

波粒二象性微探

杨晨¹,贾爱爱²,王志辉¹,张玉驰³,李刚¹,张鹏飞¹,朱诗尧⁴,张天才^{1*}

(1. 山西大学 光电研究所,量子光学与光量子器件国家重点实验室,极端光学协同创新中心,山西 太原 030006;

2. 国防科学技术大学 机电工程与自动化学院,湖南 长沙 410073;

3. 山西大学 物理电子工程学院,山西 太原 030006;4. 浙江大学 物理学系,浙江 杭州 310027)

摘要:从历史发展的脉络,回顾了近百年来人们对微观“粒子”波粒二象性的认识和研究过程,展示了以波粒二象性为基础的玻尔互补原理研究的进展,同时介绍了在玻尔互补原理检验方面的理论和实验工作。根据量子力学基本原理可以获得量子客体的粒子性 P 和波动性 V 必须满足波粒互补性关系 $P^2 + V^2 \leq 1$,分别利用多光子相干光和单原子进行了实验,发现当干涉仪的路径中由于其他因素导致不平衡时,可能会出现 $P^2 + V^2 > 1$ 的“违背”互补原理的情况,同时利用量子力学的基本理论对这种情况进行了分析和解释。这项研究对深刻认识量子系统的波粒二象性和玻尔互补原理具有重要意义。

关键词:波粒二象性;玻尔互补原理;干涉仪;损耗

中图分类号:O43 文献标志码:A 文章编号:0253-2395(2017)03-0499-16

A Glance of the Wave-Particle Duality

YANG Chen¹, JIA Aiai², WANG Zhihui¹, ZHANG Yuchi³, LI Gang¹,
ZHANG Pengfei¹, ZHU Shiyao⁴, ZHANG Tiancai^{1*}

(1. State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices,
Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, and Collaborative Innovation
Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China;

2. College of Mechatronic Engineering and Automation,
National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China;

3. College of Physics and Electronics Engineering, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China;

4. Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract: We have described the research process of wave-particle duality of microscopic “particles” over the past century. The development of the Bohr’s complementarity principle has been shown based on the wave-particle duality and our theoretical and experimental tests of the principle are introduced. The particlelike information P and the wavelike information V must obey the basic principle of the quantum mechanics shown as an inequality $P^2 + V^2 \leq 1$. The experiments are done based on not only the single atom but also multiple photons from the coherent light. Both shown that the imbalance losses would cause the “violation” of the inequality relation. All the experimental results can be completely explained theoretically by quantum mechanics. The research sheds new light on this fundamental wave-particle duality relation.

收稿日期:2017-05-26;修回日期:2017-07-03

基金项目:国家重大研发计划(2017YFA0304502);国家重大科研仪器设备研制专项和国家自然科学基金(11634008;11674203;11574187;61227902)

作者简介:杨晨(1989—),女,山西忻州人,博士研究生,主要从事量子光学及光与原子相互作用方面的研究。E-mail: yangchen891123@163.com

* 通信作者:张天才(ZHANG Tiancai),E-mail:tczhang@sxu.edu.cn

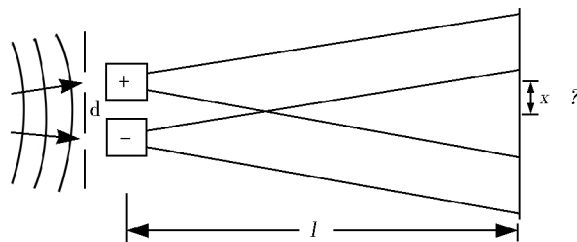
Key words: wave-particle duality; Bohr's complementarity principle; interferometer; losses

1 历史背景:波动性和粒子性

“光是波还是粒子?”这一问题早在十七世纪初就被提出来了。以牛顿为代表的学派主张光是粒子的,而以惠更斯为代表的学派认为光是波动的。随着时间的推移,争论的双方都出示了越来越多、越来越有力的证据。经过长达三个多世纪的讨论,“最终”以光同时具有波粒二象性而告终。最经典的能证明这一观点的实验是杨氏双缝实验,在这个实验中,如果可以得到由于光场叠加而形成的干涉图样,则不能明确地知道光场中光子通过了哪条狭缝,说明光具有波动性;如果挡住一条狭缝,则不会得到干涉条纹,并且可以明确地知道光子穿过哪条狭缝,说明光具有粒子性。20世纪发展起来的量子光学是利用量子力学的基本原理研究光以及光与物质相互作用的量子行为的学科。随着对光子和原子操控技术的发展,用量子光学方法可以确定性地控制原子和光子的行为,在单量子水平上精确测量其状态,从而为确定性研究量子客体的波粒二象性提供了可能。

回顾历史,1924年,德布罗意首先提出了“所有的物质粒子都和光子一样具有波粒二象性”的假设^[1],很快这一预言就在电子散射实验^[2]中得到证实。这为后来人们在实验中使用除光子以外的其他粒子,如中子^[3-4]、原子^[5-6]、分子^[7]对波粒二象性进行研究提供了基础。

1928年,Bohr提出了在量子力学中具有重要地位的互补原理^[8]。该原理指出:“任意量子系统可以表现出不同的量子特性,它们是客观存在但又相互排斥的,系统表现出哪方面的量子特性是由该系统与测量装置之间的相互作用决定的。”波动性和粒子性作为最常见、最容易观测的一对排斥互补现象,被广泛应用到互补原理实验检验中。人们逐步接受了互补原理的思想,但在很长一段时间内,这一原理并没有被定量研究,只是停留在定性的表述上。直到1986年,Glauber对单光子的杨氏双缝干涉实验进行了讨论^[9](见图1)。如果用 P 和 V 分别表示粒子穿过两个狭缝的概率差值以及干涉条纹的对比度,它们分别定量地表征了光子的粒子性(具有确定的位置,从上面或者下面的狭缝穿过)和波动性(由代表波的干涉对比度表示),Glauber首次得到了 $P^2 + V^2 = 1$ 的结论,并提到“单光子可以展现出粒子或者波的性质,但这两种性质不可以同时表现出来,因此我们观测到的也只能是其中的一个”^①,同时提出可以利用Mach-Zehnder干涉仪(Mach-Zehnder interferometer, MZI)对波粒二象性进行定量研究的设想。



Imaging there is a single photon packet falls on the double-pinhole, we can get the probability of a single photon passed by each pinhole if detect right after the double-pinhole. And we can see the interference fringe if detect right after the double-pinhole

Fig. 1 Idea of Young's double-pinhole interference experiment carried out with single photon^[9]

假设单光子波包穿过双缝,如果在狭缝后进行探测,可以得到单光子到达两个狭缝的概率;

如果在距离狭缝后一段距离的接收屏上进行观测,则会看到双缝干涉的图样。

图1 利用单光子进行杨氏双缝干涉实验的设想^[9]

1988年,Greenberger和Yasin以中子为实验对象,利用MZI从实验上得到粒子的波动性和粒子性满足不等式^[4]:

^① The incident photon can behave either as a particle or a wave, but it never exhibits both extremes of behavior at once. What one usually sees is neither the one behavior nor the other.

$$P^2 + V^2 \leq 1. \tag{1.1}$$

上式中, P (Predictability)表示可预测的路径信息,其定义为粒子通过干涉仪两条路径+1 和-1 的概率 ω_1 和 ω_2 的差,表现了单粒子的粒子性:

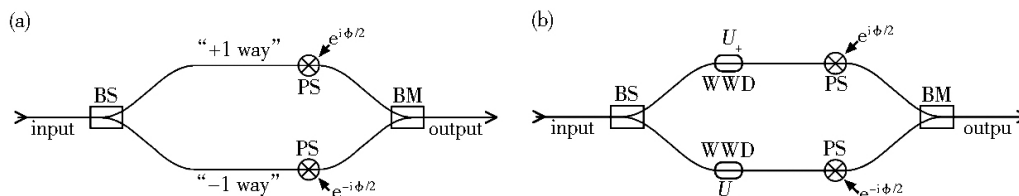
$$P = | \omega_1 - \omega_2 |. \tag{1.2}$$

V (Visibility)表示两条路径干涉后形成的干涉图样的对比度,表现了粒子的波动性:

$$V = \left| \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\max} + \omega_{\min}} \right|, \tag{1.3}$$

式中的 ω_{\max} 和 ω_{\min} 为在干涉条纹上粒子分布的概率的最大值和最小值。

1995 年和 1996 年,Jaeger^[10]和 Englert^[11]分别从理论上证明了这一点,如图 2。



The beam splitter (BS) distributes the input among the two ways (+1 way and -1 way); if there is a phase shift between the two paths, we can observe the wavelike behavior by detect the visibility of the inference fringe [Fig (a)]. If there is a which-way detector (WWD) in each path, we can observe the particlelike behavior by detect the probability of each path [Fig (b)]

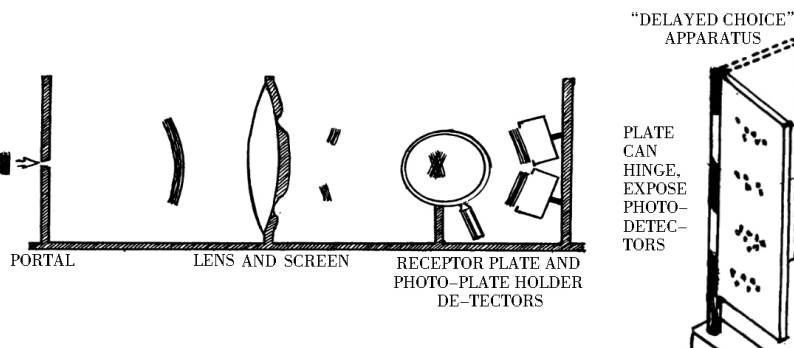
Fig. 2 Schematic of wave-particle duality test in the MZI^[11]

输入粒子经过分束器(BS)分为±1 两条路径,若两条路径有位相差,将在合束器(BM)处发生干涉,形成干涉条纹,可以对粒子的波动性进行测量,如图(a)所示。如果在两条路径中加入路径探测器(WWD),则可以得到粒子通过每一条路径的概率,可以对粒子的粒子性进行测量,如图(b)所示。

图 2 基于 MZ 干涉仪的波粒二象性实验示意图^[11]

2 对波粒二象性的实验检验:延迟选择实验

1979 年,普林斯顿大学的 Wheeler 教授在爱因斯坦诞辰 100 周年的纪念会上提出了著名的“延迟选择思想实验”^[12-13],如图 3 所示,在双缝实验中,光子穿过双缝,在距离双缝一段距离后放置一块可以随机折叠的观测屏,当观测屏没有折叠时,可以观测到干涉条纹,检测到光子的波动性行为,但如果将观测屏折叠,使光子到达观测板后的探测器,此时虽然干涉似乎仍然会发生,也只能检测到其粒子性。如果观测屏距离双缝



By randomly controlled the use of either the plate or the photodetectors, we can't finger out which behavior will be observed

Fig. 3 The delayed choice gedanken experiment in double-pinhole interference experiment^[12]

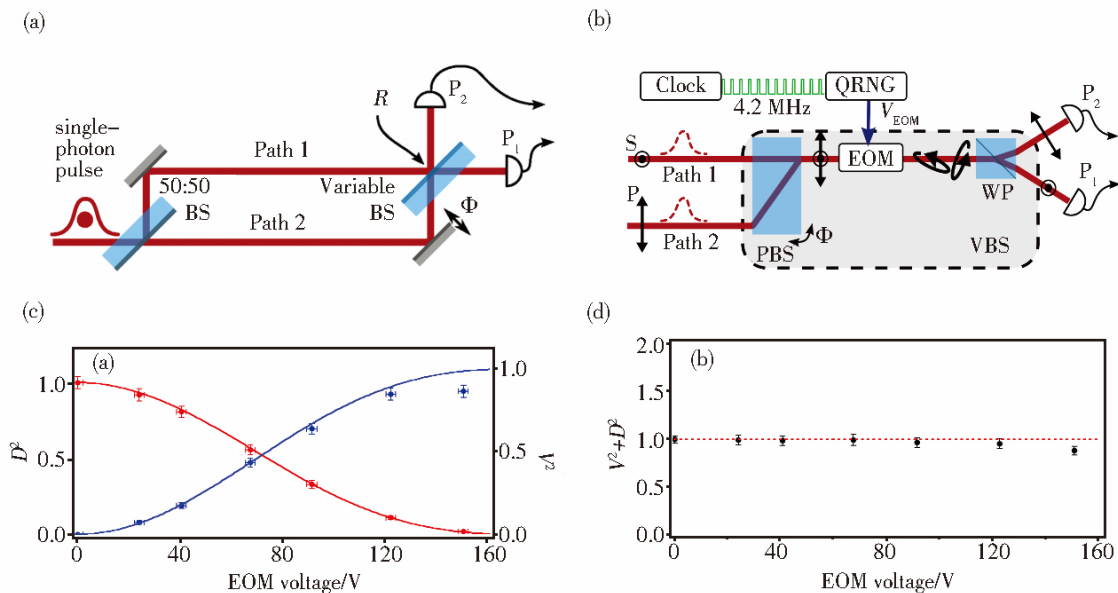
在光场通过狭缝之后,随机控制用检测板观察干涉条纹,还是用一对探测器检测光子的路径,因此不会事先知道检测到的是光的波动性还是粒子性。

图 3 双缝延迟选择思想实验^[12]

足够远,足以使得光子穿越过双缝,发生干涉,呈现波动性(或者单缝,不发生干涉,呈现粒子性)的事实已经发生,同时可以有足够的时间来决定是否将检测板折叠起来,那么,光子的波粒性会受到观测方式(用观测屏还是用探测器)的影响吗?

1987年,德国的 Schleich 小组利用量子理论对延迟选择实验进行了讨论,并以脉冲光为输入态,用光纤进行延迟,一定程度上实现了这一实验^[14],但由于实验中没有使用单个粒子,因此与最初“延迟选择实验”设想并不一致。此后,人们利用单光子^[15]或少原子^[16]以及中子^[17]进行了类似实验,但都没有同时做到“利用单量子”和“将粒子通过干涉仪和检测在时间上分离开来”。因此,严格地说,以上实验并未在真正意义上实现 Wheeler 的思想实验。

直到在 2007 年^[18],法国的 Roch 小组利用输入端为 50/50 的分束器(50/50 BS),而输出为反射率可调的分束器(VBS)构建的 MZI,用确定性单光子源在严格意义上实现了 Wheeler 的“延迟选择”实验,实验如图 4 所示。



(a) Experiment schematic. The MZI is composed of a 50/50 input beam splitter (50/50 BS) and a variable output beam splitter (VBS). The interference fringe can be obtained by changing the phase shift between the two paths.

(b) Implementation of the VBS. The VBS consists of a polarization beam splitter (PBS), an electro-optical modulator (EOM) and a Wollaston prism (WP). The voltage applied to the EOM is randomly chosen according to the output of a quantum random number generator (QRNG).

(c)(d) Experiment result. Here we use the “Visibility” and the “Distinguishability” (same as the “Predictability” mentioned before) to represent the wavelike behavior and the particlelike behavior. The results obey the rule of the wave-particle duality when changing the reflection coefficient of the VBS.

Fig. 4 Delayed-choice complementarity-test experiment with the deterministic single photon pulse^[18-19]

(a) 实验装置图。MZI 由一个 50/50 的输入分束器(50/50 BS)和一个反射率可调的输出分束器(VBS)组成。改变 Path 2 和 Path 1 的相对位相即可以得到干涉信号。

(b) 实现 VBS 的方法。VBS 由偏振分束器(PBS)、电光调制器(EOM)和 Wollaston 棱镜(WP)构成, EOM 用量子随机数发生器(QRNG)进行驱动,使 VBS 的反射率发生变化,实现随机的将 VBS 移出光路。

(c)(d) 实验结果。随着 VBS 反射率的变化,波动性用干涉图样的对比度 V 表示,而粒子性用路径可分辨度 D 表示,其本质与可预测路径信息 P 相同。 V 和 D 满足波粒二象性的基本关系。

图 4 利用确定性单光子脉冲的“延迟选择”实验^[18-19]

该实验中 50/50 BS 与 VBS 之间的距离为 48 m,相当于光子在经过第一个分束器(50/50 BS)之后 160 ns,才会到达第二个分束器(VBS)。VBS 由偏振分束器(PBS)、电光调制器(EOM)和 Wollaston 棱镜(WP)构成,用量子随机数发生器(QRNG)驱动 EOM,其驱动周期为 40 ns(小于两个分束器之间的时间间隔),从而可以实现 VBS 在“存在”和“移除”之间随机地切换,实现了“是否发生干涉”与“检测”时间上的分离。

2008 年,Roch 研究组进一步利用这一装置对波粒二象性进行了研究^[19]。波动性仍用干涉条纹的干涉

对比度表示,粒子性即路径信息用路径可区分度 D (Distinguishability)来表示,可以用光子通过任意路径(i)到达任意探测器(j)的概率 $p(P_i, path j)$ 来表示:

$$D_j = | p(P_1, path j) - p(P_2, path j) |, \quad D = D_1 + D_2. \quad (2.1)$$

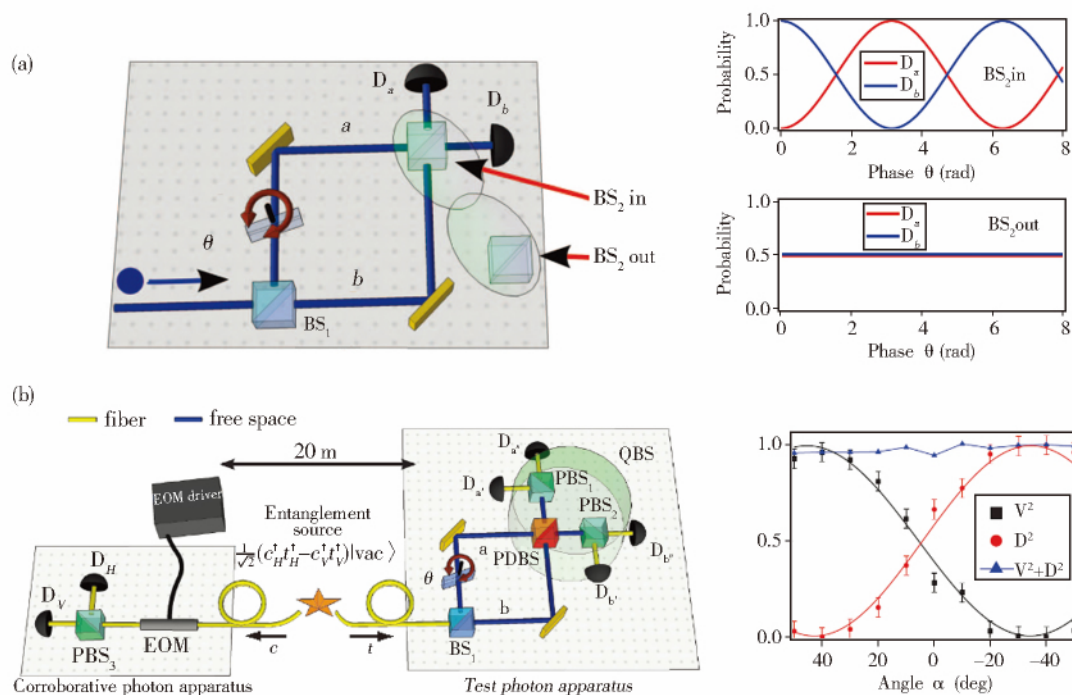
实验上通过遮挡一条路径进行测量:

$$D_1 = \frac{1}{2} \left| \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right|_{path 2 blocked}, \quad D_2 = \frac{1}{2} \left| \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right|_{path 1 blocked}, \quad (2.2)$$

其中 N_1, N_2 分别表示两个探测器上的光子计数。这种粒子性的表示方法与前面讨论的 P 是相同的^[20]。他们得到的实验结果满足波粒二象性的不等式 $D^2 + V^2 \leq 1$ 。

该实验表明,单个光子最终表现出波动性还是粒子性,完全取决于测量装置的设置,而与光子本身的行为无关。即使光子已经穿过第一个分束器这一事件已经发生,该光子呈现干涉波动性还是呈现粒子性,仍然取决于用什么样的方式进行观测。即谈论光子本身多大程度呈现波动性或者粒子性是没有意义的,光子的行为完全取决于我们的观测方式。由此可以看出,延迟选择实验是对波粒二象性的有力验证。

2011年, Ionicioiu 和 Terno 从理论上讨论了把经典可变分束器(VBS)过渡到具有量子选控功能的所谓量子分束器“q-BS”的可能。即把图4所示的实验中的VBS换成具有量子不确定性的分束器^[21]。2012年,中国科学技术大学首次在实验上实现了这一设想^[22]并完成了量子延迟选择实验。同年,英国^[23]和法国^[24]的研究组也分别实现了基于量子分束器的延迟选择实验(图5),他们的实验结果同样满足不等式(1)。



(a) Classical experiment and result. If the second BS is present (BS in), the wavelike behavior can be observed; if the second BS is absent (BS out), the particlelike behavior can be observed.

(b) Quantum experiment and result. The second BS is “open” for the polarization in a particular direction, and is “closed” for the polarization perpendicular to it. α indicates the change of the input polarization, with the constant phase shift between the two paths, the relation between the wavelike behavior and the particlelike behavior can be obtained.

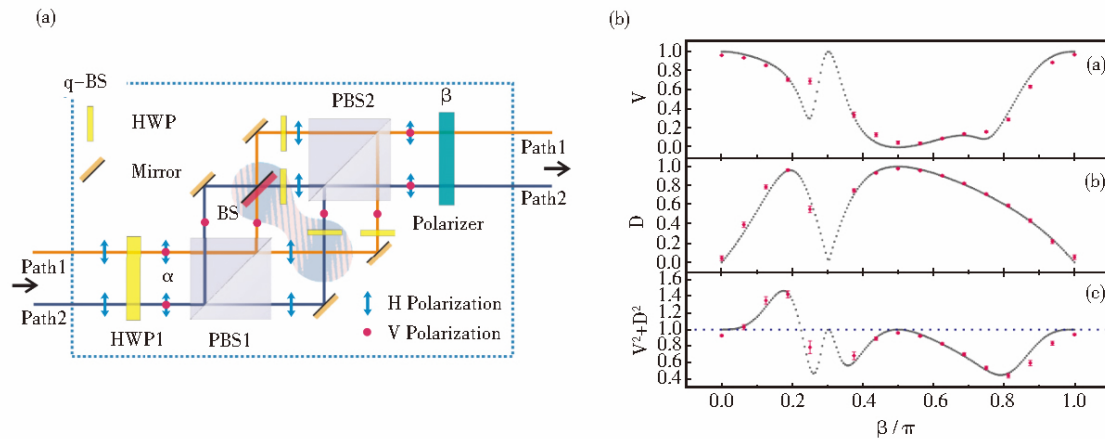
Fig. 5 The comparison between the classical VBS and the quantum beam splitter in delayed-choice experiment^[24]

(a)经典的延迟选择实验及结果。当第二个BS(即VBS)在光路中(“开启”状态),在两条路径之间的相对位相发生变化时,可以测量到干涉现象,获得波动性;当VBS移开光路(“关闭”状态),干涉图样消失,检测到粒子性。

(b)利用q-BS的延迟选择实验及结果。q-BS对于具有特定偏振的光子表现为“开启”状态,而对与其垂直的偏振的光子表现为“关闭”状态。 α 表示EOM使光子偏振态旋转的角度,在两条路径的相对位相固定的情况下,改变 α 的值,可以实现在粒子性(D^2)和波动性(V^2)之间的相互转化,二者之间满足波粒二象性的基本关系。

图5 基于经典的VBS和量子的q-BS的延迟选择实验^[24]

以上实验结果都遵循波粒二象性的不等式 $P^2 + V^2 \leq 1$ 。但与此不同的是,在 2013 年,中国科技大学的实验组在一个利用 q-BS 的实验中,在某些条件下得到 $P^2 + V^2 > 1$ ^[25] 的结果,如图 6。他们指出,这一现象是由于“光子的波动性和粒子性发生了干涉”导致的。



β[Fig. (a)] indicates the change of the input polarization, and the result [Fig. (b)] of the experiment shows a “violation” of the relation of wavelike and particlelike behaviors

Fig. 6 Experiment results in $D^2 + V^2 > 1$ with q-BS^[25]

图(a)中 β 表示偏振片偏振面的偏转角,实验的结果如图(b)所示,改变 β 的大小对波动性(V)和粒子性(D)进行测量,得出了“违背” $D^2 + V^2 \leq 1$ 的实验结果。(注意本实验中的粒子性用 D 表示)

图 6 利用 q-BS 得到 $D^2 + V^2 > 1$ 的实验^[25]

$P^2 + V^2 > 1$ (或 $D^2 + V^2 > 1$) 的实验结果,无论出于何种原因,与波粒二象性的基本不等式(1)是“违背”的。难道在波动性和粒子性这对互补的特性之外,还存在别的量子特征吗?为此,我们将从理论上和实验上进一步研究基于 MZ 干涉仪的波粒二象性的测量。我们发现,在基于经典分束器的干涉实验中,干涉仪路径的不平衡在一定条件下可以导致该互补关系的“违背”,同时,我们提出了消除该“违背”的方法。

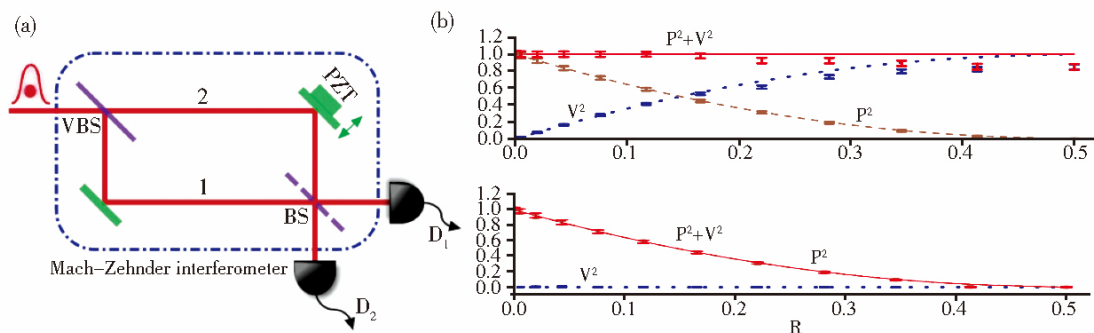
在前面介绍的实验中,装置中的第二个分束器为 VBS,测量得到的是波动性或者粒子性是输入态无关的,我们把这样的安排叫“后选择实验”。

2012 年,山西大学研究组将图 4 所示装置中的 VBS 和 BS 的位置对调(即第一个分束器为 VBS),利用自发参量下转换产生的单光子进行了波粒二象性的实验检测^[26],此时用将 BS 移出光路时,光子通过两条路径的概率差表示其粒子性。当输入态分别为纯态(图 7b 上图)和混合态(图 7b 下图)时,会得到不同的实验结果,如图 7 所示。这些结果都符合不等式(1)的互补关系。与“后选择实验”不同,此时粒子表现出波动性还是粒子性与干涉仪前光子的状态有关,我们把第一个分束器为可变分束器的安排称为“前选择实验”。

在分析波粒二象性时另外一个需要考虑的问题是研究对象是单粒子还是多粒子。常见的研究对象都是单个粒子或者是经过衰减之后的微弱激光^[27],它们的平均光子数很低。那么是否只有“单个粒子”才表现出波粒二象性?答案是否定的。量子客体的波动性和粒子性是一对互补的行为,是一种普遍性质,并不仅仅局限于“单个粒子”。2013 年,Danan 利用 MZI,以相干光中的大量光子为研究对象,在干涉仪中对“光子究竟选择哪一条路径”这一问题进行了研究,说明多个光子构成的系统也可以表现出波粒二象性。一个基本事实是,由相干态表示的激光可以包含从平均光子数趋近于 1 的弱光到任意光子数的状态,它的波(比如呈现干涉)粒(比如具有散粒噪声)行为已经被人们熟知。2013 年,黄接辉等人将波粒二象性的研究由单光子拓展到多光子,给出了任意阶波动性和粒子性的概念^[28],并在实验上对一阶和二阶的波粒二象性进行了测量^[29],实验结果如图 8 所示。该实验指出,高阶波粒二象性可以用于对多光子态的波粒二象性的分析。这表明,波粒二象性可以将任意数量的量子客体作为研究对象。

3 损耗和不平衡对互补关系的影响

下面我们利用量子力学,分析在引入损耗的情况下,当输入态为单粒子态和多粒子态时,得到的结果是



(a) Experiment schematic. The MZI is composed of a variable input beam splitter (VBS) and a 50/50 output beam splitter (50/50 BS), the relative phase of two paths is changed by a piezoelectric transducer (PZT).

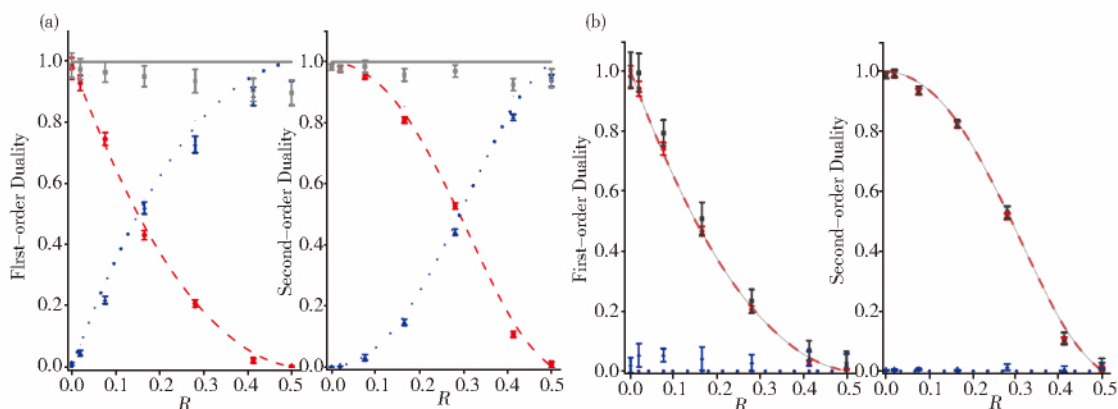
(b) Experiment result. The experiment result with pure state (upper) is different from the mixed state (lower), but they all obey the wave-particle duality relation

Fig. 7 Wave-particle duality test experiment with pre-selection scheme^[26]

(a) 实验装置图。MZI 由一个反射率(R)可调的输入分束器(VBS)和一个 50/50 的输出分束器(BS)组成, 压电陶瓷(PZT)用于调节两条路径之间的相对位相。

(b) 实验结果。当输入态为纯态(上图)和混合态(下图)时,得到了不同的结果,但都满足波粒二象性的基本不等式(1)。

图 7 波粒二象性的前选择实验^[26]



(a) Wave-particle duality of the pure state (left: first-order, right: second-order)

(b) Wave-particle duality of the mixed state (left: first-order, right: second-order)

The red dashed lines, blue dotted lines and the gray solid lines stand for the wavelike behavior V^2 , the particlelike behavior P^2 and $P^2 + V^2$, respectively. The relation between the wavelike behavior and the particlelike behavior can be obtained

Fig. 8 First-order and second-order wave-particle duality^[29]

(a) 纯态的一阶(左图)和二阶(右图)波粒二象性。(b)混合态的一阶(左图)和二阶(右图)波粒二象性。

图中红色的线表示波动性,蓝色的线表示粒子性,灰色的线表示二者之和,实验结果满足波粒二象性的基本不等式。这项研究可以用于分析多光子态的波粒二象性。

图 8 一阶和二阶波粒二象性^[29]

否等价。

在之前提到的波粒二象性的实验中,都没有考虑到系统的损耗,但在实际的实验中,干涉仪路径中的损耗以及在干涉仪路径外,探测器前的损耗不可忽略,因此,我们分别对这两种损耗进行了理论分析^[30]。

3.1 前选择实验

前选择实验中,当扫描两条路径之间的相对位相时,用 50/50 BS 后的条纹干涉度来表示粒子的波动性,我们得到^[30]:

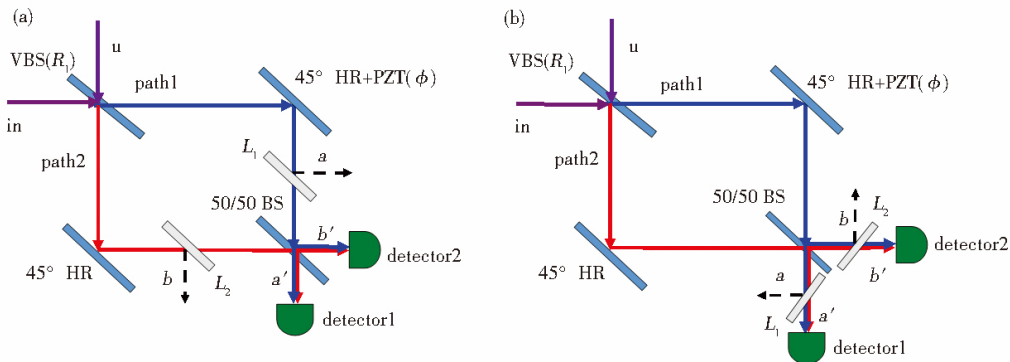
$$V = |\langle \hat{V} \rangle|_{\max} = \left| \frac{\langle a_1^+ a_2 e^{i\phi} - a_2^+ a_1 e^{-i\phi} \rangle}{\langle a_1^+ a_1 \rangle + \langle a_2^+ a_2 \rangle} \right|_{\max} = \frac{\langle a^+ a \rangle_{\max} - \langle a^+ a \rangle_{\min}}{\langle a^+ a \rangle_{\max} + \langle a^+ a \rangle_{\min}}, \quad (3.1)$$

其中 $a^+(a)$ 表示此时在路径 a' 和路径 b' 中一个粒子的产生(湮灭)算符, 则条纹干涉度可以用路径中的粒子数 $\langle a^+ a \rangle$ 的最大值和最小值来表示。

将 50/50 BS 移出路径, 则可以用路径 a' 和路径 b' 中的粒子数差来表示其粒子性:

$$P = \frac{|\langle a_{a'}^+ a_{a'} \rangle - \langle a_{b'}^+ a_{b'} \rangle|}{\langle a_{a'}^+ a_{a'} \rangle + \langle a_{b'}^+ a_{b'} \rangle}, \quad (3.2)$$

其中 $a_{a'}^+(a_{b'}^+)$ ($a_{a'}(a_{b'})$) 表示路径 a' 和路径 b' 中一个粒子的产生(湮灭)算符。



(a) Losses occurring inside the interferometer. (b) Losses occurring between the interferometer and the detectors.

R_1 : reflective coefficient of the VBS; u : vacuum state, in : input state; PZT: phase shifter. $a(L_1)$ and $b(L_2)$ denote the losses in two paths and a' and b' denote the paths before the detectors

Fig. 9 Experiment with pre-selection scheme

(a) 损耗发生在干涉仪路径中。(b) 损耗发生在干涉仪路径外, 探测器前。

图中 VBS 的反射率为 R_1 , u 表示真空态, in 表示输入粒子的输入态, 压电陶瓷 PZT 用于调节两条干涉路径之间的相对位相 ϕ , a 和 b 表示两条损耗路径, 大小分别为 L_1 和 L_2 , a' 和 b' 表示探测器前的两条路径

图 9 前选择实验

首先考虑损耗发生在干涉仪路径之间[图 9(a)]。此时不论是单粒子还是多粒子系统, 对任意输入态, 利用定义(3.1), 我们可以得到两个探测器探测到的条纹干涉度是相同的, 波动性对于单粒子态和多粒子态也是相同的:

$$V = \frac{2\sqrt{R_1(1-R_1)(1-L_1)(1-L_2)}}{(1-R_1)(1-L_1) + R_1(1-L_2)}. \quad (3.3)$$

其中的参数说明如图 9 所示。将 50/50 BS 移出路径即可实现对粒子性的测量, 此时的粒子性由公式(3.2)可以表示为:

$$P = \frac{|(1-R_1)(1-L_1) - R_1(1-L_2)|}{(1-R_1)(1-L_1) + R_1(1-L_2)}. \quad (3.4)$$

该结果同样适用于单粒子态和多粒子态。由此可以得出结论:

$$P^2 + V^2 = 1. \quad (3.5)$$

当损耗发生在干涉仪路径外, 探测器前时, 如图 9(b), 类似地, 我们得到, 无论对单粒子还是多粒子系统, 波粒二象性关系为:

$$P^2 + V^2 = \left[\frac{|(1-R_1)(1-L_1) - R_1(1-L_2)|}{(1-R_1)(1-L_1) + R_1(1-L_2)} \right]^2 + 4R_1(1-R_1). \quad (3.6)$$

由此看出, 当损耗发生在干涉路径中时, 损耗对 $P^2 + V^2$ 没有影响; 而当损耗发生在干涉仪路径外, 探测器前时, 在特定条件下会出现 $P^2 + V^2 > 1$ 的情况。实际上, 此时 $P^2 + V^2 \leq 2$ 。

3.2 后选择实验

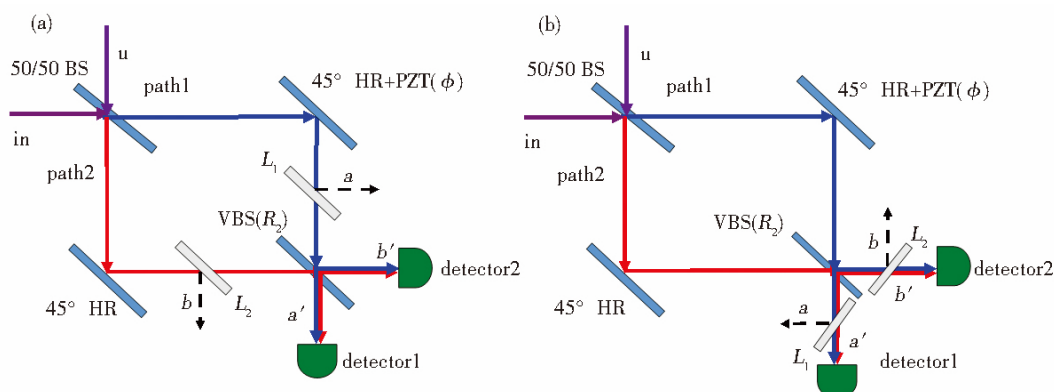
对后选择实验, 如图 10, 可变分束器是第二个分束器, 此时波动性的定义与前选择实验中的定义相同[公式(3.1)], 而粒子性定义为:

$$P = \frac{P_1 + P_2}{2}, \tag{3.7}$$

其中:

$$P_i = \frac{|\langle a_{a'}^+ a_{a'} \rangle - \langle a_{b'}^+ a_{b'} \rangle|}{\langle a_{a'}^+ a_{a'} \rangle + \langle a_{b'}^+ a_{b'} \rangle} \Big|_{\text{path } i \text{ blocked}}. \tag{3.8}$$

即实验中遮挡 path 1 和 path 2 中的一条路径,记录另一条路径可到达两个探测器的概率差。



(a) Losses occurring inside the interferometer. (b) Losses occurring between the interferometer and the detectors

This scheme can be realized by switching over the position of the 50/50 BS and VBS

while leaving the rest elements unchanged in Fig. 9

Fig. 10 Experiment with post-selection scheme

(a)损耗发生在干涉仪路径中。(b)损耗发生在干涉仪路径外,探测器前。

相当于将图 9 中的 50/50 BS 与 VBS 位置对调,VBS 的反射率为 R_2 ,其余的与图 9 相同。

图 10 后选择实验

图 10 中(a)(b)分别显示了后选择实验中损耗发生在干涉仪路径中和干涉仪路径外,探测器前的情形。对损耗发生在干涉仪路径中,干涉度对于单粒子态和多粒子态也是一样的,但与前选择实验不同的是,两个探测器上探测到的干涉度不同。最终我们得到两个探测器上探测到的波动性与粒子性的关系分别是^[30]:

$$P^2 + V_1^2 = (1 - 2R_2)^2 + \frac{4R_2(1 - R_2)(1 - L_1)(1 - L_2)}{[(1 - R_2)(1 - L_1) + R_2(1 - L_2)]^2},$$

$$P^2 + V_2^2 = (1 - 2R_2)^2 + \frac{4R_2(1 - R_2)(1 - L_1)(1 - L_2)}{[R_2(1 - L_1) + (1 - R_2)(1 - L_2)]^2}. \tag{3.9}$$

类似地,当损耗发生在路径之后,探测器之前时,我们得到两个探测器上探测到的波动性与粒子性的关系相同:

$$P^2 + V^2 = \left[\left(\frac{|R(1 - L_1) - (1 - R)(1 - L_2)|}{R(1 - L_1) + (1 - R)(1 - L_2)} + \frac{|(1 - R)(1 - L_1) - R(1 - L_2)|}{(1 - R)(1 - L_1) + R(1 - L_2)} \right) \right]^2 / 4 + 4R(1 - R). \tag{3.10}$$

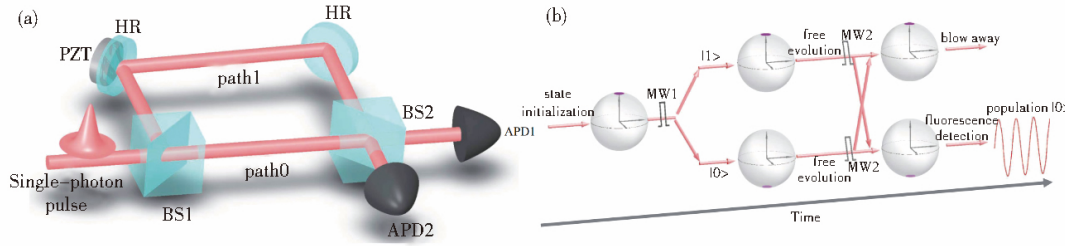
从以上的理论分析可以看出,单粒子态和多粒子态具有相同的结论。与前选择实验不同的是,当损耗发生在干涉路径中时,两个探测器探测到的波动性不同。同时不论损耗发生在干涉路径中,还是路径之后,在一定条件下都可能出现 $P^2 + V^2 > 1$ 的情况。

4 实验验证

4.1 基于单原子的波粒二象性实验

类似于单光子的 MZI,我们利用单原子进行了波粒二象性的研究,基本的思想是利用单原子 Ramsey 干涉仪(Ramsey Interferometer, RI)^[31-32]。如图 11 所示,两个原子波包,对应于原子态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 表示两个物质波的通道,通过测量单原子在两个态上的布居数,可以实现对原子的波粒二象性的测量。

实验过程分为三步:第一步,原子的初态制备为 $|1\rangle$,经过第一个微波脉冲 MW1,原子态分裂在 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 两个态的叠加态上。第二步,原子态自由演化, $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 之间的相对位相 φ 随着自由演化而发生变化。第三步,利用第二个微波脉冲 MW2 对波动性和粒子性进行测量。控制脉冲长度来调节分束比,进而实现前选择实验和后选择实



Similar to the BS in MZI of single photon [Fig (a)], two microwave pulses MW1 and MW2 are used to change the state of the single atom in RI[Fig (b)], the reflective coefficient is related to the length of the microwave pulses

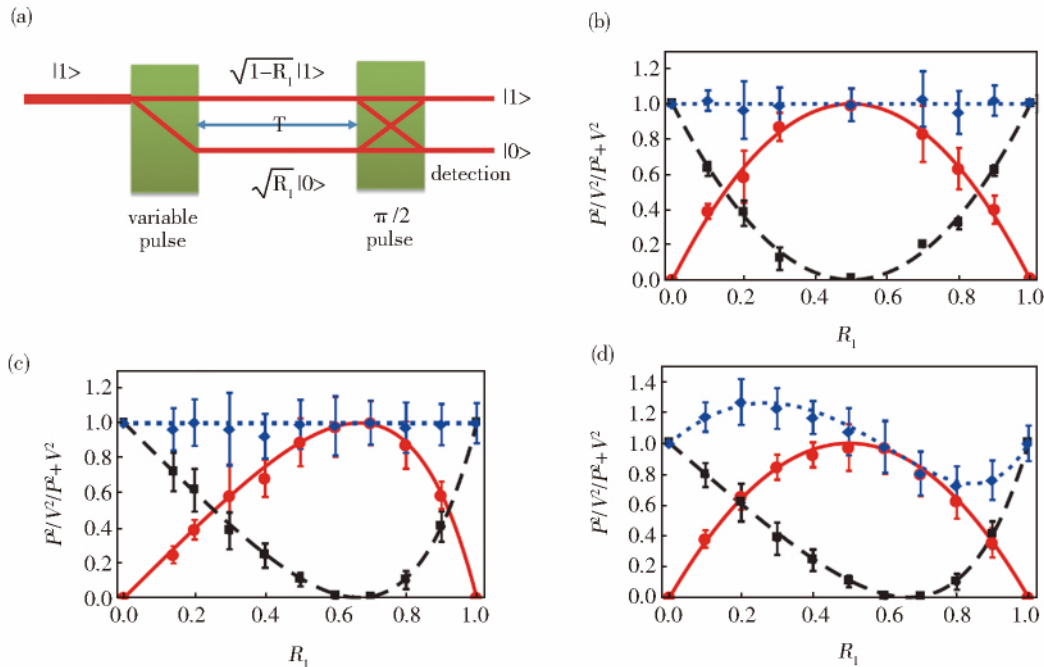
Fig. 11 The comparison between the MZI with single photon (left) and the RI with single atom(right)^[32]

类似于单光子 MZI 干涉仪[图(a)],单原子的 Ramsey 干涉仪[图(b)]中是用两束微波场 MW1 和 MW2 激发单原子内态,它们的作用类似于分束器和合束器,通过改变微波脉冲的长度来实现分束比的变化

图 11 单光子的 MZI 和单原子的 RI 比较^[32]

验。实验中的损耗是通过在 MW1 和 MW2 之间,或者在 MW2 之后加入一束拉曼光脉冲来实现的^[32]。

前选择和后选择的实验示意图与实验结果分别显示在图 12(前选择)和图 13(后选择)中。值得一提的是,之前的理论中提到,在后选择实验中,当干涉路径中有损耗时,两个探测器探测到的波动性 V 并不相同,而此处,波动性定义为原子在 $|0\rangle$ 上的布居数随 ϕ 周期性振荡的干涉条纹的对比度,相当于之前公式中的 V_1 。我们看到,实验与理论符合很好,在某些条件下,两条路径的不平衡会导致波粒互补关系的“违背”。

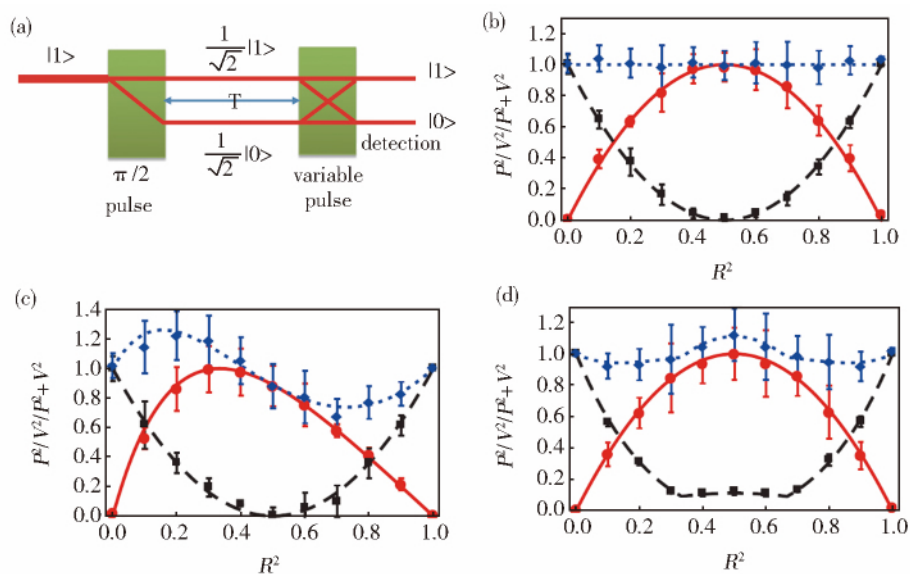


(a) Schematic of experiment. The length of the MW1 is varied from 0 to π (reflection coefficient R_1 varied from 0 to 1), while the length of the MW2 is fixed at $\pi/2$ (reflection coefficient 50%)
 (b) Result without losses. (c) Result with losses occurring inside the RI ($L_1=0, L_2=50\%$)
 (d) Result with losses occurring between the RI and the detectors ($L_1=0, L_2=50\%$). The red dots, black squares, and the blue diamond stand for the wavelike information V^2 , particlelike information P^2 , and $P^2 + V^2$, respectively and the lines with same color are the theoretical fittings

Fig. 12 Experiment with pre-selection scheme of single atom in RI

(a)实验示意图。MW1 长度在 0 到 π 之间变化(反射率 R_1 在 0 到 1 之间变化),MW2 脉冲长度为 $\pi/2$ (反射率为 50%)。(b)干涉仪路径中和探测器前都没有损耗。(c)干涉仪路径中有损耗 $L_1=0, L_2=50\%$ 。(d)干涉仪路径外,探测器前有损耗 $L_1=0, L_2=50\%$ 。图中红色,黑色,和蓝色的点分别表示波动性 V^2 , 粒子性 P^2 , 以及二者之和 $P^2 + V^2$ 随 MW1 分束比 R_1 的变化,相应的曲线为理论拟合结果。

图 12 基于单原子 RI 的前选择实验



(a) Schematic of experiment. The length of the MW2 is varied from 0 to π (reflection coefficient R_2 varied from 0 to 1), while the length of the MW1 is fixed at $\pi/2$ (reflection coefficient 50%)
 (b) Result without losses. (c) Result with losses occurring between the RI and the detectors ($L_1=0, L_2=50\%$).
 (d) Result with losses occurring after the RI, before the detectors ($L_1=0, L_2=50\%$).

The rest of the parameters are the same as Fig. 12.

Fig. 13 Experiment with post-selection scheme of single atom in RI

- (a)实验示意图。MW1 的长度为 $\pi/2$, MW2 长度在 0 到 π 之间变化。
 (b)干涉仪路径中和探测器前都没有损耗。(c)干涉仪路径中有损耗 $L_1=0, L_2=50\%$ 。
 (d)干涉仪路径外,探测器前有损耗 $L_1=0, L_2=50\%$ 。其余的与图 12 相同。

图 13 基于单原子 RI 的后选择实验

4.2 基于相干光的波粒二象性实验

为了证明上述理论对于单粒子态和多粒子态都适用,我们也用多光子构成的相干光进行了相同的实验^[33]。

前选择实验装置如图 14 所示, MZI 由一个可变分束器(VBS)和 50/50 的分束器(50/50 BS)构成, 半导体激光器产生的激光器通过 VBS 分解为两束相互垂直的线偏光(S 偏振和 P 偏振), 其中, VBS 由一个 1/2 波片(HWP₁)和一个偏振光束偏移器(PBD)构成。这两束线偏光分别通过两条不同的路径 path 1(蓝色线)和 path 2(红色线)之后由 50/50 BS 进行合束, MZI 的输出分别用两个探测器(detector 1 和 detector 2)探测。图中的 A, B, C, D 表示在光路中放入衰减片的位置。通过旋转 HWP₁ 可以实现对 VBS 的反射率 R_1 的改变, 利用两个衰减率不同的衰减片在干涉路径(A 点和 B 点), 或在干涉仪路径外, 探测器前(C 点和 D 点)引入两个不同的损耗 $L_1=72.7\%$ (A 点或 C 点), $L_2=39.6\%$ (B 点或 D 点)。

考虑到本实验中干涉仪的实际干涉度($V_0=99.2\%$)并不是理想的等于 1, 同时两个探测器的量子效率($Q_1=90.4\%, Q_2=90.8\%$)不相等, 于是需要对之前提到的拟合公式进行修正。

当损耗发生在干涉路径中时, 关系式(3.5)修正为:

$$P^2 + V^2 = \frac{4R_1(1-R_1)(1-L_1)(1-L_2)}{[(1-R_1)(1-L_1) + R_1(1-L_2)]^2} \times V_0^2 + \frac{|(1-R_1)(1-L_1)/Q_1 - R_1(1-L_2)/Q_2|^2}{[(1-R_1)(1-L_1)/Q_1 + R_1(1-L_2)/Q_2]^2}. \quad (4.1)$$

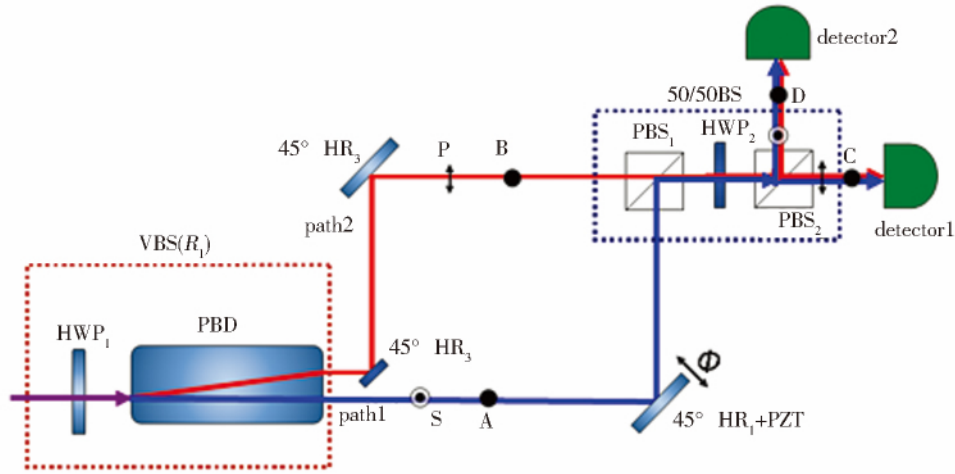
当损耗发生在干涉仪路径外, 探测器前时, 关系式(3.6)修正为:

$$P^2 + V^2 = \frac{|(1-R_1)(1-L_1)/Q_1 - R_1(1-L_2)/Q_2|^2}{[(1-R_1)(1-L_1)/Q_1 + R_1(1-L_2)/Q_2]^2} + 4R(1-R_1) \times V_0^2. \quad (4.2)$$

对于没有损耗的情况, 取 $L_1=L_2=0$ 即可。

实验结果如图 15 所示, 图中的数据与(4.1), (4.2)理论预言符合很好。图中的曲线是理论拟合结果。

对比图 15 和图 12 中的结果我们可以看到, 利用相干光与利用单原子进行前选择实验, 可以得到相同的结论, 二者的结果是完全等效的, 即当损耗发生在干涉路径中时, 不平衡的损耗使波动性 V^2 和粒子性 P^2 随

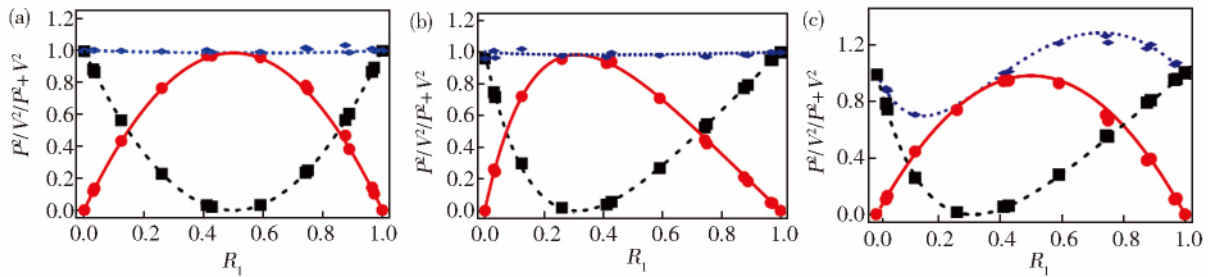


HWP: half wave plate; PBD: polarization beam displacer; the blue line and the red line denote two paths and the relative phase of them is changed by a PZT. Point A, B, C, D are the places where the losses are inserted

Fig. 14 Experiment of pre-selection scheme with coherent beam in MZI

HWP: 1/2 波片; PBD: 偏振光束偏移器; PBS: 偏振分束器; PZT: 压电陶瓷, 用于调节两条路径 path 1 (蓝色线) 和 path 2 (红色线) 之间的相对位相。图中的 A, B, C, D 表示在光路中放入衰减片的位置。

图 14 基于相干光的 MZI 前选择实验装置示意图



(a) Result without losses. (b) Result with losses occurring inside the MZI ($L_1=72.7\%$, $L_2=39.6\%$).

(c) Result with losses occurring between the MZI and the detectors ($L_1=72.7\%$, $L_2=39.6\%$).

The red dots, black squares, and the blue diamonds stand for the wavelike information V^2 , particlelike information P^2 , and P^2+V^2 , respectively and the lines with same color are the theoretical fittings

Fig. 15 Experiment result of the pre-selection scheme with coherent beam in MZI

(a) 干涉仪路径中和探测器前都没有损耗 $L_1=0, L_2=0$ 。(b) 干涉仪路径中有损耗 $L_1=72.7\%, L_2=39.6\%$ 。

(c) 干涉仪路径外, 探测器前有损耗 $L_1=72.7\%, L_2=39.6\%$ 。相应的曲线为理论拟合结果。

图中红色, 黑色, 和蓝色的点分别表示波动性 V^2 , 粒子性 P^2 , 以及二者的和 P^2+V^2

随 VBS 反射率 R_1 的变化。相应的曲线为理论拟合结果。

图 15 基于相干光 MZI 的前选择实验结果

VBS 的反射率 R_1 的变化曲线不再对称, 但二者之和仍满足关系式 $P^2+V^2 \leq 1$ 。当损耗发生在干涉仪路径外, 探测器前时, 不平衡的损耗对 V^2 没有影响, 而 P^2 随 R_1 的变化曲线不再对称, 此时二者的关系不再满足不等式, 出现了 $P^2+V^2 > 1$ 的情况。

后选择实验的安排如图 16 所示, 与图 14 相比, 相当于将 MZI 中的 VBS 与 50/50 BS 对调。通过旋转 HWP₂ 可以实现对 VBS 的反射率 R_2 的改变。

同样的, 考虑到此时干涉仪的干涉度 ($V_0=99.0\%$) 并不是理想的等于 1, 而两个探测器的量子效率 ($Q_1=90.4\%, Q_2=90.8\%$) 不相等, 于是需要对之前提到的关系式进行修正。

当损耗发生在干涉路径中时, 关系式 (3.9) 修正为:

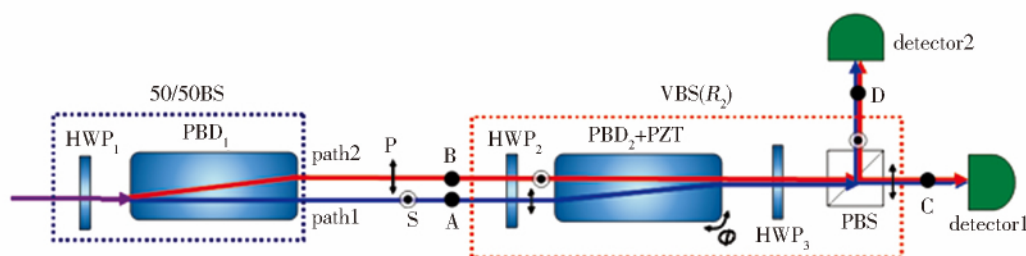
$$P^2 + V_1^2 = P^2 + \frac{4R_2(1-R_2)(1-L_1)(1-L_2) \times V_0^2}{[(1-R_2)(1-L_1) + R_2(1-L_2)]^2}$$

$$P^2 + V_2^2 = P^2 + \frac{4R_2(1-R_2)(1-L_1)(1-L_2) \times V_0^2}{[(1-R_2)(1-L_2) + R_2(1-L_2)]^2} \quad (4.3)$$

当损耗发生在干涉仪路径外,探测器前时,关系式(3.10)修正为:

$$P^2 + V^2 = \frac{1}{4} \left[\frac{|(1-R_2)(1-L_2)/Q_2 - R_2(1-L_1)/Q_1|}{(1-R_2)(1-L_2)/Q_2 + R_2(1-L_1)/Q_1} + \frac{|(1-R_2)(1-L_1)/Q_1 - R_2(1-L_2)/Q_2|}{(1-R_2)(1-L_1)/Q_1 + R_2(1-L_2)/Q_2} \right]^2 + 4R_2(1-R_2) \times V_0^2 \quad (4.4)$$

对于没有损耗的情况,取 $L_1=L_2=0$ 即可。



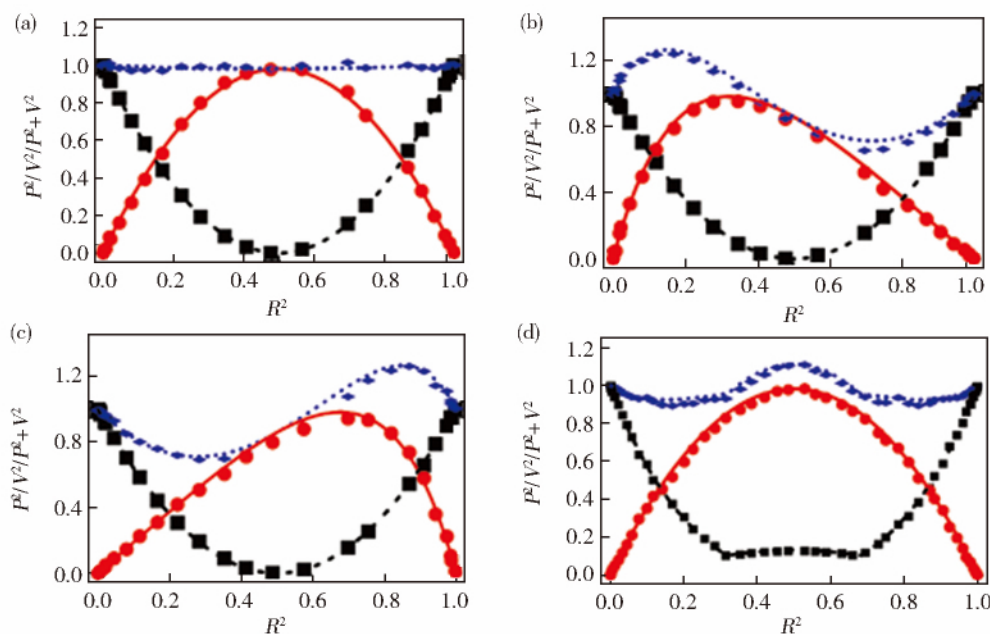
All the element are the same as in Fig. 14

Fig. 16 Experiment of post-selection scheme with coherent beam in MZI

所有的元素与图 14 相同

图 16 基于相干光的 MZI 后选择实验装置图

实验结果如图 17 所示,图中的实验数据与理论完全一致。



(a) Result without losses $L_1=0, L_2=0$.

(b)(c) Result of detector 1 and detector 2 with losses occurring inside the MZI ($L_1=76.4\%, L_2=50.5\%$).

(d) Result with losses occurring between the MZI and the detectors ($L_1=73.5\%, L_2=43.4\%$).

The rest of the parameters are the same as Fig. 15

Fig. 17 Experiment result of the post-selection scheme with coherent beam in MZI

(a)干涉仪路径中和探测器前都没有损耗 $L_1=0, L_2=0$ 。

(b)(c)分别表示干涉仪路径中有损耗 $L_1=76.4\%, L_2=50.5\%$ 时,探测器 1 和探测器 2 的测量结果。

(d)干涉仪路径外,探测器前有损耗 $L_1=73.5\%, L_2=43.4\%$ 。其余的与图 15 相同。

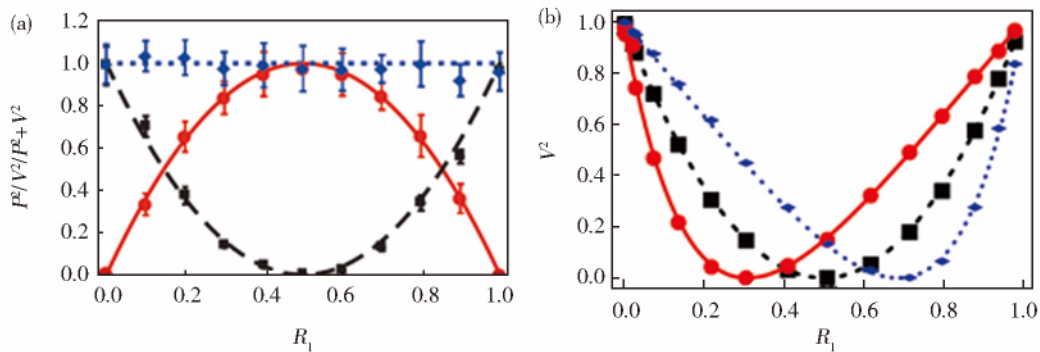
图 17 基于相干光 MZI 的后选择实验结果

对比利用图 17 和图 13 可知,利用相干光与利用单原子进行后选择实验,可以得到相同的结论,二者的

结果是完全等效的,即当损耗发生在干涉仪路径中时,不平衡的损耗对粒子性 P^2 没有影响,而波动性 V^2 随 R_2 的变化曲线不再对称,此时二者的关系不再满足不等式,出现了 $P^2 + V^2 > 1$ 的情况。当损耗发生在干涉仪路径外,探测器前时,不平衡的损耗对 V^2 没有影响,而 P^2 随着反射率 R_2 的变化出现了两个拐点,从而使两者之和形成了一个类似于“草帽”的形状 ($P^2 + V^2 > 1$),同时,利用相干光进行的实验结果表明,此时两个探测器探测到的 V^2 不再相同,与之前的理论相符。

4.3 结论

通过考虑两种完全不同的物理对象(原子和光子)和两种不同的输入态(单原子态和多光子相干态),我们从理论和实验两个方面定量地研究了量子客体呈现的波粒二象性。我们对在波粒二象性测量中不平衡损耗带来的影响进行了全面的分析,探究了波粒互补关系 $P^2 + V^2 \leq 1$ “违背”的可能原因。本质上,这种“违背”是由于测量过程中的干涉路径,或者两个探测器的效率不平衡造成的。一开始人们在定义波动性和粒子性时没有考虑实际过程中存在损耗,因此在一个具有损耗和不对称干涉的实际物理实验系统中,不能继续采用原来的定义去处理。消除这种“违背”的办法就是设法消除不平衡。在前选择实验中,对于单原子,可以通过将原来的输入态 $|1\rangle$ 态变成 $|0\rangle$,再次进行测量;对于相干光,可以把路径和探测器全部对调进行测量,取两次的平均结果,就能彻底消除不平衡带来的波粒互补关系的“违背”。这样做的结果如图 18 所示。我们看到,二次平均以后就不存在“违背”了。



(a) Experiment with single atom: The “violation” can be eliminated by switching the input states and then averaged the result.

The red dots, black squares, and the blue diamonds stand for the wavelike information V^2 , particlelike information P^2 , and $P^2 + V^2$, respectively and the lines with same color are the theoretical fittings.

(b) Experiment with coherent state: The “violation” can be eliminated by switching all the elements of the two arms including the detectors and then averaged the results. The red dots, black squares, and the blue diamond stand for the particlelike information P^2 before switching, after switching, and averaging result, respectively and the lines with same color are the theoretical fittings.

Fig. 18 Elimination of the influence of the losses in pre-selection scheme

(a) 单原子实验中,可以通过将原本的输入态 $|1\rangle$ 态切换为 $|0\rangle$,将两次测量的结果求平均值。

图中红色,黑色,和蓝色的点分别表示波动性 V^2 ,粒子性 P^2 ,以及二者之和 $P^2 + V^2$ 随 MW1 反射率 R_1 的变化。

(b) 相干光实验中,可以通过将两条干涉路径和探测器全部对调,将两次测量的结果求平均值。

图中红色,蓝色,和黑色的点分别表示粒子性 P^2 在未对调,对调之后,和二者的平均值随 VBS 反射率 R_1 的变化。

图 18 消除前选择实验中干涉仪路径外,探测器前损耗的方法

5 结束语

本文对波粒二象性这一基本物理现象的研究进行了回顾,对由不等式 $P^2 + V^2 \leq 1$ 呈现的波粒互补关系式及相关的实验工作进行了总结,特别是展示了我们利用单原子和多光子相干光进行的实验结果。针对不同的实验类型(前选择实验和后选择实验),我们在理论上分析了某些条件下不等式“违背”的原因——两条干涉仪路径的不平衡,同时证明了单粒子和多粒子得到的波粒互补关系是完全等价的。我们利用受控单原

子和相干光分别进行了实验,证明了这一结论。理论和实验完全一致。这些实验说明,波粒互补性这一基本的量子力学关系仍然成立,不论对单粒子物质粒子,还是对多光子相干态光源。本实验加深了我们对量子客体波粒二象性的理解。

参考文献:

- [1] Broglie L D, Recherches Sur La Thédes Quanta (Researches on the Quantum Theory)[J]. *Ann Phys (Paris)*, 1924, **3**:22-128.
- [2] Davisson C, Germer L H. Diffraction of Electrons by a Crystal of Nickel[J]. *Phys Rev*, 1927, **30**:705-740. DOI:10.1103/PhysRev.30.705.
- [3] Summhammer J, Badurek G, Rauch H, *et al.* Direct Observation of Fermion Spin Superposition by Neutron Interferometry [J]. *Phys Rev A*, 1983, **27**:2523-2532. DOI:10.1103/PhysRevA.27.2523.
- [4] Greenberger D M, Yasin A. Simultaneous Wave and Particle Knowledge in a Neutron interferometer[J]. *Phys Lett A*, 1988, **128**:391-394. DOI:10.1016/0375-9601(88)90114-4.
- [5] Carnal O, Mlynek J. Young's Double-Slit Experiment with Atoms: A simple Atom Interferometer[J]. *Phys Rev Lett*, 1991, **66**:2689-2692. DOI:10.1103/PhysRevLett.66.2689.
- [6] Keith D W, Ekstrom C R, Turchette Q A, *et al.* An Interferometer for Atoms[J]. *Phys Rev Lett*, 1991, **66**:2693-2696. DOI:10.1103/PhysRevLett.66.2693.
- [7] Arndt M, Nairz O, Vosandrea J, *et al.* Wave-Particle Duality of C(60) Molecules[J]. *Nature*, 1999, **401**:680-682. DOI:10.1038/44348.
- [8] Bohr N. Das Quantenpostulat Und Die Neuere Entwicklung Der Atomistik[J]. *Naturwissenschaften*, 1928, **16**:245-257. DOI:10.1007/bf01504968.
- [9] Glauber R J, Amplifiers, Attenuators, and Schrödinger's Cat[J]. *Ann N Y Acad Sci*, 1986, **480**:336-372. DOI:10.1111/j.1749-6632.1986.tb12437.x.
- [10] Jaeger G, Shimony A, Vaidman L. Two Interferometric Complementarities[J]. *Phys Rev A*, 1995, **51**:54-67. DOI:10.1103/PhysRevA.51.54.
- [11] Englert B G. Fringe Visibility and Which-Way Information: An Inequality[J]. *Phys Rev Lett*, 1996, **77**:2154-2157. DOI:10.1103/PhysRevLett.77.2154.
- [12] Wheeler J A. The "Past" and the "Delayed-Choice" Double-Slit Experiment, in A. R. Marlow. ed, *Mathematical Foundations of Quantum Theory*[M]. New York: Academic Press, 1978:9-48.
- [13] Wheeler J A, Zurek W H. *Quantum Theory and Measurement*[M]. New York: Princeton Univ Press, 1984:457-461.
- [14] Hellmuth T, Walther H, Zajonc A, *et al.* Delayed-Choice Experiments in Quantum Interference[J]. *Phy Rev A*, 1987, **35**:2532-2541. DOI:10.1103/PhysRevA.35.2532.
- [15] Baldzuhn J, Mohler E, Martienssen W. A Wave-Particle Delayed-Choice Experiment with a Single-Photon State[J]. *Z Physik B-Condensed Matter*, 1989, **77**:347-352. DOI:10.1007/bf01313681.
- [16] Lawson-Daku B J, Asimov R, Gorceix O, *et al.* Delayed Choices in Atom Stern-Gerlach Interferometry[J]. *Phys Rev A*, 1996, **54**:5042-5047. DOI:10.1103/PhysRevA.54.5042.
- [17] Kawai T, Ebisawa T, Tasaki S, *et al.* Realization of a Delayed Choice Experiment Using a Multilayer Cold Neutron Pulser [J]. *Nucl Inst Methods*, 1998, **410**:259-263. DOI:10.1016/S0168-9002(98)00263-0.
- [18] Jacques V, Wu E, Grosshans F, *et al.* Experimental Realization of Wheeler's Delayed-Choice Gedanken Experiment[J]. *Science*, 2007, **315**:966-968. DOI:10.1126/science.1136303.
- [19] Jacques V, Wu E, Grosshans F, *et al.* Delayed-Choice Test of Quantum Complementarity with Interfering Single Photons [J]. *Phys Rev Lett*, 2008, **100**:220402. DOI:10.1103/PhysRevLett.100.220402.
- [20] 贾爱爱. 多自由度及系统损耗对波粒二象性的影响[D]. 太原:山西大学, 2014:3-8.
- [21] Ionicioiu R, Terno D R. Proposal for a Quantum Delayed-Choice Experiment[J]. *Phys Rev Lett*, 2011, **107**:230406. DOI:10.1103/PhysRevLett.107.230406.
- [22] Tang J, Li Y, Xu X, *et al.* Realization of Quantum Wheeler's Delayed-Choice Experiment[J]. *Nature Photonics*, 2012, **6**:600-604. DOI:10.1038/nphoton.2012.179.
- [23] Shadbolt P. A Quantum Delayed-Choice Experiment[J]. *Science*, 2012, **338**:634-637. DOI:10.1126/science.1226719.

- [24] Kaiser F, Coudreau T, Milman P, *et al.* Entanglement-Enabled Delayed-Choice Experiment[J]. *Science*, 2012, **338**: 637-639. DOI:10.1126/science.1226755.
- [25] Tang J, Li Y, Li C, *et al.* Revisiting Bohr's Principle of Complementarity Using a Quantum Device[J]. *Phys Rev A*, 2013, **88**:014103. DOI:10.1103/PhysRevA.88.014103.
- [26] Liu H, Huang J, Gao J, *et al.* Relation between Wave-Particle Duality and Quantum Uncertainty[J]. *Phys Rev A*, 2012, **85**:022106. DOI:10.1103/PhysRevA.85.022106.
- [27] Schwindt P D D, Kwiat P G, Englert B G. Quantitative Wave-Particle Duality and Nonerasing Quantum Erasure[J]. *Phys Rev A*, 1999, **60**:4285-4290. DOI:10.1103/PhysRevA.60.4285.
- [28] Huang J, Wölk S, Zhu S, *et al.* Higher-Order Wave-Particle Duality[J]. *Phys Rev A*, 2013, **87**:022107. DOI:10.1103/PhysRevA.87.022107.
- [29] Huang J, Liu H, Gao J, *et al.* Experimental Test of the First-and Second-order Duality Relations for the Two-Photon States[J]. *Phys Rev A*, 2013, **88**:013828. DOI:10.1103/PhysRevA.88.013828.
- [30] Jia A, Huang J, Zhang T, *et al.* Influence of Losses on the Wave-Particle Duality[J]. *Phys Rev A*, 2014, **89**:042103. DOI:10.1103/PhysRevA.89.042103.
- [31] Manning A G, Khakimov R I, Dall R G, *et al.* Wheeler's Delayed-Choice Gedanken Experiment with a Single Atom[J]. *Nat Phys*, 2015, **11**:539-542. DOI:10.1038/nphys3343.
- [32] Wang Z, Tian Y, Yang C, *et al.* Experimental Test of Bohr's Complementarity Principle with Single Neutral Atom[Z/OL]. *Phys Rev A*, 2016, **94**:062124. DOI:10.1103/PhysRevA.94.062124.
- [33] Yang C, Jia A, Deng X, *et al.* Losses-Based Test of Wave-Particle Duality with Mach-Zehnder Interferometers[Z/OL]. arxiv, 2014, 1402.0370v2.