

基于高阶厄米高斯模倾角测量

郭鹏亮, 孙恒信, 刘奎, 张俊香, 郜江瑞[†]

(山西大学光电研究所量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西 太原 030006)

摘要: 本文主要对高阶厄米高斯模式的倾角测量进行了理论分析, 提出了利用高阶厄米高斯模式可以进一步提高倾角测量的方案, 并对不同模式进行倾角测量的精度进行了对比。计算结果表明, 采用的模式的阶数越高, 倾角测量的精度越高, 这一结果为进一步提高倾角测量实验提供理论依据。

关键词: 高阶厄米高斯模式; 倾角测量; 平衡零拍探测; 最小可测倾角

中图分类号: O431

文献标识码: A

文章编号: 1007-6654(2016)03-0209-06

0 引言

自 M. I. Kolobov 提出横向空间非经典光源的量子特性^[1]以来, 激光倾角的精密测量无论是在理论还是在实验方面都受到了广泛的关注。对于倾角的精密测量, 可以用来准直倾斜的光束, 探测所研究物体的表面的倾斜程度, 这使得激光倾角的测量在引力波探测^[2], 生物粒子的追踪^[3,4], 卫星之间的定位^[5,6]等方面都有重要的应用。2002年, N. Treps 等人在实验上, 利用分束探测装置并使用多模非经典光源降低了测量过程中产生的噪声, 提高了激光的横向空间的分辨率, 超越了散粒噪声基准^[7]。2004年, Ping Koy Lam 小组在理论上计算了利用分束探测装置探测激光横向空间的信息的探测效率相对于测量的标准量子极限只能达到 80%, 而采用平衡零拍探测装置的探测效率相对于测量的标准量子极限可以达到 100%, 提出了利用平衡零拍探测优化测量的实验方案^[8]。2006年, 他们就在实验上完成

了利用平衡零拍探测装置来进行光束小位移和倾角的测量, 并与分束探测进行光束横向小位移和倾角的测量进行了对比, 验证了利用平衡零拍探测装置探测光束横向位置和倾角的探测效率优于分束探测装置^[9]。2008年, Katherine Wagner 等人在实验上产生了位置和动量的纠缠, 实现了空间上的关联^[10]。2014年, 我们实验小组在实验上产生了空间压缩光, 采用平衡零拍探测装置, 提高了激光的横向空间的分辨率^[11]。而高阶模式具有更多的信息量, 利用高阶厄米高斯模式可以提高激光横向位置的测量精度^[12]。我们利用高阶模式特性应用到激光倾斜的测量, 进一步提高激光倾角的测量精度。

本文主要讨论利用高阶厄米高斯模式进行倾角的高精度测量。由于分束探测的探测效率相比于平衡零拍探测的探测效率要低, 因此, 本文对利用平衡零拍探测对微小倾角测量进行了分析。在理论上对采用任意阶模式进行倾角测量进行了

收稿日期: 2015-03-31; 修回日期: 2016-05-19

基金项目: 国家自然科学基金(91536222; 11274212; 61405108)

作者简介: 郭鹏亮(1990-), 女, 山西潞城人, 硕士研究生, 主要从事量子光学和量子测量方面的研究。E-mail: 973256654@qq.com

[†]通信作者: 郜江瑞, E-mail: jrgao@sxu.edu.cn

计算,分析了影响高阶模式倾角的测量精度的因素,对比了当信号场给定,本地光采用不同的模式时,倾角测量精度的变化情况,并与基模的倾角测量进行了对比,为下一步实验提供了参考。

1 基本原理介绍

如图 1 所示为倾斜的高斯光束,这里只考虑了一维的情况,即只考虑在纸平面内沿 x 方向的倾斜,图中倾斜是以腰斑处为参考点,倾角 θ 为传播方向与参考轴 z 轴之间的夹角。可以将倾斜的高斯光束定义为:

$$u_p(x) = e^{i\frac{2\pi\sin\theta}{\lambda}x} u(x\cos\theta) \quad (1)$$

其中, $u(x)$ 为未发生倾斜的高斯光束横向分布的表达式, λ 为光的波长, p 为横向动量, θ 为倾斜角度,激光的倾角与光束的横向动量 p 有关,当倾角 θ 远小于 1 时,横向动量 p 与倾角 θ 之间的关系为:

$$p = \frac{2\pi\sin\theta}{\lambda} \approx \frac{2\pi\theta}{\lambda} \quad (2)$$

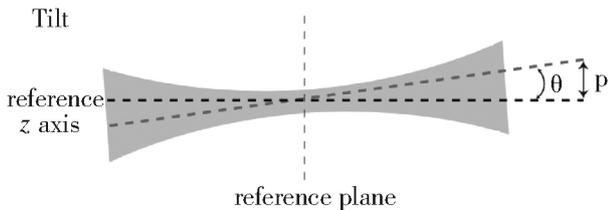


Fig. 1 The tilt of Gaussian beam

图 1 倾斜的高斯光束

当倾角 $\theta \ll 1$ 时,可以将(1)式泰勒展开,保留到一阶项并忽略高阶小项,则(1)式可以表示为:

$$u_p(x) \approx u(x) + \theta \frac{\partial u(x)}{\partial \theta} = u(x) + ipx \cdot u(x) \quad (3)$$

由于本文主要关注厄米高斯模式的倾斜测量,我们首先给出在傍轴近似下,厄米高斯光束横向分布的表达式^[13]:

$$u_n(x) = \left(\frac{2}{\pi w_0^2}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{n! \cdot 2^n}} H_n\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_0}\right) e^{-\left(\frac{x}{w_0}\right)^2} \quad (4)$$

其中, w_0 为厄米高斯模式的腰斑大小; $H_n(X)$ 为厄米多项式,这里的 n 代表模式的阶数,它的取值范围为 $n=0, 1, 2, 3, \dots$

对于倾斜的基模,利用(4)式,当 $n=0$ 时,将基模的横向振幅分布代入(3)式,根据模式之间的相互转化关系,可以得出倾斜的基模的表达式:

$$u_0(x, p) \approx u_0(x) + i \frac{pxw_0}{2} u_1(x) = u_0(x) + i \frac{\pi\theta w_0}{\lambda} u_1(x) \quad (5)$$

这里,我们选择在腰斑处作为参考平面,由(5)式可以看出,倾斜的信息与一阶模式有关,为了将倾斜的信息提取出来,则可利用一阶模式作为本地光,采用平衡零拍探测的方法将倾斜的信息提取出来。

同理,对于倾斜的高阶厄米高斯模式一般表达式为:

$$u_n(x, p) \approx u_n(x) + ipxu_n(x) = u_n(x) + i \frac{pxw_0}{2} (\sqrt{n+1}u_{n+1}(x) + \sqrt{nu_{n-1}}(x)) \quad (6)$$

这里利用了关系式 $xu_n(x) = \frac{w_0}{2} (\sqrt{n+1}u_{n+1}(x) + \sqrt{nu_{n-1}}(x))$, 并且阶数满足 $n \geq 1$, w_0 为基模腰斑半径的大小。由(6)式可以看出,倾斜的信号与 $n-1$ 阶模式和 $n+1$ 阶模式的叠加模式有关。因此,选用 $n-1$ 阶模式或 $n+1$ 阶模式为本地光,采用平衡零拍探测方案,可实现 n 阶厄米高斯模式的倾斜信号测量,正如已报道的利用基模和 1 阶模的位移与倾角测量^[8-12]。而当选用 $n-1$ 阶模式和 $n+1$ 阶模式的叠加模式作为本地光,可更有效地将 n 阶厄米高斯模式的倾斜信号提取出来,这里的叠加模式是以(6)式的比例与相位差相叠加的模式。

2 高阶厄米高斯模式的平衡零拍倾角测量

在高精度测量中光场的量子特性必须考虑,例如光场的量子起伏。我们首先将光场量子化,根据光场二次量子化理论^[14],可以得到电磁场的正频部分用湮灭算符表示的表达式:

$$\hat{\epsilon}^{(+)}(x) = i \left(\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 cT}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \hat{a}_n u_n(x) \quad (7)$$

其中, \hbar 为普朗克常数, ω 为光场的频率, c 为光

速, T 为探测积分时间, ϵ_0 为自由空间的介电常数, \hat{a}_n 为 n 阶模的湮灭算符, $u_n(x)$ 为 n 阶厄米高斯模式横向分布表达式。在线性近似下, \hat{a}_n 可写为 $\hat{a}_n = \langle \hat{a}_n \rangle + \delta \hat{a}_n$, 这里 $\langle \hat{a}_n \rangle$ 是 n 阶模湮灭算符的平均值, $\delta \hat{a}_n$ 为 n 阶模式的量子起伏项。由于这里只考虑 n 阶模式的倾斜, 因此只有 n 阶模式的光场的湮灭算符的平均值不为 0, 并满足 $\langle \hat{a}_n \rangle = \sqrt{N}$, 这里 N 为 n 阶模式信号场的平均光子数。

根据(7)式, 我们可以写出与(6)式相对应的量子表达式, 将其作为平衡零探测的信号场:

$$\hat{\epsilon}_{\text{signal}}^{(+)}(x) = i \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2 \epsilon_0 c T}} \left\{ \sqrt{N} \left[u_n(x) + i \frac{\omega_0 p}{2} (\sqrt{n+1} \cdot u_{n+1}(x) + \sqrt{n} \cdot u_{n-1}(x)) \right] + \sum_{i=0}^{\infty} \delta \hat{a}_i u_i(x) \right\} \quad (8)$$

其中, 最后一项为信号场的各个模式的真空噪声的叠加。由(8)式可以看出倾斜的信号与 $n-1$ 阶模式和 $n+1$ 阶模式一定比例叠加的模式有关。为了提取出倾斜的信号, 则可选用这种叠加的模式作为本地光, 本地光的电场正频部分的表达式为:

$$\hat{\epsilon}_{\text{Local}}^{(+)}(x) = i \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2 \epsilon_0 c T}} \left\{ \frac{\sqrt{N_{LO}}}{\sqrt{2n+1}} (\sqrt{n+1} \cdot u_{n+1}(x) + \sqrt{n} \cdot u_{n-1}(x)) + \sum_{m=0}^{\infty} \delta \hat{a}_{m, LO} u_m(x) \right\} \quad (9)$$

其中, N_{LO} 为本地场的平均光子数, $|\langle \hat{a}_{n+1, LO} \rangle|^2 = \frac{n+1}{2n+1} N_{LO}$, $|\langle \hat{a}_{n-1, LO} \rangle|^2 = \frac{n}{2n+1} N_{LO}$, 最后一项为本地光各个模式的真空噪声的叠加。根据平衡零拍探测理论^[14], 由(8)式和(9)式可以计算出探测器探测到的两个信号的光电流之差:

$$\hat{n}_- = \sqrt{N_{LO}} (\sqrt{N} \sqrt{2n+1} p \omega_0 \sin \phi_{LO} + \delta \hat{X}_s^{\phi_{LO}}) \quad (10)$$

其中, ϕ_{LO} 为本地场相对于信号场的相对相位, $\delta \hat{X}_s^{\phi_{LO}}$ 为信号场的正交噪声; 当 $\phi_{LO} = 90^\circ$ 时,

$$\delta \hat{X}_s^{\phi_{LO}} = \delta \hat{X}_s^- = \sqrt{\frac{n}{2n+1}} \delta \hat{X}_{n-1}^- +$$

$$\sqrt{\frac{n+1}{2n+1}} \delta \hat{X}_{n+1}^-, \quad (11)$$

为信号场的正交相位噪声; 在相干态下, 信号场的正交相位噪声的方差: $\langle \delta^2 \hat{X}_s^- \rangle = 1$ 。由(10)式可以得到在相干态下, $\phi_{LO} = 90^\circ$ 时, 利用高阶模进行倾角测量的信噪比:

$$\text{SNR}^{BHD} = (\sqrt{N} \sqrt{2n+1} p \omega_0)^2 \quad (12)$$

并定义在信噪比等于 1 时, 最小可测的倾角的表达式:

$$\theta_{\text{min}}^{\text{opt}} = \frac{\lambda}{2\pi\omega_0 \sqrt{2n+1} \sqrt{N}} \quad (13)$$

由(12)式和(13)式可以看出, 信噪比和最小可测的倾角与信号光的光子数 N , 高斯光束的腰斑大小, 模式的阶数有关; 当光强越高, 信噪比越高, 最小可测量越小, 测量精度越高, 但是太强的光强对于一些测量会造成破坏性的影响, 所以这是应该避免的, 例如: 对于生物样品的测量^[4], 过强的激光会破坏生物细胞, 从而影响测量。当选用的高斯光束的腰斑半径越大, 模式的阶数越高, 信噪比越高, 最小可测量越小, 测量精度越高, 相比于基模的倾角测量^[9, 15], 测量精度提高了 $\sqrt{2n+1}$ 倍。因此, 选用较高阶的模式和大腰斑的高斯光束进行倾角的测量, 可以提高倾角的测量精度。而当采用与(11)式相应的叠加模式的压缩态去填补信号场的真空通道时, 可以减少测量的噪声, 从而可以进一步提高测量精度。在压缩态下, $\langle \delta^2 \hat{X}_s^- \rangle = e^{-2r}$, 这里 r 为压缩因子, 那么在压缩态下, 进行倾角测量的信噪比与最小可测量为:

$$\text{SNR}^{\text{qu}, BHD} = (\sqrt{N} \sqrt{2n+1} p \omega_0)^2 e^{2r} \quad (14)$$

$$\theta_{\text{min}}^{\text{qu}, \text{opt}} = \frac{\lambda}{2\pi\omega_0 \sqrt{2n+1} \sqrt{N}} e^{-r} \quad (15)$$

从(14)式和(15)式可以看出, 压缩因子越大, 信噪比越高, 最小可测量越小, 测量精度越高。考虑到实验上产生这样的叠加模式的本地光比较复杂, 为了简便起见, 当本地光选用与信号场相邻阶的简单的模式时:

$$\hat{\epsilon}_{\text{Local}}^{(+), \text{single}}(x) = i \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2 \epsilon_0 c T}}$$

$$\left\{ \sqrt{N_{LO}} u_{n+1}(x) + \sum_{m=0}^{\infty} \delta \hat{a}_{m, LO} u_m(x) \right\} \quad (16)$$

根据平衡零拍探测理论^[14], 与之前的步骤类似, 由(8)式和(16)式, 也可得到采用简单的本地模式时相应的光电流之差, 信噪比以及最小可测的倾角:

$$\hat{n}^{\text{single}} = \sqrt{N_{LO}} (\sqrt{N} \sqrt{n+1} p \omega_0 + \delta \hat{X}_{n+1}^-) \quad (17)$$

$$\text{SNR}^{\text{single, BHD}} = (\sqrt{N} \sqrt{n+1} p \omega_0)^2 \quad (18)$$

$$\theta_{\text{min}}^{\text{single}} = \frac{\lambda}{2\pi\tau\omega_0 \sqrt{n+1} \sqrt{N}} \quad (19)$$

这里, $\delta \hat{X}_{n+1}^-$ 为信号场的 $n+1$ 阶模的正交相位噪声, 在相干态下, $\langle \delta^2 \hat{X}_{n+1}^- \rangle = 1$. 由(18)和(19)式可以看出, 与之前采用叠加的模式作为本地光的计算结果是类似的, 同样也是模式的阶数越高, 高斯光束的腰斑半径越大, 信号场的光强越强, 测量的信噪比越高, 测量精度就越高。当(19)式的 $n=0$ 时, 即为采用普通的基模进行倾角的测量结果^[9, 15]:

$$\theta_{0, \text{min}} = \frac{\lambda}{2\pi\tau\omega_0 \sqrt{N}} \quad (20)$$

将(19)式与(20)式对比, 采用简单的本地模式进行倾角的测量, 测量精度提高了 $\sqrt{n+1}$ 倍。

为了更加直观地表示, 可以分别画出在压缩态下采用叠加的模式作为本地光, 并令压缩度为 3 dB, 即压缩因子 $r \approx 0.345$, 在相干态下采用叠加的模式和简单的模式作为本地光时, 最小可测量 θ 随模式阶数 n 的变化曲线, 如图 2 所示:

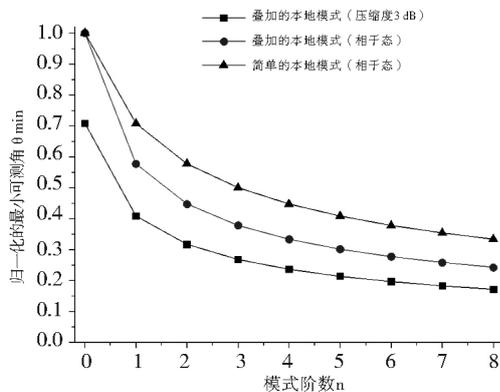


Fig. 2 The curves of normalized tilt θ_{min} vs mode order n
图 2 最小可测倾角 θ_{min} 随信号场模式阶数 n 的变化曲线

图 2 中蓝色的三角形数据曲线代表在相干态下, 采用简单的模式作为本地光, 归一化的最小可测倾角 θ_{min} 随信号场模式阶数 n 的变化曲线; 红色的圆形数据曲线代表在相干态下, 采用叠加的模式作为本地光, 归一化的最小可测倾角 θ_{min} 随信号场模式阶数 n 的变化曲线; 黑色的方形数据曲线代表在压缩度为 3 dB, 采用叠加的模式作为本地光, 归一化的最小可测倾角 θ_{min} 随信号场模式阶数 n 的变化曲线; 这里将最小可测倾角 θ 归一化, 即令在相干态下信号场的模式阶数为 0 时的最小可测倾角 $\theta=1$, 由图 2 可以看出在压缩态下, 采用叠加的模式要比在相干态下, 采用叠加的模式和采用简单的模式作为本地光进行倾角测量的测量精度都要高, 并且这三条曲线随着模式的阶数增加, 测量精度都在增加, 即模式阶数越高, 测量的精度越高。

3 倾角测量实验方案

如图 3 所示为测量倾角的实验装置图, 激光器输出的激光分成两部分, 一部分通过模式转换器 I 产生实验上所需的 $n-1$ 阶模式和 $n+1$ 阶模式一定比例叠加的模式或相邻阶简单的 $n+1$ 阶模式作为本地光, 另一部分通过模式转换器 II 产生 n 阶厄米高斯模式, 然后通过倾斜产生装置, 将高阶模进行倾斜调制后将其作为信号场, 将信号场与之相应的本地场在 50 : 50 的分束器上进行耦合后, 并锁定本地光和信号场的相对相位为 90° 时, 通过平衡零拍探测装置, 将探测器 A 和 B 探测到的两个信号经过减法器相减, 最后对减出的信号进行频谱分析, 从而测量出倾角的大小。当光的波长为 1 064 nm, 信号场功率为 100 μW , 腰斑大小为 300 μm , $RBW=30$ kHz, 并利用 $N = P_s \lambda / (hc \cdot RBW)$, 这里 P_s 为信号场的功率, h 为普朗克常数, RBW 为分辨率带宽, 当采用普通的基模作为信号场 $n=0$ 时, 根据(20)式, 最小可测倾角为 $\theta_{0, \text{min}} = 4.23$ nrad, 而当采用信号场模式的阶数 $n=5$ 时, 代入(13)(15)(19)式, 可计算出利用 5 阶模式进行倾角的测量在实验上预计可测的最小倾角大小。在相干态下, 采用简单的 6 阶模

式作为本地光的最小可测倾角为 $\theta_{\min}^{\text{single}} = 1.73$ nrad, 采用 4 阶和 6 阶模式的叠加模式的最小可测倾角为 $\theta_{\min}^{\text{pt}} = 1.27$ nrad, 当压缩度为 3 dB, 采用 4 阶和 6 阶模式的叠加模式作为本地光的最小可测倾角为: $\theta_{\min}^{\text{qu}, \text{opt}} = 0.90$ nrad, 相比基模倾角的测量精度分别提高了 $\sqrt{6}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{22}$ 倍。

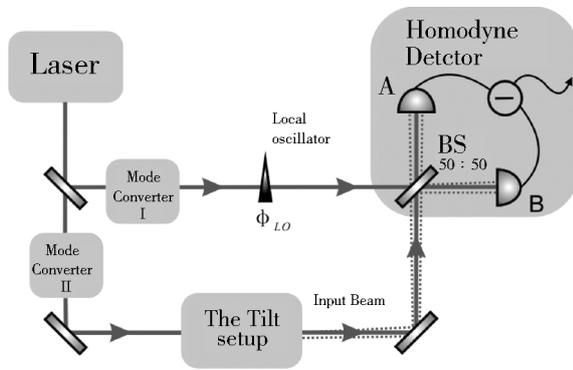


Fig. 3 The experimental setup of tilt measurement

图 3 倾角测量实验装置

4 总结

本文将利用基模的倾角测量, 进一步推广到了高阶模, 提出了利用高阶厄米高斯模式提高倾角测量的方案。对高阶厄米高斯模式平衡零拍探测装置进行倾角的测量进行了理论计算, 计算结果表明测量的精度主要与采用模式的阶数, 高斯光束腰斑的大小, 信号场的光强有关, 可以通过增加模式的阶数, 高斯光束的腰斑, 信号场的光强来提高测量精度, 也可使用相应模式的压缩态, 来降低测量中噪声的影响, 从而进一步提高测量的精度。对比了在相干态下采用简单模式的本地场, 采用叠加模式的本地场和在压缩态下采用叠加的模式作为本地场进行高阶模倾角测量的结果, 计算结果表明在压缩态下采用叠加的模式进行倾角的测量精度最高, 并且测量精度随模式阶数的增加而增加。为了实验的操作简便, 采用简单的本地光对高阶模进行倾角的测量也是一种可选的方案。这一工作对于生物医学, 天文物理, 超分辨率成像等方面具有潜在的应用价值。

参考文献:

- [1] Kolobov Mikhail I. The Spatial Behavior of Nonclassical Light[J]. *Rev Mod Phys*, 1999, **71**(5):1539-1589. DOI:10.1103/RevModPhys.71.1539.
- [2] Morrison Euan, Meers Brian J, Robertson David I, et al. Automatic Alignment of Optical Interferometers[J]. *Appl Opt*, 1994, **33**(22):5041-5049. DOI:10.1364/AO.33.005041.
- [3] Tischer Christian, Altmann Stephan, Fišinger Samo, et al. Three-dimensional Thermal Noise Imaging[J]. *Appl Phys Lett*, 2001, **79**(23):3878. DOI:10.1063/1.1423404.
- [4] Michael A. Taylor, Jiri Janousek, Vincent Daria, et al. Biological Measurement Beyond the Quantum Limit[J]. *Nat Photonics*, 2013, **7**:299. DOI:10.1038/nphoton.2012.346.
- [5] Arnon S. Use of Satellite Natural Vibrations to Improve Performance of Free-space Satellite Laser Communication[J]. *Appl Opt*, 1998, **37**(21):5031-6. DOI:10.1364/AO.37.005031.
- [6] Nikulin Vladimir V, Bouzoubaa Mounir, Skormin Victor A, et al. Modeling of the Tracking System Components of the Laser Satellite Communication Systems[A]. *Optical Engineering*[C]. 2001, **40**(2208):72-82. DOI:10.1117/12.430800.
- [7] Treps N, Andersen U, Buchler B, et al. Surpassing the Standard Quantum Limit for Optical Imaging Using Nonclassical Multimode Light. [J]. *Phys Rev Lett*, 2002, **88**(20):203601. DOI:10.1103/PhysRevLett.88.203601.
- [8] Hsu Magnus T L, Delaubert Vincent, Lam Ping Koy, et al. Optimal Optical Measurement of Small Displacements[J]. *J Opt B Quantum Semiclassical Opt*, 2004, **6**(12):495-501. DOI:10.1088/1464-4266/6/12/003.
- [9] Delaubert V, Treps N, Lassen M, et al. TEM₁₀ Homodyne Detection as an Optimal Small-displacement and Tilt-measurement Scheme[J]. *Phys Rev A*, 2006, **74**(5):053823. DOI:10.1103/PhysRevA.74.053823.
- [10] Wagner Katherine, Janousek Jiri, Delaubert Vincent, et al. Entangling the Spatial Properties of Laser Beams[J].

- Science*, 2008, **321**(5888):541-3. DOI:10.1126/science.1159663.
- [11] Sun Heng-Xin, Liu Zun-Long, Liu Kui, *et al.* Experimental Demonstration of a Displacement Measurement of an Optical Beam beyond the Quantum Noise Limit[J]. *Chinese Phys Lett*, 2014, **31**(8):84202. DOI:10.1088/0256-307X/31/8/084202.
- [12] Sun Hengxin, Liu Kui, Liu Zunlong, *et al.* Small-displacement Measurements Using High-order Hermite-Gauss Modes [J]. *Appl Phys Lett*, 2014, **104**(12):121908. DOI:10.1063/1.4869819.
- [13] 周炳琨,高以智,陈侗嵘,等. 激光原理[M]. 第六版. 北京:国防工业出版社,2012.
- [14] Walls D F, Milburn Gerard J. Quantum Optics[M]. Springer-Verlag, 1995.
- [15] Delaubert Vincent, Treps Nicolas, Harb Charles C, *et al.* Quantum Measurements of Spatial Conjugate Variables: Displacement and Tilt of a Gaussian Beam[J]. *Opt Lett*, 2006, **31**(10):1537. DOI:10.1364/OL.31.001537.

Tilt Measurement Based on High-order Hermite-Gauss Mode

GUO Peng-liang, SUN Heng-xin, LIU Kui, ZHANG Jun-xiang, GAO Jiang-rui

(State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices,
Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

Abstract: In this paper, the tilt measurements using high-order Hermite-Gauss mode were analyzed in theory. We proposed a scheme of tilt measurement using high-order Hermite-Gauss mode to enhance the measurement precision, and compared the results of tilt measurement precision using different local modes. The calculation results showed that the measurement precision increased with mode order, which provided theoretical reference for the experiments of tilt measurement to further improve the measurement precision.

Key words: high-order Hermite-Gauss mode; tilt measurement; Homodyne detection; minimum measurable tilt