

文章编号: 1007-6654(2015)04-0351-07<sup>②</sup>

## 用于超冷原子强磁场中空方铜线圈的设计

樊浩, 王鹏军<sup>†</sup>, 张靖

(山西大学光电研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西 太原 030006)

**摘要:** 采用中空的矩形截面的方铜线设计并制作了一对线圈, 用于超冷原子的磁阱俘获和原子 Feshbach 共振偏置磁场。实验上测量了线圈在霍姆赫兹和反霍姆赫兹组态下产生的磁场, 给出了线圈之间距离等因素对磁场空间分布的影响。数值模拟了线圈在反霍姆赫兹组态下所产生磁场的空间均匀度, 确定了均匀度最佳时线圈间距等因素的优化值。同时计算了线圈的工作功率和水冷所需的流速和压强。

**关键词:** 空心方铜线; 磁场稳定性; 亥姆霍兹线圈; 数值模拟

中图分类号: O431

文献标识码: A

DOI: 10.3788/ASQO20152104.0351

### 0 引言

超冷原子实验系统因其高度人为可控的多自由度的特性, 发展成为一个理想的量子模拟平台<sup>[1-3]</sup>, 比如实验系统中的原子数目、自旋组态、样品温度、外部束缚势以及原子之间的相互作用都可以通过人为控制。它为多体量子系统模拟, 基本物理参数的精密测量等研究和应用提供了平台, 比如采用超冷原子气体制作超高精度的光钟<sup>[4,5]</sup>, 以及精密测量如测引力 g 因子<sup>[6]</sup>, 量子模拟超导, 超流<sup>[7]</sup>及强相互作用的量子系统<sup>[8]</sup>, 以及产生超冷分子<sup>[9]</sup>等。随着超冷原子系统中量子模拟的飞速发展, 许多实验对外部磁场的精密控制提出了更高的要求, 比如磁 Feshbach 共振技术, 原子自旋轨道耦合的实现和超冷原子模拟磁单极等实验。如何更加精密地控制磁场是目前一个重要的实验技术。

超冷原子气体实验中使用的磁场大部分由永

磁铁<sup>[10]</sup>和绕制的线圈产生<sup>[11]</sup>。比如利用永磁铁设计构成锶原子的塞曼减速磁场<sup>[10]</sup>, 双磁光阱的一级磁光阱<sup>[12]</sup>, 这种方法具有结构紧凑、易调节以及无热损耗等优点, 缺点是无法关闭永磁铁的磁场, 会对其他区域中的磁场产生影响, 需要添加额外的补偿磁场。绕制的线圈产生的磁场稳定性好、均匀度高, 并且可以通过设计绕线排列组合产生特定的空间分布磁场, 例如常用的 Ioffe-Pritchard 阵<sup>[13]</sup>, 以及四叶阱(clover-leaf trap)、棒球阱(baseball trap)、四级 Ioffe 线圈组合磁阱(quadrapole-Ioffe configuration trap 简记为 QUIC 磁阱)、甚至多种多样的微结构阱(micro-chip trap)<sup>[14-19]</sup>。这种磁场存在热损耗问题需要设计相应的水冷装置。线圈的材料、几何结构等因素影响着其磁场的稳定性和均匀度。常用的绕制线圈的材料有漆包线<sup>[20]</sup>和空心方铜线。漆包线横截面积小易弯曲, 绕制线圈相对简单, 但是电阻

<sup>②</sup> 收稿日期: 2015-08-27; 修回日期: 2015-09-24

基金项目: 国家 973 计划(2011CB921601)国家基金项目(11234008, 61121064)

作者简介: 樊浩(1990—), 男, 山西临县人, 硕士研究生, 主要从事超冷玻色费米混合气体等方面的研究。E-mail: fanhao999@163.com

†通信作者: 王鹏军, E-mail: wpj5255@163.com

较大,对于采用漆包线绕制的线圈通常选择把线圈浸泡在水里,控温效果较难把握。空心方铜线在中间空心部分通水冷却控温,接触横截面积大、电阻较小,可以实现较大的磁场。同时由于中空部分有效地降低了电流的趋肤效应,是制作大电流磁场线圈的最好选择。

实验采用中空的方形铜线设计并制作了一对的线圈,可以在 200 安培的电流下产生高达 800—1000 高斯的磁场,满足超冷玻色费米混合铷钾超冷原子实验对磁场的要求。通过水冷将线圈温度控制在室温,提高了磁场的长时间稳定度,延长了使用寿命。并通过数值模拟研究了绕制线圈的长度、内外径几何机构和线圈间距等因素对其产生的磁场的空间均匀度的影响,对比实验测量结果选取了线圈最优的主要参数,为实验下一步进行磁 Feshbach 共振技术操控原子相互作用提供了参考。

## 1 磁场设计

实验使用双磁光阱<sup>[21]</sup>系统冷却和囚禁<sup>87</sup>Rb 玻色子和<sup>40</sup>K 费米子。一级磁光阱由两对矩形线圈在 X,Z 方向各自产生的梯度为 1.74G/mm(电流为 10A 时)的线性磁场配合空间 X-Y-Z 方向三束入射和反射冷却光及再泵浦光构成。Y 方向磁场对原子几乎没有束缚作用,形成二维磁阱把原子束缚成 Y 方向的一维原子气体,真空度为  $5.0 \times 10^{-7}$  pa。一级磁光阱线圈采用一毫米粗的圆形漆包线在矩形的铝框模具上绕制而成,单个线圈共 132 匝。

第二级磁光阱由一对圆柱形线圈产生的四级磁阱配合 X-Y-Z 方向六束冷却光对打形成,光强可以独立调节以保证较好地平衡,二级磁光阱的

真空度为  $5 \times 10^{-8}$  pa。二级磁光阱线圈由一对圆形线圈构成,表 1 是线圈的几何结构参数,线圈采用外包玻璃丝的空心方铜线绕制,铜线横截面为 4.6 mm × 6.7 mm,通水孔径为 3 mm × 4.5 mm,玻璃丝厚大约 0.5 mm。方铜线线圈径向最好设计成偶数层,这样线圈输入输出的两根线就在同一侧,保证线圈有一个平整面可以正对 cell。铜线之间通过胶水粘合,使用的是 EPOXY TECHNOLOGY 公司产的 353ND 型耐高温胶。

表 1 线圈的几何参数

Table 1 Geometry parameters of coil

外径 OD/mm	内径 ID/mm	厚度 Thickness/ mm	轴向圈数 Axial circles/ n	径向圈数 Radial circles/ n	线总长 Total length/ m
198	120	42	6	8	24

线圈产生的磁场可以近似为一系列环形电流回路产生磁场的叠加,但这不是一个标准的圆形,如图 1(b):每一圈方铜线圈的结尾点会比起始点高一根线的宽度,也就是说每一圈方铜线都会有一个倾角,大小是  $\theta = (-1)^{n+1} \arcsin\left(\frac{t}{2R}\right)$ ,其中 t 为线的粗细,R 为线圈第 n 层的半径<sup>[22]</sup>。这个倾斜的角度引入一个非轴向的磁场分量,线圈相邻两层第 n 层和第 n+1 层的走线倾斜方向相反,但是这相邻两层线圈半径不一样大,因而产生非轴向分量不一样大,无法抵消,叠加起来总的效果是单个线圈有一个较小的非轴向的场强,这对于磁光阱有一定的影响。整个线圈直径越大,倾斜角度就越小,最终的非轴向分量也越小。一个特殊的情况是:做 Feshbach 共振实验时,两个线圈的非轴向分量大小相等、方向相反,正好抵消。

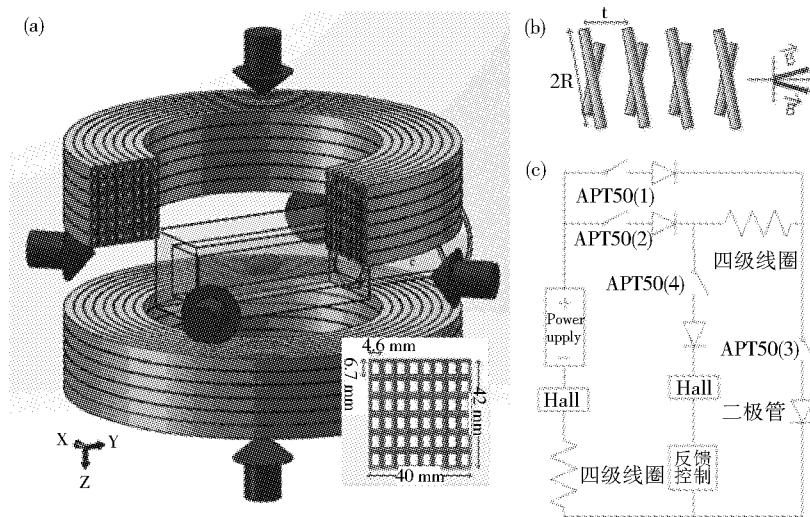


Fig. 1 Structure and winding details of coils made by hollow square copper wire and its drive circuit

图 1 线圈构造及驱动电路:(a) 空心方铜线绕制的线圈的结构;(b) 铜线不可避免的倾斜排列引起的磁感应强度的倾斜;(c) 可通过切换开关使线圈实现磁光阱,Feshbach 共振以及 Stern—Gerlach 磁场的驱动电路

如图 1(c) 中所示:实验设计了一个开关电路,使 cell 上下的一对线圈通过四个开关分别实现反亥姆霍兹线圈用来做磁光阱、亥姆霍兹线圈做 Feshbach 共振以及 Stern—Gerlach 线圈。场效应管(APT50)由一个计算机输出的信号控制作为开关使用,整流器只允许单个方向电流通过保护场效应管不被反向电流击穿,晶体管(MJL21194)给整个驱动电路引入一个负反馈作为电路的稳流器件使用,它旁边的霍尔传感器把电流漂移的信号当作负反馈传给晶体管控制端。每个线圈并联一个压敏电阻用来保护电路,防止因磁场的快速开启和关断产生的较大感应电压损坏电路。闭合场效应管 2、3,断开 1、4 可进行 Feshbach 共振相关实验,此时磁场在 cell 区域的均匀度以及允许达到的最大磁场强度对实验影响很大;闭合场效应管 1、4,断开 2、3 作为磁光阱的磁场,在 cell 区域的磁场梯度大小直接影响着实验中压缩磁阱过程;闭合场效应管 2、4,断开 1、3 则可以实现 Stern-Gerlach 磁场。

处于工作状态的线圈会在几分钟内温度迅速上升,使线圈电阻迅速增大,因此需要给线圈设计水冷系统。好处是降低了热功率损耗,更重要的是防止因线圈热胀引起磁阱的变化和抖动。

线圈产生的焦耳热功率为<sup>[23]</sup>:

$$P = 2.65 \times 10^{-3} \times I^2 \times L \quad (1)$$

其中  $I$  是电流,  $L$  是线圈总长。这个公式表明了正常工作的线圈需要被冷却水带走的热功率,对应的冷却水的流速是:

$$F = 14.3 \times P / \Delta T \quad (2)$$

其中  $F$  是冷水的流速,  $P$  是线圈产生的焦耳热功率,  $\Delta T$  是实验可以接受的温度变化。Hazen-Williams 方程描述了管中的流速与因摩擦、管道弯曲等因素带来的压降的关系:

$$\Delta P = \frac{4.52 \times LF^{1.85}}{C^{1.85} d^{1.85}} \quad (3)$$

其中  $\Delta P$  是冷水流经线圈后的压降,  $L$  是线圈总长,  $F$  是冷水流速,  $d$  是通水孔径的大小, 铜的  $C$  因数大约 140。方铜线线圈的弯曲使水路如同盘山公路般弯曲, 水阻很大, 再加上铜内壁的摩擦等因素使得所需的水压很大。

## 2 测试结果

实验测量了二级磁光阱所用的一对圆形线圈产生的空间磁场分布, 使用 Lakeshore 421 型高斯计的探头 MNT-44E04-VH 固定在精密数字显示平移台上, 探头垂直于所测磁场强度方向放

入测量区域,驱动电源是δ电源SM30-200(30V,200 A)。线圈串联在一起,分别测量了这组线圈在反亥姆霍兹组态和亥姆霍兹组态下产生的磁场的空间分布。

$$B_z = \frac{\mu I}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(R+\rho)^2 + (z-D)^2}} \left[ K(k^2) + \frac{R^2 - \rho^2 - (z-D)^2}{(R-\rho)^2 + (z-D)^2} E(k^2) \right] \quad (4)$$

$$B_\rho = \frac{\mu I}{2\pi} \frac{1}{\rho} \frac{z-D}{\sqrt{(R+\rho)^2 + (z-D)^2}} \left[ -K(k^2) + \frac{R^2 + \rho^2 + (z-D)^2}{(R-\rho)^2 + (z-D)^2} E(k^2) \right] \quad (5)$$

$$\text{其中 } k^2 = \frac{4R\rho}{(R+\rho)^2 + (z-D)^2}$$

式(4)为磁场强度轴向分量的表达式,式(5)为距离线圈  $D$  处磁场强度径向分量的表达式,其中  $K(k^2)$  和  $E(k^2)$  分别是第一类和第二类完全椭圆积分<sup>[24]</sup>。在 Mathematica9.0 中把每圈电流在空间某点处产生的场强叠加起来形成整个线圈的空间磁场分布,然后分别对这组线圈在反亥姆霍兹组态和亥姆霍兹组态下形成的空间磁场分布进行数值模拟并与实验结果对比,如图 2(a)和图 3(a)、3(b)所示,实验测量的磁场空间分布与数值模拟吻合的很好。

## 2.2 线圈在反亥姆霍兹组态下产生的磁场空间分布

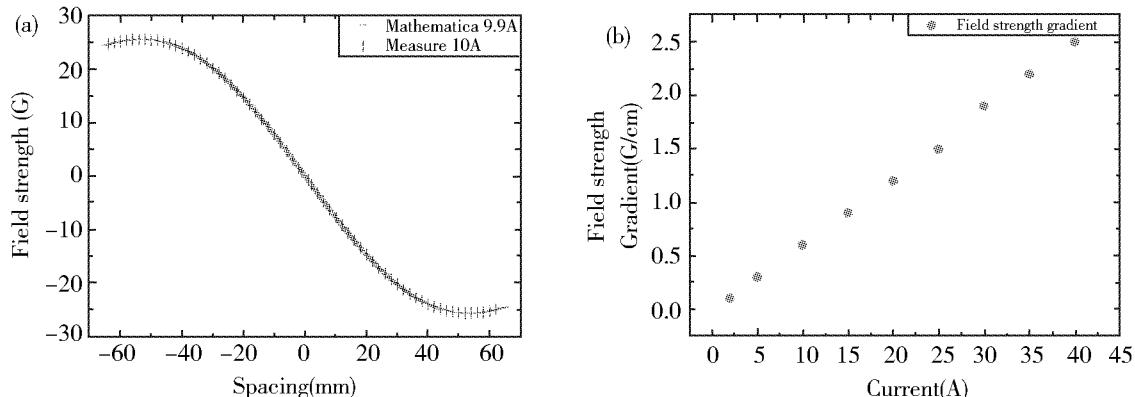


Fig. 2 Spatial distribution of magnetic field strength created by coil in anti-Helmholtz configuration and relation between magnetic field strength gradient and electric current

图 2 反亥姆霍兹组态下线圈产生的磁场空间分布及磁场强度梯度随电流变化的关系:(a)间距为 43 mm 电流为 10 A 时线圈轴向产生的磁场实验测量值和 Mathematica 数值模拟结果对比;(b)在磁场零点附近测得的磁场强度梯度随电流变化的关系

## 2.1 磁场空间分布的理论模型

把线圈产生的磁场等效成每一圈电流在空间某一点产生磁场的叠加,单个线圈在空间某一点产生的磁场为<sup>[16]</sup>:

反亥姆霍兹组态下 cell 上下两线圈产生的磁场方向相反,叠加后在 cell 的 Z 方向上形成线性的磁场,磁场零点在 cell 中心,Z 方向正半轴和负半轴磁场方向相反,测量点处的场强随着测量点与磁场零点的距离增大而线性增大,这样使原子在 Z 方向上形成与位置相关不同程度的塞曼分裂,塞曼分裂大小与磁场强度近似成线性关系。如图 2(a)中所示:实验测得在线圈间距为 43mm 电流为 10A 时轴向磁场梯度为 7.5G/cm,线圈中心与 cell 中心间距为 -21.5 mm 到 21.5 mm 这一段均匀度非常好,此范围完全覆盖了 cell,完全可以满足本实验中磁光阱对于磁场均匀度的要求。

### 2.3 线圈在亥姆霍兹组态下产生的磁场空间分布

亥姆霍兹组态下 cell 上下两线圈产生的磁场方向相同, 叠加后在 cell 区域形成匀强磁场。比较图 3(a) 和 3(b) 可以看出在 -21.5 mm 到 21.5 mm 对应于 cell 区域这一段: 当线圈间距为 54 mm 时, 场强分布呈明显不均匀, 而当间距变为 43 mm 时, 此时磁场在 cell 区域均匀度较好。在 Mathematica 9.0 中数值模拟线圈间距对其均匀度的影响, 发现间距为 43 mm 时均匀度最好, 实验中选取了不同线圈间距值测量得到了同样

的规律。从图 3(c) 刻画了线圈间距为 54 mm 和 43 mm 时磁场梯度在 cell 的 Z 方向的分布, 同样可以看出线圈距离为 43 mm 时, 磁场梯度几乎为零, 近似为匀强场, 这保证了实验中原子云感受到的磁场大小相等。图 3(d) 展示了 cell 中心磁场强度梯度与电流大小的关系。另外线圈间距为 43 mm 电流为 40 A 匀强场的磁场强度大小为 200 高斯, 可以估算当通电流 200 A 时, 可以产生高达 1 000 高斯的强磁场, 这有利于实验中大范围扫描磁场观察 Feshbach 共振以及研究强磁场下 Feshbach 共振对相关实验的影响。

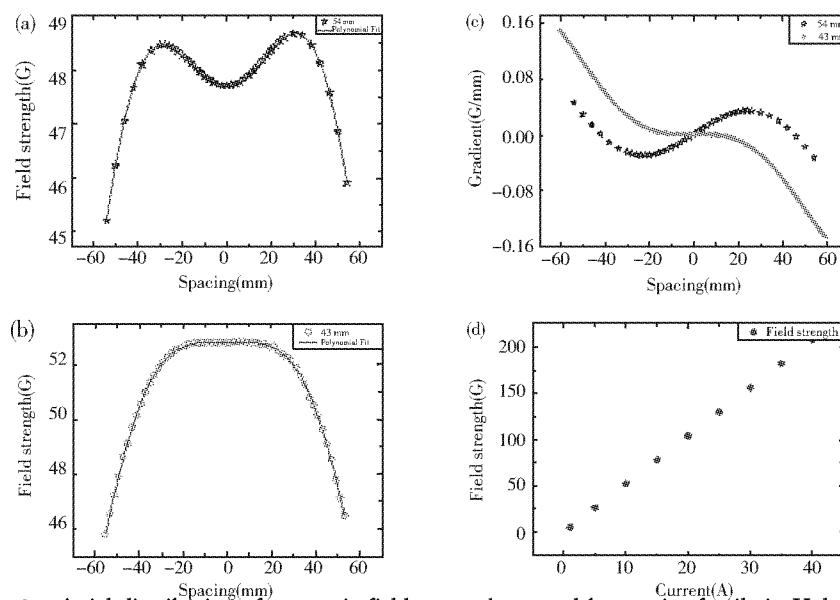


Fig. 3 Axial distribution of magnetic field strength created by a pair of coils in Helmholtz configuration when two coils distance is 43 mm and electric current is 10 A as well as magnetic field strength gradient, together with relation between magnetic field strength and electric current.

图 3 电流为 10 A 时亥姆霍兹组态下线圈在线圈间距为 43 mm 和 54 mm 时磁场轴向方向的分布、磁场梯度及场强与电流的关系:(a)线圈间距为 54 mm 时的轴向磁场分布;(b)线圈间距 43 mm 时的轴向磁场分布;(c)线圈间距为 54 mm 和 43 mm 时磁场梯度的比较;(d)线圈间距为 43 mm 电流 10 A 时 cell 中心处磁场强度和电流的关系

在电磁学特性方面, 如表 2 所示: 线圈较小的电阻有利于恒流源提供较大的恒定电流; 而较小的感抗特性使磁场在实验中频繁开启关断引起的感生电动势及感生电动势带来的感生磁场较小, 减小了对实验的干扰。

表 2 线圈的电磁学参数

Table 2 Electromagnetic parameters of coil

线圈类型	电阻	感抗	梯度	曲率
	R/Ω	L/mH	V <sub>B</sub> / G/mm/A	V <sub>B</sub> <sup>2</sup> / G/mm/A
亥姆霍兹线圈	0.9	0.92	<0.01	0.02
反亥姆霍兹线圈	0.9	0.35	0.075	0

磁场的稳定性对于分子的缔合非常关键,这里提供了两种手段检验线圈的稳定性,即拉比振荡和射频谱<sup>[25]</sup>。

### 3 结论

本文设计了利用空心方铜线制作线圈以产生稳定磁场的方案,通过测量线圈在亥姆霍兹组态和反亥姆霍兹组态时空间磁场分布并与Mathematica数值模拟相比较,发现线圈半径、线

圈间距是影响磁场强度分布的重要参数。确定了线圈在亥姆霍兹组态下在cell区域磁场强度均匀度最优时的线圈间距等参数以及反亥姆霍兹组态下的磁场梯度。计算了工作状态下线圈冷却到室温所需的冷却水的流速和水压,并设计了相应的水冷装置。进一步提出了利用拉比振荡和射频谱方法测量磁场稳定性的方案,为实验下一步进行超冷原子相互作用的操控提供了基础。

### 参考文献:

- [1] Bloch I, Dalibard J, Zwerger W. Many-body Physics with Ultracold Gases [J]. *Rev Mod Phys*, 2008, **80**: 885-964.
- [2] Giorgini S, Pitaevskii L P, Stringari S. Theory of Ultracold Atomic Fermi Gases [J]. *Rev Mod Phys*, 2009, **80**: 1215-1265.
- [3] Golub R. Ultracold Neutrons: Their Role in Studies of Condensed Matter [J]. *Rev Mod Phys*, 1996, **68**: 329-694.
- [4] Hong F L, et al. Measuring the Frequency of a Sr Optical Lattice Clock Using a 120 km Coherent Optical Transfer [J]. *Opt Lett*, 2009, **34**: 692-694.
- [5] Baillard X, et al. An Optical Lattice Clock with Spin Polarized <sup>87</sup>Sr Atoms [J]. *Eur Phys J D*, 2008, **48**: 11-17.
- [6] Lamporesi A, Bertoldi L, Cacciapuoti, et al. Determination of the Newtonian Gravitational Constant Using Atom Interferometry [J]. *Phys Rev Lett*, 2008, **100**: 050801.
- [7] Regal C A, Greiner M, Jin D S, et al. Momentum Distribution of a Fermi Gas of Atoms in the BCS-BEC Crossover [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, **95**: 040403.
- [8] Papp S B, Pino J, Cornell E A, et al. Bragg Spectroscopy of a Strongly Interacting <sup>85</sup>Rb Bose-Einstein Condensate [J]. *Phys Rev Lett*, 2008, **101**: 135301.
- [9] Chotia A, Jin D S, Ye J, et al. Long-lived Dipolar Molecules and Feshbach Molecules in a 3D Optical Lattice [J]. *Phys Rev Lett*, 2012, **108**: 080405.
- [10] Ian R H, Yuri B O, Patrik G, et al. Zeeman Slowers for Strontium Based on Permanent Magnets [J]. *J Phys B: At Mol Opt Phys*, 2014, **47**: 075005.
- [11] Migdall A L, Prodan J V, Metcalf H J, et al. First Observation of Magnetically Trapped Neutral Atoms [J]. *Phys Rev Lett*, 1985, **54**: 2596-2599.
- [12] Cheng C, Rudolf G, Eite T, et al. Feshbach Resonances in Ultracold Gases [J]. *Rev Mod Phys*, 2010, **82**: 1225-1286.
- [13] David E P. Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy [J]. *Phys Rev Lett*, 1983, **51**: 1336-1339.
- [14] Xiong D, Zhang J, et al. Quantum Degenerate Fermi-Bose Mixtures of <sup>87</sup>Rb and <sup>40</sup>K Atoms in a Quadrupole-Ioffe Configuration Trap [J]. *Chin Phys Lett*, 2008, **25**: 843-846.
- [15] Mewes M O, Andrews M R, Durfee D S, et al. Bose-Einstein Condensation in a Tightly Confining DC Magnetic Trap [J]. *Phys Rev Lett*, 1995, **77**: 416-419.
- [16] Bergeman T, Erez G, Metcalf H J. Magneto-Static Trapping Fields for Neutral Atoms [J]. *Phys Rev A*, 1987, **35**: 1535-1546.
- [17] Esslinger T, Bloch I, Hansch T W. Bose-Einstein Condensation in a Quadrupole-Ioffe-Configuration Trap [J]. *Phys Rev A*, 1998, **58**: 2664-2667.
- [18] Hansel W, Hommelhoff P, Reichel J, et al. Bose-Einstein Condensation on a Microelectronic Chip [J]. *Nature*, 2001,

413:498-501.

- [19] Schneider S, Kasper A, Feenstra L, et al. Bose-Einstein Condensation in a Simple Microtrap [J]. *Phys Rev A*, 2003, 67:023612.
- [20] 王鹏军, 陈海霞, 张靖, 等. 实现玻色—费米混合气体量子简并的四极 Ioffe 组合磁阱设计 [J]. 物理学报, 2008, 57:4840-4845.
- [21] Wei D, Zhang J, et al. Simultaneous Magneto—Optical Trapping of Fermionic  $^{40}\text{K}$  and Bosonic  $^{87}\text{Rb}$  Atoms[J]. *Chin Phys Lett*, 2007, 24:1541-1544.
- [22] Cumby T D. Exploring Few-Body Scattering Resonances in a Bose—Fermi Mixture: From Feshbach Dimers to Efimov Trimmers [D]. *University of Colorado*, 2012:88-94.
- [23] Ananth C. Colliding and Moving Bose—Einstein Condensates: Studies of Superfluidity and Optical Tweezers for Condensate Transport [D]. Massachusetts Institute of Technology, 2002:67-73.
- [24] John L, Murray R S. Mathematical Handbook of Formulas and Tables [M]. (Third Edition), New York: McGraw—Hill, 1999:179-180.
- [25] Wu C S. Strongly Interacting Quantum Mixtures of Ultracold Atoms [D]. Massachusetts Institute of Technology, 2006:155-122.

## The Design of Hollow Square Copper Wires for Strong Magnetic Field in Ultra-cold Atoms

FAN Hao, WANG Peng-jun, ZHANG Jing

(State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Devices,  
Institute of Opto—Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

**Abstract:** A pair of coils were made by hollow square copper wires with a rectangular transversal surface, which can be used to realize the trap for ultra-cold atoms and control of interaction among atoms by Feshbach resonance. We experimentally measured the magnetic field strength created by coils in Helmholtz and anti-Helmholtz configuration, and payed special attention to the factors such as spacing between two coils which influences the spatial distribution of magnetic field strength. At the same time, we calculated numerically the magnetic field strength in anti-Helmholtz configuration and presented the optimal value such as spacing when the uniformity of magnetic field strength was the best. With comparing the measured and the simulated data, it is well-parallelized with each other. Simultaneously working power of coils was calculated, as well as water speed and pressure for cooling coils.

**Key words:** Hollow copper square wire; Magnetic field strength; Helmholtz coil; Numerical simulation