

文章编号: 1007-6654(2013)02-0094-06

## 波粒二象性和量子不确定性之间的关系: 纯态到混合态

刘洪雨<sup>1</sup>, 陈立<sup>1</sup>, 明莹<sup>2</sup>, 刘灵<sup>1</sup>, 刘奎<sup>1</sup>, 张俊香<sup>1</sup>, 郜江瑞<sup>1†</sup>

(1. 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西大学光电研究所, 山西 太原 030006; 2. 延边大学理学院物理系, 吉林 延吉 133002)

摘要: 研究了波粒二象性和量子不确定性之间的关系, 可见度表达的是粒子的波动性, 可预测性 (predictability) 表达的是粒子性, 还有它们的起伏, 这些量可以通过一个表达式联系起来。单光子纯态和混合态的测量, 在实验上 [PRA, 85, 022106] 已经得到证明, 但并没有给出中间态的情况, 在此重点研究了纯态和混合态之间的状态, 测量结果仍满足可见度、可预测性和它们的起伏的关系。

关键词: 波粒二象性; 量子不确定性; 单光子

中图分类号: O431

文献标识码: A

doi: 10.3788/ASQO20131902.0094

### 0 引言

互补性原理<sup>[1]</sup>强调在量子系统中同时存在一对性质相互排斥的物理量, 不能用一种统一的图像去完整的描述量子现象, 比如波动性和粒子性, 但波动性与粒子性对于描述量子现象又是缺一不可的, 量子现象必须用这种既互斥又互补的方式才能提供完备描述。波粒二象性是互补性原理最重要的例子, 可以通过实验验证, 例如杨氏双缝实验<sup>[2,3]</sup>。最近, 报道了基于马赫曾德干涉仪的有关二象性关系<sup>[4,5]</sup>的实验<sup>[6]</sup>。在双缝实验中对于干涉条纹的产生和消逝是仅仅由于二象性关系决定的, 还是解释为由于海森伯不确定关系的影响, 仍有疑义。在费曼的光显微镜<sup>[7]</sup>, Scully 的量子擦除实验<sup>[8]</sup>和 Englert 的干涉仪<sup>[9]</sup>都讨论了两者的关系, 但是讨论还在进行中<sup>[10-14]</sup>。

由条纹可见度  $V$  (代表波动性) 和可预测性  $P$  (代表粒子性) 通过不等式  $V^2 + P^2 \leq 1$  彼此联系

起来。这个表达式是一个数学上的陈述, 并没有与不确定关系联系起来。是否有一个关系式可以将  $V$  和  $P$  与不确定关系联系起来, 是否这个不等式能通过增加不确定性信息而转变成一个等式, 文献<sup>[15]</sup>已经回答了这些问题。文中明确的显示了可见度和可预测性与它们的起伏彼此联系在一起, 给出了单光子纯态和混合态时, 可见度和可预测性与它们起伏之间的关系。

本文进一步给出了从纯态到混合态之间的量子态, 可见度和可预测性与它们起伏之间的关系。借助马赫曾德干涉仪<sup>[16]</sup>, 在实验上证明了单光子情况下的纯态和混合态之间状态的波粒二象性和不确定性的关系。可以得到以下结论, 虽然二象性关系的起源不要求海森堡不确定关系的存在, 但是这并不意味着两者是彼此独立的, 二者是彼此联系的。

### 1 基本原理

①收稿日期: 2013-03-01

基金项目: 国家自然科学基金(60978008); 国家重点基础研究发展计划(2010CB923102)

作者简介: 刘洪雨(1982—), 男, 辽宁辽阳人, 博士生, 研究领域: 量子光学与量子信息。

†通讯作者: 郜江瑞, E-mail: jrgao@sxu.edu.cn

在马赫曾德干涉仪中,通常分别测量干涉条纹的可见度 ( $V$ ) 和所选择的路径 (which-way) 的信息,即可预测性 ( $P$ ),可以得到电子或光子的波动和粒子性行为<sup>[2-5,9,17]</sup>,

其中可见度定义为

$$V = p_{\max} - p_{\min} \quad (1a)$$

可预测性定义为

$$P = |p_1 - p_2| \quad (1b)$$

这里  $p_{1(2)}$  是通过路径 1 (2) 的概率信息,  $p_{\max(\min)}$  是到达接收装置的最大(最小)概率。由波粒二象性关系<sup>[2-5,9,17]</sup>可知:

$$V^2 + P^2 \leq 1 \quad (2)$$

当输入态为纯态时不等式取等号。

在干涉仪中,输入态为单光子态时,按照量子力学描述可见度和可预测性的算符形式<sup>[18-19]</sup>为

$$\hat{P} = \hat{\sigma}_z \quad (3a)$$

$$\hat{V} = \cos\phi\hat{\sigma}_x + \sin\phi\hat{\sigma}_y \quad (3b)$$

这里可见度若取到最大值,位相参数  $\phi$  需取适当的值。通过么正变换  $U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -e^{i\phi} \\ e^{i\phi} & 1 \end{pmatrix}$  可以将泡利算符和可预测性  $\hat{P}$ 、可见度  $\hat{V}$  联系起来,表达式中结合相移器(PZT)和 50 : 50 分束器。

选取  $\{|1_1 0_2\rangle, |0_1 1_2\rangle\}$  作为单光子系统的基矢,这里的下角标表达的是单光子走哪一路径,两个态所表达的是单光子所走路径信息。通常情况下,单光子态在这样的基矢下用密度矩阵表示

为  $\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix}$ 。基于可见度和可预测性的量子力学描述(方程 3),可以求出它们的期望值<sup>[18]</sup>,

$$V = |\langle \hat{V} \rangle_{\max}| = 2 |\rho_{12}| \quad (4a)$$

$$P = |\langle \hat{P} \rangle| = |\rho_{11} - \rho_{22}| \quad (4b)$$

量子不确定关系,

$$\begin{aligned} (\Delta V)^2 &= \langle \hat{V}^2 \rangle - (\langle \hat{V} \rangle)^2 \\ &= 1 - 4 |\rho_{12}|^2 \end{aligned} \quad (5a)$$

$$(\Delta P)^2 = \langle \hat{P}^2 \rangle - (\langle \hat{P} \rangle)^2 \quad (5b)$$

从等式(4)和(5),我们可以建立等式,

$$V^2 + (\Delta V)^2 = 1 \quad (6a)$$

$$P^2 + (\Delta P)^2 = 1 \quad (6b)$$

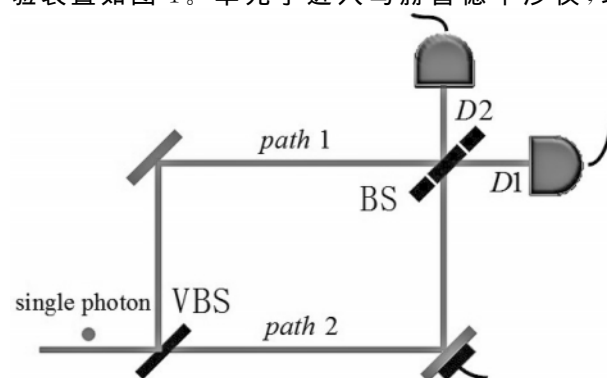
结合方程(4)和(5),四个量的关系满足等式

$$V^2 + P^2 + (\Delta V)^2 + (\Delta P)^2 = 2 \quad (7)$$

这里  $(\Delta V)^2$  表达可见度起伏,  $(\Delta P)^2$  表达 predictability 起伏,  $(\Delta V)^2 + (\Delta P)^2$  表达不确定性,这样就建立了一个单光子系统的二象性关系和量子不确定性之间的关系。

## 2 实验装置

实验上,所用的激光器为相干公司的 Mira-900 钛宝石锁模激光器,产生弛豫时间为 130 fs,中心波长为 850 nm,谱宽为 7nm,重复率为 76 MHz 的脉冲光。通过 1.5 mm 长的 LBO 晶体倍频,产生 425 nm 的倍频光,泵浦 4 mm×4 mm×0.6 mm 的 II 类 BBO 晶体,产生一对偏振正交的下转换光子,通过 PBS 将两个光子分开,其中一个可以进行单光子检测,将另一个作为单光子源输入进干涉仪中(见图 1),即宣布式单光子。实验装置如图 1。单光子进入马赫曾德干涉仪,经



参量下转换产生的单光子进入马赫曾德干涉仪,其中 VBS 是可调反射率(R)的光束分束器,PZT 是相移器,BS 是 50 : 50 的分束器,D<sub>1</sub> 和 D<sub>2</sub> 是单光子探测器。

图 1 实验装置图

polarized single photon produced from parametric down-conversion is sent to a Mach-Zehnder interferometer, where VBS is a beam splitter with adjustable reflectivity (R), PZT is a phase shifter, BS is a 50 : 50 beam splitter, and D<sub>1</sub> and D<sub>2</sub> are two single-photon detectors.

Fig. 1 Experimental setup

过干涉仪的第一个可调光束分束器(VBS,由一个半波片和一个偏振的光束分束器组成),光子经过第一个分束器,可以概率性的走第一个路径或者第二个路径,其中的一个路径,通过高压放大器控制 PZT,进行相位操作,在第二个分束器(BS,由两个偏振分束器和中间一个半波片组成)上两路光进行干涉。干涉后的光子,通过单光子探测器记录光子数,记录光子数变化情况。

对于可见度的测量,需要适当调整 PZT 使其中一个探测器计数达到最大,另一个探测器计数最小,在一定的时间间隔内,记录两个探测器光子计数。方程(1a)的概率通过  $p_{\max(\min)} = \frac{N_{\max(\min)}}{N_{\max} + N_{\min}}$  可以得到,其中  $N_{\max(\min)}$  是探测器  $D_1(D_2)$  记录的光子计数最大值(最小值)。对于可预测性 predictability 的测量,需要移除图 1 中的 BS,光子计数与两个路径的相对位相无关,由方程(1b)的概率定义,通过  $p_{1(2)} = \frac{N_{1(2)}}{N_1 + N_2}$  可以得到,其中  $N_{1(2)}$  是探测器  $D_{1(2)}$  的光子计数。可见度和可预测性的方差可以通过下面公式得到,表达的是波动性和粒子性起伏的信息

$$(\Delta V)^2 = \frac{4N_{\max}N_{\min}}{(N_{\max} + N_{\min})^2} \quad (8a)$$

$$(\Delta P)^2 = \frac{4N_1N_2}{(N_1 + N_2)^2} \quad (8b)$$

在方程(1a),(1b),(8a)和(8b)中的这些概率,方差和协方差可以通过探测器  $D_1$  和  $D_2$  记录的光子计数计算得到。

通过调节 VBS 的反射率,可以使单光子处于下面这样的叠加态

$$|\Phi\rangle = \sqrt{1-R} |1_1 0_2\rangle + \sqrt{R} e^{-i(\theta+\varphi)} |0_1 1_2\rangle \quad (9)$$

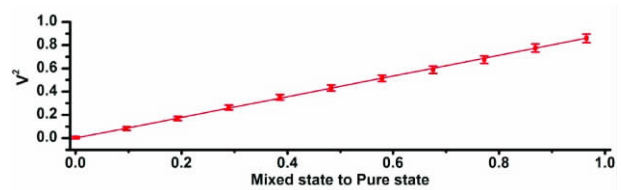
这里  $\theta$  是两个路径的相对相位。 $\varphi$  是 PZT 调制相位。在 PZT 上加一个完全随机的位相信号来产生混合态,我们可根据关联系数,在 PZT 上加一个部分随机的信号来得到中间态,

$$CC = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=0}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

关联系数的含义是信号的关联程度,当信号完全确定,  $CC=1$ , 即这里的纯态,完全随机的信号,  $CC=0$ , 即混合态,当信号处于非完全随机时,  $0 < CC < 1$ , 即中间态。

### 3 实验结果

在这里,给出了可见度平方从混合态到纯态的变化(图 2),选取了  $CC=0.5$ (图 3)和  $CC=0.7$ (图 4)的情况。



横轴为 CC 系数。

图 2 可见度平方从混合态到纯态的变化  
Abscissa is CC coefficient.

Fig. 2 The change of squared visibility from mixed state to pure state

$CC=0.5$  时可以得到可见度和可预测性和它们的方差,见图 3。通过图 3(a)可见,带着误差条的实验数据点,蓝色的点代表可见度的平方,棕色的点代表可预测性 predictability,红色的是它们的和。在图 3(b)中用相同的颜色代表两个量的方差和它们方差的和。方程(7)中四个量的总和被描绘在图 3(c)中,从图中可见,四个量的和满足方程(7)。四个量的和是  $2.0 \pm 0.11$ 。在实验中,最高可见度是 0.65。其中误差是由于光子进入干涉仪中两个光路的概率不均衡,光子的退相干,在干涉过程中两路光不完美的叠加和两个探测器效率不相等导致的。下一步,检验一下单光子处在  $CC=0.7$  时的情况,我们测量了可见度的平方、可预测性和它们的起伏,见图 4。实验中,最高可见度为 76.7%。跟期望的相同,随着 R 的增大,粒子性信息减小,但波动信息(可见度)随着 R 的增大,波动信息也相应地增加(见图 4a);波动性信息和粒子性信息的总和比纯态时小,却导致了不确定性的增加(见图 4b),但四个量的和还是等于  $2.0 \pm 0.1$ 。

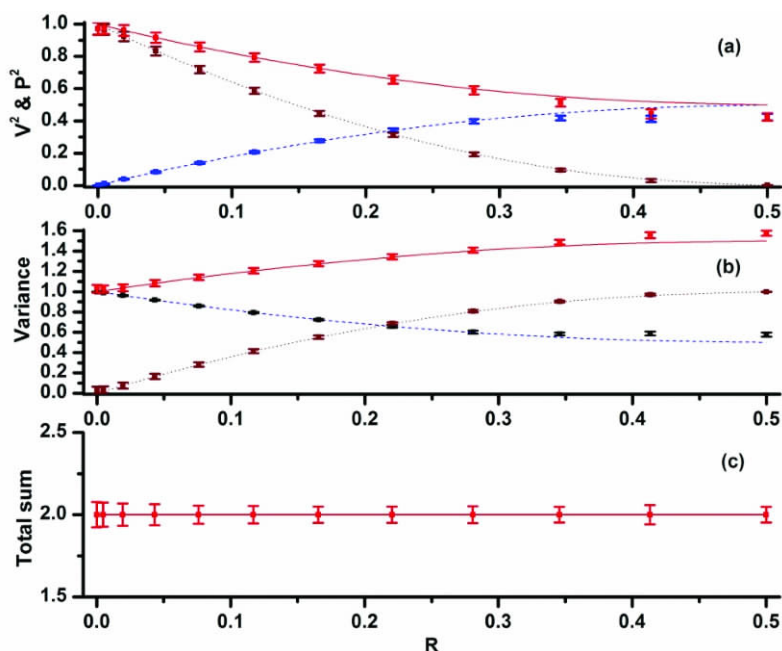


图 3 (a)可见度的平方(蓝色),可预测性 predictability(棕色),它们的和(红色);(b)可见度的起伏(蓝色), predictability 的起伏(棕色),两者的和(红色);(c)四个量的和。横轴是 VBS 的反射率。

Fig. 3 (a) squared visibility [dotted(blue) line], predictability[dashed(burgundy) line], and their sum [solid(red) line]. (b) Their variances, using the same colors and the same types of line. (c) Total sum of the four quantities. The x axis is the reflectivity R of the VBS.

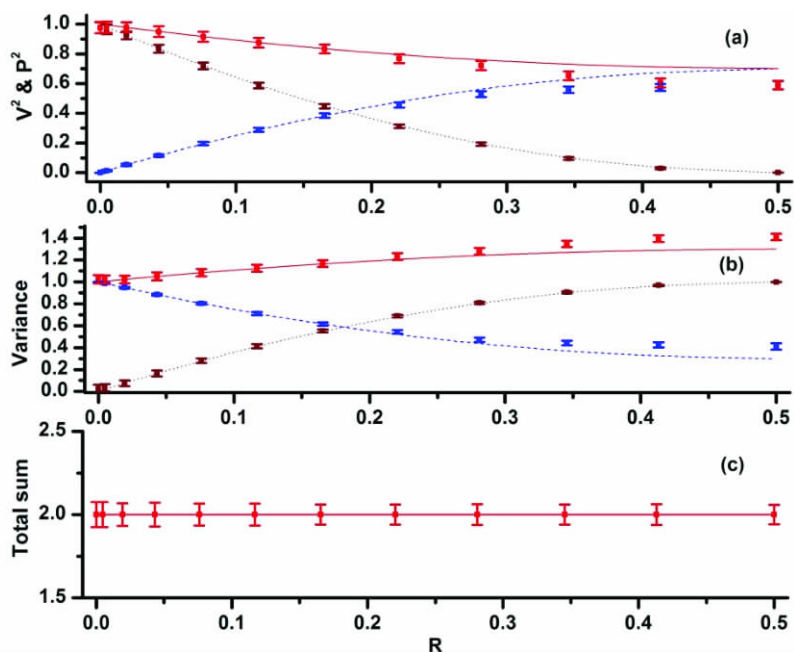


图 4 (a)可见度的平方(蓝色),可预测性(棕色),它们的和(红色);(b)可见度的起伏(蓝色), predictability 的起伏(棕色),两者的和(红色);(c)四个量的和。横轴是 VBS 的反射率。

Fig. 4 (a) squared visibility [dotted(blue) line], predictability[dashed(burgundy) line], and their sum [solid(red) line]. (b) Their variances, using the same colors and the same types of line. (c) Total sum of the four quantities. The x axis is the reflectivity R of the VBS.

#### 4 小结

本文讨论了非完全混合态下的波粒二象性和量子不确定性之间的关系。借助马赫曾德干涉仪,在实验上证明了单光子情况下从纯态到混合态波粒二象性和量子不确定性的关系。虽然二象性关系的起源不要求海森堡不确定关系的

存在,但这并不意味着两者是彼此独立的。从本文实验结果可以得到,混合态的情况对二象性关系的描述是不完备的。波粒二象性信息减小会导致系统量子不确定性的增加,系统总信息量保持不变。

#### 参考文献:

- [1] JACQUES V, WU E, GROSSHANS F, *et al.* Delayed-Choice Test of Quantum Complementarity with Interfering Single Photons [J]. *Phys Rev Lett*, 2008, **100**(22): 220402.
- [2] WOOTTERS W K, ZUREK W H. Complementarity in the Double-Slit Experiment and a Quantitative Statement of Bohr's Principle [J]. *Phys Rev D*, 1979, **19**(2): 473-484.
- [3] GLAUBER R J. New Techniques and Ideas in Quantum Measurement Theory [J]. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1986, **480**(1): 336-372.
- [4] DÜRR S, REMPE G. Can Wave-Particle Duality be Based on the Uncertainty Relation? [J]. *Am J Phys*, 2000, **68**(11): 1021-1024.
- [5] GREENBERGER D M, YASIN A. Simultaneous Wave and Particle knowledge in a Neutron Interferometer [J]. *Phys Lett A*, 1988, **128**(8): 391-394.
- [6] JACQUES V, WU E, GROSSHANS F, *et al.* Experimental Realization of Wheeler's Delayed-Choice Gedanken Experiment [J]. *Science*, 2007, **315**(5814): 966-968.
- [7] FEYNMAN R P, LEIGHTON R, SANDS M. In *The Feynman Lectures on Physics* [M]. Vol. III, Addison Wesley, Reading, MA, 1965.
- [8] SCULLY M O, DRÜHL K. Quantum Eraser: A Proposed Photon Correlation Experiment Concerning Observation and "Delayed Choice" in Quantum Mechanics [J]. *Phys Rev A*, 1982, **25**(4): 2208-2213.
- [9] ENGLERT B G. Fringe Visibility and Which-Way Information: An Inequality [J]. *Phys Rev Lett*, 1996, **77**(11): 2154-2157.
- [10] AHARONOV Y, ZUBAIRY M S. Time and the Quantum: Erasing the Past and Impacting the Future [J]. *Science*, 2005, **307**: 875-879.
- [11] STOREY E P, TAN S M, COLLETT M J, *et al.* Complementarity and Uncertainty [J]. *Nature*, 1995, **375**(6530): 367-368.
- [12] STOREY E P, TAN S M, COLLETT M J, *et al.* Path Detection and The Uncertainty Principle [J]. *Nature*, 1994, **367**(6464): 626-628.
- [13] ENGLERT B G, SCULLY M O, WALTHER H. Complementarity and Uncertainty [J]. *Nature*, 1995, **375**: 367-368.
- [14] SCULLY M O, ENGLERT B G, WALTHER H. Quantum Optical Tests of Complementarity [J]. *Nature*, 1991, **351**(6322): 111-116.
- [15] LIU Hong-yu, HUANG Jie-hui, GAO Jiang-rui, *et al.* Relation Between Wave-particle Duality and Quantum Uncertainty [J]. *Phys Rev A*, 2012, **85**(2): 022106.
- [16] MACH E. In *The Principles of Physical Optics: An Historical and Philosophical Treatment* [M]. Dover Publications, 2003.
- [17] JAEGER G, SHIMONY A, VAIDMAN L. Two Interferometric Complementarities [J]. *Phys Rev A*, 1995, **51**(1): 54-67.

- [18] BUSCH P, SHILADAY C. Complementarity and Uncertainty in Mach-Zehnder Interferometry and beyond [J]. *Phys Rep*, 2006, **435**: 1-31.
- [19] BJÖRK G, SÖDERHOLM J, TRIFONOV A, *et al.* Complementarity and Uncertainty Relations [J]. *Phys Rev A*, 1999, **60**(3): 1874-1882.

## Relation between Duality and Uncertainty: from Pure State to Mixed State

LIU Hong-yu<sup>1</sup>, CHEN Li<sup>1</sup>, MING Ying<sup>2</sup>, LIU Ling<sup>1</sup>,  
LIU Kui<sup>1</sup>, ZHANG Jun-xiang<sup>1</sup>, GAO Jiang-rui<sup>1†</sup>

(1. *State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*; 2. *Department of Physics, College of Science, Yanbian University, Yanji 133002, China*)

**Abstract:** We present a study of the relation between the wave-particle duality and the quantum uncertainty in a two-path interferometer and derive equalities and inequalities involving the visibility (representing the wave-like behavior), the distinguishability (representing the particle-like behavior), and their variances. We experimentally demonstrate that, for a single photon in the Mach-Zehnder interferometer, these quantities are related via an equation that connects both duality and uncertainty. Although this relation holds for the single-photon source prepared irrespectively in a pure state or a mixed state, it haven't shown the result between pure and mixed state. This paper researches the state between pure and mixed state, and the results still satisfy the relation of the four quantities.

**Key words:** duality; uncertainty; single photon