成EIT，当两束耦合光相对原子共振跃迁的单光子失谐量不相等时，探针光的透射谱线会出现两个透明窗口。拓展了EIT的频率范围，可支持探针光束在不同频率处的慢光传输，量子信息处理。2002年，E. Paspalakis和P. L. Knight^[69]采用图1.14所示的能级结构，理论上指出当 N 个相干光场与 $N+1$ 个能级相互作用时，探针光的吸收谱线会出现至少 $N-1$ 个透明窗口，且探针脉冲的群速度在每一个透明窗口处会得到不同程度的减慢。近些年，在多EIT窗口方面的研究则更侧重于Dual EIT。

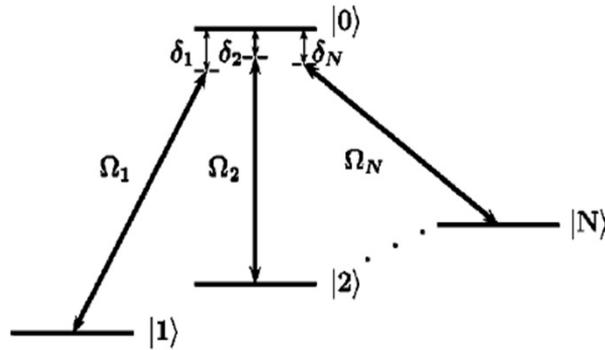


图 1.14 E. Paspalakis 和 P. L. Knight 的多 EIT 理论模型，摘自文献[69]。

2003年，中科院武汉数理所的J. Wang等人^[70]利用冷原子系综，在实验上研究了双色EIT(Bichromatic EIT)。2013年，华南师范大学的H. Yan等人^[71]将该现象拓展至热原子系综。如图1.15所示，在标准的 Λ -EIT结构中用一对双色相干光场 Ω_{c1} 和 Ω_{c2} 作为耦合光，它们相对 $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 的单光子失谐分别为 δ_1 和 δ_2 ，因此在双光子共振处($\Delta_p = \delta_1$ 和 $\Delta_p = \delta_2$)会产生两个EIT窗口。国内外诸多研究小组在Tripod型^[72]、Y型^[73]、N型^[74]、倒Y型^[75]以及 $\Lambda+V$ 型^[76]的多能级体系中也观察到了Dual EIT的实验现象，且当两束耦合光失谐量相近时，两透明窗口之间相互耦合会得到增强的EIT信号。

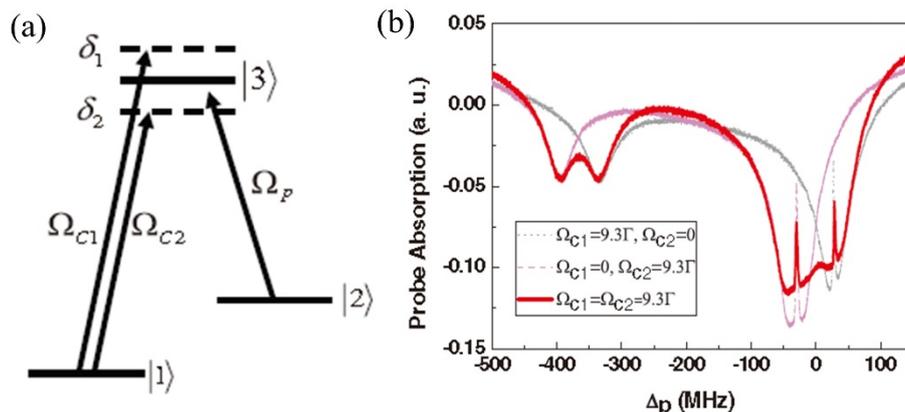


图 1.15 Bichromatic EIT 的能级结构 (a) 与实验现象 (b), 摘自文献[70]。

另外, 基于Dual EIT较强的原子相干性, M. Xiao研究组于2007年利用Y型结构同时观察到了FWM和六波混频(Six wave mixing, SWM)两个非线性过程^[73]。H. M. M. Alotaibi和B. C. Sanders于2014年理论上提出通过相干性来诱导其中一个EIT窗口的光放大^[77]。对EIT光放大的实验至今仍是空白, 我们小组基于Dual EIT结构进行了相干光放大的实验研究。

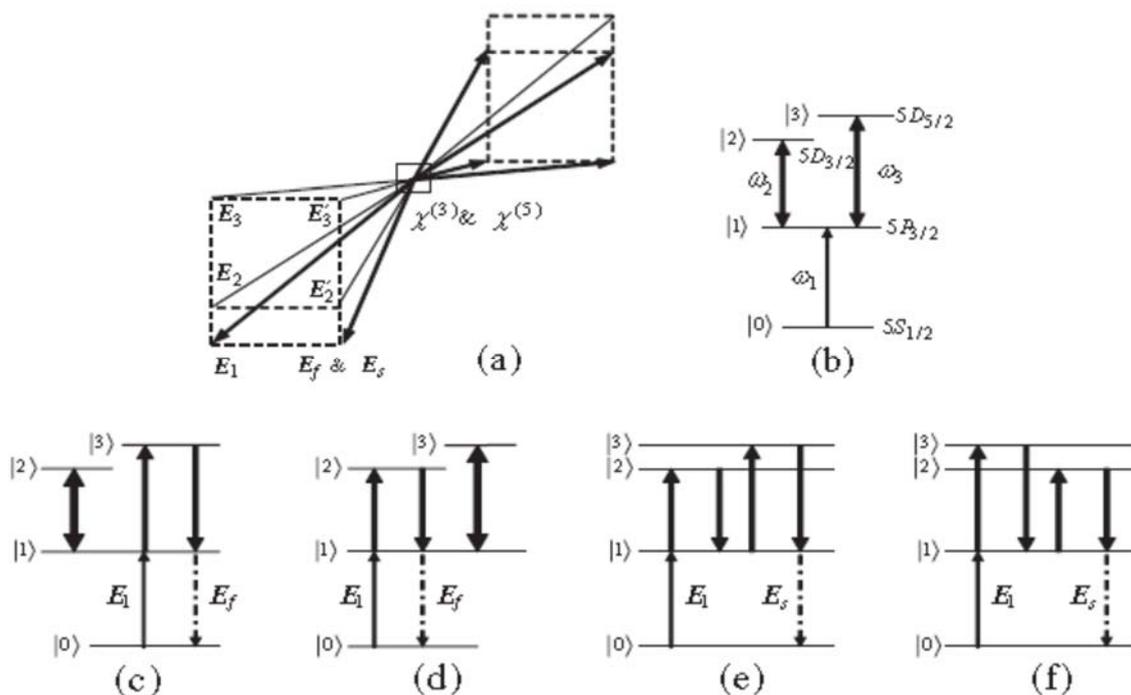


图 1.16 M. Xiao 小组实现同时 FWM 与 SWM 的实验: (a) 空间光束的几何结构; (b) Y-型的 Dual EIT 能级结构; (c,d) FWM 过程; (e,f) SWM 过程, 摘自文献 [73]。

1.6 四波混频

四波混频(FWM)是由三个特定频率的光波在介质内相互作用产生第四个光波的一种三阶非线性光学过程，它源于介质的三阶非线性极化率。与二阶非线性过程不同，三阶非线性过程可以发生在任何一种介质中。因此，对许多光学介质(比如反对称介质)，FWM 属于最低阶的非线性过程而被广泛研究。整个过程中四束光波之间需同时满足能量守恒与动量守恒(从光波矢量的角度来讲，也称相位匹配条件)。

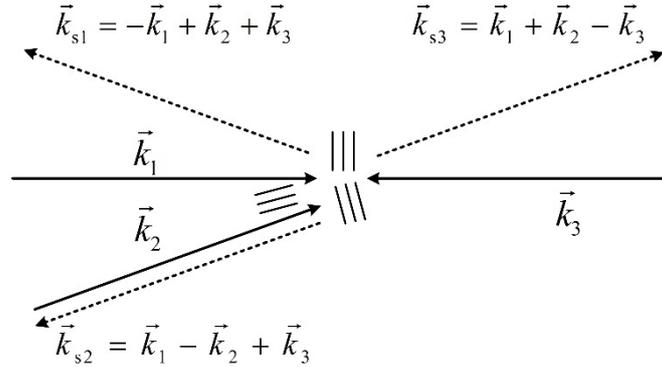


图 1.17 一种 FWM 原理示意图，摘自文献[78]。

如图 1.17 所示包含了三种 FWM 过程, 三束作用光场的波矢量与频率分别记为 \vec{k}_i 和 ω_i ($i=1,2,3$)。第四束光场的产生方向(波矢量)有三种情况, 如虚线所示, 可以认为是其中两个光波在空间干涉叠加形成光栅(光栅可以是静止的也可以是运动的, 取决于两光波之间的频率差), 第三个光波作用在该光栅上发生散射。如: \vec{k}_1 和 \vec{k}_2 形成的光栅对 \vec{k}_3 散射产生 $\vec{k}_3 \pm (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$; \vec{k}_3 和 \vec{k}_2 形成的光栅对 \vec{k}_1 散射产生 $\vec{k}_1 \pm (\vec{k}_3 - \vec{k}_2)$; \vec{k}_1 和 \vec{k}_3 形成的光栅对 \vec{k}_2 散射产生 $\vec{k}_2 \pm (\vec{k}_1 - \vec{k}_3)$ 。其中, 仅 $\vec{k}_{s1} = -\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3$, $\vec{k}_{s2} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 + \vec{k}_3$, $\vec{k}_{s3} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3$ 可能满足相位匹配条件。泵浦光束 \vec{k}_1 和 \vec{k}_3 对探针光 \vec{k}_2 散射产生 \vec{k}_{s1} 的过程即我们在 1.3 节中提到的 EIG。而产生 \vec{k}_{s2} 的过程因为相位匹配条件很容易满足, 也是相位共轭 FWM 的常见配置。FWM 按照作用光场频率是否相同可分为简并 FWM 和非简并 FWM, 按照产生光波与探针光波的矢量方向是否一致可以分为前向 FWM 和后向 FWM。

本文主要介绍以原子汽室作为非线性介质的 FWM 过程, 在光与原子的相互作用中, EIT 效应因可抑制介质的线性极化率而增强非线性极化率为获得高效率的 FWM 提供了平台。1995 年, P. R. Hemmer 等人^[79]基于 CPT 的原子相干, 采用如图 1.18(a)所示的相位共轭 FWM 结构, 获得了增益为 50 倍的相位共轭波。对简并情形的相位共轭 FWM, 由于入射光场与产生光场之间横向电场分布相同、波前相位差 π , 因此当输入场的波前受到扰动破坏时, 可通过利用相位共轭波实现波前再现与修正。2000 年, S. E. Harris 小组^[80]在四共振的双 Λ 四能级铅原子系统中, 利用共振增强

FWM 实现了如图 1.18(b)所示的高效率频率转换 $283\text{nm}+106\text{nm}+223\text{nm}\rightarrow 186\text{nm}$ 。2008 年, F. E. Becerra 等人^[81]基于钻石型能级的 FWM 频率转换技术, 利用铷原子介质获得了一束处于通信波段的 1367 nm 的光波, 在基于原子系综的量子通信方面有着重要的应用前景。选取合适的能级结构, 甚至可以将可调谐相干光源由红外波段转换到紫外波段。另外, FWM 还可应用于光谱分析、图像处理、全息成像、量子逻辑门运算、非经典光场的制备等方面。

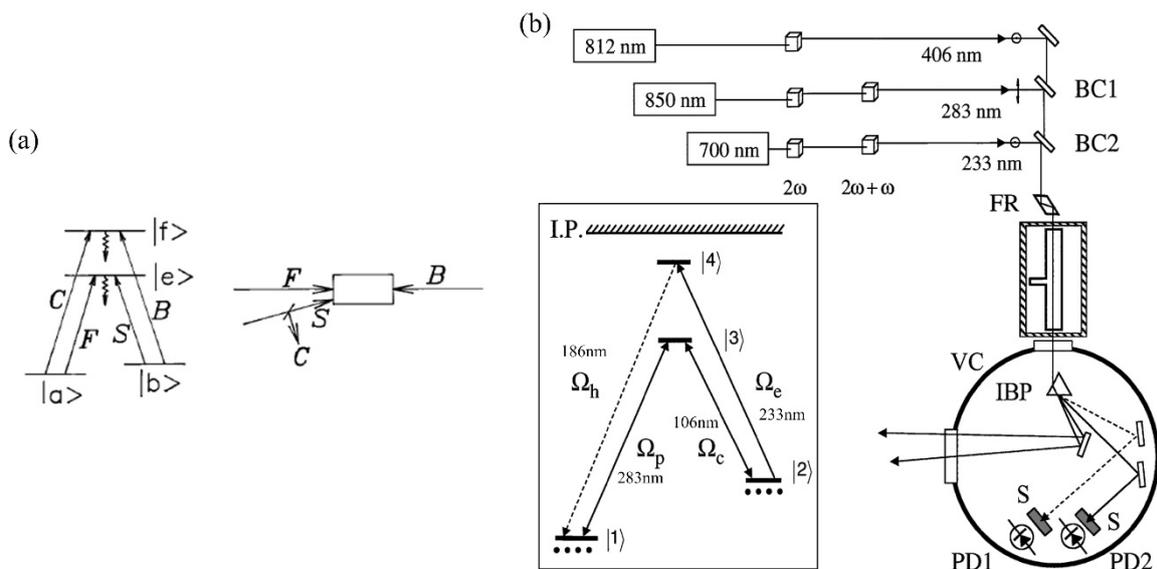


图 1.18 (a) 相位共轭 FWM 产生光学相位共轭波的实验, 摘自文献[79] ; (b) FWM 实现高效率非线性频率转换的实验, 摘自文献[80]。

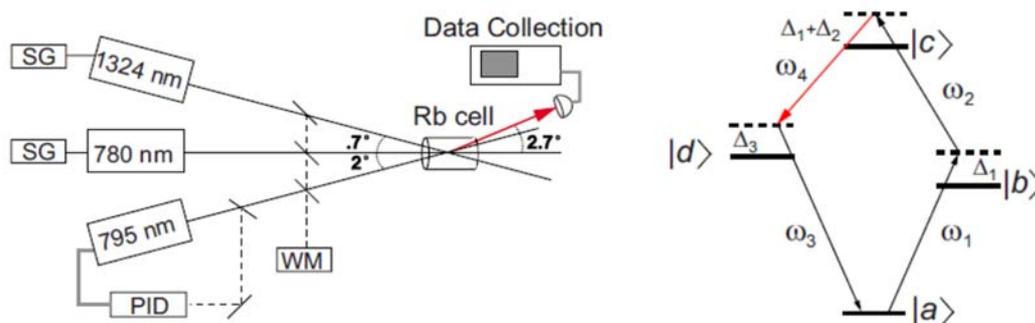


图1.19 钻石型FWM获得频率转换的实验, 摘自文献[81]。

1.7 四波混频产生量子关联和纠缠态光场的研究

在基于原子系综的量子通信和量子信息处理领域, 通常选取压缩态/纠缠态光场作为量子信息的飞行比特构成量子信道, 原子作为量子信息的记忆单元构成量子节点。因此, 光与原子之间的相互作用是提供量子信道与量子节点之间信息交互的渠

道，可实现量子信息在光场量子态和原子自旋波之间的传递。探索与原子跃迁相匹配的纠缠光源是该领域一个重要的研究分支。虽然原子吸收波段的纠缠态光场在二阶非线性晶体的参量过程中已有研究，但是相对于参量下转换产生的非经典光场的宽线宽、宽谱宽以及相干长度短的现象，基于EIT和FWM在原子系综内产生的量子关联光场具有相干长度长、带宽可控的优点，可以更好地服务于未来量子通信。

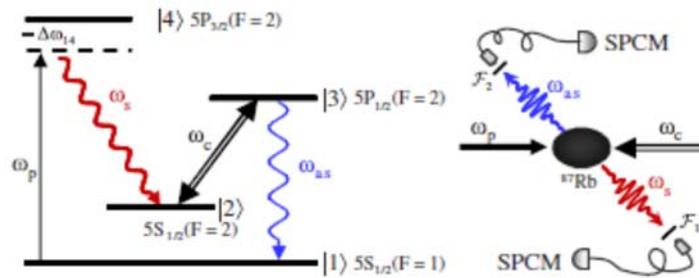


图1.20 共振增强FWM过程产生非经典关联光子对的实验，摘自文献[83]。

1999年，M. O. Scully 小组^[82]的理论研究工作指出在基于原子相干和量子干涉的共振增强 FWM 过程中，光场的共振吸收和自发辐射噪声被抑制，从而产生具备完美量子关联的斯托克斯和反斯托克斯光子对，无需借助光学谐振腔即可获得对某一联合正交分量 100%的压缩。在特定的实验条件下，驱动场的强度可以降低到光子水平。2005年，S. E. Harris 小组^[83]在该模型下结合了 EIT 与超冷原子的优势，利用图 1.20 所示的能级与装置实验上获得了非经典关联光子对，这样产生的光子对带宽很窄，为量子关联/纠缠动量在光子与原子之间的转移提供了可能。2006年，Kuzmich 小组^[84]利用超冷铷原子系综提出基于原子级联跃迁的量子远程通信，如图 1.21 所示的 FWM 过程，在两束泵浦光场的作用下获得了 1.53 μm 和 780 nm 的纠缠光子对，其中 1.53 μm 的光子位于光纤通信窗口，适于远距离的量子通信，780 nm 的光子适用于长寿命的量子存储，提供了光子到原子量子比特之间的有效转换。

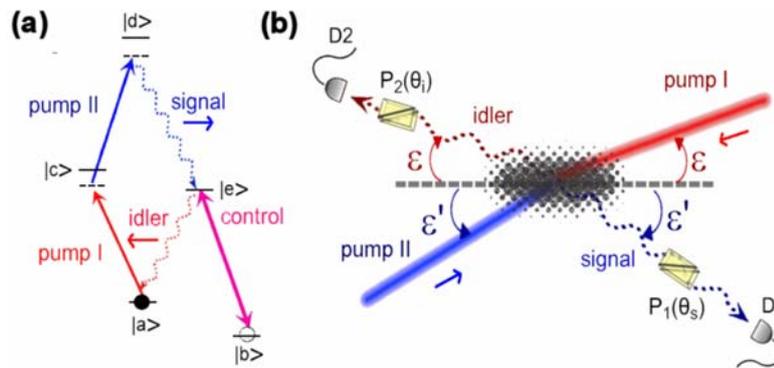


图1.21 级联FWM过程产生通信波段与量子存储波段纠缠光子对的实验，摘自文献[84]。

2007年, P. D. Lett小组^[85]首次采用原子介质的非简并四波混频实验产生了低于散粒噪声基准-3.5 dB的强度差压缩孪生光束, 随后, 该小组不断优化了强度差压缩度并实现了低噪声放大^[86]、纠缠图像^[87]以及高斯量子失协^[88]等。华东师范大学的张卫平教授研究组也在该系统下获得量子关联并开展了抑制光放大器噪声、量子计量等应用研究^[89,90]。

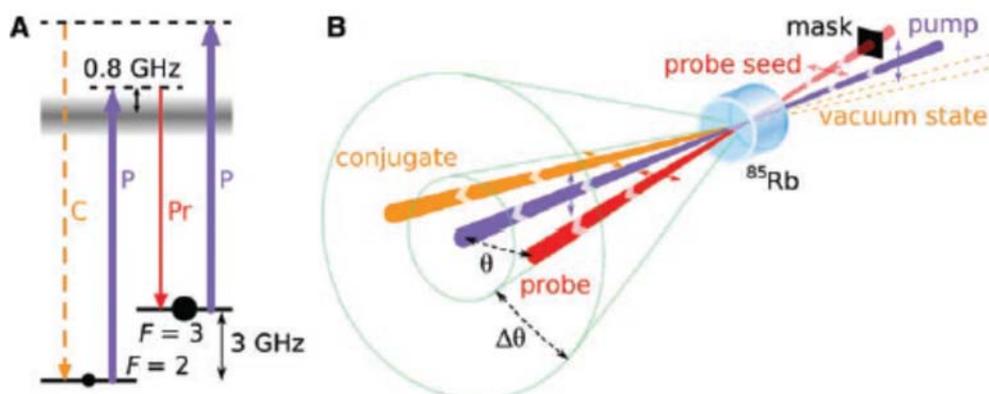


图1.22 P. D. Lett小组利用FWM产生量子关联光场的实验, 摘自文献[87]。

1.8 本文的主要内容

本文以EIT介质为研究工具分别从实验和理论上研究了相干制备原子介质中光信号的操控和量子关联光场的产生。论文主要内容分为以下四部分:

1. 第二章研究了基于 EIT 的光子晶体对光场传输特性的操控。实验上利用驻波场耦合的 Λ -EIT 原子介质构造了一种光子晶体结构。探针光在介质内的传输由透明转为强吸收并伴随有高效率的反射信号, 形成近似的光子频率带隙。理论上结合折射率的周期排列特性, 采用传输矩阵的方法得到了与实验结果高度吻合的数值模拟, 进一步证实了光子晶体结构确实存在。应用于网络中量子节点对光场传输方向的操控。

2. 第三章研究了 Tripod 型 Dual EIT 透明窗口处的高增益相干光放大。基于 Dual EIT 结构下增强的原子相干性, 在抑制透明窗口处光吸收的同时, 借助布居数转移机制来增加信号光的泵浦速率获得 EIT 窗口处探针光的相干放大。实验结果和理论分析表明, 这种超精细基态之间的布居数转移速率线性依赖于原子数密度, 因此, 提高原子温度是获得光放大的一种有效手段。这种光放大器可有效补偿量子通信网络中光场传输损耗对纠缠的影响。

3. 第四章对原子介质中 FWM 产生 EPR (Einstein-Podolsky-Rosen) 纠缠态光场进行理论分析。结合二阶微扰近似与 FWM 过程的相位匹配条件, 得到双 Λ 型光-原子

相互作用系统的有效哈密顿量。在此基础上分析了泵浦光强度、泵浦光失谐、相互作用时间、原子的自发辐射噪声等因素对纠缠的影响。为四波混频产生高强度量子关联光场的实验研究提供了有效的指导。

4. 第五章对 FWM 产生高阶空间横模的强度差压缩态光场进行实验研究。利用 TEM_{01} 的高阶横模作为种子光注入铯原子介质的拉曼 FWM 过程，获得一对 TEM_{01} 空间横模的孪生光束，研究了两光束横截面内空间不同位置处的强度噪声量子关联。实现了原子吸收波段高维度的量子关联光束，从而提高纠缠态光场加载信息的能力。

最后是对全文工作的总结及对未来工作的展望。

第二章 基于 EIT 的光子晶体对光场传输特性的操控

2.1 引言

EIT^[41]效应是量子光学领域一项非常有价值的研究,它可导致原子介质对光场的吸收减弱而色散增强,从而抑制介质对光场的吸收损耗^[7]、降低光脉冲的群速度^[19]、操控原子体系的纠缠^[91]。通过绝热地控制耦合场的关断和开启,可以将探针光携带的量子信息存入原子系综的自旋波或者从原子系综中释放出来,实现高效率的量子存储和提取^[22,23]。目前,EIT 已经被成功地集成到半导体芯片材料中^[92],正不断促进光量子技术的蓬勃发展。近年来,EIT 在腔光力学^[42]、基于光晶格的超冷原子系统^[45]、超冷化学^[43,44]等领域也有着重要的应用。本质上来讲,EIT 对光信号的操控本领来自光与原子相互作用中的量子干涉。众所周知,光子晶体^[93]以其独特的结构特性也可以有效地操控光场的传输。光子晶体是由折射率不相同的介质空间周期排列而成的光学尺度上的人工微结构。具备这种结构特性的材料可以有选择地使某个频段的光通过而阻止其它频率的光波传输,形成光子带隙(Photonic band gaps, PBG)。

因此,EIT 与光子晶体的结合是量子通信领域的一项突破性研究,产生的 PBG 将具备更强的光学操控能力。在 Λ 型的 EIT 模型中,当耦合光的强度分布出现驻波调制时,介质对探针光的吸收和折射率也呈现周期性的空间调制^[48]。从而在原子介质内部形成一种光子晶体结构,晶格的空间分布特性促使布拉格反射光束的产生。对于热原子汽室,在产生反射场的同时,介质对探针光场的吸收呈现电磁诱导吸收(EIA)的特质^[94]。基于此,国内外诸多研究小组开展了全光路由^[9]、光学可控的布拉格反射镜^[95]以及全光光学二极管^[26]等方面的应用研究。

2005 年,A. W. Brown 等人利用铷原子汽室中的 EIG 获得了 7%^[9]的布拉格反射信号。2010 年,I. H. Bae 等人在此基础上优化实验参数,将反射系数提高到 11%^[11]。同时观测到探针场在共振处的吸收增强。这样的指标还无法作为高性能的量子光学器件应用到光通信领域,因此需要进一步提高反射系数同时完全抑制探针光在共振处的透射。研究表明,相比同等温度下的铷原子,铯原子具有更高的原子数密度^[96],因而可获得更高的反射系数。本章,我们小组选取铯原子介质进行相关的实验研究,获得了效率为 35%的反射信号同时做到了探针光在共振频率处的完全吸收。

在理论研究方面,H. Y. Ling 等人^[8]和 D. V. Strekalov 等人^[97]考虑了耦合场振幅在介质内的周期调制,通过求解探针场的波动方程分别得到了布拉格衍射信号和反射信号。我们小组在 2011 年采用连分式的数值求解分析了介质对探针场的非线性光

学响应，从四波混频(FWM)的角度解释了反射信号的产生^[52,53]。这里，我们采用传输矩阵^[98,99]的理论直观地融合了驻波场操控下 EIT 介质的量子干涉效应与折射率周期调制的光子晶体结构，得到的数值模拟与实验数据之间吻合较好。证实了光子晶体结构确实存在于原子介质中，更容易理解基于多层反射的布拉格反射信号的产生。

2.2 实验装置和结果

2.2.1 能级结构与实验装置

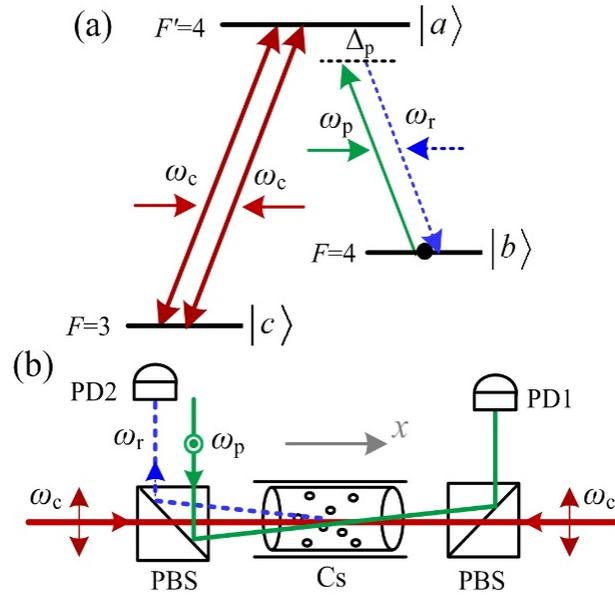


图 2.1 (a) 能级结构；(b) 实验装置，PBS：偏振分光棱镜，PD：光电探测器，双向箭头表示水平偏振光，经 PBS 后透射，同心圆代表垂直偏振光，经 PBS 后反射。

选取铯原子D1跃迁线的三个超精细分裂能级 $6^2P_{1/2}, F'=4$ ， $6^2S_{1/2}, F=4$ 以及 $6^2S_{1/2}, F=3$ 分别作为图2.1(a)中的激发态 $|a\rangle$ 、基态 $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 。激发态的自发辐射衰减速率为 $\Gamma = 4.6$ MHz， $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle$ 与 $|a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ 的共振跃迁频率分别为 ω_{ab} 和 ω_{ac} 。如图2.1(b)所示，将频率为 ω_c 的水平偏振光分为两束沿 x 方向相向传输作为耦合光(红线)，共同作用于 $|a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ 的共振跃迁能级，对应的单光子失谐为 $\Delta_c = \omega_c - \omega_{ac} = 0$ 。频率为 ω_p 的垂直偏振光作为探针光(绿线)，在 $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle$ 的跃迁能级附近扫描500MHz，失谐量为 $\Delta_p = \omega_p - \omega_{ab}$ 。这三束光场由两块PBS耦合进入原子汽室，探针光的传播方向与耦合光之间的夹角为 $\theta = 0.14^\circ$ 。实验中，原子汽室外层包裹有三层 μ 金属材料用于屏蔽地磁场，在其中心位置处，两束耦合光的光斑直径均为0.64 mm，探针光的光斑直径为0.59 mm。PD1和PD2用于收集探针光的透射信号与反射信号。

2.2.2 实验结果与分析

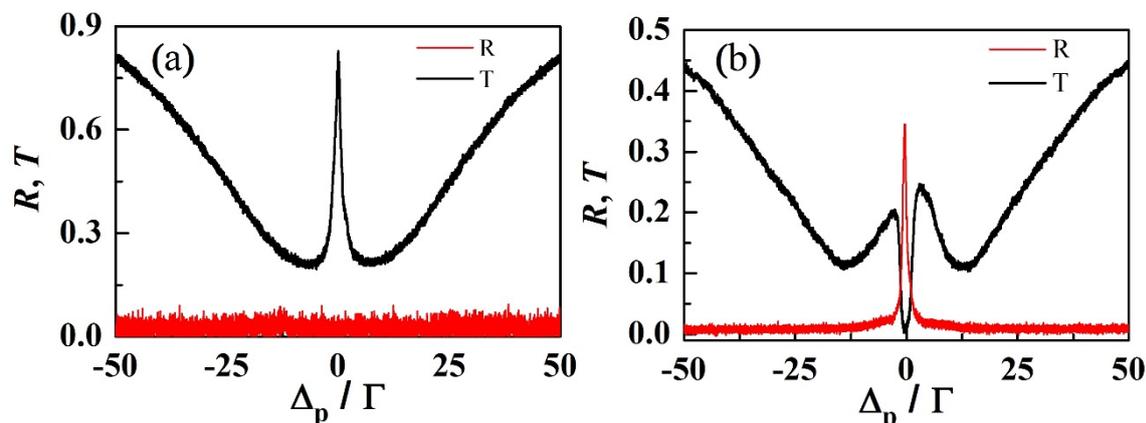


图 2.2 探针光的反射（红线）与透射（黑线）谱线。(a) 挡掉反向耦合光的情形；(b) 耦合光为驻波时的情形。前后向耦合光功率相等为 $P_c = 20 \text{ mW}$ ，探针光功率 $P_p = 50 \mu\text{W}$ ，原子汽室温度为 $T = 50^\circ\text{C}$ 。

挡掉后向耦合光时，系统为典型的 Λ -型三能级EIT，探针光在共振处的透射系数为 $T = 80\%$ ，也没有反射光产生，如图2.2(a)所示。打开后向耦合光时，相向传输的两列光波在空间叠加形成驻波，波节处耦合光强度为零，为二能级吸收介质；波腹处耦合光强度最大，EIT现象最明显。于是，在驻波耦合光的操控下，介质对探针光的吸收在空间上周期调制，形成 x 方向上周期为 $\lambda_c / 2$ (λ_c 为耦合光波长)的一维光栅。探针光经过原子介质时产生布拉格反射信号，反射系数为 $R = 35\%$ ，同时，探针光的透射谱线在共振处由EIT转变为完全不透明(反射系数 R 和透射系数 T 分别为探针光的反射功率和透射功率对入射功率的比值)，如图2.2(b)所示。在 $\Delta_p = 0$ 时的完全不透明现象归因于原子相干项的空间高阶谐波^[8]，强吸收两侧的透明现象则是热原子的速度选择效应。对 x 方向上运动速度非零的原子，由于多普勒效应，其观察到的前向后向耦合光频率不一致。沿 $+x$ ($-x$) 方向运动的原子簇，使得 $\Delta_p > 0$ ($\Delta_p < 0$) 的探针光和后向传输的耦合光之间满足双光子共振条件形成EIT。因此，我们利用铯原子介质来制备基于EIT的光子晶体结构，在共振频率附近获得了高效率的探针光反射信号，同时完全禁止探针光在原子介质内的传输，形成了一种近似的PBG。

带隙的频率位置可以通过耦合光的频率来操控。如图2.3所示，我们用探针光的透射谱线来分析带隙位置随耦合光失谐的变化。当耦合光相对原子共振频率蓝移时，带隙的中心位置也发生蓝移，反之亦然。

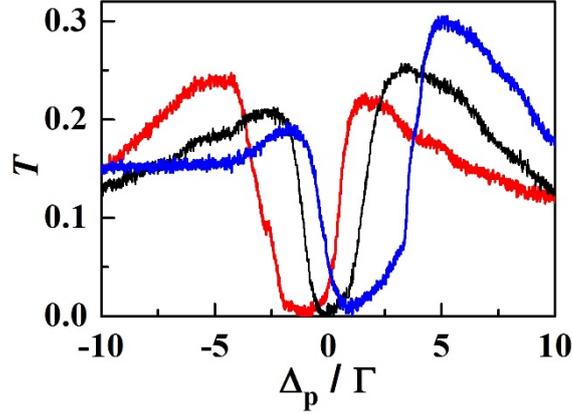


图 2.3 不同耦合光失谐下探针光的透射谱线。黑线: $\Delta_c = 0$; 红线: $\Delta_c = -\Gamma$; 蓝线: $\Delta_c = \Gamma$, 其余实验参数与图2.2(b)一致。

2.3 理论分析

如上所述, 驻波耦合光在空间上的强度变化使得介质对探针光的吸收呈现周期为 $a = \lambda_c / 2$ 的空间调制。因为介质的吸收与色散之间满足 Kramers-Kronig 关系^[100], 所以其折射率也应表现出同样的周期调制特性, 我们在 2.3.1 给出详细的理论分析。

2.3.1 折射率的周期性调制

如图 2.1(a)所示的能级结构, 在电偶极近似与旋转波近似下, 光与原子相互作用系统的哈密顿量为:

$$H = \hbar(\Delta_p - \Delta_c)|b\rangle\langle b| - \hbar\Delta_p|a\rangle\langle a| - \hbar\left[(\Omega_{c1}e^{ik_c x} + \Omega_{c2}e^{-ik_c x})|a\rangle\langle c| + \Omega_p e^{ik_p x}|a\rangle\langle b| + H.c.\right] \quad (2.1)$$

其中, $\Omega_p = \mu_{ab}E_p / 2\hbar$, $\Omega_{c1} = \mu_{ac}E_{c1} / 2\hbar$ 和 $\Omega_{c2} = \mu_{ac}E_{c2} / 2\hbar$ 分别为探针光、前向和后向耦合光的拉比频率, 这里假定为实数。 μ 为相应的跃迁偶极矩阵元, E 为光场的振幅。系统密度算符的运动方程为:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial x}\right)\hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}] + \hat{R}\hat{\rho} \quad (2.2)$$

其中, v 为原子沿 x 轴方向的运动速度, \hat{R} 为刘维尔算符, 描述系统的弛豫过程: 包括自发辐射、退相干以及 dephasing。

由于耦合光强度远远大于探针光强度 ($|\Omega_{c1}|, |\Omega_{c2}| \gg |\Omega_p|$), 稳态下大部分原子处于基态 $|b\rangle$ 上, 因此忽略体系布居数的改变以及能级 $|a\rangle$ 和 $|c\rangle$ 之间的原子相干性, 即 $\rho_{aa} = \rho_{cc} = \rho_{ac} = 0$, $\rho_{bb} = 1$ 。得知稳态情况下的密度矩阵方程

$$\left(-i\Delta_p + \gamma_{ab} + v \frac{\partial}{\partial x}\right) \rho_{ab} = i(\Omega_{c1} e^{ik_c x} + \Omega_{c2} e^{-ik_c x}) \rho_{cb} + i\Omega_p e^{ik_p x} \quad (2.3.1)$$

$$\left[-i(\Delta_p - \Delta_c) + \gamma_{cb} + v \frac{\partial}{\partial x}\right] \rho_{cb} = i(\Omega_{c1} e^{-ik_c x} + \Omega_{c2} e^{ik_c x}) \rho_{ab} \quad (2.3.2)$$

其中, $\gamma_{ab} = 0.5\Gamma$ 和 $\gamma_{cb} = 0.001\Gamma$ 分别为 $|a\rangle$, $|c\rangle$ 与 $|b\rangle$ 之间的退相干速率。考虑探针光的吸收和色散在 x 方向上的周期调制, 相应的非对角密度矩阵元 ρ_{ab} 和 ρ_{cb} 也是 x 的周期函数, 其傅里叶级数展开形式为:

$$\rho_{ab} = e^{ik_p x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\rho}_{ab}^{[n]} e^{-2nik_c x}, \quad \rho_{cb} = e^{ik_p x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\rho}_{cb}^{[n]} e^{-(2n+1)ik_c x} \quad (2.4)$$

表示无穷多个空间谐振子的叠加。 k_p 和 k_c 分别为探针光和耦合光在真空中的波数。将(2.4)式代入到(2.3)式, 有如下迭代关系式

$$a_n \rho_{ab}^{[n]} + b_n \rho_{ab}^{[n+1]} + c_n \rho_{ab}^{[n-1]} = i\Omega_p \delta_{n,0} \quad (2.5)$$

其中, $a_n = L_{ab}^{-1}(n) + \Omega_{c1}^2 L_{cb}^{-1}(n+1) + \Omega_{c2}^2 L_{cb}^{-1}(n)$, $b_n = \Omega_{c1} \Omega_{c2} L_{cb}^{-1}(n+1)$, $c_n = \Omega_{c1} \Omega_{c2} L_{cb}^{-1}(n)$, $L_{cb}^{-1}(n) = -i(\Delta_p - \Delta_c) + \gamma_{cb} - ik_p v + (2n-1)ik_c v$, $L_{ab}^{-1}(n) = -i\Delta_p + \gamma_{ab} - ik_p v + 2nik_c v$, 并考虑了原子运动速度引起的多普勒频移。对沿 x 方向运动速度为 v 的原子, 观察到探针光、前后向耦合光的多普勒频移分别为 $-k_p v$, $-k_c v$ 以及 $k_c v$ 。因此, 前后向耦合光之间的频差为 $-2k_c v$ 。考虑原子运动速度的麦克斯韦速度分布 $f(v) = \exp(-v^2/u^2)/u\sqrt{\pi}$, 可得介质对探针光的平均极化率:

$$\chi(\Delta_p, x) = \frac{3\pi N_0 \gamma_{ab}}{\Omega_p} \left(\frac{\lambda_0}{2\pi}\right)^3 \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{ab}(\Delta_p - k_p v, x) f(v) dv. \quad (2.6)$$

对温度为 T 的原子汽室, 原子的最概然速率为 $u = \sqrt{2k_B T/m_a}$, m_a 为原子质量, k_B 为玻尔兹曼常数。 $\lambda_0 = 894.6 \text{ nm}$ 为 $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle$ 能级跃迁的共振波长。于是, 介质对探针光的复折射率为 $n(\Delta_p, x) = \sqrt{1 + \chi(\Delta_p, x)}$ 。

我们对公式(2.5)中的展开级数 n 从 -20 取到 20 , 得到图 2.4 所示的数值模拟。结果显示折射率函数 $\text{Re}[n(x) - 1]$ 是由一系列空间谐振子组成的波包, 波包周期为 a 。对探针光, 原子汽室就类似于诸多厚度为 a 的原子薄层在空间上的一维阵列。并且, 对于同样的参数条件, 由于热原子介质的多普勒频移以及较低的原子数密度, 折射率的空间调制特性不是很明显。

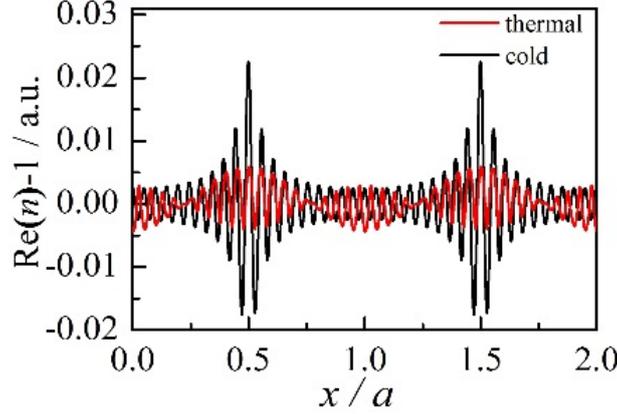


图2.4 折射率的周期性调制图样：红线表示原子数密度为 $N_0 = 10^{16} \text{ m}^{-3}$ 的热原子介质，其纵坐标乘了100倍；黑线表示 $N_0 = 10^{18} \text{ m}^{-3}$ 的冷原子介质。参数选择： $\Omega_{c1} = \Omega_{c2} = 5\Gamma$ ， $\Delta_p = 0.05\Gamma$ ， $\lambda_c = 894.576 \text{ nm}$ 。

2.3.2 布洛赫波矢的色散关系以及探针光的谱特性

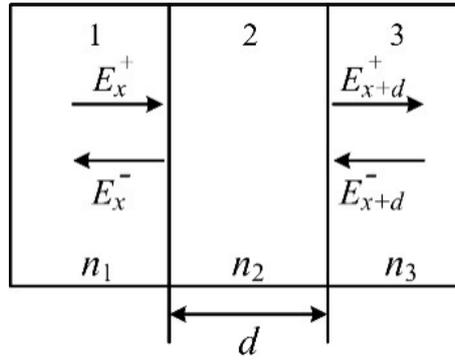


图2.5 光波通过单周期介质的示意图。

对多层排列的电介质结构，传输矩阵的方法^[98,99]可以更直观地描述探针光在介质内的传输，这里先以单个周期的传输矩阵作为单元进行拓展。如图 2.5 所示，厚度为 d 、折射率为 n_2 的介质层 2，其前后边界的介质折射率分别为 n_1 和 n_3 。将空间任意位置 x 处探针光的电场振幅分为前向传输 E_x^+ 和后向传输 E_x^- 两部分，分别作为振幅列向量的两个元素。

$$E(x) \rightarrow \begin{pmatrix} E_x^+ \\ E_x^- \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

假定 $n_1 = n_3 = 1$ ，光场在介质层 2 前后表面处的电场强度满足变换关系：

$$\begin{pmatrix} E_{x+d}^+ \\ E_{x+d}^- \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} E_x^+ \\ E_x^- \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

其中，传输矩阵^[99]

$$m = \frac{1}{4n_2} \begin{bmatrix} (n_2 + 1)^2 e^{ikdn_2} - (n_2 - 1)^2 e^{-ikdn_2} & (n_2^2 - 1)(e^{ikdn_2} - e^{-ikdn_2}) \\ (n_2^2 - 1)(e^{-ikdn_2} - e^{ikdn_2}) & (n_2 + 1)^2 e^{-ikdn_2} - (n_2 - 1)^2 e^{ikdn_2} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

分析光子晶体的带隙结构首先要计算光场传播一个周期 a 的传输矩阵 M 。而折射率的数值模拟显示，单个周期内的介质折射率不再是均匀分布，而是空间位置 x 的连续分布函数 $n(\Delta_p, x)$ ，如图 2.4 所示。此时光场经过单个周期的传输矩阵要比(2.9)式复杂些。这里考虑将每一个周期划分为 l 等份，每一份长度为 a/l ($\ll a$) 并认为这个区间内介质折射率不变，那么光场经过一个周期的传输矩阵就等价于连续经过 l 层折射率不同的均匀介质后的传输矩阵，所以有：

$$\begin{pmatrix} E_{x+a}^+ \\ E_{x+a}^- \end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix} E_x^+ \\ E_x^- \end{pmatrix} = \prod_{j=1}^l m_j \cdot \begin{pmatrix} E_x^+ \\ E_x^- \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

l 越大，计算结果就越精确。其中， m_j 为探针光经过周期内第 j 份原子薄层的传输矩阵，且满足 $\det m_j = 1$ ， $\det M = 1$ 。 m_j 的表达式如公式(2.9)所示，其中 $n_2 = n[\Delta_p, x + (j-1)a/l]$ 。

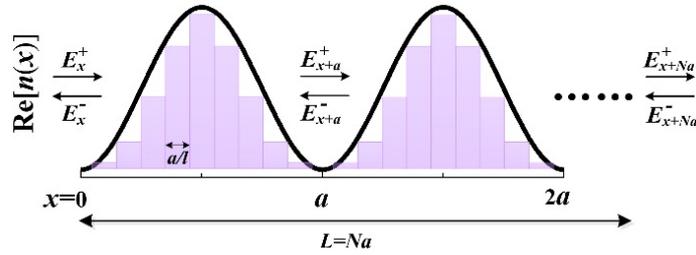


图2.6 传输矩阵方法处理多周期介质的原理示意图。

对于图 2.6 所示的周期性结构，根据平移不变性引入布洛赫定理：

$$\begin{pmatrix} E_{x+a}^+ \\ E_{x+a}^- \end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix} E_x^+ \\ E_x^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\kappa a} E_x^+ \\ e^{i\kappa a} E_x^- \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

其中， $\kappa = \kappa' + i\kappa''$ 称为布洛赫复波矢，光子晶体的能带结构可由方程 $e^{2i\kappa a} - \text{Tr}M e^{i\kappa a} + 1 = 0$ 得到。 κ 和 $-\kappa$ 都是方程的解，所以有：

$$\kappa a = \pm \cos^{-1} \left[\frac{\text{Tr}M}{2} \right] \quad (2.12)$$

$|\text{Tr}M/2| < 1$ 的区域对应于实数的 κ ，即布洛赫波的传播解； $|\text{Tr}M/2| > 1$ 的区域对应于复数的 κ ，且 $\kappa = q\pi/a + i\kappa''$ (q 为整数， $\kappa'' \neq 0$)，即布洛赫波的衰减解，由于入射波与光子晶体中的传播解不匹配，从而被禁止传播。如果探测场在某频段均满足

判据 $|TrM/2| > 1$, $\kappa = q\pi/a + i\kappa''$, 则该频段为一维光子晶体的禁带。

依据图 2.1 所示的能级结构, 光子晶体的周期为 $a = \lambda_c/2 \approx 447 \text{ nm}$, 实验采用的原子汽室长度为 $L = 75 \text{ mm}$, 因此 $L = Na$ ($N \gg 1$ 为周期数)。经过多周期的原子介质, 探针光的输出振幅表示为:

$$\begin{pmatrix} E_{x+Na}^+ \\ E_{x+Na}^- \end{pmatrix} = M_N \begin{pmatrix} E_x^+ \\ E_x^- \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

其中, $M_N = M^N = u_{N-1}(\alpha)M - u_{N-2}(\alpha)I$, $u_N(\alpha) = \sin[(N+1)\cos^{-1}\alpha]/(1-\alpha^2)^{1/2}$, $\alpha = TrM/2$ [98], I 为 2×2 的单位矩阵。

按照光场在介质分界面处的透射和反射关系, M_N 还可以写为如下形式:

$$M_N = \frac{1}{T_N} \begin{pmatrix} T_N^2 - R_N^2 & R_N \\ -R_N & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

其中, R_N 和 T_N 分别为原子汽室两端对探针光的振幅反射率和透射率。对比(2.13)式与(2.14)式, 最终求得

$$R_N = \frac{M_{12} \sin N\kappa a}{M_{22} \sin N\kappa a - \sin(N-1)\kappa a}, \quad (2.15)$$

$$T_N = \frac{\sin \kappa a}{M_{22} \sin N\kappa a - \sin(N-1)\kappa a}, \quad (2.16)$$

M_{12} 和 M_{22} 分别为矩阵 M 的第一行第二列元素和第二行第二列元素。探针光的反射谱和透射谱分别为 $R = |R_N|^2$, $T = |T_N|^2$ 。

2.3.3 数值模拟与分析

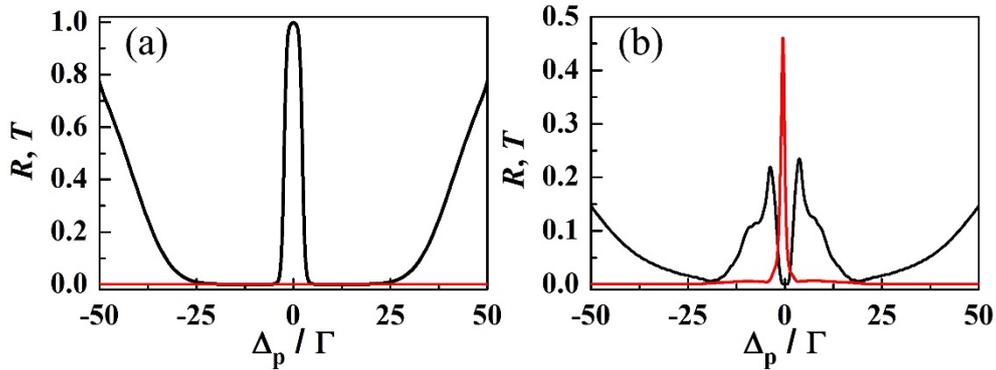


图2.7 探针光透射谱(黑线)和反射谱(红线)的理论模拟曲线。(a) 挡掉反向耦合光的情形; (b) 耦合光为驻波的情形。多普勒展宽热原子介质的最概然速率 $u = 200 \text{ m/s}$, 其余参数与图2.3一致; 数值模拟中将单个周期划分为 $l = 50$ 层, 光场经过的晶格周期数为 $N = 1.6 \times 10^5$ 。

探针光透射谱和反射谱的理论曲线如图 2.7(a,b)所示, 分别与图 2.2(a,b)中的实验结果吻合。进一步证实了通过驻波耦合光的操控, 在 $\Delta_p = 0$ 的频率带附近, EIT 介质内部形成的光子晶体结构对输入的探针光形成布拉格反射并完全禁止其传输。这种存在高反射且完全不透明的频谱区域类似于光子频率带隙, 且根据布拉格条件 $\lambda_0 = n(\Delta_p)\lambda_c \cos \theta$, 我们可以通过改变耦合光波长 λ_c 以及探针光与耦合光之间的夹角 θ 实现对带隙位置的光学操控。由于热原子汽室中原子运动速度引起的多普勒频移, 驻波耦合光作用下介质折射率的周期性调制不明显(即 $|n|_{\max} / |n|_{\min}$ 较小), 如图 2.4 中的红线所示。尽管获得了吸收线附近高效率的反射与零透射, 但严格地从布洛赫波矢的角度分析, 尚不能形成绝对带隙。

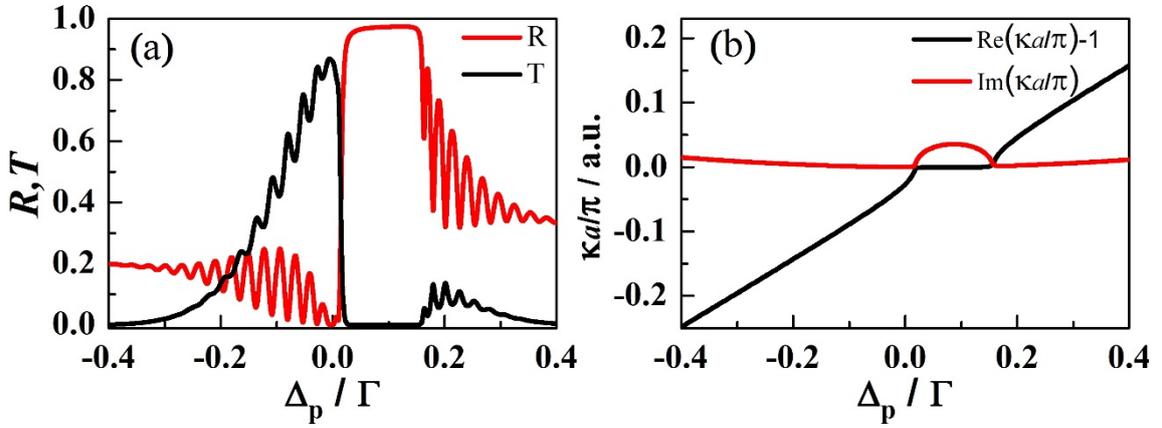


图2.8 驻波场作用下超冷原子介质内(a)探针光的透射谱与反射谱; (b)布洛赫波矢的色散曲线。参数选取: $\Omega_{c2} / \Omega_{c1} = 0.8$, $l = 50$, $N = 1.6 \times 10^5$, 其余参数与图2.3一致。

大量光子晶体能带结构的数值计算表明, 组成光子晶体材料的介电常数比要大于 3, 才能形成绝对的光子带隙^[101]。由图 2.4 可以看出, 冷原子介质中折射率的周期性调制更明显($|n|_{\max} / |n|_{\min}$ 相对较大), 更有利于实现完美的光子带隙。因此, 我们在图 2.8 中模拟了冷原子介质的情形。图 2.8(a)显示, 在一个相对窄的频率范围内 $\Delta_p \in [0, 0.18\Gamma]$, 探针光的能量几乎 100%被反射并且频带内光场透射为零。图 2.8(b)为光子晶体结构的布洛赫波矢色散关系。结果表明, 在 $\Delta_p \in [0, 0.18\Gamma]$ 的频带内, 布洛赫波矢的实部 $\kappa' = \pi / a$, 虚部 $\kappa'' \neq 0$ 。如上所述, 我们在晶格的第一布里渊区边界, 获得了 $\Delta_p \in [0, 0.18\Gamma]$ 频谱范围内绝对的光子带隙。

2.4 小结

本章节, 我们采用驻波耦合光来驱动三能级的原子介质, 构建了一种基于 EIT 效应的光子晶体结构。实验上在共振频率处获得了高效率的布拉格反射信号并完全

阻止探针光的透射，实现了近似的光子频率带隙。基于介质内部折射率的空间周期性调制，理论上采取传输矩阵的方法得到了与实验结果吻合较好的数值模拟曲线，进一步证实了光子晶体结构确实存在于这样的光与原子耦合体系。下一步，我们拟将该工作拓展到超冷原子体系以获得更绝对的光子带隙结构，从而应用于光通信并集成到半导体芯片材料中，实现量子节点对光场传输方向的操控。

第三章 Tripod 型 Dual EIT 透明窗口处的高增益相干光放大

3.1 引言

如前所述, 电磁感应透明(EIT)^[41]是光与多能级原子相互作用时的一种原子相干效应, 是由于不同跃迁通道之间的破坏性量子干涉。EIT不同于AT分裂(Autler-Townes splitting)^[102], 它是利用原子相干性来获得双光子共振处的吸收减弱而不是通过强耦合光来操控吸收曲线在共振处的分裂获得透明。但是, EIT效应的极限也仅仅是达到对光场百分之百的透明, 由于跃迁选择定则的限制, 想要突破透明窗口由零吸收向线性光放大的转变在标准的EIT模型下无法实现。

随后, 通过额外的光学操控, 多种基于EIT的光放大方案已经陆续在实验上获得证实。按照放大的物理机制, 大致分为两类: (i) 通过EIT或CPT(coherent population trapping)介质抑制光场的受激吸收过程, 同时非相干泵浦少量的原子至跃迁的激发态能级, 获得无粒子数反转的放大(AWI)^[4,17,103]; (ii) 采用非线性光学过程如四波混频^[104-106]或者受激拉曼过程产生光放大。非线性诱导光放大的过程回避了吸收抑制和非相干泵浦两个因素, 即使在激发态上没有粒子数布居时也能够产生放大, 但是需要满足相位匹配条件或者很高的泵浦光功率。尽管是用EIT来增强介质的非线性过程, 最佳的光学增益仍然是出现在与原子吸收线非共振的情形, 从而抑制原子的吸收与自发辐射噪声。我们结合了两种光放大的特点, 利用高原子数密度的铯原子汽室, 在低泵浦光功率下获得了共振吸收线附近的高增益光放大。基于多EIT结构^[69]内的强量子相干, 采用Dual EIT^[72]的能级配置有效抑制光场的吸收损耗和自发辐射噪声并诱导信号光泵浦的受激拉曼过程产生光放大。因此, 产生的拉曼增益依赖于信号光的泵浦功率和泵浦能态上的布居数。这里, 我们在低泵浦功率的前提下, 通过提高原子汽室的温度, 增加原子之间的自旋交换碰撞, 提高基态之间的布居数转移(Transfer of population, ToP)速率, 极大地增加了信号光泵浦能态上的原子数布居, 从而获得增益。这是目前实验上首次在原子介质内实现对EIT的放大研究。

原子系统中的光放大是一项很有意义的研究。它不仅可用于构建未来新型的光量子器件, 促进光通信网络技术的发展^[24-28,107,108]; 还可用于产生频率与原子吸收线精确匹配的量子纠缠源, 应用于长距离的连续变量量子通信领域^[1,109]。工作在低噪声、超集成、高效率环境下的光学放大器是未来量子光学器件的基本指标^[110]。

3.2 理论分析

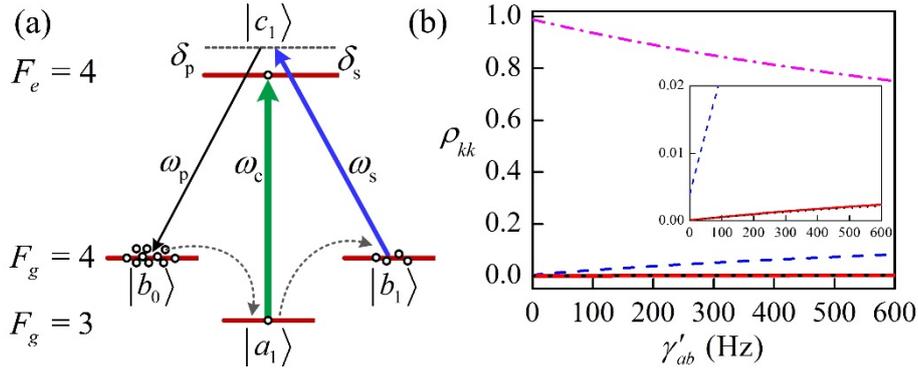


图 3.1 (a) Tripod型四能级结构，图中的绿线、蓝线和黑线分别代表耦合光、信号光与探针光；(b) 原子在这四个能态下的布居数 ρ_{kk} 随ToP速率 γ'_{ab} 的变化曲线： $\rho_{b_0b_0}$ （粉色虚点线）， $\rho_{b_1b_1}$ （蓝色虚线）， $\rho_{a_1a_1}$ （红色实线）， $\rho_{c_1c_1}$ （黑色点线），插图是将曲线 $\rho_{b_1b_1}$ ， $\rho_{a_1a_1}$ 和 $\rho_{c_1c_1}$ 的纵坐标在 $[0, 0.02]$ 范围内展开。 $\Gamma_c = 4.6$ MHz， $\Omega_c = 20$ MHz， $\Omega_s = 8$ MHz， $\delta_c = 0$ ， $\delta_s = 10$ MHz。

如图 3.1(a)所示的能级结构，包含铯(^{133}Cs)原子 D1 线超精细分裂的一个激发态 ($6^2P_{1/2}, F_e = 4$) 和两个基态 ($6^2S_{1/2}, F_g = 3, F_g = 4$)， F 为总角动量量子数。频率为 ω_c 、 ω_s 的耦合光和信号光分别作用于 $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 4$ 和 $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ 的 π 跃迁，频率为 ω_p 的探针光作用于 $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ 的 σ 跃迁。在真实的原子系统中，光场作用于原子的 Zeeman 子能态，记为 $|c_i\rangle$ 、 $|a_i\rangle$ 和 $|b_i\rangle$ ($i = -m_F, \dots, m_F$)， m_F 为 F 沿量子化轴方向的投影，详细的能级结构见附录。在强耦合光和信号光的泵浦下，大部分原子被俘获在 $|b_0\rangle$ 态上，布居数的计算见附录。

因此，将真实的能级结构简化为 Tripod 型的四能级，布居数在这四个能态下的分布情况还可以由超精细基态能级之间的自旋交换碰撞来调控。碰撞引起布居数在 $|a_i\rangle$ 和 $|b_i\rangle$ 之间的转移速率(ToP)记为 γ'_{ab} ，它与原子数密度成正比，即 $\gamma'_{ab} = \kappa N$ [111]，比例系数对所有的碱金属原子几乎一样，这里取 $\kappa \approx 6 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ [112]。当原子汽室的温度由 20°C 升高到 80°C 时，对应的原子数密度由 $5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ 增加到 $1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ [96]，因此 ToP 速率由 20 Hz 增大到 600 Hz。如图 3.1(b)所示，对低密度的原子介质，ToP 速率很小，大部分原子处于 $|b_0\rangle$ 态。当原子数密度升高时，ToP 速率增大，原子布居数在 $|b_i\rangle$ 和 $|a_i\rangle$ 之间转移，如图 3.1(a)中的灰色箭头所示。最终 $|b_i\rangle$ 态上的布居数明显增加， $|a_i\rangle$ 态上也获得了少量的布居数，同时 $|a_i\rangle \leftrightarrow |c_i\rangle \leftrightarrow |b_i\rangle$ 的 Λ -型结构由 CPT 转为吸收 [113]， $|c_i\rangle$ 态上也有了布居。一方面， $|c_i\rangle$ 态上的原子通过受激辐射至 $|b_0\rangle$ 态可获得 EIT 窗口处的放大；另一方面， $|b_i\rangle$ 态上布居数增加，提高了信号光的泵浦速率，增强了 $|b_i\rangle \rightarrow |c_i\rangle \rightarrow |b_0\rangle$ 的受激拉曼跃迁进一步提高增益。

在图 3.1(b)的计算中, 假定处于同一超精细态的碰撞衰减速率 γ'_{aa} 和 γ'_{bb} 很小, 不依赖于原子数密度^[112], 设为 20 Hz。耦合光、信号光与探针光的拉比频率分别记为 Ω_i ($i = c, s, p$)。对图 3.1(a)所示简化的四能级模型, 考虑 Zeeman 能级跃迁的 Clebsch-Gordan 系数^[96], 用 Ω_i 表示光场的有效拉比频率, 详见附录。能级 $|k_i\rangle$ 的衰减速率为 Γ_k , $|k_i\rangle$ 和 $|l_i\rangle$ 之间的退相干速率为 $\gamma_{kl} = (\Gamma_k + \Gamma_l)/2$, 其中 $k, l \in \{a, b, c\}$ 。耦合光、信号光和探针光的单光子失谐量为 $\delta_c = \omega_c - \omega_{ca}$, $\delta_s = \omega_s - \omega_{cb}$, $\delta_p = \omega_p - \omega_{cb}$, 其中, ω_{ca} 和 ω_{cb} 分别为 $|c_i\rangle \leftrightarrow |a_j\rangle$ 以及 $|c_i\rangle \leftrightarrow |b_j\rangle$ 的共振跃迁频率。任意两光场之间的双光子失谐为 $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ ($i, j = c, s, p$)。

对图 3.1(a)所示的光与原子相互作用体系, 相干项密度矩阵元的光学布洛赫方程为^[60]:

$$\dot{\rho}_{b_0c_1} = i \left[\Omega_p (\rho_{b_0b_0} - \rho_{c_1c_1}) + \Omega_c \rho_{b_0a_1} + \Omega_s \rho_{b_0b_1} \right] - (i\delta_p + \gamma_{cb}) \rho_{b_0c_1}, \quad (3.1a)$$

$$\dot{\rho}_{b_1c_1} = i \left[\Omega_s (\rho_{b_1b_1} - \rho_{c_1c_1}) + \Omega_c \rho_{b_1a_1} + \Omega_p \rho_{b_1b_0} \right] - (i\delta_s + \gamma_{cb}) \rho_{b_1c_1}, \quad (3.1b)$$

$$\dot{\rho}_{a_1c_1} = i \left[\Omega_c (\rho_{a_1a_1} - \rho_{c_1c_1}) + \Omega_s \rho_{a_1b_1} + \Omega_p \rho_{a_1b_0} \right] - (i\delta_c + \gamma_{ca}) \rho_{a_1c_1}, \quad (3.1c)$$

$$\dot{\rho}_{b_0a_1} = i (\rho_{b_0c_1} \Omega_c - \Omega_p \rho_{c_1a_1}) - (i\delta_{pc} + \gamma_{ba}) \rho_{b_0a_1}, \quad (3.1d)$$

$$\dot{\rho}_{b_0b_1} = i (\rho_{b_0c_1} \Omega_s - \Omega_p \rho_{c_1b_1}) - (i\delta_{ps} + \Gamma_b) \rho_{b_0b_1}, \quad (3.1e)$$

$$\dot{\rho}_{b_1a_1} = i (\rho_{b_1c_1} \Omega_c - \Omega_s \rho_{c_1a_1}) - (i\delta_{sc} + \gamma_{ba}) \rho_{b_1a_1}, \quad (3.1f)$$

密度矩阵元的对角元素代表相应能态下的布居数, 将附录中的计算结果代入上式, 得到探针光跃迁对应的非对角元素 $\rho_{b_0c_1}$ 的稳态解。因此, 介质对探针光的极化率表达式为:

$$\chi_p = \frac{iN |\mu_{cb}|^2 (\rho_{b_0b_0} - \rho_{c_1c_1}) X - (\rho_{b_1b_1} - \rho_{c_1c_1}) \frac{|\Omega_s|^2}{\Gamma_b + i\delta_{ps}}}{\varepsilon_0 \hbar \left[XY - \frac{|\Omega_p|^2}{\Gamma_b + i\delta_{ps}} \frac{|\Omega_s|^2}{\Gamma_b + i\delta_{ps}} \right]} \quad (3.2)$$

其中,

$$X = \gamma_{cb} - i\delta_s + \frac{|\Omega_c|^2}{\gamma_{ba} - i\delta_{sc}} + \frac{|\Omega_p|^2}{\Gamma_b + i\delta_{ps}}, \quad Y = \gamma_{cb} + i\delta_p + \frac{|\Omega_c|^2}{\gamma_{ba} + i\delta_{pc}} + \frac{|\Omega_s|^2}{\Gamma_b + i\delta_{ps}},$$

μ_{cb} 为跃迁偶极矩阵元。极化率的虚部代表吸收, 可以研究探针光的 EIT 及放大。

$$\begin{aligned} \text{Im } \chi_p &= -\frac{N|\mu_{cb}|^2}{\varepsilon_0 \hbar} \left[\frac{A}{A^2 + B^2} (\rho_{c_1 c_1} - \rho_{b_0 b_0}) + \frac{\Gamma_b E - \delta_{ps} F}{E^2 + F^2} \frac{|\Omega_p|^2}{\Gamma_b^2 + \delta_{ps}^2} (\rho_{c_1 c_1} - \rho_{b_0 b_0}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Gamma_b E - \delta_{ps} F}{E^2 + F^2} \frac{|\Omega_s|^2}{\Gamma_b^2 + \delta_{ps}^2} (\rho_{c_1 c_1} - \rho_{b_1 b_1}) \right] \quad (3.3) \\ &= \text{Im } \chi_p^{(1)} + \text{Im } \chi_p^{(3)} (\omega_p + \omega_p - \omega_p) |\Omega_p|^2 + \text{Im } \chi_p^{(3)} (\omega_p + \omega_s - \omega_s) |\Omega_s|^2 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} A &= \gamma_{cb} + \frac{|\Omega_c|^2}{\gamma_{ba}^2 + \delta_{pc}^2} \gamma_{ba} + \frac{|\Omega_s|^2}{\Gamma_b^2 + \delta_{ps}^2} \Gamma_b, \quad B = \delta_p - \frac{|\Omega_c|^2}{\gamma_{ba}^2 + \delta_{pc}^2} \delta_{pc} - \frac{|\Omega_s|^2}{\Gamma_b^2 + \delta_{ps}^2} \delta_{ps}, \\ C &= \gamma_{cb} + \frac{|\Omega_c|^2}{\gamma_{ba}^2 + \delta_{sc}^2} \gamma_{ba} + \frac{|\Omega_p|^2}{\Gamma_b^2 + \delta_{ps}^2} \Gamma_b, \quad D = -\delta_s + \frac{|\Omega_c|^2}{\gamma_{ba}^2 + \delta_{sc}^2} \delta_{sc} - \frac{|\Omega_p|^2}{\Gamma_b^2 + \delta_{ps}^2} \delta_{ps}, \end{aligned}$$

$$E = CA - DB, \quad F = CB + DA.$$

公式(3.3)描述了系统中同时存在的三种物理过程, 等式右边第一项表示探针光的线性吸收, 正比于布居数差 $\rho_{c_1 c_1} - \rho_{b_0 b_0}$ 。满足 EIT 条件 $\delta_s = \delta_p$ 时, 并且

$$|\Omega_s| \gg \Gamma_b \gamma_{cb} \quad (3.4)$$

时^[39], 第一项几乎为零。

第二项表示探针光在 $|b_0\rangle \leftrightarrow |c_1\rangle$ 跃迁的多光子过程, 其中 $|\Omega_p|^2 \rho_{c_1 c_1}$ 表示受激辐射, 因为 $|\Omega_p| \ll |\Omega_c|, |\Omega_s|$ 且 $\rho_{c_1 c_1}$ 很小, 可以忽略。 $|\Omega_p|^2 \rho_{b_0 b_0}$ 表示多光子吸收过程, 当

$$|\Omega_s|^2 \rho_{b_1 b_1} > |\Omega_p|^2 \rho_{b_0 b_0} \quad (3.5)$$

时, 通过信号光泵浦 $|b_1\rangle \rightarrow |c_1\rangle \rightarrow |b_0\rangle$ 的受激拉曼散射产生放大的过程对(3.3)式的贡献更大, 该过程由第三项描述, 正比于 $\rho_{c_1 c_1} - \rho_{b_1 b_1}$ 。

因此, 实现探针光的放大需要信号光强度同时满足(3.4)和(3.5)这两个条件。第一个条件表示克服线性吸收即获得 EIT 窗口, 第二个条件表示克服多光子吸收。另外, 当 $\rho_{b_1 b_1} \gg \rho_{b_0 b_0}$ 且 Γ_b 很小时, 会降低对信号光泵浦强度的要求。

对于多普勒展宽的热原子汽室, 原子的运动速度在一维方向上满足麦克斯韦速度分布 $f(v) = \exp(-v^2 / u^2) / u\sqrt{\pi}$ 。当原子沿光传播方向运动速度为 v 时, 观察到光场的多普勒频移为 $-kv$ (k 为光场的波数)。实验中, 三束光场频率相近且同向传输, 因此多普勒频移近似相等, 双光子失谐几乎不依赖于原子的运动速度。对公式(3.3)进行速度积分得

$$\text{Im } \chi_p(\delta_p) = \int_{-\infty}^{\infty} f(v) \text{Im } \chi_p(\delta_p - kv) dv \quad (3.6)$$

其中, $u = \sqrt{2k_B T / M}$ 为原子的最可几运动速率, k_B 为玻尔兹曼常数, T 为原子汽室温度(单位开尔文), M 为单个铯原子的质量。此时, (3.4)式修正为:

$$|\Omega_s| \gg \Gamma_b (\gamma_{cb} + W_D) \quad (3.7)$$

其中, W_D 为多普勒展宽。

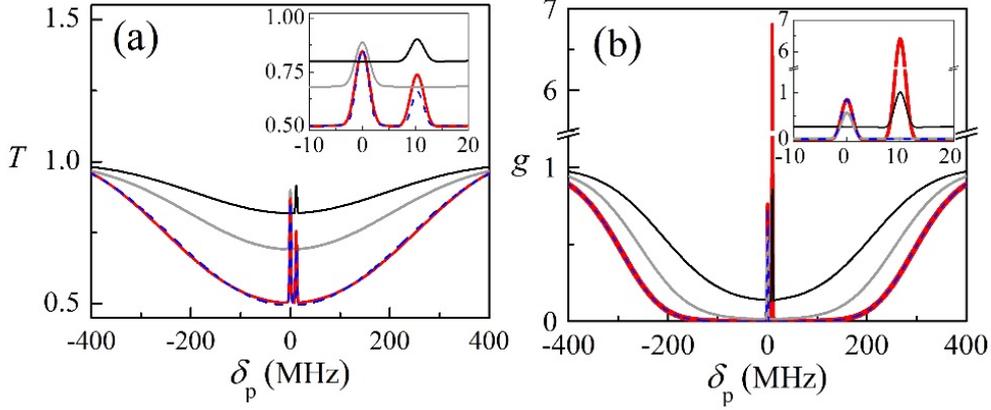


图3.2 不同ToP速率下探针光的透射谱线: (a) $N = 5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $\gamma'_{ab} = 20 \text{ Hz}$, $\Gamma_b = 340 \text{ Hz}$; (b) $N = 5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $\gamma'_{ab} = 300 \text{ Hz}$, $\Gamma_b = 2.86 \text{ kHz}$ 。 $\Omega_p = 0.5 \text{ MHz}$, 其余参数的选取与图3.1一致。红线和蓝线分别为 $\text{Im } \chi_p$ 以及不考虑其第三项的结果; 灰线和黑线分别为没有信号光或耦合光时的 Λ 型三能级EIT和Zeeman-EIT。插图将谱线的横坐标在 $[-10, 20] \text{ MHz}$ 的频率范围内展开。

我们理论上分析了经过长度为 L 的原子汽室后探针光的透射谱线 $\exp[-kL \text{Im } \chi_p(\delta_p)]$, 如图 3.2(a,b)所示, 分别针对原子数密度不同的两种介质。考虑耦合光与能级严格共振, 信号光失谐 $\delta_s = 10 \text{ MHz}$ 的情况。如图(a)所示, 探针光的透射谱线出现两个 EIT 窗口: 当 $\delta_p = 0$ 时, 与耦合光双光子共振($\delta_{pc} = 0$), 形成 EIT。当 $\delta_p = 10 \text{ MHz}$ 时, 与信号光双光子共振($\delta_{ps} = 0$), 形成第二个 EIT。但此时, $|b_1\rangle$ 态上的布居数远小于 $|b_0\rangle$ 态的[见附录中的图 3.7(a)], 在 $\Omega_s = 8 \text{ MHz}$, $\Omega_p = 0.5 \text{ MHz}$ 时, 只满足条件(3.4), 但尚达不到(3.7), 因此, 第二个 EIT 窗口处只出现透明没有放大。提高原子数密度, 基态之间的 ToP 速率加大, $\rho_{b_1 b_1} \approx 50 \rho_{b_0 b_0}$ [见附录中的图 3.7(b)], 满足条件(3.7), 第二个 EIT 窗口出现增益, 如图(b)中的红线所示。

我们进一步通过图 3.2 中的蓝色曲线确认了信号光的泵浦的受激拉曼散射对增益的贡献, 当不考虑第三项时, 图 3.2(b)中的增益消失。所以说, 光放大所必需的两个条件: (1) 信号光功率不能太小; (2) $|b_1\rangle$ 态上有足够的布居数, 这可以通过提高原

子数密度获得。其物理过程为：首先，基于原子基态的相干性，信号光诱导产生第二个 EIT 窗口抑制了吸收过程，其次通过增加原子数密度，ToP 使 $|b_1\rangle$ 态上的布居数增加，提高了放大过程中信号光的泵浦速率。

3.3 实验装置与实验结果

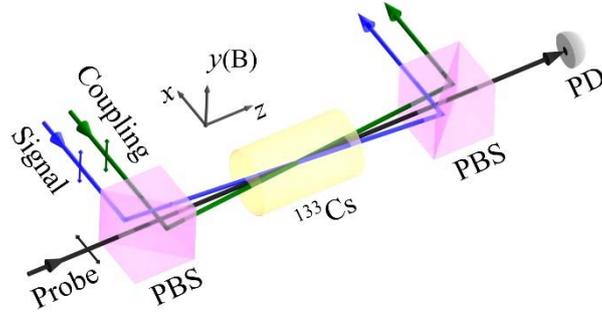


图3.3 实验装置。沿着 y 方向的弱磁场用于标定量子化轴的方向。PBS：偏振分光棱镜，PD：光电探测器， \uparrow ：线偏振光的振动方向。

我们选取 ^{133}Cs 原子进行相关实验研究，如图3.3所示，原子封装在长度为75 mm 的玻璃管中，汽室的输入输出窗口均镀有对应 ^{133}Cs 原子吸收波段的减反膜。实验上，三束光场分别由三台独立的激光光源提供，作用于图3.1(a)所示的跃迁能级。它们在第一个PBS上耦合与原子相互作用，之后经第二个PBS分开。提取出的探针光进入PD分析其透射谱线。耦合光与信号光采用各自的内部锁定环路稳频，探针光频率在 $F_g = 4 \leftrightarrow F_c = 4$ 附近扫描，扫描宽度覆盖完整的多普勒展宽吸收背景。为消除PBS分光不完全导致PD收集到泄露的耦合光与信号光，它们与探针光之间的夹角均为7 mrad。在原子汽室的中心位置处，耦合光、信号光与探针光的光斑半径分别为 $r = 1$ mm, 0.5 mm 和 0.5 mm。当耦合光、信号光和探针光的光功率分别为 $P_c = 30$ mW, $P_s = 10$ mW, $P_p = 20$ μ W 时，相应的有效拉比频率分别为23 MHz、7 MHz以及1 MHz。计算公式为 $\Omega = \alpha \sqrt{(P / \pi r^2) / 2I_{\text{sat}}}$ ，其中 α 为Clebsch-Gordan系数， $I_{\text{sat}} = 2.5$ mW/cm² 为饱和光强^[24]。

探针光的透射谱线如图3.4(a,b)所示。透射强度选用探针光远失谐处的入射强度作为归一化单位。透射大于0小于1时记为 T ，大于1时记为 g (表示增益)。对于室温下的原子汽室(光学厚度 $\text{OD} \approx 1.5$ ^[114])，在多普勒展宽的吸收背景中出现两个EIT透射峰，分别对应双光子共振条件 $\delta_p = \delta_c = 0$ 和 $\delta_p = \delta_s = 10$ MHz。Dual EIT结构中两个EIT量子干涉通道之间相互耦合，使得这两个EIT窗口的现象与单个EIT情况有所不同： $\delta_p = \delta_c = 0$ 处的EIT透明度明显比没有信号光时的 Λ -EIT有所提高；同时

$\delta_p = \delta_s = 10$ MHz 处的 EIT 线宽比没有耦合光时的 Zeeman-EIT 要窄。如图中黑线所示，对于开放的简并二能级系统，一部分原子通过自发辐射逃离二能级体系，Zeeman-EIT 的吸收背景变浅^[115]；同时，由于信号光与探针光作用于同一超精细跃迁能级引起的光泵浦与饱和效应^[116]，使得 Zeeman-EIT 的线宽很大。

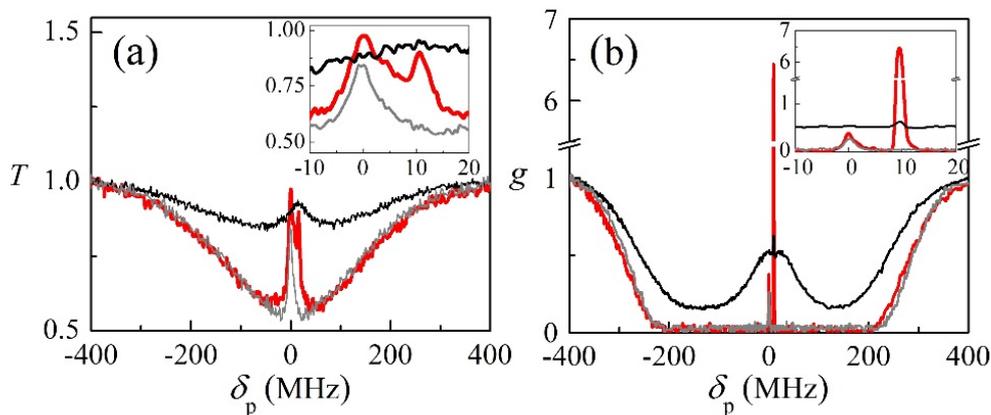


图3.4 不同原子温度下探针光的透射谱线：(a) 室温原子，对应原子数密度 $N = 5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ；(b) $T_{\text{at}} = 65^\circ \text{C}$ ，对应原子数密度 $N = 5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ 。实验参数选取：单光子失谐为 $\delta_c = 0$ ， $\delta_s = 10$ MHz。Dual EIT (红线)；没有信号光时的 Λ 型三能级 EIT (灰线)；没有耦合光时的 Zeeman-EIT (黑线)。插图将谱线横坐标在 $[-10, 20]$ MHz 的频率范围内展开。

优化原子汽室温度至 $T_{\text{at}} = 65^\circ \text{C}$ ，此时原子数密度增加，光学厚度也提高到 $\text{OD} \approx 18$ ^[114]，多普勒展宽背景在原子共振线附近表现出强吸收。尽管此时的原子介质对探针光完全不透明，但是第一个窗口处的 EIT 透明度明显提高，并且 ^{133}Cs 原子之间的自旋交换碰撞 ToP 速率增加，诱导第二个窗口由 EIT 转变为放大，增益大小为 $g = 6.5$ ，如图 3.4(b) 中的红线所示。

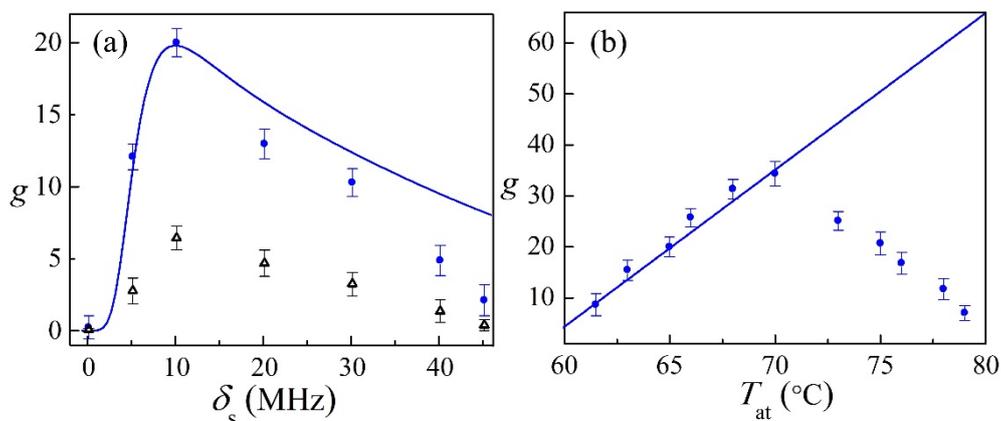


图3.5 $\delta_{ps} = 0$ 处探针光增益随 (a) 信号光失谐 δ_s 与 (b) 原子温度 T_{at} 的变化。(a) $T_{\text{at}} = 65^\circ \text{C}$ ，蓝

色圆点：三台光源之间相互独立，黑色三角：信号光与探针光之间相位锁定；(b) 原子数密度为 $4 \sim 10 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ，ToP速率为 240 ~ 600 Hz。其余实验参数与图3.4一致。

由前面理论分析可知，因为需同时满足条件(3.4)和(3.7)，因此增益同时依赖于基态 $|b_0\rangle$ 与 $|b_1\rangle$ 之间的Zeeman相干性和基态原子之间的ToP速率。实验上可通过提高原子汽室的温度来增加ToP；而Zeeman相干性依赖于诸多实验参量如上能态的自发辐射速率、原子之间碰撞引起的dephasing以及光场频率和相位的稳定性。这里采用将探针光与信号光之间位相锁定的办法来提高Zeeman相干性^[117]。具体操作为：将信号光分出一小部分，双次穿过两个声光调制器(AOM)后作为探针光，扫描其中一个AOM的驱动电压实现60MHz的频率扫描。实验结果如图3.5(a)所示，探针光与信号光之间的位相锁定将 $\delta_p = \delta_s = 10 \text{ MHz}$ 处的最大增益提高到 $g = 20$ ，比相同实验参数下位相不锁定时的增益值 $g = 6.5$ 提高了2倍多。从而证实了Zeeman相干性对增益的影响，因此，后面的实验数据将一律采用相位锁定的探针与信号光束。另外，理论曲线中，增益随信号光失谐的变化趋势与实验数据之间吻合较好。因为ToP线性依赖于原子数密度，所以实验上通过提高原子汽室温度的方法来增加ToP速率。图3.5(b)为增益随温度的变化，当温度由 60°C 升高到 70°C 时，增益线性增加，继续增加温度至 80°C ，增益开始下降直至消失。对增益在 60°C 到 70°C 之间的变化趋势，实验数据与理论曲线吻合，很好地验证了ToP速率对增益的影响。而在 70°C 到 80°C 之间，由于高温下原子介质的非均匀dephasing以及碰撞损耗等现象在理论计算中没有考虑，理论与实验结果之间有偏差。

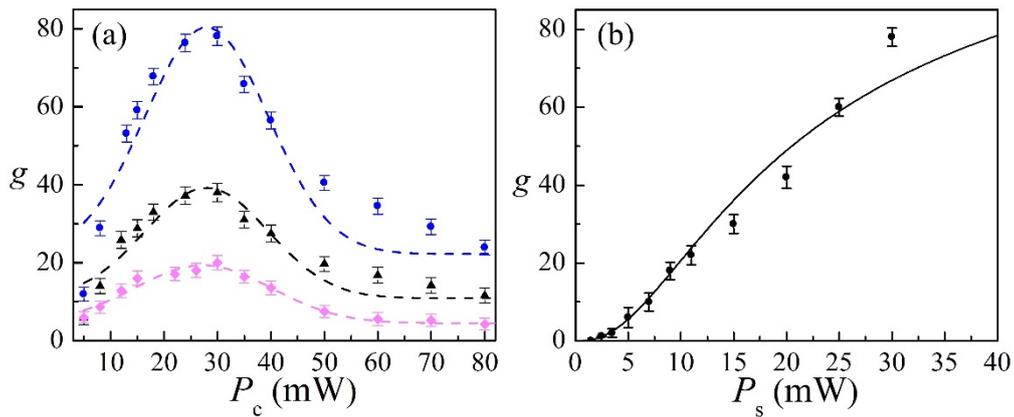


图3.6 (a) 不同信号光功率 P_s 下增益随耦合光功率 P_c 的变化：30 mW（蓝色圆点）；20 mW（黑色三角）；10 mW（粉色方格），图中虚线为实验数据的拟合曲线；(b) $P_c = 30 \text{ mW}$ 时增益随信号光功率的变化曲线，黑色圆点为实验数据，实线为理论拟合。其余实验参数与图3.4(b)一致。

耦合光强度可操控第一个EIT窗口的透明度并影响布居数的分布情况，信号光的强度可操控第二个EIT窗口的吸收并提供受激拉曼散射光放大过程的泵浦光。我们在图3.6(a)中研究了增益随这两束光功率的变化趋势。起初，增益随着耦合光功率的增加而增加，在 $P_c = 30 \text{ mW}$ 时，增益达到最大。当继续增加耦合光功率，泵浦耗尽使得增益减小直至消失。图中三条曲线变化趋势一致，信号光功率越大增益越大，在 $P_s = 30 \text{ mW}$ 时，最大增益为 $g \approx 80$ 。同样，由公式 $\exp[-kL \text{Im} \chi_p(\delta_p)]$ 和 $\text{Im} \chi_p(\delta_p)$ 的表达式可知，指数增益系数正比于 $|\Omega_s|^2 \rho_{b_1 b_1}$ ，在图3.6(b)中，我们用实验数据和理论曲线证实了该现象。原则上，我们可以注入更高的信号光功率来获得更高的增益，然而实验上采用的半导体激光器最大输出功率仅 30 mW ，尚未观察到增益饱和时对应的信号光功率。另一方面，由于通过提高原子温度加大了布居数转移速率，极大地增加了 $\rho_{b_1 b_1}$ ，使得在这样低的泵浦功率下就获得了80倍的增益。

3.4 小结

在这一章中，基于 Dual EIT 结构的量子相干性和受激拉曼散射，我们采用光学厚度较大的原子介质，在实验上获得了原子吸收线附近的高增益光放大。研究表明，光学厚介质中原子之间的自旋交换碰撞加剧，使信号光作用的基态能级上的布居数增加，提高光放大的泵浦速率促使增益的产生。理论分析与实验数据很好地吻合，进一步帮助我们理解光放大背后的物理实质。我们可以通过改变原子汽室温度、泵浦功率以及信号光失谐等方法实现对光学增益的有效操控。这在光量子器件的开发，如光学三极管、二极管、光开关，以及量子网络通信中非经典光源的制备等方面具有良好的应用前景。

附录：原子在 Zeeman 子能态上的布居

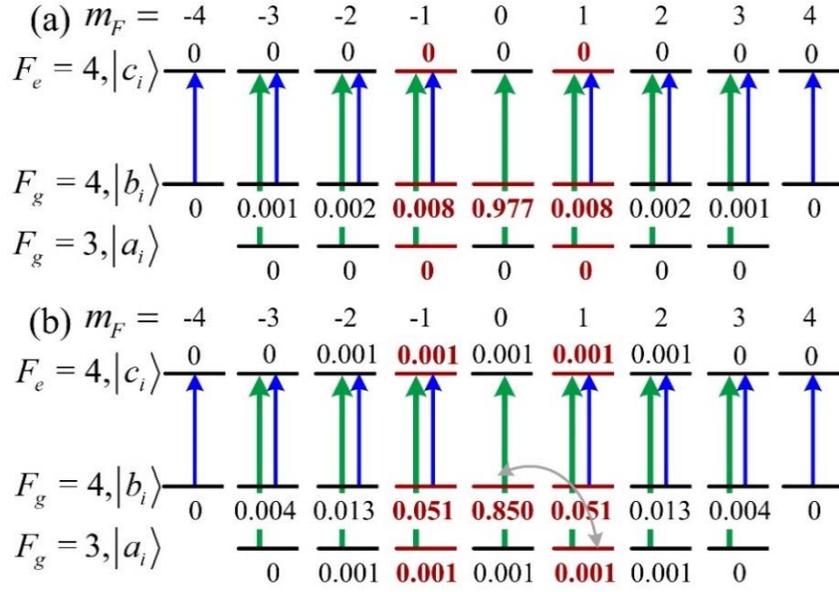


图 3.7 铯原子D1线的Zeeman能级结构以及ToP速率 γ'_{ab} 分别取 (a) 20 Hz 和 (b) 300 Hz 时原子的布居数分布。其余参数的取值与图3.1一致。

图 3.7 所示为光与原子相互作用过程中参与作用的 Zeeman 能级结构，每一个超精细态下的 Zeeman 子能级个数为 $2F+1$ ，其中激发态 $|c_i\rangle$ ($6^2P_{1/2}, F_e = 4$)，基态 $|a_i\rangle$ ($6^2S_{1/2}, F_g = 3$)， $|b_i\rangle$ ($6^2S_{1/2}, F_g = 4$)。如图 3.3 所示，耦合光和信号光的偏振方向与量子化轴方向一致，所以分别激发 $|c_i\rangle \leftrightarrow |a_j\rangle$ 和 $|c_i\rangle \leftrightarrow |b_j\rangle$ 的 π 跃迁。

实验中探针光强度很弱不足以影响稳态下原子的布居数分布，所以这部分只考虑耦合光和信号光的光泵浦。布居数分布由系统密度矩阵的各个对角元素表示，其中密度矩阵元的求解可由下面的光学布洛赫方程得到^[118]：

$$\dot{\rho}_{c_{\pm 4}c_{\pm 4}} = i(\rho_{c_{\pm 4}b_{\pm 4}}\Omega_{b_{\pm 4}c_{\pm 4}} - \Omega_{c_{\pm 4}b_{\pm 4}}\rho_{b_{\pm 4}c_{\pm 4}}) - \Gamma_c\rho_{c_{\pm 4}c_{\pm 4}}, \quad (3.8a)$$

$$\dot{\rho}_{c_{\pm 3}c_{\pm 3}} = i(\rho_{c_{\pm 3}b_{\pm 3}}\Omega_{b_{\pm 3}c_{\pm 3}} - \Omega_{c_{\pm 3}b_{\pm 3}}\rho_{b_{\pm 3}c_{\pm 3}} + \rho_{c_{\pm 3}a_{\pm 3}}\Omega_{a_{\pm 3}c_{\pm 3}} - \Omega_{c_{\pm 3}a_{\pm 3}}\rho_{a_{\pm 3}c_{\pm 3}}) - \Gamma_c\rho_{c_{\pm 3}c_{\pm 3}}, \quad (3.8b)$$

$$\dot{\rho}_{c_{\pm 2}c_{\pm 2}} = i(\rho_{c_{\pm 2}b_{\pm 2}}\Omega_{b_{\pm 2}c_{\pm 2}} - \Omega_{c_{\pm 2}b_{\pm 2}}\rho_{b_{\pm 2}c_{\pm 2}} + \rho_{c_{\pm 2}a_{\pm 2}}\Omega_{a_{\pm 2}c_{\pm 2}} - \Omega_{c_{\pm 2}a_{\pm 2}}\rho_{a_{\pm 2}c_{\pm 2}}) - \Gamma_c\rho_{c_{\pm 2}c_{\pm 2}}, \quad (3.8c)$$

$$\dot{\rho}_{c_{\pm 1}c_{\pm 1}} = i(\rho_{c_{\pm 1}b_{\pm 1}}\Omega_{b_{\pm 1}c_{\pm 1}} - \Omega_{c_{\pm 1}b_{\pm 1}}\rho_{b_{\pm 1}c_{\pm 1}} + \rho_{c_{\pm 1}a_{\pm 1}}\Omega_{a_{\pm 1}c_{\pm 1}} - \Omega_{c_{\pm 1}a_{\pm 1}}\rho_{a_{\pm 1}c_{\pm 1}}) - \Gamma_c\rho_{c_{\pm 1}c_{\pm 1}}, \quad (3.8d)$$

$$\dot{\rho}_{c_0c_0} = i(\rho_{c_0a_0}\Omega_{a_0c_0} - \Omega_{c_0a_0}\rho_{a_0c_0}) - \Gamma_c\rho_{c_0c_0}, \quad (3.8e)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{a_{\pm 3}a_{\pm 3}} = & i(\rho_{a_{\pm 3}c_{\pm 3}}\Omega_{c_{\pm 3}a_{\pm 3}} - \Omega_{a_{\pm 3}c_{\pm 3}}\rho_{c_{\pm 3}a_{\pm 3}}) + \frac{7}{12}\Gamma_c \left(\rho_{c_{\pm 4}c_{\pm 4}} + \frac{1}{4}\rho_{c_{\pm 3}c_{\pm 3}} + \frac{1}{28}\rho_{c_{\pm 2}c_{\pm 2}} \right) \\ & + \gamma'_{aa} \sum_{a_i, i \neq \pm 3} \rho_{a_i a_i} + \gamma'_{ba} \sum_{b_i} \rho_{b_i b_i} - \Gamma_a \rho_{a_{\pm 3}a_{\pm 3}}, \end{aligned} \quad (3.8f)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{a_{\pm 2}a_{\pm 2}} &= i\left(\rho_{a_{\pm 2}c_{\pm 2}}\Omega_{c_{\pm 2}a_{\pm 2}} - \Omega_{a_{\pm 2}c_{\pm 2}}\rho_{c_{\pm 2}a_{\pm 2}}\right) + \frac{7}{12}\Gamma_c\left(\frac{3}{4}\rho_{c_{\pm 3}c_{\pm 3}} + \frac{3}{7}\rho_{c_{\pm 2}c_{\pm 2}} + \frac{3}{28}\rho_{c_{\pm 1}c_{\pm 1}}\right) \\ &+ \gamma'_{aa}\sum_{a_i, i \neq \pm 2}\rho_{a_i a_i} + \gamma'_{ba}\sum_{b_i}\rho_{b_i b_i} - \Gamma_a\rho_{a_{\pm 2}a_{\pm 2}}, \end{aligned} \quad (3.8g)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{a_{\pm 1}a_{\pm 1}} &= i\left(\rho_{a_{\pm 1}c_{\pm 1}}\Omega_{c_{\pm 1}a_{\pm 1}} - \Omega_{a_{\pm 1}c_{\pm 1}}\rho_{c_{\pm 1}a_{\pm 1}}\right) + \frac{7}{12}\Gamma_c\left(\frac{15}{28}\rho_{c_{\pm 2}c_{\pm 2}} + \frac{15}{28}\rho_{c_{\pm 1}c_{\pm 1}} + \frac{3}{14}\rho_{c_0c_0}\right) \\ &+ \gamma'_{aa}\sum_{a_i, i \neq \pm 1}\rho_{a_i a_i} + \gamma'_{ba}\sum_{b_i}\rho_{b_i b_i} - \Gamma_a\rho_{a_{\pm 1}a_{\pm 1}}, \end{aligned} \quad (3.8h)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{a_0a_0} &= i\left(\rho_{a_0c_0}\Omega_{c_0a_0} - \Omega_{a_0c_0}\rho_{c_0a_0}\right) + \frac{7}{12}\Gamma_c\left(\frac{5}{14}\rho_{c_{-1}c_{-1}} + \frac{4}{7}\rho_{c_0c_0} + \frac{5}{14}\rho_{c_1c_1}\right) \\ &+ \gamma'_{aa}\sum_{a_i, i \neq 0}\rho_{a_i a_i} + \gamma'_{ba}\sum_{b_i}\rho_{b_i b_i} - \Gamma_a\rho_{a_0a_0}, \end{aligned} \quad (3.8i)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{b_{\pm 4}b_{\pm 4}} &= i\left(\rho_{b_{\pm 4}c_{\pm 4}}\Omega_{c_{\pm 4}b_{\pm 4}} - \Omega_{b_{\pm 4}c_{\pm 4}}\rho_{c_{\pm 4}b_{\pm 4}}\right) + \frac{5}{12}\Gamma_c\left(\frac{4}{5}\rho_{c_{\pm 4}c_{\pm 4}} + \frac{1}{5}\rho_{c_{\pm 3}c_{\pm 3}}\right) \\ &+ \gamma'_{bb}\sum_{b_i, i \neq \pm 4}\rho_{b_i b_i} + \gamma'_{ab}\sum_{a_i}\rho_{a_i a_i} - \Gamma_b\rho_{b_{\pm 4}b_{\pm 4}}, \end{aligned} \quad (3.8j)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{b_{\pm 3}b_{\pm 3}} &= i\left(\rho_{b_{\pm 3}c_{\pm 3}}\Omega_{c_{\pm 3}b_{\pm 3}} - \Omega_{b_{\pm 3}c_{\pm 3}}\rho_{c_{\pm 3}b_{\pm 3}}\right) + \frac{5}{12}\Gamma_c\left(\frac{1}{5}\rho_{c_{\pm 4}c_{\pm 4}} + \frac{9}{20}\rho_{c_{\pm 3}c_{\pm 3}} + \frac{7}{20}\rho_{c_{\pm 2}c_{\pm 2}}\right) \\ &+ \gamma'_{bb}\sum_{b_i, i \neq \pm 3}\rho_{b_i b_i} + \gamma'_{ab}\sum_{a_i}\rho_{a_i a_i} - \Gamma_b\rho_{b_{\pm 3}b_{\pm 3}}, \end{aligned} \quad (3.8k)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{b_{\pm 2}b_{\pm 2}} &= i\left(\rho_{b_{\pm 2}c_{\pm 2}}\Omega_{c_{\pm 2}b_{\pm 2}} - \Omega_{b_{\pm 2}c_{\pm 2}}\rho_{c_{\pm 2}b_{\pm 2}}\right) + \frac{5}{12}\Gamma_c\left(\frac{7}{20}\rho_{c_{\pm 3}c_{\pm 3}} + \frac{1}{5}\rho_{c_{\pm 2}c_{\pm 2}} + \frac{9}{20}\rho_{c_{\pm 1}c_{\pm 1}}\right) \\ &+ \gamma'_{bb}\sum_{b_i, i \neq \pm 2}\rho_{b_i b_i} + \gamma'_{ab}\sum_{a_i}\rho_{a_i a_i} - \Gamma_b\rho_{b_{\pm 2}b_{\pm 2}}, \end{aligned} \quad (3.8l)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{b_{\pm 1}b_{\pm 1}} &= i\left(\rho_{b_{\pm 1}c_{\pm 1}}\Omega_{c_{\pm 1}b_{\pm 1}} - \Omega_{b_{\pm 1}c_{\pm 1}}\rho_{c_{\pm 1}b_{\pm 1}}\right) + \frac{5}{12}\Gamma_c\left(\frac{9}{20}\rho_{c_{\pm 2}c_{\pm 2}} + \frac{1}{20}\rho_{c_{\pm 1}c_{\pm 1}} + \frac{1}{2}\rho_{c_0c_0}\right) \\ &+ \gamma'_{bb}\sum_{b_i, i \neq \pm 1}\rho_{b_i b_i} + \gamma'_{ab}\sum_{a_i}\rho_{a_i a_i} - \Gamma_b\rho_{b_{\pm 1}b_{\pm 1}}, \end{aligned} \quad (3.8m)$$

$$\dot{\rho}_{b_0b_0} = \frac{5}{12}\Gamma_c\left(\frac{1}{2}\rho_{c_{-1}c_{-1}} + \frac{1}{2}\rho_{c_1c_1}\right) + \gamma'_{bb}\sum_{b_i, i \neq 0}\rho_{b_i b_i} + \gamma'_{ab}\sum_{a_i}\rho_{a_i a_i} - \Gamma_b\rho_{b_0b_0}, \quad (3.8n)$$

$$\dot{\rho}_{a_{\pm 3}c_{\pm 3}} = i\Omega_{a_{\pm 3}c_{\pm 3}}\left(\rho_{a_{\pm 3}a_{\pm 3}} - \rho_{c_{\pm 3}c_{\pm 3}}\right) - (i\delta_c + \gamma_{ca})\rho_{a_{\pm 3}c_{\pm 3}}, \quad (3.8o)$$

$$\dot{\rho}_{a_{\pm 2}c_{\pm 2}} = i\Omega_{a_{\pm 2}c_{\pm 2}}\left(\rho_{a_{\pm 2}a_{\pm 2}} - \rho_{c_{\pm 2}c_{\pm 2}}\right) - (i\delta_c + \gamma_{ca})\rho_{a_{\pm 2}c_{\pm 2}}, \quad (3.8p)$$

$$\dot{\rho}_{a_{\pm 1}c_{\pm 1}} = i\Omega_{a_{\pm 1}c_{\pm 1}}\left(\rho_{a_{\pm 1}a_{\pm 1}} - \rho_{c_{\pm 1}c_{\pm 1}}\right) - (i\delta_c + \gamma_{ca})\rho_{a_{\pm 1}c_{\pm 1}}, \quad (3.8q)$$

$$\dot{\rho}_{a_0c_0} = i\Omega_{a_0c_0} (\rho_{a_0a_0} - \rho_{c_0c_0}) - (i\delta_c + \gamma_{ca}) \rho_{a_0c_0}, \quad (3.8r)$$

$$\dot{\rho}_{b_{\pm 4}c_{\pm 4}} = i\Omega_{b_{\pm 4}c_{\pm 4}} (\rho_{b_{\pm 4}b_{\pm 4}} - \rho_{c_{\pm 4}c_{\pm 4}}) - (i\delta_s + \gamma_{cb}) \rho_{b_{\pm 4}c_{\pm 4}}, \quad (3.8s)$$

$$\dot{\rho}_{b_{\pm 3}c_{\pm 3}} = i\Omega_{b_{\pm 3}c_{\pm 3}} (\rho_{b_{\pm 3}b_{\pm 3}} - \rho_{c_{\pm 3}c_{\pm 3}}) - (i\delta_s + \gamma_{cb}) \rho_{b_{\pm 3}c_{\pm 3}}, \quad (3.8t)$$

$$\dot{\rho}_{b_{\pm 2}c_{\pm 2}} = i\Omega_{b_{\pm 2}c_{\pm 2}} (\rho_{b_{\pm 2}b_{\pm 2}} - \rho_{c_{\pm 2}c_{\pm 2}}) - (i\delta_s + \gamma_{cb}) \rho_{b_{\pm 2}c_{\pm 2}}, \quad (3.8u)$$

$$\dot{\rho}_{b_{\pm 1}c_{\pm 1}} = i\Omega_{b_{\pm 1}c_{\pm 1}} (\rho_{b_{\pm 1}b_{\pm 1}} - \rho_{c_{\pm 1}c_{\pm 1}}) - (i\delta_s + \gamma_{cb}) \rho_{b_{\pm 1}c_{\pm 1}}, \quad (3.8v)$$

忽略碰撞引起的 dephasing, 基态的衰减速率 $\Gamma_a = 6\gamma'_{aa} + 9\gamma'_{ab}$ ($\Gamma_b = 8\gamma'_{bb} + 7\gamma'_{ba}$)。

对于不同的 Zeeman 跃迁, CG 系数(Clebsch-Gordan coefficient)不同, 因而光场的有效拉比频率也不一样, 作用于 $|c_i\rangle \leftrightarrow |a_j\rangle$ 和 $|c_i\rangle \leftrightarrow |b_j\rangle$ 的耦合光与信号光拉比频率分别为:

$$\Omega_{c_i a_j} = -\frac{\mu_{c_i a_j} E_c}{2\hbar} = (-1)^{F_c - 1 + j} \sqrt{2F_g + 1} \begin{pmatrix} F_c & 1 & F_g \\ i & q & -j \end{pmatrix} \Omega_c, \quad (3.9a)$$

$$\Omega_{c_i b_j} = -\frac{\mu_{c_i b_j} E_s}{2\hbar} = (-1)^{F_c - 1 + j} \sqrt{2F_g + 1} \begin{pmatrix} F_c & 1 & F_g \\ i & q & -j \end{pmatrix} \Omega_s, \quad (3.9b)$$

其中, $\Omega_{a_j c_i} = \Omega_{c_i a_j}$, $\Omega_{b_j c_i} = \Omega_{c_i b_j}$, Ω_c 和 Ω_s 分别为耦合光与信号光作用于超精细跃迁 $|F_e = 4\rangle \leftrightarrow |F_g = 3\rangle$ 和 $|F_e = 4\rangle \leftrightarrow |F_g = 4\rangle$ 时的拉比频率。与前面理论部分保持一致, 这里直接用 Ω_i , ($i = c, s, p$) 来表示光场的有效拉比频率。

如图 3.7 所示, 实际参与作用的 Zeeman 子能态有 25 个, 原则上需要 625 个密度矩阵元的运动方程来完全描述系统的动力学特性。由于耦合光与信号光只参与 π 跃迁, 所以仅方程(3.8)即可求解稳态下原子在这 25 个 Zeeman 子能态上的布居数分布。布居数的具体计算结果由图 3.7 能级下方的数字表示。对于室温下的 Cs 原子, 原子数密度为 $N = 5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, 对应 $\gamma'_{ab} = 20 \text{ Hz}$, 在耦合光与信号光的泵浦下原子被全部泵浦到 $|b_i\rangle$ 态上, 其中 $|b_0\rangle$ 态上的布居数最多为 0.977。升高原子温度至 $T = 65^\circ \text{C}$ 时, $N = 5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $\gamma'_{ab} = 300 \text{ Hz}$, 超精细基态之间的布居数转移使得 $|a_i\rangle$ 能态上也有了少量的原子布居, 继而又可以转移到 $|b_i\rangle$ ($i \neq 0$) 的能态上。根据跃迁选择定则, $|c_0\rangle \leftrightarrow |b_0\rangle$ 的跃迁偶极矩为零, 所以 $|c_0\rangle \leftrightarrow |a_0\rangle$ 构成一个独立的二能级跃迁, $|a_0\rangle$ 态上的原子可以被泵浦到 $|c_0\rangle$ 态上。同时, 自旋交换引起 $|a_i\rangle \leftrightarrow |b_j\rangle$ 之间的超精细跃迁使得 Λ 型结构(比如 $|a_1\rangle \leftrightarrow |c_1\rangle \leftrightarrow |b_1\rangle$)由 CPT 转变为吸收^[25], 激发态 $|c_i\rangle$ ($i \neq 0$) 上也获得了原子数布居。因此, 随着温度的升高, 最终布居数在 $|b_i\rangle$ ($i \neq 0$), $|c_i\rangle$ 和 $|a_i\rangle$ 上

的比重增加，从而改变介质对探针光的吸收特性。

第四章 四波混频产生 EPR 纠缠态光场的理论分析

4.1 引言

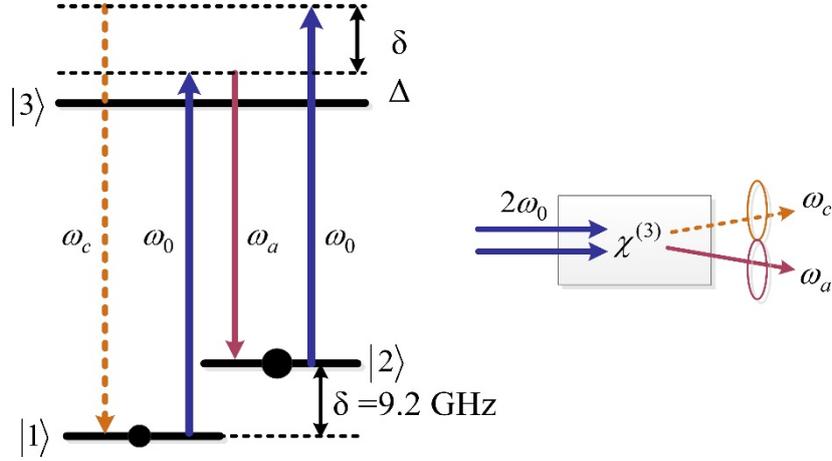
量子纠缠是量子网络中的重要资源^[119]，已经成为大规模量子信息处理、量子通信^[109]等研究领域的基石。在量子信息网络中，光场或光子作为量子纠缠的载体，进行远距离量子节点之间的量子信息交换^[120]；原子作为量子节点，用于制备、处理并储存量子信息^[22]。因此，光与原子之间的相互作用，是量子节点与量子信道之间的有效量子接口，实现量子态在不同物理系统之间的可逆交换与传递^[121]。研究并制备波长与原子吸收线相匹配的纠缠态光场，是量子通信领域发展过程中的必然需求。

迄今，基于非线性晶体的光学参量振荡器^[122]是获得量子纠缠与压缩态光场^[123]的常用方法。但是，其工作频段受到限制，一般难以精确覆盖原子吸收线并在其附近调谐。相比较，采用原子介质直接产生量子纠缠与压缩的方法，在量子信息存储方面具备明显的优势。纠缠的产生基于原子介质的三阶非线性效应，且无需光学谐振腔，因而可同时实现多个空间模式的纠缠，应用于量子成像技术^[87,124]。

相关的实验与理论研究表明：基于 EIT 的量子相干性是光与原子相互作用领域的一种重要工具，它可以增强原子介质的非线性效应。因此，EIT 与四波混频的结合，为制备原子吸收线附近的纠缠光子对以及明亮的纠缠态光场开辟了新的研究方向。基于该思路，国内外诸多研究小组开展了这方面的实验研究。包括利用共振增强的双 Λ -型四能级四波混频，实现窄带的纠缠光子对^[36]；在双 Λ -型的三能级系统中，利用大失谐的拉曼四波混频，直接制备对应铷/钠原子吸收线的量子关联光束对和明亮的纠缠态光场^[37,125-127]。随后，巴黎第七大学的 Q. Glorieux 等人^[128]，在理论上分析了双 Λ -型三能级的四波混频系统，拟合了光场的经典增益以及量子噪声特性。为获得大的压缩/纠缠，要求介质具有较高的非线性极化率，这意味着应当采用共振增强的四波混频。然而一旦发生共振，自发辐射将作为附加噪声源进入场模，从而降低压缩/纠缠度。综合这两方面原因，必须适当地选择光场的失谐量。

本章节，我们以铯原子介质为研究对象，结合二阶微扰近似的理论与四波混频过程的相位匹配条件，首次给出该系统的有效哈密顿量来类比非简并光学参量放大过程，进一步分析孪生光束之间的量子纠缠特性。结合具体的实验参数，寻找产生纠缠的最佳条件。理论计算中，还分析了来自原子自发辐射的朗之万噪声对纠缠的影响。

4.2 能级结构与有效哈密顿量的计算

4.2.1 双 Λ -型三能级系统的哈密顿量

 图 4.1 双 Λ 型的三能级结构与四波混频产生 EPR 纠缠光束示意图。

考虑如图4.1所示的三能级系统，包含有一个激发态 $|3\rangle$ 与两个基态 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ ，每个能态对应的频率记为 ω_l ($l = 1, 2, 3$)，两能态之间的频率间隔为 $\omega_{ij} = \omega_l - \omega_j$ ($i \neq j$)。频率为 ω_0 的强泵浦光同时作用于 $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ 与 $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ 的跃迁能级，相应的单光子失谐为 $\Delta = \omega_0 - \omega_{31}$ ， $\Delta + \delta = \omega_0 - \omega_{32}$ ($\delta = \omega_{21}$ 为基态之间的频率间隔)。注入频率为 ω_a 的探针光束，激发原子的非线性四波混频效应，两个 ω_0 的泵浦光光子的能量转换为一对强度关联的光子对 ω_a 和 ω_c ($2\omega_0 = \omega_a + \omega_c$)。光场能量的转移伴随着原子在双 Λ 结构的三个能态之间的转移 $|1\rangle \xrightarrow{\text{吸收 } \omega_0} |3\rangle \xrightarrow{\text{辐射 } \omega_a} |2\rangle \xrightarrow{\text{吸收 } \omega_0} |3\rangle \xrightarrow{\text{辐射 } \omega_c} |1\rangle$ 。理论计算中，对强泵浦光做经典场处理，放大/产生的关联光场强度很弱，做量子化光场处理，因此系统的哈密顿量可以表示成如下形式：

$$\hat{H} = \hbar \left[\begin{aligned} & \sum_{l=1}^3 \omega_l \hat{\sigma}_{ll} + \omega_a \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_c \hat{c}^\dagger \hat{c} + (\Omega_1 e^{-i\omega_0 t} + g_c \hat{c} e^{-i\omega_c t}) \hat{\sigma}_{31} \\ & + (\Omega_2 e^{-i\omega_0 t} + g_a \hat{a} e^{-i\omega_a t}) \hat{\sigma}_{32} + h.c. \end{aligned} \right] \quad (4.1)$$

$$= \hat{H}_a + \hat{H}_f + \hat{H}_{af}$$

包含有三部分， \hat{H}_a —原子的自由哈密顿量； \hat{H}_f —量子化光场的自由哈密顿量； \hat{H}_{af} —光与原子相互作用的哈密顿量。其中， $\Omega_1 = \bar{\Omega}_1 e^{i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}}$ ， $g_a = \bar{g}_a e^{i\vec{k}_a \cdot \vec{r}}$ ， $g_c = \bar{g}_c e^{i\vec{k}_c \cdot \vec{r}}$ 。 $\bar{\Omega}_{1,2} = -\mu_{31,32} E_0 / \hbar$ 是泵浦光的拉比频率， $\bar{g}_a = -\mu_{32} \sqrt{N_0 \hbar \omega_a / 2\epsilon_0 V} / \hbar$ 和 $\bar{g}_c = -\mu_{31} \sqrt{N_0 \hbar \omega_c / 2\epsilon_0 V} / \hbar$ 分别是量子化光场与原子之间的相互作用耦合强度， N_0 为光束内的原子数目^[129]。 \vec{k} 为光波矢量， μ 为跃迁偶极矩阵元。 $\hat{\sigma}_{ij} = |i\rangle\langle j|$ 代表原子的跃迁算符， \hat{a} ， \hat{c} 为量子化光场的湮灭算符。引入变换关系 $\hat{Q}_{1l} = \hat{\sigma}_{ll}$ ， $\hat{Q}_{32} = \hat{\sigma}_{32} e^{-i\omega_0 t}$ ，

$\hat{Q}_{31} = \hat{\sigma}_{31} e^{-i\omega_0 t}$, $\hat{Q}_{21} = \hat{\sigma}_{21}$, 可消除掉原子跃迁算符的快速振荡相位部分。(4.1)式中的

$$\begin{aligned}\hat{H}_a &= \hbar \sum_{l=1}^3 \omega_l \hat{Q}_{ll} \\ \hat{H}_{af} &= \hbar \left[(\Omega_1 e^{-i\omega_0 t} + g_c \hat{c} e^{-i\omega_c t}) \hat{Q}_{31} e^{i\omega_0 t} + (\Omega_2 e^{-i\omega_0 t} + g_a \hat{a} e^{-i\omega_a t}) \hat{Q}_{32} e^{i\omega_0 t} + h.c. \right] \\ &= \hbar \left[(\Omega_1 + g_c \hat{c} e^{-i\delta t}) \hat{Q}_{31} + (\Omega_2 + g_a \hat{a} e^{i\delta t}) \hat{Q}_{32} + h.c. \right]\end{aligned}\quad (4.2)$$

原子介质的动力学演化由原子算符的海森堡-朗之万运动方程来描述。

$$\dot{\hat{Q}}_{ij} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{Q}_{ij}] + \hat{F}_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (4.3)$$

将公式(4.2)代入到(4.3)中, 得到如下运动方程:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{Q}}_{11} &= \gamma_1 \hat{Q}_{33} - i(\Omega^* + g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t}) \hat{Q}_{13} + i(\Omega + g_c \hat{c} e^{-i\delta t}) \hat{Q}_{31} + \hat{F}_{11} \\ \dot{\hat{Q}}_{22} &= \gamma_2 \hat{Q}_{33} - i(\Omega^* + g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t}) \hat{Q}_{23} + i(\Omega + g_a \hat{a} e^{i\delta t}) \hat{Q}_{32} + \hat{F}_{22} \\ \dot{\hat{Q}}_{33} &= -(\gamma_1 + \gamma_2) \hat{Q}_{33} - i(\Omega + g_c \hat{c} e^{-i\delta t}) \hat{Q}_{31} - i(\Omega + g_a \hat{a} e^{i\delta t}) \hat{Q}_{32} \\ &\quad + i(\Omega^* + g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t}) \hat{Q}_{13} + i(\Omega^* + g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t}) \hat{Q}_{23} + \hat{F}_{33} \\ \dot{\hat{Q}}_{31} &= i\Gamma_0 \hat{Q}_{31} + i(\Omega^* + g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t})(\hat{Q}_{11} - \hat{Q}_{33}) + i(\Omega^* + g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t}) \hat{Q}_{21} + \hat{F}_{31} \\ \dot{\hat{Q}}_{13} &= -i\Gamma_0^* \hat{Q}_{13} + i(\Omega + g_c \hat{c} e^{-i\delta t})(\hat{Q}_{33} - \hat{Q}_{11}) - i(\Omega + g_a \hat{a} e^{i\delta t}) \hat{Q}_{12} + \hat{F}_{13} \\ \dot{\hat{Q}}_{32} &= -i\Gamma_a \hat{Q}_{32} + i(\Omega^* + g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t})(\hat{Q}_{22} - \hat{Q}_{33}) + i(\Omega^* + g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t}) \hat{Q}_{12} + \hat{F}_{32} \\ \dot{\hat{Q}}_{23} &= i\Gamma_a^* \hat{Q}_{23} + i(\Omega + g_a \hat{a} e^{i\delta t})(\hat{Q}_{33} - \hat{Q}_{22}) - i(\Omega + g_c \hat{c} e^{-i\delta t}) \hat{Q}_{21} + \hat{F}_{23} \\ \dot{\hat{Q}}_{21} &= i\Gamma_{21} \hat{Q}_{21} - i(\Omega^* + g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t}) \hat{Q}_{23} + i(\Omega + g_a \hat{a} e^{i\delta t}) \hat{Q}_{31} + \hat{F}_{21} \\ \dot{\hat{Q}}_{12} &= -i\Gamma_{21}^* \hat{Q}_{12} + i(\Omega + g_c \hat{c} e^{-i\delta t}) \hat{Q}_{32} - i(\Omega^* + g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t}) \hat{Q}_{13} + \hat{F}_{12}\end{aligned}\quad (4.4)$$

其中, $\Gamma_0 = -\Delta + i\gamma_{31}$, $\Gamma_a = \delta + \Delta - i\gamma_{32}$, $\Gamma_{21} = \delta + i\gamma_{21}$, $\gamma_{31} = \gamma_{32} = (\gamma_1 + \gamma_2)/2$, $\Omega_1 \approx \Omega_2 = \Omega$ 。 \hat{F}_{ij} 为朗之万噪声算符, 来自原子与真空态光场耦合时的自发辐射衰减, 其平均值为零 $\langle \hat{F}_{ij}(t) \rangle = 0$, 关联函数满足 $\langle \hat{F}_{ij}^+(t) \hat{F}_{ij'}^+(t') \rangle = 2D_{ij,ij'} \delta(t-t')$ 。其中, 扩散系数

$$D_{ij,ij'} = \frac{L}{N_0} \left\langle \hat{D}(\hat{Q}_{ij} \hat{Q}_{ij'}) - \hat{D}(\hat{Q}_{ij}) \hat{Q}_{ij'} - \hat{Q}_{ij} \hat{D}(\hat{Q}_{ij'}) \right\rangle \quad (4.5)$$

$\hat{D}(\hat{Q}_{ij})$ 表示公式(4.4)中原子算符 \hat{Q}_{ij} 的海森堡-朗之万运动方程去除朗之万噪声后的动力学部分。 δ 表示真空态光场的短暂记忆, L 为相互作用长度。因为量子化光场的强度很弱, 计算中采用微扰近似保留到光场算符的二阶项部分, 则 \hat{Q}_{31} 与 \hat{Q}_{23} 可以表示为:

$$\begin{aligned}\hat{Q}_{31} &= \hat{Q}_{31}^{(0)} + \hat{Q}_{31}^{(1)} + \hat{Q}_{31}^{(2)} + \dots, \\ \hat{Q}_{32} &= \hat{Q}_{32}^{(0)} + \hat{Q}_{32}^{(1)} + \hat{Q}_{32}^{(2)} + \dots,\end{aligned}\quad (4.6)$$

本章的首要目的是构造非线性四波混频放大过程的有效哈密顿量，基本思想是将原子算符表示成量子化光场算符与一个系数的乘积，这个系数包含了原子的参数和泵浦光场的参数。所以说，(4.6)式中 $\hat{Q}_{31}^{(0)}$ 与 $\hat{Q}_{32}^{(0)}$ 的表达式不包含量子化光场算符， $\hat{Q}_{31}^{(1)}$ 与 $\hat{Q}_{32}^{(1)}$ 含有一个光场算符， $\hat{Q}_{31}^{(2)}$ 与 $\hat{Q}_{32}^{(2)}$ 含有两个光场算符。将(4.6)式代入到(4.2)式，可得有效哈密顿量在形式上满足：

$$\begin{aligned}\hat{H}_{\text{eff}} &= \hbar(\Omega_1 + g_c \hat{c} e^{-i\delta t}) (\hat{Q}_{31}^{(0)} + \hat{Q}_{31}^{(1)} + \hat{Q}_{31}^{(2)}) \\ &\quad + \hbar(\Omega_2 + g_a \hat{a} e^{i\delta t}) (\hat{Q}_{32}^{(0)} + \hat{Q}_{32}^{(1)} + \hat{Q}_{32}^{(2)}) + h.c. \\ &\approx \hbar [g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \hat{Q}_{31}^{(1)} + \Omega_1 \hat{Q}_{31}^{(2)} + g_a \hat{a} e^{i\delta t} \hat{Q}_{32}^{(1)} + \Omega_2 \hat{Q}_{32}^{(2)} + h.c.]\end{aligned}\quad (4.7)$$

约等号后面舍弃掉了常数项和光场算符的一阶项，这并不影响我们对四波混频物理现象的表述。

4.2.2 零阶稳态解

计算原子算符的零阶微扰展开时，暂不考虑量子化光场部分以及朗之万噪声项，根据公式(4.4)可以利用如下的矩阵形式来求解零阶稳态解

$$\begin{pmatrix} \hat{Q}_{11}^{(0)} \\ \hat{Q}_{22}^{(0)} \\ \hat{Q}_{33}^{(0)} \\ \hat{Q}_{31}^{(0)} \\ \hat{Q}_{13}^{(0)} \\ \hat{Q}_{32}^{(0)} \\ \hat{Q}_{23}^{(0)} \\ \hat{Q}_{21}^{(0)} \\ \hat{Q}_{12}^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & i\Omega & -i\Omega^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & 0 & 0 & i\Omega & -i\Omega^* & 0 & 0 \\ \Omega^* & 0 & -\Omega^* & \Gamma_0 & 0 & 0 & 0 & \Omega^* & 0 \\ -\Omega & 0 & \Omega & 0 & -\Gamma_0^* & 0 & 0 & 0 & -\Omega \\ 0 & \Omega^* & -\Omega^* & 0 & 0 & -\Gamma_a & 0 & 0 & \Omega^* \\ 0 & -\Omega & \Omega & 0 & 0 & 0 & \Gamma_a^* & -\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Omega & 0 & 0 & -\Omega^* & \Gamma_{21} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega^* & \Omega & 0 & 0 & -\Gamma_{21}^* \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\quad (4.8)$$

其计算结果为：

$$\begin{pmatrix} \hat{Q}_{11}^{(0)} \\ \hat{Q}_{22}^{(0)} \\ \hat{Q}_{33}^{(0)} \\ \hat{Q}_{31}^{(0)} \\ \hat{Q}_{13}^{(0)} \\ \hat{Q}_{32}^{(0)} \\ \hat{Q}_{23}^{(0)} \\ \hat{Q}_{21}^{(0)} \\ \hat{Q}_{12}^{(0)} \end{pmatrix} = \frac{1}{G} \begin{pmatrix} \delta^2(\gamma^2 + \Delta^2) + \delta(\delta + 2\Delta)|\Omega|^2 + 4|\Omega|^4 \\ \delta^2(\Delta^2 + 2\delta\Delta + \delta^2 + \gamma^2) - \delta(\delta + 2\Delta)|\Omega|^2 + 4|\Omega|^4 \\ 2\delta^2|\Omega|^2 \\ \Re\Omega[\delta(i\gamma + \Delta) + 2|\Omega|^2] \\ \Re\Omega[\delta(-i\gamma + \Delta) + 2|\Omega|^2] \\ \Re\Omega[\delta(\delta + \Delta + i\gamma) - 2|\Omega|^2] \\ \Re\Omega[\delta(\delta + \Delta - i\gamma) - 2|\Omega|^2] \\ |\Omega|^2[(\delta - 2i\gamma)\delta - 4|\Omega|^2] \\ |\Omega|^2[(\delta + 2i\gamma)\delta - 4|\Omega|^2] \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

其中, $G = \delta^2(\delta^2 + 2\delta\Delta + 2\Delta^2 + 2\gamma^2) + 2\delta^2|\Omega|^2 + 8|\Omega|^4$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_{31} = \gamma_{32} = \gamma$, $\gamma_{21} \approx 0$ 。由(4.9)式可以看出, 当 $|\Delta/\delta|^2 \approx 0$, $|\gamma/\delta|^2$, $|\Omega/\delta|^2$, $|\Delta\Omega/\delta|^2 \rightarrow 0$ 时, $\hat{Q}_{22}^{(0)} \approx 1$, $\hat{Q}_{11}^{(0)} \approx \hat{Q}_{33}^{(0)} \approx \hat{Q}_{31}^{(0)} \approx \hat{Q}_{23}^{(0)} \approx \hat{Q}_{21}^{(0)} \approx 0$ 。即光泵浦使得绝大部分原子布居在基态 $|2\rangle$ 上, 如图4.1所示。

4.2.3 一阶稳态解

将零阶稳态解作为原子算符的库平均, 代入到一阶稳态方程中, 有

$$\begin{pmatrix} \hat{Q}_{11}^{(1)} \\ \hat{Q}_{22}^{(1)} \\ \hat{Q}_{33}^{(1)} \\ \hat{Q}_{31}^{(1)} \\ \hat{Q}_{13}^{(1)} \\ \hat{Q}_{32}^{(1)} \\ \hat{Q}_{23}^{(1)} \\ \hat{Q}_{21}^{(1)} \\ \hat{Q}_{12}^{(1)} \end{pmatrix} = U^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \hat{Q}_{31}^{(0)} - g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t} \hat{Q}_{13}^{(0)} - i\hat{F}_{11} \\ g_a \hat{a} e^{i\delta t} \hat{Q}_{32}^{(0)} - g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t} \hat{Q}_{23}^{(0)} - i\hat{F}_{22} \\ -g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t} (\hat{Q}_{11}^{(0)} - \hat{Q}_{33}^{(0)}) - g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t} \hat{Q}_{21}^{(0)} + i\hat{F}_{31} \\ g_c \hat{c} e^{-i\delta t} (\hat{Q}_{11}^{(0)} - \hat{Q}_{33}^{(0)}) + g_a \hat{a} e^{i\delta t} \hat{Q}_{12}^{(0)} + i\hat{F}_{13} \\ -g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t} (\hat{Q}_{22}^{(0)} - \hat{Q}_{33}^{(0)}) - g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t} \hat{Q}_{12}^{(0)} + i\hat{F}_{32} \\ g_a \hat{a} e^{i\delta t} (\hat{Q}_{22}^{(0)} - \hat{Q}_{33}^{(0)}) + g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \hat{Q}_{21}^{(0)} + i\hat{F}_{23} \\ -g_a \hat{a} e^{i\delta t} \hat{Q}_{31}^{(0)} + g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t} \hat{Q}_{23}^{(0)} + i\hat{F}_{21} \\ g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t} \hat{Q}_{13}^{(0)} - g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \hat{Q}_{32}^{(0)} + i\hat{F}_{12} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

系数矩阵:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i\gamma & -\Omega & \Omega^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i\gamma & 0 & 0 & -\Omega & \Omega^* & 0 & 0 \\ \Omega^* & 0 & -\Omega^* & \Gamma_0 & 0 & 0 & 0 & \Omega^* & 0 \\ -\Omega & 0 & \Omega & 0 & -\Gamma_0^* & 0 & 0 & 0 & -\Omega \\ 0 & \Omega^* & -\Omega^* & 0 & 0 & -\Gamma_a & 0 & 0 & \Omega^* \\ 0 & -\Omega & \Omega & 0 & 0 & 0 & \Gamma_a^* & -\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Omega & 0 & 0 & -\Omega^* & \Gamma_{21} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega^* & \Omega & 0 & 0 & -\Gamma_{21}^* \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

得到一阶稳态解 $\hat{Q}_{31}^{(1)}$ 和 $\hat{Q}_{23}^{(1)}$

$$\hat{Q}_{31}^{(1)} = \frac{D_1}{N} + \hat{F}_a, \quad \hat{Q}_{23}^{(1)} = \frac{E_1}{N} + \hat{F}_c \quad (4.12)$$

$$N = \det U = 2\gamma^2 |\Omega|^2 \left\{ [2\Lambda^2 + (\delta + 2\Lambda)\delta + 2\gamma^2] \delta^2 + 2\delta^2 |\Omega|^2 + 8|\Omega|^4 \right\} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} D_1 &\rightarrow \gamma (\Omega^*)^2 g_a \hat{a} e^{i\delta t} \mu_a \\ &= -(\Omega^*)^2 g_a \hat{a} e^{i\delta t} \frac{2\gamma^2 \delta^2}{G} \left\{ \begin{aligned} &\delta^2 (-\Delta - i\gamma) (\Delta^2 + 2\delta\Delta + \gamma^2 + \delta^2) \\ &-\delta (4\gamma^2 - 2i\gamma\delta - 4i\gamma\Delta + 3\delta^2 + 4\delta\Delta) |\Omega|^2 + 2(2i\gamma + 6\Delta + \delta) |\Omega|^4 \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \hat{F}_a &= \alpha_{31} \hat{F}_{31} + \alpha_{23} \hat{F}_{23} + \alpha_{21} \hat{F}_{21} \\ &= \frac{i(-i\gamma\delta - \delta^2 + \delta\Delta + |\Omega|^2) \hat{F}_{31} + i(\Omega^*)^2 \hat{F}_{23} + i\Omega^* (i\gamma + \delta - \Delta) \hat{F}_{21}}{\delta(\gamma^2 - i\gamma\delta - \delta\Delta + \Delta^2) + (2i\gamma + \delta) |\Omega|^2} \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\alpha_{23} = \frac{i}{T} (\Omega^*)^2, \alpha_{21} = \frac{i}{T} (i\gamma + \delta + \Delta) \Omega^*, \alpha_{31} = \frac{i}{T} (-i\gamma\delta - \delta^2 - \delta\Delta + |\Omega|^2) \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} E_1 &\rightarrow -\gamma \Omega^2 g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t} \mu_c \\ &= -\Omega^2 g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t} \frac{2\gamma^2 \delta^2}{G} \left\{ \begin{aligned} &\delta^2 (-\Delta + i\gamma - \delta) (\Delta^2 + \gamma^2) \\ &+\delta (4\gamma^2 + 2i\gamma\delta + 4i\gamma\Delta - \delta^2 - 4\delta\Delta) |\Omega|^2 - 2(2i\gamma - 6\Delta - 5\delta) |\Omega|^4 \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \hat{F}_c &= \beta_{31} \hat{F}_{31} + \beta_{23} \hat{F}_{23} + \beta_{21} \hat{F}_{21} \\ &= \frac{i\Omega^2 \hat{F}_{31} + i(-i\gamma\delta - \delta\Delta + |\Omega|^2) \hat{F}_{23} - i\Omega (i\gamma + \Delta) \hat{F}_{21}}{\delta(\gamma^2 - i\gamma\delta - \delta\Delta + \Delta^2) + (2i\gamma + \delta) |\Omega|^2} \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\beta_{31} = \frac{i}{T} \Omega^2, \beta_{21} = \frac{i}{T} (-i\gamma + \Delta) \Omega, \beta_{23} = \frac{i}{T} (-i\gamma\delta + \delta\Delta + |\Omega|^2) \quad (4.19)$$

$$T = \delta(\gamma^2 - i\gamma\delta + \delta\Delta + \Delta^2) + (2i\gamma + \delta)|\Omega|^2 \quad (4.20)$$

μ_a 和 μ_c 是与原子和泵浦光有关的常数。上面的求解中， $\hat{Q}_{31}^{(1)}$ 仅保留了包含有 $(\Omega^*)^2 g_a \hat{a} e^{i\delta t}$ 的项，带回到公式(4.7)，对应哈密顿量中的 $g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \hat{Q}_{31}^{(1)} \rightarrow (\Omega^*)^2 g_a g_c \hat{a} \hat{c}$ 。

在公式(4.1)中已定义 $\Omega = \bar{\Omega} e^{i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}}$ ， $g_a = \bar{g}_a e^{i\vec{k}_a \cdot \vec{r}}$ ， $g_c = \bar{g}_c e^{i\vec{k}_c \cdot \vec{r}}$ ，则有 $\Omega^{*2} g_a g_c = \bar{\Omega}^{*2} \bar{g}_a \bar{g}_c e^{-i(2\vec{k}_0 - \vec{k}_a - \vec{k}_c) \cdot \vec{r}}$ ，该式对应的物理含义为四波混频过程中可能满足的相位匹配条件 $2\vec{k}_0 - \vec{k}_a - \vec{k}_c = 0$ 。同样地， $\hat{Q}_{23}^{(1)}$ 仅保留了包含有 $\Omega^2 g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t}$ 的项。于是得到(4.7)式中有效哈密顿量的一阶微扰部分为：

$$\begin{aligned} & \hbar \left(g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \hat{Q}_{31}^{(1)} + g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t} \hat{Q}_{23}^{(1)} + h.c. \right) \\ \rightarrow & \hbar \left[g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \left(\frac{D_1}{N} + \hat{F}_a \right) + g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t} \left(\frac{E_1}{N} + \hat{F}_c \right) + h.c. \right] \\ = & \hbar \left[\Lambda (\Omega^*)^2 g_a g_c \hat{a} \hat{c} + \Lambda^* \Omega^2 g_a^* g_c^* \hat{a}^+ \hat{c}^+ \right] + \hbar \left(g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \hat{F}_a + g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t} \hat{F}_c + h.c. \right) \end{aligned} \quad (4.21)$$

其中，

$$\Lambda = \frac{\delta^2}{G^2} \left\{ \begin{array}{l} i\delta^2 [2\gamma^2 - i\gamma\delta + (\delta + 2\Delta)(\delta + \Delta)] (\gamma - i\Delta) \frac{\Omega^*}{\Omega} + 4\delta^2 (\delta + 2\Delta) \\ -4(2i\gamma + 6\Delta + 3\delta)|\Omega|^2 \end{array} \right\} \quad (4.22)$$

4.2.4 二阶稳态解

至此，我们求得了一阶微扰对四波混频过程中关联项及噪声项的贡献，接下来按照求解一阶稳态解的思想，将一阶稳态解 $\hat{Q}_{31}^{(1)}$ 和 $\hat{Q}_{23}^{(1)}$ 代入到二阶稳态方程中，有：

$$\begin{pmatrix} \hat{Q}_{11}^{(2)} \\ \hat{Q}_{22}^{(2)} \\ \hat{Q}_{33}^{(2)} \\ \hat{Q}_{31}^{(2)} \\ \hat{Q}_{13}^{(2)} \\ \hat{Q}_{32}^{(2)} \\ \hat{Q}_{23}^{(2)} \\ \hat{Q}_{21}^{(2)} \\ \hat{Q}_{12}^{(2)} \end{pmatrix} = U^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \hat{Q}_{31}^{(1)} - g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t} \hat{Q}_{13}^{(1)} \\ g_a \hat{a} e^{i\delta t} \hat{Q}_{32}^{(1)} - g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t} \hat{Q}_{23}^{(1)} \\ -g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t} (\hat{Q}_{11}^{(1)} - \hat{Q}_{33}^{(1)}) - g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t} \hat{Q}_{21}^{(1)} \\ g_c \hat{c} e^{-i\delta t} (\hat{Q}_{11}^{(1)} - \hat{Q}_{33}^{(1)}) + g_a \hat{a} e^{i\delta t} \hat{Q}_{12}^{(1)} \\ -g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t} (\hat{Q}_{22}^{(1)} - \hat{Q}_{33}^{(1)}) - g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t} \hat{Q}_{12}^{(1)} \\ g_a \hat{a} e^{i\delta t} (\hat{Q}_{22}^{(1)} - \hat{Q}_{33}^{(1)}) + g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \hat{Q}_{21}^{(1)} \\ -g_a \hat{a} e^{i\delta t} \hat{Q}_{31}^{(1)} + g_c^* \hat{c}^+ e^{i\delta t} \hat{Q}_{23}^{(1)} \\ g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t} \hat{Q}_{13}^{(1)} - g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \hat{Q}_{32}^{(1)} \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

朗之万噪声对二阶解的贡献很小，忽略不计，则满足相位匹配条件的 $\hat{Q}_{31}^{(2)}$ 和 $\hat{Q}_{32}^{(2)}$ 的稳

态解为:

$$\hat{Q}_{31}^{(2)} = \frac{D_2}{N}, \quad \hat{Q}_{23}^{(1)} = \frac{E_2}{N} \quad (4.24)$$

其中,

$$\begin{aligned} D_2 &\rightarrow g_a g_c \hat{a} \hat{c} \mu_1 + g_a^* g_c^* \hat{a}^+ \hat{c}^+ \mu_2 \\ &= -g_a g_c \hat{a} \hat{c} \frac{8\gamma^6 \delta \Omega^2 |\Omega|^4}{N^3} \{2\delta^5 [\gamma + i(\delta + \Delta)]^2 (i\gamma + \delta + \Delta)(\gamma^2 + \Delta^2) \\ &\quad + \delta^4 \left[8\gamma^4 - 4i\gamma^3 \delta - \delta^4 - 10\delta^3 \Delta - 12\delta^2 \Delta^2 + 4\delta \Delta^3 + 8\Delta^4 \right] |\Omega|^2 \\ &\quad + 2\delta^3 \left[11\delta^3 - 4i\gamma^3 + 2\gamma^2 (\delta + 2\Delta) + 42\delta^2 \Delta + 54\delta \Delta^2 + 20\Delta^3 - 4i\gamma (2\delta^2 + 5\delta \Delta + 5\Delta^2) \right] |\Omega|^4 \\ &\quad - 8\delta^2 (2\gamma^2 + i\gamma \delta + 3\delta^2 + 9\delta \Delta + 10\Delta^2) |\Omega|^6 + 32\delta (2i\gamma - 3\delta - 2\Delta) |\Omega|^8 + 64 |\Omega|^{10} \} \\ &\quad - g_a^* g_c^* \hat{a}^+ \hat{c}^+ \frac{8i\gamma^6 \delta \Omega^2 |\Omega|^4}{N^3} \{ \delta^6 [\gamma + i(\delta + \Delta)] (\delta + 2\Delta) (\gamma^2 + \Delta^2) \\ &\quad - 2\delta^4 \left[\gamma^3 (5\delta + 4\Delta) - \gamma \Delta (2\delta^2 - \delta \Delta - 4\Delta^2) + i\gamma^2 (6\delta^2 + 11\delta \Delta + 4\Delta^2) \right] |\Omega|^2 \\ &\quad - 2\delta^3 \left[4\gamma^3 - 4i\gamma^2 (2\delta + \Delta) + 4\gamma (2\delta^2 + 5\delta \Delta + 5\Delta^2) + i(7\delta^3 + 30\delta^2 \Delta + 36\delta \Delta^2 + 12\Delta^3) \right] |\Omega|^4 \\ &\quad + 4i\delta^2 \left[12\gamma^2 + 9\delta^2 + 4i\gamma (\delta + 2\Delta) + 16\delta \Delta + 20\Delta^2 \right] |\Omega|^6 \\ &\quad - 16i\delta (6i\gamma - 11\delta - 10\Delta) |\Omega|^8 - 64i |\Omega|^{10} \} \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} E_2 &\rightarrow g_a g_c \hat{a} \hat{c} \mu_3 + g_a^* g_c^* \hat{a}^+ \hat{c}^+ \mu_4 \\ &= -g_a g_c \hat{a} \hat{c} \frac{8i\gamma^6 \delta \Omega^2 |\Omega|^4}{N^3} \{ \delta^6 [\gamma^2 + (\delta + \Delta)^2] (\delta + 2\Delta) (\gamma - i\Delta) \\ &\quad + 2\delta^4 \left[-i\gamma^2 (\delta + 4\Delta) (\delta - \Delta) + \gamma^3 (\delta - 4\Delta) - \gamma (\delta + \Delta) (\delta^2 + 7\delta \Delta + 4\Delta^2) \right] |\Omega|^2 \\ &\quad + 2\delta^3 \left[4\gamma^3 - 4i\gamma^2 (\delta - \Delta) + 4\gamma (2\delta^2 + 5\delta \Delta + 5\Delta^2) + i(\delta^3 + 6\delta^2 \Delta - 12\Delta^3) \right] |\Omega|^4 \\ &\quad - 4i\delta^2 (12\gamma^2 + 13\delta^2 - 4i\gamma (\delta + 2\Delta) + 24\delta \Delta + 20\Delta^2) |\Omega|^6 \\ &\quad - 16i\delta (-6i\gamma + \delta - 10\Delta) |\Omega|^8 + 64i |\Omega|^{10} \} \\ &\quad + g_a^* g_c^* \hat{a}^+ \hat{c}^+ \frac{8\gamma^6 \delta \Omega^2 |\Omega|^4}{N^3} \{ 2\delta^5 [\gamma^2 + (\delta + \Delta)^2] (\gamma - i\Delta)^2 (i\gamma - \Delta) \\ &\quad + \delta^4 \left[8\gamma^4 - 4i\gamma^3 \delta + \delta^4 + 6\delta^3 \Delta + 24\delta^2 \Delta^2 + 28\delta \Delta^3 + 8\Delta^4 \right] |\Omega|^2 \\ &\quad + 2\delta^3 \left[3\delta^3 - 4i\gamma^3 - 2\gamma^2 (\delta + 2\Delta) + 6\delta^2 \Delta - 6\delta \Delta^2 - 20\Delta^3 - 4i\gamma (2\delta^2 + 5\delta \Delta + 5\Delta^2) \right] |\Omega|^4 \\ &\quad - 8\delta^2 (2\gamma^2 + i\gamma \delta + 4\delta^2 + 11\delta \Delta + 10\Delta^2) |\Omega|^6 - 32\delta (\delta - 2i\gamma - 2\Delta) |\Omega|^8 + 64 |\Omega|^{10} \} \end{aligned} \quad (4.26)$$

4.2.5 有效哈密顿量

最后，将稳态解 $\hat{Q}_{31}^{(1)}$, $\hat{Q}_{31}^{(2)}$, $\hat{Q}_{23}^{(1)}$, $\hat{Q}_{23}^{(2)}$ 中满足相位匹配的部分带入公式(4.7)中，得到有效哈密顿量的具体表达式：

$$\begin{aligned}\hat{H}_{\text{eff}} &\rightarrow \hbar \left(g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \hat{Q}_{31}^{(1)} + \Omega_1 \hat{Q}_{31}^{(2)} + g_a \hat{a} e^{i\delta t} \hat{Q}_{32}^{(1)} + \Omega_2 \hat{Q}_{32}^{(2)} + h.c. \right) \\ &= \hbar \left(\Lambda + \mu_1 + \mu_3 + \mu_2^* + \mu_4^* \right) g_a g_c \hat{a} \hat{c} + \hbar \left(g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \hat{F}_a + g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t} \hat{F}_c \right) + h.c. \\ &= \hbar \kappa_1 \Omega^{*2} g_a g_c \hat{a} \hat{c} + \hbar \left(g_c \hat{c} e^{-i\delta t} \hat{F}_a + g_a^* \hat{a}^+ e^{-i\delta t} \hat{F}_c \right) + h.c. \\ &= \hbar \kappa \hat{a} \hat{c} + \hbar \hat{F}_c \hat{a}^+ + \hbar \hat{F}_a \hat{c} + h.c.\end{aligned}\quad (4.27)$$

其中， $\kappa = \kappa_1 \Omega^{*2} g_a g_c$, $\hat{F}_c = g_a^* e^{-i\delta t} \hat{F}_c$, $\hat{F}_a = g_c e^{-i\delta t} \hat{F}_a$ 。

$$\begin{aligned}\kappa_1 &= \frac{4\delta^6 (\delta + 2\Delta)}{G^3} \left\{ \left[\gamma^2 + (\delta + \Delta)^2 \right] (\gamma^2 + \Delta^2) \frac{1}{|\Omega|^2} + (\delta^2 - 2\gamma^2 + 6\delta\Delta + 6\Delta^2) \right\} \\ &\quad - \frac{16\delta^2 (\delta + 2\Delta)}{G^3} \left[\delta^2 (\gamma^2 + 2\delta^2 + 5\delta\Delta + 5\Delta^2) + \delta^2 |\Omega|^2 - 8|\Omega|^4 \right] |\Omega|^2\end{aligned}\quad (4.28)$$

采用近似条件， $|\Omega / \delta|^2 \rightarrow 0$ ，我们有：

$$\kappa_1 \approx \frac{4(\delta + 2\Delta)}{(\delta^2 + 2\delta\Delta + 2\Delta^2 + 2\gamma^2)^3} \left\{ \frac{\left[\gamma^2 + (\delta + \Delta)^2 \right] (\gamma^2 + \Delta^2)}{|\Omega|^2} + (\delta^2 - 2\gamma^2 + 6\delta\Delta + 6\Delta^2) \right\} \quad (4.29)$$

因此，采用二阶微扰近似，并保留相互作用过程中相位匹配项与朗之万噪声对光场的贡献，最终获得了等效于公式(4.1)的有效哈密顿量：

$$\hat{H}_{\text{eff}} = \hbar \kappa \hat{a}^+ \hat{c}^+ + \hbar \hat{F}_c \hat{a}^+ + \hbar \hat{F}_a \hat{c} + h.c. \quad (4.30)$$

这里，取 Ω 为实数。(4.30)所描述的具体物理过程为：在强泵浦光与原子的相互作用下，激发原子介质的三阶非线性四波混频过程，吸收两个泵浦光光子的能量 Ω^2 ，并将其转换为一对时域上具有强度关联的孪生光束 $\hat{a}^+ \hat{c}^+$ 。同时，在相互作用过程中，自发辐射的原子噪声以朗之万噪声的形式进入光场。

4.3 光场的 EPR(Einstein-Podolsky-Rosen)纠缠特性

EPR纠缠指的是两粒子系统所具有的一种空间非定域关联特性和不可分性。即使将这两个子系统空间分离，对一个子系统的观察也必将影响另外一个子系统的测量结果。这个概念最早由Einstein, Podolsky和Rosen三位科学家于1935年在联合发表的论文中提出^[123]。

4.3.1 光场算符及正交分量的运动方程

由(4.30)式的有效哈密顿量可知，量子化光场产生/湮灭算符的运动方程为：

$$\dot{\hat{a}} = -i\kappa\hat{c}^+ - i\hat{F}_c^-, \quad \dot{\hat{a}}^+ = i\kappa\hat{c} + i\hat{F}_c^+, \quad \dot{\hat{c}} = -i\kappa\hat{a}^+ - i\hat{F}_a^+, \quad \dot{\hat{c}}^+ = i\kappa\hat{a} + i\hat{F}_a^- \quad (4.31)$$

光场的产生/湮灭算符是一对不可观测的物理量，本章我们研究光场的正交振幅 $\hat{X}_a = (\hat{a} + \hat{a}^+)/\sqrt{2}$ ， $\hat{X}_c = (\hat{c} + \hat{c}^+)/\sqrt{2}$ ，与正交位相 $\hat{P}_a = (\hat{a} - \hat{a}^+)/i\sqrt{2}$ ， $\hat{P}_c = (\hat{c} - \hat{c}^+)/i\sqrt{2}$ ，($\hat{c} = i\hat{c}^+$ ， $\hat{c}^+ = -i\hat{c}$)。对于量子化的电磁场，其正交振幅和正交位相是一对共轭的正则变量，与Einstein等人提出的正则位置、正则动量等价，且属于连续变量范畴。由(4.31)得知光场正交分量的运动方程为：

$$\dot{\hat{X}}_a = \kappa\hat{X}_c + i\frac{\hat{F}_c^+ - \hat{F}_c^-}{\sqrt{2}}, \quad \dot{\hat{X}}_c = \kappa\hat{X}_a + \frac{\hat{F}_a^+ + \hat{F}_a^-}{\sqrt{2}} \quad (4.32)$$

$$\dot{\hat{P}}_a = -\kappa\hat{P}_c - \frac{\hat{F}_c^+ + \hat{F}_c^-}{\sqrt{2}}, \quad \dot{\hat{P}}_c = -\kappa\hat{P}_a + \frac{\hat{F}_a^+ - \hat{F}_a^-}{i\sqrt{2}} \quad (4.33)$$

(4.32)式也可表示成如下的矩阵形式：

$$\frac{d}{dt}u(t) = Ju(t) + F(t) \quad (4.34)$$

微分方程解的形式为：

$$u(t) = e^{Jt} \left[u(0) + \int_0^t e^{-Jt'} F(t') dt' \right] \quad (4.35)$$

其中，

$$u(t) = \begin{bmatrix} \hat{X}_a(t) \\ \hat{X}_c(t) \end{bmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & \kappa \\ \kappa & 0 \end{pmatrix}, \quad F(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i\hat{F}_c^+ - i\hat{F}_c^- \\ \hat{F}_a^+ + \hat{F}_a^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{f}_a(t) \\ \hat{f}_c(t) \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

最终求得：

$$\begin{aligned} \hat{X}_a(t) &= \cosh[\kappa t] \hat{X}_a(0) + \sinh[\kappa t] \hat{X}_c(0) \\ &\quad + \int_0^t \{ \cosh[\kappa(t-t')] f_a(t') + \sinh[\kappa(t-t')] f_c(t') \} dt' \end{aligned} \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned} \hat{X}_c(t) &= \sinh[\kappa t] \hat{X}_a(0) + \cosh[\kappa t] \hat{X}_c(0) \\ &\quad + \int_0^t \{ \sinh[\kappa(t-t')] f_a(t') + \cosh[\kappa(t-t')] f_c(t') \} dt' \end{aligned} \quad (4.38)$$

$\hat{X}_a(0)$ 和 $\hat{X}_c(0)$ 为初始时刻的正交振幅分量。量子纠缠研究的是两束量子化光场之间的量子关联特性，所以引入联合的正交算符(正交振幅差与正交位相和)。由(4.38)与(4.39)可得正交振幅差为：

$$\hat{X}_-(t) = \hat{X}_a(t) - \hat{X}_c(t) = [\hat{X}_a(0) - \hat{X}_c(0)]e^{-\kappa t} + \int_0^t [f_a(t') - f_c(t')]e^{-\kappa(t-t')} dt' \quad (4.39)$$

同样地，可求得光场的正交位相分量：

$$\begin{aligned} \hat{P}_a(t) &= \cosh[\kappa t] \hat{P}_a(0) - \sinh[\kappa t] \hat{P}_c(0) \\ &\quad + \int_0^t \{ \cosh[\kappa(t-t')] f_a(t') - \sinh[\kappa(t-t')] f_c(t') \} dt' \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_c(t) &= -\sinh[\kappa t] \hat{P}_a(0) + \cosh[\kappa t] \hat{P}_c(0) \\ &\quad + \int_0^t \{ -\sinh[\kappa(t-t')] f_a(t') + \cosh[\kappa(t-t')] f_c(t') \} dt' \end{aligned} \quad (4.41)$$

以及正交位相和分量：

$$\hat{P}_+(t) = \hat{P}_a(t) + \hat{P}_c(t) = [\hat{P}_a(0) + \hat{P}_c(0)]e^{-\kappa t} + \int_0^t [f_a'(t') + f_c'(t')]e^{-\kappa(t-t')} dt' \quad (4.42)$$

$\hat{P}_a(0)$ 和 $\hat{P}_c(0)$ 为初始时刻的正交位相分量。光场的朗之万噪声部分

$$\hat{f}'_a(t) = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{F}_c^+ + \hat{F}_c^-), \quad \hat{f}'_c(t) = \frac{1}{i\sqrt{2}}(\hat{F}_c^+ - \hat{F}_c^-) \quad (4.43)$$

4.3.2 光场正交分量的起伏

实现连续变量纠缠态光场的前提是两光场的联合正交分量的噪声(起伏)被压缩，二者存在强量子关联。如图4.2所示采用光场正交分量的量子噪声描述了一种理想的 EPR 纠缠态光场，光场 \hat{a} 和 \hat{c} 具有正交振幅正关联、正交位相反关联的特性。

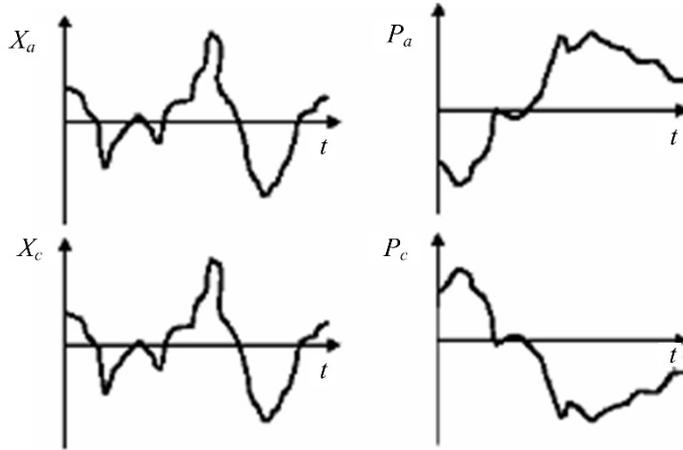


图4.2 一种理想的EPR纠缠

对真空态和相干态，正交分量的方差满足 $\text{Var}(\hat{X}_-) = \text{Var}(\hat{P}_+) = 1$ 。根据Duan等人2000年提出的连续变量EPR纠缠态光场的充分性判据^[130]，当振幅差与位相和的总方差违背不确定关系 $I = [\text{Var}(\hat{X}_-) + \text{Var}(\hat{P}_+)]/2 \geq 1$ 时，则认为两光场之间是不可分的，存在纠缠。考虑该四波混频过程在真空注入时的情形，即 $\langle \hat{X}_{a,c}(0) \rangle = \langle \hat{P}_{a,c}(0) \rangle = 0$ 以及

$$\begin{aligned} \langle \hat{X}_o(0)\hat{X}_o'(0) \rangle &= \langle \hat{P}_o(0)\hat{P}_o'(0) \rangle = \delta_{oo'} / 2, \text{ 则 } \langle \hat{X}_a(t) - \hat{X}_c(t) \rangle = \langle \hat{P}_a(t) + \hat{P}_c(t) \rangle = 0, \\ \langle [\hat{X}_a(t) - \hat{X}_c(t)]^2 \rangle &= \langle A_1(t) \rangle^2 + \int_0^t \langle B_1(t, t') B_1(t, t'') \rangle dt' dt'' \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\langle [\hat{P}_a(t) + \hat{P}_c(t)]^2 \rangle = \langle A_2(t) \rangle^2 + \int_0^t \langle B_2(t, t') B_2(t, t'') \rangle dt' dt'' \quad (4.45)$$

其中,

$$\begin{aligned} A_1(t) &= e^{-\kappa t} [\hat{X}_a(0) - \hat{X}_c(0)], \\ A_2(t) &= e^{-\kappa t} [\hat{P}_a(0) - \hat{P}_c(0)], \\ B_1(t, t') &= e^{-\kappa(t-t')} [\hat{f}_a(t') - \hat{f}_c(t')], \\ B_2(t, t') &= e^{-\kappa(t-t')} [\hat{f}_b(t') + \hat{f}_c(t')], \end{aligned} \quad (4.46)$$

假定光场正交分量与朗之万噪声之间不存在关联, 有 $\langle \hat{X}_{a,c}(0) \hat{f}_{a,c}(t') \rangle = \langle \hat{P}_{a,c}(0) \hat{f}_{a,c}(t') \rangle = 0$ 。该系统联合正交分量的总方差为:

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} \{ \text{Var}[\hat{X}_-(t)] + \text{Var}[\hat{P}_+(t)] \} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \langle [\hat{X}_a(t) - \hat{X}_c(t)]^2 \rangle + \langle [\hat{P}_a(t) + \hat{P}_c(t)]^2 \rangle \right\} \\ &= e^{-2\kappa t} + \frac{1}{2} \int_0^t \langle B_1(t, t') B_1(t, t'') \rangle dt' dt'' + \frac{1}{2} \int_0^t \langle B_2(t, t') B_2(t, t'') \rangle dt' dt'' \end{aligned} \quad (4.47)$$

第一项表示不考虑损耗及额外噪声情况下的总方差, 第二项和第三项表示自发辐射噪声对纠缠的影响。其中,

$$\begin{aligned} \langle \hat{f}_a(t') \hat{f}_a(t'') \rangle &= -\frac{1}{2} \{ e^{i2\delta t'} D_{\hat{c}^+, \hat{c}^+} - D_{\hat{c}^+, \hat{c}} - D_{\hat{c}, \hat{c}^+} + e^{-i2\delta t'} D_{\hat{c}, \hat{c}} \} \delta(t' - t'') \\ \langle \hat{f}_a(t') \hat{f}_c(t'') \rangle &= \frac{i}{2} \{ e^{i2\delta t'} D_{\hat{c}^+, \hat{a}^+} + D_{\hat{c}^+, \hat{a}} - D_{\hat{c}, \hat{a}^+} - e^{-i2\delta t'} D_{\hat{c}, \hat{a}} \} \delta(t' - t'') \\ \langle \hat{f}_c(t') \hat{f}_a(t'') \rangle &= \frac{i}{2} \{ e^{i2\delta t'} D_{\hat{a}^+, \hat{c}^+} - D_{\hat{a}^+, \hat{c}} + D_{\hat{a}, \hat{c}^+} - e^{-i2\delta t'} D_{\hat{a}, \hat{c}} \} \delta(t' - t'') \\ \langle \hat{f}_c(t') \hat{f}_c(t'') \rangle &= \frac{1}{2} \{ e^{i2\delta t'} D_{\hat{a}^+, \hat{a}^+} - D_{\hat{a}^+, \hat{a}} - D_{\hat{a}, \hat{a}^+} + e^{-i2\delta t'} D_{\hat{a}, \hat{a}} \} \delta(t' - t'') \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned}
 \langle \hat{f}'_a(t') \hat{f}'_a(t'') \rangle &= \frac{1}{2} \left\{ e^{i2\delta t'} D_{\hat{c}^+, \hat{c}^+} + D_{\hat{c}^+, \hat{c}} + D_{\hat{c}, \hat{c}^+} + e^{-i2\delta t'} D_{\hat{c}, \hat{c}} \right\} \delta(t' - t'') \\
 \langle \hat{f}'_a(t') \hat{f}'_c(t'') \rangle &= \frac{i}{2} \left\{ e^{i2\delta t'} D_{\hat{c}^+, \hat{a}^+} - D_{\hat{c}^+, \hat{a}} + D_{\hat{c}, \hat{a}^+} - e^{-i2\delta t'} D_{\hat{c}, \hat{a}} \right\} \delta(t' - t'') \\
 \langle \hat{f}'_c(t') \hat{f}'_a(t'') \rangle &= \frac{i}{2} \left\{ e^{i2\delta t'} D_{\hat{a}^+, \hat{c}^+} + D_{\hat{a}^+, \hat{c}} - D_{\hat{a}, \hat{c}^+} - e^{-i2\delta t'} D_{\hat{a}, \hat{c}} \right\} \delta(t' - t'') \\
 \langle \hat{f}'_c(t') \hat{f}'_c(t'') \rangle &= -\frac{1}{2} \left\{ e^{i2\delta t'} D_{\hat{a}^+, \hat{a}^+} - D_{\hat{a}^+, \hat{a}} - D_{\hat{a}, \hat{a}^+} + e^{-i2\delta t'} D_{\hat{a}, \hat{a}} \right\} \delta(t' - t'')
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

耗散系数 $D_{\hat{o}, \hat{o}'} = \langle \hat{F}_{\hat{o}} \hat{F}_{\hat{o}'} \rangle$, $D_{\hat{o}^+, \hat{o}'} = \langle \hat{F}_{\hat{o}}^+ \hat{F}_{\hat{o}'} \rangle$, $D_{\hat{o}, \hat{o}^+} = \langle \hat{F}_{\hat{o}} \hat{F}_{\hat{o}'}^+ \rangle$ 。将(4.48)与(4.49)式代入到(4.47)中, 有:

$$I = e^{-2\kappa t} + \frac{1 - e^{-2\kappa t}}{4\kappa} \left\{ D_{\hat{c}^+, \hat{c}} + D_{\hat{c}, \hat{c}^+} + i \left(D_{\hat{a}^+, \hat{c}} - D_{\hat{c}^+, \hat{a}} + D_{\hat{c}, \hat{a}^+} - D_{\hat{a}, \hat{c}^+} \right) \right\} \tag{4.50}$$

求解 $D_{\hat{o}, \hat{o}'}$ 的关键是求解原子算符的朗之万耗散系数, 由海森堡-朗之万运动方程及广义的爱因斯坦关系式^[131,132], 我们可知:

$$\langle K(t) K(t)^T \rangle = \gamma \begin{pmatrix} 0 & \hat{Q}_{33}^{(0)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{Q}_{33}^{(0)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\hat{Q}_{11}^{(0)} + \hat{Q}_{33}^{(0)} & 0 & 2\hat{Q}_{12}^{(0)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\hat{Q}_{21}^{(0)} & 0 & 2\hat{Q}_{22}^{(0)} + \hat{Q}_{33}^{(0)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \delta(t - t') \tag{4.51}$$

其中, $K(t) = [\hat{F}_{12}(t) \ \hat{F}_{21}(t) \ \hat{F}_{13}(t) \ \hat{F}_{31}(t) \ \hat{F}_{23}(t) \ \hat{F}_{32}(t)]^T$, 结合公式(4.51)与(4.15)、(4.18), 得到耗散系数的表达式:

$$\begin{aligned}
 D_{\hat{c}^+, \hat{c}} &= \gamma |g_a|^2 \left\{ 2|\beta_{31}|^2 \hat{Q}_{11}^{(0)} + (|\beta_{21}|^2 + |\beta_{31}|^2) \hat{Q}_{33}^{(0)} \right\} \\
 D_{\hat{c}, \hat{c}^+} &= \gamma |g_a|^2 \left\{ 2|\beta_{23}|^2 \hat{Q}_{22}^{(0)} + (|\beta_{21}|^2 + |\beta_{23}|^2) \hat{Q}_{33}^{(0)} \right\} \\
 D_{\hat{c}^+, \hat{a}} &= \gamma g_a g_c \left\{ 2\beta_{31}^* \alpha_{31} \hat{Q}_{11}^{(0)} + (\beta_{21}^* \alpha_{21} + \beta_{31}^* \alpha_{31}) \hat{Q}_{33}^{(0)} \right\} \\
 D_{\hat{c}, \hat{a}^+} &= \gamma g_a^* g_c^* \left\{ 2\beta_{23} \alpha_{23}^* \hat{Q}_{22}^{(0)} + (\beta_{21} \alpha_{21}^* + \beta_{23} \alpha_{23}^*) \hat{Q}_{33}^{(0)} \right\}
 \end{aligned} \tag{4.52}$$

4.3.3 各参数对纠缠的影响

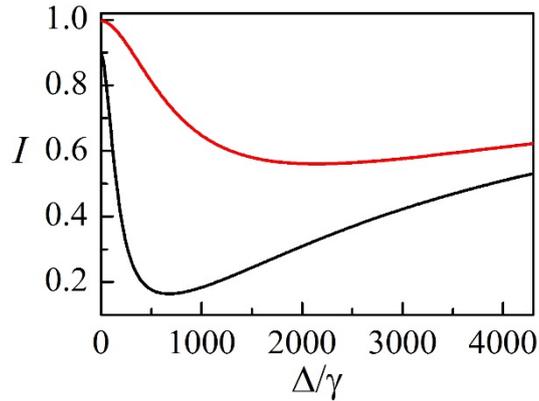


图4.3 不同原子汽室下纠缠随泵浦场失谐的变化:红线表示铯原子介质,超精细分裂 $\delta = 2000\gamma$;黑线表示铷原子介质,超精细分裂 $\delta = 650\gamma$ 。其余参数: $\gamma = 4.6 \text{ MHz}$, $\Omega = 50\gamma$, $\gamma t = 50$, $g = 5\gamma$ 。

由 EPR 纠缠判据可知,当联合正交分量的总方差小于 1 时则认为两光场是纠缠的。利用该系统在铷原子介质内获得纠缠态光场已经被广泛研究并得到实验证实,而对铯原子的实验和理论研究都相对较少。基于这个事实,我们在图 4.3 中分析了在铷和铯两种原子系统中的纠缠特性,两者的区别在于基态超精细分裂能级的频率间隔不同,铷原子为 3 GHz,铯原子为 9.2 GHz。理论结果显示:(i) 同样参数下,在铯原子中得到的纠缠比铷原子要小;(ii) 总是存在最佳的泵浦场失谐使获得的纠缠最大,并且在铷原子和铯原子各自达到最大纠缠的情况下,相对来说铯原子需要更大的失谐。

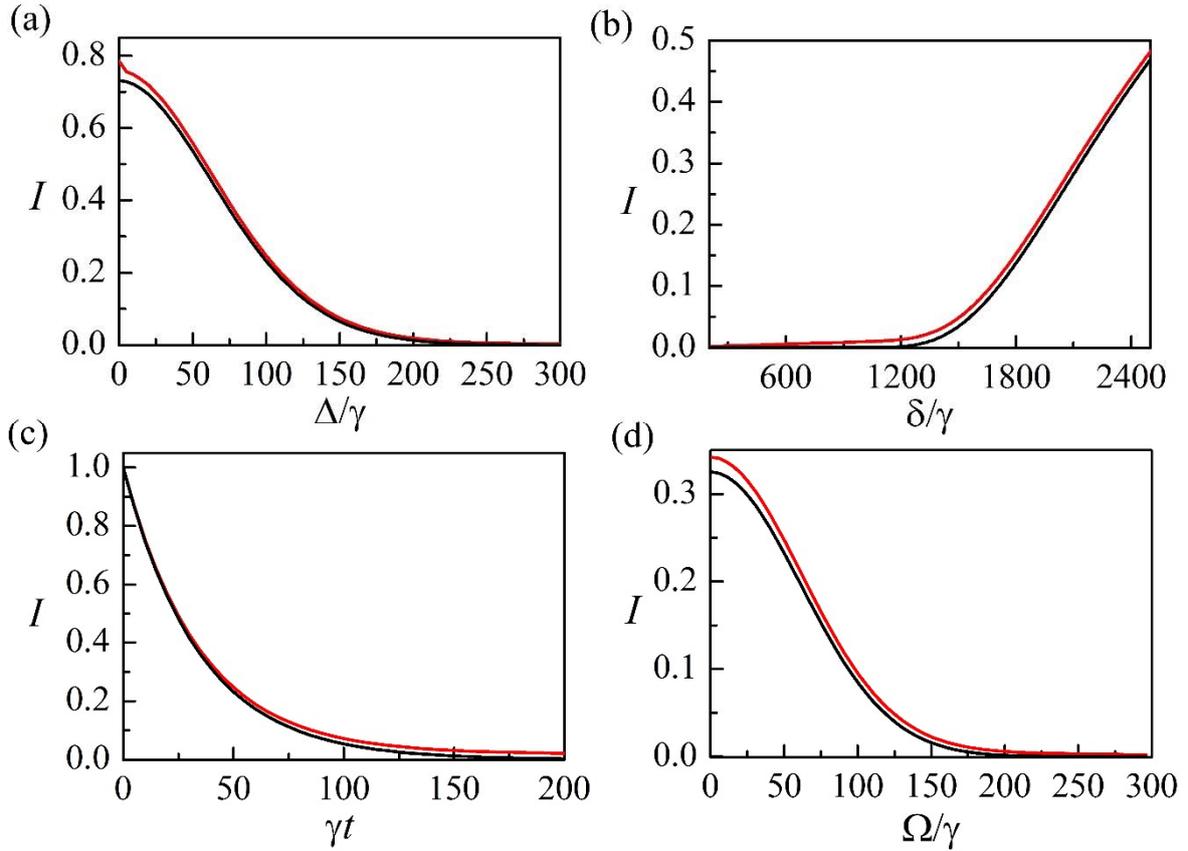


图4.4 纠缠随 (a) 泵浦场失谐; (b) 基态超精细分裂间隔; (c) 非线性相互作用时间; (d) 泵浦场拉比频率的变化曲线。参数选取: $g = 50\gamma$, (a) $\Omega = 50\gamma$, $\delta = 2000\gamma$, $\gamma t = 50$; (b) $\Omega = 50\gamma$, $\Delta = 100\gamma$, $\gamma t = 50$, (c) $\Omega = 50\gamma$, $\delta = 2000\gamma$, $\Delta = 100\gamma$, (d) $\gamma t = 50$, $\delta = 2000\gamma$, $\Delta = 100\gamma$ 。

公式(4.50)表明, 系统内可实现纠缠操控的因素很多, 我们在图 4.4 中做详细的分析。为了在铯原子介质内获得更大的纠缠, 相比图 4.3, 这里采用的耦合强度 g 增加, 对应汽室内的原子数密度升高, 这在实验上可通过提高原子温度来得到。并且还分析了朗之万噪声对纠缠的影响, 四幅图中的红线和黑线分别表示加入和没有加入朗之万噪声的结果。图(a)表示, 当泵浦场越接近原子的共振吸收线时, 朗之万噪声对纠缠的影响越大。图(b)表示, 基态超精细分裂越大, 同等参数下获得的纠缠越小且朗之万噪声对纠缠的影响相当。图(c)表示, 相互作用时间越长, 获得的纠缠越大但同时参与作用的原子数目增多, 朗之万噪声的影响也越大。图(d)表示, 增加泵浦功率可获得大的纠缠, 同时抑制了朗之万噪声的影响。综合这四幅图可知: 实验上获得最佳纠缠的条件为: 寻找最佳的泵浦场失谐、适当增加相互作用长度、以及提高泵浦功率。

4.4 小结

在本章，对铯原子介质中通过拉曼四波混频产生 EPR 纠缠态光场做了细致的理论研究。首先采用二阶微扰近似的理论并结合四波混频过程的相位匹配条件，得到系统的有效哈密顿量，在此基础上同时引入原子自发辐射的朗之万噪声项获得光场联合正交分量的总方差。最后用纠缠判据分析了各参数对纠缠的影响，为实验上获得最大纠缠提供了翔实的理论依据。

第五章 铯原子 D1 线高维度量子关联光束的实验制备

5.1 引言

量子纠缠是实现量子远程传输的基本单元，其主要特征是在两个或两个以上的系统或物体间建立强量子关联，因而具备量子关联的双模压缩态光场是实现纠缠光的前提。随着纠缠光在量子通信网络应用方面的不断发展，已从基本的两组份纠缠^[133]扩展到多组份纠缠^[134]，同时将纠缠光的频率从单色发展到多色^[135]，为不同波长的光学系统以及用于量子存储的原子跃迁和光纤通信窗口之间的连接搭建了桥梁。自1999年，Kolobov首次提出空间压缩的概念^[136]，纠缠态光场的研究从传统的TEM₀₀模发展到高阶横模(TEM_{mn}, $n+m \geq 1$)，从而将时域范围内的量子关联特性拓展到时空域，进一步提高纠缠维度。因此在提高信道容量、空间小位移精密测量^[137]、超高精度量子成像及图像传输^[138]、量子全息术、无噪声图像^[87]放大等方面具有重要的应用前景。

近些年，澳大利亚国立大学与法国巴黎第六大学利用光学参量过程在高阶模方面做了一系列突破性的研究工作。2002年，基于多模非经典光场的分束探测，首次实现了突破标准量子极限的光束小位移测量^[137]。2003年，利用两维的空间压缩态光场制造出第一个量子激光指针，成功将小位移测量灵敏度从2.3Å提高到了1.6Å^[139]。2004年，详细分析了基于TEM₁₀模压缩光的平衡零拍探测方案，可以进一步优化小位移测量的灵敏度^[140]。2005年，提出采用高阶模式的压缩态光场在分束器上耦合产生空间纠缠的理论方案^[141]，并于2008年在实验上成功制备^[142]。山西大学光电研究所也开展了相关方面的实验研究^[143]。

在量子通信网络中，能有效避免量子纠缠在远距离传输过程中的光子损耗和消相干效应是一项关键技术，如量子中继站。2001年，L. M. Duan等首次提出利用原子系综作为量子中继站的实施方案^[1]。这就需要借助纠缠态光场制备信道两端原子之间的纠缠，再利用量子存储将原子系综之间的量子纠缠读取并转化为光子的纠缠进行下一步的信息传输和量子操作。因此，波长与原子吸收线相应的纠缠光有助于解决相互作用过程中量子纠缠的建立、存储等技术难题。制备纠缠态光场的最常用方法是光学参量过程^[133-136,141,142]，但是获得的纠缠光一般线宽宽、相干长度短且波长很难覆盖到原子的吸收波段。为此，通过原子介质直接制备量子纠缠显得尤为重要。

近些年，国内外诸多研究小组开展了原子系综产生窄带宽纠缠光子对的实验研究^[144-146]，并将其应用于量子存储^[147,148]和远距离量子通信^[149]。美国P. D. Lett研究组

于2007年率先利用拉曼四波混频过程在铷原子汽室中获得了高强度的关联光束对^[37], 并对关联光束的空间特性以及其在量子成像方面的应用作了相关研究^[87,126]。随后, 华中师范大学的张卫平研究组在该系统中实现了低频量子关联^[150]和级联增强的多组份量子关联光束的制备^[151], 并将获得的量子关联应用到消除光放大器的量子噪声以及光计量学的研究中^[27,90]。近期, 我们小组也在该系统下做了相关的理论和实验研究: 理论分析指出, 相比铷原子而言, 铯原子由于其基态超精细能级分裂较大, 用同样的四波混频方法很难获得较大的量子关联光束^[152], 因此实验通过提高泵浦光失谐与原子介质长度的办法, 我们在铯原子系统中获得了频差18.4GHz的量子关联光束^[153]。本章, 我们实验上采用TEM₀₁的厄米高斯横模作为探针光注入, 获得一对位于原子吸收线附近的高阶横模量子关联光束, 并借助高阶模式的横向分布特性研究光束在空间上的最大关联区域, 制备具有时域和空间域的高维度量子关联, 为下一步利用高阶模关联光束的空间基矢来加载信息, 实现空间量子存储以及量子成像做了充分的准备。

5.2 铯原子 D1 线量子关联光束的理论分析与实验产生

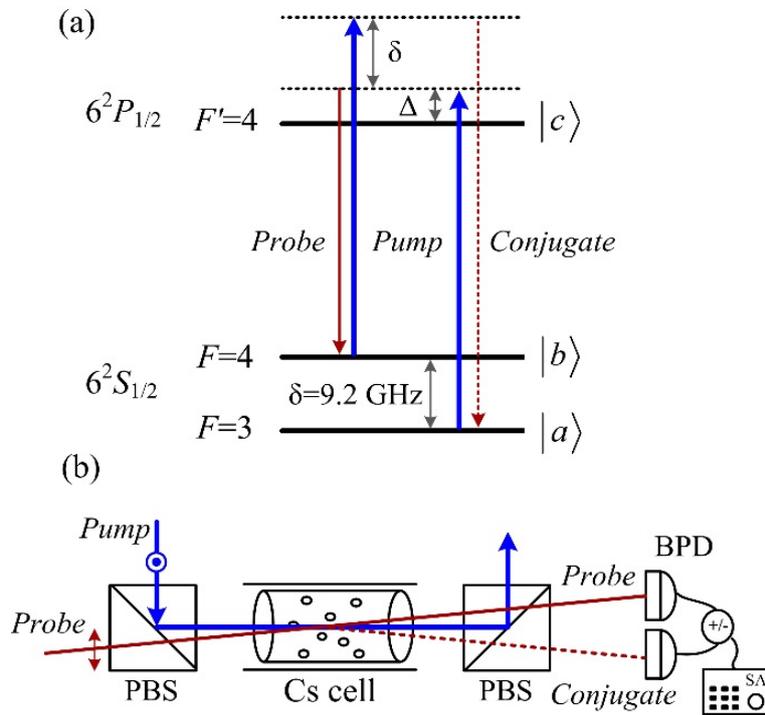


图5.1 (a) 双 Λ 型的三能级结构; (b) 实验装置示意图。PBS: 偏振分光棱镜, BPD: 平衡探测器, SA: 频谱分析仪。

近期, 我们小组在铯(Cs)原子系统中利用大失谐的拉曼四波混频过程获得了大频

差的量子关联光束。如图5.1(a)所示的双 Λ 能级结构，基态超精细分裂的频率间隔为 $\delta = 9.2 \text{ GHz}$ 。强泵浦光(Pump)同时作用于 $|a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ 和 $|b\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ 的能级跃迁，相应的单光子失谐分别为 Δ 和 $\Delta + \delta$ 。当作用于 $|b\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ 跃迁的探针光失谐量也为 Δ 时，泵浦光与探针光之间满足EIT的双光子共振条件，建立基态之间较强的原子相干性。介质的三阶非线性极化率增强，产生拉曼四波混频：即同时吸收两个泵浦光光子，获得一个被放大的探针光光子并产生一个共轭光光子，其中，探针光和共轭光分别对应拉曼过程中的斯托克斯光子与反斯托克斯光子。

在第四章中，我们得到了描述拉曼四波混频过程的有效哈密顿量^[153]：

$$H_{\text{eff}}(t) \approx i\hbar\chi^{(3)}\Omega^2\hat{a}_{\text{probe}}^+\hat{a}_{\text{conj}}^+ - i\hbar\chi^{(3)}\Omega^{*2}\hat{a}_{\text{probe}}\hat{a}_{\text{conj}} \quad (5.1)$$

其中， Ω 为泵浦光的拉比频率， \hat{a}_{probe}^+ (\hat{a}_{probe}) 和 \hat{a}_{conj}^+ (\hat{a}_{conj}) 为探针光和共轭光的量子化产生(湮灭)算符。与原子参数和光场参数相关的三阶非线性极化率 $\chi^{(3)}$ 为：

$$\chi^{(3)} = N\mathbf{g}_{\text{probe}}^*\mathbf{g}_{\text{conj}}^* \frac{4(\delta - 2\Delta)[(\delta^2 - 6\delta\Delta + 6\Delta^2) + (\delta - \Delta)^2(\Delta^2 + \gamma^2)/\Omega^2]}{(\delta^2 - 2\delta\Delta + 2\Delta^2)^3} \quad (5.2)$$

$\mathbf{g}_{\text{probe}}$ 和 \mathbf{g}_{conj} 为探针光和共轭光与单个原子之间的相互作用耦合强度， N 为参与作用的原子数目， γ 为激发态与基态之间的相干衰减速率。经相互作用时间 τ 后，系统的时间演化算符为：

$$\hat{S} = e^{-i\hat{H}_{\text{eff}}\tau/\hbar} = e^{-r(\hat{a}_{\text{probe}}\hat{a}_{\text{conj}} - \hat{a}_{\text{probe}}^+\hat{a}_{\text{conj}}^+)} \quad (5.3)$$

通过类比参量过程我们熟知， \hat{S} 也称为模式 \hat{a}_{probe} 与 \hat{a}_{conj} 的双模压缩算符， $r = \chi^{(3)}\Omega^2\tau$ 为压缩参量。于是，该四波混频过程可制备出具有强度差压缩，位相和反压缩的双模压缩态光场。下面进行简单的理论计算，介质前后表面光场的输入输出关系为：

$$\hat{a}_{\text{probe-out}} = \hat{S}^+\hat{a}_{\text{probe}}\hat{S} = \cosh r \hat{a}_{\text{probe}} + \sinh r \hat{a}_{\text{conj}}^+ = \sqrt{G_{\text{probe}}}\hat{a}_{\text{probe}} + \sqrt{G_{\text{conj}}}\hat{a}_{\text{conj}}^+ \quad (5.4)$$

$$\hat{a}_{\text{conj-out}}^+ = \hat{S}^+\hat{a}_{\text{conj}}^+\hat{S} = \cosh r \hat{a}_{\text{conj}}^+ + \sinh r \hat{a}_{\text{probe}} = \sqrt{G_{\text{probe}}}\hat{a}_{\text{conj}}^+ + \sqrt{G_{\text{conj}}}\hat{a}_{\text{probe}} \quad (5.5)$$

其中， G_{probe} 和 $G_{\text{conj}} = G_{\text{probe}} - 1$ 分别为探针光与共轭光的增益。对应的光子数算符为

$$\hat{N}_{\text{probe-out}} = G_{\text{probe}}\hat{a}_{\text{probe}}^+\hat{a}_{\text{probe}} + G_{\text{conj}}\hat{a}_{\text{conj}}^+\hat{a}_{\text{conj}} + \sqrt{G_{\text{probe}}G_{\text{conj}}}(\hat{a}_{\text{probe}}^+\hat{a}_{\text{conj}}^+ + \hat{a}_{\text{conj}}\hat{a}_{\text{probe}}) \quad (5.6)$$

$$\hat{N}_{\text{conj-out}} = G_{\text{probe}}\hat{a}_{\text{conj}}^+\hat{a}_{\text{conj}} + G_{\text{conj}}\hat{a}_{\text{probe}}\hat{a}_{\text{probe}}^+ + \sqrt{G_{\text{probe}}G_{\text{conj}}}(\hat{a}_{\text{conj}}^+\hat{a}_{\text{probe}}^+ + \hat{a}_{\text{probe}}\hat{a}_{\text{conj}}) \quad (5.7)$$

实验中，注入探针光的光子数 $N_{\text{probe}} = \langle \hat{N}_{\text{probe}} \rangle = \langle \hat{a}_{\text{probe}}^+\hat{a}_{\text{probe}} \rangle \gg 1$ ，而共轭光为真空输入，所以平均光子数：

$$\langle \hat{N}_{\text{probe-out}} \rangle = G_{\text{probe}}N_{\text{probe}}, \quad \langle \hat{N}_{\text{conj-out}} \rangle = G_{\text{conj}}N_{\text{probe}} \quad (5.8)$$

光子数差的起伏为:

$$\text{Var}(\hat{N}_{\text{probe-out}} - \hat{N}_{\text{conj-out}}) = \text{Var}(\hat{N}_{\text{probe}}) = N_{\text{probe}} \quad (5.9)$$

不考虑光场在传输过程中的损耗, 在放大过程前后, 单个量子化光场的强度增加, 但光场之间的相对强度差噪声没有增加。以同等强度的相干光之间的强度差噪声作为散粒噪声基准:

$$\text{SNL} = (G_{\text{probe}} + G_{\text{conj}})N_{\text{probe}} = (2G_{\text{probe}} - 1)N_{\text{probe}} \quad (5.10)$$

得到两光场之间的强度差压缩为(用dB来表示压缩度):

$$S = 10\text{Log}_{10} \frac{\text{Var}(N_{\text{probe-out}} - N_{\text{conj-out}})}{\text{SNL}} = 10\text{Log}_{10} \frac{1}{2G_{\text{probe}} - 1} \quad (5.11)$$

因此, 当探针光存在增益($G_{\text{probe}} > 1$)时, 探针光与共轭光之间的强度差噪声被压缩($S < 0$), 且增益越大产生的压缩越大。由公式(5.4)知 $G_{\text{probe}} = \cosh^2(\chi^{(3)}\Omega^2\tau)$, 理论上可以通过增强介质的非线性效应、提高泵浦功率以及增加光与原子的相互作用时间来获得大的探针光增益, 从而建立探针光和共轭光强度起伏之间更强的量子关联。

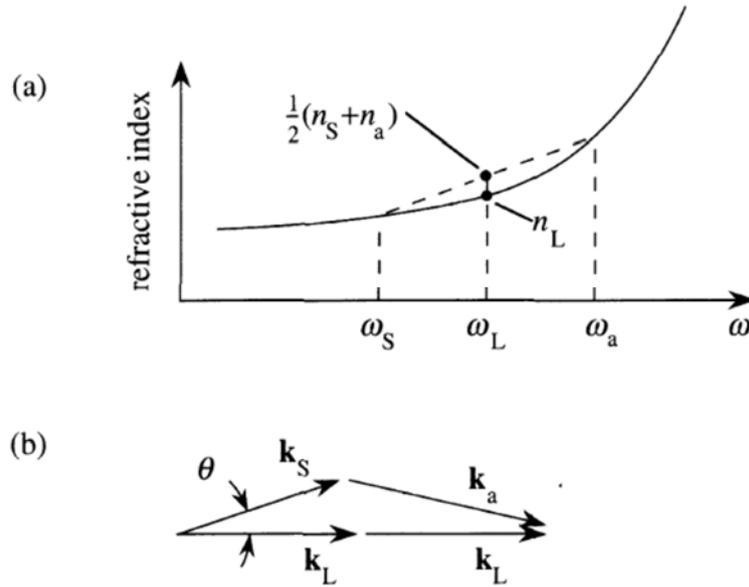


图5.2 (a) 拉曼过程中光场折射率之间的关系; (b) 拉曼四波混频的相位匹配关系, 角标L、

S、a分别代表泵浦光、斯托克斯和反斯托克斯光, 摘自文献[154]。

四波混频过程同时满足能量守恒与动量守恒: 能量守恒决定了光场之间的频率关系 $2\omega_{\text{pump}} = \omega_{\text{probe}} + \omega_{\text{cconj}}$, 因此关联光束之间的频差为 $2\delta = 18.4 \text{ GHz}$; 动量守恒 $2\vec{k}_{\text{pump}} = \vec{k}_{\text{probe}} + \vec{k}_{\text{cconj}}$ (也叫相位匹配条件)决定了共轭光的产生方向, 其中 ω 和 \vec{k} 分别为光

场频率和波矢。Robert W. Boyd的非线性光学书^[154]中指出，对正常色散介质中的拉曼过程，介质对泵浦光的折射率总是小于斯托克斯与反斯托克斯光场折射率的平均值，因此，泵浦光与反斯托克斯光场之间存在最佳的非零相位匹配角。如图5.1(b)所示，实验中产生的共轭光与探针光分居泵浦光两侧。我们采用一对平衡的低噪声光电探测器对探针光与共轭光的强度噪声进行直接探测，并将二者的差分信号送入频谱仪分析它们的量子关联特性。

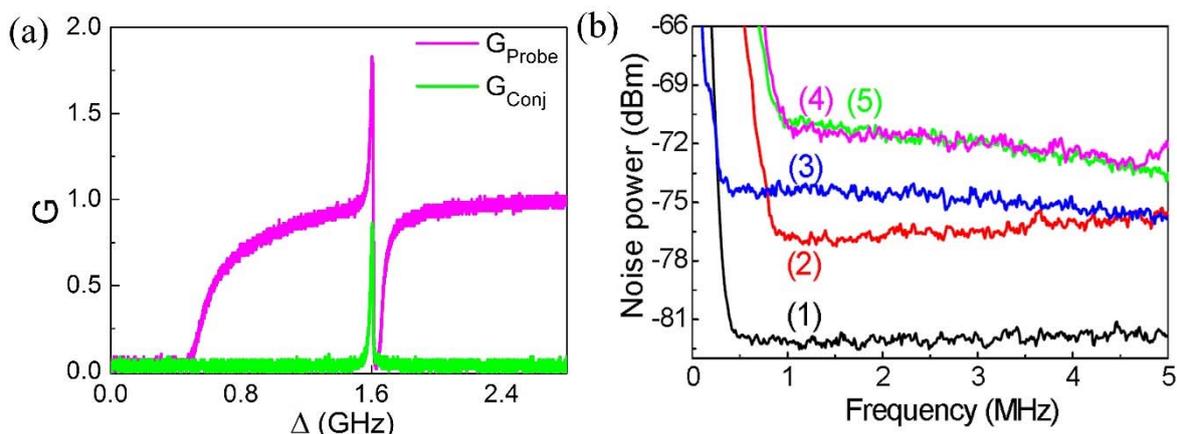


图5.3 (a) 探针光(粉线)与共轭光(绿线)的强度增益谱; (b) 强度噪声功率的傅里叶频谱: (1) 电子学噪声, (2) 强度差噪声, (3) 散粒噪声基准, (4) 探针光的强度噪声, (5) 共轭光的强度噪声。实验参数: $\Delta = 1.6$ GHz, $P_{\text{pump}} = 450$ mW, $P_{\text{probe}} = 200$ μ W, $L = 25$ mm, $T = 112^\circ$ C。谱仪的分辨率带宽和视频带宽分别为 100 kHz 和 100 Hz。

实验中，锁定泵浦光频率失谐为 $\Delta = 1.6$ GHz，扫描探针光频率，得到图5.3(a)所示的增益谱线。其中探针光的增益呈现Fano线型，这是因为在双光子共振附近，存在双光子拉曼吸收过程与拉曼四波混频效应的相互竞争： $G_{\text{probe}} > 1$ 时为四波混频效应，此时有共轭光产生 ($G_{\text{conj}} > 0$)； $G_{\text{probe}} < 1$ 对应双光子拉曼过程，无共轭光产生 ($G_{\text{conj}} = 0$)。探针光在共振附近的强吸收为多普勒展宽背景。在图5.3(a)的实验参数下，将探针光频率锁定在增益的峰值处，测得探针光与共轭光之间的强度噪声。因为实验中共轭光强度小于探针光强度，所以对于图5.1(b)的平衡探测，采用电子衰减器来平衡二者的噪声功率，如图5.3(b)中的曲线(4)和(5)。最终，获得了低于散粒噪声基准 2.5 dB 的强度差压缩，消除电子学噪声对测量的影响，结果修正为 3.2 dB。曲线(3)所示的散粒噪声基准 (shot noise level, SNL) 由自零拍探测得到，装置图中未给出。

5.3 铯原子 D1 线同时具备时域和空间域的量子关联光束的实验产生

5.3.1 实验装置

在5.2工作基础上，我们进一步研究了铯原子气体中高阶横模的量子关联。高阶横模携带有更丰富的空间信息，所以为研究光束之间的空间(光束横截面)量子关联提供了一种特殊的手段。为了方便、更有效地提取横模光束的其中某一部分，实验上选用TEM₀₁厄米高斯模式，其在y方向上的强度分布有一个节点，且上下两部分光斑关于x轴对称。如图5.4所示的实验装置，在原子介质前的探针光路上加入模式转换腔，将基模高斯光束(TEM₀₀)转变为厄米高斯TEM₀₁模。在四波混频过程中注入TEM₀₁的横模后，产生的共轭光也为TEM₀₁模，并且这两个空间光束关于铯泡轴线对称。测量部分与5.2的区别之处在于有效提取横模的子模式，因此用不透明的物体置于探测光路前对空间光束进行部分阻挡，随后测量其强度噪声。因为待测物理量(光束的强度噪声)不变，所以仍然采用基模的相干光束作为自零拍探测系统SNL的输入模式。

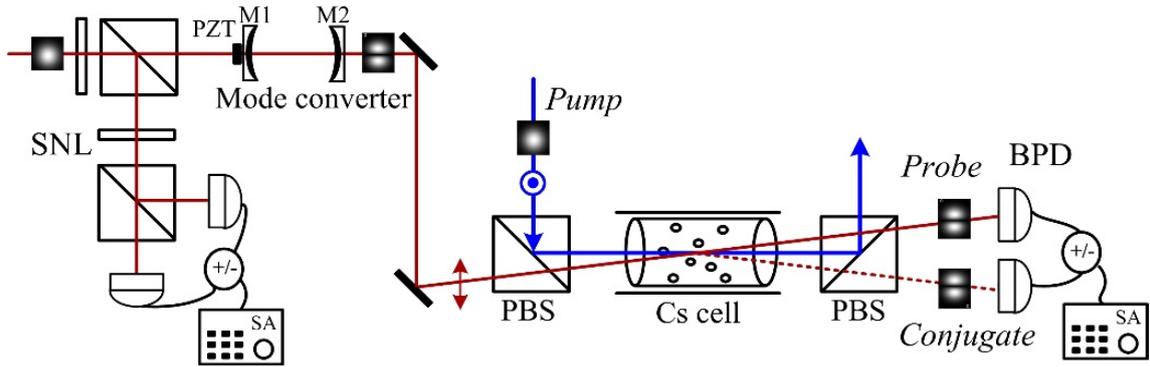


图5.4 制备厄米高斯TEM₀₁模量子关联光束的实验装置。Mode converter: 模式转换腔, M1 (M2): 输入(输出)腔镜, PZT: 压电陶瓷, SNL: 散粒噪声基准的测量部分。

5.3.2 模式转换腔

我们采用高阶模式运转的非简并光学谐振腔来产生厄米高斯高阶横模^[155]。输入基模高斯光束输出高阶横模，因此该谐振腔也称为模式转换腔。其本质是利用输入光束与谐振腔之间的模式失配，激发光学腔的高阶本征模式。

考虑一个对称的两镜驻波腔，其本征模式在腔内共振需满足往返一次的总相移为 2π 的整数倍，即：

$$\phi_n = -kL_n + 2(n+1) \arctan(z/z_R) = q \cdot 2\pi \quad (5.12)$$

其中， L_n 为第 n 阶横模的谐振腔长， $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$ 和 $w_0 = \sqrt{\lambda / 2\pi [L(2R-L)]^{1/4}}$ 分别为腔内基模高斯光束的瑞利长度以及腰斑大小， λ 和 k 分别为激光的波长和真空波数，

R 为腔镜的曲率半径， L 为基模的谐振腔长。尽管激光频率相同，由于不同阶次横模的Gouy相位 $\phi_G = (n+1) \arctan(z/z_R)$ 不同，因此对应的谐振腔长 L_n 也不同。于是，可以将光学腔锁定在不同的谐振腔长，来选择不同阶次的厄米高斯横模输出。

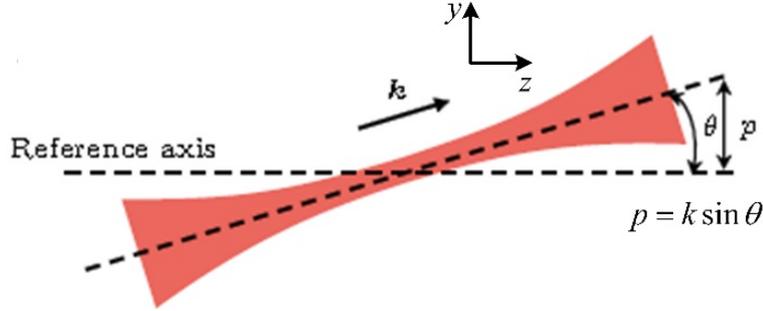


图5.5 基模高斯光束沿参考轴的倾斜

选取厄米高斯基矢，基模高斯光束在一维方向上电场横向振幅的正频部分表示为：

$$\varepsilon^+(y) = i \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 c T}} \sqrt{N_0} u_0(y) \quad (5.13)$$

如图5.5所示，以基模高斯光束的腰斑为参考点，光束沿 y 方向倾斜一个很小的角度 θ ，由此激发出基模在 y 方向的横向动量 $p = k \sin \theta$ ，振幅分布变为^[14]：

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta^+(y) &= e^{ipy} \varepsilon^+(y) \approx i \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 c T}} \sqrt{N_0} u_0(y) (1 + ipy) \\ &= i \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 c T}} \sqrt{N_0} \left[u_0(y) + i \frac{w_0 p}{2} u_1(y) \right] \\ &= i \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 c T}} \sqrt{N_0} \left[\text{TEM}_{00} + i \frac{w_0 p}{2} \text{TEM}_{01} \right] \end{aligned} \quad (5.14)$$

因为 θ 很小，这里只考虑到 e^{ipy} 泰勒展开的一阶项。其中， \hbar 为约化普朗克常数， ω 为激光频率， ε_0 为真空介电常量， c 为真空光速， T 为探测时间。 $u_n(y) = \left[(2/\pi w_0^2)^{1/4} / \sqrt{2^n n!} \right] H_n(\sqrt{2}y/w_0) \exp(-y^2/w_0^2)$ 为第 n 阶厄米高斯模式的振幅分布函数， H_n 为厄米多项式。 N_0 为基模的平均光子数。公式(5.14)表明，通过对高斯光束的微小倾斜，即可获得高阶横模。

实验上，需要先对入射高斯光束与谐振腔进行初步的模式匹配，使谐振腔单横模运转。其次，倾斜腔前的匹配透镜(图5.4中未标出)，通过M1上的压电陶瓷来扫描腔长，在一个自由光谱区内获得如图5.6所示三个主要的空间模式，三角波的一个斜坡内从左往右依次对应 TEM_{00} ， TEM_{02} 以及 TEM_{01} 模。继续倾斜匹配透镜将 TEM_{01} 模

式的透射强度调至最大，相应的鉴频信号(如图中的绿色曲线)也最好。最后，锁定驻波腔在 TEM_{01} 模的共振腔长上，从而获得稳定的 TEM_{01} 模式输出。

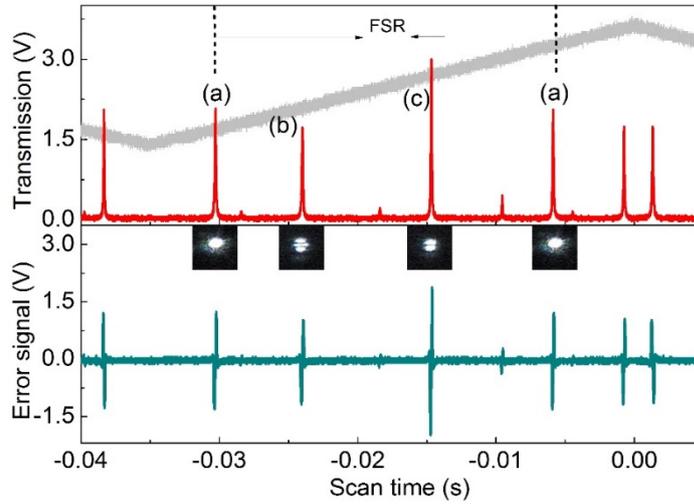


图5.6 扫描光学谐振腔腔长时的直流电压与鉴频监视：透射曲线（红线），误差信号（绿线），压电陶瓷扫描电压监视（灰线）。图中的光斑为对应透射峰处光场强度的横向分布。腔参数：M1，M2均为透射率1%的平凹镜，曲率半径 $R = 50 \text{ mm}$ ，腔长 $L = 65 \text{ mm}$ ，精细度387。

5.3.3 实验结果与分析

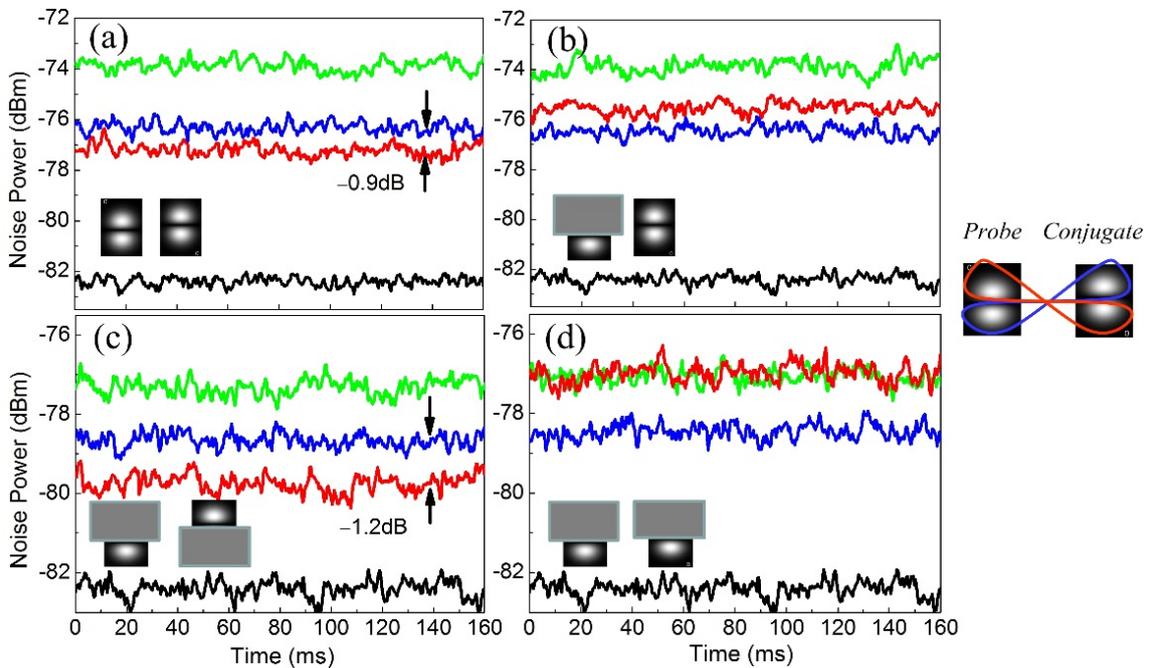


图5.7 TEM_{01} 模式的探针光与共轭光之间的强度关联噪声：(a) 两空间光束的能量全部被探测器收集；(b) 阻挡探针光束的上半部分能量；(c) 同时阻挡探针光束的上半部分和共轭光束的下半

部分能量；(d) 同时阻挡两光束的上半部分能量。黑线：电子学噪声，红线：强度差噪声，蓝线：散粒噪声基准，绿线：共轭光束（被衰减的探针光束）的强度噪声。谱仪分析频率：1.5 MHz，泵浦光失谐量 $\Delta = 1$ GHz，其余参数与图5.3一致。

如前所述，以光放大的角度，共轭光与探针光在光束横截面内的强度分布关于介质轴线对称，那么二者的强度噪声量子关联区域是否也具备这样的空间对称性？如图5.7所示的四种情形，我们通过提取TEM₀₁厄米高斯横模的子模式来分析这对孪生光束之间的空间强度关联噪声，不同于图5.3(b)这里的横坐标为时间。实验结果显示：探针光束下半部分与共轭光束上半部分之间的强度差压缩最大为-1.2 dB[见图(c)]，明显高于直接探测得到的压缩-0.9 dB[见图(a)]；两光束下半部分的强度噪声之间完全不关联[见图(d)]，因此，探针光束的下半部分与TEM₀₁的共轭光束之间的强度差压缩被这部分不关联的噪声淹没[见图(b)]。证实了光束横截面空间内的点对点强度噪声量子关联：探针光束的下半部分与共轭光束的上半部分属于量子关联区域，反之亦然，如图5.7右侧的光斑示意图。另外，实验中光场的强度噪声与探测器的电子学噪声相比没有高出10 dB的要求，因此需要扣除掉电子学噪声对压缩度的影响^[156]。最终，图(a)的压缩为-1.5 dB，图(b)的压缩为-2.5 dB。

5.2节中的理论分析与实验结果表明，共轭光的强度小于探针光的强度，对应的强度噪声也较低，所以在平衡探测中采用电子衰减器使得二者的强度噪声一致。对比图5.6(a)与(b)中的噪声功率，共轭光束没有阻挡被直接探测，所以其强度噪声(绿线)和散粒噪声基准(蓝线)都保持不变；而在图(c)与(d)中，共轭光束被不透明物体挡掉一半的能量，所以其强度噪声和散粒噪声基准较(a)与(b)的噪声功率均降低了大约3 dB，实验结果真实可信。

5.4 小结

本章节，我们基于铯原子介质内 EIT 增强的非线性拉曼四波混频效应，开展了以 TEM₀₁ 厄米高斯高阶横模作为种子光的实验研究。在时域范围内分析了横模光束的空间强度噪声量子关联区域，获得同时具备时域和空间域的高维度量子关联光束，双模强度差压缩为-2.5 dB。为下一步利用高阶模关联实现空间位置精密测量、空间量子存储以及量子成像问题奠定了坚实的实验基础。

全文总结和展望

本文以第二章至第五章为主体详细介绍博士期间的主要研究工作：以铯原子汽室为研究对象，利用多束相干光场来操控原子介质的极化特性。通过构建多能级体系下的原子相干效应，实现对光场传输特性的操控，如光子频率带隙、高增益的相干光放大。同时基于原子相干效应增强的四波混频，研究了吸收线附近的 EPR 纠缠态光场，并制备出高维度的量子关联光束。

第一章作为全文的绪论部分介绍一些基本的原子相干效应：电磁感应透明、电磁感应吸收光栅、无反转放大、双 EIT、四波混频等，阐述其物理本质并回顾国内外在相关方面的研究进展及应用。

第二章利用驻波耦合三能级的 EIT 介质，实验上构建了一种基于原子相干效应的光子晶体结构。晶格内部不同原子层对入射光束的多层反射产生了高效率的布拉格反射信号，并在共振频率处完全阻止探针光的传输。实现了近似的光子频率带隙，进一步通过调节驻波的波长对带隙的频率位置进行操控。理论上，采用传输矩阵的方法融合了驻波操控下 EIT 介质的量子干涉效应与折射率周期调制的光子晶体特性，对探针场的透射和反射进行数值模拟，得到与实验现象的较好吻合，证实了原子介质内部存在光子晶体结构。并针对冷原子介质分析了布洛赫波矢的色散关系，在一阶布里渊边界得到绝对的光子带隙结构。

第三章在三能级 Λ 型 EIT 基础上额外引入一束信号光，作用于第三个基态与激发态之间的跃迁。构成 Tripod 型的四能级 Dual EIT 模型，当信号光与耦合光的单光子失谐接近时，两个透明窗口之间相互耦合，基态之间的原子相干性增强。在 Dual EIT 抑制光场吸收的同时，借助基于自旋交换碰撞的布居数转移机制来增加第三个基态上的原子数，进一步提高信号光的泵浦速率，实现透明窗口内高增益的相干光放大。理论计算中首先对光泵浦下原子的布居数分布做了详细的计算，将真实的能级系统简化为一个等效的四能级结构，给出了描述介质对探针光吸收的具体表达式并分析了每一项代表的物理含义，最终利用透射谱对实验数据做定量模拟。

第四章由双 Λ 型三能级结构光与原子耦合体系的哈密顿量出发，对量子化光场做二阶微扰近似同时引入原子的自发辐射噪声，将原子算符等效为光场算符与原子参数乘积的形式。仅保留描述四波混频过程的相位匹配项，得到类似于参量放大过程的有效哈密顿量，也就是说在原子的三阶非线性效应下，将两个泵浦光光子的能量转换为一对斯托克斯光子(放大光)和反斯托克斯光子(产生光)。由此，对放大过

程产生的两束光场之间的联合正交分量起伏进行分析，由 EPR 纠缠判据讨论了泵浦光失谐、超精细分裂能级间隔、相互作用长度、泵浦功率以及自发辐射噪声对纠缠的影响，为实验获得最大纠缠提供了充分的理论依据。

第五章是对第四章描述的物理现象进行实验方面的拓展研究。采用 TEM_{01} 的厄米高斯高阶横模作为放大过程的种子光，产生一对 TEM_{01} 高阶模式的量子关联光束。它们的横向强度分布以 x 轴为轴线分为两半，方便对空间子模式的提取分析。实验利用时域下的强度噪声谱，研究了两光束横截面内四个子模式之间的噪声量子关联特性，分析横模内的最大强度关联区域。获得同时具备时域和空间域的高维度量子关联光束，双模强度差压缩为 -2.5 dB。且关联光束的波段位于原子吸收线，为下一步利用高维度量子关联加载更丰富的量子信息进行量子通信、空间量子存储、量子成像等问题奠定了实验基础。

综合以上工作，原子介质已经不仅仅是作为一种信息存储介质应用在量子通信领域。它还表现出对光信号强大的操控本领去开发新型的光量子器件，并成为产生原子吸收波段非经典光场的一种有效手段。因为放大过程无需光学谐振腔，可实现高维度的量子关联，从而加载更丰富的量子信息进行量子通信、空间量子存储、量子成像等问题奠定了实验基础。

参考文献

- [1] L. M. Duan, M. D. Lukin, J. I. Cirac, and P. Zoller, Long distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics, *Nature*, 2004, **414**, 413-418.
- [2] E. Arimondo, Coherent population trapping in laser spectroscopy, *Progress in Optics*, 1996, **35**, 257-354.
- [3] R. Wynands, A. Nagel, Precision spectroscopy with coherent dark state, *Appl. Phys. B*, 1999, **68**, 1-25.
- [4] S. E. Harris, Lasers without inversion: Interference of lifetime-broadened resonances, *Phys. Rev. Lett.*, 1989, **62**, 1033.
- [5] K. J. Boller, A. Imamolu, and S. E. Harris, Observation of electromagnetically induced transparency, *Phys. Rev. Lett.*, 1991, **66**, 2593.
- [6] J. Gea-Banacloche, Y. Q. Li, S. Z. Jin, and M. Xiao, Electromagnetically induced transparency in ladder-type inhomogeneously broadened media: theory and experiment, *Phys. Rev. A*, 1995, **51**, 576.
- [7] M. Xiao, Y. Q. Li, S. Z. Jin, and J. Gea-Banacloche, Measurement of dispersive properties of electromagnetically induced transparency in rubidium atoms, *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**, 666.
- [8] H. Y. Ling, Y. Q. Li, and M. Xiao, Electromagnetically induced grating: Homogeneously broadened medium, *Phys. Rev. A*, 1998, **57**, 1338.
- [9] A. W. Brown and M. Xiao, All-optical switching and routing based on an electromagnetically induced absorption grating, *Opt. Lett.*, 2005, **30**, 699.
- [10] I. H. Bae, H. S. Moon, M. K. Kim, L. Lee, and J. B. Kim, Electromagnetically induced Bragg reflection with a stationary coupling field in a buffer rubidium vapor cell, *App. Opt.*, 2008, **47**, 4849.
- [11] I. H. Bae, H. S. Moon, M. K. Kim, L. Lee, and J. B. Kim, Transformation of electromagnetically induced transparency into enhanced absorption with a standing-wave coupling field in an Rb vapor cell, *Opt. Express*, 2010, **18**, 1389.
- [12] O. Kocharovskaya, and Y. I. Khanin, Coherent amplification of an ultrashort pulse in a three-level medium without population inversion, *JETP Lett.*, 1988, **48**, 630.
- [13] M. O. Scully, S. Y. Zhu, and A. Gavrielides, Degenerate Quantum-Beat Laser: Lasing

- without Inversion and Inversion without Lasing, *Phys. Rev. Lett.*, 1989, **62**, 2813.
- [14] A. Nottelmann, C. Peters, and W. Lange, Inversionless amplification of picosecond pulses due to Zeeman coherence, *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**, 1783.
- [15] E. S. Fry, X. Li, D. Nikonov, G. G. Padmabandu, M. O. Scully, A. V. Smith, F. K. Tittel, C. Wang, S. R. Wilkinson, and S. Y. Zhu, Atomic coherence effects within the sodium D1 line: lasing without inversion via population trapping, *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**, 3235.
- [16] W. E. van der Veer, R. J. J. van Diest, A. Dönszelmann, and H. B. van Linden van den Heuvell, Experimental demonstration of light amplification without population inversion, *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**, 3243.
- [17] A. S. Zibrov, M. D. Lukin, D. E. Nikonov, L. Hollberg, M. O. Scully, V. L. Velichansky, and H. G. Robinson, Experimental demonstration of laser oscillation without population inversion via quantum interference in Rb, *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**, 1499.
- [18] G. G. Padmabandu, G. H. Welch, I. N. Shubin, E. S. Fry, D. E. Nikonov, M. D. Lukin, and M. O. Scully, Laser oscillation without population inversion in a sodium atomic beam, *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **76**, 2053.
- [19] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, and C. H. Behroozi, Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas, *Nature*, 1999, **397**, 594.
- [20] D. Budker, D. F. Kimball, S. M. Rochester, and V. V. Yashchuk, Nonlinear Magneto-optics and reduced group velocity of light in atomic vapor with slow ground state relaxation, *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **83**, 1767-1770.
- [21] R. W. Boyd, Slow and fast light: fundamentals and applications, *Journal of Modern Optics*, 2009, **56**, 1908-1915.
- [22] M. Fleischhauer, and M. D. Lukin, Quantum memory for photons: Dark-state polaritons, *Phys. Rev. A*, 2002, **65**, 022314.
- [23] B. Julsgaard, J. Sherson, J. I. Cirac, J. Fiurášek, and E. S. Polzik, Experimental demonstration of quantum memory for light, *Nature*, 2004, **432**, 482.
- [24] B. S. Ham and P. R. Hemmer, Coherence switching in a four-level system: Quantum switching, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**, 4080.
- [25] A. M. C. Dawes, L. Illing, S. M. Clark, and D. J. Gauthier, All-optical switching in

- rubidium vapor, *Science*, 2005, **308**, 672.
- [26] D. W. Wang, H. T. Zhou, M. J. Guo, J. X. Zhang, J. Evers, and S. Y. Zhu, Optical diode made from a moving photonic crystal, *Phys. Rev. Lett.*, 2013, **110**, 093901.
- [27] J. Jing, Z. Zhou, C. Liu, Z. Qin, Y. Fang, J. Zhou, and W. Zhang, Ultralow-light-level all-optical transistor in rubidium vapor, *Appl. Phys. Lett.*, 2014, **104**, 151103.
- [28] H. Gorniaczyk, C. Tresp, J. Schmidt, H. Fedder, and S. Hofferberth, Single-photon transistor mediated by interstate Rydberg interactions, *Phys. Rev. Lett.*, 2014, **113**, 053601.
- [29] M. Artoni, G. C. La Rocca, Optically tunable photonic stop bands in homogeneous absorbing media. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **96**, 073905
- [30] S. Q. Kuang, R. G. Wan, P. Du, Transmission and reflection of electromagnetically induced absorption grating in homogeneous atomic media, *Opt. Express*, 2008, **16**, 15455-15462
- [31] S. E. Harris, and L. V. Hau, Nonlinear optics at low light levels, *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **82**, 4611.
- [32] P. R. Hemmer, D. P. Katz, J. Donoghue, M. Cronin-Golomb, M. S. Shahriar, and P. Kumar, Efficient low-intensity optical phase conjugation based on coherent population trapping in sodium, *Opt. Lett.*, 1995, **20**, 982.
- [33] M. Jain, H. Xia, G. Y. Yin, A. J. Merriam, and S. E. Harris, Efficient nonlinear frequency conversion with maximal atomic coherence, *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **21**, 4326.
- [34] D. A. Braje, V. Balić, S. Goda, G. Y. Yin, and S. E. Harris, Frequency mixing using electromagnetically induced transparency in cold atoms, *Phys. Rev. Lett.* 2004, **93**, 183601.
- [35] M. D. Lukin, A. B. Matsko, M. Fleischhauer, and M. O. Scully, Quantum noise and correlations in resonantly enhanced wave mixing based on atomic coherence, *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **82**, 1847.
- [36] S. W. Du, P. Kolchin, C. Belthangagady, G. Y. Yin, and S. E. Harris, Subnatural linewidth biphotons with controllable temporal length, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **100**, 183603.
- [37] C. F. McCormick, V. Boyer, E. Arimondo, and P. D. Lett, Strong relative intensity

- squeezing by four-wave mixing in rubidium vapor, *Opt. Lett.*, 2007, **32**, 178.
- [38] J. E. Field, K. H. Hahn, and S. E. Harris, Observation of electromagnetically induced transparency in collisionally broadened lead vapor, *Phys. Rev. Lett.*, 1991, **67**, 3602.
- [39] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos, Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media, *Rev. Mod. Phys.*, 2005, **77**, 633-673.
- [40] A. Kasapi, Maneesh Jain, G. Y. Yin, and S. E. Harris, Electromagnetically Induced Transparency: Propagation dynamics, *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**, 2447-2450.
- [41] S. E. Harris, Electromagnetically induced transparency, *Phys. Today*, 1997, **50**, 36.
- [42] H. Jing, S. K. Özdemir, Z. Geng, J. Zhang, X. Y. Lü, B. Peng, L. Yang, and F. Nori, Optomechanically-induced transparency in parity-time-symmetric microresonators, *Sci. Rep.*, 2015, **5**, 9663.
- [43] H. Jing, Y. Deng, and P. Meystre, Slow-light probe of Fermi pairing through an atom-molecule dark state, *Phys. Rev. A*, 2011, **83**, 063605.
- [44] H. Jing, Y. G. Deng, and W. P. Zhang, Quantum control of light through an atom-molecule dark state, *Phys. Rev. A*, 2009, **80**, 025601.
- [45] U. Schnorrberger, J. D. Thompson, S. Trotzky, R. Pugatch, N. Davidson, S. Kuhr, and I. Bloch, Electromagnetically induced transparency and light storage in an atomic Mott insulator, *Phys. Rev. Lett.*, 2009, **103**, 033003.
- [46] M. Mitsunaga and N. Imoto, Observation of an electromagnetically induced grating in cold sodium atoms, *Phys. Rev. A*, 1999, **59**, 4773-4776.
- [47] J. X. Zhang, Q. C. Jiang, C. Liu, X. S. Zhang and J. H. Liu, The manipulation of light pulse from subluminal to superluminal propagation in a degenerate two-level Cs atomic system, *Sci. Chin.*, 2014, **57**, 2246-2250.
- [48] M. Bajcsy, A. S. Zibrov, and M. D. Lukin, Stationary pulses of light in an atomic medium, *Nature*, 2003, **426**, 638.
- [49] M. Artoni and G. C. La Rocca, Optically tunable photonic stop bands in homogeneous absorbing media, *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **96**, 073905.
- [50] Q. Y. He, J. H. Wu, T. J. Wang, and J. Y. Gao, Dynamic control of the photonic stopbands formed by a standing wave in inhomogeneous broadening solids, *Phys. Rev. A*, 2006, **73**, 053813.
- [51] 郭苗军, 王丹, 周海涛, 张俊香, 光子晶体特性在EIT介质中的实验实现, 量子

- 光学学报, 2014, **20**, 148-153.
- [52] J. X. Zhang, H. T. Zhou, D. W. Wang, and S. Y. Zhu, Enhanced reflection via phase compensation from anomalous dispersion in atomic vapor, *Phys. Rev. A*, 2011, **83**, 053841.
- [53] H. T. Zhou, D. W. Wang, D. Wang, J. X. Zhang, and S. Y. Zhu, Efficient reflection via four-wave mixing in a Doppler-free electromagnetically-induced-transparency gas system, *Phys. Rev. A*, 2011, **84**, 053835.
- [54] J. Mompart, and R. Corbalán, Lasing without inversion, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* 2002, **2**, R7-R24.
- [55] H. B. Wu, M. Xiao, and J. Gea-Banacloche, Evidence of lasing without inversion in a hot rubidium vapor under electromagnetically-induced-transparency conditions, *Phys. Rev. A*, 2008, **78**, 041802.
- [56] M. D. Lukin, and A. Imamoglu, Nonlinear optics and quantum entanglement of ultraslow single photons, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**, 1419.
- [57] H. Schmidt and A. Imamoglu, Giant kerr nonlinearities obtained by electromagnetically induced transparency, *Opt. Lett.*, 1996, **21**, 1936.
- [58] C. Ottaviani, D. Vitali, M. Artoni, F. Cataliotti, and P. Tombesi, Polarization qubit phase gate in driven atomic media, *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90**, 197902
- [59] D. Petrosyan, and Y. P. Malakyan, Magneto-optical rotation and cross-phase modulation via coherently driven four-level atoms in a tripod configuration, *Phys. Rev. A*, 2004, **70**, 023822.
- [60] S. Reibæ, D. Vitali, C. Ottaviani, P. Tombesi, M. Artoni, F. Cataliotti, and R. Corbalán, Polarization phase gate with a tripod atomic system, *Phys. Rev. A*, 2004, **70**, 032317.
- [61] T. Wang, M. Koštrun, and S. F. Yelin, Multiple beam splitter for single photons, *Phys. Rev. A*, 2004, **70**, 053822.
- [62] A. Joshi, and M. Xiao, Generalized dark-state polaritons for photon memory in multilevel atomic media, *Phys. Rev. A*, 2005, **71**, 041801(R).
- [63] A. Joshi, and M. Xiao, Phase gate with a four-level inverted-Y system, *Phys. Rev. A*, 2005, **72**, 062319.
- [64] D. Petrosyan, and G. Kurizki, Symmetric photon-photon coupling by atoms with Zeeman-split sublevels, *Phys. Rev. A*, 2002, **65**, 033833.

- [65] M. Paternostro and M. S. Kim, and B. S. Ham, Generation of entangled coherent states via cross-phase-modulation in a double electromagnetically induced transparency regime, *Phys. Rev. A*, 2003, **67**, 023811.
- [66] Z. B. Wang, K. P. Marzlin, and B. C. Sanders, Large cross-phase modulation between slow copropagating weak pulses in ^{87}Rb , *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **97**, 063901.
- [67] S. J. Li, X. D. Yang, X. M. Cao, C. H. Zhang, C. D. Xie, and H. Wang, Enhanced cross-phase modulation based on a double electromagnetically induced transparency in a four-level Tripod atomic system, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **101**, 073602.
- [68] A. MacRae, G. Campbell, and A. I. Lvovsky, Matched slow pulses using double electromagnetically induced transparency, *Opt. Lett.*, 2008, **33**, 2659.
- [69] E. Paspalakis¹ and P. L. Knight, Electromagnetically induced transparency and controlled group velocity in a multilevel system, *Phys. Rev. A*, 2002, **66**, 015802.
- [70] J. Wang, Y. F. Zhu, K. J. Jiang, and M. S. Zhan, Bichromatic electromagnetically induced transparency in cold rubidium atoms, *Phys. Rev. A*, 2003, **68**, 063810.
- [71] H. Yan, K. Y. Liao, J. F. Li, Y. X. Du, Z. M. Zhang, and S. L. Zhu, Bichromatic electromagnetically induced transparency in hot atomic vapors, *Phys. Rev. A*, 2013, **87**, 055401.
- [72] S. J. Li, X. D. Yang, X. M. Cao, C. D. Xie, and H. Wang, Two electromagnetically induced transparency windows and an enhanced electromagnetically induced transparency signal in a four-level Tripod atomic system, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2007, **40**, 3211-3219.
- [73] Y. P. Zhang, A. W. Brown, and M. Xiao, Opening four-wave mixing and six-wave mixing channels via dual electromagnetically induced transparency windows, *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **99**, 123603.
- [74] Y. Chen, X. G. Wei and B. S. Ham, Optical properties of an N-type system in Doppler-broadened multilevel atomic media of the rubidium D2 line, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2009, **42**, 065506.
- [75] J. Kou, R. G. Wan, Z. H. Kang, H. H. Wang, L. Jiang, X. J. Zhang, Y. Jiang, and J. Y. Gao, EIT-assisted large cross-kerr nonlinearity in a four-level inverted-Y atomic system, *J. Opt. Soc. Am. B*, 2010, **27**, 2035.
- [76] Z. B. Wang, K. P. Marzlin, and B. C. Sanders, Large cross-phase modulation between

- slow copropagating weak pulses in ^{87}Rb , Phys. Rev. Lett., 97, 063901(2006).
- [77] H. M. M. Alotaibi, and B. C. Sanders, Double-double electromagnetically induced transparency with amplification, Phys. Rev. A, 2014, **89**, 021802(R).
- [78] Y. P. Zhang, and M. Xiao, *Multi-wave mixing process, from ultrafast polarization beats to electromagnetically induced transparency*, 2009, 北京, 高等教育出版社.
- [79] P. R. Hemmer, D. P. Katz, J. Donoghue, M. Cronin-Golomb, M. S. Shahriar, and P. Kumar, Efficient low-intensity optical phase conjugation based oncoherent population trapping in sodium, Opt. Lett., 1995, **20**, 982.
- [80] A. J. Merriam, S. J. Sharpe, M. Shverdin, D. Manuszak, G.Y. Yin, and S. E. Harris, Efficient nonlinear frequency conversion in an all-resonant double- Λ system, Phys. Rev. Lett., 2000, **84**, 5308.
- [81] F. E. Becerra, R. T. Willis, S. L. Rolston, and L. A. Orozco, Nondegenerate four-wave mixing in rubidium vapor: The diamond configuration, Phys. Rev. A, 2008, **78**, 013834.
- [82] M. D. Lukin, A. B. Matsko, M. Fleischhauer, and M. O. Scully, Quantum noise and correlation in resonantly enhanced wave mixing based on atomic coherence, Phys. Rev. Lett., 1999, **82**, 1847.
- [83] V. Balić, D. A. Braje, P. Kolchin, G.Y. Yin, and S. E. Harris, Generation of paired photons with controllable waveforms, Phys. Rev. Lett., 2005, **94**, 183601.
- [84] T. Chanelière, D. N. Matsukevich, S. D. Jenkins, T. A. B. Kennedy, M. S. Chapman, and A. Kuzmich, Quantum telecommunication based on atomic cascade transitions, Phys. Rev. Lett., 2006, **96**, 093604.
- [85] C. F. McCormick, V. Boyer, E. Arimondo, and P. D. Lett, Strong relative intensity squeezing by four-wave mixing in rubidium vapor, Opt. Lett., 2007, **32**, 178.
- [86] R. C. Pooser, A. M. Marino, V. Boyer, K. M. Jones, and P. D. Lett, Low-noise amplification of a continuous-variable quantum state, Phys. Rev. Lett., 2009, **103**, 010501.
- [87] V. Boyer, A. M. Marino, R. C. Pooser, P. D. Lett, Entangled images from four-wave mixing, Science, 2008, **321**, 544.
- [88] U. Vogl, R. T. Glasser, Q. Glorieux, J. B. Clark, N. V. Corzo, and P. D. Lett, Experimental characterization of Gaussian quantum discord generated by four-wave

- mixing, Phys. Rev. A, 2013, **87**, 010101(R).
- [89] J. Kong, F. Hudelist, Z. Y. Ou, and W. P. Zhang, Cancellation of internal quantum noise of an amplifier by quantum correlation, Phys. Rev. Lett., 2013, **111**, 033608.
- [90] F. Hudelist, J. Kong, C. J. Liu, J. T. Jing, Z. Y. Ou, W. P. Zhang, Quantum metrology with parametric amplifier based photon correlation interferometers, Nat. Commun., 2014, **5**, 3049.
- [91] H. Jing, X. J. Liu, M. L. Ge, and M. S. Zhan, Correlated quantum memory: Manipulating atomic entanglement via electromagnetically induced transparency, Phys. Rev. A, 2005, **71**, 062336.
- [92] H. Schmidt and A. R. Hawkins, Electromagnetically induced transparency in alkali atoms integrated on a semiconductor chip, App. Phys. Lett., 2005, **86**, 032106.
- [93] K. Sakoda, *Optical properties of photonic crystals* (Berlin: Springer), 2001, pp. 2.
- [94] C. Affolderbach, S. Knappe, and R. Wynands, A. V. Taichenachev and V. I. Yudin, Electromagnetically induced transparency and absorption in a standing wave, Phys. Rev. A, 2002, **65**, 043810.
- [95] H. T. Zhou, D. Wang, M. J. Guo, J. R. Gao, and J. X. Zhang, Controllable optical mirror of cesium atoms with four-wave mixing, Chin. Phys. B, 2014, **23**, 093204.
- [96] D. A. Steck, Cesium D Line Data, available online at <http://steck.us/alkalidata>, 2009, (revision 2.1.2, 12).
- [97] D. V. Strekalov, A. B. Matsko, and N. Yu, Electromagnetically induced transparency with a partially standing drive field, Phys. Rev. A, 2007, **76**, 053828.
- [98] M. Born, and E. Wolf, *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light* (Cambridge University Press, Cambridge, UK), 1999, pp. 66-67.
- [99] I. H. Deutsch, R. J. C. Spreeuw, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, Photonic band gaps in optical lattices, Phys. Rev. A, 1995, **52**, 1394.
- [100] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2nd ed. (Wiley, New York), 1975, pp. 306-312.
- [101] 何琼毅, 相干驻波场驱动下介质的光谱特征与相干光学烧孔实现光速减慢, 吉林大学博士学位论文, 2007.
- [102] P. M. Anisimov, J. P. Dowling, and B. C. Sanders, Objectively discerning

- Autler-Townes splitting from electromagnetically induced transparency, *Phys. Rev. Lett.*, 2011, **107**, 163604.
- [103] B. S. Ham, Lasing without inversion, Ph. D. thesis, 1995.
- [104] K. Hakuta, L. Marmet, and B. P. Stoicheff, Nonlinear optical generation with reduced absorption using electric-field coupling in atomic hydrogen, *Phys. Rev. A*, 1992, **45**, 5152.
- [105] Y. Q. Li and M. Xiao, Enhancement of nondegenerate four-wavemixing based on electromagnetically induced transparency in rubidium atoms, *Opt. Lett.*, 1996, **21**, 1064.
- [106] B. S. Ham, M. S. Shahriar, and P. R. Hemmer, Enhanced nondegenerate four-wave mixing owing to electromagnetically induced transparency in a spectral hole-burning crystal, *Opt. Lett.*, 1997, **22**, 1138.
- [107] D. Ballarini, M. De Giorgi, E. Cancellieri, R. Houdré, E. Giacobino, R. Cingolani, A. Bramati, G. Gigli, and D. Sanvitto, All-optical polariton transistor, *Nat. Commun.*, 2013, **4**, 1778.
- [108] W. Chen, K. M. Beck, R. Bücker, M. Gullans, M. D. Lukin, H. Tanji-Suzuki, and V. Vuletić, All-optical switch and transistor Gated by one stored photon, *Science*, 2013, **341**, 768.
- [109] S. L. Braunstein and P. van Loock, Quantum information with continuous variables, *Rev. Mod. Phys.*, 2005, **77**, 513.
- [110] N. Bruno, V. Pini, A. Martin, and R. T. Thew, A complete characterization of the heralded noiseless amplification of photons, *New J. Phys.*, 2013, **15**, 093002.
- [111] D. K. Walter and W. Happer, Spin-exchange broadening of atomic clock resonance, *Laser Physics*, 2002, **12**, 1182.
- [112] M. Shuker, O. Firstenberg, Y. Sagi, A. Ben-kish, N. Davidson, and A. Ron, Ramsey-like measurement of the decoherence rate between Zeeman sublevels, *Phys. Rev. A*, 2008, **78**, 063818.
- [113] H. Li, V. A. Sautenkov, Y. V. Rostovtsev, G. R. Welch, P. R. Hemmer, and M. O. Scully, Electromagnetically induced transparency controlled by a microwave field, *Phys. Rev. A*, 2009, **80**, 023820.
- [114] 郭苗军, 武晋泽, 黄静波, 王红丽, 周海涛, 郜江瑞, 张俊香, 铯原子汽室中

- 光学厚度的实验测量与精确模拟, 光学学报, 2013,**33**,1002001.
- [115] S. K. Kim, H. S. Moon, K. Kim, and J. B. Kim, Observation of electromagnetically induced absorption in open systems regardless of angular momentum, *Phys. Rev. A*, 2003, **68**, 063813.
- [116] K. Kim, M. Kwon, H. D. Park, H. S. Moon, H. S. Rawat, K. An, and J. B. Kim, Electromagnetically induced absorption spectra depending on intensities and detunings of the coupling field in Cs vapour, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2001, **34**, 4801.
- [117] A. M. Marino and C. R. Stroud, Phase-locked laser system for use in atomic coherence experiments, *Rev. Sci. Ins.*, 2008, **79**, 013104.
- [118] C. Goren, A. D. Wilson-Gordon, M. Rosenbluh, and H. Friedmann, Electromagnetically induced absorption due to transfer of coherence and to transfer of population, *Phys. Rev. A*, 2003, **67**, 033807.
- [119] J. I. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble, and H. Mabuchi, Quantum state transfer and entanglement distribution among distant nodes in a quantum network, *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**, 3221.
- [120] C. W. Chou, H. De Riedmatten, D. Felinto, S. V. Polyakov, S. J. Van Enk, and H. J. Kimble, Measurement-induced entanglement for excitation stored in remote atomic ensembles, *Nature*, 2005, **438**, 828.
- [121] B. Julsgaard, J. Sherson, J. I. Cirac, J. Fiušrek, and E. S. Polzik, Experimental demonstration of quantum memory for light, *Nature*, 2004, **432**, 482.
- [122] L. A. Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall, and H. Wu, Generation of squeezed states by parametric down conversion, *Phys. Rev. Lett.*, 1986, **57**, 2520.
- [123] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?, *Phys. Rev.*, 1935, **47**, 777.
- [124] G. Li, H. Tan, and M. Macovei, Enhancement of entanglement for two-mode fields generated from four-wave mixing with the help of the auxiliary atomic transition, *Phys. Rev. A*, 2007, **76**, 053827.
- [125] Ken-ichi Harada, Kenji Mori, Junji Okuma, Nobuhito Hayashi, and Masaharu Mitsunaga, Parametric amplification in an electromagnetically-induced-transparency medium, *Phys. Rev. A*, 2008, **78**, 013809

- [126] V. Boyer, A. M. Marino, and P. D. Lett, Generation of spatially broadband twin beams for quantum imaging, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **100**, 143601.
- [127] Z. Z. Qin, J. T. Jing, J. Zhou, C. J. Liu, R. C. Pooser, Z. F. Zhou, and W. P. Zhang, Compact diode-laser-pumped quantum light source based on four-wave mixing in hot rubidium vapor, *Opt. Lett.*, 2012, **37**, 3141.
- [128] Q. Glorieux, R. Dubessy, S. Guibal, L. Guidoni, J. P. Likforman, and T. Coudreau, Double- Λ microscopic model for entangled light generation by four-wave mixing, *Phys. Rev. A*, 2010, **82**, 033819.
- [129] J. Gea-Banacloche, H. B. Wu, and M. Xiao, Transmission spectrum of Doppler-broadened two-level atoms in a cavity in the strong-coupling regime, *Phys. Rev. A*, 2008, **78**, 023828.
- [130] L. M. Duan, G. Giedke, J. I. Cirac, and P. Zoller, Inseparability criterion for continuous variable systems, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**, 2722.
- [131] M. Sargent, M. O. Scully, and W. E. Lamb, *Laser Physics* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1974).
- [132] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, New York), 1997.
- [133] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble, and K. C. Peng, Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables, *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**, 3663.
- [134] J. Guo, H. X. Zou, Z. H. Zhai, J. X. Zhang, and J. R. Gao, Generation of continuous-variable tripartite entanglement using cascaded nonlinearities, *Phys. Rev. A*, 2005, **71**, 034305.
- [135] A. S. Coelho, F. A. S. Barbosa, K. N. Cassemiro, A. S. Villar, M. Martinelli, and P. Nussenzveig, Three-color entanglement, *Science*, 2009, **326**, 823.
- [136] M. I. Kolobov, The spatial behavior of nonclassical light, *Rev. Mod. Phys.*, 1999, **71**, 5.
- [137] N. Treps, U. Andersen, B. Buchler, P. K. Lam, A. Maitre, H. A. Bachor, and C. Fabre, Surpassing the standard quantum limit for optical imaging using nonclassical multimode light, *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**, 203601.
- [138] E. Brambilla, L. Caspani, O. Jedrkiewicz, L. A. Lugiato, and A. Gatti,

- High-sensitivity imaging with multi-mode twin beams, *Phys. Rev. A.*, 2008, **77**, 053807.
- [139] N. Treps, N. Grosse, W. P. Bowen, C. Fabre, H. A. Bachor, P. K. Lam, A quantum laser pointer, *Science*, 2003, **301**, 940.
- [140] M. T. L. Hsu, V. Delaubert, P. K. Lam, and W. P. Bowen, Optimal optical measurement of small displacements, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, 2004, **6**, 495.
- [141] M. T. L. Hsu, W. P. Bowen, N. Treps, and P. K. Lam, Continuous-variable spatial entanglement for bright optical beams, *Phys. Rev. A*, 2005, **72**, 013802.
- [142] K. Wagner, J. Janousek, V. Delaubert, H. X. Zou, C. Harb, N. Treps, J. F. Morizur, P. K. Lam, and H. A. Bachor, Entangling the spatial properties of laser beams, *Science*, 2008, **321**, 541.
- [143] H. X. Sun, K. Liu, Z. L. Liu, P. L. Guo, J. X. Zhang, J. R. Gao, Small-displacement measurements using high-order Hermite-Gauss modes, *App. Phys. Lett.*, 2014, **104**, 121908.
- [144] W. Jiang, C. Han, P. Xue, L. M. Duan, and G. C. Guo, Nonclassical photon pairs generated from a room-temperature atomic ensemble, *Phys. Rev. A*, 2004, **69**, 043819.
- [145] H. Yan, S. C. Zhang, J. F. Chen, M. M. T. Loy, G. K. L. Wong, and S. W. Du, Generation of narrow-band hyperentangled nondegenerate paired photons, *Phys. Rev. Lett.*, 2011, **106**, 033601.
- [146] K. Y. Liao, H. Yan, J. Y. He, S. W. Du, Z. M. Zhang, and S. L. Zhu, Generation of subnatural-linewidth hyperentangled photon pairs, *arXiv*, 2014, **1402**, 2530.
- [147] C. H. van der Wal, M. D. Eisaman, A. André, R. L. Walsworth, D. F. Phillips, A. S. Zibrov, and M. D. Lukin, Atomic memory for correlated photon states, *Science*, 2003, **301**, 196.
- [148] A. Kuzmich, W. P. Bowen, A. D. Boozer, A. Boca, C. W. Chou, L. M. Duan, and H. J. Kimble, Generation of nonclassical photon pairs for scalable quantum communication with atomic ensembles, *Nature*, 2003, **423**, 731.
- [149] Y. A. Chen, S. Chen, Z. S. Yua, B. Zhao, C. S. Chuu, J. Schmiedmayer, and J. W. Pan, Memory-built-in quantum teleportation with photonic and atomic qubits, *Nat.*

- Phys., 2008, **4**, 103.
- [150] C. J. Liu, J. T. Jing, Z. F. Zhou, R. C. Pooser, F. Hudelist, Lu. Zhou, and W. P. Zhang, Realization of low frequency and controllable bandwidth squeezing based on a four-wave-mixing amplifier in rubidium vapor, *Opt. Lett.*, 2011, **36**, 2979.
- [151] Z. Z. Qin, L. M. Cao, H. L. Wang, A. M. Marino, W. P. Zhang, and J. T. Jing, Experimental generation of multiple quantum correlated beams from hot rubidium vapor, *Phys. Rev. Lett.*, 2014, **113**, 023602.
- [152] D. Wang, L. Y. Hu, X. M. Pang, J. X. Zhang, and S. Y. Zhu, Quadripartite entanglement from a double three-level Λ -type atom model, *Phys. Rev. A*, 2013, **88**, 042314.
- [153] M. J. Guo, H. T. Zhou, D. Wang, J. R. Gao, J. X. Zhang, and S. Y. Zhu, Experimental investigation of high-frequency-difference twin beams in hot cesium atoms, *Phys. Rev. A*, 2014, **89**, 033813.
- [154] R. W. Boyd, *Nonlinear optics*, 世界图书出版社, 第三版, 2010, pp: 488。
- [155] 孙恒信, 刘奎, 刘尊龙, 张俊香, 郜江瑞, 自动锁定的高阶厄米高斯模的产生, *激光与光电子学进展*, 2014, **51**, 061406。
- [156] 张天才, 半导体激光器量子噪声及其非经典效应的理论与实验研究, 山西大学博士学位论文, 1998, pp:149-151。

攻读学位期间取得的研究成果

已发表和待发表的文章:

- [1] **Dan Wang**, Chao Liu, Changshun Xiao, Junxiang Zhang, Hessa M. M. Alotaibi, and Barry C. Sanders, Strong coherent amplification with multiple electromagnetically induced transparency coherences, *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 依审稿意见返修.
- [2] **Dan Wang**, Liyun Hu, Xiumei Pang, Junxiang Zhang, and Shiyao Zhu, Quadripartite entanglement from a double three-level Λ -type-atom model, *Phys. Rev. A*, 2013, **88**, 042314.
- [3] **Dan Wang**, Jinze Wu, and Junxiang Zhang, Optical control of light propagation in photonic crystal based on electromagnetically induced transparency, *Chin. Phys. B*, 2016, **25**, 064202.
- [4] 王丹, 武晋泽, 刘晋宏, 张俊香, 铯原子汽室中吸收线附近的双色光放大实验研究, *山西大学学报(自然科学版)*, 2016, **39**, 247-251.
- [5] Miaojun Guo, Haitao Zhou, **Dan Wang**, Jiangrui Gao, Junxiang Zhang, and Shiyao Zhu, Experimental investigation of high-frequency-difference twin beams in hot cesium atoms, *Phys. Rev. A*, 2014, **89**, 033813.
- [6] Haitao Zhou, Dawei Wang, **Dan Wang**, Junxiang Zhang, and Shiyao Zhu, Efficient reflection via four-wave mixing in a Doppler-free electromagnetically induced transparency gas, *Phys. Rev. A*, 2011, **84**, 053835.
- [7] Yuan Li, Zhonghua Li, **Dan Wang**, Jiangrui Gao, and Junxiang Zhang, Manipulation of squeezed state in electromagnetically induced transparency system via dynamic Stark effect, *J. Opt. Soc. Am. B*, 2012, **29**, 3177.
- [8] Yuan Li, Dehuan Cai, Rong Ma, **Dan Wang**, Jiangrui Gao, and Junxiang Zhnag, Resolution enhancement in noise spectrum by using velocity selective optical pumping in cesium vapor, *Appl. Phys. B*, 2012, **109**, 189.
- [9] Haitao Zhou, Miaojun Guo, **Dan Wang**, Jiangrui Gao, Junxiang Zhang, and Shiyao Zhu, Angular momentum and two-photon detuning dependence of reflection spectrum on degenerate two-level systems in Cs vapour, *J. Phys. B*, 2011, **44**,

225503.

- [10] Haitao Zhou, **Dan Wang**, Miaojun Guo, Jiangrui Gao, and Junxiang Zhnag, Controllable optical mirror of cesium atoms with four-wave mixing, *Chin. Phys. B*, 2014, **23**, 093204.
- [11] 武晋泽, **王丹**, 郭苗军, 周海涛, 张俊香, 原子介质中实现移动光子晶体的驻波场特性研究, *中国激光*, 2015, **42**, 0418001.
- [12] 王红丽, **王丹**, 郭苗军, 周海涛, 张俊香, 铯原子介质中受激拉曼四波混频的光放大特性, *量子光学学报*, 2015, **21**, 33-38.
- [13] 郭苗军, **王丹**, 周海涛, 张俊香, 光子晶体特性在 EIT 介质中的实验实现, *量子光学学报*, 2014, **20**, 148-153.

致谢

转眼间六年的研究生生涯即将结束，值此论文付梓之际，我思绪万千，心情久久不能平静。六年间，在老师和同学的全力支持下，我走得辛苦却也收获颇丰。敲击着键盘，太多美好与感动的瞬间一幕幕在脑海中回放。下面，谨以文字表达我对光电所每一位老师和同学最真诚的谢意。

感谢彭堃墀院士和谢常德教授，两位老师是整个光电所的核心凝聚力，自建所来秉承着攀登奉献的精神为我们创造了优越的科研环境。他们渊博的学识、严肃的科学态度以及良好的精神面貌是我提高自身要求的一面旗帜。

特别感谢我的导师张俊香教授，很感激在我人生最重要的成长阶段时刻引导我、督促我。在您的熏陶下，我对人对事的心态在不断成熟，更愿意听到不一样的声音以及给我意见和建议的人。感谢张老师提供了良好的科研环境和学术氛围，让我结识了业内诸多优秀的专家、学者。您在学生身上的付出让我见证了您在学问方面严肃认真、精益求精、坚定执著的态度。生活方面更是受您感染，微笑着面对生活并时刻保持积极向上的精神状态。

感谢与朱诗尧院士和 Barry Sanders 教授的愉快合作！两位教授深厚的学术造诣、严谨的治学态度和独特的人格魅力都是后辈们最好的榜样。

感谢郜江瑞教授在我博士期间的指导，郜老师扎实厚重的学术功底与严谨求实的思维品质时刻感染着我。与郜老师实验组一起学术讨论的日子让我接触到不一样的研究领域，拓宽了我的专业知识也激发了我在实验上的一些灵感。非常感谢郜老师在实验上提供的帮助和便利。

感谢研一期间传授专业基础知识的张宽收教授、张天才教授、王海教授、张靖教授、王军民教授和李永民教授，每一位老师身上都有我崇拜和学习的闪光点，感谢各位老师在大会议报上对我学术工作的指导。感谢光电所各位年轻教师的帮助。感谢电子车间、激光器车间、机加工车间的师傅们和办公室的各位老师在工作中的热情配合。

衷心感谢实验室师兄周海涛和郭苗军老师在实验技能方面的指导；感谢蔡德欢、陈立、姜其畅、孙恒信、武晋泽同学在学术上的有益讨论；感谢热心的王大伟、冯伟、赵东星、任娟娟同学，从你们身上我收获了太多；感谢实验小组已毕业的李中华、李媛、褚鑫、豆亚芳、黄静波、王红丽同学在学习和生活上的大力帮助；感谢

张岩、马荣、刘超、肖长顺、马志军、刘晋宏、张丽文、韩宇宏同学，实验室的大家庭让我感觉到团结协作和温馨有爱的力量；一并感谢六年来共同奋斗的郭俊、郝树宏、李文芳、孟增明、王杰、武跃龙、于波、王丽梅、李玉清、元晋鹏同学。

同时，我还要感谢我的父母、公婆。焉得艾草，言树之心，养育之恩，无以回报，你们永远健康快乐将永远是我最大的心愿！感谢在我求学期间最美好的相遇:我的爱人黄良辉先生，感谢遇见成就了更优秀的自己。五年来我们彼此陪伴、鼓励、支持，共同完成学业，一切来得刚刚好！感谢双方家人生活中最朴实、最温暖的问候。

在论文即将完成之际，我的心情十分激动，毕竟，从开始进入课题到最终论文得以完成，有无数可敬的朋友给了我帮助，在这里，也同样请接受我真诚的感谢！

王丹

2016年5月22日

个人简况及联系方式

个人基本信息

姓名：王丹

性别：女

出生年月：1987年11月

籍贯：山西省临猗县

联系电话：18734152010

电子信箱：wnwdwq@163.com

学习与受教育经历

2010.9-2016.6 山西大学光电研究所，量子光学与光量子器件国家重点实验室

专业：光学 (提前攻博)

2006.9-2010.6 山西大学物理电子工程学院

专业：物理学 (学士)

承 诺 书

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是在导师指导下独立完成的，学位论文的知识产权属于山西大学。如果今后以其他单位名义发表与在读期间学位论文相关的内容，将承担法律责任。除文中已经注明引用的文献资料外，本学位论文不包括任何其他个人或集体已经发表或撰写过的成果。

作者签名：

2016 年 月 日

学位论文使用授权声明

本人完全了解山西大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关机关或机构送交论文的复印件和电子文档，允许论文被查阅和借阅，可以采用影印、缩印或扫描等手段保存、汇编学位论文。同意山西大学可以用不同方式在不同媒体上发表、传播论文的全部或部分内容。

保密的学位论文在解密后遵守此协议。

作者签名：

导师签名：

2016年 月 日