

文章编号: 1007-6654(2015)01-0086-07^②

利用液晶空间光调制器产生高阶拉盖尔高斯光束

郭帅凤, 刘奎, 孙恒信, 张俊香, 郜江瑞[†]

(量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西大学光电研究所, 山西 太原 030006)

摘要: 本文采用反射式纯相位液晶空间光调制器产生了实验需要的高阶拉盖尔高斯光束。理论上详细计算了生成高阶拉盖尔高斯(Laguerre-Gaussian)光束的最优参数选择, 用 MATLAB 编写程序, 制作产生高阶 LG 光束的相息图。通过 CCD 采集图像数据, 观测了以平面波入射生成拉盖尔高斯光束的强度分布, 并利用干涉法验证了产生高阶拉盖尔高斯光束的螺旋相位分布。在此基础上, 对实验测得一维强度轮廓进行拟合分析并估算了实验产生 LG 光束的纯度。

关键词: 液晶空间光调制器; 高阶拉盖尔高斯光束; 相息图

中图分类号: O432

文献标识码: A

DOI: 10.3788/ASQO20152101.0086

0 引言

高阶拉盖尔高斯光束具有携带轨道角动量^[1]和环状强度分布的特点, 沿轴向传播有螺旋的相位结构, 成为近几年来研究的一个热点。高阶拉盖尔高斯光束由于携带更多的信息量, 在粒子操控^[2], 光镊^[3], 光学扳手^[4], 参量下转换中轨道角动量纠缠^[5], 光通信, 材料处理, 量子加密等方面有重要的应用价值。

对于大部分激光器输出的光束均为基模高斯光束, 目前产生高阶拉盖尔高斯光束的方法大致分为两种, 腔内选模法或腔外转换法。对于腔内选模法主要是对低阶模引入大的损耗, 来产生高阶模式, 但是这种方法只能产生阶数较低的模式且不易获得高功率输出; 对腔外转换法主要通过柱透镜^[6], 叉形光栅^[7], 螺旋相位片^[8], 空间光调制器^[9-11]等实现转换。液晶空间光调制器(LC-

SLM)^[12]具有较宽的空间带宽和高的分辨率, 可以对空间各个像素动态、实时的控制, 因而常被用来产生动态控制的高阶拉盖尔高斯光束。2007年, Yoshiyuki Ohtake 等人利用液晶空间光调制器动态控制产生了径向指数 p 和角向指数 l 分别达到 5 阶和 1 阶($p=5, l=1$)的 LG 光束^[9], 实现了可编程相位调制, 并拟合计算了理论模式与实际产生模式的关联系数, 得到了大于 0.946 的关联系数。2008年, Naoya Matsumoto 等人利用液晶空间光调制器对相息图进一步优化, 产生了高质量的高阶拉盖尔高斯光束。通过理论和实验研究了入射光束分别为基模高斯光束和平面波对生成 LG 光束质量的影响, 并拟合分析实验产生 LG 光束的关联度, 证明了入射光束为平面波相比高斯光束产生模式的质量更高^[10]。2010年, Paul Fulda 等人把利用 SLM 调制产生的纯度

② 收稿日期: 2014-11-07; 修回日期: 2014-12-18

基金项目: 国家自然科学基金(11274212, 61405108); 国家 973 计划(2010CB923102)

作者简介: 郭帅凤(1987-), 女, 山西朔州人, 硕士生, 研究领域: 量子通信与量子测量。E-mail: guohuaifeng@yeah.net

[†] 通信作者: 郜江瑞, E-mail: jyga@sxu.edu.cn

为 66% 的 LG_3^3 模通过线性腔提高到 99%^[11]。2013 年, Andrey S. Ostrovsky 等人首次提出了一种利用液晶空间光调制器产生完美光学漩涡的方法^[13]。本文选取 540 nm 的光, 结合空间滤波通过 Matlab 编程生成相息图, 利用反射式纯相位液晶空间光调制器实现对空间各个像素的控制产生了高阶拉盖尔高斯光束, 测量了生成 LG 光束的强度分布, 并通过干涉法证明了生成光束的螺旋相位特性, 计算了目标模式的理论纯度且估算了实验上生成模式的纯度。

1 理论基础

空间光调制器是一种对光波的空间分布进行调制的一种装置^[14,15]。它含有许多在空间排列成一维或者二维阵列的独立单元, 每个单元可以独立接受信号的控制, 并按此信号的改变而改变自身的光学性质, 从而对通过它的光波进行调制。利用反射式纯相位液晶空间光调制器调制产生高阶拉盖尔高斯光束, 原理如下图 1 所示:



Fig. 1 The schematic diagram of generating high-order LG beams.

图 1 调制产生高阶拉盖尔高斯光束原理图

要实现相位调制产生高阶 LG 光束, 需要提取 LG 模式的相位函数。首先分析拉盖尔高斯函数在 $z=0$ 处的振幅和相位分布特点, LG 模式的径向指数和角向指数分别用 p 和 l 表示, 我们知道傍轴近似下拉盖尔高斯光束 (LG_p^l) 在柱坐标系下的复振幅表示为:

$$u_p^l(r, \phi, z) = \frac{(-1)^p}{\omega_z} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{p!}{(p+|l|)!} \times \left(\frac{\sqrt{2}r}{\omega_z}\right)^{|l|} L_p^{|l|} \times \left(\frac{2r^2}{\omega_z^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_z^2}\right) \times \exp\left(-il\phi - \frac{ir^2z}{\omega_z^2 z_R}\right) \times \exp\left(i(2p+|l|+1)\tan^{-1}\left(\frac{z}{z_R}\right)\right) \quad (1)$$

其中, p 是径向指数, l 是角向指数, ω_z 为光束的光斑半径, $L_p^{|l|}(x)$ 为拉盖尔多项式, z_R 为瑞利长度, $\tan^{-1}(z/z_R)$ 是 Gouy 相位。

在 $z=0$ 处, 拉盖尔高斯光束的相位分布由 $\exp(-il\phi)$ 和拉盖尔多项式 $L_p^{|l|}(2r^2/\omega_z^2)$ 决定, 所以产生 LG_p^l 光束的总相位函数为

$$\varphi(r, \phi, 0) = -l\phi + \pi\theta(-L_p^{|l|}(2r^2/\omega_0^2)) \quad (2)$$

其中, ω_0 为 $z=0$ 处的光束的光斑半径, $\theta(x)$ 是单位阶跃函数。

相位函数包含参数 ω_0 , 需要分析这些参数对调制生成模式纯度的影响, 从而选择合适的参数。文献[10]理论上证明了平面波调制产生模式的纯度高于基模高斯光束, 并计算径向 p 和角向 l 均为高阶的模式理论纯度, 本文以平面波入射计算, 分析了径向指数 $p=0$ 以及 $p \neq 0$ 的 LG 模式的纯度。平面波表达式为:

$$A(r) = A_0\theta(R_0 - r) \quad (3)$$

其中, R_0 为入射平面波的半径, 平面波归一化:

$$\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty A(r)^2 r dr = 1 \quad (4)$$

得到 $A_0 = 1/(\sqrt{\pi}R_0)$, 经调制输出光束的光场为:

$$u_p^l(r, \phi, 0)_{out} = A(r) \exp(i\varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}R_0} \theta(R_0 - r) e^{-il\phi + i\pi\theta[-L_p^{|l|}(2r^2/\omega_0^2)]} \quad (5)$$

对输出光束的成分分析, 假设输出模式是一系列模式的叠加, 则输出光束中某一模式 LG_q^k 的复振幅为 c_q^k :

$$c_q^k = \langle u_q^k(r, \phi, 0)_{theory} | u_p^l(r, \phi, 0)_{out}^* \rangle = \frac{1}{\sqrt{\pi}R_0} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{R_0} r dr u_q^k(r, \phi, 0)_{theory} \times \exp(-il\phi) \{2\theta[L_p^{|l|}(2r^2/\omega_0^2)] - 1\} \quad (6)$$

由(6)式计算可知, 当且仅当 $k=l$ 时, c_q^k 不为 0, 将(1)式取 $z=0$, 代入(6)式并化简, 得到

$$c_q^l = \left(\frac{q!}{(q+|l|)!}\right)^{1/2} \frac{(-1)^q}{\sqrt{2}a} \times \int_0^{2a^2} \zeta^{|l|/2} e^{-\zeta/2} L_q^{|l|}(\zeta) \{2\theta[L_p^{|l|}(\zeta)] - 1\} d\zeta \quad (7)$$

式中, $\zeta = 2r^2/\omega_0^2$, $a = R_0/\omega_0$, ω_0 为输出光束的腰斑半径。从(7)式我们可以得出经 LC-SLM 调制输出的模式是角向指数 l 相同, 径向指数 p 不同的

一系列模式的叠加,令 $q=p$, 得到输出模式中目标模式的振幅 c_p^l 。调制输出的 LG 光束中目标模式纯度 $\eta=|c_p^l|^2$, 显然 η 是 a 的函数, 即目标模式的纯度与调制函数的腰斑半径 ω_0 和入射光束光斑半径 R_0 有关。

通过 mathematics 计算, 画出理论纯度随 a 的变化, 如图 2 以 $p=0, p=1$ 为例(其他任何高阶模式均可求得), 当理论纯度达到最大时求得对应 a_{max} 的取值, 从而取得合适的 R_0 和 ω_0 。当 $p=0$ 时, 拉盖尔多项式 $L_p^{(l)}(x)=1$, 相位函数与 ω_0 无关, 仅与 R_0 有关; 当 $p \neq 0$ 时, 目标模式的纯度, 依赖于 R_0 和 ω_0 的比值即 a , 首先结合空间滤波^[17] 选择合适的 R_0 , 抑制最外环的衍生环, 本文取 $R_0=255$ 个像素, 然后利用 $\omega_0=R_0/a_{max}$ 求得合适的 ω_0 , 使得到的 LG 模式纯度最大。

通过上面的计算, 得到了最优参数选择的相位函数, 空间光调制器是一种对光波的二维空间进行调制的装置, 所以需要把相位函数转换成二维的相息图, 相息图即相位信息的灰度图, 不同的灰度代表不同的驱动电压, 将相息图通过计算机加载到 LC-SLM 上, 实现对应像素的相位调制。

调制产生高阶拉盖尔高斯光束的核心过程是相息图的生成, 如图 3, 将相位 $0 \sim 2\pi$ 离散化为 2^n (n 为地址位, 本文 $n=8$) 阶分立相位值, 然后利用 MATLAB 编程, 生成相息图, 图 4 是生成的 LG_0^5 和 LG_3^3 的相位图案。

由于 LC-SLM 自身对光的吸收散射以及填充率等因素的影响, 所以不可能达到 100% 的调制效率, 通过在相息图加光栅把被调制的光衍射到 1 级, 从而把未调制分量与调制产生的高阶模分

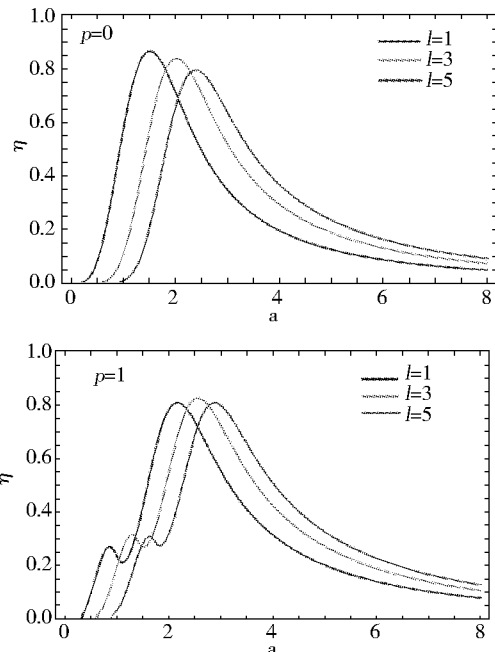


Fig. 2 The theoretical output mode purities as functions of parameter a .

图 2 输出模式的理论纯度 η 是参数 a 的函数

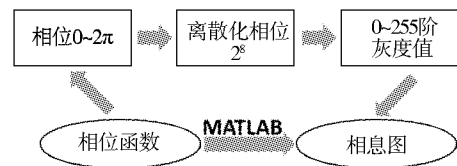


Fig. 3 The making of phase pattern

图 3 相息图的生成

开, 对于光栅常数的选取, 既要保证输出光束的 0 级和 1 级能够分开, 还要保证有高的衍射效率, 光栅常数越小衍射效率越高。考虑到 LC-SLM 有限的尺寸, 避免边缘衍射, 将光束限制在一定孔径, 所以闪耀光栅被限制在相位图案中心的圆区域。综合考虑, 把光栅加入到相息图, 这样可以精确动态控制光栅常数和光栅的尺寸, 如图 5。

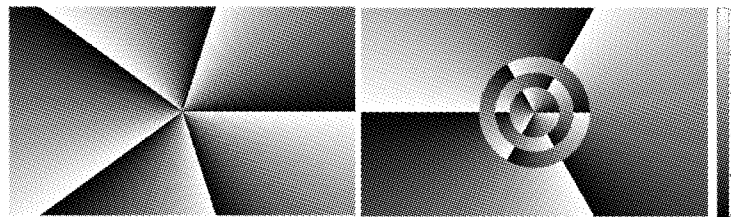
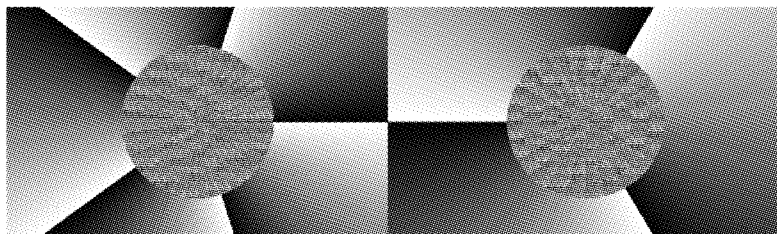


Fig. 4 The phase pattern of LG_0^5 and LG_3^3 .

图 4 分别为 LG_0^5 和 LG_3^3 的相位分布图案

Fig. 5 The optimized phase pattern of LG_0^3 and LG_3^3 .图 5 对 LG_0^3 和 LG_3^3 进行优化后的相息图

将优化后的相息图通过计算机传送给 LC-SLM, 实现相位调制, 产生高阶拉盖尔高斯光束, 通过 CCD 采集图像数据。

2 实验装置

实验装置如图 6 所示, 激光器输出波长 540 nm 的高斯光束, 通过扩束 ($8\times$) 并空间过滤得到平面波, PBS 分为两路, 一路通过 $\lambda/2$ 波片入射到调制器上, 入射角度尽量小, 避免调制输出的光束发生相位畸变, 旋转 $\lambda/2$ 波片, 得到绝大部分相位调制 (因为不可避免伴随振幅调制^[18])。

另一路作为参考光束, 用来与调制后的光束干涉, 证明产生的光束具有拉盖尔高斯光束的相位信息。然后通过 CCD 分别观测调制后的强度图案和干涉图案, 整个光路要准直来保证采集到图像不发生畸变。实验中使用的 LC-SLM 为反射式纯相位液晶空间光调制器, 型号为 LC-R720, 像素分辨率 1280×768 , 8 位灰度阶数, 光学效率为 73%。本文取光栅常数为 8 个像素大小, 调制输出光束经透镜会聚在焦点处 0 级和 1 级刚好分开, 加光阑取出衍射 1 级。

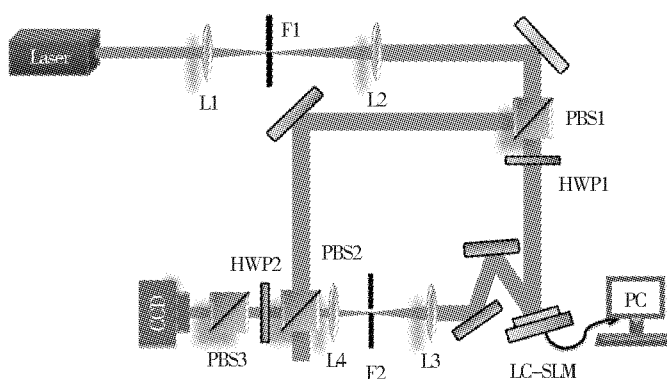


Fig. 6 Experimental setup. Laser: 540nm laser; L1 - L4: convex lens; F1, F2: aperture; PBS: polarizing beam splitter; HWP: half - wave plate; LC-SLM: liquid - crystal spatial light modulators; PC: computer; CCD: Charge Coupled Device;

图 6 实验装置图。Laser: 540 nm 激光器; L1 - L4: 透镜; F1, F2: 光阑; PBS: 偏振分光棱镜; HWP: $\lambda/2$ 波片; LC-SLM: 反射式液晶空间光调制器; PC: 计算机; CCD: 电荷耦合器件。

3 实验结果及分析

用 CCD 观测产生高阶拉盖尔高斯光束的强

度分布, 图 7 是将相息图载入到 LC-SLM 后对应调制产生的高阶 LG 光束的强度图案。

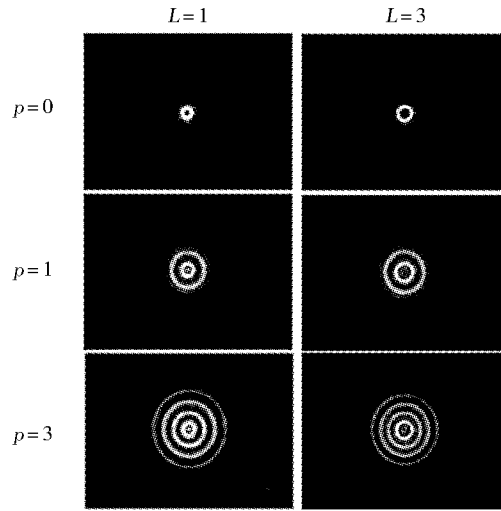


Fig. 7 The measured intensity patterns of the generated LG beams in experiment.

图 7 实验上观测到拉盖尔高斯光束强度图案

为了验证产生的高阶 LG 光束的相位信息，以 LG_1^5 为例，分别将输出光束与平面波和球面波干涉，观测其干涉图案：与平面波干涉得到叉状

图案；与球面波干涉得到螺旋状图案，如图 8。证明了调制输出的模式具有拉盖尔高斯光束的强度和相位分布的特点。

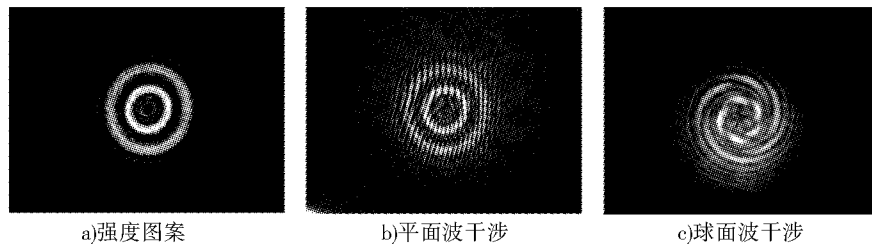


Fig. 8 Interference patterns of the generated LG beams respectively with the plane reference wave and the spherical reference wave for LG_1^5 .

图 8 LG_1^5 分别与平面波和球面波的干涉图案

以 LG_0^5, LG_1^5 和 LG_3^3 为例，对其沿径向的一维强图轮廓与理论的一维强图轮廓进行分析，如图

9，并计算产生 LG 光束中目标模式的纯度。

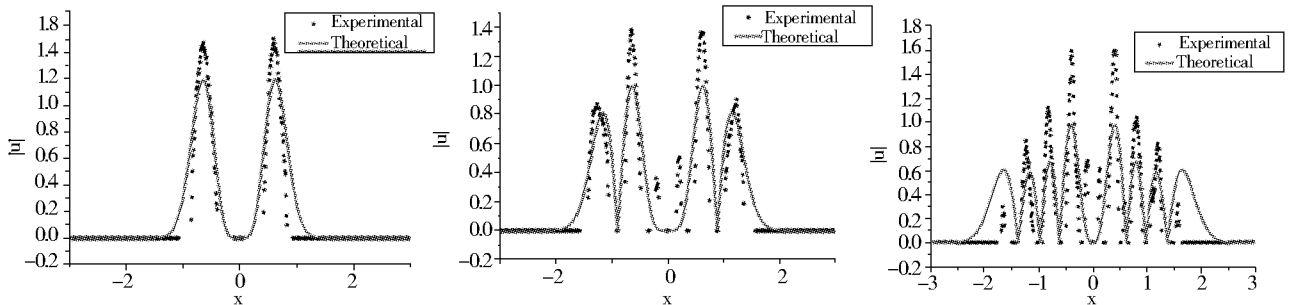


Fig. 9 The radial profiles of the measured mode patterns with corresponding theoretical curves for the LG_0^5, LG_1^5 and LG_3^3

图 9 实验测得的 LG_0^5, LG_1^5 和 LG_3^3 模图案沿径向的一维轮廓分布以及对应的理论曲线

从实验产生的 LG_0^5, LG_1^5 和 LG_3^3 的轮廓与对应的理论曲线，我们可以计算生成 LG 光束中目

标模式的纯度 η

$$\eta = |c_p^l|^2 = | \langle (u_p^l)_{theory} | (u_p^l)_{measure} \rangle |^2 \quad (8)$$

其中, $(u_p^l)_{theory}$ 由(1)式给出, $(u_p^l)_{measure}$ 经实验测得光强求得。

通过上面的计算方法我们测得实验产生 LG_0^5 , LG_1^5 和 LG_2^5 的纯度分别 83.97%, 74.03%, 54.98%。由前面(7)式求得理论纯度分别为 79.65%, 80.9%, 81.1%, 对于径向指数 $p=0$, 实验产生纯度高于理论是因为实验中通过空间滤波抑制掉了大部分主环外的衍生环, 从而提高了产生模式的纯度, 而对于 $p \neq 0$, 高阶模式主环沿径向不连续分布, 空间过滤仅能滤掉最外部衍生环。调制器自身填充率, 对电压的响应等均影响调制产生 LG 模式的纯度, 另外, 实验中采集光斑分布数据的数字 CCD 像素深度(即每个像素数据的位数)低, 小功率下图像的灰度等级分辨率不高, 降低了采集到的图像数据的质量, 实际的纯度应该高于测得值。此外, R_0 的选取对产生光束的纯度有很大关系。

拟合分析生成的光束, 具有 LG 光束的沿径向不连续分布的特点, 且当径向指数为 p 时, 有 $p+1$ 环强度分布。实验测得一维轮廓分布中心有衍生环出现, 分析原因是数字孔径的选取不合适发生衍射产生, 另外图中峰值尖细是进行空间过滤^[18,17]以及 CCD 采集点少的结果。沿径向的分布外环与理论有差别, 分析原因是入射的光束不

是标准的平面波, 在边缘处具有高斯型分布, 而如果以高斯光束入射, 调制产生的高阶拉盖尔高斯光束与入射光束的光斑半径有关系, 所以实验产生的 LG 光束最外环光强下降明显。总体, 调制产生的 LG 光束基本满足拉盖尔高斯光束具有的强度分布和相位信息。为了进一步提高目标模式的纯度, 下一步将调制产生的 LG 光束通过 FP 腔过滤。

4 小结

本文结合空间滤波利用 MATLAB 制作了产生高阶拉盖尔高斯光束的相息图。在实验上, 通过精确控制相息图加载到反射式纯相位液晶空间光调制器产生了比较理想的高阶拉盖尔高斯光束。用 CCD 采集数据得到了 LG 光束的二维强度分布, 拟合分析了沿径向的一维轮廓分布, 计算了生成拉盖尔高斯光束的纯度, 并将产生 LG 光束与平面波干涉得到了叉状图案, 与球面波干涉得到了螺旋图案, 证明了调制产生的光束具有螺旋的相位波前。产生的高阶拉盖尔高斯光束可应用于轨道角动量纠缠以及提高相位测量的灵敏度。

参考文献:

- [1] Allen L, Beijersbergen M, Spreeuw R, *et al.* Orbital Angular Momentum of light and the Transformation of Laguerre-Gaussian Laser Modes[J]. *Phys Rev A*, 1992, **45**: 8185-8190.
- [2] He H, Friese M E J, Heckenberg N R, *et al.* "Direct Observation of Transfer of Angular Momentum to Absorptive Particles from a Laser Beam with a Phase Singularity[J]. *Phys Rev Lett*, 1995, **75**: 826-829.
- [3] Snadden M J, Bell A S, Clarke R B M, *et al.* Doughnut Mode Magneto-optical Trap[J]. *J Opt Soc Am B*, 1997, **14**: 544-548.
- [4] Franke-Arnold S, Allen L, Padgett M. Advances in Optical Angular Momentum[J]. *Laser Photon Rev*, 2008, **2**: 299-304.
- [5] Mair A, Vaziri A, Weihs G, *et al.* Entanglement of the Orbital Angular Momentum States of Photons[J]. *Nature*, 2001, **412**: 313-316.
- [6] Courtial J, Padgett M J. Performance of a Cylindrical Lens Mode Converter for Producing Laguerre-Gaussian Laser Modes[J]. *Opt Commun*, 1999, **159**: 13-18.
- [7] Heckenberg N R, McDuff R, Smithetal C P. Laser Beams with Phase Singularities [J]. *Opt Quantum Electron*, 1992, **24**: S951-S962.
- [8] Turubule G A, Robertsovb D A, Smithetal G M. The Generation of Freespace Laguerre Gaussian Modes at Millimeterwave

- Frequencies by Use of a Spiral Phase Plate[J]. *Opt Commun*, 1996, **127**:183-188.
- [9] Ohtake Y, Ando T, Fukuchi N, *et al.* Universal Generation of Higher-order Multiringed Laguerre-Gaussian Beams by Using a Spatial Light Modulator[J]. *Opt Lett*, 2007, **32**:1411-1413.
- [10] Matsumoto N, Ando T, Inoue T, *et al.* Generation of High-quality Higher-order Laguerre-gaussian Beams Using Liquid-crystal-on-silicon Spatial Light Modulators[J]. *J Opt Soc Am A*, 2008, **25**:1642-1645.
- [11] Paul Fulda, Keiko Kokeyama, Simon Chelkowski, *et al.* Experimental Demonstration of Higher-order Laguerre-Gaussian Mode Interferometry[J]. *Phys Rev D*, 2010, **82**:1550-1553.
- [12] Inoue T, Tanaka H, Fukuchi N, *et al.* LCOS Spatial Light Modulator Controlled by 12-bit Signals for Optical Phase-only Modulation[M]. Proc SPIE 6487, 64870Y, 2007.
- [13] Andrey S. Ostrovsky, Carolina Rickenstorff-Parrao, Víctor Arrizón Generation of the "perfect" Optical Vortex Using a Liquid-crystal Spatial Light Modulator[J]. *Opt Lett*, 2013, **38**:534-536.
- [14] 安毓英, 刘继芳, 李庆辉. 光电子技术[M]. 电子工业出版社, 2002.
- [15] Jesacher A, Schwaighofer A, Fürhapter S, *et al.* Wavefront Correction of Spatial Light Modulators Using an Optical Vortex Image[J]. *Opt Expr*, 2007, **15**:5801-5808.
- [16] 周炳琨, 高以智, 陈倜嵘, 等. 激光原理[M]. 国防工业出版社, 2010.
- [17] Guo Cheng-shan, Liu Xuan, Ren Xiu-yun, *et al.* Optimal Annular Computer-generated Holograms for the Generation of Optical Vortices[J]. *J Opt Soc Am A*, 2005, **22**:385-388.
- [18] Pezzanaiti J L, Chipman R A. Phase-only Modulation of Twisted Nematic Liquid Crystal TV by Use of the Eigenpolarization States[J]. *Opt Lett*, 1993, **18**:1564-1569.

Generation of Higher-order Laguerre-Gaussian Beams by Liquid Crystal Spatial Light Modulators

GUO Shuai-feng, LIU Kui, SUN Heng-xin, ZHANG Jun-xiang, GAO Jiang-rui

(State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

Abstract: We used the reflective phase-only liquid crystal spatial light devices to generate the higher-order Laguerre-Gaussian beams in experiment. Theoretically we calculated the optimal parameters for generating LG beams in detail and used MATLAB program to make Kinoform. We collected the data by CCD, observed the intensity patterns of the generated LG beams from plan wave and proved the spiral phase information by interferometry. We concluded a fit analysis of the radial profiles of the measured mode patterns and estimated the purity of the generated LG beams.

Key words: LC-SLM; Higher-order Laguerre-Gaussian beams; Phase hologram