

## 飞秒脉冲同步泵浦光学参量振荡器中的像散补偿

张长春<sup>1</sup>, 刘宏波<sup>1</sup>, 刘奎<sup>1,2</sup>, 孙恒信<sup>1,2†</sup>, 郜江瑞<sup>1,2</sup>

(1. 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西大学光电研究所, 山西 太原 030006;

2. 极端光学协同创新中心, 山西大学, 山西 太原 030006)

**摘要:** 飞秒脉冲同步泵浦光学参量振荡器(SPOPO)可以产生非经典光学频率梳,在时域多模量子光场基础上,引入光场的空间自由度,可以获得具有时空多模特性的新型压缩态光场。这种多模压缩态可以同时实现波分复用和空分复用,是扩充量子信道容量、实现量子计算的重要工具。由于SPOPO中凹面镜的入射(出射)光线与法线通常具有一定的折叠角,其引入的像散导致某些同阶数高阶模式(例如厄米高斯01和10模)在腔内产生的Gouy相位不同,无法在腔内共振,从而限制了空间多横模压缩态的产生。本文在理论上计算了SPOPO中子午面和弧矢面产生的光束腰斑大小、位置及Gouy相位差,提出了一种补偿像散的方案,实验上实现了SPOPO内的厄米高斯01与10模的同时共振。

**关键词:** 像散; 同步泵浦光学参量振荡器; 多模量子态

中图分类号: O413

文献标识码: A

文章编号: 1007-6654(2018)01-0067-07

### 0 引言

非经典光场由于其独特的量子特性在量子基本原理验证、量子信息处理及量子精密测量中发挥着重要的作用。与单模非经典光场相比,多模非经典场包含更多的信息量和更高的维度,增大了量子信道容量,提高了信息传输速率和通信安全性。正是基于这些优势,使其在量子密钥共享、量子协作等领域有着十分重要的价值,同时在构建可用于量子信息处理和量子计算的复杂量子网络中发挥着不可替代的作用<sup>[1,2]</sup>。因此,制备这种非经典多模光源已成为量子信息领域的研究热点之一。目前基于连续变量光学参量振荡器(OPO)产生的多模量子态<sup>[3,4,5]</sup>,可用于超越标准

量子极限的精密测量<sup>[6]</sup>,例如基于空间压缩态的光束位移测量<sup>[7,8]</sup>或空间转角测量<sup>[9]</sup>、基于偏振压缩态的磁场测量<sup>[10]</sup>等。除此之外,基于飞秒脉冲的同步泵浦脉冲光学参量振荡器(SPOPO)产生的飞秒脉冲压缩光,由于其独特的时间分辨特性,可用于超越标准量子极限的时间传递<sup>[11]</sup>和基于波分复用的量子网络<sup>[12]</sup>等。在此基础上,结合光学频率梳的时域多模和空间多模各自的优势,可以获得具有时空特性的多模压缩纠缠态,从而增加了希尔伯特空间的维度,有望实现更大信道容量的量子网络和更精密的三维时空测量。

常见的飞秒脉冲SPOPO固有的腔长较长(我们实验中采用重复频率76MHz的光源,对应腔

收稿日期: 2017-11-13; 接受日期: 2017-11-18

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(2016YFA0301404); 国家自然科学基金(91536222; 11604189; 61405108); 山西省“1331工程”重点学科建设计划经费

作者简介: 张长春(1990-),男,山西临汾人,硕士研究生,主要从事量子测量与量子通信方面的研究。E-mail: zhang\_chang\_chun@163.com

†通信作者: 孙恒信, E-mail: hxsun@sxu.edu.cn

长为  $c/76 \text{ MHz} = 3.94 \text{ m}$ ), 为节省空间, 方便产生真空压缩态, 光学参量振荡器一般采用折叠腔设计。然而由于腔中凹面镜的入射(出射)光线与法线通常具有一定的折叠角, 使子午面和弧矢面内的焦距不同, 导致子午面内和弧矢面内光束的模参数不同(像散效应), 从而使同一阶数的不同空间高阶横模在腔内环绕一周所经历的相位不同, 即共振的腔长不同, 最终导致它们无法在飞秒脉冲 SPOPO 中同时共振。本文提出一种像散补偿方法, 即通过在竖直面(原弧矢面)引入与水平面(原子午面)相同的折叠角来补偿像散, 实现两个面上的 Gouy 相位补偿。理论计算了无像散补偿和有像散补偿时的子午、弧矢光束腰斑位置、大小以及它们在腔内所走的 Gouy 相位。最终在实验上实现了 SPOPO 内的厄米高斯 01 与 10 模的同时共振。

### 1 基本原理

如图 1 中红线所示, 当轴外光点 P(光轴正下方)入射到透镜时(主光线与光轴之间的夹角为  $\theta$ ), 经透镜会聚后出射光束的截面一般呈椭圆形, 但在椭圆的两边退化为直线, 即像散效应。椭圆两边的直线分别为子午焦线和弧矢焦线, 与子午焦线垂直的面为子午面, 弧矢面与弧矢焦线垂直。

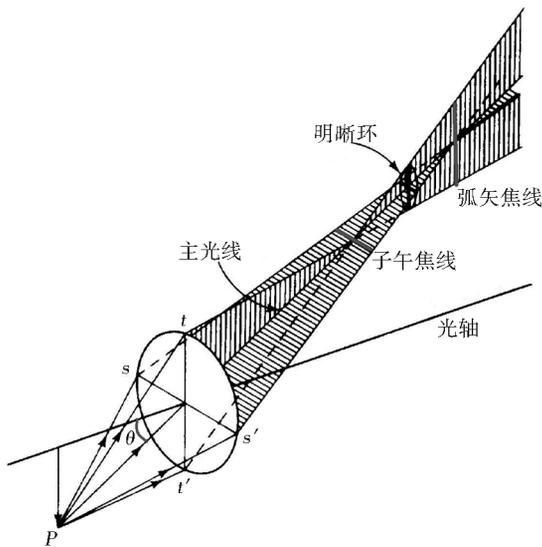


Fig. 1 Astigmatism  
图 1 像散

当主光线与光轴之间的夹角为  $\theta$  时, 透镜在子午面和弧矢面内的焦距分别为<sup>[13]</sup>  $f_M = R \cos(\theta)/2$ ,  $f_S = R/2 \cos(\theta)$ , 其中  $R$  为球面镜的曲率半径。则透镜对子午光线和弧矢光线的传输矩阵分别为:

$$m_M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R \cos(\theta)} & 1 \end{pmatrix} \quad (1a)$$

$$m_S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2 \cos(\theta)}{R} & 1 \end{pmatrix} \quad (1b)$$

正是由于这种差异, 使子午面内和弧矢面内光束的模参数不同, 合成后为一椭圆高斯光束, 我们把这种现象称为像散。

早在 1890 年, Gouy 发现任何波在横向空间受到限制后就会产生一个附加的相位, 我们称之为 Gouy 相位<sup>[14]</sup>。由于像散效应的影响, 在腔的分臂上子午面和弧矢面内束腰不相等, 最终导致在同一腔长时子午光束和弧矢光束在腔内所走的 Gouy 相位不同。将高阶厄米高斯模式与平面波相对比, 它在轴向上存在一个与空间距离有关的附加相位, 我们把这个相位称为高阶厄米高斯模式的 Gouy 相位, 其表达式为:

$$\Psi_{G,m} = (n + m + 1) \arctan\left(\frac{Z}{Z_R}\right) \quad (2)$$

其中  $n, m$  为厄米高斯模式的阶数, 取值为自然数,  $Z$  为传输距离,  $Z_R$  为高斯光束的瑞利长度。由于腔内凹面镜对子午和弧矢光束聚焦程度不同所引起的子午和弧矢光束在折叠腔内 Gouy 相位不同, 必将导致其无法同时在腔内共振。

### 2 数值模拟

SPOPO 装置如图 2 所示, 其中 M1 和 M2 为 850 nm 波长平凹镜(凹面为 HR@850 nm),  $R = 300 \text{ mm}$ , M1 和 M2 之间有一个厚度约为 0.3 mm 的 PPKTP 晶体(晶体很薄, 计算腔参数时可以忽略不计, 因此未在图中标注), M3、M4 均为 HR@850nm 平面镜。其中, M1 为输入镜, M5 为输出镜,  $T = 20\% @ 850 \text{ nm}$ , 入射光先后经过 M2、M3、M4、M5 后返回 M1(如图中箭头所示),

形成一个闭合腔。一般的光学参量振荡腔,光线在水平面(即子午面)内,SPOPO为平面腔,M1和M2的入射与出射光线之间的夹角均为 $\theta$ ,竖直面(弧矢面)内无夹角。为补偿由水平面折叠角引起的像散,在保持腔长不变的情况下,将M5平移到M2的正后方并抬高至M5'的位置,使M1的入射(M5'→M1)与出射(M1→M2)光线之间的夹角由水平面变换到竖直面内且大小仍为 $\theta$ ,而M2的入射(M1→M2)与出射(M2→M3)光线之间的夹角 $\theta$ 仍在水平面内。这样,M1处的折叠角处于竖直面,而M2的折叠角处于水平面。

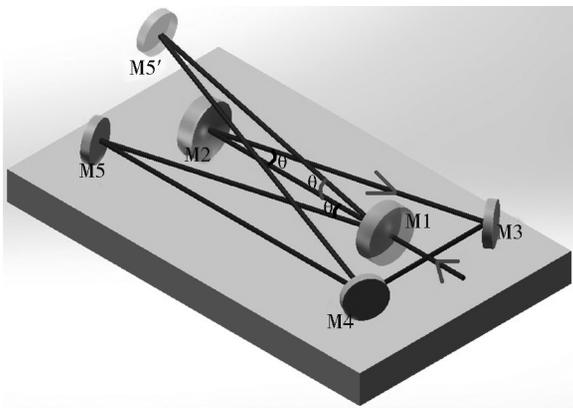


Fig. 2 SPOPO model before and after compensation  
图 2 像散补偿前后的 SPOPO 模型

对无像散补偿平面腔,以M1为起点,M1与M2之间的光程为 $L_1$ ,其余光程为 $L_2$ ,其环绕一周水平面和竖直面的ABCD矩阵为:

$$M_M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R\cos(\theta)} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3a)$$

$$M_S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2\cos(\theta)}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3b)$$

由此计算出腔中两个面内光腰斑位置 $L_0$ 和大小 $w$ 如下

图3给出了腔长为3.947 m,两个折叠角均

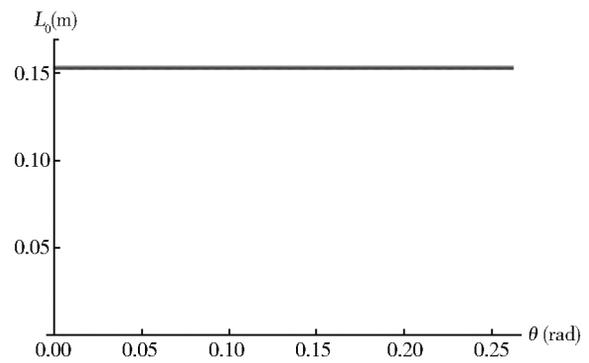


Fig. 3-a The waist position of beam in horizontal and vertical plane with folding angle of plane cavity

图 3-a 平面腔水平和竖直面内光束腰斑位置随腔内折叠角的变化

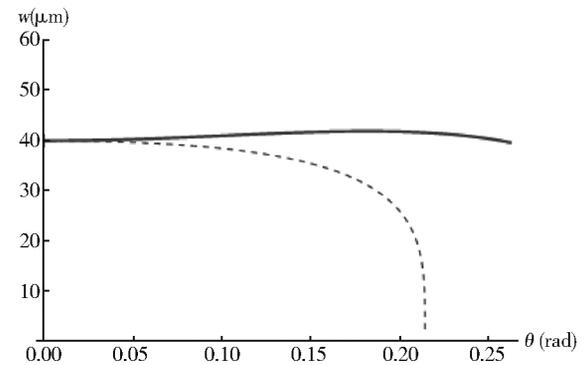


Fig. 3-b The waist spot size of beam in horizontal and vertical plane with folding angle of plane cavity

图 3-b 平面腔水平和竖直面内光束腰斑大小随腔内折叠角的变化

在水平面内时腰斑位置和腰斑大小随着折叠角度 $\theta$ 的变化,其中实线和虚线分别代表竖直和水平面内的光束。由图3(a)和图3(b)可以看出,以腔镜M1为起点的腔内子午和弧矢光束的腰斑位置不随着角度变化而变化,并且在同一位置。同样,子午光束的腰斑大小随角度变化不大。但是弧矢光束的腰斑大小随着角度的增加而减小,刚开始减小较为缓慢,当折叠角接近0.2弧度时腰斑迅速减小,腔内光斑将呈现为椭圆状,造成腔模质量下降。

当采用非平面像散补偿腔时,以M1为起点,M1与M2之间的光程为 $L_1$ ,其余光程为 $L_2$ ,其环绕一周水平面和竖直面的ABCD矩阵为:

$$M_M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2\cos(\theta)}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R\cos(\theta)} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4a)$$

$$M_S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R\cos(\theta)} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2\cos(\theta)}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4b)$$

由此计算出腔中两个面内光腰斑位置  $L_1$  和光腰斑大小  $w_1$ 。

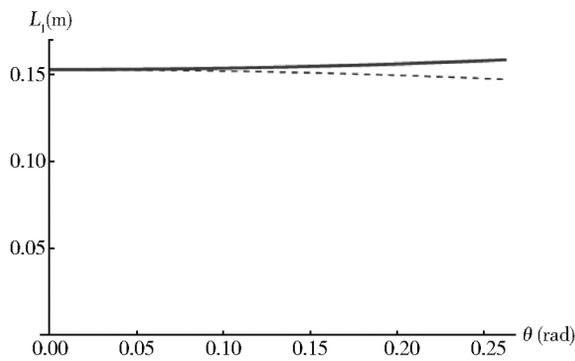


Fig. 4-a The waist spot position of beam in horizontal and vertical plane with folding angle of nonplane cavity

图 4-a 非平面腔水平和竖直平面内光束腰斑位置随腔内折叠角的变化

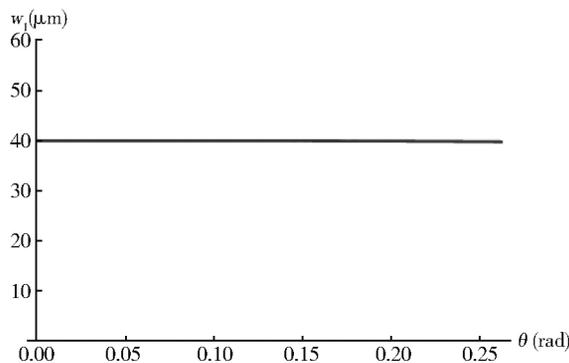


Fig. 4-b The waist spot size of beam in horizontal and vertical plane with folding angle of nonplane cavity

图 4-b 非平面腔水平和竖直平面内光束腰斑大小随腔内折叠角的变化

图 4 给出了腔长为 3.947 m、两个折叠角分别在水平面和竖直平面内时腰斑位置和腰斑大小随着折叠角度  $\theta$  的变化,其中实线和虚线分别代表竖直和水平面内的光束。当以 M1 腔镜为起点的腔内水平面和竖直平面内光束的腰斑大小始终相同。而光束的腰斑位置会随着折叠角的增加逐

渐分离,水平面内光束的腰斑位置逐渐远离 M1,竖直面内光束的腰斑位置向 M1 移动。当入射角为 0.1 弧度时(我们实验上为 0.08 弧度),两个腰斑距离 1.6 mm,小于光束的瑞利长度 5.9 mm,造成的像散可以忽略,满足一般谐振腔要求。

为了进一步研究由折叠角引起的像散对水平面和竖直平面内的模式在腔内共振情况的影响,对于前四阶厄米高斯模式,我们分别计算了像散补偿前与像散补偿后,SPOPO 中水平面和竖直面内的光束在同一腔长(3.947 m)下所走的 Gouy 相位差值随着折叠角度  $\theta$  的变化,如图 5 所示,其中(1)到(4)分别代表平面腔中从基模到三阶模的 Gouy 相位差,(5)是非平面腔中各阶模式的 Gouy 相位差。可以看出,在平面腔中的同一阶模式,Gouy 相位差值随着折叠角的增加逐渐变大。同时,当折叠角为定值时,Gouy 相位差值也随着模式阶数的增加而变大。这表明即使  $(n+m)$  相同的模式,在同一腔长下所走的总相位  $(2\pi L/\lambda + \Psi_{G,nm})$  并不相同,所以无法在有像散的光学参量振荡器内共振。但是,在非平面腔中每阶模式的 Gouy 相位差值都为零,不随着折叠角的变化而变化。这说明通过采用非平面腔的方案可以补偿平面腔中由于凹面镜的入射(出射)光线与法线具有折叠角引起的像散,在实验上可以通过这种方法实现 SPOPO 内厄米高斯 01 与 10 模的同时共振。

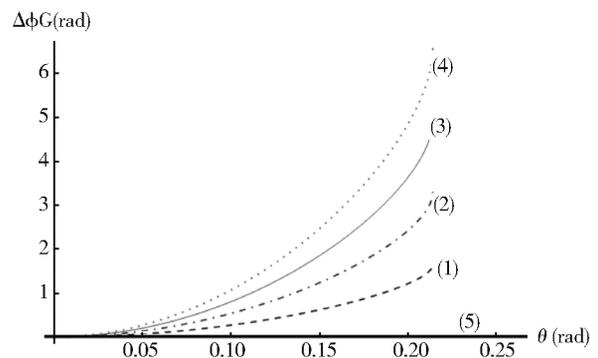


Fig. 5 Gouy phase difference of the first order modes of plane and nonplanar cavities

图 5 平面腔与非平面腔前四阶模式的 Gouy 相位差

### 3 实验结果

实验结果如图 6 所示, (a) 是平面腔内有两个 0.26 弧度折叠角的腔透射峰, (b) 是平面腔内有两个 0.08 弧度折叠角的腔透射峰, (c) 是非平面腔内有两个 0.08 弧度折叠角 (水平面和竖直面各一个) 的腔透射峰。由第 2 部分的理论分析可知, 在无像散补偿的平面腔内, 当入射角 (出射角) 大于 0.2 弧度时, 腔内横截面的光束模式发生畸变, 最终导致内腔损耗增加, 降低了腔的精细度, 如图 6(a)。实验中我们通过水平和竖直方向同时平移 (或倾斜) 入射光束, 使相位失配激发出腔内的高阶模式。然而由于图 6(a) 中腔的精细度太低, 导致  $HG_{01}$  和  $HG_{10}$  模式淹没在基模中而无法分辨。随着入射角的减小, 损耗降低, 腔的精细度明显提高, 如图 (b), 此时可以清楚分辨  $HG_{00}$ 、 $HG_{01}$  和  $HG_{10}$  模式的透射峰。但是, 由于未进行像散补偿,  $HG_{01}$  和  $HG_{10}$  在同一腔长 (3.947m) 下所走的 Gouy 相位差值不为零, 所以不能同时共振。当采用非平面腔的方案像散补偿后, 如图 6(c),  $HG_{01}$  和  $HG_{10}$  模式的 Gouy 相位差值为零, 其在同一腔长下所走的总相位 ( $2\pi L/\lambda + \Psi_{G, nm}$ ) 相同, 因此可以在腔内同时共振。

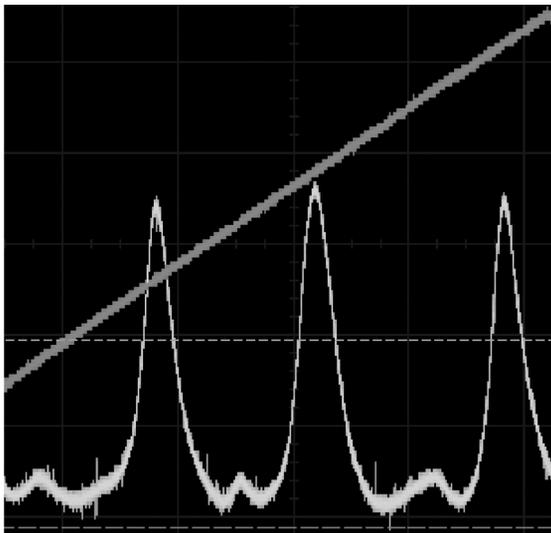


图 6-a Transmission peak with folding angle of 0.26 rad of plane cavity

图 6-a 折叠角为 0.26 弧度的平面腔透射峰

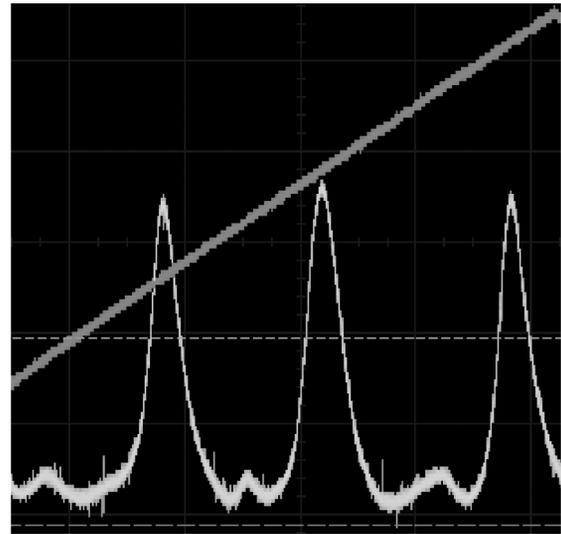


Fig. 6-b Transmission peak with folding angle of 0.08 rad of plane cavity

图 6-b 折叠角为 0.08 弧度的平面腔透射峰

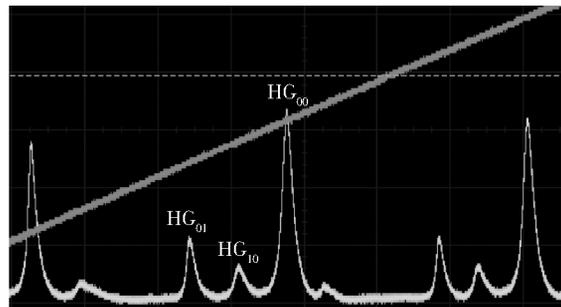


Fig. 6-c Transmission peak with folding angle of 0.08 rad of nonplanar cavity

图 6-c 折叠角为 0.08 弧度的非平面腔透射峰

### 4 结论

本文在理论上对 SPOPO 水平和竖直面内光束的腰斑大小、位置以及两束光 Gouy 相位差值随折叠角的变化进行了模拟计算及分析, 提出了一种非平面腔像散补偿方案, 即搭建有水平和竖直两个相同折叠角的非平面腔, 并在实验上验证了计算结果, 实现了厄米高斯 01 与 10 模式的同時共振, 理论与实验符合的很好, 为下一步实验产生飞秒脉冲多模量子态奠定了良好的基础。

## 参考文献:

- [1] C. M. Caves. Quantum-mechanical Noise in Interferometer [J]. *Phys Rev D*, 1981, **23**: 1693-1708. DOI: 10. 1103/PhysRevD. 23. 1693.
- [2] H. J. Kimble. The quantum internet [J]. *Nature*, 2008, **453**: 1023-1030. DOI: 10. 1038/nature 07127.
- [3] Benoît Chalopin, Francesco Scazza, Claude Fabre, and Nicolas Treps. Direct generation of a multi-transverse mode non-classical state of light [J]. *Opt. Express* 2011, **19**: 4405. DOI: 10. 1364/OE. 19. 004405.
- [4] Xiaolong Su, Yaping Zhao, Shuhong Hao, Xiaojun Jia, Changde Xie, and Kunchi Peng. Experimental preparation of eight-partite cluster state for photonic qumodes [J]. *Opt Lett*, 2012, **37**: 5178. DOI: 10. 1364/OL. 37. 005178.
- [5] Kui Liu, Jun Guo, Chunxiao Cai, Shuaifeng Guo, and Jiangrui Gao. Experimental generation of continuous-variable hyperentanglement in an optical parametric oscillator [J]. *Phys Rev Lett*, 2014, **113**: 170501. DOI: 10. 1103/PhysRevLett. 113. 170501.
- [6] 孙恒信, 刘奎, 张俊香, 郜江瑞. 基于压缩光的量子精密测量 [J]. *物理学报*, 2015, **64**: 234210. DOI: 10. 7498/aps. 64. 234210.
- [7] N. Treps, N. Grosse, W. P. Bowen, C. Fabre, H-A. Bachor, P. K. Lam. A quantum laser pointer [J]. *Science*, 2003, **301**: 940-943. DOI: 10. 1126/science. 1086489.
- [8] Sun Heng-Xin, Liu Zun-Long, Liu Kui, Yang Rong-Guo, Zhang Jun-Xiang and Gao Jiang-Rui. Experimental demonstration of a displacement measurement of an optical beam beyond the quantum noise limit [J]. *Chinese Phys Lett*, 2014, **31**(8): 84202. DOI: 10. 1088/ 0256-307X/ 31/8/084202.
- [9] Chunxiao Cai, Kui Liu, and Jiangrui Gao. Rotation angular measurement beyond quantum noise limit with an orbital angular position squeezed state, Quantum Information and Measurement. Paris France, 2017. DOI: 10. 1364/QIM. 2017. QF3A. 5.
- [10] P. Grangier, R. Slusher, B. Yurke, and A. LaPorta. Squeezed-light-enhanced polarization interferometer [J]. *Phys Rev Lett*, 1987, **59**(19): 2153-2156.
- [11] B. Lamine, C. Fabre, and N. Treps. Quantum Improvement of Time Transfer between Remote Clocks [J]. *Phys Rev Lett*, 2008, **101**(12): 123601. DOI: 10. 1103/PhysRevLett. 101. 123601.
- [12] J. Roslund, R. M. Arau, S. F. Jiang, C. Fabre, N. Treps. Wavelength-multiplexed quantum networks with ultrafast frequency combs [J]. *Nature Photonics*, 2013, **8**: 109-112. DOI: 10. 1038/nphoton. 2013. 340.
- [13] 吕百达, 激光光学[M]. 高等教育出版社, 2003, **12**.
- [14] S. Feng and H. G. Winful. Physical origin of the Gouy phase [J]. *Opt Lett*, 2001, **26**(8): 485-487.

## Astigmatism Compensation in Optical Parametric Oscillator Pumped Synchronously by Femtosecond Pulses

ZHANG Chang-chun<sup>1</sup>, LIU Hong-bo<sup>1</sup>, LIU Kui<sup>1,2</sup>, SUN Heng-xin<sup>1,2</sup>, GAO Jiang-rui<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices,  
Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China;

2. Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

**Abstract:** Femtosecond pulse synchronously pumped optical parametric oscillator (SPOPO) can generate nonclassical optical frequency comb. Based on this time-domain multimode quantum field, by introducing spatial degrees of freedom, we can exhibit both temporal and spatial characteristics of the multimode

squeezed state light field. This multimode squeezed state can realize both wavelength division multiplexing and space division multiplexing. It is an important tool to expand the capacity of quantum channel and realize quantum computation. Usually, there is a non-zero angle between the input (output) beam and normal line of the concave mirror in the SPOPO. The astigmatism due to this angle introduces different Gouy phase makes the spatial mode with identical order (e. g. HG01 and HG10 mode) nonresonant in the cavity, hence limiting the generation of spatial multimode squeezed state. In this paper, we theoretically calculated the waist size, waist position and Gouy phase difference in the tangential and sagittal plane of SPOPO, and proposed an experimental scheme for compensation of astigmatism, realized simultaneous resonance of HG01 and HG10 mode in the SPOPO.

**Key words:** Astigmatism; Synchronously pumped optical parametric oscillator; Multimode quantum state