量子光学学报 31(2):020601, 2025
Journal of Quantum Optics

DOI:10.3788/JQO20253102.0601

超冷 $^{23}Na^{40}K$ 分子超精细能级激发谱的测量

贾甜， 顾正宇， 王鹏军†

（山西大学光电研究所，光量子技术与器件全国重点实验室 山西 太原 030006）

摘要：本文通过 $^{23}Na^{40}K$ Feshbach 弱束缚分子单光子损耗谱测量了 $^{23}Na^{40}K$ 激发态 $B^1\Pi|v=4, J=1\rangle \sim c^3\Sigma^+|v=25, N=1, J=1\rangle$ 的超精细能谱。首先理论分析了激发态超精细能级结构并给出 Feshbach 分子态跃迁到中间激发态的具体频率及能级表示。实验上测量了在不同偏振激发光作用下 $^{23}Na^{40}K$ Feshbach 分子的损耗谱。通过理论与测量结果对比，确定了激发态超精细能级的激发谱，从中发现实验探测到一个新的损耗峰。该测量结果为通过中间激发态制备合成最低振转能级的 $^{23}Na^{40}K$ 基态分子提供了重要依据。

关键词：Feshbach 分子；激发态光谱；超精细能级结构

中图分类号：O561.3　　**文献标识码**：A

Measurement of the Hyperfine Excited State Spectroscopy of Molecules $^{23}Na^{40}K$

JIA Tian, GU Zheng-yu, WANG Peng-jun†

(*State Key Laboratory of Quantum Optics Technologies and Devices, Institute of Opto-Electronics*, *Shanxi University*, *Taiyuan* 030006, *China*)

Abstract: Ultracold molecules have broad applications in quantum chemistry, precision measurement, quantum simulation, and quantum computing. The dipole-dipole intermolecular interaction is long-range, anisotropic, and tunable, and can be controlled by adjusting the external electric field. Molecules also have a wide range of energy level transition, from kHz to several hundred THz, which makes the molecule uniquely advantageous in quantum information transmission between different systems and many-body quantum physics research. It is very difficult to obtain ultracold molecules by directly laser cooling in the experiments.

Currently, the only way to obtain ultracold molecules at the nK temperature is to transfer atoms at the nK to molecules in the rovibrational ground state using the stimulated Raman adiabatic passage (STIRAP). In recent years, the STIRAP technique has been successfully applied to prepare ultracold diatomic molecules in the lowest rovibrational ground state, Many bis-alkali metal molecules have been prepared by this method, such as bosonic molecules $^{133}Cs_2$, $^{6}Li^{40}K$, $^{87}Rb^{133}Cs$, $^{23}Na^{87}Rb$, $^{23}Na^{39}K$, $^{23}Na^{133}Cs$ and fermionic molecules $^{87}Rb^{40}K$、$^{23}Na^{40}K$. The Feshbach molecule state is coupled to the rovibrational ground state using Pump and Stokes light, and then the Rabi frequency is controlled over time to transfer adiabatically the weakly bound state of the Feshbach molecule to the absolute rovibrational ground state. The transfer efficiency to the ground state can achieved high. Both the

收稿日期：2024-01-22； **接受日期**：2024-02-28

基金项目：国家自然科学基金面上项目（11974224）

作者简介：贾甜（1998−），女，山西太原人，硕士研究生，主要研究方向为超冷原子分子。

†通信作者：王鹏军，E-mail: pengjun_wang@sxu.edu.cn

中国知网 https://www.cnki.net

STIRAP efficiency and the target hyperfine ground state depend on the selection of the intermediate state during the STIRAP process, so it is important to accurately measure and calibrate the hyperfine energy level excitation spectra of the intermediate state experimentally.

The hyperfine energy spectroscopy in the excited state $B\,^1\Pi\left|\mathrm{v}=4, J=1\right\rangle\sim c^3\Sigma^+\left|v=25, N=1, J=1\right\rangle$ of $^{23}Na^{40}K$ is measured by the single-photon induced loss of the Feshbach weakly bound molecules. The hyperfine energy level structure of the excited states is theoretically analyzed. The specific frequencies and energy levels of the transition from the Feshbach molecular state to the hyperfine energy level of the excited state are calculated. The loss spectroscopy of $^{23}Na^{40}K$ Feshbach molecules with different pump light polarization is measured experimentally. Compared the theoretical and measured results, excited state hyperfine energy levels are calibrated, from which a new loss structure is observed. This work provides an important basis for the preparation of molecules $^{23}Na^{40}K$ in their absolute rovibrational and hyperfine ground state via intermediate excited states.

Keywords: Feshbach molecule; excited state spectroscopy; hyperfine structure

1 引言

超冷分子由于具有复杂的能级结构，在量子化学、精密测量、量子模拟、量子计算领域具有广阔的应用前景[1−3]。超冷极性分子拥有固有的永久电偶极矩，其中偶极−偶极的相互作用是长程、各向异性和可调的[4]，可以通过调节外部电场实现相互作用的调控。分子还拥有很大跨度的能级跃迁频率，从kHz到几百THz，使其在不同系统之间的量子信息传输和多尺度量子物理研究中具有独特的优势，但是实验中通过直接冷却分子获得超冷分子样品十分困难[5−9]。

目前获得nK温度量级分子样品的唯一途径是利用受激拉曼绝热（stimulated Raman adiabatic passage, STIRAP）技术将处在nK量级的原子合成转移到绝对基态的分子。近年来，STIRAP技术已成功应用于制备最低振动基态的超冷碱金属双原子分子，目前通过此方法成功制备到振转基态的双碱金属分子有玻色型分子$^{133}Cs_2$[10−11]、$^{6}Li^{40}K$[12]、$^{87}Rb^{133}Cs$[13−14]、$^{23}Na^{87}Rb$[15]、$^{23}Na^{39}K$[16]、$^{23}Na^{133}Cs$[17]和费米型分子$^{87}Rb^{40}K$[18]、$^{23}Na^{40}K$[19−20]。实验上使用分别为激发和斯托克斯的两束光场将Feshbach分子态与分子基态耦合，再控制两个跃迁拉比频率随时间变化，将弱束缚态的Feshbach分子绝热地转移到所需的最低振转分子基态，从而实现基态分子的高效率制备[21]。其中STIRAP转移效率和不同最低振转能级的超精细态制备都依赖于在STIRAP过程中分子激发态能级的选择，因此实验上对分子激发态的超精细能级激发谱的精确测量和标定十分重要。文献[22]给出了分子$^{23}Na^{40}K$的多个激发态能级激发谱，但是分辨率不高，无法精确地从实验数据中分辨激发态的超精细能级。

本文详细研究了$^{23}Na^{40}K$激发态$B\,^1\Pi\left|v=4, J=1\right\rangle\sim c^3\Sigma^+\left|v=25, N=1, J=1\right\rangle$的超精细能级结构。首先理论计算了该激发态的精确能级频率并给出能级标示。实验上通过测量Feshbach分子在不同偏振光作用下的损耗谱，通过对损耗谱进行拟合得到了$^{23}Na^{40}K$中间激发态的超精细能级谱。最后理论结果与实验结果对比，得到了实验测量激发谱的高精度标定。实验上还探测到一个新的损耗峰。该实验结果为精确制备处在最低振转能级不同超精细态的超冷$^{23}Na^{40}K$分子提供了重要依据。

2 理论分析

实验上选择电子激发态$B^1\Pi\left|v=4, J=1\right\rangle\sim c^3\Sigma^+\left|v=25, N=1, J=1\right\rangle$作为合成基态分子的耦合中间激发态$\left|\Psi_f\right\rangle$，其中$v$、$N$、$J$分别为分子态的振动量子数，转动量子数和电子总角动量量子数。由于选用的激发态均为$\left|J=1\right\rangle$态，所以本文只针对$\left|\Psi_f, J=1\right\rangle$态进行讨论。

首先分别对单个电子激发态$B\,^1\Pi$和$c^3\Sigma^+$进行研究。由文献[23]可知，电子态$B\,^1\Pi$中角动量之间的耦合遵循洪德定则(a)，如图1（a），由于电子与原子核之间的强静电相互作用，电子轨道角动量$\boldsymbol{L}$与分子轴耦合作用最强，$\boldsymbol{L}$在分子轴方向上的量子化投影$\boldsymbol{\Lambda}$。由于$\boldsymbol{L}$与电子自旋角动量$\boldsymbol{S}$之间的强自旋轨道相互作用使得$\boldsymbol{S}$沿分子轴形成投影$\boldsymbol{\Sigma}$，$\boldsymbol{\Sigma}$与$\boldsymbol{\Lambda}$

中国知网 https://www.cnki.net

形成角动量投影 $\boldsymbol{\Omega}$，之后 $\boldsymbol{\Omega}$ 与原子核的转动角动量 $\boldsymbol{R}$ 耦合成电子总角动量 $\boldsymbol{J}$，因此在非耦合表象下，$B^1\Pi$ 态的超精细能级可以按非耦合基矢 $\left|\Omega, J, m_J, m_{i\mathrm{Na}}, m_{i\mathrm{K}}\right\rangle$ 展开，其中 m_J、$m_{i\mathrm{Na}}$ 和 $m_{i\mathrm{K}}$ 分别为电子总角动量 $\boldsymbol{J}$、核自旋角动量 $\boldsymbol{I}_{\mathrm{Na}}$ 和 $\boldsymbol{I}_{\mathrm{K}}$ 沿磁场方向的分量，文中定义外磁场方向沿着 Z 轴。

电子态 $c^3\Sigma^+$ 能级角动量之间的耦合遵循洪德定则(b)，见图 1（b），电子轨道角动量 $\boldsymbol{L}$ 与分子轴耦合强度依然很大，$\boldsymbol{L}$ 沿分子轴形成投影 $\boldsymbol{\Lambda}$，但是电子轨道角动量 $\boldsymbol{L}$ 与自旋角动量 $\boldsymbol{S}$ 耦合比洪德定则(a)较弱，角动量 $\boldsymbol{L}$ 先与原子核的转动角动量 $\boldsymbol{R}$ 耦合为转动轨道角动量 $\boldsymbol{N}$，进而 $\boldsymbol{N}$ 与 $\boldsymbol{S}$ 耦合成电子总角动量 $\boldsymbol{J}$，因此 $c^3\Sigma^+$ 态可以按非耦合基矢 $\left|N, S, J, m_J, m_{i\mathrm{Na}}, m_{i\mathrm{K}}\right\rangle$ 展开[24]。

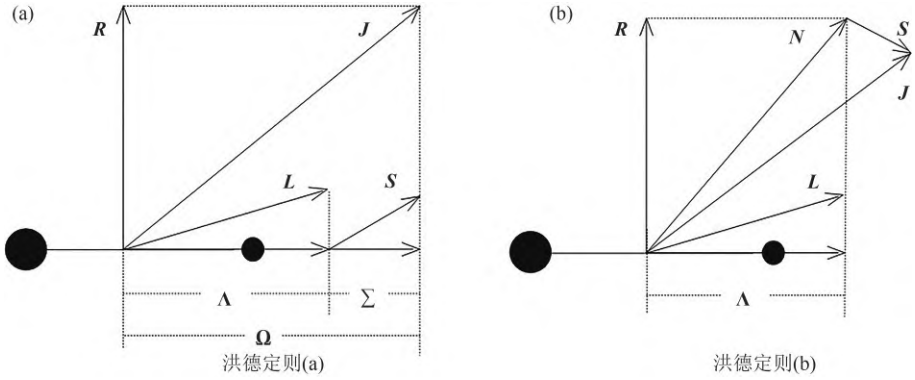


图 1.（a）电子态 $B^1\Pi$ 中角动量之间的耦合遵循洪德定则(a)；（b）电子态 $c^3\Sigma^+$ 中角动量之间的耦合遵循洪德定则(b)。

Fig. 1. Angular momentum coupling diagram of Hund's case (a) and (b).

耦合中间激发态 $\left|\Psi_f\right\rangle$ 是自旋轨道耦合导致的电子激发态 $B^1\Pi$ 与 $c^3\Sigma^+$ 的叠加态，用 $\left|\Psi_f\right\rangle = a\left|\Psi_c\right\rangle + b\left|\Psi_B\right\rangle$ 来表示耦合激发态的能级[25]。耦合激发态能级需要在耦合基矢下展开，因此分析耦合表象下角动量之间的耦合。电子总角动量 $\boldsymbol{J}$ 与钠原子的核自旋 $\boldsymbol{I}_{\mathrm{Na}}$ 首先耦合成新的量子数 $\vec{F}_1 = \vec{J} + \vec{I}_{\mathrm{Na}}$，量子数 $\boldsymbol{F}_1$ 再与 $\boldsymbol{I}_{\mathrm{K}}$ 耦合成总量子数 $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{I}_{\mathrm{K}}$，在高磁场下 $\boldsymbol{F}$ 又劈裂成 $(2F+1)$ 个态，用 m_F 表示。其中总量子数沿磁场轴向的投影 m_F 为唯一的“好量子数”，此时耦合能级可以用 $\left|F_1, F, m_F\right\rangle$ 表示[26]。

为了实现后续哈密顿量的对角化，需要将耦合基矢 $\left|F, m_F\right\rangle$ 在非耦合基矢 $\left|J, m_J, m_{i\mathrm{Na}}, m_{i\mathrm{K}}\right\rangle$ 下展开。由于激发态有 $\vec{F}_1 = \vec{J} + \vec{I}_{\mathrm{Na}}$ 和 $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{I}_{\mathrm{K}}$ 耦合，因此需要经过两次 $C-G$ 系数变换。第一步，基矢 $\left|F_1, m_{F_1}\right\rangle$ 在非耦合基矢 $\left|J, m_J, m_{i\mathrm{Na}}, m_{i\mathrm{K}}\right\rangle$ 下展开[27]

$$\left|F_1, m_{F_1}\right\rangle = \sum_{m_J, m_{i\mathrm{Na}}} \left|J, m_J, I_{\mathrm{Na}}, m_{i\mathrm{Na}}\right\rangle \left\langle J, m_J, I_{\mathrm{Na}}, m_{i\mathrm{Na}}\right| F_1, m_{F_1}\rangle = \sum_{m_J, m_{i\mathrm{Na}}} \left|J, m_J, I_{\mathrm{Na}}, m_{i\mathrm{Na}}\right\rangle S^{J, I_{\mathrm{Na}}}_{m_J, m_{i\mathrm{Na}}, F_1, m_{F_1}}, \tag{1}$$

其中 $C-G$ 系数 $S^{J, I_{\mathrm{Na}}}_{m_J, m_{i\mathrm{Na}}, F_1, m_{F_1}}$ 用 Wigner 3-j 系数表示

$$S^{J, I_{\mathrm{Na}}}_{m_J, m_{i\mathrm{Na}}, F_1, m_{F_1}} = (-1)^{I_{\mathrm{Na}} - J - m_{F_1}} \sqrt{(2F_1+1)} \sum_{m_J, m_{i\mathrm{Na}}} \begin{pmatrix} J & I_{\mathrm{Na}} & F_1 \\ m_J & m_{i\mathrm{Na}} & -m_{F_1} \end{pmatrix}。 \tag{2}$$

第二步，耦合基矢 $\left|F, m_F\right\rangle$ 在表象 $\left|F_1, m_{F_1}\right\rangle$ 基矢下展开。由于电子激发态超精细分裂的主要贡献来自钠原子核自旋。为了简化运算，忽略掉不同 F_1 态之间的耦合

$$\left|F, m_F\right\rangle = \sum_{m_{F1}, m_{i\mathrm{K}}} \left|F_1, m_{F1}, I_{\mathrm{K}}, m_{i\mathrm{K}}\right\rangle \left\langle F_1, m_{F1}, I_{\mathrm{K}}, m_{i\mathrm{K}}\right| F, m_F\rangle = \sum_{m_{F1}, m_{i\mathrm{K}}} \left|F_1, m_{F1}, I_{\mathrm{K}}, m_{i\mathrm{K}}\right\rangle S^{F_1, I_{\mathrm{K}}}_{m_{F_1}, m_{i\mathrm{K}}, F, m_F}, \tag{3}$$

其中 $C-G$ 系数 $S^{F_1, I_{\mathrm{K}}}_{m_{F_1}, m_{i\mathrm{K}}, F, m_F}$ 用 Wigner 3-j 系数表示

$$S^{F_1, I_{\mathrm{k}}}_{m_{F_1}, m_{i\mathrm{K}}, F, m_F} = (-1)^{I_{\mathrm{K}} - F_1 - m_F} \sqrt{(2F+1)} \sum_{m_{F_1}, m_{i\mathrm{K}}} \begin{pmatrix} F_1 & I_{\mathrm{K}} & F \\ m_{F_1} & m_{i\mathrm{K}} & -m_F \end{pmatrix}。 \tag{4}$$

中国知网　https://www.cnki.net

2.1 中间耦合态能级结构分析

激发态$B\,^1\Pi$~$c^3\Sigma^+$的哈密顿量表示为[28]

$$H=H_{\text{fine}}+H_Z^B+H_Z^c+H_{hf,\text{Na}}^c+H_{hf,\text{K}}^c。\tag{5}$$

H_{fine}为中间耦合态$B\,^1\Pi|J=1\rangle$和$c^3\Sigma^+|J=1\rangle$精细能级结构的哈密顿量，其余四项为中间态的超精细能级结构。$H_Z^{B,c}$描述了$B\,^1\Pi$态和$c^3\Sigma^+$态的塞曼效应，$H_{hf,\text{Na}}^c$和$H_{hf,\text{K}}^c$是$c^3\Sigma^+$态的超精细能级项，由电子总角动量与钠原子核自旋和钾原子核自旋的费米接触相互作用引起。

对于$|J=1\rangle$态，精细结构哈密顿量在基矢$B\,^1\Pi|J=1\rangle$、$c^3\Sigma^+|N=1,J=1\rangle$下表示为

$$\boldsymbol{H}_{\text{fine}}=\boldsymbol{H}_{J=1}=\begin{pmatrix}E_B & \xi_{Bc}\\ \xi_{Bc} & E_c\end{pmatrix},\tag{6}$$

其中E_B=17289.158 cm^{-1}，E_c=17289.338 cm^{-1}，两个基矢的自旋轨道耦合强度ξ_{Bc}=0.27 cm^{-1}[22]。本征态表示为如下形式[29]

$$|J=1\rangle_a=\alpha\left|c^3\Sigma^+,N=1,J=1\right\rangle+\beta\left|B^1\Pi,\,J=1\right\rangle,\tag{7}$$

$$|J=1\rangle_b=-\beta^*\left|c^3\Sigma^+,N=1,J=1\right\rangle+\alpha^*\left|B^1\Pi,\,J=1\right\rangle。\tag{8}$$

通过计算，得到$\alpha=0.95$、$\beta=0.27999$，由此可得对于$|J=1\rangle_a$态，$\left|c^3\Sigma^+,N=1,J=1\right\rangle$与$\left|B^1\Pi,J=1\right\rangle$的耦合比例为$|\alpha|^2/|\beta|^2=92\%/8\%$，该态的分裂主要由三重态$c^3\Sigma^+$主导；对于$|J=1\rangle_b$态，$\left|c^3\Sigma^+,N=1,J=1\right\rangle$与$\left|B^1\Pi,\,J=1\right\rangle$的耦合比例为$|\alpha|^2/|\beta|^2=8\%/92\%$，该态的分裂主要由单重态$B\,^1\Pi$主导。文献[22]给出了Feshbach分子态$a^3\Sigma^+\left|v=19,J=1,\mathrm{m}_F=-7/2\right\rangle$到中间激发态$|J=1\rangle_a$和$|J=1\rangle_b$的跃迁频率，大约为360.19065 THz（832.316 nm）和360.2212 THz（832.245 nm）。

2.2 中间耦合态超精细结构$H_{Z,hf}$分析

考虑塞曼效应与核自旋对于$|J=1\rangle_a$态的影响，其超精细结构的哈密顿量表示为

$$H_{\text{Z,hf}}=H_Z^B+H_Z^c+H_{\text{hf,Na}}^c+H_{\text{hf,K}}^c。\tag{9}$$

$B\,^1\Pi$态在外加磁场中原子的总磁矩与磁场相互作用的哈密顿量表示为

$$H_Z^B=\mu_B(g_L^B\vec{L}+g_S^B\vec{S})\cdot\vec{B}=\mu_B\frac{(g_L^B\vec{L}\cdot\vec{J}+g_S^B\vec{S}\cdot\vec{J})}{J^2}\vec{J}\cdot\boldsymbol{B},\tag{10}$$

其中μ_B为玻尔磁子，g_L^B为电子轨道朗德g因子$g_L^B=1$，g_S^B为电子自旋朗德g因子$g_S^B=2.0023$[30]。因为$B\,^1\Pi$态角动量之间的耦合遵循洪德定则(a)，角动量$\boldsymbol{L}$与电子自旋角动量$\boldsymbol{S}$之间的自旋轨道相互作用很强，根据$\vec{J}=\vec{L}+\vec{S}$得到

$$\vec{L}\cdot\vec{J}=\frac{1}{2}(J^2-S^2+L^2),\tag{11}$$

$$\vec{S}\cdot\vec{J}=\frac{1}{2}(J^2-L^2+S^2)。\tag{12}$$

将上式带入（10）式，得到

$$H_Z^B=\mu_B[g_L^B\frac{J^2-S^2+L^2}{2J^2}+g_s^B\frac{J^2-L^2+S^2}{2J^2})]\vec{J}\cdot\vec{B}$$
$$=\mu_B g_J^B\vec{J}\cdot\vec{B},\tag{13}$$

$B\,^1\Pi$态的好量子数为$\Lambda=1$、$\Sigma=0$、$\Omega=1$、$J=1$，遵循洪德定则(a)，因此$B\,^1\Pi$态的$g_J^B=g_L^B/\big(J(J+1)\big)=1/\big(J(J+1)\big)$[30]，将$H_Z^B$作用在$B\,^1\Pi$态的非耦合表象下对角化得

$$\left\langle J,m_J\right|H_Z^B\left|J,m_J\right\rangle=\mu_B B\frac{m_J}{J(J+1)}。\tag{14}$$

由公式（14）可知，$B\,^1\Pi$态塞曼项能级分裂与m_J有关，m_J为电子总角动量$\boldsymbol{J}$沿磁场方向的分量$m_J=0,\pm1$。激发态$|J=1\rangle_b$的塞曼效应由单重态$B\,^1\Pi$占主导时，明显看到三个分立的能级簇，之间的频率差约为$\mu_B B/2$。外磁场85.6 G作用下，$|J=1\rangle_b$态的能级分裂约为60 MHz[22]。

$c^3\Sigma^+$态是具有开壳层电子结构的能级态，电子轨道角动量$\boldsymbol{L}$在分子轴投影$\Lambda=0$，μ_B比核磁矩μ_N大两千多倍，塞曼效应主要来自电子自旋的贡献，由电子自旋角动量$\boldsymbol{S}$沿外加磁场作进动引起[31]。塞曼效应的哈密顿量H_Z^c表示为

$$H_Z^c=\mu_B g_s\overrightarrow{S^c}\cdot\vec{B}。\tag{15}$$

将H_Z^c作用在$c^3\Sigma^+$态的非耦合表象下，表示为$\left\langle S,N,J,m_J\right|H_Z^c\left|S^{'},N^{'},J^{'},m_J^{'}\right\rangle$形式。$c^3\Sigma^+$态角动量之间的耦合遵循洪德定则(b)，$S_Z^c$在非耦合表象$\left|S,N,J,m_J\right\rangle$下不是对角的，因此计算该矩阵元需要将$\left|S,N,J,m_J\right\rangle$在$|S\rangle$基矢下展开。

首先利用Wigner-Eckart定理将基矢$\left|N,S,J,m_J\right\rangle$变换到$|N,S,J\rangle$基矢下[27]

$$\left\langle N^{'},S^{'},J^{'},m_J^{'}\right|S_Z^c\left|N,S,J,m_J\right\rangle=$$
$$(-1)^{J-m_J}\begin{pmatrix}J & 1 & J^{'}\\ -m_J & 0 & m_J\end{pmatrix}\left\langle N^{'},S^{'},J^{'}\right\|S_Z^c\|N,S,J\rangle,\tag{16}$$

式中$\left\langle N^{'},S^{'},J^{'}\right\|S_Z^c\|N,S,J\rangle$为$S_Z^c$的约化矩阵，量子数$\vec{J}=\vec{N}+\vec{S}$，用Wigner 6-j系数继续约化矩阵[32]

中国知网 https://www.cnki.net

$$\left\langle N,S',J'\left\| S_Z^c \right\| N,S,J \right\rangle = (-1)^{J+N+1+S}\sqrt{(2J'+1)(2S+1)}\begin{Bmatrix} J & S & N \\ S & J' & 1 \end{Bmatrix}\left\langle S'\left\| S_Z^c \right\| S \right\rangle。 \tag{17}$$

S_Z^c为自旋角动量在磁场Z轴方向的分量，在其本身基矢$\left|S,m_S\right\rangle$下对角化得到

$$\left\langle S',m_S'\left| S_Z^c \right| S,m_S \right\rangle = \delta_{S,S'}\delta_{m_S,m_S'}m。 \tag{18}$$

利用 Wigner-Eckart 定理求解矩阵元$\left\langle S',m_s'\left| S_Z^c \right| S,m_s \right\rangle$：

$$\left\langle S',m_S'\left| S_Z^c \right| S,m_S \right\rangle = (-1)^{S-m_S}\begin{pmatrix} S & 1 & S \\ -m_S & 0 & m_S \end{pmatrix}\left\langle S\left\| S_Z^c \right\| S \right\rangle, \tag{19}$$

其中Wigner 3-j系数表示为[31]

$$\begin{pmatrix} S & 1 & S \\ -m_S & 0 & m_S \end{pmatrix} = \frac{(-1)^{S-m_S}m}{\sqrt{S(S+1)(2S+1)}}。 \tag{20}$$

根据公式（18）（19）（20）求解得出约化矩阵元$\left\langle S\left\| S_Z^c \right\| S \right\rangle$：

$$\left\langle S\left\| S_Z^c \right\| S \right\rangle = \sqrt{S(S+1)(2S+1)}。 \tag{21}$$

因此$\left\langle S,N,J,m_J\left| H_Z^c \right| S',N',J',m_J' \right\rangle$矩阵元表示为

$$\begin{aligned}
&\left\langle S,N,J,m_J\left| H_Z^c \right| S,N,J',m_J' \right\rangle = \left\langle S,N,J,m_J\left| \mu_B g_S B S_Z^c \right| S,N,J',m_J' \right\rangle = \\
&\mu_B g_S B(-1)^{J-m_J}\begin{pmatrix} J & 1 & J' \\ -m_J & 0 & m_J \end{pmatrix}\left\langle S,N,J\left\| S_Z^c \right\| S,N,J' \right\rangle = \\
&\mu_B g_S B(-1)^{J-m_J}\begin{pmatrix} J & 1 & J' \\ -m_J & 0 & m_J \end{pmatrix}(-1)^{J+N+1+S}\sqrt{(2J'+1)(2J+1)}\times\begin{Bmatrix} J & S & N \\ S & J' & 1 \end{Bmatrix}\left\langle S\left\| S_Z^c \right\| S \right\rangle = \\
&\mu_B g_S B(-1)^{J-m_J}\sqrt{(2J+1)}\begin{pmatrix} J & 1 & J' \\ -m_J & 0 & m_J \end{pmatrix}(-1)^{J+N+1+S}\sqrt{(2J'+1)}\times\begin{Bmatrix} J & S & N \\ S & J' & 1 \end{Bmatrix}\sqrt{S(S+1)(2S+1)}。
\end{aligned} \tag{22}$$

$c^3\Sigma^+$态的超精细项哈密顿量为

$$H_{\mathrm{hf,Na}}^c = \alpha_{\mathrm{Na}}\overrightarrow{I_{\mathrm{Na}}}\cdot\vec{J}, \tag{23}$$

$$H_{\mathrm{hf,K}}^c = \alpha_{\mathrm{K}}\overrightarrow{I_{\mathrm{K}}}\cdot\vec{J}, \tag{24}$$

其中α_{Na}和α_{K}为分子激发态的超精细常数，α_{Na}=0.0112 cm^{-1}（0.336 GHz），α_{K}=−0.0012 cm^{-1}（0.036 GHz）[22]。

$H_{\mathrm{hf,Na}}^c$为角动量$\boldsymbol{J}$与$\boldsymbol{I}_{\mathrm{Na}}$的耦合，它的本征函数为$\left|F_1,m_{F_1}\right\rangle$基矢，因此将$H_{\mathrm{hf,Na}}^c$作用在$\left|F_1,m_{F_1}\right\rangle$基矢下可得

$$\begin{aligned}
\left\langle F_1',m_{F_1}'\left| \hat{H}_{\mathrm{hf,Na}} \right| F_1,m_{F_1} \right\rangle = {}& \frac{\alpha_{\mathrm{Na}}}{2J(J+1)}\left[F_1(F_1+1)-\right. \\
& \left. I_{\mathrm{Na}}(I_{\mathrm{Na}}+1)-J(J+1)\right]\delta_{F_1F_1'}\delta_{m_{F_1}m_{F_1}'},
\end{aligned} \tag{25}$$

$H_{\mathrm{hf,K}}^c$为角动量$\boldsymbol{F}_1$与$\boldsymbol{I}_{\mathrm{K}}$之间的耦合，因此二次耦合之后的能级$\left|F,m_F\right\rangle$为它的本征函数，表示为[28]

$$\begin{aligned}
&\left\langle F,m_F\left| \widehat{H}_{\mathrm{hf,K}} \right| F',m_F' \right\rangle = \\
&\frac{\alpha_{\mathrm{K}}}{4F_1(F_1+1)J(J+1)}\left[I_{\mathrm{Na}}(I_{\mathrm{Na}}+1)-\right. \\
&\left. F_1(F_1+1)-J(J+1)\right]\times \\
&\left[F(F+1)-F_1(F_1+1)-I_{\mathrm{K}}(I_{\mathrm{K}}+1)\right]\delta_{FF'}\delta_{m_Fm_F'},
\end{aligned} \tag{26}$$

最后整理公式（14）（22）（25）和（26），得到总的超精细能级项$H_{\mathrm{Z,hf}}$的矩阵元

$$\begin{aligned}
&\left\langle F',m_F'\left| \hat{H}_{\mathrm{Z,hf}} \right| F,m_F \right\rangle = |\alpha|^2\left(\left\langle F',m_F'\left| \hat{H}_Z^B \right| F,m_F \right\rangle\right)+|\beta|^2\left(\left\langle F',m_F'\left| \hat{H}_Z^c \right| F,m_F \right\rangle+\left\langle F',m_F'\left| \hat{H}_{\mathrm{hf,Na}}^c \right| F,m_F \right\rangle+\right. \\
&\left.\left\langle F',m_F'\left| \hat{H}_{\mathrm{hf,K}}^c \right| F,m_F \right\rangle\right) = |\alpha|^2\sum_{m_{F_1},m_{\mathrm{iK}}} S_{m_{F_1}m_{\mathrm{iK}}F'm_F'}^{F_1,I_{\mathrm{K}}} S_{m_{F_1}m_{\mathrm{iK}}Fm_F}^{F_1,I_{\mathrm{K}}}\sum_{m_J,m_{\mathrm{iNa}}} S_{m_Jm_{\mathrm{iNa}}F_1'm_{F_1}'}^{J,I_{\mathrm{Na}}} S_{m_Jm_{\mathrm{iNa}}F_1m_{F_1}}^{J,I_{\mathrm{Na}}}\frac{\mu_B m_J}{J(J+1)}B+ \\
&|\beta|^2\sum_{m_{F_1},m_{\mathrm{iK}}} S_{m_{F_1}m_{\mathrm{iK}}F'm_F'}^{F_1,I_{\mathrm{K}}} S_{m_{F_1}m_{\mathrm{iK}}Fm_F}^{F_1,I_{\mathrm{K}}}\sum_{m_J,m_{\mathrm{iNa}}} S_{m_Jm_{\mathrm{iNa}}F_1'm_{F_1}'}^{J,I_{\mathrm{Na}}} S_{m_Jm_{\mathrm{iNa}}F_1m_{F_1}}^{J,I_{\mathrm{Na}}}\mu_B g_S(-1)^{J-m_J}\begin{pmatrix} J & 1 & J' \\ -m_J & 0 & m_J \end{pmatrix}(-1)^{J+N+1+S}\times \\
&\begin{Bmatrix} J & S & N \\ S & J' & 1 \end{Bmatrix}\sqrt{(2J'+1)(2J+1)S(S+1)(2S+1)}\,B+|\beta|^2\sum_{m_{F_1},m_{\mathrm{iK}}} S_{m_{F_1}m_{\mathrm{iK}}F'm_F'}^{F_1,I_{\mathrm{K}}} S_{m_{F_1}m_{\mathrm{iK}}Fm_F}^{F_1,I_{\mathrm{K}}}\frac{\alpha_{\mathrm{Na}}}{2J(J+1)}\times \\
&\left[F_1(F_1+1)-I_{\mathrm{Na}}(I_{\mathrm{Na}}+1)-J(J+1)\right]\delta_{F_1F_1'}\delta_{m_{F_1}m_{F_1}'}+|\beta|^2\frac{\alpha_{\mathrm{K}}}{4F_1(F_1+1)J(J+1)}\times \\
&\left[I_{\mathrm{Na}}(I_{\mathrm{Na}}+1)-F_1(F_1+1)-J(J+1)\right]\times\left[F(F+1)-F_1(F_1+1)-I_{\mathrm{K}}(I_{\mathrm{K}}+1)\right]\delta_{FF'}\delta_{m_Fm_F'}。
\end{aligned} \tag{27}$$

中国知网　https://www.cnki.net

图2为$|J=1\rangle_a$态在外磁场作用下的超精细能级$|F_1,F,m_F\rangle$分裂图，其中红色、绿色、蓝色曲线分别代表能级m_F为$-\frac{5}{2}$、$-\frac{7}{2}$、$-\frac{9}{2}$的计算结果。在零磁场时出现明显分立的三个能级簇。这是因为$|J=1\rangle_a$态的超精细能级分裂主要由三重态$c^3\Sigma^+$主导。此时能级分裂由$H^c_{\mathrm{hf,Na}}+H^c_{\mathrm{hf,K}}$两项决定。由于$\alpha_{\mathrm{Na}}$远远大于$\alpha_{\mathrm{K}}$，能级分裂主要由$H^c_{\mathrm{hf,Na}}$决定，钠原子核自旋$\boldsymbol{I}_{\mathrm{Na}}$与$\boldsymbol{J}$耦合为量子数$\vec{F_1}=\vec{J}+\vec{I_{\mathrm{Na}}}$，因此能级劈裂与量子数$\boldsymbol{F}_1$有关。$\boldsymbol{F}_1$取值分别为5/2，3/2和1/2，对应于明显分立的三个能级簇。每个能级簇中的能级分裂由$H^c_{\mathrm{hf,K}}$产生，钾原子核自旋$\boldsymbol{I}_{\mathrm{K}}$与$\boldsymbol{F}_1$耦合$\vec{F}=\vec{F_1}+\vec{I_{\mathrm{K}}}$，与量子数$\boldsymbol{F}$有关。最终得到108个能态$|F_1,F,m_F\rangle$。

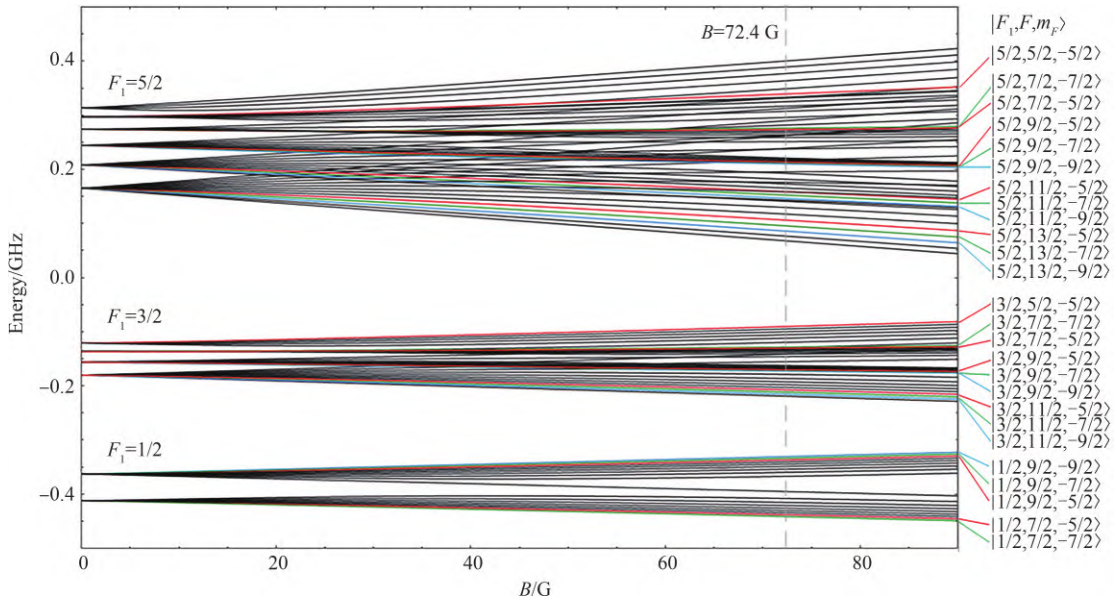


图 2. 外磁场下$|J=1\rangle_a$态的超精细能级分裂图。纵轴能量零点表示Feshbach分子态跃迁到$|J=1\rangle_a$态的跃迁频率360.19065 THz。

Fig. 2. Hyperfine energy level of the intermediate excited state $|J=1\rangle_a$.

实验上Feshbach分子制备在$a^3\Sigma^+|v=19,J=1,m_F=-7/2\rangle$。根据跃迁定则$\Delta F,\Delta m_F=0,\pm1$，Feshbach分子态跃迁到的激发态具有量子数$m_F=-5/2,-7/2,-9/2$。另外，由于闭通道的Feshbach分子总角动量$F=9/2$，开通道的总角动量$F=7/2$，激发态能级$F=3/2$和$F=13/2$是禁止跃迁的。可以实现跃迁的激发态如表1所示。

表 1. 不同偏振下耦合到激发态超精细能级的激发光频率。

Tab. 1. Pump optical frequency coupled to hyperfine level of excited state under different polarization.

σ^-偏振			
序号	实验拟合数据/GHz	72.4 G计算/GHz	能级表示$\|F_1,F,m_F\rangle$
2	190.2483(5)	190.32003	$\|1/2,9/2,-9/2\rangle$
3	190.4149(5)	190.4335	$\|3/2,11/2,-9/2\rangle$
5	190.5299(7)	190.47677	$\|3/2,9/2,-9/2\rangle$
8	190.8038(1)	190.79501	$\|5/2,11/2,-9/2\rangle$
9	190.8775(7)	190.85996	$\|5/2,9/2,-9/2\rangle$

中国知网 https://www.cnki.net

续表 1. 不同偏振下耦合到激发态超精细能级的激发光频率。

Continued Tab. 1. Pump optical frequency coupled to hyperfine level of excited state under different polarization.

σ^+偏振			
序号	实验拟合数据/GHz	72.4 G计算/GHz	能级表示$\lvert F_1,F,m_F\rangle$
1	190.1653(6)	190.21092	$\lvert 1/2,7/2,-5/2\rangle$
2	190.2597(8)	190.31334	$\lvert 1/2,9/2,-5/2\rangle$
		190.44165	$\lvert 3/2,11/2,-5/2\rangle$
		190.47935	$\lvert 3/2,9/2,-5/2\rangle$
5	190.5352(7)	190.52015	$\lvert 3/2,7/2,-5/2\rangle$
		190.56467	$\lvert 3/2,5/2,-5/2\rangle$
		190.80727	$\lvert 5/2,11/2,-5/2\rangle$
		190.86301	$\lvert 5/2,9/2,-5/2\rangle$
10	190.9364(2)	190.92383	$\lvert 5/2,7/2,-5/2\rangle$
11	190.9919(4)	190.99047	$\lvert 5/2,5/2,-5/2\rangle$
π偏振			
序号	实验拟合数据/GHz	72.4 G计算/GHz	能级表示$\lvert F_1,F,m_F\rangle$
		190.20747	$\lvert 1/2,7/2,-7/2\rangle$
2	190.2533(5)	190.31679	$\lvert 1/2,9/2,-7/2\rangle$
4	190.4486(4)	190.43744	$\lvert 3/2,11/2,-7/2\rangle$
5	190.5357(3)	190.47802	$\lvert 3/2,9/2,-7/2\rangle$
6	190.5850(9)	190.52162	$\lvert 3/2,7/2,-7/2\rangle$
7	190.7326(5)	190.80093	$\lvert 5/2,11/2,-7/2\rangle$
		190.8612	$\lvert 5/2,9/2,-7/2\rangle$
10	190.9396(8)	190.92628	$\lvert 5/2,7/2,-7/2\rangle$
12	191.1462(3)		

3　Feshbach 分子的制备和损耗谱测量

为了测量激发态的超精细能级激发谱，实验上用不同偏振的激发光耦合 Feshbach 分子态与激发态。通过测量不同偏振下的 Feshbach 分子损失谱来确定激发态$\lvert J=1\rangle_a$态超精细能级的跃迁频率。

实验上采用磁缔合的方法合成 Feshbach 分子。首先在 80.3 G 制备 ^{23}Na 原子在$\lvert F=1,m_F=1\rangle$超精细态和 ^{40}K 原子在$\lvert F=9/2,m_F=-9/2\rangle$超精细态的混合气体[33–35]。然后分两步扫描磁场，第一步磁场从 80.3 G 扫描到 77.5 G 穿过 78.3 G 的 Feshbach 共振点合成 Feshbach 分子。第二部快速从 77.5 G 扫描到 72.6 G，避免原子–分子非弹性碰撞导致的大量损

中国知网　https://www.cnki.net

耗。随后快速打开梯度磁场，利用分子与原子磁矩不同来清除残余原子。紧接着关闭梯度场并同时升高光阱。此时实验上在72.4 G探测到合成了约3×10^4个Feshbach分子[35]。为了测量Feshbach分子损失谱，采用方波脉冲激发光照射Feshbach分子，脉冲时间50 μs。最后将磁场在10 ms内线性地扫描到80.3 G，实现Feshbach分子的解离，对原子进行探测。实验上通过测量^{40}K原子来确定Feshbach分子的数目、温度等参数。图3（b）为实验时序图。

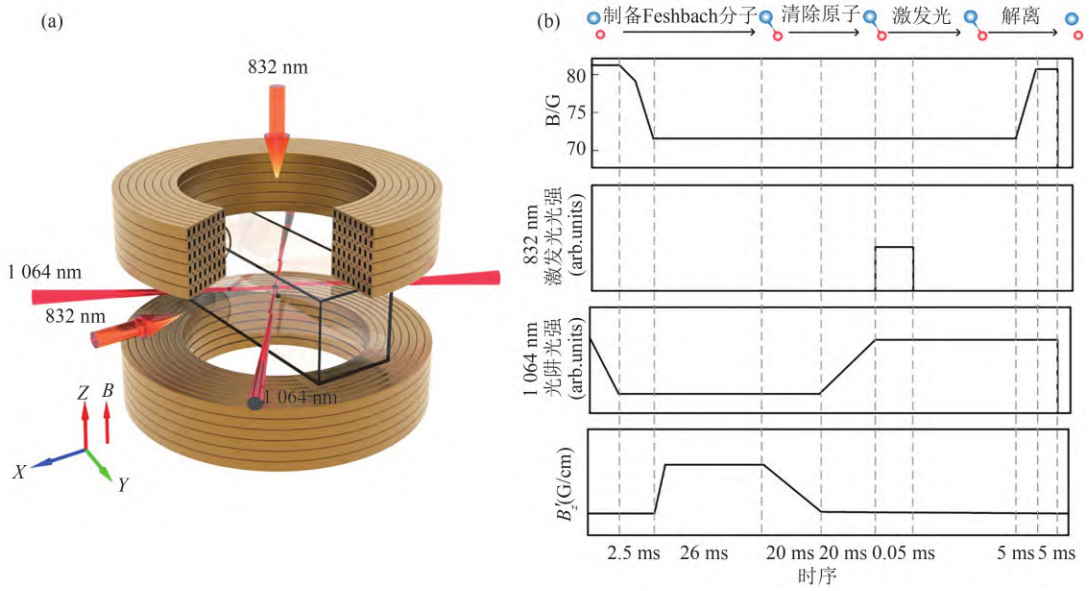


图3. （a） 实验装置图；（b）时序图。

Fig. 3. (a) Experimental setup diagram; (b) Trap configurations and sequence for experiment.

Feshbach分子态$a^3\Sigma^+\left|v=19,J=1,\mathrm{m}_F=-7/2\right\rangle$与中间激发态$B\,^1\Pi\left|v=4,J=1\right\rangle\sim c^3\Sigma^+\left|v=25,N=1,J=1\right\rangle$能级差理论值约为360.19065 THz。实验上首先将832 nm激光器波长调节到了360.191 THz附近，利用波长计（High Finesse, WS7-30）标定频率。通过扫描激光器内的压电陶瓷来粗调激发光频率得到损耗背景，确定了损耗峰的位置在360.190 THz。

实验上采用PDH锁频技术锁定832 nm激发光在超精细腔上，精细度为35200。其中利用电光调制器（Electro-Optic Modulator, EOM）对激发光波长进行调制。将调制边带锁定在超精细腔的反射腔模上。锁定之后的激光线宽小于1 kHz[35]。通过调节EOM的驱动信号源频率来实现对激发光频率的精确调节，可以达到kHz量级。实验中扫描分子损耗谱时采用的扫描步长为10 MHz，来实现中间激发态超精细能级的精确标定。

测量不同偏振态下的损耗谱，需要严格校准激发光的偏振。偏振需经过偏振分光棱镜（PBS）进行偏振纯化，再经过1/2波片和1/4波片优化调整。实验中选取水平方向照射分子，此时激发光的偏振方向沿Z轴方向，与磁场方向平行，对应激发光为π偏振。选取沿Z轴照射分子，激发光的偏振可以调节为σ^-偏振或者σ^+偏振，如图3（a）所示。

图4给出了实验上得到的72.4 G下Feshbach分子的损失谱，其中图4（a）为磁场在72.4 G下的可以与Feshbach分子态耦合的激发态。图4（b）、图4（c）、图4（d）分别是激发光为σ^-偏振、σ^+偏振和π偏振下测得的损失谱。实验上共探测到了12个损耗谱。通过高斯拟合，得到损失谱的中心值，即对应的激发态超精细能态。注意到在图4（d）探测到一个新的损耗谱12。表1列出了实验标定的激发态超精细能级和理论计算结果。

4 理论和实验结果比较

理论计算了$B^1\Pi\left|v=4,J=1\right\rangle\sim c^3\Sigma^+\left|v=25,N=1,J=1\right\rangle$中$\left|J=1\right\rangle_a$态在磁场72.4 G的超精细结构能级差，频率设定的基准点为$\left|J=1\right\rangle_a$态的中心频率360.19065 THz。

中国知网 https://www.cnki.net

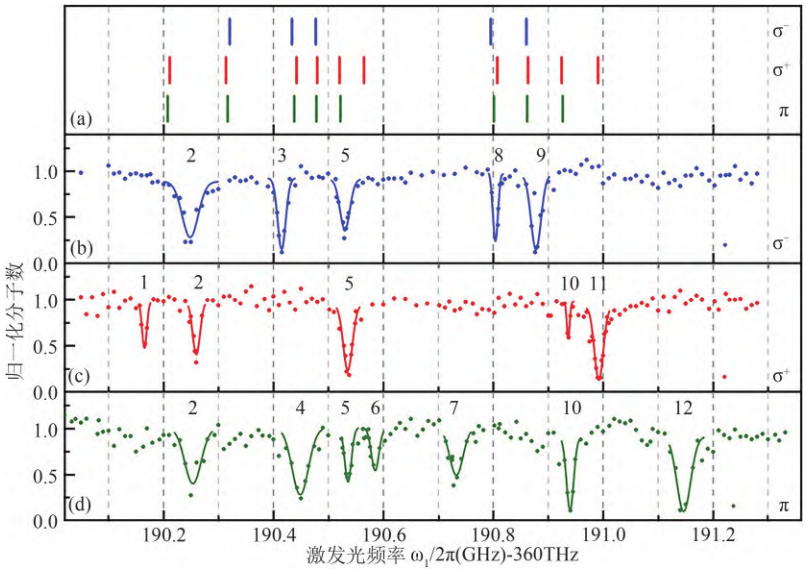


图 4. 不同激发光偏振下的 Feshbach 分子激发谱。理论计算（a）。实际数据（b，c，d），其中实线为高斯拟合。

Fig. 4. Excitation spectra of Feshbach molecules with different pump polarization near 360 THz.

结合两个基准点和能级差，得到了 Feshbach 分子态 $a^3\Sigma^+|v=19,J=1,m_F=-7/2\rangle$ 到 $|J=1\rangle_a$ 态超精细能级的跃迁频率，如表 1 中列举。将实验测得的拟合数据与理论计算所得进行比较，标定 $|J=1\rangle_a$ 态的具体能级表示及 Feshbach 分子态到不同中间激发态的精确跃迁频率。

对比理论计算结果与实验拟合得到的超精细能级频率，可以看到高斯拟合后的激发谱频率与理论计算得到的结果基本吻合，其中有部分能级存在偏差，可能由于测量时激发光偏振不纯导致。测量时偏振不纯的原因可能是由于线圈产生的磁场相对于 Z 轴存在一定的角度。值得注意的是，Feshbach 分子态与不同的激发态超精细能级有不同的耦合强度，因此实验测量得到的损耗谱强度不同。当耦合强度很弱时，实验上无法探测到对应的损耗峰。

5　结论

本文首先理论分析了 $^{23}Na^{40}K$ 分子中间激发态 $B\,^1\Pi|v=4,J=1\rangle\sim c^3\Sigma^+|v=25,N=1,J=1\rangle$ 的超精细能级结构，计算了激发态超精细能级结构的频率，并且分析了从 Feshbach 分子态 $a^3\Sigma^+|v=19,J=1,m_F=-7/2\rangle$ 到中间耦合激发态的跃迁规则。然后介绍了如何在实验上通过测量 $^{23}Na^{40}K$ Feshbach 分子在不同偏振激发光下的损耗谱，从而得到了中间激发态超精细能级谱。通过比较测量结果与理论计算结果，发现两者基本吻合。这些数据能够为实现最低振转基态分子的 STRAP 路径提供重要依据。

参考文献

[1] BOHN J L, REY A M, YE J. Cold molecules: Progress in quantum engineering of chemistry and quantum matter[J]. *Science*, 2017, **357**:1002–1010. DOI: 10.1126/science.Aam6299.

[2] MITRA D, LEUNG K H, ZELEVINSKY T. Quantum control of molecules for fundamental physics[J]. *Physical Review A*, 2022, **105**:040101. DOI: 10.1103/PhysRevA.105.040101.

[3] YANG H, WANG X Y, SU Z, *et al.* Evidence for the association of triatomic molecules in ultracold $^{23}Na^{40}K$ + ^{40}K mixtures[J]. *Nature*, 2022, **602**:229–233. DOI: https://doi.org/10.1038/s41586-021-04297-2.

[4] LINCOLN D C, DAVID D, ROMAN V K, *et al.* Cold and ultracold molecules: Science, technology and applications[J]. *New Journal of Physics*, 2009, **11**:055049. DOI: 10.1088/1367-2630/11/5/055049.

[5] LAWRENCE W. C, BENJAMIN L. A, BAO Y C, *et al.* Λ-enhanced imaging of molecules in an optical trap[J]. *Phys Rev*

中国知网　https://www.cnki.net

Lett, 2018, **121**:083201. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.083201.

[6] 陈涛, 颜波 . 极性分子的激光冷却及囚禁技术[J]. 物理学报, 2019, **68**(4):043701. DOI: 10.7488/aps.68.20181655.
[CHEN T, YAN B. Laser cooling and trapping of polar molecules[J]. *Acta Phys Sin*, 2019, **68**(4):043701. (in Chinese). DOI: 10.7498/aps.68.20181655.]

[7] SCHRECK F, DRUTEN K V. Laser cooling for quantum gases[J]. *Nature Physics*, 2021, **17**:1296–1304. DOI: https://doi.org/10.1038/s41567-021-01379-w.

[8] SOFTLEY T P. Cold and ultracold molecules in the twenties[J]. *Proceedings of the Royal Society A*, 2023, **479**:20220806. DOI: https://doi.org/10.1098/rspa.2022.0806.

[9] CHAE E. Laser cooling of molecules[J]. *J Korean Phys Soc*, 2023, **82**:851–863. DOI: https://doi.org/10.1007/s40042-023-00775-0.

[10] DANZL J G, HALLER E, GUSTAVSDON M, *et al*. Quantum gas of deeply bound ground state molecules[J]. *Science*, 2008, **321**(5892):1062–1066. DOI: 10.1126/science.1159909.

[11] DANZL J G, MARK M J, HALLER E, *et al*. An ultracold high-density sample of rovibronic ground-state molecules in an optical lattice[J]. *Nature Physics*, 2010, **6**:265–270. DOI: 10.1038/NPHYS1533.

[12] RIDINGER A, CHAUDHURI S, SALEZ T, *et al*. Photoassociative creation of ultracold heteronuclear $^{6}Li^{40}K$ molecules[J]. *Europhysics Letters*, 2011, **96**:33001. DOI: 10.1209/0295-5075/96/33001.

[13] TAKEKOSHI T, REICHSOLLNER L, SCHINDEWOLF A, *et al*. Ultracold dense samples of dipolar RbCs molecules in the rovibrational and hyperfine ground state[J]. *Physical Review Letters*, 2014, **113**(20):205301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.205301.

[14] MOLONY P K, GREGORY P D, JI Z, *et al*. Creation of ultracold $^{87}Rb^{133}Cs$ molecules in the rovibrational ground state[J]. *Physical Review Letters*, 2014, **113**(25):255301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.255301.

[15] GUO M, ZHU B, LU B, *et al*. Creation of an ultracold gas of ground-state dipolar $^{23}Na^{87}Rb$ molecules[J]. *Physical Review Letters*, 2016, **116**(20):205303. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.205303.

[16] VOGES K K, GERSEMA P, SCHULZE T A, *et al*. Ultracold gas of Bosonic $^{23}Na^{39}K$ ground-state molecules[J]. *Physical Review Letters*, 2020, **125**(8):083401. DOI: 10.1103/PhysRevLett.125.083401.

[17] STEVENSON I, LAM A Z, BIGAGLI N, *et al*. Ultracold gas of dipolar NaCs ground state molecules[J]. *Physical Review Letters*, 2023, **130**:113002. DOI: 10.1103/PhysRevLett.130.113002.

[18] NI K K, OSPELKAUS S, PEER A, *et al*. A high phase-space-density gas of polar molecules[J]. *Science*, 2008, **332**(5899):231–235. DOI:10.1126/science.1163861.

[19] PARK J W, WILL S A, ZWIERLEIN M W. Ultracold dipolar gas of Fermionic $^{23}Na^{40}K$ molecules in their absolute ground state[J]. *Physical Review Letters*, 2015, **114**(20):205302. DOI: 10.1103/PhysRevLett.114.205302.

[20] SEEBELBERG F, BUCHHEIM N, LU Z K, *et al*. Modeling the adiabatic creation of ultracold polar $^{23}Na^{40}K$ molecules[J]. *Physical Review A*, 2018, **97**(1):013405. DOI: 10.1103/PhysRevA.97.013405.

[21] VITANOV N V, RANGELOV A A, SHORE B W, *et al*. Stimulated Raman adiabatic passage in physics, chemistry, and beyond[J]. *Rev Mod Phys*, 2017, **89**:015006. DOI: 10.1103/RevModPhys.89.015006.

[22] PARK J W, WILL S A, ZWIERLEIN M W. Two-photon pathway to ultracold ground state molecules of $^{23}Na^{40}K$[J]. *New Journal of Physics*, 2015, **17**:075016. DOI: 10.1088/1367-2630/17/7/075016.

[23] FROSCH R A, FOLEY H M. Magnetic hyperfine structure in diatomic molecules[J]. *Physical Review*, 1952, **88**:1337–1349. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRev.88.1337.

[24] LIU Y X, ZHAO B. Theoretical analysis of the coupling between Feshbach states and hyperfine excited states in the creation of $^{23}Na^{40}K$ molecule[J]. *Chinese Physics B*, 2020, **29**(2):023103. DOI: 10.1088/1674-1056/ab6314.

[25] SEEBELBERG F, BUCHHEIM N, LU Z K, *et al*. Modeling the adiabatic creation of ultracold polar $^{23}Na^{40}K$ molecules[J]. *Physical Review A*, 2019, **97**:013405. DOI: 10.1103/PhysRevA.97.013405.

[26] PARK J W. An ultracold gas of dipolar fermionic $^{23}Na^{40}K$ molecules[D]. Boston: Harvard University, 2016.

中国知网 https://www.cnki.net

[27] 喀兴林. 高等量子力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
[KA X L. Advanced quantum mechanics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2001. (in Chinese).]

[28] ISHIKAWA K, KUMAUCHI T, BABA M, *et al*. Hyperfine structure of the NaK $c^3\Sigma^+$ state and the effects of perturbation[J]. *The Journal of Chemical Physics*, 1992, **96**(9):6423–6432. DOI: https://doi.org/10.1063/1.462856.

[29] 张德超. 超冷 $^{23}Na^{40}K$ 基态分子的制备和研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2019.
[ZHANG D C. The preparation and research of ultracold $^{23}Na^{40}K$ ground state molecules[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2019. (in Chinese).]

[30] SEMENOV M, YURCHENKO S N, TENNYSON J. Predicted Landé *g*-factors for open shell diatomic molecules[J]. *Journal of Molecular Spectroscopy*, 2016, **330**:57–62. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jms.2016.11.004.

[31] BROWM J M, CARRINGTON A. Rotational spectroscopy of diatomic molecules[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. DOI: https://doi.org/10.1017/CBO9780511814808.

[32] STECK D A. Quantum and atom optics[M]. Eugene: Oregon University, 2007.

[33] LI Z L, GU Z Y, SHI Z L, *et al*. Quantum degenerate Bose-Fermi atomic gas mixture of ^{23}Na and ^{40}K[J]. *Chinese Physics B*, 2023, **32**:023701. DOI: 10.1088/1674-1056/aca14f.

[34] 王星宇, 师振莲, 李子亮, 等. 高偏置磁场下磁场空间分布对玻色爱因斯坦凝聚体自由飞行的影响[J]. 量子光学学报, 2022, **28**(1):8–17. DOI: 10.3788/JQO20222801.0501.
[WANG X Y, SHI Z L, LI Z L, *et al*. Effect of magnetic field spatial distribution on free flight of Bose-Einstein condensates under high bias magnetic field[J]. *Journal of Quantum Optics*, 2022, **28**(1):8–17. (in Chinese). DOI:10.3788/JQO20222801.0501.]

[35] LI Z L, GU Z Y, WANG P J, *et al*. Efficient production of ultracold polar molecules $^{23}Na^{40}K$ in their absolute ground state via intermediate state of the coupled complex $B^1\Pi|v=4\rangle\sim c^3\Sigma^+|v=25\rangle$[J]. *Science China*, 2023, **66**(9):293011. DOI: https://doi.org/10.1007/s11433-023-2148-8.

中国知网　https://www.cnki.net