

文章编号: 1007-6654(2007)02-0104-05

利用 SPDC 和 PBS 实现受控非门的有效方案

张海龙^{1,2}, 樊代和¹, 白云飞¹, 张俊香¹, 郜江瑞¹

(1. 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西大学光电研究所, 山西 太原 030006; 2. 解放军信息工程大学电子技术学院, 450004)

摘要: 任意一个 N 量子比特逻辑运算可以由一系列单量子比特门和受控非门实现^[1]。因此, 这两种量子逻辑门的实现是研究量子计算自然的目标。虽然单量子比特门易于实现, 但是由于光子间的相互作用比较弱, 所以很难实现受控非门的操作。本文基于 T. B. Pittman^[2] 与 A. L. Migdall^[3] 等人的工作, 提出了利用自发参量下转换(SPDC)过程采用多点延时探测触发的方法获得高效单光子源, 提高实现受控非门效率的理论方案。

关键词: 受控非门; 自发参量下转换(SPDC); 偏振分束器(PBS)

中图分类号: O431 **文献标识码:** A

0 引言

量子计算作为量子信息科学的重要研究方向之一业已从理论上证明了其具有强大的计算能力。如果量子计算机研制成功, 它将能解决诸如大素数分解这一类经典计算机无法解决的问题^[1]。随之而来, 会对目前广泛使用的 RSA 公钥体制(其理论基础是基于大素数分解的计算复杂性)产生巨大的威胁。

但是, 量子计算机的研制还存在诸多困难。目前主要的困难是如何构建基本的量子逻辑门来进行量子计算。

任意一个 N 量子比特逻辑运算可以由一系列单量子比特门和受控非门来实现^[1]。近年来, 许多利用单原子实现量子逻辑门的思想已经在实验上得到印证, 例如用离子阱^[4,5]或高精细微波腔^[6]来实现量子逻辑门。这些实验为利用单原子实现量子信息操作提供了可能。另一方面, 也可以用单光子实现量子信息操作。虽然利用单光

子易于实现单量子比特门, 但是由于光子间的相互作用比较微弱, 所以很难实现受控非门的操作。

1999年, D. Gottesman 等提出^[7], 可以基于四光子纠缠态和部分 Bell 态检测来实现受控非门。随后, 2001年, E. Knill 等指出^[8], 可以基于单光子源, 单光子探测器和后选择方法, 利用线性光学器件实现非线性符号门, 这本质上是测量导致非线性效应。基于这种思想, 构建 CNOT 的理论^[2,9-13]和实验^[14-20]研究上都取得一定的进展。最近, 又提出了实现 Toffoli 门和 Fredkin 门^[21]及 N 级受控相位门的理论方案^[22]。

本文基于 T. B. Pittman^[2]与 A. L. Migdall^[3]等人的工作, 提出了利用自发参量下转换(SPDC)过程采用多点延时探测触发的方法获得高效单光子源, 提高实现受控非门效率的理论方案。

收稿日期: 2007-02-02

基金项目: 国家自然科学基金(No. 60478008); 山西省自然科学基金(20051001)

作者简介: 张海龙(1979-), 男, 新疆石河子人, 解放军信息工程大学电子技术学院教员, 山西大学物理电子与工程学院硕士研究生, 研究方向为量子光学、量子信息。 E-mail: zhh049@sxu.edu.cn。

1 受控非门的理论方案

H、V 分别表示水平偏振与垂直偏振，F、S 分别表示 45°偏振与 135°偏振。它们是 2 维 Hilbert 空间中不同的基表示。其关系见下式

$$F = \frac{1}{\sqrt{2}}(V + H) \quad S = \frac{1}{\sqrt{2}}(V - H) \quad (1)$$

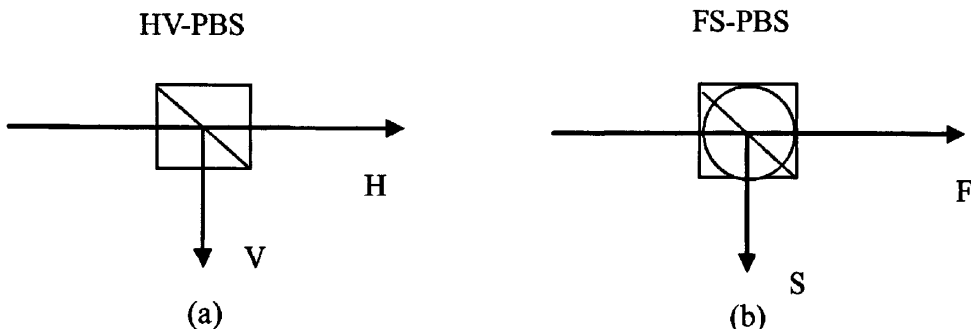


图1 两类 PBS 简图

Fig. 1 (a) and (b) show the symbols used to represent PBS in the HV basis and FS basis, respectively.

受控非门 (CNOT) 是由分别称为控制量子比特 (control qubit) 和目标量子比特 (target qubit) 构成的双量子比特门, 它的作用由 $|c\rangle|t\rangle \rightarrow |c\rangle|c \oplus t\rangle$ 给出, 即如果控制量子比特置为 1, 则目标量子比特翻转, 否则目标量子比特保持不变。

图 2 是受控非门原理图^[14], D_A 表示一个 HV 偏振光子探测器。理论上, 当控制光子和目标光子所组成的系统处在一个任意态 $|\psi_m\rangle = \alpha_1 H_c H_t + \alpha_2 H_c V_t + \alpha_3 V_c H_t + \alpha_4 V_c V_t$; $\sum_{i=1}^4 |\alpha_i|^2 = 1$, 而辅助光子处在 $|a\rangle = 1/\sqrt{2}(H_a + V_a)$, 式中脚标 c, t, a 分别表示控制光子、目标光子和辅助光子, 对控制光子、目标光子和辅助光子所组成的系统 $|\psi\rangle$, 有:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= |\psi_m\rangle \otimes |a\rangle \\ &= (\alpha_1 H_c H_t + \alpha_2 H_c V_t + \alpha_3 V_c H_t + \alpha_4 V_c V_t) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(H_a + V_a) \xrightarrow{HV-PBS} \xrightarrow{FS-PBS} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} H_a (\alpha_1 H_c H_t + \alpha_2 H_c V_t + \alpha_3 V_c H_t + \alpha_4 V_c V_t) + \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} V_a (\alpha_1 H_c V_t + \alpha_2 H_t H_t + \alpha_3 V_c H_t + \alpha_4 V_c V_t) + \frac{\sqrt{3}}{2} \psi_t \end{aligned} \quad (2)$$

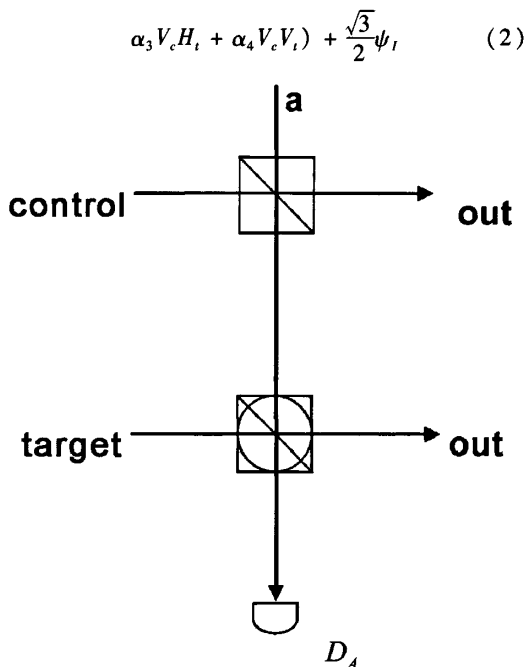


图2 受控非门示意图

Fig. 2 Schematic setup of the CNOT gate

对于图 1. (a) 中的 PBS, 它对于 H 偏振透射, 对 V 偏振反射, 记其为 HV-PBS。而对于图 1. (b) 中旋转 45° 放置的 PBS, 它对于 F 偏振透射, 对 S 偏振反射, 记其为 FS-PBS。受控非门就可基于这两类 PBS 来构造。

如果定义 V 偏振为“1”, H 偏振为“0”。由 (2) 式可以看出, 仅当 D_A 检测到一个光子处于 H 偏振时, 就以 1/8 的概率得到了受控非门的输

出。仅当 D_A 检测到一个光子处于 V 偏振时,只需对输出的目标光子进行比特翻转,便也以 1/8 的概率得到了受控非门的输出。综合这两种情况,成功实现受控非门的概率为 1/4,式中 ψ_i 是导致对受控非门不成功的输出,其概率为 3/4。

要实现受控非门,至少需要制备三个单光子。目前基于这个原理实现受控非门的实验中^[14,17],是利用自发参量下转换产生一对光子作为辅助光子和控制光子,而目标光子由衰减脉冲光得到。由于是利用衰减脉冲光制备单光子用以作为目标光子,这就存在一个缺点:增大衰减率会导致产生单光子的机率很小,从而降低了实现受控非门的机率;如果降低衰减率虽然产生单光子的机率增大,但是产生多光子的机率也相应增大了,而受控非门是一个双量子比特门,多光子的存在将会使其输入是多个量子比特而导致不成功的输出,从而使得产生受控非门的机率降低。同时,这种单光子产生过程无法知道是否已成功的获得实现受控非门所需要的单光子。

为获得高效的单光子源,提高实现 CNOT 的效率,我们提出了利用 SPDC 过程采用多点延时触发控制产生单光子的方法。如图 3,利用脉冲光作为泵浦源,泵浦 I 类非线性 BBO 晶体产生自发参量下转换。

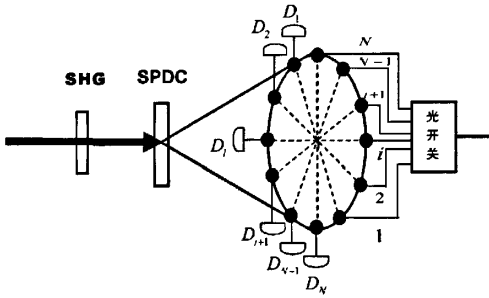


图 3 产生单光子的理论方案

Fig. 3 Theory scheme for generating single photon

对于 I 类相位匹配,经泵浦光产生的下转换呈中心对称的环状分布。在下转换环上左半边选取 N 个面积为 a 的小孔,通过光纤依次延时耦合到单光子探测器 $D_1 D_2 \dots D_N$ (假设探测器效率为 1) 作为触发信号,将下转换环的右半边所对应

位置的小孔通过光纤耦合到光开关中,用得到的触发信号来控制光开关的开合来产生单光子。N 个探测器 $D_1 D_2 \dots D_N$ 依次延时, D_1 不延时, D_N 延时最长,且最长延时应同时满足两个条件,第一它须小于脉冲的时间间隔,第二它须小于下转换环右半边光子到达光开关的时间。在每个泵浦脉冲时间间隔内只有最先响应的探测器 D_i 才能触发控制光开关第 i 路开关打开,而随后响应的探测器不能打开光开关。这样在每个脉冲时间间隔内,通过探测器 D_i 触发控制光开关的开合,就制备了一个被触发确定的下转换光子。

如果每相邻三个脉冲中有一个脉冲产生的下转换光子没有被探测到,那么舍弃其余两脉冲经光开关触发控制得到的下转换光子;如果每相邻三个脉冲产生的下转换光子对都经过光开关触发控制得到,那么得到的这三个下转换光子依次作为图 2 中受控非门所需辅助光子、控制光子和目标光子的输入。将辅助光子延时两个脉冲时间间隔的光程、控制光子延时一个脉冲时间间隔的光程、目标光子不延时后注入 PBS,轻微调节三个注入光子的光程和模式使它们到达 PBS 在时间和空间上重合,在输出端 D_A 对辅助光子作后选择测量后,就以 $\frac{1}{4}$ 的成功率实现一次受控非门的作用。

理论上,利用脉冲光泵浦 I 类非线性 BBO 晶体产生自发参量下转换过程。其产生的下转换光子数服从热光场光子数统计分布,即 $p_i(\bar{n}) = \frac{\bar{n}^i}{(1 + \bar{n})^{i+1}}$ 。易知 $\sum_{i \geq m} p_i(\bar{n}) = \frac{\bar{n}^m}{(1 + \bar{n})^m}$, 其中 $p_i(\bar{n})$ 表示产生 i 个下转换光子对的概率, \bar{n} 表示下转换的平均光子数, $\sum_{i \geq m} p_i(\bar{n})$ 表示脉冲光经自发参量下转换后产生多于 m 对下转换光子对的概率。设经 SPDC 产生下转换环的面积为 A,选取适当小孔的面积(探测面积为 a)和适当的泵浦强度,使经过自发参量下转换后产生下转换的平均光子数 $\bar{n} \geq 1$,且保证在探测器在探测面积 a 内一般最多只能探测到一个下转换光子。在下转换环的半边放置 $N(N \leq \frac{A}{2a})$ 个探测器用来触

发控制光开关从下转换的另一半获取单光子,理想情况下,当探测器布满下转换环的左半边时,即 $N = \frac{A}{2a}$ 时,经触发产生单光子的效率最大。如果不考虑光子在光纤中的损耗,则产生单光子的效率为 η_1 :

$$\eta_1 = \sum_{i=1} p_i(\bar{n}) \times \frac{2Na}{A} = \frac{2Na}{A} \times \frac{\bar{n}}{1+n} \quad (3)$$

考虑到上述受控非门的成功概率,那么实现受控非门的效率为 η :

$$\eta = \frac{\eta_1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{Na}{6A} \times \frac{\bar{n}}{1+n} \quad (4)$$

可见,实现受控非门的效率与放置探测器的数目 N 、下转换的平均光子数 \bar{n} 有关。

基于受控非门的作用,可以生成两个光子之间的纠缠。例如

$$\begin{aligned} & (\alpha | H \rangle_c + \beta | V \rangle_c) | V \rangle_t \\ & \xrightarrow{CNOT} \alpha | H \rangle_c | V \rangle_t + \beta | V \rangle_c | H \rangle_t \end{aligned}$$

参考文献:

- [1] NIELSEN M A, CHUANG I L. Quantum Computing and Quantum Information [M]. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.
- [2] PITTMAN T B, JACOBS B C, FRANSON J D. Probabilistic Quantum Logic Operations Using Polarizing Beam Splitters [J]. *Phys Rev A*, 2001, **64**: 062311.
- [3] MIGDALL A L, et al. Tailoring Single-photon and Multiphoton Probabilities of a Single-photon on-demand Source [J]. *Phys Rev A*, 2002, **66**: 053805.
- [4] SCHMIDT-KALER F, et al. Realization of the Cirac-Zoller Controlled-NOT Quantum Gate [J]. *Nature (London)*, 2003, **422**: 408.
- [5] LIEBFRIED D, et al. Experimental Demonstration of a Robust, High-fidelity Geometric Two Ion-qubit Phase Gate [J]. *Nature (London)*, 2003, **422**: 412.
- [6] RAUSCHEBEUTEL A, et al. Coherent Operation of a Tunable Quantum Phase Gate in Cavity QED [J]. *Phys Rev Lett*, 1999, **83**: 5166.
- [7] GOTTESMAN D, CHUANG I. Demonstrating the Viability of Universal Quantum Computation Using Teleportation and Single-qubit Operations [J]. *Nature(London)*, 1999, **402**: 390.
- [8] KNILL E, LAFLAMME R, MILBURN G J. A Scheme for Efficient Quantum Computation with Linear Optics [J]. *Nature (London)*, 2001, **409**: 046.
- [9] RALPH T C, WHITE A G, MUNRO W J, et al. Simple Scheme for Efficient Linear Optics Quantum Gates [J]. *Phys Rev A*, 2001, **65**: 012314.
- [10] PITTMAN T B, JACOBS B C, FRANSON J D. Demonstration of Nondeterministic Quantum Logic Operations Using Linear Optical Elements [J]. *Phys Rev Lett*, 2002, **88**: 257902.
- [11] HOLGER F. Hofmann and Shigeaki Takeuchi, Quantum phase gate for photonic qubits using only beam splitters and postselection [J]. *Phys Rev A*, 2002, **66**: 024308.

而且还可以把相互纠缠的光子演化成可分离的光子,从而可以用于 BELL 态的检测。例如

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2}}(| H \rangle_c | V \rangle_t + | V \rangle_c | H \rangle_t) \\ & \xrightarrow{CNOT} \frac{1}{\sqrt{2}}(| H \rangle_c + | V \rangle_c) | V \rangle_t \end{aligned}$$

2 小结

本文基于 T. B. Pittman [2] 与 A. L. Migdall [3] 等人的工作,提出了利用自发参量下转换 (SPDC) 过程采用多点延时探测触发的方法获得高效单光子源。提高实现受控非门效率的理论方案。在这个方案中避免了因为利用衰减光来产生单光子作为受控非门的输入不可避免的多光子问题^[14,17]。另外,这个理论方案能更有效的产生单光子,提高实现受控非门的效率。

- [12] PITTMAN T B, JACOBS B C, FRANSON J D. Demonstration of Feed-forward Control for Linear Optics Quantum Computation [J]. *Phys Rev A*, 2002, **66**: 052305.
- [13] KAORU SANAKA, KEVIN RESCH. A Feasible Gate for Scalable Linear Optics Quantum Computation Using Polarization Optics [EB/OL]. e-print quant-ph/0312226.
- [14] PITTMAN T B, JACOBS B C, FRANSON J D. Experimental Controlled-NOT Logic Gate for Single Photons in the Coincidence Basis [J]. *Phys Rev A*, 2003, **68**: 032316.
- [15] KAORU SANAKA, *et al.* Experimental Nonlinear Sign Shift for Linear Optics Quantum Computation [J]. *Phys Rev Lett*, 2004, **92**: 017902.
- [16] SARA GASPARONI, *et al.* Realization of a Photonic Controlled-NOT Gate Sufficient for Quantum Computation [J]. *Phys Rev Lett*, 2004, **93**: 020504.
- [17] ZHI ZHAO, *et al.* Experimental Demonstration of a Nondestructive Controlled-NOT Quantum Gate for Two Independent Photon Qubits [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, **94**: 030501.
- [18] LANGFORD N K, *et al.* Demonstration of a Simple Entangling Optical Gate and Its Use in Bell-State Analysis [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, **95**: 210504.
- [19] KIESEL N, *et al.* Linear Optics Controlled-Phase Gate Made Simple [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, **95**: 210505.
- [20] OKAMOTO R, *et al.* Demonstration of an Optical Quantum Controlled-NOT Gate without Path Interference [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, **95**: 210506.
- [21] JAROMÍR FIURÁŠSK. Linear-optics Quantum Toffoli and Fredkin Gates [J]. *Phys Rev A*, 2006, **73**: 062313.
- [22] XUBO ZOU, *et al.* Linear Optical Scheme for Direct Implementation of a Nondestructive N-qubit Controlled Phase Gate [J]. *Phys Rev A*, 2006, **74**: 044305.

An Effective Scheme of Realizing CONT Gate Using SPDC and PBS

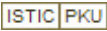
ZHANG Hai-long, FAN Dai-he, BAI Yun-fei, ZHANG Jun-xiang, GAO Jiang-rui

(1. State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, Peoples Republic of China; 2. Institute of Electronic Technology, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450004, Peoples Republic of China)

Abstract: Any N-qubit logic gate may be composed of CNOT and single qubit gate^[1]. So we need to implement CNOT and single qubit gate for quantum computation. However, it has been very difficult to achieve the necessary CNOT gate since the physical interaction among photons is excessively weak. Based on the works of T. B. Pittman^[2] and A. L. Migdall^[3], we show a theoretical scheme for enhancing the efficiency of CNOT gate using high efficiency single photon produced by multi-dots delay detection via SPDC.

Key words: CNOT gate; SPDC; PBS

利用SPDC和PBS实现受控非门的有效方案

作者: 张海龙, 樊代和, 白云飞, 张俊香, 郜江瑞, ZHANG Hai-long, FAN Dai-he, BAI Yun-fei, ZHANG Jun-xiang, GAO Jiang-ru
作者单位: 张海龙, ZHANG Hai-long(量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西大学光电研究所, 山西, 太原, 030006; 解放军信息工程大学电子技术学院, 450004), 樊代和, 白云飞, 张俊香, 郜江瑞, FAN Dai-he, BAI Yun-fei, ZHANG Jun-xiang, GAO Jiang-ru(量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西大学光电研究所, 山西, 太原, 030006)
刊名: 量子光学学报 
英文刊名: ACTA SINICA QUANTUM OPTICA
年, 卷(期): 2007, 13(2)

参考文献(22条)

1. NIELSEN M A; CHUANG I L [Quantum Computing and Quantum Information](#) 2000
2. PITTMAN T B; JACOBS B C; FRANSON J D [Probabilistic Quantum Logic Operations Using Polarizing Beam Splitters](#)[外文期刊] 2001
3. MIGDALL A L [Tailoring Single-photon and Multiphoton Probabilities of a Single-photon on-demand Source](#) 2002
4. SCHMIDT-KALER F [Realization of the Cirac-Zoller Controlled-NOT Quantum Gate](#)[外文期刊] 2003(6930)
5. LIEBFRIED D [Experimental Demonstration of a Robust, High-fidelity Geometric Two Ion-qubit Phase Gate](#)[外文期刊] 2003(6930)
6. RAUSCHEBEUTEL A [Coherent Operation of a Tunable Quantum Phase Gate in Cavity QED](#)[外文期刊] 1999
7. GOTTESMAN D; CHUANG I [Demonstrating the Viability of Universal Quantum Computation Using Teleportation and Single-qubit Operations](#) 1999
8. KNILL E; LAFLAMME R; MILBURN G J [A Scheme for Efficient Quantum Computation with Linear Optics](#) 2001
9. RALPH T C; WHITE A G; MUNRO W J [Simple Scheme for Efficient Linear Optics Quantum Gates](#) 2001
10. PITTMAN T B; JACOBS B C; FRANSON J D [Demonstration of Nondeterministic Quantum Logic Operations Using Linear Optical Elements](#) 2002
11. HOLGER F Hofmann and Shigeki Takeuchi, [Quantum phase gate for photonic qubits using only beam splitters and postselection](#) 2002
12. PITTMAN T B; JACOBS B C; FRANSON J D [Demonstration of Feed-forward Control for Linear Optics Quantum Computation](#) 2002
13. KAORU SANAKA; KEVIN RESCH [A Feasible Gate for Scalable Linear Optics Quantum Computation Using Polarization Optics](#)
14. PITTMAN T B; JACOBS B C; FRANSON J D [Experimental Controlled-NOT Logic Gate for Single Photons in the Coincidence Basis](#) 2003
15. KAORU SANAKA [Experimental Nonlinear Sign Shift for Linear Optics Quantum Computation](#)[外文期刊] 2004(1)
16. SARA GASPARONI [Realization of a Photonic Controlled-NOT Gate Sufficient for Quantum Computation](#) [外文期刊] 2004(2)
17. ZHI ZHAO [Experimental Demonstration of a Nondestructive Controlled-NOT Quantum Gate for Two Independent Photon Qubits](#)[外文期刊] 2005(3)

18. [LANGFORD N K Demonstration of a Simple Entangling Optical Gate and Its Use in Bell-State Analysis](#) [外文期刊] 2005
19. [KIESEL N Linear Optics Controlled-Phase Gate Made Simple](#) [外文期刊] 2005
20. [OKAMOTO R Demonstration of an Optical Quantum Controlled-NOT Gate without Path Interference](#) [外文期刊] 2005
21. [JAROM\(I\)R;FIUR\(A\) \(S\)SK Linear-optics Quantum Toffoli and Fredkin Gates](#) 2006
22. [XUBO ZOU Linear Optical Scheme for Direct Implementation of a Nondestructive N-qubit Controlled Phase Gate](#) 2006

引用本文格式：[张海龙](#), [樊代和](#), [白云飞](#), [张俊香](#), [郜江瑞](#), [ZHANG Hai-long](#), [FAN Dai-he](#), [BAI Yun-fei](#), [ZHANG Jun-xiang](#), [GAO Jiang-rui](#) 利用SPDC和PBS实现受控非门的有效方案[期刊论文]-[量子光学学报](#) 2007(2)