

# 利用非简并光学参量振荡腔产生连续变量三色三组分纠缠态\*

闫智辉 贾晓军<sup>†</sup> 谢常德 彭堃堃

(山西大学光电研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

(2011年6月21日收到; 2011年7月5日收到修改稿)

利用半经典理论方法计算了运转于阈值以上的非简并光学参量振荡腔输出信号场、闲置场及反射抽运场的关联特性. 根据 van Loock 等提出的连续变量多组分纠缠判据, 计算结果表明, 常温下这三个光场的正交振幅分量与正交位相分量之间存在三组分子子关联, 得到了三色三组分纠缠态光场. 数值计算了关联噪声对参量振荡腔物理参数的依赖关系, 找出了产生三色三组分纠缠态产生的最佳运转条件, 为连续变量多组分纠缠态光场产生系统的设计提供了直接参考.

**关键词:** 连续变量, 非简并光学参量振荡腔, 三色三组分纠缠态

**PACS:** 42.50.Lc, 42.65.Lm, 42.65.Yj

## 1 引言

量子纠缠是量子力学提供给我们的一种重要资源, 已经被广泛应用于量子通信、量子计算等领域. 原则上, 量子保密通信能够为绝对安全通信提供保障<sup>[1]</sup>, 量子计算能够比经典计算达到更高的运行效率和速度<sup>[2]</sup>. 目前, 基于连续变量两组分量子纠缠态光场的量子离物传态<sup>[3]</sup>、量子密集编码<sup>[4]</sup>、量子纠缠交换<sup>[5]</sup>等均已实验实现. 随着量子信息研究的发展, 构建具有实际应用价值的量子信息网络成为必然的发展趋势<sup>[6]</sup>, 这就要求制备更多组分的纠缠态光场. 目前, 各种类型的三组分和四组分连续变量量子纠缠态光场已经相继实验产生<sup>[7-9]</sup>, 并已应用于量子通信<sup>[7,10]</sup>及量子计算<sup>[11,12]</sup>等具有网络特性的量子信息系统. 在所完成的这些实验中, 所利用的连续变量纠缠态光场各组分频率相同. 然而, 在一个完整实用的量子信息系统中, 常常需要不同频率的纠缠光场. 例如, 在远距离量子通信中, 量子存储<sup>[13]</sup>与纠缠纯化<sup>[14]</sup>是必不可少的环节. 为此, 我们必须考虑原子跃迁频率与光纤传输窗口频率光场之间不同频率的纠缠.

工作在阈值之上的非简并光学参量振荡腔是一种有效的非经典光场产生装置<sup>[15-20]</sup>, 早在 20 世纪 80 年代就被用以产生具有强度关联的孪生光束<sup>[21]</sup>. 随着实验技术的进步, 2005 年前后, 不少小组分别利用非简并光学参量振荡腔在实验中产生了双色双组分纠缠态光场<sup>[22-25]</sup>. 之后, 人们开始研究非简并光学参量振荡腔的抽运场与两个下转换场之间的量子关联<sup>[26]</sup>. 2009 年, Nussenzveig 小组利用运转于阈值以上的非简并光学参量振荡腔在低温 ( $-23\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) 下从实验上第一次观察到三色三组分纠缠<sup>[27]</sup>. 当前, 多色纠缠的研究正处在初始阶段. 为了寻求有效的实验途径, 我们考虑声子噪声对正交位相分量的影响, 通过半经典理论详细计算了三共振非简并光学参量振荡腔输出场的关联特性, 在常温下得到三色三组分纠缠态光场以及最佳物理参数, 为设计高质量三组分纠缠产生系统提供了理论依据.

## 2 理论计算

非简并光学参量振荡腔 (NOPO) 由非线性光

\* 国家重点基础研究发展计划 (批准号:2010CB923103)、国家自然科学基金创新研究群体科学基金 (批准号:60821004)、国家自然科学基金 (批准号: 60736040,11074157) 和山西省高等学校优秀青年学术带头人支持计划资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: jiaxj@sxu.edu.cn

学晶体和光学谐振腔构成<sup>[28,29]</sup>,如图1所示.其中, $a_0^{\text{in}}$ ,  $a_1^{\text{in}}$ ,  $a_2^{\text{in}}$ ,  $a_0^{\text{out}}$ ,  $a_1^{\text{out}}$ 和 $a_2^{\text{out}}$ 分别表示注入抽运场、注入信号场、注入闲置场、反射抽运场、输出信号场和输出闲置场的光场算符. M1为抽运场的输入耦合镜,对信号场(闲置场)高反,对抽运场部分透射,通过它将抽运场 $a_0^{\text{in}}$ 耦合进入光学参量振荡腔,同时提取反射抽运场 $a_0^{\text{out}}$ . M2为信号场与闲置场的输出耦合镜,对抽运场高反,信号场(闲置场)部分透射. M3对信号场(闲置场)和抽运场双高反.为了使得到的信号光和闲置光易于分开,我们选用满足二类非临界相位匹配的非线性晶体, $\chi^2$ 为非线性晶体的有效非线性系数.由于输出的信号场与闲置场偏振垂直,可以直接用偏振分束器(PBS)将信号场 $a_1^{\text{out}}$ ,闲置场 $a_2^{\text{out}}$ 分开.为了获得高强度的纠缠态光场,我们讨论运转于阈值以上的光学参量振荡腔.对于阈值以上情况,以前的理论计算主要关注信号光与闲置光的强度关联<sup>[21]</sup>,或者反射抽运光的压缩特性<sup>[30]</sup>.这里我们详细分析抽运场、信号场及闲置场正交振幅和正交位相之间的多色量子光联特性.

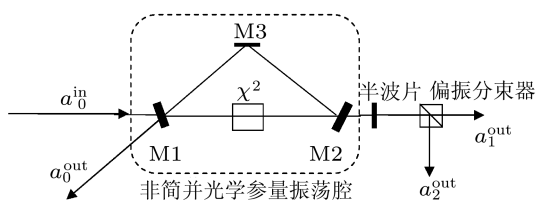


图1 非简并光学参量振荡腔产生三色三组纠缠态光场的装置示意图

通常情况下由于信号场与闲置场频率比较接近,为了方便而不失一般性,我们假设腔的透射率和额外损耗对于信号光和闲置光相同,这样,非简并光学参量振荡腔的腔膜的算符演化方程——Langevin方程为<sup>[31]</sup>

$$\begin{aligned} \tau d\alpha_0/dt &= -(\gamma_0 + \mu_0)\alpha_0 - 2\chi\alpha_1\alpha_2 \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_0}\alpha_0^{\text{in}} + \sqrt{2\mu_0}\beta_0^{\text{in}}, \\ \tau d\alpha_1/dt &= -(\gamma + \mu)\alpha_1 + 2\chi\alpha_0\alpha_2^{\dagger} \\ &\quad + \sqrt{2\gamma}\alpha_1^{\text{in}} + \sqrt{2\mu}\beta_1^{\text{in}}, \\ \tau d\alpha_2/dt &= -(\gamma + \mu)\alpha_2 + 2\chi\alpha_0\alpha_1^{\dagger} \\ &\quad + \sqrt{2\gamma}\alpha_2^{\text{in}} + \sqrt{2\mu}\beta_2^{\text{in}}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\gamma_0$ 和 $\gamma$ 分别为输入耦合镜对抽运光的透射率和输出耦合镜对信号光(闲置光)的透射率;非简并光学参量振荡腔在耦合抽运场和输出信号场、闲

置场的同时,由于存在内腔损耗,真空噪声不可避免地进入内腔场,分别用 $\mu_0$ 和 $\mu$ 表示抽运光和信号光(闲置光)的所有内腔损耗, $\beta_0^{\text{in}}$ , $\beta_1^{\text{in}}$ 和 $\beta_2^{\text{in}}$ 分别为由于内腔损耗在抽运光、信号光和闲置光场上引入的真空噪声; $\tau$ 为光场在腔内环行一周的时间.

在半经典处理中,光场算符可表示为平均值与量子起伏的和,即 $\alpha_i = \bar{\alpha}_i + \delta\alpha_i$ , ( $i = 0, 1, 2$ ),其稳态解为

$$\begin{aligned} (\gamma_0 + \mu_0)\bar{\alpha}_0 &= -2\chi\bar{\alpha}_1\bar{\alpha}_2 + \sqrt{2\gamma_0}\bar{\alpha}_0^{\text{in}}, \\ (\gamma + \mu)\bar{\alpha}_1 &= 2\chi\bar{\alpha}_0\bar{\alpha}_2^*, \\ (\gamma + \mu)\bar{\alpha}_2 &= 2\chi\bar{\alpha}_0\bar{\alpha}_1^*, \end{aligned} \quad (2)$$

由此可得

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_0^2 &= \frac{\gamma^2}{4\chi^2}, \\ \bar{\alpha}_1^2 = \bar{\alpha}_2^2 &= \frac{(\gamma_0 + \mu_0)\gamma}{4\chi^2}(\sigma - 1), \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\sigma = 2\sqrt{\frac{2\chi^2\gamma_0}{(\gamma_0 + \mu_0)^2(\gamma + \mu)^2}}\bar{\alpha}_0^{\text{in}}$ ,为抽运参数, $\sigma > 1$ 时,表示光学参量振荡腔运转于阈值以上; $\sigma = 1$ 时,对应的抽运功率为光学参量振荡腔的阈值功率,即 $p_0 = \frac{(\gamma_0 + \mu_0)^2(\gamma + \mu)^2}{8\chi^2\gamma_0}$ .

利用内腔场的稳态解,我们得到非简并光学参量振荡腔腔模的噪声运动方程

$$\begin{aligned} \tau d\delta\alpha_0/dt &= -(\gamma_0 + \mu_0)\delta\alpha_0 \\ &\quad - \sqrt{(\gamma_0 + \mu_0)(\gamma + \mu)(\sigma - 1)}\delta\alpha_1 \\ &\quad - \sqrt{(\gamma_0 + \mu_0)(\gamma + \mu)(\sigma - 1)}\delta\alpha_2 \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_0}\delta\alpha_0^{\text{in}} + \sqrt{2\mu_0}\delta\beta_0^{\text{in}}, \\ \tau d\delta\alpha_1/dt &= -(\gamma + \mu)\delta\alpha_1 \\ &\quad + \sqrt{(\gamma_0 + \mu_0)(\gamma + \mu)(\sigma - 1)}\delta\alpha_0 \\ &\quad + (\gamma + \mu)\delta\alpha_2^{\dagger} + \sqrt{2\gamma}\delta\alpha_1^{\text{in}} \\ &\quad + \sqrt{2\mu}\delta\beta_1^{\text{in}}, \\ \tau d\delta\alpha_2/dt &= -(\gamma + \mu)\delta\alpha_2 \\ &\quad + \sqrt{(\gamma_0 + \mu_0)(\gamma + \mu)(\sigma - 1)}\delta\alpha_0 \\ &\quad + (\gamma + \mu)\delta\alpha_1^{\dagger} + \sqrt{2\gamma}\delta\alpha_2^{\text{in}} \\ &\quad + \sqrt{2\mu}\delta\beta_2^{\text{in}}, \end{aligned} \quad (4)$$

光场的正交振幅与正交位相可以用光场的产生算符与湮灭算符表示<sup>[32]</sup>,即 $X = (\alpha + \alpha^{\dagger})$ , $Y = (\alpha - \alpha^{\dagger})/i$ .然而在实际情况中,非线性晶体存在着额外位相噪声,它影响了位相分量的量子关联特性<sup>[33,34]</sup>.随后,Nussenzveig小组研究了非线性

性晶体的声子噪声所引起的热噪声对额外位相噪声的影响<sup>[35]</sup>. 其表达式为

$$S = \frac{cn^6 l_c^3}{4h} \frac{1}{\pi\omega^2} \frac{l}{\lambda} dP, \quad (5)$$

其中,  $c$  为光速,  $h$  为 Planck 常量,  $n$  为非线性晶体对光场的折射率,  $l_c$  为声子热噪声产生声波的相干长度,  $l$  为非线性晶体的长度,  $\omega$  为光场在晶体中的腰斑,  $\lambda$  为光场的波长,  $d$  为耦合系数,  $P$  为 NOPO 腔内抽运功率. 从 (5) 式可以看出, 增大光场的腰斑  $\omega$  可以减小额外位相噪声, 但也增大了抽运的阈值功率要求更高的抽运功率  $P$ , 所以通过改变腔的几何构型对额外位相噪声的影响不大.  $d$  是近似线

性依赖于温度的耦合系数, 额外位相噪声随温度上升而增大<sup>[35]</sup>. 由此可以看出, 额外位相噪声  $S$  与非线性晶体工作温度  $T$  成正比, 与光波长  $\lambda$  成反比. 我们可以选用波长更长的抽运光场以在常温下得到三色纠缠态光场.

我们在正交位相分量的三个方程中分别引入声子噪声  $s_0\delta Y_{\gamma_0^{\text{in}}}$ ,  $s_1\delta Y_{\gamma_1^{\text{in}}}$  和  $s_1\delta Y_{\gamma_2^{\text{in}}}$ , 其中  $s_0$  和  $s_1$  是声子噪声的耦合系数, 与光场的波长、腰斑以及晶体工作温度等因素有关. 因此, 正交振幅与正交位相分量起伏的线性化 Langevin 运动方程组修正如下:

$$\begin{aligned} \tau d\delta X_{\alpha_0}/dt &= -(\gamma_0 + \mu_0)\delta X_{\alpha_0} - \sqrt{(\gamma_0 + \mu_0)(\gamma + \mu)(\sigma - 1)}\delta X_{\alpha_1} - \sqrt{(\gamma_0 + \mu_0)(\gamma + \mu)(\sigma - 1)}\delta X_{\alpha_2} \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_0}\delta X_{\alpha_0^{\text{in}}} + \sqrt{2\mu_0}\delta X_{\beta_0^{\text{in}}}, \\ \tau d\delta X_{\alpha_1}/dt &= -(\gamma + \mu)\delta X_{\alpha_1} + \sqrt{(\gamma_0 + \mu_0)(\gamma + \mu)(\sigma - 1)}\delta X_{\alpha_0} + (\gamma + \mu)\delta X_{\alpha_2} + \sqrt{2\gamma}\delta X_{\alpha_1^{\text{in}}} + \sqrt{2\mu}\delta X_{\beta_1^{\text{in}}}, \\ \tau d\delta X_{\alpha_2}/dt &= -(\gamma + \mu)\delta X_{\alpha_2} + \sqrt{(\gamma_0 + \mu_0)(\gamma + \mu)(\sigma - 1)}\delta X_{\alpha_0} + (\gamma + \mu)\delta X_{\alpha_1} + \sqrt{2\gamma}\delta X_{\alpha_2^{\text{in}}} + \sqrt{2\mu}\delta X_{\beta_2^{\text{in}}}, \\ \tau d\delta Y_{\alpha_0}/dt &= -(\gamma_0 + \mu_0)\delta Y_{\alpha_0} - \sqrt{(\gamma_0 + \mu_0)(\gamma + \mu)(\sigma - 1)}\delta Y_{\alpha_1} - \sqrt{(\gamma_0 + \mu_0)(\gamma + \mu)(\sigma - 1)}\delta Y_{\alpha_2} \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_0}\delta Y_{\alpha_0^{\text{in}}} + \sqrt{2\mu_0}\delta Y_{\beta_0^{\text{in}}} + s_0\delta Y_{\gamma_0^{\text{in}}}, \\ \tau d\delta Y_{\alpha_1}/dt &= -(\gamma + \mu)\delta Y_{\alpha_1} + \sqrt{(\gamma_0 + \mu_0)(\gamma + \mu)(\sigma - 1)}\delta Y_{\alpha_0} \\ &\quad - (\gamma + \mu)\delta Y_{\alpha_2} + \sqrt{2\gamma}\delta Y_{\alpha_1^{\text{in}}} + \sqrt{2\mu}\delta Y_{\beta_1^{\text{in}}} + s_1\delta Y_{\gamma_1^{\text{in}}}, \\ \tau d\delta Y_{\alpha_2}/dt &= -(\gamma + \mu)\delta Y_{\alpha_2} + \sqrt{(\gamma_0 + \mu_0)(\gamma + \mu)(\sigma - 1)}\delta Y_{\alpha_0} \\ &\quad - (\gamma + \mu)\delta Y_{\alpha_1} + \sqrt{2\gamma}\delta Y_{\alpha_2^{\text{in}}} + \sqrt{2\mu}\delta Y_{\beta_2^{\text{in}}} + s_1\delta Y_{\gamma_2^{\text{in}}}. \end{aligned} \quad (6)$$

再利用光学参量振荡腔输入输出关系, 我们得到了输出光场  $\alpha_0^{\text{out}}$ ,  $\alpha_1^{\text{out}}$  和  $\alpha_2^{\text{out}}$  正交振幅与正交位相分量起伏特性的表达式分别为

$$\begin{aligned} \delta X_0 &= ((\omega^2\tau^2 - 2\gamma_0'\gamma'(\sigma - 1) + 2i\gamma_0\omega\tau - i\gamma_0'\omega\tau)\delta X_{\alpha_0^{\text{in}}} \\ &\quad - 2\sqrt{\gamma_0\gamma_0'\gamma\gamma'(\sigma - 1)}(\delta X_{\alpha_1^{\text{in}}} + \delta X_{\alpha_2^{\text{in}}}) + 2i\sqrt{\gamma_0\mu_0}\omega\tau\delta X_{\beta_0^{\text{in}}} - 2\sqrt{\gamma_0\gamma_0'\mu\gamma'(\sigma - 1)}(\delta X_{\beta_1^{\text{in}}} + \delta X_{\beta_2^{\text{in}}})) \\ &\quad / (2\gamma_0'\gamma'(\sigma - 1) - \omega^2\tau^2 + i\gamma_0'\omega\tau), \\ \delta X_{1(2)} &= ((4\sqrt{\gamma_0\gamma_0'\gamma\gamma'(\sigma - 1)}\gamma' + 2i\sqrt{\gamma_0\gamma_0'\gamma\gamma'(\sigma - 1)}\omega\tau)\delta X_{\alpha_0^{\text{in}}} \\ &\quad + (2\gamma'\omega^2\tau^2 - 2\gamma\omega^2\tau^2 + \gamma_0'\omega^2\tau^2 - 4\gamma_0'\gamma'^2(\sigma - 1) + 2\gamma_0'\gamma'\gamma\sigma + 2i\gamma\gamma'\omega\tau \\ &\quad + 2i\gamma_0'\omega\tau - 2i\gamma_0'\gamma'\sigma\omega\tau + i\omega^3\tau^3)\delta X_{\alpha_{1(2)}^{\text{in}}} + (4\gamma_0'\gamma'\gamma - 2\gamma_0'\gamma'\gamma\sigma + 2i\gamma\gamma'\omega\tau)\delta X_{\alpha_{2(1)}^{\text{in}}} \\ &\quad + (4\sqrt{\mu_0\gamma_0'\gamma\gamma'(\sigma - 1)}\gamma' + 2i\sqrt{\mu_0\gamma_0'\gamma\gamma'(\sigma - 1)}\omega\tau)\delta X_{\beta_0^{\text{in}}} \\ &\quad + (2\sqrt{\gamma\mu}\gamma_0'\sigma - 2\sqrt{\gamma\mu}\omega^2\tau^2 + 2i\sqrt{\gamma\mu}\gamma'\omega\tau + 2i\sqrt{\gamma\mu}\gamma_0'\omega\tau)\delta X_{\beta_{1(2)}^{\text{in}}} \\ &\quad + (4\sqrt{\gamma\mu}\gamma_0'\sigma - 2\sqrt{\gamma\mu}\gamma_0'\sigma + 2i\sqrt{\gamma\mu}\gamma'\omega\tau)\delta X_{\beta_{2(1)}^{\text{in}}}) \\ &\quad / ((2\gamma' + i\omega\tau)(2\gamma_0'\gamma'(\sigma - 1) - \omega^2\tau^2 + i\gamma_0'\omega\tau)); \\ \delta Y_0 &= ((2\gamma_0'\gamma'\sigma - 4\gamma_0\gamma' - \omega^2\tau^2 - 2i\gamma_0\omega\tau + i\gamma_0'\omega\tau + 2i\gamma'\omega\tau)\delta Y_{\alpha_0^{\text{in}}} \\ &\quad + 2\sqrt{\gamma_0\gamma_0'\gamma\gamma'(\sigma - 1)}(\delta Y_{\alpha_1^{\text{in}}} + \delta Y_{\alpha_2^{\text{in}}}) - (4\sqrt{\gamma_0\mu_0}\gamma' + 2i\sqrt{\gamma_0\mu_0}\omega\tau)\delta Y_{\beta_0^{\text{in}}} \\ &\quad + 2\sqrt{\gamma_0\gamma_0'\mu\gamma'(\sigma - 1)}(\delta Y_{\beta_1^{\text{in}}} + \delta Y_{\beta_2^{\text{in}}}) - (2\sqrt{2\gamma_0}\gamma_0's_0 + i\sqrt{2\gamma_0}\omega\tau s_0)\delta Y_{\gamma_0^{\text{in}}}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 & + \sqrt{2\gamma_0\gamma_0'\gamma'(\sigma-1)}s_1(\delta Y_{\gamma_1^{\text{in}}} + \delta Y_{\gamma_2^{\text{in}}})/(\omega^2\tau^2 - 2\gamma_0'\gamma'\sigma - 2i\gamma'\omega\tau - i\gamma_0'\omega\tau), \\
 \delta Y_{1(2)} = & (-2\sqrt{\gamma_0\gamma_0'\gamma'(\sigma-1)}\omega\tau\delta Y_{\alpha_0^{\text{in}}} + (2\gamma_0'\gamma'\sigma\omega\tau - 2\gamma_0'\gamma\omega\tau - 2\gamma_0'\omega\tau - \omega^3\tau^3 + 2i\gamma_0'\gamma'\sigma \\
 & - 2i\gamma\omega^2\tau^2 + 2i\gamma'\omega^2\tau^2 + i\gamma_0'\omega^2\tau^2)\delta Y_{\alpha_{1(2)}^{\text{in}}} + (2\gamma_0'\omega\tau - 2i\gamma_0'\gamma'\sigma)\delta Y_{\alpha_{2(1)}^{\text{in}}}) \\
 & - 2\sqrt{\mu_0\gamma_0'\gamma'(\sigma-1)}\omega\tau\delta Y_{\beta_0^{\text{in}}} + (-2\sqrt{\gamma\mu}\gamma_0'\omega\tau - 2\sqrt{\gamma\mu}\gamma'\omega\tau + 2i\sqrt{\gamma\mu}\gamma_0'\gamma'\sigma - 2i\sqrt{\gamma\mu}\omega^2\tau^2)\delta Y_{\beta_{1(2)}^{\text{in}}} \\
 & + (2\sqrt{\gamma\mu}\gamma'\omega\tau - 2i\sqrt{\gamma\mu}\gamma_0'\gamma'\sigma)\delta Y_{\beta_{2(1)}^{\text{in}}} - \sqrt{2\gamma_0'\gamma'(\sigma-1)}\omega\tau s_0\delta Y_{\gamma_0^{\text{in}}} \\
 & + (-\sqrt{2\gamma_0'\omega\tau s_1} - \sqrt{2\gamma_0'\omega\tau s_1} + i\sqrt{2\gamma_0'\sigma s_1} - i\sqrt{2\gamma_0'\omega^2\tau^2 s_1})\delta Y_{\gamma_{1(2)}^{\text{in}}} \\
 & + (\sqrt{2\gamma_0'\omega\tau s_1} - i\sqrt{2\gamma_0'\sigma s_1})\delta Y_{\gamma_{2(1)}^{\text{in}}})/(\omega\tau(\omega^2\tau^2 - 2\gamma_0'\gamma'\sigma - 2i\gamma'\omega\tau - i\gamma_0'\omega\tau)); \quad (8)
 \end{aligned}$$

其中  $\gamma_0' = \gamma_0 + \mu_0$  和  $\gamma' = \gamma + \mu$ , 分别代表抽运光和信号光(闲置光)的总损耗.

2000年, Duan等<sup>[36]</sup>和 Simon<sup>[37]</sup>分别提出了两组分纠缠判据, 为如何判断两个量子态光场是否具有量子纠缠提供了判断依据. 2005年, van Loock和 Furusawa<sup>[38]</sup>将其扩展到多组分领域, 提出了多组分纠缠的判据. 他们讨论了子系统的两个正交量子算符组合, 发现当违反  $\langle \Delta^2 u \rangle + \langle \Delta^2 v \rangle \geq 2(|h_n k_n| + |h_l k_l + h_m k_m|)$  不等式时, 就意味着它们之间存在多组分纠缠, 其中  $u = \sum_i h_i x_i$  和  $v = \sum_i k_i y_i$ ,  $k_i, g_i$  为任意实数, 当取为最佳增益因子时, 纠缠特性得以优化. 对于我们的系统, 获得的具体判据表达式为

$$\begin{aligned}
 S_1 = & \langle \Delta^2(x_1 - x_2) \rangle \\
 & + \langle \Delta^2(y_1 + y_2 - g_0 y_0) \rangle \geq 4, \\
 S_2 = & \langle \Delta^2(x_0 + x_2) \rangle \\
 & + \langle \Delta^2(g_1 y_1 + y_2 - y_0) \rangle \geq 4, \\
 S_3 = & \langle \Delta^2(x_0 + x_1) \rangle \\
 & + \langle \Delta^2(y_1 + g_2 y_2 - y_0) \rangle \geq 4, \quad (9)
 \end{aligned}$$

其中  $g_0, g_1, g_2$  分别为对抽运场、信号场和闲置场的最佳增益因子.

依据文献[38]的严格理论证明, 当测量得到的关联噪声违反这组不等式中任意两个时, 意味着非简并光学参量振荡腔输出场之间存在三组分量子纠缠. 关联方差  $S_1, S_2$  和  $S_3$  的值愈低, 三个光学场的量子关联度愈强, 纠缠度愈高.

下面分析光学参量振荡腔各种物理参数对关联噪声  $S_1, S_2$  和  $S_3$  的影响.

我们首先分析非线性晶体的工作温度  $T$  对关联噪声的影响. 由图2和图3可以看出, 受到声子噪声的影响, 关联噪声和随温度升高而增加, 而且

波长越短, 增加速度越快; 当抽运光为 532 nm 时,  $S_1$  和  $S_{2(3)}$  均在低温 ( $-23^\circ\text{C} = 250\text{K}$ ) 可以低于散粒噪声极限 (SNL)(4), 即此时可以得到三色三组分纠缠, 而在温度升高至常温 ( $25^\circ\text{C} = 298\text{K}$ ) 左右,  $S_{2(3)}$  和  $S_1$  先后升高至于 SNL(4) 之上, 这时输出光场之间的关联噪声不再满足不可分判据, 即 NOPO 的输出场不再是三组分纠缠态光场. 而当我们选用 795 nm 或者 1064 nm 的抽运光场时, 由于声子噪声对关联噪声影响较小,  $S_1$  和  $S_{2(3)}$  均在常温 ( $25^\circ\text{C} = 298\text{K}$ ) 时可以低于 SNL(4), 即此时可以得到三色三组分纠缠态光场. 因此, 我们选用波长为 795 nm (1064 nm) 的相干光作为抽运光, 可以得到两束波长在 1590 nm (2128 nm) 附近的频率非简并的下转换光场. 这时, 我们在常温得到了其中一束波长为 795 nm (1064 nm) 与另外两束波长在 1590 nm (2128 nm) 附近的三色三组分纠缠态光场.

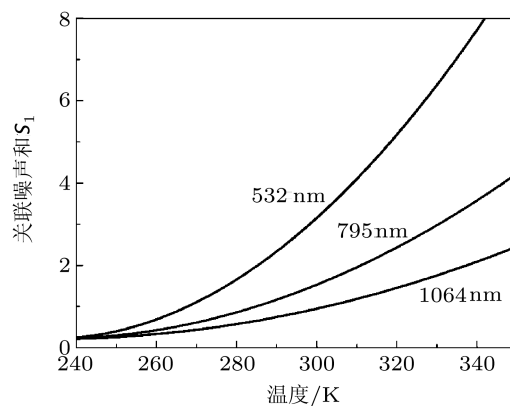


图2  $S_1$  在抽运光为不同波长的情况下随非线性晶体工作温度  $T$  的变化

然后我们分析抽运参数  $\sigma$  对关联噪声的影响, 图4分析了在不同抽运光透射率  $\gamma_0$  和信号光透射率  $\gamma$  时,  $S_1$  的噪声功率随  $\sigma$  的变化. 可以看出, 对

于不同的  $\gamma_0$  和  $\gamma$ , 在  $\sigma = 1.25$  左右时,  $S_1$  的噪声功率达到最小值. 图 5 分析了在不同  $\gamma_0$  和  $\gamma$  的情况下,  $S_2(S_3)$  的噪声功率随  $\sigma$  的变化. 同样可以看出, 对于不同的  $\gamma_0$  和  $\gamma$ , 在  $\sigma = 1.25$  左右时,  $S_2(S_3)$  的噪声功率达到最小值. 同时可以看出, 在抽运阈值附近, 由于多个模式竞争, 输出场的噪声很高, 关联噪声  $S_1, S_2$  和  $S_3$  的水平远高于散粒噪声基准, 随着抽运功率的增加, 关联噪声  $S_1, S_2$  和  $S_3$  的噪声水平迅速降低, 在  $\sigma = 1.25$  左右时, 达到最小. 之后, 由于输出场位相关联噪声受抽运功率的影响, 使得  $S_1, S_2$  和  $S_3$  的噪声开始逐渐增加.

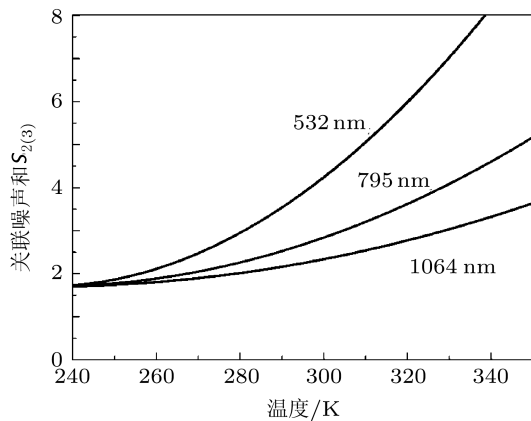


图 3  $S_2(S_3)$  在抽运光为不同波长的情况下随非线性晶体工作温度  $T$  的变化

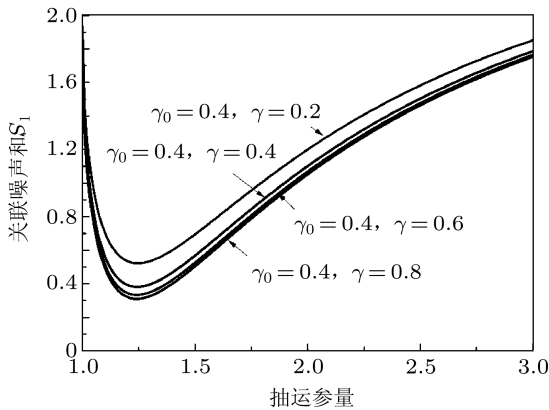


图 4  $S_1$  在不同抽运光透射率  $\gamma_0$ , 信号光透射率  $\gamma$  下随抽运参数  $\sigma$  的变化

图 6 和图 7 分析了在  $\sigma = 1.25$  时,  $S_1$  和  $S_2(S_3)$  噪声功率随  $\gamma, \gamma_0$  的变化. 可以看出,  $S_1$  和  $S_2(S_3)$  的噪声功率随  $\gamma$  和  $\gamma_0$  的增大而减少. 分析了在  $\sigma = 1.25$  时,  $S_2(S_3)$  的噪声功率随  $\gamma, \gamma_0$  的变化.

根据以上分析可知, 当我们选取的系统参数为  $\gamma_0 = 0.40, \gamma = 0.40, \sigma = 1.25$  时, 关联噪声之和  $S_2, S_3$  可以接近最小值, 同时  $S_1$  的噪声功率也

处于最小值附近, 即在这种情况下可以获得较高三组分纠缠. 由于运转于阈值以上的光学参量振荡腔输出的信号光和闲置光频率一般情况下不相同, 于是可以利用这一系统得到连续变量的三色三组分纠缠态光场.

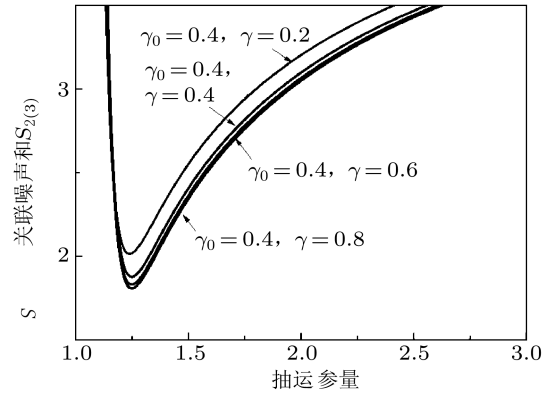


图 5  $S_2(S_3)$  在不同抽运光透射率  $\gamma_0$ , 信号光透射率  $\gamma$  下随抽运参数  $\sigma$  的变化

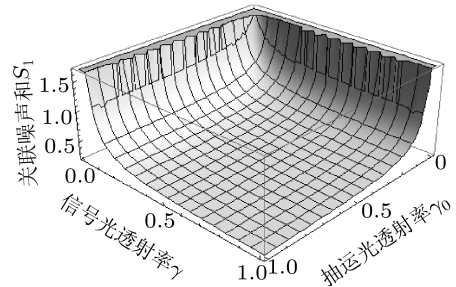


图 6  $S_1$  随抽运光透射率  $\gamma_0$  和信号光透射率  $\gamma$  的变化

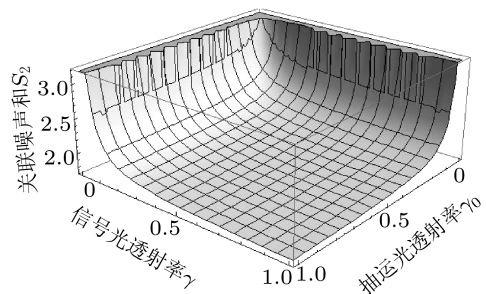


图 7  $S_2(S_3)$  随抽运光透射率  $\gamma_0$  和信号光透射率  $\gamma$  的变化

### 3 结论

考虑声子噪声引入的额外位相噪声, 通过理论计算表明利用运转于阈值以上的三共振光学参量振荡腔可以在常温产生抽运场、信号场和闲置场的三色纠缠光场, 并数值计算了三个输出光场正交

分量的关联噪声对腔参数的函数依赖关系,找到了最佳优化参量. 我们的计算为多色三组分纠缠产生系统的设计提供了理论参考. 当我们选用波长为 795 nm 的相干光作为抽运光时,可以得到两束波长在 1590 nm 的下转换光场,即我们可以得到波

长分别为 795, 1590 和 1590 nm 的三组分纠缠态光场. 其中,波长为 795 nm 的光场可以与铷原子相互作用,实现量子存储,下转换光场的波长为 1590 nm 与光纤传输窗口对应,可以实现远距离传输,所得到的这种三组分可以应用于今后的量子中继研究.

- [1] Scarani V, Bechmann-Pasquinucci H, Cerf N J, Dušek M, Lütkenhaus N, Peev M 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 1301
- [2] Shor P W, Siam J 1997 *Computer* **26** 1484
- [3] Furusawa A, Sørensen J L, Braunstein S L, Fuchs C A, Kimble H J, Polzik E S 1998 *Science* **282** 706
- [4] Li X Y, Pan Q, Jing J T, Zhang J, Xie C D, Peng K C 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 047904
- [5] Jia X J, Su X L, Pan Q, Gao J R, Xie C D, Peng K C 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 250503
- [6] Kimble H J 2008 *Nature* **453** 1023
- [7] Jing J T, Zhang J, Yan Y, Zhao F G, Xie C D, Peng K C 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 167903
- [8] Su X L, Tan A H, Jia X J, Zhang J, Xie C D, Peng K C 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 070502
- [9] Tan A H, Wang Y, Jin X L, Su X L, Jia X J, Zhang J, Xie C D, Peng K C 2008 *Phys. Rev. A* **78** 013828
- [10] Yonezawa H, Aoki T, Furusawa A 2004 *Nature* **431** 430
- [11] Yoshikawa J, Miwa Y, Huck A, Andersen U L, van Loock P, Furusawa A 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 250501
- [12] Wang Y, Su X L, Shen H, Tan A H, Xie C D, Peng K C 2010 *Phys. Rev. A* **81** 022311
- [13] Julsgaard B, Sherson J, Cirac J I, Fiurasek J, Polzik E S 2004 *Nature* **432** 482
- [14] Dong R, Lassen M, Heersink J, Marquardt C, Filip R, Leuchs G, Andersen U L 2008 *Nature Phys.* **4** 919
- [15] Reid M D, Drummond P D 1988 *Phys. Rev. Lett.* **60** 2731
- [16] Pan Q, Wang H, Zhang Y, Su H, Xie C D, Peng K C, Yu Z G, Lu Q M 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1625 (in Chinese) [潘庆, 王海, 张云, 苏红, 谢常德, 彭堃堦, 于正刚, 路庆明 1998 物理学报 **47** 1625]
- [17] Li X Y, Jing J T, Zhang J, Pan Q, Xie C D, Peng K C 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 966 (in Chinese) [李小英, 荆杰泰, 张靖, 潘庆, 谢常德, 彭堃堦 2002 物理学报 **51** 966]
- [18] Jia X J, Su X L, Pan Q, Xie C D, Peng K C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2717 (in Chinese) [贾晓军, 苏晓龙, 潘庆, 谢常德, 彭堃堦 2005 物理学报 **54** 2717]
- [19] Zhao C Y, Tan W H 2006 *J. Opt. Soc. Am. B* **23** 2174
- [20] Zhao C Y, Tan W H 2007 *J. Mod. Opt.* **54** 97
- [21] Heidmann A, Horowicz R J, Reynaud S, Giacobino E, Fabre C, Camy G 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 2555
- [22] Villar A S, Cruz L S, Cassemiro K N, Martinelli M, Nussenzveig P 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 243603
- [23] Su X L, Tan A H, Jia X J, Pan Q, Xie C D, Peng K C 2006 *Opt. Lett.* **31** 1133
- [24] Jing J, Feng S, Bloomer R, Pfister O 2006 *Phys. Rev. A* **74** 041804(R)
- [25] Shang Y N, Wang D, Yan Z H, Wang W Z, Jia X J, Peng K C 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3514 (in Chinese) [商娅娜, 王东, 闫智辉, 王文哲, 贾晓军, 彭堃堦 2008 物理学报 **57** 3514]
- [26] Villar A S, Martinelli M, Fabre C, Nussenzveig P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 140504
- [27] Coelho A S, Barbosa F A S, Cassemiro K N, Villar A S, Martinelli M, Nussenzveig P 2009 *Science* **326** 823
- [28] Debuisschert T, Sizmman A, Giacobino E, Fabre C 1993 *J. Opt. Soc. Am. B* **10** 1668
- [29] Heidmann A, Horowicz R J, Reynaud S, Giacobino E, Fabre C, Camy G 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 2555
- [30] Kasai K, Gao J R, Fabre C 1997 *Europhys. Lett.* **40** 25
- [31] Gardiner C W, Collett M J 1985 *Phys. Rev. A* **31** 3761
- [32] Bachor H A 1998 *A Guide to Experiments in Quantum Optics* (Weinheim: Wiley-VCh) p70
- [33] Cassemiro K N, Villar A S, Martinelli M, Nussenzveig P 2007 *Opt. Express* **15** 18236
- [34] Cassemiro K N, Villar A S, Valente P, Martinelli M, Nussenzveig P 2007 *Opt. Lett.* **32** 695
- [35] César J E S, Coelho A S, Cassemiro K N, Villar A S, Lassen M, Nussenzveig P, Martinelli M 2009 *Phys. Rev. A* **79** 063816
- [36] Duan L M, Giedke G, Cirac J I, Zoller P 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2722
- [37] Simon R 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2726
- [38] Van Loock P, Furusawa A 2003 *Phys. Rev. A* **67** 052315

# Continuous-variable three-color tripartite entangled state generated by a non-degenerate optical parameter oscillator\*

Yan Zhi-Hui Jia Xiao-Jun<sup>†</sup> Xie Chang-De Peng Kun-Chi

(State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

(Received 21 June 2011; revised manuscript received 5 July 2011)

## Abstract

The quantum correlations between the output signal, the output idler and the reflected pump fields generated by non-degenerate optical parametric oscillator operating above the oscillation threshold are theoretically calculated with the semi-classical formulae. According to the multipartite entanglement criteria for the continuous variables, proposed by P. van Loock and A. Furusawa, the calculated results prove the existence of the quantum correlations between the amplitude and the phase quadrature for the three optical fields, i. e. they form a tripartite entangled state. We numerically calculate the dependence of the entanglement on the physical parameters of the optical oscillator and find the optimum operating conditions of the oscillator to produce the three-color tripartite entangled state, which provide the direct references for the design of the continuous variable multipartite entanglement generation systems.

**Keywords:** continuous-variable, non-degenerate optical parameter oscillator, three-color tripartite entangled state

**PACS:** 42.50.Lc, 42.65.Lm, 42.65.Yj

---

\* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2010CB923103), the Science Fund for Creative Research Group of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60821004), the National Natural Science Foundation of China (Grants Nos. 60736040, 11074157), and the Program for the Top Young Academic Leaders of Higher Learning Institutions of Shanxi, China.

<sup>†</sup> E-mail: jiaxj@sxu.edu.cn