

两种连续变量爱因斯坦-波多尔斯基-罗森 关联测量方法的比较

荆杰泰 李小英 潘庆

(山西大学光电研究所量子光学与光量子器件国家重点实验室,太原 030006)

摘要: 讨论了测量连续变量爱因斯坦-波多尔斯基-罗森(EPR)关联的两种实验方法。由于在平衡零拍探测和贝尔态直接测量中为标定关联度所选取的参考基准不同,造成谱仪显示的结果有所差异,但经过基准变换,所测得的耦合模压缩度、爱因斯坦-波多尔斯基-罗森关联度以及它们之间的换算关系均一致。从理论上分析了测量原理,并从实验角度讨论了两种方法的优缺点。

关键词: 量子信息;爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束对;贝尔态直接测量;平衡零拍探测

中图分类号: O431 文献标识码: A

1 引言

自从1935年爱因斯坦(Einstein)、波多尔斯基(Podolsky)、罗森(Rosen)为说明量子力学的波函数描述不完备,而提出著名的爱因斯坦-波多尔斯基-罗森佯谬^[1]以来,玻尔(Bohr)、博姆(Bohm)等著名物理学家围绕爱因斯坦-波多尔斯基-罗森佯谬做了许多工作,贝尔不等式^[2]的提出则把爱因斯坦-波多尔斯基-罗森佯谬从理论设计过渡到了实验判定。近30年来,贝尔不等式的实验检测已经越来越接近理想的爱因斯坦-波多尔斯基-罗森方案^[3]。但是所有的实验描述都是采用博姆的分离变量模型^[4],而不是原始意义的连续变量模型,直到Ou等^[5]根据Reid和Drummond提出的理论方案^[6,7]才从实验上实现了连续变量爱因斯坦-波多尔斯基-罗森佯谬。他们采用低于阈值的光学参变振荡器产生的信号光和闲频光作为爱因斯坦-波多尔斯基-罗森源,用这两个光的正交振幅分量和正交相位分量分别代替原始意义的爱因斯坦-波多尔斯基-罗森粒子对的动量和位置,利用平衡零拍探测方法测得归一化关联起伏的乘积为 $\Delta_{\text{inf}}^2 X \Delta_{\text{inf}}^2 Y = 0.70 \pm 0.01$,满足爱因斯坦-波多尔斯基-罗森纠缠条件 $\Delta_{\text{inf}}^2 X \Delta_{\text{inf}}^2 Y < 1$ 。

1999年,我们^[8]通过参变放大过程产生了正交振幅爱因斯坦-波多尔斯基-罗森分量正关联、正交相位分量负关联的明亮光束,利用贝尔态直接测量

的方法得到其相应的起伏乘积为 $\Delta_{\text{inf}}^2 X \Delta_{\text{inf}}^2 Y = 0.73$,满足爱因斯坦-波多尔斯基-罗森纠缠条件。最近我们通过参量缩小过程获得正交振幅分量负关联、正交相位分量正关联^[9]的明亮爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束并实现了量子密集编码^[10],利用贝尔态直接测量的方法测得关联度达 $\Delta_{\text{inf}}^2 X \Delta_{\text{inf}}^2 Y = 0.64$ 。在利用平衡零拍探测系统进行爱因斯坦-波多尔斯基-罗森关联测量(简称为平衡零拍探测方法)中,两正交分量之间的关联度 V_+ 、 V_- 与爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束耦合模压缩度 S_c 之间有 $V_+ = V_- = 2S_c$ 的关系。在利用贝尔态直接测量方法进行爱因斯坦-波多尔斯基-罗森关联测量(简称为贝尔态直接测量方法)中,有 $V_+ = V_- = S_c$ 成立。两种不同的测量方法得到了不同的结果,这在讨论和分析问题时,容易引起含混,为此,我们分析了这两种测量系统,并说明引起差异的原因。在分析过程我们只用了海森堡表象,当然也可以直接用纠缠态表象分析^[11]。另外,我们从实验角度对目前这两种爱因斯坦-波多尔斯基-罗森关联度测量方法进行了比较,指出两种测量方法的优缺点。

2 利用平衡零拍探测系统进行爱因斯坦-波多尔斯基-罗森关联测量的方法

依照Reid和Drummond提出的理论方案,Ou等的实验方案如图1所示。采用运转于阈值以下的非简并参变振荡器(可看作输入为真空的参变放大器)输出的两偏振垂直模为爱因斯坦-波多尔斯基-

罗森光束对,实验就是要分别测量它们的正交振幅分量和正交相位分量之间的非局域关联。由理论计算^[5]可知,非简并光学参变振荡器输出的两垂直偏振模的正交振幅分量之间存在正关联,而正交相位分量之间存在负关联,所以实验当中要测的量是 $(X_a - X_b)$ 和 $(Y_a + Y_b)$, $X_k, Y_k (k = a, b)$ 分别代表 k 光束的正交振幅分量和正交相位分量。 a, b 分别表示信号光与闲频光的湮灭算符,本文均采用光束的湮灭算符代表光束。

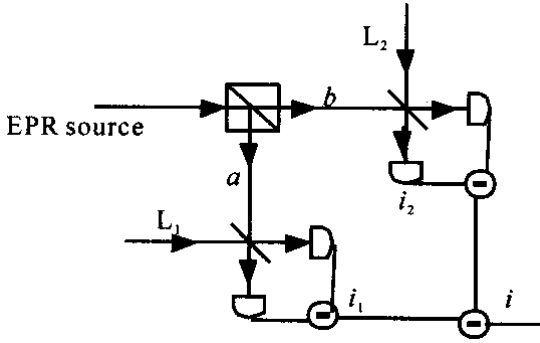


Fig.1 The schematic of balanced homodyne detection method for measuring the EPR correlation

假设本底光 L_1 的湮灭算符为 L_1 , 其与信号光 a 的相位差为 θ_1 , 本底光 L_2 的湮灭算符为 L_2 , 其与闲频光 b 的相位差为 θ_2 , 且它们的平均值之间有 $L_1 = L_2 = L$ 。

在频域空间, h 光场正交振幅分量 $X_h(\Omega)$ 和正交相位分量 $Y_h(\Omega)$ 与光场的湮灭算符 $h(\Omega)$ 和产生算符 $h^+(-\Omega)$ 之间有 (Ω 代表频率)

$$\left. \begin{aligned} X_h(\Omega) &= h(\Omega) + h^+(-\Omega), \\ Y_h(\Omega) &= -[h(\Omega) - h^+(-\Omega)]. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

由此,分析第三个减法器的输出电流,当 $\theta_1 = \theta_2 = 0$ 时,

$$i(\Omega, 0, 0) = i_1(\Omega, 0) - i_2(\Omega, 0) = L [X_1(\Omega) - X_2(\Omega)],$$

这正好与爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束对之间的正交振幅分量差成正比,而当 $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = 3\pi/2$ 时,

$$i\left(\Omega, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) = i_1\left(\Omega, \frac{\pi}{2}\right) - i_2\left(\Omega, \frac{3\pi}{2}\right) = L [Y_1(\Omega) + Y_2(\Omega)],$$

这正好与爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束对之间的正交相位分量和成正比。两电流的平方起伏为

$$\left. \begin{aligned} \delta^2 i(\Omega, 0, 0) &= L^2 \delta^2 [X_1(\Omega) - X_2(\Omega)], \\ \delta^2 i\left(\Omega, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) &= L^2 \delta^2 [Y_1(\Omega) + Y_2(\Omega)]. \end{aligned} \right\}$$

$$L^2 \delta^2 [Y_1(\Omega) + Y_2(\Omega)]. \quad (2)$$

Ou 等人选取了爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束单臂光场的散粒噪声基准作为两个电流的参考基准,因此爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束对之间的正交相位分量负关联度和振幅分量正关联度分别表示为

$$\left. \begin{aligned} V_+ &= \delta^2 [Y_1(\Omega) + Y_2(\Omega)], \\ V_- &= \delta^2 [X_1(\Omega) - X_2(\Omega)]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

而耦合模的正交相位分量压缩为

$$S_c = \delta^2 Y_c = \delta^2 \left[\frac{Y_1(\Omega) + Y_2(\Omega)}{\sqrt{2}} \right] = \frac{V_+}{2}. \quad (4)$$

由理论计算^[5]可知, $V_+ = V_-$, 因此对于连续变量爱因斯坦-波多尔斯基-罗森非局域关联的平衡零拍测量方法,有 $V_+ = V_- = 2S_c$, 也就是说,爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束对正交分量之间的关联度相等且等于耦合模压缩度的 2 倍。在实验中测得的关联度为 $V_+ = V_- = 0.83$, 耦合模的压缩度为 $S_c = 0.43$, 基本满足 $V_+ = V_- = 2S_c$ 。从图 1 可以看出,这种爱因斯坦-波多尔斯基-罗森关联测量方案需要进行两组平衡零拍探测,实验难度较大,而且正交振幅关联和正交相位关联不是同时测量,中间需要改变光束之间的相对相位,这对系统的稳定提出了更高的要求,但这种测量方法的优点在于通过改变本底光与信号光和闲频光之间的相对相位,就可以很容易实现对另一类型,即正交振幅分量负关联、正交相位分量正关联的爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束对进行非局域关联度的测量。

3 贝尔态直接测量方法

用相干光注入非简并参变放大器,把注入光与抽运光的相对相位锁定在上 $(2n + 1)$ (n 是整数) 我们的参变放大器运转于缩小状态,所产生的爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束对,正交振幅分量之间存在负关联,正交相位分量之间存在正关联,耦合模具有正交振幅压缩^[10],可以采用贝尔态直接测量和射频分束器耦合的方法测量爱因斯坦-波多尔斯基-罗森关联^[12]。为了得出关联度与耦合模压缩度之间的关系,我们首先给出耦合模正交振幅压缩度的测定。

3.1 正交振幅压缩度的测定

正交振幅压缩的测定一般采用自零拍探测的方法。实验装置如图 2 所示。

图中 c, v 代表压缩光和真空输入光场的湮灭算符,由加法器、减法器输出的电流分别表示为

$$i_+ = c^+ c + v^+ v, \quad i_- = v^+ c + c^+ v. \quad (5)$$

经傅里叶变换,且依据(1)式得

$$i_+(\Omega) = c X_c(\Omega), \quad i_-(\Omega) = c X_v(\Omega). \quad (6)$$

加电流和减电流的方差起伏为

$$\left. \begin{aligned} \delta^2 i_+(\Omega) &= c^2 \delta^2 X_c(\Omega), \\ \delta^2 i_-(\Omega) &= c^2 \delta^2 X_v(\Omega). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

也就是说,加电流给出压缩光的正交振幅压缩,而减电流给出相应的散粒噪声基准(SNL)。本文假定真空的正交分量起伏均为1,则得出压缩度为

$$S_c = \frac{\delta^2 X_c(\Omega)}{\delta^2 X_v(\Omega)} = \delta^2 X_c(\Omega). \quad (8)$$

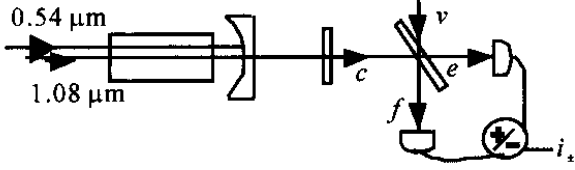


Fig.2 The schematic of measuring quadrature amplitude squeezing degree

3.2 爱因斯坦-波多尔斯基-罗森关联度的测定及相应参考基准的选取

采用图3所示的实验装置,通过把注入光与抽运光的相对相位锁定在 $(2n+1)\pi$ (n 是整数),我们获得了明亮的振幅压缩光^[10],其两个垂直偏振模之间存在非局域关联,它们的正交振幅分量之间存在负关联,正交相位分量之间存在正关联,因此我们可以采用贝尔态直接测量和射频分束器的方法测量爱因斯坦-波多尔斯基-罗森关联。

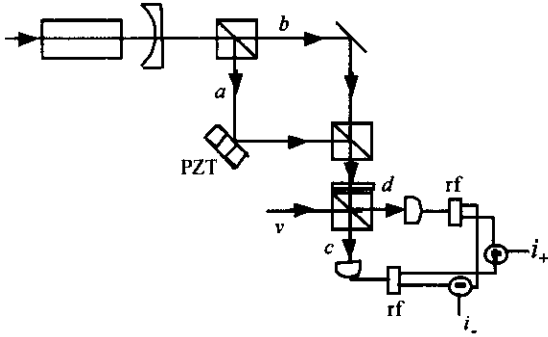


Fig.3 The schematic of Bell-state direct measurement method for measuring the EPR correlation

这种方法要求爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束 a 、 b 之间存在 $(2n+1/2)\pi$ (n 是整数)的相位差。由于在实验中,我们选用偏振分束棱镜,所以应该考虑光束的偏振特性。

$$\left. \begin{aligned} c_{\perp} &= v_{\perp}, & c_{\parallel} &= (a + jb) \sqrt{2}, \\ d_{\perp} &= (a - jb) \sqrt{2}, & d_{\parallel} &= v_{\parallel}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中 a 、 b 、 c 、 d 、 v 分别表示光束 a 、 b 、 c 、 d 、 v 的湮灭算符。 \perp 、 \parallel 分别代表光束的垂直偏振和平行偏振(以纸面为参考)经加法器、减法器,输出电流的方差起伏为

$$\left. \begin{aligned} \delta^2 i_+(\Omega) &= \frac{a^2}{2} \delta^2 [X_a(\Omega) + X_b(\Omega)], \\ \delta^2 i_-(\Omega) &= \frac{a^2}{2} \delta^2 [Y_a(\Omega) - Y_b(\Omega)]. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

为了得到爱因斯坦-波多尔斯基-罗森关联度,应该为以上两式选取参考基准。

采用如图4的方法选取参考基准,挡掉爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束,以真空输入,用相干光 g 输入偏振分束棱镜的另一端口,相干光 g 是相对水平面 45° 的线偏振光,所以 $g_{\perp} = g_{\parallel}$ 。在这种情况下,考虑光束的偏振特性,得到偏振分束棱镜的输出端口光场表达式为

$$e_{\perp} = v_{\perp}, \quad e_{\parallel} = g_{\parallel}, \quad f_{\perp} = g_{\perp}, \quad f_{\parallel} = v_{\parallel}. \quad (11)$$

两探测器输出电流经射频分束器后,等分为两个电流,再经加法器、减法器,输出电流为

$$\left. \begin{aligned} i_+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(g_{\parallel}^+ g_{\parallel} + g^+ g_{\perp}), \\ i_- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(g_{\parallel}^+ g_{\parallel} - g^+ g_{\perp}). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

计算方差起伏,加电流、减电流的起伏为

$$\left. \begin{aligned} \delta^2 i_+(\Omega) &= \frac{g_{\parallel}^2}{2} \delta^2 [X_{\parallel}(\Omega) + X_{\perp}(\Omega)], \\ \delta^2 i_-(\Omega) &= \frac{g_{\parallel}^2}{2} \delta^2 [Y_{\parallel}(\Omega) - Y_{\perp}(\Omega)]. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

由于上式中 X_{\parallel} 和 X_{\perp} 都是相干光的正交振幅分量,方差起伏为1。与前面关联测定时的加减电流的起伏相比,可知如果调节相干光 g 的光强,使得 $g_{\parallel} = g_{\perp} = a = b$,那么上式即可作为测定关联时所得加电流、减电流的参考基准。在实验当中,通过用高精度电流计监视两次测量时探测器 D_1 、 D_2 的直流分量,调节相干光 g 的光强,使得直

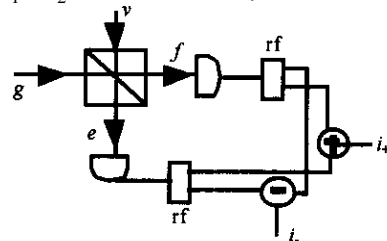


Fig.4 The method for measuring the shot-noise-limit of EPR correlation

流口分量在测量关联和基准时相等,这样就可以正确选取联合量的参考基准。这是因为两次测量的探测器的直流口分量分别为

$$\left. \begin{aligned} i_c &= i_d = a^2 = b^2, \\ i_e &= i_f = g_{//}^2 = g_{\perp}^2. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

只要让 $i_c = i_d = i_e = i_f$ (i_c, i_d, i_e, i_f 分别是光场 c, d, e, f 经探测器探测所得电流的直流分量), 那么 $g_{//} = g_{\perp} = a = b$ 。由以上诸式, 可知爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束对之间的正交振幅负关联度和相位正关联度分别为

$$\left. \begin{aligned} V_+(\omega) &= \frac{\delta^2 i_+(\Omega)}{\delta^2 i_{+SNL}(\Omega)} = \frac{\delta^2 [X_a(\Omega) + X_b(\Omega)]}{\delta^2 [X_{//}(\Omega) + X_{\perp}(\Omega)]} = \frac{\delta^2 [X_a(\Omega) + X_b(\Omega)]}{2}, \\ V_-(\omega) &= \frac{\delta^2 i_-(\Omega)}{\delta^2 i_{-SNL}(\Omega)} = \frac{\delta^2 [Y_a(\Omega) - Y_b(\Omega)]}{\delta^2 [X_{//}(\Omega) - X_{\perp}(\Omega)]} = \frac{\delta^2 [Y_a(\Omega) - Y_b(\Omega)]}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

而耦合模的压缩度

$$S_c(\Omega) = \delta^2 X_c(\Omega) = \delta^2 \left[\frac{X_a(\Omega) + X_b(\Omega)}{\sqrt{2}} \right] = V_+(\Omega).$$

由理论计算^[13]可知, $V_+ = V_-$ 对于我们采用的贝尔态直接测量的方法, 有 $V_+ = V_- = S_c$ 。实验当中测得 V_+, V_- (以 dBm 为单位) 均为 4 dBm, 而所测耦合模的压缩度为 4.2 dBm, 基本满足 $V_+ = V_- = S_c$ 。这一结果与平衡零拍探测方法有所不同。其原因是在贝尔态直接测量方法中, 如公式(15), 关联量不是选取爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束单臂光场的散粒噪声基准为参考基准, 而是选取了联合量的基准作为参考基准, 而在计算乘积关联度时, 应将关联度变为

$$V_+ = 2V_+, \quad V_- = 2V_-. \quad (16)$$

在这种变换下, 有 $V_+ = V_- = 2S_c$, 这与平衡零拍探测方法得到的结果相一致。乘积关联度

$$\begin{aligned} \delta^2(X_a + X_b) \times \delta^2(Y_a - Y_b) &= \\ V_+ \times V_- &= 0.64 < 1, \end{aligned}$$

实验证明爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束对之间确实存在非局域关联。从图 3 可以看出, 实验当中不需要平衡零拍探测系统, 而是通过直接测量两关联光束的光电流来实现贝尔态的测量, 简化了实验过程, 实验当中也需要进行信号光与闲频光的空间模匹配, 但由于它们来自同一个光学参变振荡腔, 匹配难度远低于平衡零拍探测方法当中的空间模匹配难度。另外, 与平衡零拍探测方法相比, 贝尔态直接测量方法可以同时得到正交振幅分量关联度和正交相位分量关联度, 降低了对实验系统稳定性的要求。但贝尔态直接测量方法还不能用于正交振幅正关联、正交相位负关联的爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束对关联测量。

结论 通过对两套测量连续变量爱因斯坦-波多尔斯基-罗森关联实验方法的分析, 我们得出, 当采用平衡零拍探测方法时, 选取爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束对单臂光场的散粒噪声基准作为关联量的参考基准, 所测的结果就是爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束对之间正交分量的和与差的方差起伏, 此时两正交分量之间的关联度 V_+, V_- 与爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束耦合模压缩度 S_c 之间有 $V_+ = V_- = 2S_c$ 的关系。而我们采用贝尔态直接测量方法时, 选取联合量的散粒噪声基准为参考基准, 所测的结果是爱因斯坦-波多尔斯基-罗森光束对之间正交分量的和与差的方差起伏的一半, 如(15)式。而在计算乘积关联度时, 关联度应该如(16)式给出, 其相当于参考基准变换, 在这样处理后, 两种测量方法能够给出同样的结果, 由此可知这种差异来源于参考基准的不同。从实验角度分析, 平衡零拍探测方法实验的难度在于两套平衡零拍探测系统的使用, 有多处需要相位锁定, 而且正交振幅关联和正交相位关联的测量不是同时的, 中间需要改变光束之间的相对相位。而贝尔态直接测量方法则可以同时测量这两个关联度, 不需要平衡零拍探测系统, 装置当中仅有一处需要相位锁定, 实验过程无需改变光束之间相对相位, 所以实验难度较小。贝尔态直接测量方法为量子离物传态和量子密集编码的实验实现提供了简单的方法, 我们已经从实验上完成了量子密集编码, 实验方法简单易行^[9]。但贝尔态直接测量方法到目前为止还不能够用于正交振幅正关联、正交相位负关联的爱因斯坦-波多尔斯基-罗森关联的测量中。

参 考 文 献

- 1 Einstein A , Podolsky B , Rosen N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.* ,1935 ,**47**(10):777 ~ 780
- 2 Bell J S. *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics*. London : Cambridge University , 1987
- 3 Aspect A. Bell's inequality tell : More ideal than ever. *Nature* , 1999 ,**398**(6724):189 ~ 190
- 4 Bohm D. *Quantum Theory*. Englewood Cliffs : Prentice-Hall , 1951
- 5 Ou Z Y , Pereira S F , Kimble H J *et al.*. Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables. *Phys. Rev. Lett.* ,1992 ,**68**(25) 3663 ~ 3666
- 6 Reid M D , Drummond P D. Quantum correlations of phase in nondegenerate parametric oscillation. *Phys. Rev. Lett.* , 1989 , **60**(26) 2731 ~ 2733
- 7 Reid M D. Demonstration of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using nondegenerate parametric amplification. *Phys. Rev. (A)* , 1989 ,**40**(2) 913 ~ 923
- 8 Zhang Yun , Wang Hai , Li Xiaoying *et al.*. Experimental generation of bright EPR beam from narrowband nondegenerate optical parametric amplifier. *Phys. Rev. (A)* ,2000 , **62**(2): 023813-1 ~ 023813-4
- 9 Li Xiaoying , Jing Jietai , Zhang Jing *et al.*. Experimental generation of bright squeezed light and bright EPR beam from NOPA. *Acta Physica Sinica* (物理学报) ,2002 ,**51**(5) 966 ~ 972 (in Chinese)
- 10 Li Xiaoying ,Pan Qing ,Jing Jietai *et al.*. Quantum dense coding exploiting bright EPR beam. *Phys. Rev. Lett.* ,2002 ,**88**(4): 047904-1 ~ 047904-4
- 11 Fan Hongyi. *Entanglement State Picture of Quantum Mechanics and Its Application* (量子力学纠缠态表象及其应用). Shanghai : Shanghai Jiaotong University Press , 2001 (in Chinese)
- 12 Zhang Jing , Peng Kunchi. Quantum teleportation and dense coding by means of bright amplitudes-squeezed light and direct measurement of a Bell state. *Phys. Rev. (A)* ,2000 , **62**(6): 064302-1 ~ 064302-4
- 13 Zhang Yun , Su Hong , Xie Changde *et al.*. Quantum variances and squeezing of output field from NOPA. *Phys. Lett. (A)* , 1999 , **259**(3 ~ 4) :171 ~ 177

Comparison between Two Methods Measuring of Einstein-Podolsky-Rosen Correlation for Continuous Variables

Jing Jietai Li Xiaoying Pan Qing

(*The State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices ,
Institute of Opto-Electronics Research of Shanxi University , Taiyuan 030006*)

(Received 15 October 2001 ; revised 22 January 2002)

Abstract : The two methods measuring Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) correlation of continuous variables , the balanced homodyne detection and the direct measurement for Bell-state are analytically discussed. In the two detection systems the designated reference levels for the quantum correlation measurement are different , so the displayed results on the spectral analyzer are not identical. After implementing a transformation to the reference level the measured squeezing of coupled mode , EPR correlation and the relation expression between them are totally same. The measurement principle of the two methods is theoretically analyzed and their characteristics are discussed from the requirements of experiments.

Key words : quantum information ; EPR beam pairs ; Bell-state direct measurement ; balanced homodyne detection