

山西大学
SHANXI UNIVERSITY

2026 届 博 士 学 位 论 文

基于超冷原子光晶格的量子调控研究

作者姓名　　李云达

指导教师　　张　靖　教 授

孟增明　教 授

学科专业　　光　学

研究方向　　超冷原子物理

培养单位　　光电研究所

学习年限　　2022 年 9 月至 2026 年 6 月

二〇二六年六月

山西大学

2026 届博士学位论文

基于超冷原子光晶格的量子调控研究

作者姓名　　李云达

指导教师　　张　靖　教 授

孟增明　教 授

学科专业　　光　学

研究方向　　超冷原子物理

培养单位　　光电研究所

学习年限　　2022 年 9 月至 2026 年 6 月

二〇二六年六月

Thesis for Doctor’ s degree, Shanxi University, 2026

Quantum Control in Ultracold Atom Optical Lattices

Student Name	Yun-da Li
Supervisor	Prof. Jing Zhang Prof. Zeng-ming Meng
Major	Optics
Specialty	Ultracold Atom Physics
Department	Institute of Opto-Electronics
Research Duration	2022.09-2026.06

June, 2026

摘　要

超冷原子系统以纯净、高度可控的优异特性，为模拟凝聚体物理中的复杂量子现象和精密测量提供了理想的研究平台。Dirac 点作为能带结构中的简并奇点，广泛存在于多种二维量子材料中。其独特的拓扑性质导致了包括颤动运动、手性效应和反常量子霍尔效应在内的丰富物理现象。在石墨烯、光子晶体以及光晶格冷原子等体系中，Dirac 点已成为模拟和研究拓扑物理的重要平台。本论文聚焦超冷 ^{87}Rb 原子的玻色-爱因斯坦凝聚体（BEC）在光晶格中的量子调控，在 BEC 的基础上，围绕标定光晶格阱深、辨识对偶晶格、探测 Dirac 点的拓扑性质以及 Floquet 边带相干特性等重要科学问题开展了系统深入的研究。

在标定光晶格阱深方面，系统评估了三种光晶格阱深标定方案。Kapitza-Dirac 衍射法利用原子动量分布随脉冲时间的演化，通过数值拟合提取光晶格阱深，该方法适用范围广但需采集大量数据；Raman-Nath 衍射法在短脉冲近似下利用贝塞尔函数零点条件可快速反推阱深，但当相互作用时间延长时，近似条件失效而不再适用；参量加热法通过扫描调制频率识别与 s-d 能带跃迁对应的共振损耗峰，实现对阱深的标定，但在浅阱深条件下，能带展宽会影响共振频率精度。三种方法的对比分析为不同实验条件下选择最优标定方案提供了重要依据。

在辨识对偶晶格方面，利用强脉冲 Kapitza-Dirac 衍射成功区分了互为对偶晶格的蜂巢晶格与六角晶格。研究发现，在强脉冲区域，物质波的相位缠绕效应将亚波长相位信息编码至高阶动量分量中。由于原子在这两种对偶晶格中占据不同的 Wyckoff 位置，所经历的局部相位梯度存在本质差异，进而产生高辨识度的高阶动量衍射分布。该研究成果为表征高精度晶格结构开辟了新思路，具有重要的学术价值。

在研究 Dirac 点拓扑性质方面，首次在蜂巢光晶格中直接探测到动量空间中的量子化涡旋，是本文的核心创新成果。实验基于超冷 ^{87}Rb 原子 BEC 实验平台，通过精确调控晶格运动，将原子绝热转移至第一布里渊区的 Dirac 点附近，并利用简谐势阱与 Dirac 点处赝自旋-轨道耦合的非对易性，首次直接探测到 BEC 在动量空间中产生的量子化涡旋。通过调控简谐势阱的束缚频率与光晶格阱深，观测到超流相（Superfluid phase, SF）、涡旋相（Vortex phase）和莫特绝缘相（Mott insulator phase, MI）之间的量子相变。这一全新的 Dirac 点处量子化涡旋产生机制不仅具有普适性，

还可推广至更为复杂的光晶格体系中的能级简并点。这为进一步探索更加丰富的拓扑物理现象奠定了坚实基础，例如高阶涡旋以及三维外尔点处的 Dirac 磁单极等。

在延长量子相干性方面，针对自旋为 1 的 ^{87}Rb 原子 BEC，通过施加射频驱动场进行连续动力学解耦，系统分析了缀饰态的 Floquet 能谱与相干动力学。在共振驱动条件下，共轭 Floquet 边带展现出对称的耦合强度，特定跃迁通道表现出长达秒量级的相干时间，对磁场噪声实现了有效抑制。当驱动场偏离共振时，红边带与蓝边带的耦合强度出现显著的非对称性，相干时间仅有数十毫秒。这一研究不仅验证了连续动力学解耦方案的有效性，也为设计 Floquet 工程的可控量子门与精密测量奠定了基础。

关键词：超冷原子；光晶格；Dirac 点；连续动力学解耦；量子调控

ABSTRACT

Ultracold atomic systems, known for their exceptional cleanliness and high controllability, provide an ideal platform for simulating complex quantum phenomena in condensed matter physics as well as for precision measurements. Dirac point, which are degeneracy points in band structures, widely appear in various two-dimensional quantum materials. Their nontrivial topological properties give rise to a range of intriguing physical effects, including unconventional electronic transport, chirality-related behavior, and anomalous quantum Hall responses. Systems such as graphene, photonic crystals, and optical lattices with ultracold atoms have all served as important platforms for investigating Dirac physics and topology. This thesis focuses on the quantum control of a Bose-Einstein condensate (BEC) of ultracold ^{87}Rb atoms in optical lattices. Building upon a BEC platform, we carry out a systematic study of several key problems, including lattice depth calibration, identification of dual lattice structures, probing of Dirac-point topology, and coherent properties of Floquet sidebands.

For lattice depth calibration, three commonly used methods are carefully examined and compared. The Kapitza-Dirac diffraction method extracts the lattice depth by fitting the time evolution of atomic momentum distributions, offering broad applicability at the cost of extensive data acquisition. In contrast, the Raman-Nath diffraction approach allows for rapid estimation based on the zeros of Bessel functions under the short-pulse approximation; however, this approximation breaks down when the interaction time becomes longer. The parametric heating method identifies resonance loss peaks associated with interband (s-d) transitions by scanning the modulation frequency, but its accuracy is reduced in shallow lattices due to band broadening. This comparative analysis provides practical guidance for selecting suitable calibration techniques under different experimental conditions.

To distinguish dual lattice geometries, we employ strong-pulse Kapitza-Dirac diffraction to successfully differentiate between honeycomb and triangular (hexagonal) lattices that are otherwise difficult to tell apart. In the strong-pulse regime, phase winding

of the matter wave encodes subwavelength phase information into higher-order momentum components. Because atoms occupy different Wyckoff positions in these dual lattices, they experience distinct local phase gradients, leading to clearly distinguishable high-order diffraction patterns. This approach offers a new route for high-precision characterization of lattice structures.

A central result of this work is the direct observation of quantized vortices in momentum space near Dirac point in a honeycomb optical lattice. Using a BEC of ultracold ^{87}Rb atoms, we adiabatically load atoms close to the Dirac point by controlling the lattice motion. Owing to the noncommutativity between the harmonic trapping potential and the pseudospin-orbit coupling at the Dirac point, quantized vortices emerge in momentum space and are directly detected. By tuning the trap frequency and lattice depth, we observe transitions between the superfluid phase, vortex phase, and Mott insulator phase. This mechanism for generating vortices at Dirac point is quite general and can be extended to other systems with band degeneracies, opening possibilities for exploring more complex topological effects, such as higher-order vortices and Dirac monopoles associated with Weyl point in three dimensions.

Finally, to improve quantum coherence, we investigate a spin-1 ^{87}Rb BEC under continuous dynamical decoupling driven by a radio-frequency field. The Floquet spectrum and coherent dynamics of dressed states are systematically studied. Under resonant driving, symmetric coupling strengths are observed for conjugate Floquet sidebands, and certain transitions exhibit coherence times on the order of seconds, indicating strong suppression of magnetic field noise. When the driving is detuned, a clear asymmetry emerges between red and blue sidebands, and the coherence time is reduced to tens of milliseconds. These results not only confirm the effectiveness of continuous dynamical decoupling, but also provide a basis for implementing Floquet-engineered quantum control and precision measurements.

Key words: ultracold atoms; optical lattice; Dirac point; continuous dynamical decoupling; quantum control

目　录

摘　要 I

ABSTRACT III

1 绪论 1

1.1 量子模拟与超冷原子 1

1.2 光晶格中超冷原子研究进展 5

1.3 超冷原子体系中 Dirac 点研究进展 6

1.4 论文结构 7

2 超冷 ^{87}Rb 原子的制备 9

2.1 真空系统 9

2.2 激光系统 11

2.3 磁场系统 15

2.3.1 磁光阱与暗磁光阱 15

2.3.2 磁转移装置 17

2.4 射频蒸发与偶极光阱蒸发 20

2.4.1 光塞磁阱中的射频蒸发 20

2.4.2 偶极光阱蒸发 22

2.4.3 偶极光阱束缚频率 23

2.5 BEC 的形成与光阱中的损耗 23

2.6 多点温度预警装置 26

2.7 本章小结 28

3 光晶格中的超冷原子 30

3.1 光晶格理论 30

3.1.1 周期性晶格势 30

3.1.2 布洛赫能带理论 31

3.1.3 晶格的突然装载 32

3.1.4 晶格的绝热装载 33

3.2 原子在能带之间的相干转移 33

3.2.1 原子在能带 s 与 p 之间转移 34
3.2.2 原子在能带 s 与 d 之间转移 35
3.3 一维光晶格阱深的标定 35
3.3.1 Raman-Nath 衍射标定法 36
3.3.2 Kapitza-Dirac 衍射标定法 37
3.3.3 参量加热标定法 38
3.4 本章小结 40
4 强脉冲物质波衍射区分对偶晶格 41
4.1 对偶晶格实验方案 41
4.2 对偶晶格的衍射特性与 Babinet 原理 44
4.3 Wyckoff 位置与相位缠绕 45
4.4 强 Kapitza-Dirac 物质波衍射的对比分析 47
4.5 本章小结 48
5 在蜂巢光晶格的 Dirac 点探测量子化涡旋 49
5.1 准二维量子气体的制备与蜂巢晶格的构建 49
5.1.1 准二维量子气体的制备 49
5.1.2 蜂巢晶格 50
5.1.3 原子在 Dirac 点涌现自旋-轨道耦合 51
5.2 从准二维 BEC 制备到 Dirac 点 52
5.2.1 准二维 BEC 绝热装载到光晶格 52
5.2.2 调控原子到 Dirac 点 53
5.3 实验结果与分析 59
5.3.1 Dirac 点处量子化涡旋的产生原理与探测 59
5.3.2 Dirac 点处的量子相图 64
5.4 本章小结 65
6 连续动力学解耦的 Floquet 边带相干动力学 67
6.1 连续动力学解耦的 Floquet 理论 67
6.2 缀饰态的绝热制备与探测 72
6.3 Floquet 边带的特性与相干动力学 74

6.3.1 Floquet 边带谱 74
6.3.2 共振驱动下的相干性与对称性 75
6.3.3 非共振驱动下的非对称性 75
6.4 本章小结 76
7 全文总结与展望 78
参考文献 80
攻读学位期间取得的研究成果 91
致谢 92
附录 94
个人简况及联系方式 100
承诺书 101
学位论文使用授权声明 102

Contents

Chinese Abstract I

Abstract III

Chapter 1 Introduction 1

1.1 Quantum Simulation and Ultracold Atoms 1

1.2 Advances in Ultracold Atoms in Optical Lattices 5

1.3 Advances in Ultracold Atoms in Optical Lattices 6

1.4 Thesis Structure 7

Chapter 2 Preparation of Ultracold ^{87}Rb Atoms 9

2.1 Vacuum System 9

2.2 Laser System 11

2.3 Magnetic Field System 15

2.3.1 Magneto-Optical Trap & Dark Magneto-Optical Trap 15

2.3.2 Magnetic Transfer Device 17

2.4 RF Evaporation & Dipole Trap Evaporation 20

2.4.1 RF Evaporation in a Optical Plug Magnetic Trap 20

2.4.2 Dipole Trap Evaporation 22

2.4.3 Dipole Trap Confinement Frequency 23

2.5 BEC Formation and Losses in Optical Traps 23

2.6 Multi-Point Temperature Alarm Device 26

2.7 Summary of This Chapter 28

Chapter 3 Ultracold Atoms in Optical Lattice 30

3.1 Theory of Optical Lattice 30

3.1.1 Periodic Lattice Potential 30

3.1.2 Bloch Band Theory 31

3.1.3 Sudden Loading of the Lattice 32

3.1.4 Adiabatic Loading of the Lattice 33

3.2 Coherent Interband Transfer of Atoms 33

3.2.1 s-p band transition 34

3.2.2 s-d band transition 35
3.3 Calibration of the Depth of a 1D Optical Lattice 35
3.3.1 Raman-Nath Diffraction Calibration Method..... 36
3.3.2 Kapitza-Dirac Diffraction Calibration Method 37
3.3.3 Parametric Heating Calibration Method..... 38
3.4 Summary of This Chapter 40
Chapter 4 Distinguishing Dual Lattices via Strong-Pulse Matter-Wave Diffraction 41
4.1 Experimental Scheme for Dual Lattices..... 41
4.2 Diffraction in Dual Lattices: Babinet’ s Principle 44
4.3 Wyckoff Positions and Phase Wrapping..... 45
4.4 Comparison of Strong Kapitza-Dirac Matter-Wave Diffraction 47
4.5 Summary of This Chapter 48
Chapter 5 Detection of Quantized Vortices at the Dirac Point in a Honeycomb Optical Lattice 49
5.1 Preparation of a Quasi-2D Quantum Gas and a Honeycomb Lattice..... 49
5.1.1 Preparation of a Quasi-2D Quantum Gas..... 49
5.1.2 Honeycomb Lattice 50
5.1.3 Emergence of Spin-Orbit Coupling for Atoms at Dirac Point..... 51
5.2 From the Preparation of a Quasi-2D BEC to Dirac Point 52
5.2.1 Adiabatic Loading of a Quasi-2D BEC into an Optical Lattice 52
5.2.2 Controlling Atoms to Dirac Point..... 53
5.3 Experimental Results and Analysis 59
5.3.1 Quantized Vortices at Dirac Points: Generation and Observation..... 59
5.3.2 Quantum Phase Diagram at Dirac Point..... 64
5.4 Summary of This Chapter 65
Chapter 6 Coherent Dynamics of Floquet Sidebands under Continuous Dynamical Decoupling..... 67
6.1 Floquet Theory of Continuous Dynamical Decoupling 67
6.2 Adiabatic Preparation and Detection of Dressed States 72
6.3 Characteristics and Coherent Dynamics of Floquet Sidebands..... 74

6.3.1 Floquet Sidebands Spectrum 74
6.3.2 Coherence and Symmetry Under Resonant Driving 75
6.3.3 Asymmetry Under Off-Resonant Driving 75
6.4 Summary of This Chapter 76
Chapter 7 Summary and Outlook 78
Reference 80
Research achievements 91
Acknowledgment 92
Appendix 94
Personal profiles 100
Letter of commitment 101
Authorization statement 102

1 绪论

1924 年，S. N. Bose 在研究光子统计性质时提出了新的量子统计方法，随后 A. Einstein 将这一统计理论推广到原子气体，并预言当温度足够低时，大量玻色子将凝聚到能量最低基态从而形成一种新的物态，即玻色-爱因斯坦凝聚体（Bose-Einstein condensate, BEC）[1]。该理论最先解释的是超冷液氦的凝聚实验。1938 年，Misener、Kapitza 和 Allen 发现液氦降到 2.17 K 时，出现了奇特的“超流态”[2-3]。London 研究液氦相变现象时，提出使用基于 BEC 的理论，解释超流液氦的实验现象[4]。不过，因为高密度的液氦原子间相互作用强烈难以形成 BEC。相比之下，稀薄玻色子气体因原子间距大于原子自身尺度、原子间相互作用微弱的特性，得到了广泛关注。

20 世纪 70 年代以后，原子冷却与操控技术取得重要突破，极大地促进了量子气体的研究进展。1982 年，美国 JILA 的 Phillips 团队宣布，激光与原子束对射产生的 Doppler 冷却方案，成功将钠原子冷却到 70 mK[5]。1985 年，美国 Bell 实验室的 Steven Chu 团队宣布使用六束对射的激光，将钠原子进一步冷却到 240 μK[6]。1990 年，C. E. Wieman 团队简化了磁光阱（Magneto-optical trap, MOT）装置，直接从室温铯蒸汽中俘获和冷却原子[7]，加速了冷原子实验发展。1995 年，美国的 JILA 的 E. A. Cornell 和 C. E. Wieman 在实验上采用了铷原子方案，在 170 nK 的温度下，原子实现了 2000 个原子的 BEC[8]。同年 9 月，MIT 的 Ketterle 团队在钠原子中也实现了 BEC[9]。在之后的几年，来自世界各地的团队将更多的原子实现了 BEC。我们团队也在 2007 年首次实现国内费米气体的量子简并[10]。

1.1 量子模拟与超冷原子

量子模拟是指利用参数高度可调的人造量子体系，对难以直接操控的复杂量子系统进行等效模拟[11]。如图 1-1 所示，被模拟系统由初态$|\phi(0)\rangle$出发，经演化U到达$|\phi(t)\rangle$。模拟器则从可制备的初态$|\psi(0)\rangle$出发，通过设计的演化U′到达末态$|\psi(t)\rangle$进行高精度探测与表征。模拟成立的关键是建立两者之间的映射：初态、末态、演化算符必须建立明确的映射关系。

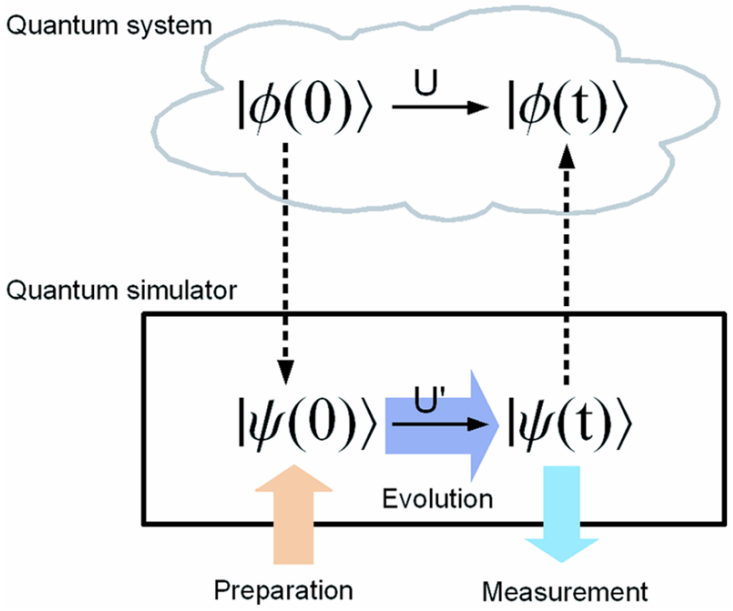


图 1-1 量子系统及其对应量子模拟器的示意图

Fig. 1-1 Schematic representation of a quantum system and a corresponding quantum simulator

注：图中彩色箭头表示模拟器中的可控操作，实心箭头为各自的时间演化，虚线箭头则用于强调量子态之间的映射关系。

图片来源：文献[11]。

量子模拟的实现路径可分为两种。一种是专用量子模拟器方案，即将目标物理模型直接映射到可控的量子体系上，让后者的演化复现前者的行为。另一种是基于容错数字量子计算机方案，计算被分为一系列离散的“门”，操作储存在量子系统上的信息，其逻辑与经典计算机执行程序类似[12]。

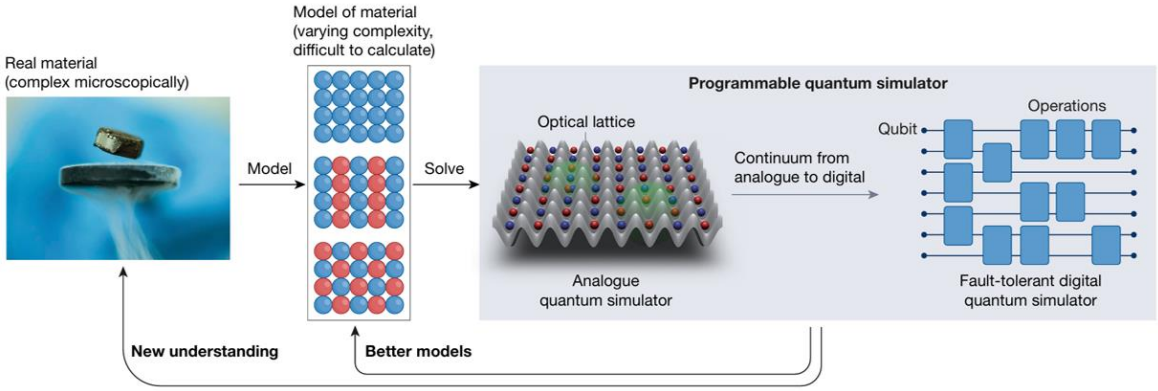


图 1-2 量子模拟器概述

Fig. 1-2 Overview of quantum simulators

图片来源：文献[12]。

以凝聚体物理中的晶格模型为例。要理解高温超导等复杂材料的微观行为，需要先构建简化理论模型，比如将材料抽象为由红蓝两色粒子构成的晶格，粒子间存在特定的相互作用。即便经过这样的简化，该模型仍然难以精确求解。此时可将其映射到可编程量子模拟器上，用实验演化代替数值计算。图 1-2 给出了两种路径的示意图。左侧是专用模拟器的概念图，即光晶格中的超冷原子，灰色背景代表周期势，红蓝小球分别代表相互作用不同的原子。右侧是容错数字量子计算机的概念图，每条线代表一个量子比特，方框代表量子门操作。两种路径各有适用场景，但都是参考可控量子体系的模拟结果，更准确地理解真实物理世界。

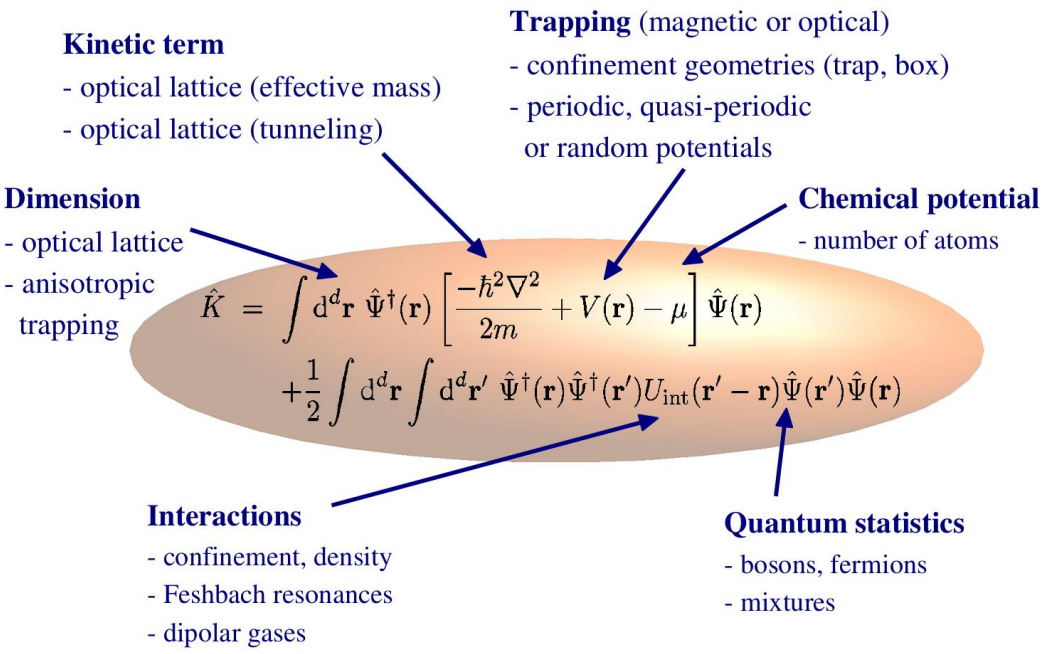


图 1-3 超冷原子的控制工具箱

Fig. 1-3 Control toolbox for ultracold atoms

图片来源：文献[38]。

目前，量子模拟的实验平台包括超冷原子[13]、超导电路[14]、离子阱[15]及光波导[16]等。其中，超冷原子在量子模拟研究中具有独特优势：纯净、相干时间长、原子间相互作用可调节。这些特性使其成为实现各类量子模拟方案的理想实验平台。当前，超冷原子体系中的多数关键参数已实现精确表征，更重要的是，这些参数可通过磁场调控[17]、光场整形[18]等手段进行主动控制。这样灵活可控的能力为构造目标量子哈密顿量提供了基础。目前已实现的实验技术有：部分碱金属元素[9][19-21]和碱土

金属元素[22-24]的玻色-爱因斯坦凝聚体制备、玻色-费米混合量子气体的制备[10][25]；人工规范势的构造[26]；基于 Feshbach 共振的原子间相互作用连续调控[27]；多种外势构型，如简谐势阱[28]、盒状势阱[29]、环形势阱[30]等；以及一维[31]、二维[32]的低维量子气体，图 1-3 总结了这些工具及其在量子模拟中的典型应用场景。

围绕超冷原子量子态的探测与表征，已经发展了多种技术方案。飞行吸收成像可获取动量空间分布[33]，原位成像直接探测实空间信息[34]，调制时间依赖势用于能谱探测[35]，噪声关联分析可提取量子涨落信息[36]，双光子受激拉曼过程用于能谱测量[37]。这些方案能够直接探测量子模拟体系中的原始物理量，例如动量分布、能隙、关联函数等。而在凝聚体物质的样品中，这些原始物理量受到晶格缺陷、杂质、电子-声子耦合等因素的干扰，难以直接提取[38]。

超冷原子平台可精准模拟不同物理领域。在凝聚体物理领域，可用于模拟多种强关联模型。通过光晶格中的 Bose-Hubbard 模型[33]和 Fermi-Hubbard[39]模型，研究超流态与莫特绝缘态之间的量子相变：改变隧穿强度与格点相互作用的比值，可直接探测原子从非局域到局域的转变，这为理解高温超导、量子磁性等现象提供了模拟实验的依据。在此基础上，利用超冷极性分子的长程偶极相互作用，可进一步模拟包含长程相互作用的相变[40]。此外，在光晶格中可实现自旋阻挫，进而模拟了铁磁、反铁磁和阻挫的经典自旋排列[41]。在无序与拓扑系统中，引入无序势可模拟安德森局域化，研究无序介质中的迁移行为[42]。人工规范场技术则可实现自旋-轨道耦合与合成磁场，模拟拓扑绝缘体[43]、量子霍尔效应[44]等拓扑物态，甚至操控非阿贝尔规范场[45]。在超导与超流研究方面，Feshbach 共振技术使从 BCS 超流到 BEC 的连续转变成为可能[46]。超冷原子平台的应用还延伸至凝聚体领域之外，例如用于模拟高能物理领域中的格点规范理论[47]、宇宙学领域中关于宇宙膨胀的标量场演化[48]、霍金辐射[49]，以及非平衡态物理[50]等方向。

尽管容错数字量子计算机仍处于研发阶段，但近期发展迅猛。容错量子计算的核心目标是在非理想量子门操作中引入纠错机制，从而为大规模量子计算提供原理上的可行性[12]。目前，量子纠错仅在量子比特数量极少、错误类型高度受限的场景下得到实验验证。现有量子计算设备尚未集成纠错功能，这类系统被统称为含噪声中尺度量子（Noisy Intermediate-Scale Quantum, NISQ）计算平台[51]。在这一背景下，寻找具有体系优势的物理载体成为研究重点。中性里德堡原子体系因其独特的相互作用特性而受到关注[52-53]。里德堡态具有巨大的电偶极矩，一方面支持外场对原子内态和质心运动的高精度相干调控，另一方面可在原子间诱导出强长程偶极-偶极相

互作用，即里德堡阻塞效应[54]。这一机制为实现高保真量子逻辑门，进而向规模化量子计算推进，提供了物理上的可行路径。

在大规模无缺陷的中性原子阵列应用方面：2016 年，Ahn 团队基于空间光调制器实现了二维原子阵列中 9 个单原子的重排[55]；Lukin 团队利用声光偏转器（Acousto-Optic Deflector, AOD）实现了一维光镊阵列中 50 个单原子的重排[56]；Browaeys 团队则在包含 50 个独立光阱的二维阵列体系中，完成了单原子的高保真度装载与相干操控[57]。2018 年，Browaeys 团队在该方向取得进一步突破，实现了包含 72 个单原子的任意三维构型的制备[58]。2019 年，Lukin 团队提出了多比特门的并行实现，使两比特门保真度提升至 97.4%[59]。2023 年，Lukin 团队基于最优控制理论实现了 99.5%的两比特门保真度，达到量子误差纠正所需阈值[60]；Endres 团队随后将保真度进一步提升至 99.71%[61]。2025 年，我国潘建伟院士团队报道了基于人工智能优化算法的 2024 个单原子无缺陷阵列的并行化确定性组装[62]；Lukin 团队实现了包含 3000 个量子比特的体系的连续相干操控[63]；Endres 团队完成了 6100 个单原子的相干调控，同时将系统的相干时间提升至 12.6 s[64]。

1.2 光晶格中超冷原子研究进展

超冷原子可被束缚于光晶格所形成的周期性势中。光晶格由两束或者多束激光干涉形成，其周期势源于光强分布对原子产生的交流斯塔克效应[65]。该体系为量子模拟提供了高度可控的晶格模型平台，其隧穿、相互作用等参数可独立调节。通过调节激光的方向、偏振、波长与强度，可构建多种光晶格几何构型[66]，例如三角光晶格[67]、六角光晶格[68]、蜂巢光晶格[69]以及 kagome 光晶格[70]等，从而模拟不同结构中的量子多体物理模型。

2018 年，美国 MIT 的 Jarillo-Herrero 团队发现偏转至“魔角”的双层石墨烯，体系表现出非常规超导和关联绝缘态等奇异量子现象[71]。这让人们对层间耦合体系有了全新认识。然而，电子系统有材料缺陷、相互作用难调控等限制。2023 年，本团队首次在超冷原子中实验构建二维扭转双层光晶格结构（如图 1-4 所示），并以此为平台开展了超流态-莫特绝缘态量子相变的系统性研究。该扭转光晶格由“tune-out”波长激光形成的两组正方晶格[72]。实验中，装载于晶格内的超冷 ^{87}Rb 原子的两个自旋内态具备选择性晶格响应特性，单个自旋态仅与其中一组发生耦合，实现了双层晶格构型的构建。同时利用微波场驱动原子自旋态跃迁，实现了层间隧穿耦合强度

的高精度调控。此外，实验还直接观测到了清晰的空间莫尔条纹与动量空间衍射图样，为双层晶格中原子超流体的存在提供了直接的实验证据。该成果为研究扭转电子学以及探索其它难以在普通材料中实现的新奇量子现象打开了一扇大门。

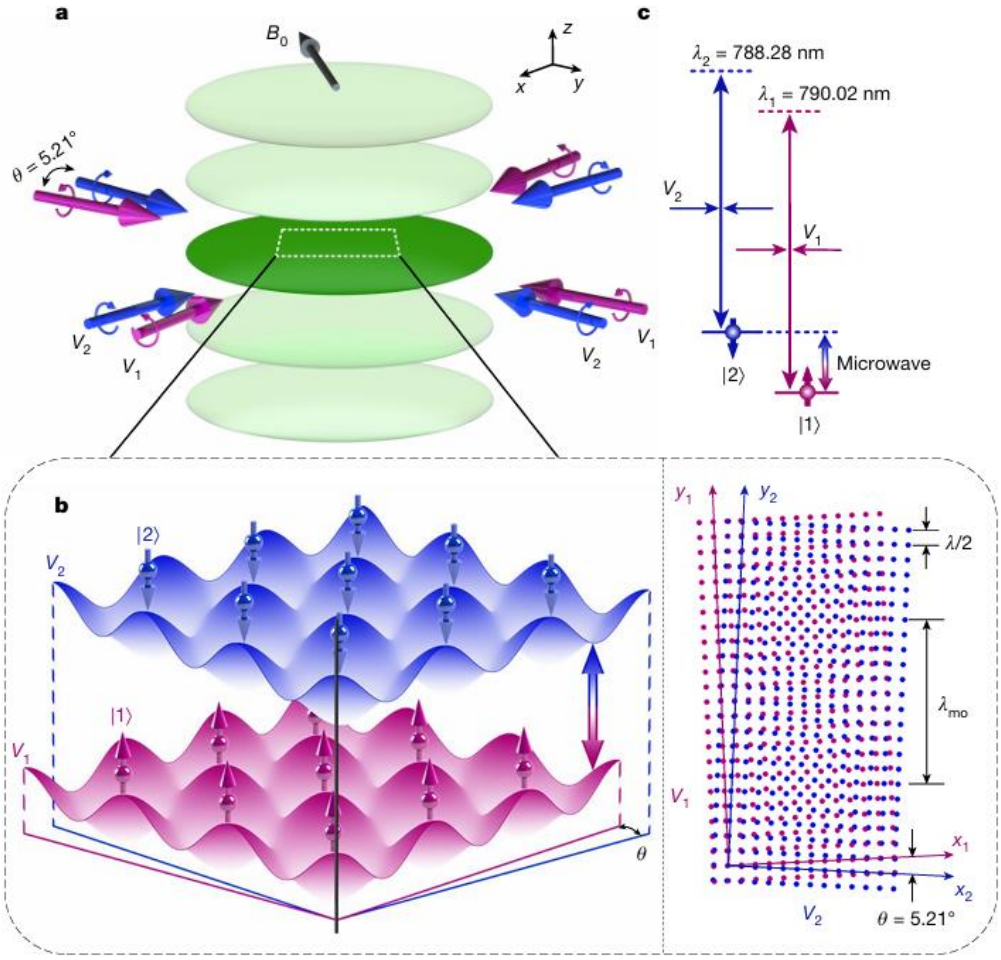


图 1-4 在扭转双层光晶格中的玻色-爱因斯坦凝聚体

Fig. 1-4 Bose-Einstein condensate in a twisted-bilayer optical lattice

图片来源：文献[72]。

1.3 超冷原子体系中 Dirac 点研究进展

石墨烯以其独特的 Dirac 锥能带结构著称，其中的 Dirac 点发现了颤动运动[73]、电子手性[74]和反常量子霍尔效应[75]等奇异量子现象。深入研究 Dirac 点，不仅对理解拓扑材料至关重要，更可为量子模拟与量子技术的发展开辟新路径。这一重要科学目标已驱动超冷原子领域开展广泛探索，但相关研究长期受限于间接探测手段。

本文首次报告了在超冷原子体系中对 Dirac 点的直接实验探测，标志着该研究方向取得关键突破。

2012 年，瑞士 ETH 的 Esslinger 团队首次实现了在蜂巢光晶格中探测 Dirac 点。通过对晶格中的超冷 ^{40}K 费米原子施加磁场梯度使其产生布洛赫振荡，利用原子动量分布分辨带间跃迁。实验结果检测到原子在 Dirac 点处因能带线性交叉、能隙消失而从最低能带向第二能带转移[69]。2015 年，德国 MPQ 的 U. Schneider 团队在蜂巢光晶格的原子干涉仪研究中，通过施加梯度磁场并结合晶格加速在动量空间构造闭合干涉回路。当干涉回路包围一个 Dirac 点时，相对于参考回路得到的相位会产生一个 π 跃迁[76]。2016 年，德国 Hamburg 大学的 K. Sengstock 团队在动量空间中完整重构了 Floquet 拓扑能带的 Berry 曲率分布，观察到 Dirac 点是携带量子化 Berry 通量的相位涡旋，并实验追踪了其产生与湮灭驱动的拓扑相变[77]。同年，德国 MPQ 的 Immanuel Bloch 团队利用加载在蜂窝光晶格中的超冷 ^{87}Rb 原子，实现了通过 Wilson 线描述的布洛赫能带中受迫动力学，并观察到环绕 Dirac 点会导致布洛赫态积累一个量化的 π 相位跃变[78]。2022 年，美国 UC Berkeley 的 D. Stamper-Kurn 团队的研究结果显示，当原子进入和离开 Dirac 点的转角发生变化时，使用能带映射法统计第一布里渊区和第二布里渊区的原子布居数会随转角发生变化[79]。

在上述研究背景下，目前仍存在以下关键科学问题尚未解决：

Dirac 点直接实验探测的缺失：已有研究多依赖间接测量手段（如带间跃迁、几何相位、布居数变化），缺乏对 Dirac 点能带线性交叉及其引起的奇异动态行为的直接实验观测。

扭转双层光晶格中 Dirac 点的调控与探测尚未系统开展：尽管本团队已在扭转双层光晶格中实现了超流-莫特绝缘相变研究，但该体系中 Dirac 点的存在性、层间耦合对 Dirac 点的影响、以及 Dirac 点与外势的关联仍缺乏系统实验探索。

1.4 论文结构

本文围绕超冷 ^{87}Rb 原子在光晶格中的量子操控展开研究，论文主要分为六个章节，各章节内容安排如下：

第一章为绪论，介绍超冷原子和光晶格的研究背景、研究意义及其在量子模拟的重要应用。

第二章介绍实验平台的搭建与 BEC 的制备。以 ^{87}Rb 原子为研究对象，系统介绍了真空、激光和磁场等基础系统的设计与协同工作，逐步实现了从暗磁光阱俘获、磁转移、蒸发冷却等关键步骤。

第三章聚焦于一维光晶格理论和阱深的精密标定问题。针对不同实验场景标定需求，系统对比分析了 Raman-Nath 衍射、Kapitza-Dirac 衍射以及参量振荡加热三种方法的适用边界，后续实验选取合适的阱深提供了依据。

第四章探讨了对偶晶格的辨识难题。利用强脉冲的 Kapitza-Dirac 衍射，成功区分了蜂巢晶格与六角晶格。实验结果表明，相位缠绕效应在此过程中起到了编码亚波长信息的关键作用，从而突破了 Babinet 原理对物质波衍射图样的限制。这一方法为复杂晶格几何构型的实验表征开辟了新途径。

第五章以蜂巢晶格中的 Dirac 点为研究重点。将准二维 BEC 装载到蜂巢晶格，通过调控光晶格和简谐势阱，在动量空间中直接探测到 Dirac 点附近的量子化涡旋。在此基础上，绘制出包含超流相、涡旋相以及莫特绝缘相在内的量子相图，为理解强关联体系中的拓扑缺陷提供了实验支撑。

第六章研究自旋为 1 的 BEC 中连续动力学解耦的 Floquet 边带特性，揭示了共振与非共振条件下，相干缀饰态耦合的对称性及其相干动力学行为。这些发现对未来基于超冷原子的量子调控和精密测量具有重要的参考意义。

2 超冷 ^{87}Rb 原子的制备

在超冷原子实验中，^{87}Rb 原子独特的量子特性与能级结构而成为广泛使用的实验载体之一。该原子可满足量子模拟[72]、精密测量[80]等多类实验的核心需求，为相关研究提供了可靠的实验基础。

^{87}Rb 属于玻色子，可直接从 MOT 装载原子，无需 Zeeman 减速器或高温炉。其基态 $5^2S_{1/2}$ 分裂为 $F=1$ 和 $F=2$ 两个超精细能级，激发态 $5^2P_{3/2}$ 分裂为 $F=0$、1、2、3四个能级，这种能级结构存在稳定的闭合循环跃迁，适用于激光冷却。D_2线波长为 780 nm，位于半导体激光器的工作波段，可采用低成本激光器构建 MOT，实现原子的俘获与冷却。^{87}Rb 的 s 波散射长度约为+100 a_0，表现为排斥性相互作用，可避免低温下凝聚体因吸引作用发生塌缩，有利于实验的稳定性与可重复性[81-82]。

自 1995 年首次在^{87}Rb 中实现 BEC 以来，该体系的实验参数、操作方案已较为成熟，能够适配多种实验场景，成为超冷原子物理研究中常用的原子体系。制备 BEC 相关的实验装置已在前期论文[83-85]中详述，本章节进行概述和数据补充。

2.1 真空系统

在制备超冷原子实验中，为延长原子间的相干时间，维持超高真空环境是必要的。为了在有限时间内装载足量原子，需要配备具有高蒸气压的原子源。然而，原子源释放的大量气体会降低真空度。为此，本实验采用双腔体差分真空结构：一级腔室（3D MOT 及原子源）工作于 10^{-8} Pa 量级，二级腔室（主科学腔）则通过差分管维持 10^{-9} Pa 量级的超高真空，通过差分管连接。该差分管长度 8.35 cm，孔径 0.8 cm，可将两腔体间的压差稳定在 1 个数量级以上。实验系统的整体布局如图 2-1 所示。

本实验所采用的原子源采购于新疆有色金属研究所，封装于玻璃泡内。在密封真空系统前，玻璃泡置于带法兰的无氧铜管中，铜管外侧与大气环境连通。待真空系统就绪后，通过外力挤压铜管使其形变，进而压破内部玻璃泡，使铷原子暴露于真空环境。在日常实验中，原子源提供充足的原子，用于 3D MOT 装载。

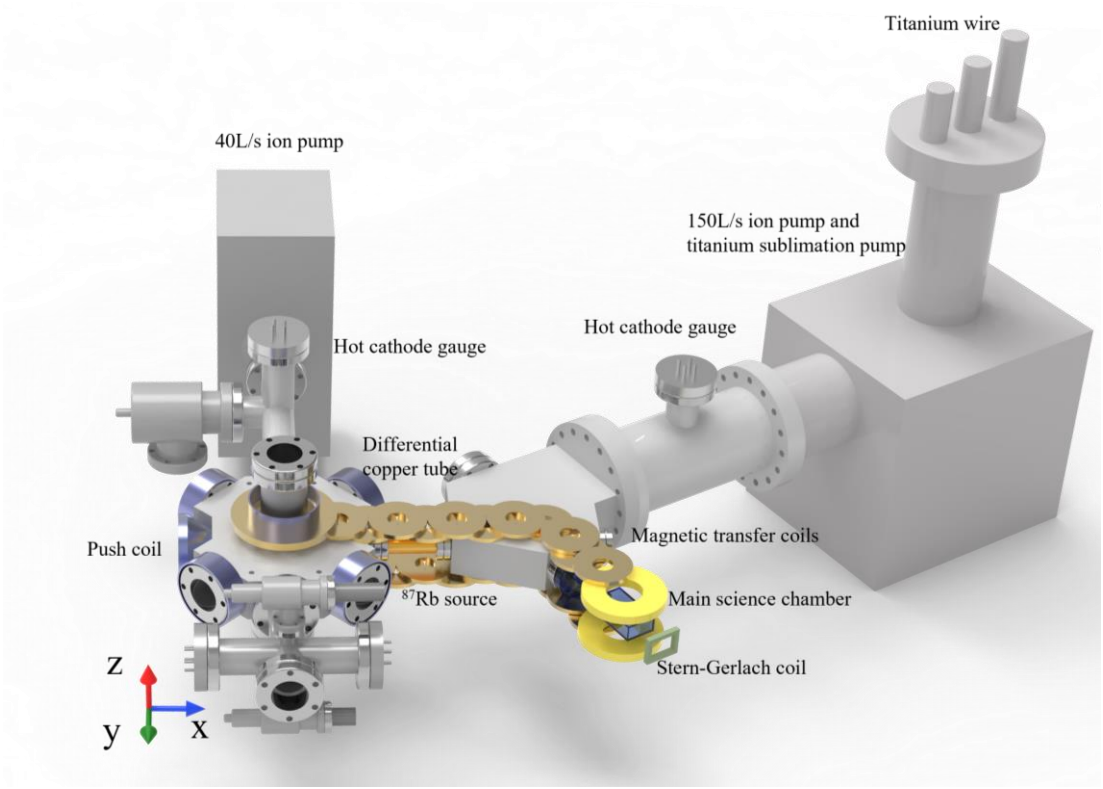


图 2-1 真空系统

Fig. 2-1 Vacuum system

注：从左至右，蓝色线圈表示一级 MOT 的平衡地磁线圈，黄铜色线圈表示 12 对反亥姆霍兹线圈组成的磁转移装置，右侧黄色线圈表示光塞磁阱的线圈，绿色方形线圈表示提供梯度磁场的 Stern-Gerlach 线圈。

一级真空腔室：该腔室水平方向设有六个 CF40 法兰，均采用观察窗口进行密封，窗口镀有针对 767~780 nm 波长的 0°增透膜。x 方向还配置有两个 CF16 法兰：左侧法兰同样使用观察窗口密封，镀有相同波段的增透膜；右侧法兰内部加工有螺纹口，用于连接差分管道。此外，腔室外侧通过一个 CF40 法兰连接 40 L/s 真空离子泵，该支路上依次安装有热规和真空阀门；下侧则通过另一个 CF40 法兰连接铷原子源。二级真空腔室：该腔室右侧通过 CF100 法兰连接 150 L/s 的钛升华泵与离子复合泵，并在其上方安装热规。上侧设有一个 CF40 法兰，采用观察窗口密封，窗口镀有可覆盖 532 nm、767~780 nm 及 1064 nm 波段的增透膜；下侧则连接主科学腔（玻璃科学腔）。采用两只热阴极电离真空计（热规），分别对一级与二级腔室的真空度进行独立测量，并通过 Agilent 公司的真空计控制器实现真空度的实时检测。其工作原理为：对热阴极进行加热以激发电子发射，电子电离腔室内气体分子产生离子，通过检测离子流强度与压强的正比关系，实现真空度的定量测量。

本实验所用的主科学腔（Glass cell）采购自日本 Japan Cell 公司，其各面采用环氧树脂粘合剂密封，内外表面镀有针对实验激光（532 nm、767-780 nm 及 1064 nm）的增透膜。一级真空腔室与二级主科学腔存在 120°夹角，这一设计使主科学腔周边空间更为开阔，基本不受一级 MOT 的六束冷却光（Cooling）的空间限制。此外，本实验采用的主科学腔尺寸紧凑（18×35×62 mm），在竖直方向（重力方向）的厚度仅为 18 mm，可使高数值孔径的透镜筒最大限度地贴近原子云，从而实现原位成像。图 2-2 为主科学腔的示意图和使用 780 nm 激光的透射率随入射角度变化，从图中的实验结果显示在垂直于腔表面的±40°内，实测透射率在 95%左右。

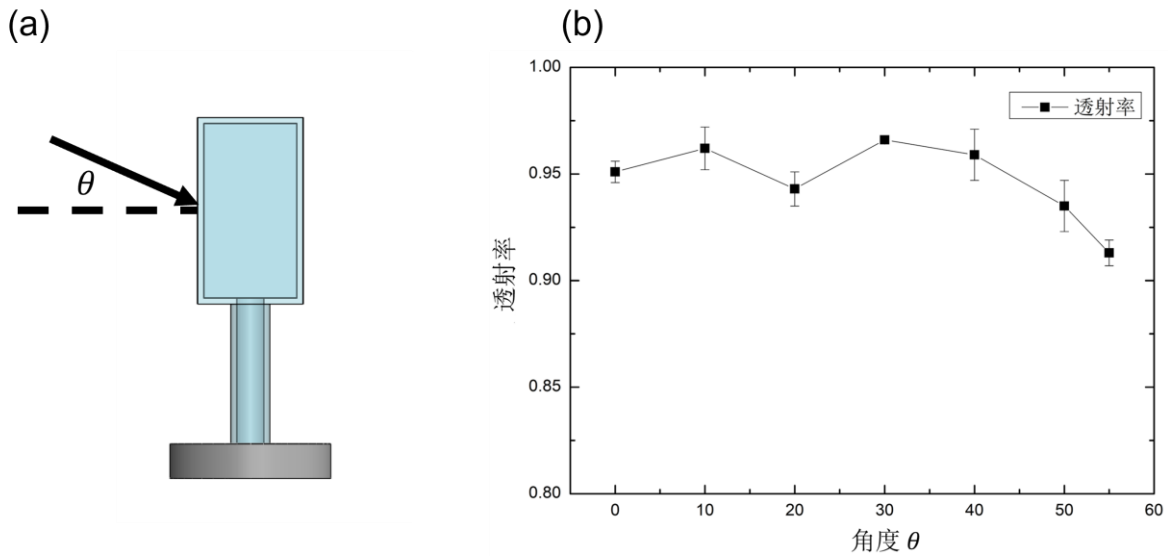


图 2-2 玻璃科学腔透射率随入射角度变化

Fig. 2-2 Transmittance of the glass science cavity as a function of incident angle

2.2 激光系统

在冷却与成像阶段，共使用两台外腔反馈式半导体激光器（ECDL，型号为 DL PRO），分别作为主激光与反抽运激光，通过饱和吸收光谱稳频技术将激光频率锁定在原子谱线上。激光器采用 Littrow 结构，发光二级管由 Eagleyard 公司提供。其温度与注入电流通过反馈电路进行闭环控制，以确保输出功率与频率的长期稳定性。每台激光器的输出端均经过光隔离器，以抑制后续光学元件产生的反射光返回至激光器进行干扰。

主激光器的频率锁定在$|5S_{1/2},\ F=2\rangle \leftrightarrow |5P_{3/2},\ F'=3\rangle$。激光器出光后分为四路光，分别为冷却光、探测光、抽运光、反抽运光，如图 2-3 所示。冷却光将基态$F=2$

的原子激发到$F'=3$的激发态，再伴随原子自发辐射回落到基态$F=2$来实现循环冷却原子的过程。为了冷却循环不会中断，还需要锁定在$|5S_{1/2},\ F=1\rangle \leftrightarrow |5P_{3/2},\ F'=1\rangle$与$|5S_{1/2},\ F=1\rangle \leftrightarrow |5P_{3/2},\ F'=2\rangle$的交叉线上的再抽运光将$|5S_{1/2},\ F=1\rangle$的原子重新抽运到循环冷却中。抽运光将原子抽运至基态$5S_{1/2}$的$|F=2,\ m_F=2\rangle$态，以避免在磁阱装载过程中发生损耗。探测光与能级保持近共振，将原子分布信息传递至 CCD 探测器（Andor iKon934）以完成吸收成像。

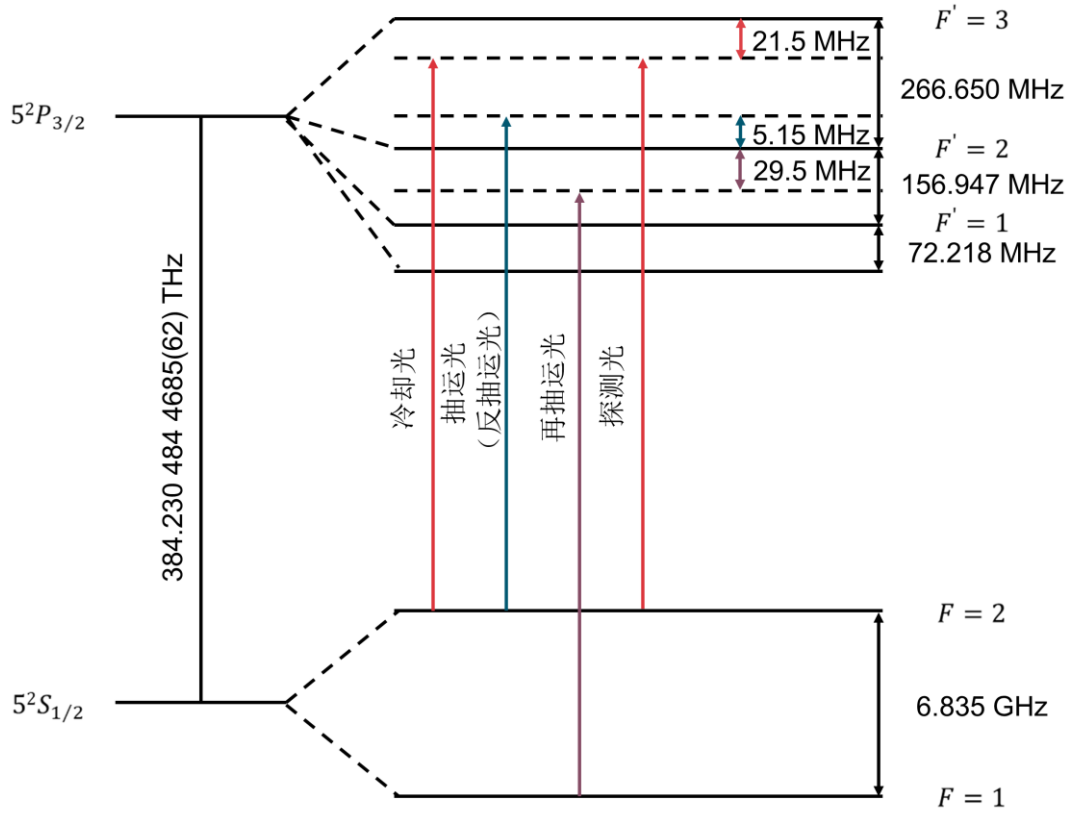


图 2-3 ^{87}Rb 原子 D_2 跃迁线超精细能级结构

Fig. 2-3 Hyperfine structure of the ^{87}Rb D2 line

注：示意图中标注实验中使用激光的频率。

激光冷却的核心机制为多普勒冷却（Doppler cooling）[86]，冷却光需要预先设定为相对于原子共振跃迁的红失谐，利用运动原子的多普勒频移效应：运动原子主要受反向传播光束作用而减速，原子所受合力表现为阻尼特性。在实验中，随着冷却过程的推进，原子热运动速度不断减小，其产生的多普勒频移量也随之降低，若冷却光频率保持恒定，将导致光与原子跃迁的失谐量偏离最优范围，原子对光子的吸

收效率下降，最终无法实现原子的进一步冷却。因此，实验开始时，冷却光频率需随原子温度降低持续向红失谐动态扫频，实时匹配原子因减速而减小的多普勒频移，维持最优失谐条件确保冷却的持续与有效性。

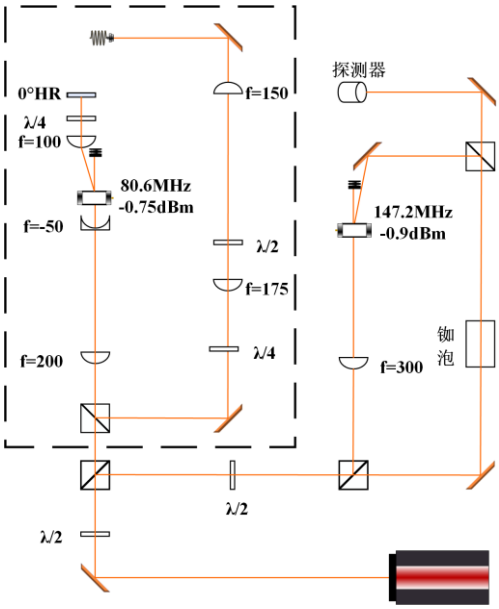


图 2-4 冷却光饱和吸收光路和声光调制器双次移频的光路原理图

Fig. 2-4 Optical path for Cooling saturated absorption and double frequency shifting via acousto-optic modulator

注：示意图中虚线标注区域为双次移频光路图，焦距单位为 mm，下同。

声光调制器（Acousto-optic modulator, AOM）双次移频的光路结构如图 2-4 所示。P 偏振光经偏振分光棱镜（PBS）透射后入射 AOM，发生布拉格衍射，产生零级光与正一级衍射光。两束光的夹角为布拉格衍射角，正一级衍射光经焦距 100 mm 的透镜后偏转为与零级光平行的光束，同时被聚焦至透镜焦平面处。焦平面上放置的 0°反镜将正一级衍射光沿原路反射，该透镜与 0°反镜共同构成猫眼光路结构。光路中四分之一波片的光轴被调整至与水平偏振方向呈 22.5°夹角，正一级衍射光往返两次穿过该波片后，偏振态由 P 偏振转换为 S 偏振，最终从 PBS 反射注入光纤。在动态大失谐移频场景（匹配多普勒冷却最优频率）下，该猫眼光路结构可保证光束具备优异的稳定性。

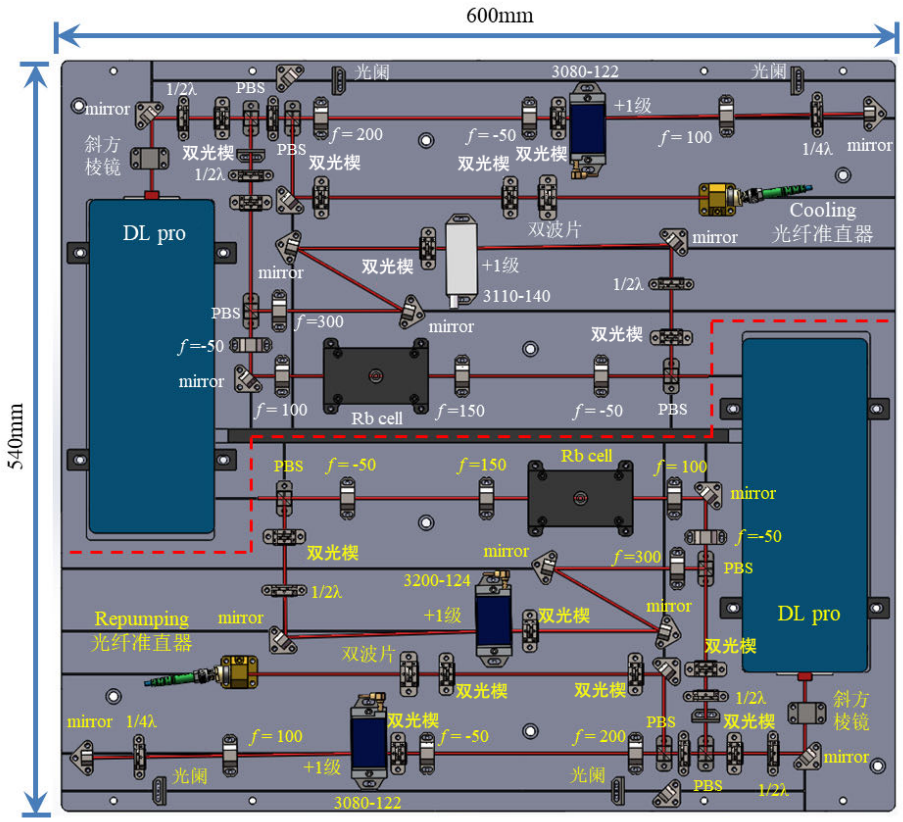


图 2-5 第二套冷却、再抽运饱和吸收光路和声光调制器双次移频光路

Fig. 2-5 The second set of saturated absorption spectroscopy optical path for Cooling and Repumping and the AOM double-pass frequency shifting setup

2025 年 4 月，搭建了第二套冷却、再抽运光路，如图 2-5 所示。该光路采用双光楔（Risley prism pair）调控方案对光束指向进行精确调节。双光楔由两块折射率相同、折射棱角相等且紧密贴合的光楔组成，其光束偏转规律符合矢量合成法则：入射侧光楔可等效为大小为δ、角速度为ω_1、初始相位为θ_1的旋转矢量，出射侧光楔等效为大小为δ、角速度为ω_2、初始相位为θ_2的旋转矢量，合成光轴的偏转方向与幅度由两矢量的相对运动决定(图 2-6)。

通过调节双光楔的转动速度与方向，可灵活控制光束扫描轨迹。当双光楔同向匀速旋转时，扫描图样为渐开线；反向旋转时为花瓣线；当双光楔转速相等时，分别可得到圆形或直线扫描。该方案结构简洁、调节方便，可在 0 至 2 倍单光楔折射棱角范围内连续调节折射角，满足实验中对光束指向精确控制的需求[87]。

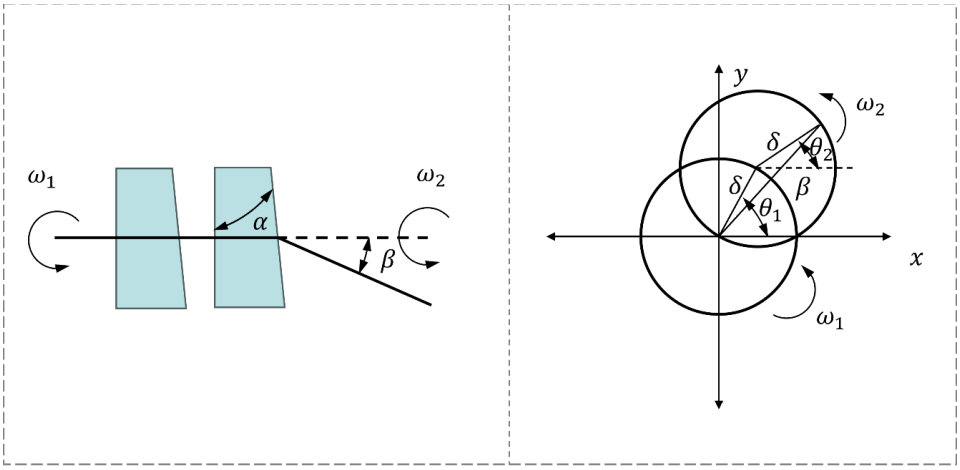


图 2-6 双光楔矢量模型图

Fig. 2-6 Double wedge vector model

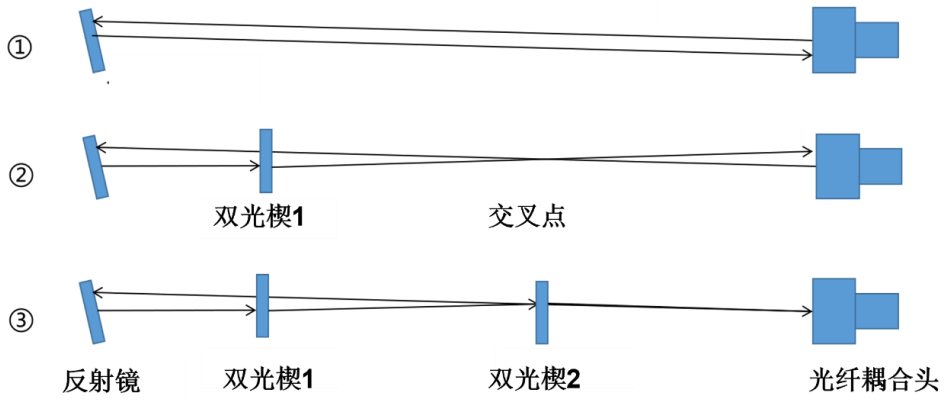


图 2-7 使用双光楔耦合光纤步骤图

Fig. 2-7 Fiber coupling procedure with double wedge

双光楔调节光路步骤，如图 2-7 示：

第一步：确定两束光在光学平台上的预定光路路线（平台上的凹槽）内；

第二步：添加双光楔 1，并调节入射光在耦合头前产生交叉；

第三步：在交叉点处，添加双光楔 2，在光纤耦合头前确保入射光和出射光重合并在光纤另一端出光；

第四步：优化双光楔 1、2 的指向性，直到光纤出光效率最高（70%以上）。

2.3 磁场系统

2.3.1 磁光阱与暗磁光阱

磁光阱（MOT）利用一对反亥姆霍兹线圈产生的四极磁场，将原子囚禁于中心区域。在此基础上，通过六束互相对射的冷却光，利用多普勒冷却机制对囚禁的原子进行冷却，可将初始速度高达数百米每秒的原子有效减速至每秒几十厘米，并获得毫开尔文量级的冷原子团[88]。

磁光阱内冷原子的密度上限主要受辐射俘获（radiation trapping）效应制约[89]。当阱中原子密度达到临界值后，散射荧光形成的辐射压力与冷却光的束缚力趋于平衡，新增原子仅能扩大冷原子团体积，而无法进一步提升密度。降低冷却光强以克服辐射俘获效应并不可取，因为磁光阱的工作机制高度依赖于冷却光。为此，Ketterle等人发展了暗磁光阱（Dark MOT）技术，可有效克服这一限制，显著提升阱内原子密度[90]。该技术的核心思路是将阱中心的原子抽运至不吸收光的暗态，具体通过空间或时间上关闭或者减弱再抽运光，使原子停留在可吸收冷却光并发射荧光的亮态概率大幅降低，从而使大部分原子处于不吸收光的暗态。在实验中，采用环形再抽运光搭配冷却光对原子进行俘获，其中心区域由反抽运光填充。反抽运光频率满足从$|F=2\rangle$到$|F'=2\rangle$跃迁，环形的再抽运光只能激发原子云外围的原子参与循环冷却，从而将经历冷却循环后的原子留在$|F=1\rangle$态，即暗态。充分冷却后，这些暗态原子在磁光阱中心暗斑区域富集。暗磁光阱每次装载的时间约为 6 秒，装载原子到磁转移前时序如图 2-8 所示。

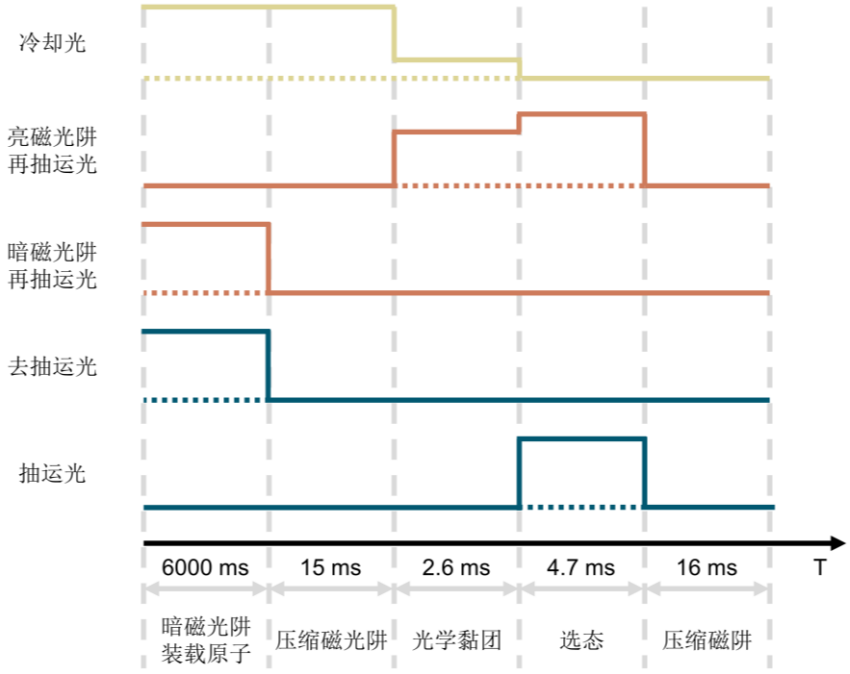


图 2-8 3D MOT 中时序图和激光频率设置

Fig. 2-8 Timing diagram and laser frequency configuration in 3D MOT

2.3.2 磁转移装置

制备超冷原子依赖于各种精密实验装置的协同工作，这导致系统不可避免地占据较大空间。然而，许多前沿研究方向，例如复杂光晶格实验[72]、基于量子气体显微镜的原位探测[34]，以及将超冷原子耦合至高精细度光学腔中研究量子电动力学效应[91]等，都要求在超冷原子所在区域预留足够开阔的光通道。这就产生了一个矛盾：原子制备需要紧凑的线圈、激光布局，而精细操控也需要开阔的实验环境。因此，如何优化制备 BEC 的实验环境，为未来科学研究预留实验空间非常重要。

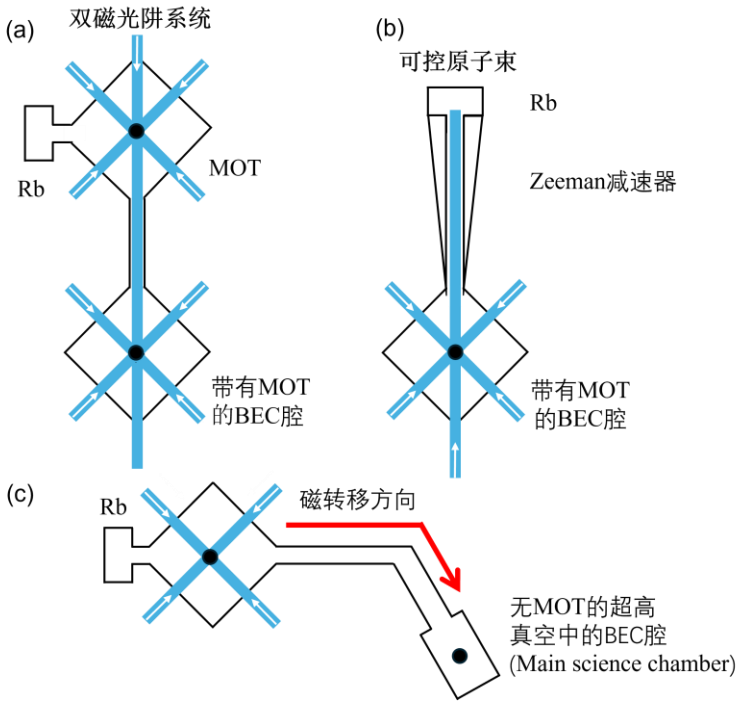


图 2-9 Rb 原子 BEC 制备的实验装置简图

Fig. 2-9 Schematic diagram of the experimental setup for BEC preparation with Rb atoms

注：(a)双磁光阱系统中制备 BEC 的原子来源于一级 MOT 向 BEC 腔的推送光。(b)制备 BEC 的原子来源于由 Zeeman 减速器调控的可控原子束。(c)一级 MOT 的原子被装载到磁阱中沿红色箭头方向转移至无 MOT 的 BEC 腔，该装置在主科学腔周围无 MOT 装置。

目前，原子云的远距离转移已发展出多种技术路径。移动光偶极阱技术通过精准操控红失谐偶极阱的焦点位置，实现了长达 28 cm 的原子转移距离[92]。光晶格转移技术基于贝塞尔光束的一维光晶格转移方案。利用贝塞尔光束的无衍射传播特性构建晶格势，实现晶格势的空间平移，从而带动束缚其中的凝聚体发生转移。实验结果表明，该方法的最大转移距离可达 10 cm[93]。相比之下，磁转移方案具有不受环境光干扰、转移路径转角可调、势阱尺寸可控的独特优势。通过机械移动线圈平移

磁阱[94]或者有序调节一系列重叠静态线圈中的电流，不仅能够实现原子的长距离、高精度转移，还能够在复杂光学环境中实现精准定位，如图 2-9 所示。在主科学腔中形成 BEC 时，一级 MOT 继续俘获原子，这种方案为制备连续 BEC 提供了可能[95]。同时，磁转移所用线圈尺寸易于缩小，为研究原子与表面的相互作用创造了有利条件，也为在原子芯片上创建中性原子磁微势提供了可行性[96]。这些转移技术的发展，使得超冷原子能够被灵活地引导至各类精密实验环境，为量子调控研究提供了更广阔的研究领域。

在线圈对的中心，四极磁场用泰勒展开表示为[97]：

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}(0) + (\mathbf{r}\cdot\nabla)\mathbf{B} + \frac{1}{2}(\mathbf{r}\cdot\nabla)^2\mathbf{B} + \cdots \tag{2.1}$$

由于四极磁场在中心处存在零点，因此$\mathbf{B}(0) = 0$。在实际实验中，原子云的尺寸远小于线圈间距，因此磁场在这小范围内变化得非常平缓，可以认为主要由线性项决定，而二阶及更高阶项相对很小，可以忽略。实验选择令z轴沿线圈的对称轴方向，磁场分布具有良好的对称性：

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial x}x \\ \frac{\partial B_y}{\partial y}y \\ \frac{\partial B_z}{\partial z}z \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

与磁场大小成正比的势阱在各个方向上线性增加。根据麦克斯韦方程：磁场的散度必须为零：

$$\nabla\mathbf{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y}\right) \tag{2.3}$$

由此可得，势阱中心由两个自由参数表征：z方向的磁场梯度为$Z_0 = \partial_z B_z / \partial z$和$y$方向与$x$方向磁场梯度的比值$A = \partial_y B_y / \partial_x B_x$。

磁转移是通过多组线圈交替作用，实现原子团的定向转移的过程。在转移过程中，为了尽量避免原子数的损失，磁阱的深度必须显著大于原子团的温度，同时需要克服重力势能。对于$|F = 2, m_F = 2\rangle$态的 ^{87}Rb，重力势能相当于约 15 G/cm 的线性磁场梯度。此外，原子的运动必须满足绝热条件，即$|(v\cdot\nabla)B/|B|| \ll \omega_L$，其中$\omega_L$为 Larmor 进动频率，这要求磁场在空间上的变化远小于 Larmor 频率。为避免简谐振动引起的加热，原子团的形状在输运过程中应保持不变，如图 2-10(a)。

鉴于上述因素，我们将z方向的梯度磁场设定为 100 G/cm，同时保持各方向梯度比例不变。结合原子在磁场零点的要求，至少需要三组独立的线圈，以保证空间磁场满足上述条件。沿x方向三个线圈组需满足以下方程组[98]：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{B}^{(1)}(x,I_1)+\boldsymbol{B}^{(2)}(x,I_2)+\boldsymbol{B}^{(3)}(x,I_3)&=0 \\ \partial_z B_z^{(1)}(x,I_1)+\partial_z B_z^{(2)}(x,I_2)+\partial_z B_z^{(3)}(x,I_3)&=Z_0 \\ \partial_x B_x^{(1)}(x,I_1)+\partial_x B_x^{(2)}(x,I_2)+\partial_x B_x^{(3)}(x,I_3)&=\frac{Z_0}{1+A} \end{aligned} \tag{2.4}$$

该方程组可以通过数值方法求解，从而得到空间中每个位置的线圈电流大小。本实验磁转移过程使用 12 对重叠的反亥姆霍兹线圈，如图 1-1 黄铜线圈所示。第一对线圈需要满足俘获和转移两个要求，且其中心需要通过竖直方向的冷却光，因此需要直径较大，每个线圈由 98（7×14）匝漆包线绕制而成，导线直径为 1 mm 下同。第二到十二对线圈，每个转移线圈由 144（6×24）匝漆包线绕制而成。由于第一对线圈直径较大，相邻线圈的边缘无法到达 MOT 线圈中心，所以需要一级 MOT 左侧的推送线圈将原子沿x正向推向 MOT 相邻线圈中心。在转移过程中，对于温度为几百微开尔文的原子，磁场零点附近自旋翻转导致的 Majorana 损耗忽略不计[97]。

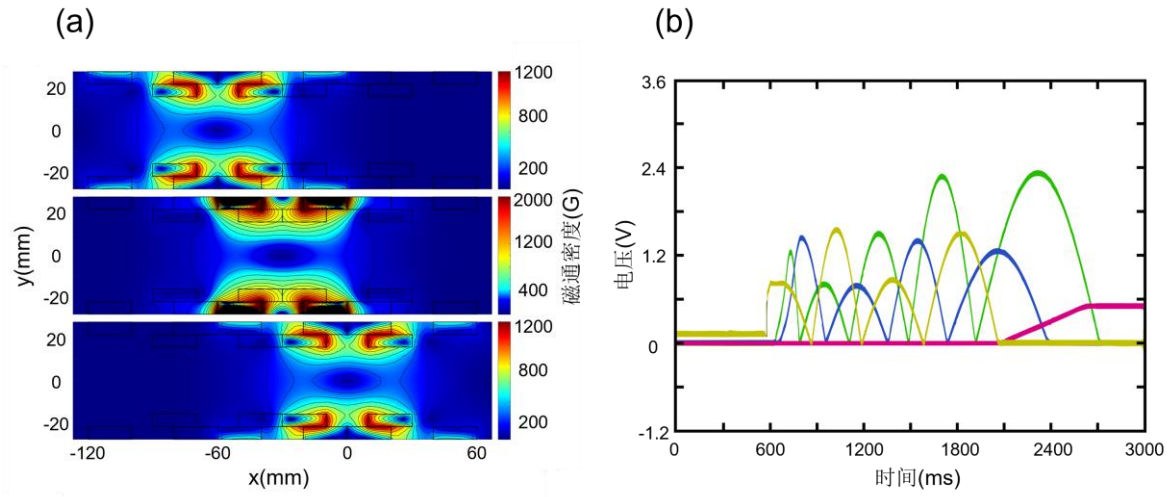


图 2-10 磁转移的示意图

Fig. 2-10 Schematic diagram of the magnetic trap transfer

注：(a)磁转移过程中保持几何形状不变。(b)黄色曲线：第一组线圈（编号 1、4、7、10）；蓝色曲线：第二组线圈（编号 2、5、8、11）；绿色曲线：第三组线圈（包括推送线圈及编号 3、6、9、12）；紫色折线：射频蒸发线圈。在 1 号与 2 号线圈对应的电流信号之间出现的绿色曲线峰值，源自推送线圈的电流响应。

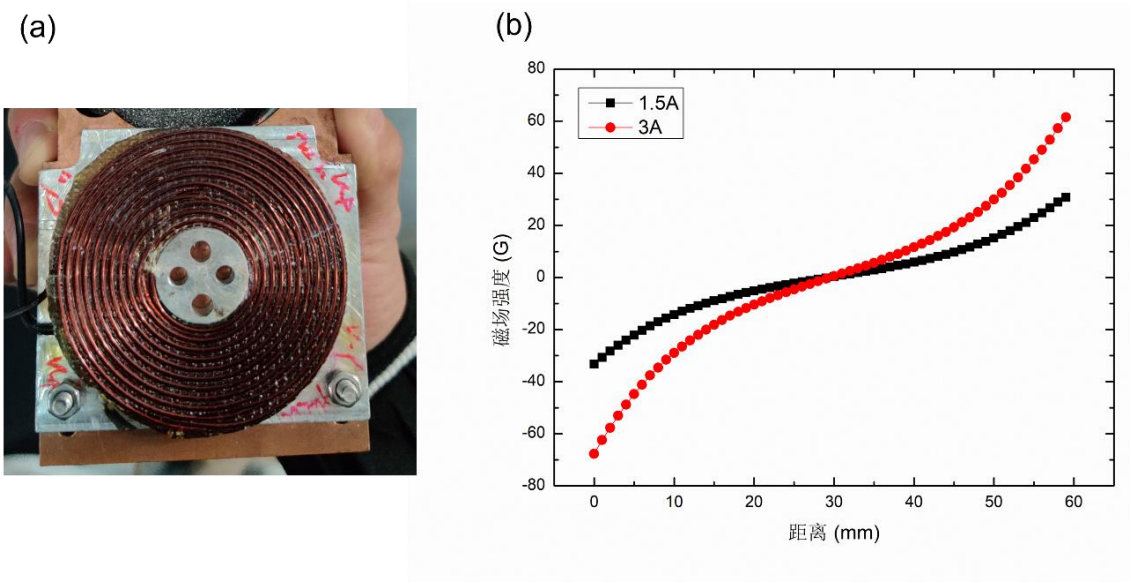


图 2-11 磁转移线圈实物和不同电流下反亥姆霍兹线圈轴向磁场分布

Fig. 2-11 Photograph of the magnetic transfer coil and Axial magnetic field distribution of the anti-Helmholtz coil under different currents

磁转移结束由光塞磁阱承载：约 2 秒左右，将原子云从一级 MOT 转移至主科学腔的光塞磁阱中，总转移距离为 49.8 cm。驱动转移线圈的电流源选用 Delta 公司型号为：45-140 的可编程直流电源。12 组转移线圈对被划分为三个大组，每组配备一个霍尔元件（CLN-300）用于实时监测电流变化。时序图如图 2-10(b)所示，图中不同颜色曲线对应不同线圈组的电流时序。磁转移线圈实物图和实测磁场数据如图 2-11 所示。

2.4 射频蒸发与偶极光阱蒸发

2.4.1 光塞磁阱中的射频蒸发

光塞磁阱是将磁场俘获与光学排斥势相结合的冷原子囚禁技术，主要用于解决传统磁阱中的“Majorana 损失”问题。在标准的四极磁阱中，磁场在中心位置为零，原子在靠近该区域时容易发生自旋翻转，从而逃逸出势阱，严重影响囚禁效率和冷却过程[99]。光塞磁阱的目的是在磁场零点处引入一束蓝失谐激光，利用光偶极力在中心区域产生排斥势垒，将原子“挡”在零场区域之外，从而抑制非绝热跃迁带来的损失。实验上为实现堵塞磁场零点，使用 18 W 的 532 nm 激光形成的势垒填补磁场零点，激光器来自山大宇光科技公司。接下介绍实验上如何使用光塞对磁阱零点进行封堵，如图 2-12 所示：

第一步：使用探测光定位磁阱中原子云位置。在为光塞激光预留的光路上引入一束探测光，调节探测光的指向性使其对原子的扰动最强，并留下光阑标记；

第二步：使用光塞激光穿过第一步留下的光阑标记，在水平方向的吸收成像时保持光塞激光开启，即可看到原子上出现由光塞势垒形成的空洞；

第三步：将吸收成像切换到竖直方向，使用 50 mm-200 mm 的成像透镜组观察磁阱中的原子云，调节光塞激光位置；

第四步：将光塞激光调至原子云中心。由于磁阱蒸发冷却后的原子云密度较高且空间分布较小，通过增大探测光失谐量，可减少原子对探测光的吸收，便于定位光塞激光位置。若在飞行时间 0 ms 时的吸收成像得到原子云中的光塞位置不清晰，可先将原子从磁阱中释放后再进行成像。释放后的原子云在飞行过程中发生弹道膨胀，其空间尺寸显著增大，更有利于确定光塞激光的空间位置。以 0 ms 时的吸收成像显示原子云被光塞从中心分开，两侧原子密度与光塞位置密度反差最大时视为调节结束。

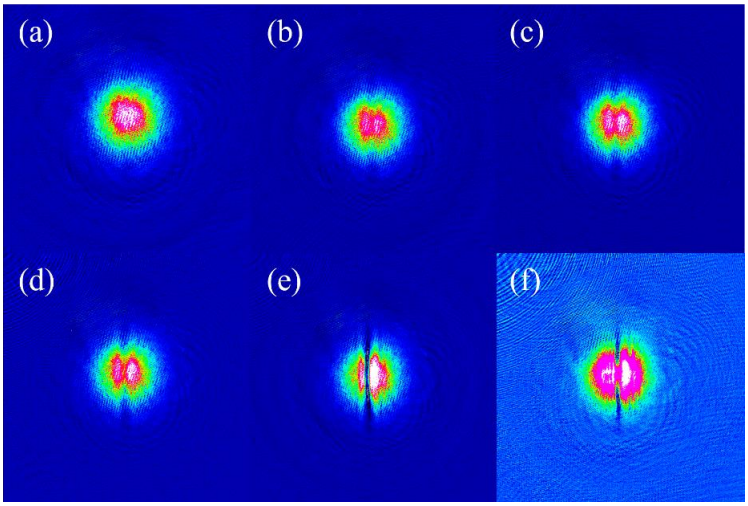


图 2-12 校准 532 nm 光塞位置

Fig. 2-12 Calibration of the 532 nm optical plug position

注：(a)磁阱蒸发第三步 TOF 为 0 ms 的吸收成像。(b-f)表示调节光塞位置到原子中心且两侧原子密度与光塞位置密度反差最大。

射频蒸发冷却是通过施加射频场诱导较高能量原子发生自旋跃迁并逃离磁阱，从而使剩余原子重新热平衡，进而降低整体温度的一种冷却方法，又称磁阱蒸发冷却[100]。实验上分为三步进行：2 s 内扫描射频信号从 28.5 MHz 到 20 MHz，然后 3 s 内由 20 MHz 到 13 MHz，最后 4 s 由 13 MHz 到 1.5 MHz。

2.4.2 偶极光阱蒸发

偶极光阱是利用远红失谐激光诱导原子产生电偶极相互作用，从而形成吸引型光学势以实现原子囚禁。基于此，偶极光阱蒸发冷却通过逐步降低阱深（减弱激光强度），使较高动能原子优先逃逸出势阱，剩余原子经弹性碰撞重新达到热平衡，从而降低体系整体温度并实现向极低温区的演化[89]。该方案与磁阱射频蒸发冷却相比，可实现对任何 Zeeman 子能级的原子进行蒸发，为以后开展不同自旋态的超冷原子研究奠定了基础。

为高效率的从磁阱向偶极光阱中装载原子。在磁阱蒸发的最后 4 s 打开光阱，光阱中心设置在光塞磁阱的边缘附近（防止破坏光塞磁阱结构）。偶极光阱蒸发过程在 1.8 s 内分五步进行，原子样图如图 2-13 所示。

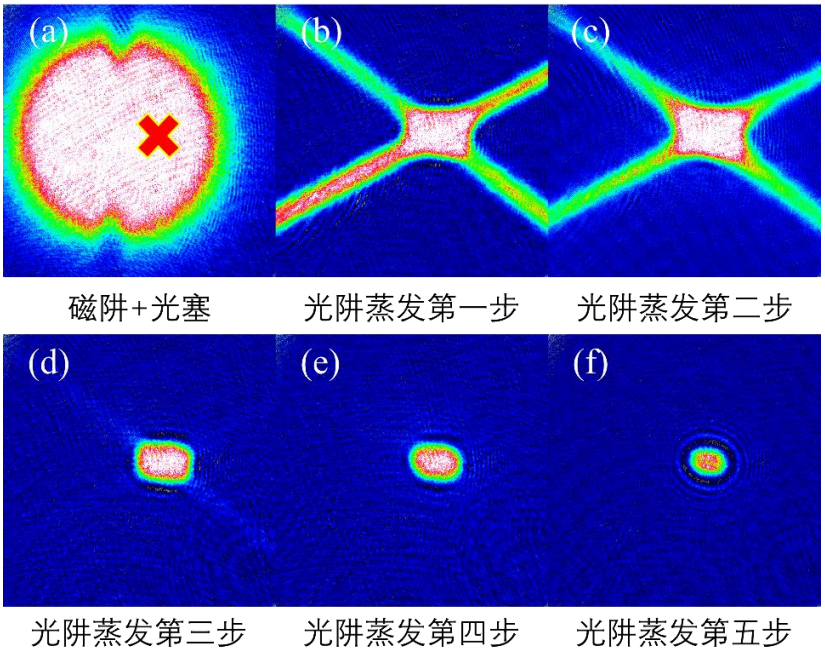


图 2-13 偶极光阱蒸发过程的原子样图

Fig. 2-13 Atomic cloud during evaporative cooling in the optical dipole trap

在长时间实验运行过程中，环境温度的变化会引起光学元件的形变与光路漂移，从而导致光阱指向产生偏移。因此需要校准偶极光阱，其步骤为：

第一步：确定光塞磁阱位置。在 TOF 为 0 ms 的吸收成像中，选取图 2-13(a)中红色标记位置作为两路光阱的中心位置；

第二步：调节二路光阱左右至第一步标记位置，并扫描光阱的高低，以装载原子数密度最高位置为结束；

第三步：打开一路光阱，调节指向性，以装载原子数密度最高位置为结束；

第四步：在飞行吸收成像中，以第五步蒸发冷却结束原子密度最高为目的分别优化两路光阱的指向性和光强。

2.4.3 偶极光阱束缚频率

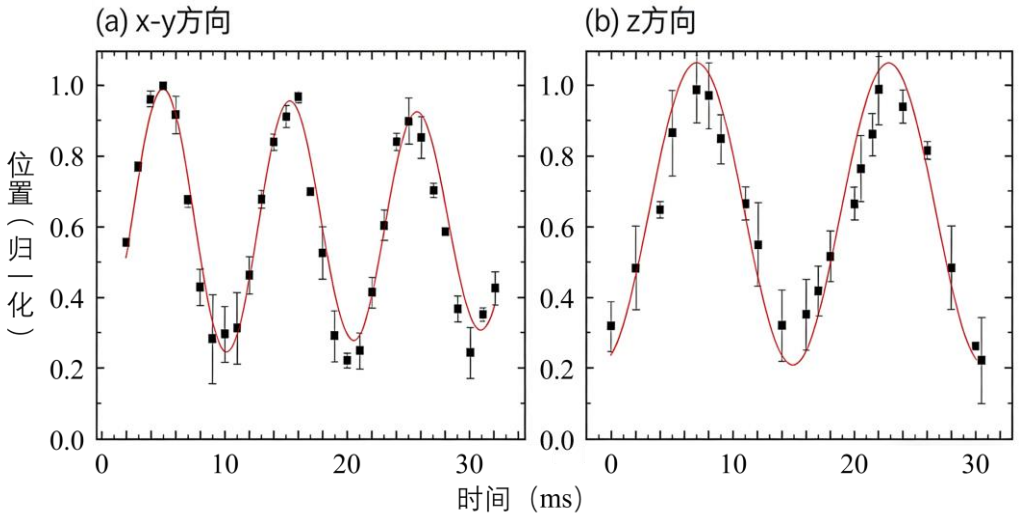


图 2-14 原子云质心振荡周期

Fig. 2-14 Atomic cloud center-of-mass oscillation period

测量偶极光阱束缚频率常用质心振荡法（center-of-mass oscillation method）[101]和参量加热法（parametric oscillation method）。质心振荡法是在偶极光阱蒸发结束后，对阱中的原子施加短脉冲梯度磁场或激光脉冲，使其质心偏离平衡位置，让原子自由振荡不同时间后在动量空间成像。实验上，利用主科学腔旁的 SG（Stern-Gerlach）线圈提供 1 ms 的梯度磁场，改变原子在偶极光阱中的振荡时间并成像。如图 2-14，从 x-y 平面及 z 方向观察原子的振荡周期，分别为 10.3 ms、14.8 ms，对应振荡频率分别为$\omega_{\mathrm{x-y}} = 2\pi \times 97.09$ Hz和$\omega_{\mathrm{z}} = 2\pi \times 67.57$ Hz。参量加热法将在之后关于光晶格阱深测量中详细描述。

2.5 BEC 的形成与光阱中的损耗

在光阱蒸发结束后，成功获得数量约为 5×10^5 个原子的 BEC，自旋态处于$|F, m_F\rangle = |2,2\rangle$。由于 BEC 体积非常小，采用 4f 成像系统对自由飞行后的原子云进行放大吸收成像。该系统由焦距为 18 mm 的物镜与焦距为 400 mm 的目镜构成，可实现约 22.2 倍的有效放大。经 18 ms 自由飞行后，利用 CCD 相机拍摄吸收图像。结

果如图 2-15(a)所示，形成 BEC 时呈现 Bimodal 分布，黑色点代表实验测到的原子数，红色线是对热原子进行的高斯拟合曲线，蓝色线是对 BEC 的抛物线拟合。

光阱中的原子受各种因素影响，随时间增长而出现原子数损失现象，如图 2-15(b)、(c)所示。

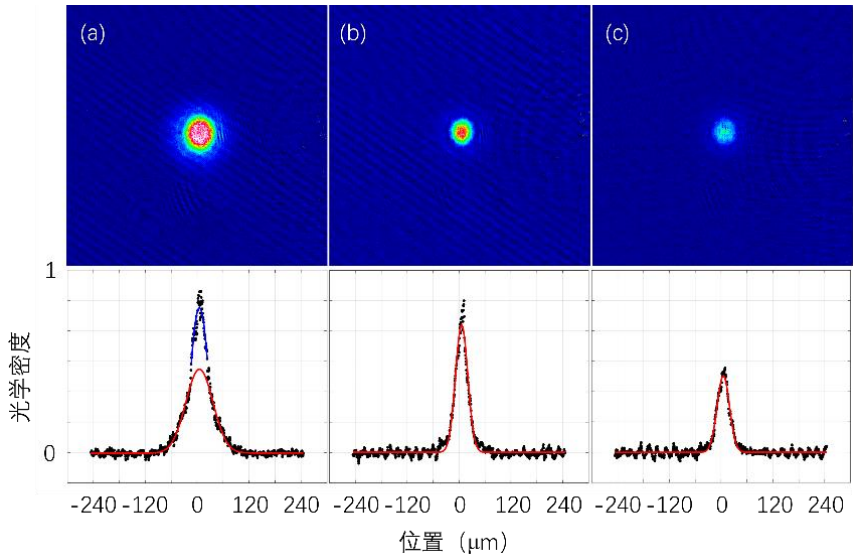


图 2-15 BEC 在光阱中随时间演化

Fig. 2-15 Time evolution of BEC in an optical trap

注：光学密度经过归一化处理，(a-c)在光阱蒸发后等待 0、3、5 秒后 TOF18 ms 吸收成像。

原子数量与时间非指数衰减关系。使用公式(2.5)描述光阱中原子的损耗[102]：

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -k_1 N - k_2 N\langle n\rangle - k_3 N\langle n^2\rangle \tag{2.5}$$

其中N为光阱中的原子数，$\langle n\rangle$为原子的平均密度。k_1为单体损耗系数，k_2为两体自旋弛豫损耗系数，k_3为三体复合损耗系数。

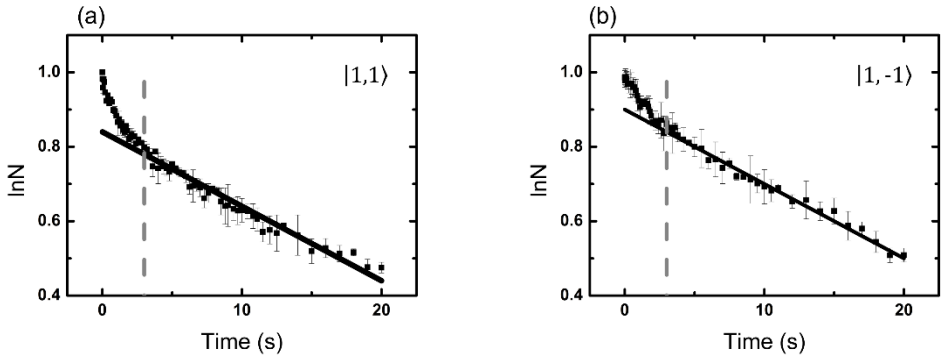


图 2-16 $|F, m_F\rangle = |1,1\rangle$和$|1,-1\rangle$态原子数的自然对数在光阱中与时间的关系

Fig. 2-16 Natural logarithm of the atom number of $|F,m_F\rangle=|1,1\rangle$ state and $|1,-1\rangle$ state versus time in the optical trap

注：数据经过归一化处理，散点为实验数据，实线为理论拟合，下同。

单体损耗主要源于原子与背景气体的碰撞，且与原子所处的自旋态无关[103]。在长时间段($t \geq 3$ s)内，这些数据汇聚在一条斜率为背景碰撞所设定的负倒数的直线上。在短时间段($t \leq 3$ s)内，数据偏离这条直线的差异是与密度相关的损失。通过数据拟合可得出图 2-16 的斜率为$k_1=-0.08\ \mathrm{s}^{-1}$。

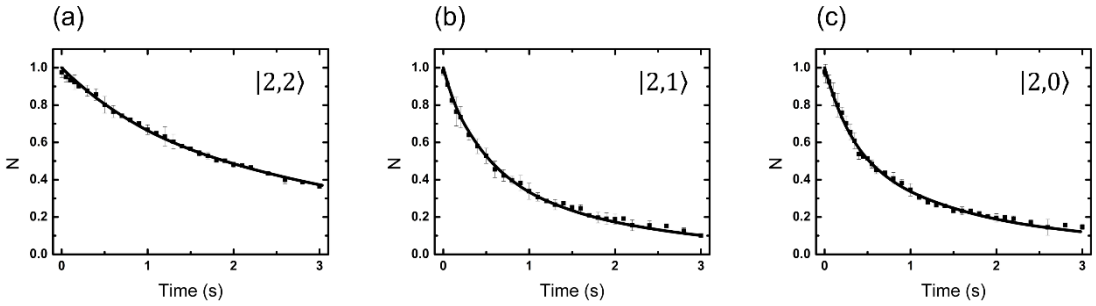


图 2-17 $|F,m_F\rangle=|2,2\rangle,|2,1\rangle,|2,0\rangle$的原子数在光阱中随时间损耗

Fig. 2-17 Atom number loss of $|F,m_F\rangle=|2,2\rangle,|2,1\rangle$ and $|2,0\rangle$ states versus time in the optical trap

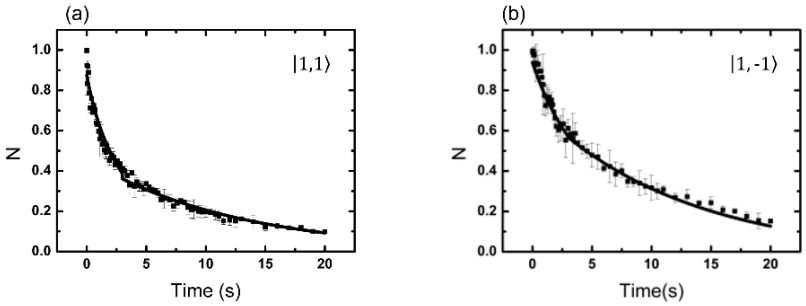


图 2-18 $|F,m_F\rangle=|1,1\rangle,|1,-1\rangle$的原子数在光阱中随时间损耗

Fig. 2-18 Atom number loss of $|F,m_F\rangle=|1,1\rangle$ and $|1,-1\rangle$ states versus time in the optical trap

k_2为两体自旋弛豫损耗，只有在原子被囚禁在磁阱中时才会发生。k_3为三体复合损耗，当三个原子彼此靠近时，其中两个原子可能会形成一个二聚体或分子，处于激发的振动态，而第三个原子则带走释放的能量。由于这种能量远远大于限制原子势阱的深度，从而造成三个原子损耗，此过程每单位时间发生的概率与$\langle n^2\rangle$成正比[104]。

因此，令$k_1=-0.08\ \mathrm{s}^{-1}$，$k_2=0\ \mathrm{cm}^3\mathrm{s}^{-1}$带入公式(2.5)，在 3 s 内拟合实验数据如图 2-17，2-18 所示，拟合结果分别为：$k_{3,|2,2\rangle}=4.5\times10^{-29}\ \mathrm{cm}^6\mathrm{s}^{-1}$，$k_{3,|2,1\rangle}=$

$3.5 \times 10^{-28}\ \mathrm{cm^6 s^{-1}}$，$k_{3,|2,0\rangle} = 1.91 \times 10^{-28}\ \mathrm{cm^6 s^{-1}}$，$k_{3,|1,1\rangle} = 2.99 \times 10^{-29}\ \mathrm{cm^6 s^{-1}}$，$k_{3,|1,-1\rangle} = 1.98 \times 10^{-29}\ \mathrm{cm^6 s^{-1}}$。

2.6 多点温度预警装置

在超冷原子体系中，维持长时间的量子相干性是开展各类精密实验与量子调控的重要参数，这高度依赖于实验条件的稳定。然而，复杂的实验系统中，实验环境温度、功率放大器热稳定性、线圈电阻温漂以及水冷循环效率等因素均会随运行时间发生漂移，从而导致退相干。针对这一问题，我们建立了对光学平台、功率放大器、磁场线圈及水冷系统的多点温度实时监测与预警机制，以实现对环境扰动的主动抑制，从而为长时间的量子相干性提供保障。实验上采用开发板搭建温度报警系统，后续可拓展为联网型温湿度控制器、流速控制器等。

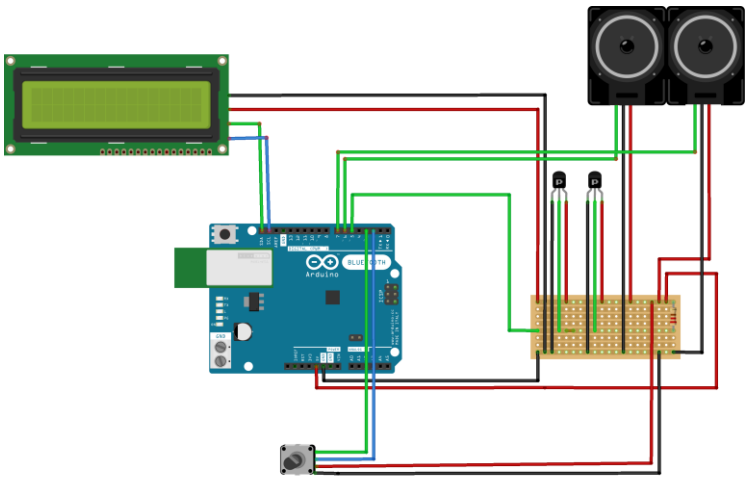


图 2-19 多点温度预警装置

Fig. 2-19 Multi-point temperature alarm unit

如图 2-19 所示，温度报警系统由开发板、温度传感器、蜂鸣器、旋转编码器、拓展电路板、显示器组成。使用方法是：显示器实时显示温度传感器探测到的温度和报警阈值；旋转编码器控制报警阈值；一旦温度传感器感受到的温度到达该阈值蜂鸣器立刻发出蜂鸣警报声。所有的传感器的供电、数字和模拟信号来自开发板。

控制系统以 Arduino UNO R3 开发板为核心，该板搭载 ATmega328P 微控制器，主频 20 MHz，处理性能为 20 MIPS，采用 C 语言进行编程控制。板载四个 LED 指示灯用于状态监测：标有“ON”的为电源指示灯，通电后常亮。标有“TX”和“RX”的为串口通信指示灯。开发板的整体布局及常用接口标注如图 2-20 所示。

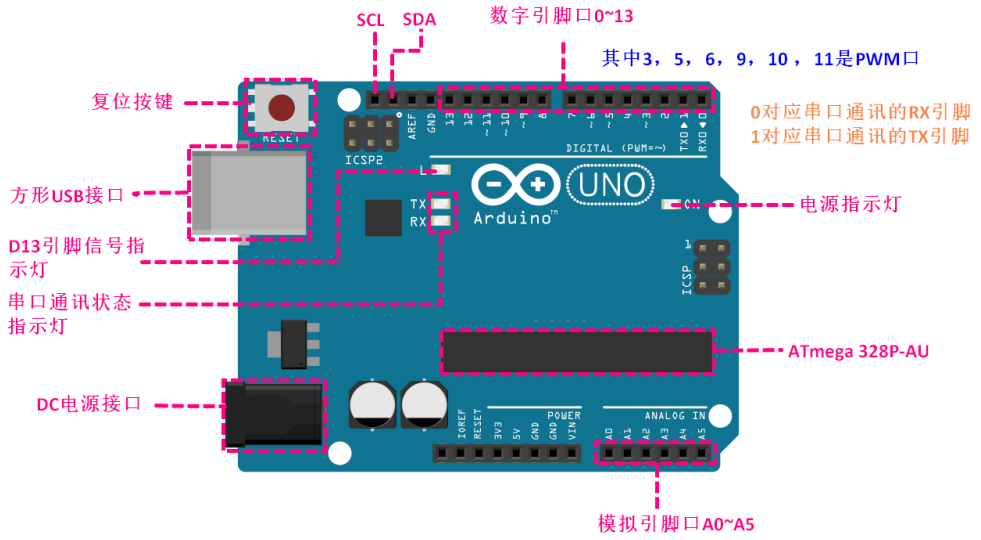


图 2-20 Arduino UNO R3 开发板

Fig. 2-20 Arduino UNO R3 development board

旋转编码器是一种用于检测转轴角度位置的传感器，能够将旋转运动转换为电信号，输出形式包括数字信号与模拟信号。本装置采用增量式旋转编码器（KY-040）监测转轴角度位置。如图 2-21 所示，该编码器为机械式正交编码器，内部码盘随转轴转动时产生两路相位相差 90°的方波脉冲信号。通过统计脉冲数量可获取旋转位置，通过检测两路信号的相位关系可判断旋转方向。开发板读取编码器输出的脉冲数与相位信息后，结合预设的温度阈值进行实时判断，当检测到异常升温时触发报警。编码器引脚分配如下：公共端接 C，两路信号输出分别接主控板的数字输入引脚，用于捕获脉冲跳变。供电电压为 5 V，与主控板逻辑电平兼容。

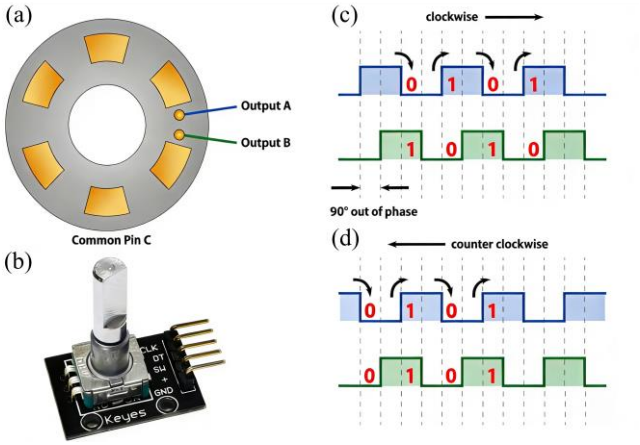


图 2-21 增量式旋转编码器 KY-040 工作原理图

Fig. 2-21 KY-040 incremental rotary encoder working principle diagram

注：(a)表示旋转编码器内部表盘。(b)为增量式旋转编码器 KY-040 实物图。(c-d)表示两路输出信号的相位相差90°。顺时针旋转时，信号A超前于信号B，在电平跳变时刻两路信号状态相反；逆时针旋转时，两路信号状态则保持一致。

实验需在多个节点快速采集温度，经对比选用 DS18B20 数字温度传感器，如图 2-22。该器件测温范围覆盖-55°C 至+125°C，在-10°C 至+85°C 区间内精度达±0.4°C，满足实验的温度监测需求。DS18B20 采用单总线接口，每片内置唯一 64 位 ID，支持多节点挂载于同一总线，通过 ROM 搜索机制可独立寻址读取。其内部集成 EEPROM，可配置转换精度与报警阈值，配置信息掉电不丢失。传感器供电电压为 2.5 V 至 5.5 V，与主控板逻辑电平兼容。实验中采用标准接线：VDD 接电源，DQ 接开发板数字引脚并外接上拉电阻，GND 接地。



图 2-22 DS18B20 温度传感器的两种封装形式（TO-92 和 MSOP8）

Fig. 2-22 Two package types of the DS18B20 temperature sensor (TO-92 and MSOP8)

蜂鸣器采用 S8050 三极管驱动的 5 V 电磁式有源蜂鸣器。显示器为 IIC/I2C 接口的 LCD1602 液晶显示屏模块。扩展电路板采用 8 行串联结构：第 1 行和第 8 行的一端连接开发板供电端口，另一端作为供电输出为传感器供电。第 5 行用作温度传感器的信号总线，连接至开发板的数字输入引脚。

2.7 本章小结

围绕超冷 ^{87}Rb 原子 BEC 的制备，建立并优化了一套完整的实验流程。本章详细描述了原子从暗磁光阱装载原子，经磁转移将原子装载到光塞磁阱，然后进行射频蒸发，最终在偶极光阱中通过蒸发实现 BEC 的完整路径。通过对三体损耗系数的拟合与光阱中原子寿命的测量，评估了系统的稳定性，为后续光晶格实验提供了可靠

的初始条件。此外，还搭建了多点温度预警装置，为实验环境提供长时间稳定运行提供了保障。本章工作为后续开展光晶格中的量子态调控奠定了稳定的实验环境。

3 光晶格中的超冷原子

3.1 光晶格理论

3.1.1 周期性晶格势

当两束或多束具有相同频率的激光发生干涉时，形成周期性的晶格势。如图 3-1 所示：

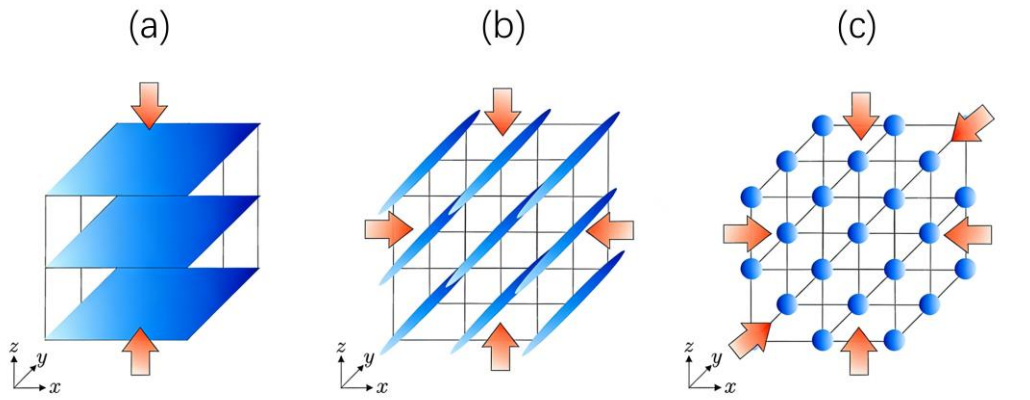


图 3-1 一维、二维和三维光晶格的等势面

Fig. 3-1 Equipotential surfaces of one-dimensional, two-dimensional, and three-dimensional optical lattices

注：(a)当 x 与 y 方向的对向光束强度较弱，而 z 方向的对向光束强度较强时，z 方向形成较深的光晶格势阱，原子在该方向上的运动被冻结，从而被限制在一系列准二维平面内。(b)在此基础上，若进一步提高 x 方向对向光束的强度，则原子在 x 与 z 两个方向均受到强束缚，仅在 y 方向保持相对自由运动，体系由此演化为沿 y 方向延展的准一维管状结构。(c)类似地，三对独立的正交对向激光束产生三维立方光晶格势。

在沿z方向的一维光晶格中，两束同频、线偏振光的传播光束产生的电场为：

$$\boldsymbol{E} = E_0\{\cos(\delta t - kz) + \cos(\delta t + kz)\}\hat{\boldsymbol{e}}_x = 2E_0\cos(kz)\cos(\delta t)\hat{\boldsymbol{e}}_x \tag{3.1}$$

其中，$\boldsymbol{E}$是电场矢量，E_0为电场振幅，δ是角频率，$\hat{\boldsymbol{e}}_x$为偏振方向，$k = 2\pi/\lambda$为波数，驻波给出的偶极势为（只考虑标量势）：

$$V = V_0\cos^2(kz) = \frac{V_0}{2}(1 + \cos(2kz)) \tag{3.2}$$

3.1.2 布洛赫能带理论

晶格的周期性导致原子晶格系统的能谱呈现能带结构。在不含原子间相互作用情况下，单个原子在一维光晶格中运动表示为[105]：

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}+V(x)\psi(x)=E\psi(x) \tag{3.3}$$

其中$V(x)=V_0\cos^2(kx)$，两边同时除以光子反冲动量$E_R=\hbar^2k^2/(2m)$，E_R指一个原子吸收或发射一个光子时所获得的动能。上式可化为：

$$-\frac{1}{k^2}\frac{d^2\psi_{n,q}(x)}{dx^2}+s\cdot\cos^2(kx)\psi_{n,q}(x)=\epsilon_{n,q}\psi_{n,q}(x) \tag{3.4}$$

$$V(x)=V_0\cos^2(kx)=sE_R\cos^2(kx) \tag{3.5}$$

$$E=\epsilon_{n,q}E_R \tag{3.6}$$

其中$s=V_0/E_R$，根据布洛赫理论（Bloch theory）[106]，具有周期势的薛定谔方程的解，由布洛赫波函数给出$\psi_{n,q}(x)$，可用平面波$\exp(iqx/\hbar)$与具有周期性光晶格的函数$u_{n,q}(x)$的乘积表示($u_{n,q}(x)=u_{n,q}(x+a)$, 其中$a=\frac{\pi}{k}=\frac{\lambda}{2}$)：

$$\psi_{n,q}(x)=e^{\frac{iqx}{\hbar}}\cdot u_{n,q}(x) \tag{3.7}$$

n为能带指数，q为准动量。如果将这个方程代入方程(3.4)，可得$u_{n,q}(x)$的薛定谔方程：

$$-\frac{1}{k^2}\left[\frac{-q^2}{\hbar^2}+\frac{2iq}{\hbar}\frac{d}{dx}+\frac{d^2}{dx^2}\right]u_{n,q}(x)+s\cdot\cos^2(kx)u_{n,q}(x)=\epsilon_{n,q}u_{n,q}(x) \tag{3.8}$$

任意周期函数（$u_{n,q}(x)$和$s\cdot\cos^2(kx)$）可作傅里叶变换：

$$u_{n,q}(x)=\sum_{l=-\infty}^{\infty}c_{l,n,q}e^{i2klx} \tag{3.9}$$

$$s\cdot\cos^2(kx)=s\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\left(e^{-i2kx}+e^{i2kx}\right)\right) \tag{3.10}$$

周期性为$2\pi/2k=\pi/k=\lambda/2$。Bloch 波函数为：

$$\psi_{n,q}(x)=\sum_{l=-\infty}^{\infty}c_{l,n,q}\left|\phi_{2l\hbar k+q}\right\rangle \tag{3.11}$$

其中$|\phi_{2l\hbar k+q}\rangle=e^{i(2lk+q/\hbar)x}$，将(3.9)和(3.10)代入(3.8)，得到系数$c_{l,n,q}$和本征能量$\epsilon_{n,q}$未知的方程。这些方程可用矩阵形式表示：

$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} H_{l,l'} \cdot c_{l,n,q} = \epsilon_{n,q} c_{l,n,q} \tag{3.12}$$

其中：

$$H_{l,l'} = \begin{cases} (2l + \frac{q}{\hbar k})^2 + \frac{s}{2}. & l = l' \\ -\frac{s}{4}. & |l - l'| = 1 \\ 0. & \text{其余项} \end{cases} \tag{3.13}$$

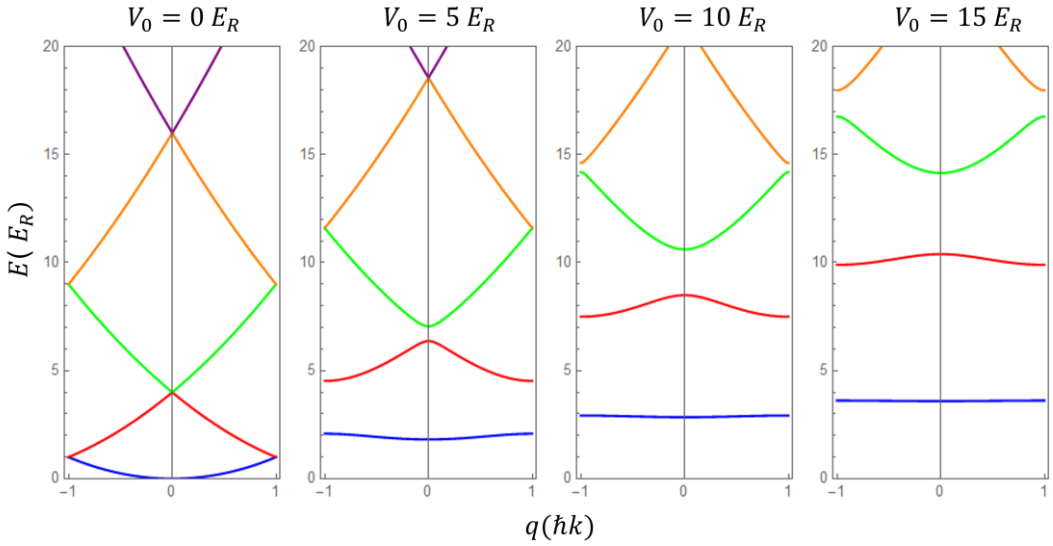


图 3-2 一维光晶格的能带结构

Fig. 3-2 Band structure of the one-dimensional optical lattice

如图 3-2 所示，蓝、红、绿、橙、紫色依次为第 s、p、d、f、g 能带。当阱深为 0 时，能带的能隙也为 0，此时能带结构与自由粒子的色散关系一致。若逐步增加光晶格的势阱深度，能隙会随之增大。

3.1.3 晶格的突然装载

为了模拟衍射动力学，考虑最初处于平面波状态的 BEC 为$|\Psi(t=0)\rangle = |\phi_{\mathrm{q}}\rangle = e^{i\mathrm{q}\cdot\mathrm{r}}$。在突然装载到光晶格后，该状态可表示为准动量q的布洛赫态的相干叠加：

$$|\Psi(0)\rangle = \sum_{n} |n,\mathrm{q}\rangle\langle n,\mathrm{q}|\phi_{\mathrm{q}}\rangle = \sum_{n} a^{*}_{n,\mathrm{q}}(p_0)|n,\mathrm{q}\rangle \tag{3.14}$$

其中$p_0 = (0,0)$为索引值。随后 BEC 在晶格中持续时间为τ的演化过程中，得到时间依赖态：

$$|\Psi(\tau)\rangle = \sum_n a^*_{n,\mathrm{q}}(p_0) e^{-\frac{iE_{n,\mathrm{q}}\tau}{\hbar}} |n,\mathrm{q}\rangle \tag{3.15}$$

在演化之后，晶格在时间τ突然关闭。晶格态投影到平面波基矢上。每个动量分量的振幅$c_{\mathrm{q}}(p)$由以下公式给出：

$$c_{\mathrm{q}}(p) = \sum_n a^*_{n,\mathrm{q}}(p_0) a_{n,\mathrm{q}}(p) e^{-\frac{iE_n(\mathrm{q})\tau}{\hbar}} \tag{3.16}$$

由相位因子$e^{-\frac{iE_n(\mathrm{q})\tau}{\hbar}}$之间的干涉所决定的衍射图样随演化时间$\tau$演化，相关实验研究将在第四章节中详述。

3.1.4 晶格的绝热装载

与前一节中通过突然开启光晶格不同，下面介绍将 BEC 转移到单个布洛赫态$|n,q\rangle$。为实现这一点，需要用绝热方式逐渐增加光晶格的强度，使体系在演化过程中始终保持在瞬时本征态，即满足绝热条件[107]：

$$\left|\left\langle i,q\left|\frac{\partial H}{\partial t}\right|0,q\right\rangle\right| \ll \frac{\Delta E^2(q,t)}{\hbar} \tag{3.17}$$

其中ΔE表示基态与第一激发态$|i\rangle$之间的能量差。由于左侧项与晶格深度变化速率$\mathrm{d}V_0/\mathrm{d}t$成正比，因此只需控制晶格强度的变化足够缓慢即可满足绝热条件。在布里渊区中心$q = 0$处，带间能隙始终满足$\Delta E \geq 4\, E_R$，从而可以选择$\mathrm{d}V_0/\mathrm{d}t \ll 16E_R^2/\hbar$来保证绝热加载的实现。理论上，根据绝热条件估算，晶格上升时间需远大于几十微秒量级。然而，在实际实验中，为充分抑制非绝热激发，通常采用数十毫秒量级的缓慢加载过程。

3.2 原子在能带之间的相干转移

下面介绍如何从宇称守恒的角度理解原子在不同能带间的耦合。研究的起始是从通过绝热方式将 BEC 装载到一维光晶格最低能带。考虑一维光晶格势：

$$V(x) = \frac{V_0}{2}\cos(2kx) \tag{3.18}$$

该势关于空间反演$x \to -x$保持不变，即

$$V(x) = V(-x) \tag{3.19}$$

因此单粒子哈密顿量：

$$H_0 = \frac{p^2}{2M} + V(x) \tag{3.20}$$

与宇称算符$\hat{P}$对易：

$$\left[H_0, \hat{P}\right] = 0 \tag{3.21}$$

在第一布里渊区中心$q = 0$处，晶格本征态具有确定的宇称。s 带（基带）为偶宇称；p 带为奇宇称；d 带为偶宇称；依此类推。因此在$q = 0$处，

$$\hat{P}\psi_s(x) = +\psi_s(x) \tag{3.22}$$

$$\hat{P}\psi_p(x) = -\psi_p(x) \tag{3.23}$$

$\psi_s(x)$、$\psi_p(x)$为 s 和 p 能带的本征态。

3.2.1 原子在能带 s 与 p 之间转移

为实现$q = 0$处原子从能带 s 至能带 p 跃迁，如图 3-2 蓝色与红色能带，通过相位调制使晶格势能的空间位置随时间周期性偏移[107]：

$$V(x) \to V\big(x + \delta x(t)\big) \tag{3.24}$$

当位移幅度较小时，可作一阶展开：

$$V(x + \delta x) \approx V(x) + \delta x(t)\frac{\partial V}{\partial x} \tag{3.25}$$

因此产生的时间依赖微扰为：

$$H'(t) = \delta x(t)\frac{\partial V}{\partial x} \tag{3.26}$$

由于$V(x)$是偶函数，其空间导数为奇函数：

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -V_0 k \sin(2kx) \tag{3.27}$$

满足：

$$\hat{P}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)\hat{P}^{-1} = -\frac{\partial V}{\partial x} \tag{3.28}$$

$\hat{P}$为宇称算符。因此，该微扰算符具有奇宇称。原子在能带间的耦合遵循宇称选择定则，带间耦合矩阵元为：

$$\langle \mathrm{p}|H'|\mathrm{s}\rangle = \delta x(t)\int dx \psi_{\mathrm{p}}^{*}(x)\frac{\partial V}{\partial x}\psi_{\mathrm{s}}(x) \tag{3.29}$$

利用宇称性质：$\psi_{\mathrm{s}}(x)$为偶函数，$\psi_{\mathrm{p}}(x)$为奇函数，$\frac{\partial V}{\partial x}$为奇函数。

被积函数整体宇称为：

$$(\text{奇}) \times (\text{奇}) \times (\text{偶}) = \text{偶} \tag{3.30}$$

因此

$$\langle \mathrm{p}|H'|\mathrm{s}\rangle \neq 0 \tag{3.31}$$

说明相位调制可有效耦合 s 与 p 带。

3.2.2 原子在能带 s 与 d 之间转移

为实现$q = 0$处原子从能带 s 至能带 d 跃迁，如图 3-2 蓝色与绿色能带，对晶格进行振幅调制：

$$V_0 \to V_0 + \delta V(t) \tag{3.32}$$

则势能变为：

$$V(x,t) = \frac{V_0 + \delta V(t)}{2}\cos(2kx) \tag{3.33}$$

对应的一阶微扰为：

$$H'(t) = \frac{\delta V(t)}{2}\cos(2kx) \tag{3.34}$$

由于$\cos(2kx)$为偶函数，因此

$$\hat{P}H'\hat{P}^{-1} = H' \tag{3.35}$$

说明该微扰算符具有偶宇称。

考虑 s 与 d 带之间的耦合矩阵元：

$$\langle \mathrm{d}|H'|\mathrm{s}\rangle = \frac{\delta V(t)}{2}\int dx \psi_{\mathrm{p}}^{*}(x)\cos(2kx)\psi_{\mathrm{s}}(x) \tag{3.36}$$

被积函数整体宇称为：

$$(\text{偶}) \times (\text{偶}) \times (\text{偶}) = \text{偶} \tag{3.37}$$

该矩阵元为：

$$\langle \mathrm{d}|H'|\mathrm{s}\rangle \neq 0 \tag{3.38}$$

因此振幅调制能够有效耦合具有相同宇称的能带（如 s 带与 d 带），而对具有相反宇称的能带无法实现有效耦合。基于这一机制，下文介绍利用本原理的参量加热法对光晶格阱深的精确标定。

3.3 一维光晶格阱深的标定

本次实验分别采用拉曼-纳斯（Raman-Nath, RN）衍射、卡皮查-狄拉克（Kapitza-Dirac, KD）衍射以及参量加热对光晶格的阱深进行标定并对实验结果进行分析。Raman-Nath 与 Kapitza-Dirac 衍射标定法本质上探测的是晶格周期势对原子动量态的耦合强度，而这种耦合正是能带形成的来源；参量加热则通过调制晶格深度直接诱导原子在激发带间跃迁，因此能够直接测量能带结构。

实验中，首先利用偶极光阱制备了$|F, m_F\rangle = |2,2\rangle$态^{87}Rb 原子的玻色-爱因斯坦凝聚体。实验中采用一束往返聚焦于原子的激光构建一维光晶格，激光波长为 798 nm，对应的晶格常数为 399 nm。激光的振幅及开关时间均由声光调制器精确控制。根据不同实验需求，原子被装载至该一维光晶格中，其示意结构如图 3-3 所示。

实验结束时，偶极光阱被瞬时关闭，光晶格也同时撤去。光晶格的具体开关方式因不同实验而异，将在后文相应部分详述。随后，原子经过 18 ms 的自由飞行，其动量分量（由于晶格周期性而呈离散分布，相邻分量间隔为$2\hbar k$）在空间上分离。最后利用吸收成像测量各动量态上的原子布居数。通过分析原子的动力学行为，可标定光晶格的势阱深度。

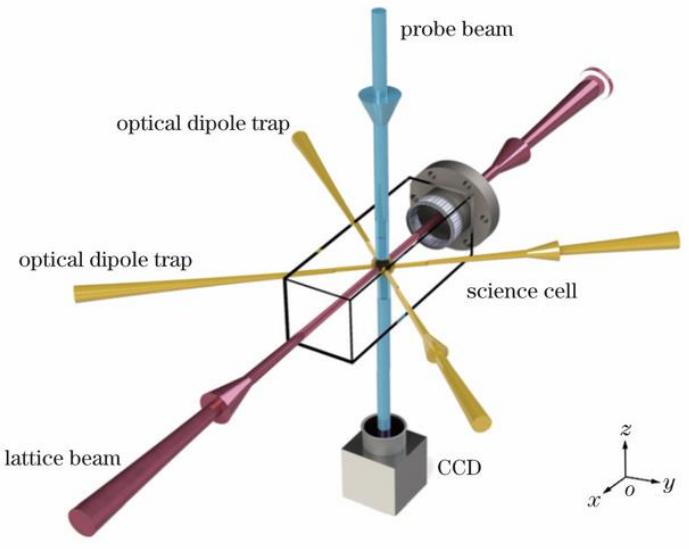


图 3-3 一维光晶格装置图

Fig. 3-3 Schematic of the one-dimensional optical lattice setup

3.3.1 Raman-Nath 衍射标定法

Raman-Nath 效应是指原子在短时间内与光晶格发生相互作用的衍射现象[108]。因为光晶格与原子的相互作用时间t很短（$t\omega \ll 1$, $\omega = 2\sqrt{V_0 E_r}/\hbar$，其中$V_0$为光晶格阱

深），原子动量变化可忽略不计，可近似为光晶格势场直接作用在原子波函数的相位上，即相位调制。经过自由飞行展开后的物质波衍射分布通过贝塞尔函数描述：

$$P_n(V_0,t) = |J_n(V_0 t/2)|^2 \tag{3.39}$$

其中，J_n为第一类贝塞尔函数，n为衍射阶次。利用$J_n(2.4048) = 0$，表示阱深为V_0的光晶格在最短脉冲时间t_0内，将零动量态的原子全部转移到高阶动量态。可得：

$$J_n(\frac{V_0 t}{2}) = 2.4048 \tag{3.40}$$

其中$V_0 t_0$为常数，表示固定脉冲面积。因此，通过调控光晶格脉冲时间，测量零阶动量态的原子数就可获得最短脉冲时间对应的阱深：

$$V_0 = \frac{4.8096}{t_0} \tag{3.41}$$

实验上，通过测量得到零动量态布居数首次极小值出现在$t_0 = 4\ \mu s$，得到光晶格阱深 49.8 E_R（对应光电探测器电压$V_d = 600$ mV，脉冲面积$2400\ \mu s \cdot mV$）。固定脉冲面积，改变时间和阱深。结果如图 3-4 表明，当$t_0 \leq 7\ \mu s$时，零阶动量态的原子可降至$\leq 1.5\%$，与贝塞尔函数预测相符。当$t_0 > 7\ \mu s$时，原子动量演化不可忽略，RN 衍射近似不再成立。

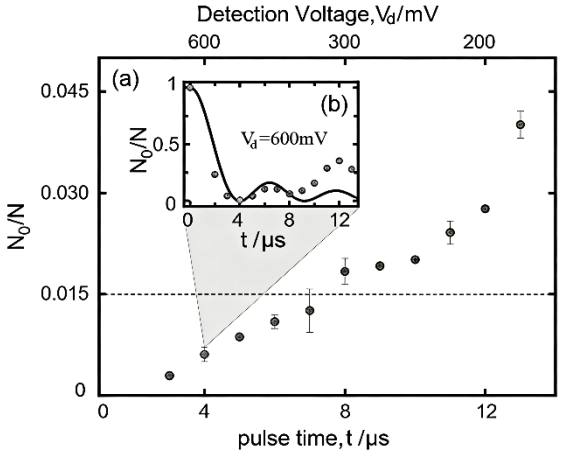


图 3-4 $n = 0$级动量态原子数的几率分布随时间的演化过程图

Fig. 3-4 Evolution of probability distribution of the number of atoms in the n = 0 diffraction order with time

注：(a)固定脉冲面积$2400\ \mu s \cdot mV$时，0 级原子数分布随脉冲时间（下横坐标）和探测器电压（上横坐标）的演化过程。插图(b)中，阱深$V_0 = 49.8\ E_r$，光电探测器电压$V_d = 600$ mV，数据经归一化处理。

3.3.2 Kapitza-Dirac 衍射标定法

Kapitza-Dira 衍射是通过理论模拟原子在光晶格势场中的时间演化过程，从而标定光晶格阱深[108-110]。利用 Kapitza-Dirac 衍射原理开展数值计算，能够精准地完成光晶格阱深的标定工作。相较于 Raman-Nath 衍射方法，Kapitza-Dirac 衍射在应用过程中无需受到作用时间与阱深条件的约束，适用范围更为宽泛。

定义无量纲参数：

$$\alpha = \left(\frac{E_r^{(2)}}{\hbar}\right)\tau \tag{3.42}$$

$$\beta = \left(\frac{V_0}{\hbar}\right)\tau \tag{3.43}$$

其中$E_R{}^{(n)} = (nk\hbar)^2/2m$表示$n$次光子反冲动量。当晶格脉冲与原子相互作用后，薛定谔方程写成：

$$i\frac{dC_n}{dt} = \frac{\alpha n^2}{\tau}C_n + \frac{\beta}{4\tau}(C_{n-1} + 2C_n + C_{n+1}) \tag{3.44}$$

C_n是不同衍射级次中第n级次占总原子数的百分比。如图 3-5 中的实验数据对应 19.7 E_R。

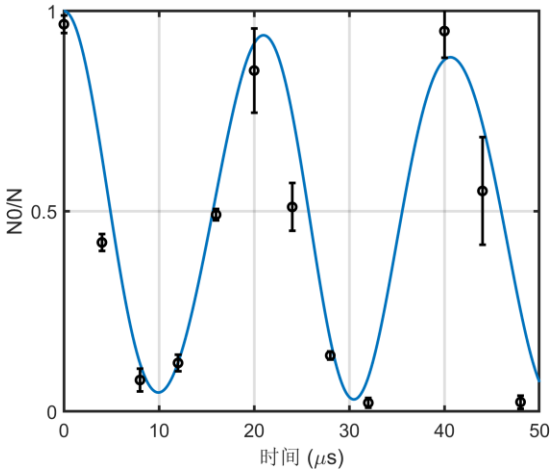


图 3-5 0 阶原子随时间的演化过程

Fig. 3-5 Evolution process of the zeroth-order atomic over time

注：数据经归一化处理，黑色散点为零阶原子数在总原子数中的占比，实线为理论拟合曲线。

3.3.3 参量加热标定法

参量振荡加热法通过精确调控光晶格幅度调制的频率，引发超冷原子系统在晶格本征频率（即能带跃迁频率）处发生共振加热，由此通过观测原子数的损耗来精确测量光晶格阱深[107]。

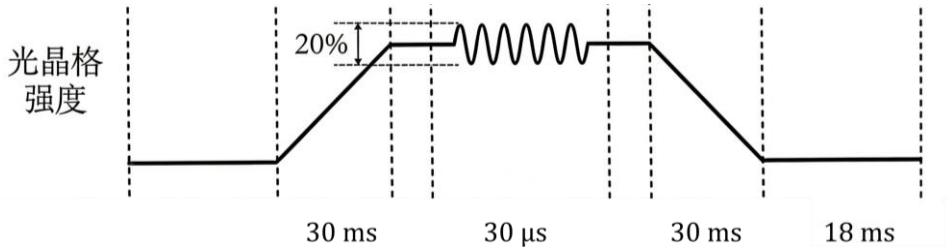


图 3-6 参量振荡加热时序图

Fig. 3-6 Parametric oscillation heating timing diagram

具体实验流程如下，如图 3-6：首先，将超冷原子以绝热方式制备于光晶格的 s 能带的$q = 0$处，随后对光晶格的光强进行幅度调制，调制形式为$I_0[1 + 0.1\sin(\omega t)]$，其中$I_0$为绝热装载后的光强，$\omega$为周期性调制的驱动频率。调制结束后，再将光强降低，测量 s 能带（第一布里渊区）中的剩余原子数。在此周期性调制作用下，参量振荡能够将原子从 s 能带激发至 d、g 等一系列高阶偶数能带。不同的能带跃迁过程对应不同的调制频率，且光晶格阱深与各能带间的跃迁频率存在确定的对应关系。因此，通过扫描调制频率并统计原子数的损耗，确定各能带跃迁频率，进而推导出光晶格阱深。该方法在晶格阱深较浅时，共振加热导致原子数损失的频率范围增大，进而影响共振频率的确定。此外，与前两种方案相比需要采集的数据更多。

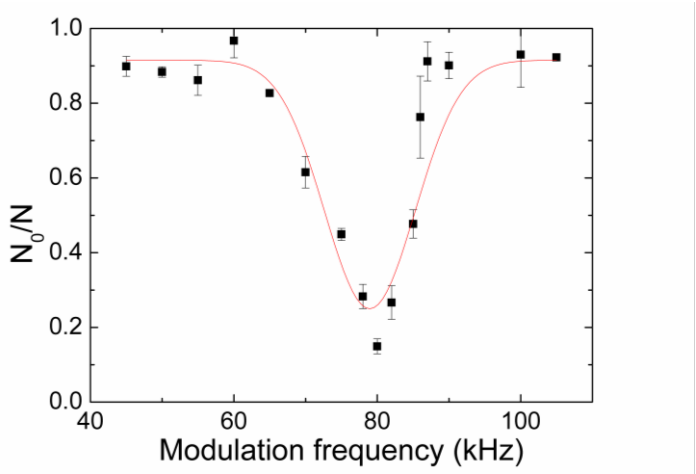


图 3-7 原子损耗随参量振荡加热调制频率的变化图

Fig. 3-7 Atomic loss versus modulation frequency of parametric oscillation heating

注：数据经过归一化处理，黑色散点表示经历不同调制频率（横轴）后，阱中留下的原子。红色实线为拟合曲线。

从图 3-7 的实验结果可见，共振频率为 79.4 kHz，对应 s-d 能带跃迁，对应光晶格的阱深为 40.8 E_R。

3.4 本章小结

本章从理论与实验两个方面系统研究了一维光晶格中的超冷原子的调控与阱深标定。首先基于布洛赫能带理论分析了周期势中的能带结构与原子动力学行为，阐明了晶格深度与能带、能隙的内在关联。在此基础上，从宇称守恒出发，揭示了相位调制与振幅调制分别实现 s-p、s-d 能带间相干转移的机制。实验方面，系统比较了 Raman-Nath 衍射、Kapitza-Dirac 衍射与参量振荡加热三种阱深标定方法的适用范围，为不同实验条件下的阱深精密标定提供了技术方案。本章工作为后续光晶格中的量子态操控奠定了理论与实验基础。

4 强脉冲物质波衍射区分对偶晶格

在传统光学中，Babinet 原理指出，两个互补衍射物体的干涉图样在本质上是相同的，只是衍射图样的整体强度不同[111]。因此，仅依赖强度信息，无法判定具有对偶关系的几何构型。在晶格体系中，几何构型不仅决定原子的空间分布，还对应本质不同的物理体系。例如，蜂巢晶格与六角晶格在几何构型上互为对偶[112-113]，但其原胞内原子占据的 Wyckoff 位置不同，导致能带拓扑性质及动力学行为存在显著差异[114-115]。依赖传统衍射强度的观测手段，无法准确识别实际晶格结构。

本研究提出使用相位敏感的强脉冲衍射，通过获取原胞内不同 Wyckoff 位置的相位缠绕来区分结构差异，从而在动量空间中实现对晶格构型的有效辨识。

4.1 对偶晶格实验方案

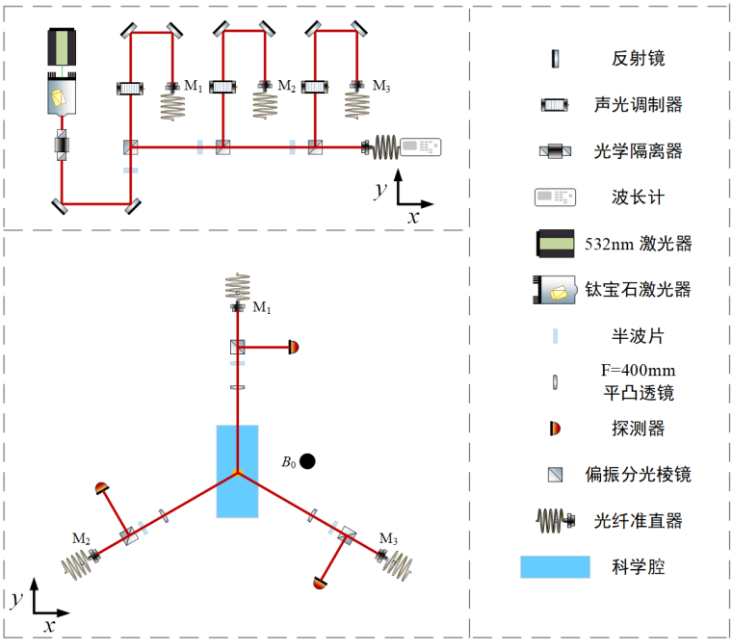


图 4-1 对偶晶格实验方案示意图

Fig. 4-1 Schematic of the dual optical lattice experimental scheme

注：声光调制器均使用正一级衍射光，零级光未画出。

实验上搭建的光路如图 4-1 所示，18 W、532 nm 固体激光器作为泵浦源，激发钛蓝宝石激光器（型号：SolsTiS）输出连续可调谐波长的激光。经过偏振分束棱镜（PBS）和同频的声光调制器（AOM）分别耦合进光纤准直器（型号：HPUC-2,A3

A-780-P-11AS-11）中。三束晶格光偏振方向平行于 x-y 方向，以互相 120°夹角汇聚于$|F,m_F\rangle=|1,1\rangle$态的 BEC 并干涉形成周期势，施加垂直于面内的均匀磁场 B_0 提供量子化轴。每束光分别由单通道声光调制器（AOM）独立控制，然后将三束晶格分别耦合进保偏的单模光纤（型号：LPC-03-780-5/125-P-2.2-11AS-40-A3A-3AS-10），以提升光束的稳定性并实现更优质的轮廓质量。在光纤出光口，添加偏振分光棱镜搭配半波片调节入射到原子光束的偏振，并从 PBS 分出部分功率进入探测器（PD），用于监视激光的功率并进行实时功率反馈。光晶格的脉冲持续时间和强度由施加到 AOM 的射频电压控制。

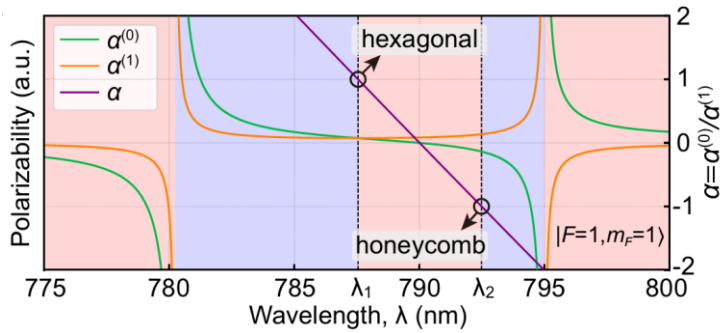


图 4-2 通过调节波长连续调控晶格几何形状

Fig. 4-2 Continuous control of lattice geometry via control wavelength

注：^{87}Rb 原子在超精细基态$|F,m_F\rangle=|1,1\rangle$的极化率随波长的变化。标量极化率与矢量极化率的比值在$\lambda_1=787.54$ nm时，$\alpha=1$，在$\lambda_2=792.48$ nm时，$\alpha=-1$，分别对应六角和蜂巢晶格。

该体系的理论模型：$V(\mathbf{r})$由标量势$V_s(\mathbf{r})$和矢量势$V_v(\mathbf{r})$组成[116]：

$$V(\mathbf{r})=V_s(\mathbf{r})+V_v(\mathbf{r}) \tag{4.1}$$

标量势为$V_s(\mathbf{r})=-\alpha^{(0)}(\omega,F)|\mathbf{E}|^2$，矢量势为$V_v(\mathbf{r})=-\alpha^{(1)}(\omega,F)(i\mathbf{E}^*\times\mathbf{E})\cdot\hat{e}_B\frac{m_F}{F}$，其中$\alpha^{(0)}=\frac{\pi\epsilon_0c^3\Gamma_{D_2}}{\omega_0^3}\left(\frac{1}{\omega_{D_1}-\omega}+\frac{2}{\omega_{D_2}-\omega}\right)$和$\alpha^{(1)}=\frac{\pi\epsilon_0c^3\Gamma_{D_2}}{\omega_0^3}\left(\frac{1}{\omega_{D_1}-\omega}-\frac{1}{\omega_{D_2}-\omega}\right)Fg_F$分别表示标量和矢量极化率。单位方向矢量$\hat{e}_B$指磁量子化轴的方向。$m_F$和$F$是超精细能级中原子的磁量子数和总角动量量子数。$\omega_{D_1}$和$\omega_{D_2}$分别对应波长为 795 nm 和 780 nm 的共振跃迁，$\omega_0=\frac{1}{3}\omega_{D_1}+\frac{2}{3}\omega_{D_2}$表示有效平均跃迁频率。$\Gamma_{D_2}$是$D_2$跃迁的自然线宽，$g_F$是超精细朗德g因子。三束激光形成的光电场矢量表示为$\mathbf{E}=\sum_{j=1}^{3}E_0\hat{\epsilon}_je^{i(\mathbf{k}_j\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$，其中$E_0$表示电矢量振幅，$\hat{\epsilon}_j$表示极化矢量，$\omega$为角频率，$\mathbf{k}_j$为第$j$束激光的波矢。标量势源

于原子在激光场中的各向同性极化，其大小仅与波长相关，与偏振态和磁场方向无关。矢量势源于原子在激光场中的各向异性极化，其大小不仅与波长有关，还与偏振态、不同 Zeeman 子能级、磁场方向（量子化轴方向）密切相关。

如图 4-2 所示，晶格的几何形状受由极化率比值$\alpha = \alpha^{(0)}/\alpha^{(1)}$的调控，该比值可通过调节激光波长实现精准调控。如图 4-3 所示，当$\alpha = 1, \alpha^{(0)} = \alpha^{(1)} > 0$时，晶格势呈现六角晶格。

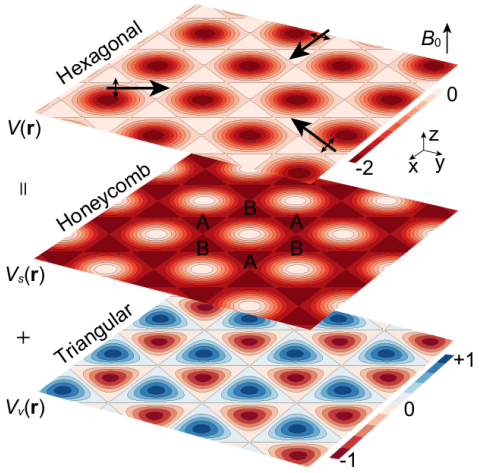


图 4-3 $\alpha^{(0)} = \alpha^{(1)} > 0$的晶格几何结构：形成六角晶格

Fig. 4-3 Lattice geometry for $\alpha^{(0)} = \alpha^{(1)} > 0$: Formation of a hexagonal lattice

注：当$\alpha^{(0)} > 0$时标量势$V_s(\mathbf{r})$形成蜂巢晶格，而矢量势$V_v(\mathbf{r})$则产生三角晶格。当$\alpha^{(0)} = \alpha^{(1)} > 0$时，$V_s(\mathbf{r})$和$V_v(\mathbf{r})$的等权叠加产生六角晶格$V(\mathbf{r})$。

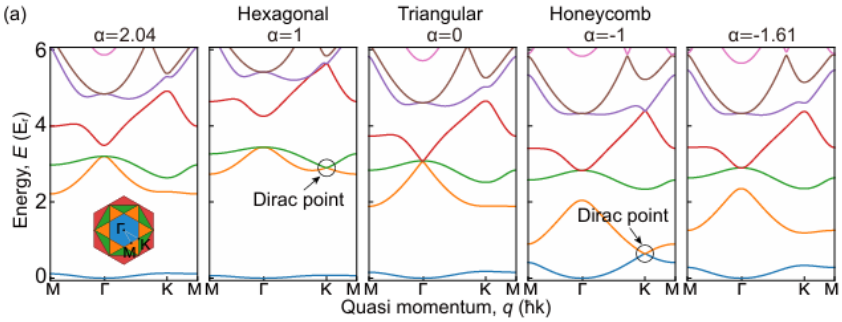


图 4-4 不同晶格结构的能带，晶格势深$V_0 = 8\,E_R$

Fig. 4-4 Energy bands of different lattice structures at lattice potential depth $V_0 = 8\,E_R$

通过极化率比值调控几何构型与对称性的演变规律，可由图 4-4 的系统能带性质表征。其中，当α为-1时，晶格几何构型表现为具有 C_6 旋转对称性的蜂巢晶格，其

最低两能带的简并点存在 Dirac 点。当α偏离-1时，系统的 C_6 对称性会降至 C_3 对称性，进而导致 Dirac 点处产生能隙。当α为1时，晶格几何构型表现为具有 C_6 旋转对称性的六角晶格，第二和第三能带的简并点存在 Dirac 点。当α偏离1时，对称性从 C_6 降低至 C_3，同样会诱发能隙。特别地，当α为 0 时，由纯矢量势构成的三角晶格在Γ点处具有三重简并点。

4.2 对偶晶格的衍射特性与 Babinet 原理

蜂巢晶格与六角晶格互为对偶晶格，而穿过对偶晶格的衍射光遵循 Babinet 原理（Babinet's principle）。Babinet 原理指出点光源穿过两个互补衍射物体的衍射图样本质上是相同的，只是衍射图样的整体强度不同[111]。

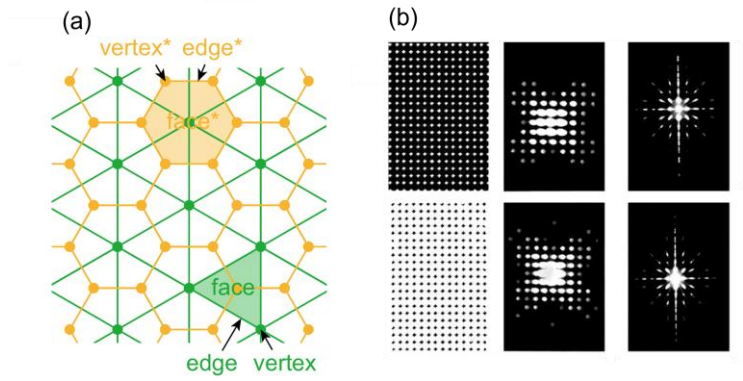


图 4-5 蜂巢和六角晶格对偶图和 Babinet 原理图

Fig. 4-5 Dual graph of honeycomb and hexagonal lattices illustrating Babinet principle

注：(a)六角晶格（绿色）由顶点、边和面组成，而其对偶的蜂巢晶格（黄色）将六角晶格的每个面替换为一个顶点，并在相邻面共享边处连接顶点。(b)指出互补屏造成的衍射场中的复振幅之和等于自由波场的复振幅。

图片来源：(b)来自《Principles of Optics》[111]。

对偶晶格的分类可借助图论开展研究，图论为分析其几何结构、揭示潜在拓扑性质提供了直观框架[114][117]。图 G(v, e, f)由顶点集 v、边集 e 和面集 f 构成，每条边连接一对顶点，面则对应连接形成的封闭区域。图 G 的对偶图 G*(v*, e*, f*)可通过交换顶点与面的角色得到，满足 v*=f、e*=e、f*=v，即边保持不变，原图与对偶图的顶点和面相互对换。如图 4-5 所示，六角晶格（绿色）由顶点、边和面组成，而其对偶晶格-蜂巢晶格（黄色）将六角晶格的每个面中心替换为一个顶点，并在相邻的面中心连接这些顶点。图 4-5(a)中黄色顶点可类比为(b)的白色区域，绿色顶点可类比为的黑色区域。

这种对偶性使得原子在蜂巢与六角晶格中于弱脉冲条件下呈现高度相似的物理响应，难以据此区分具体的晶格结构，如图 4-6 所示：

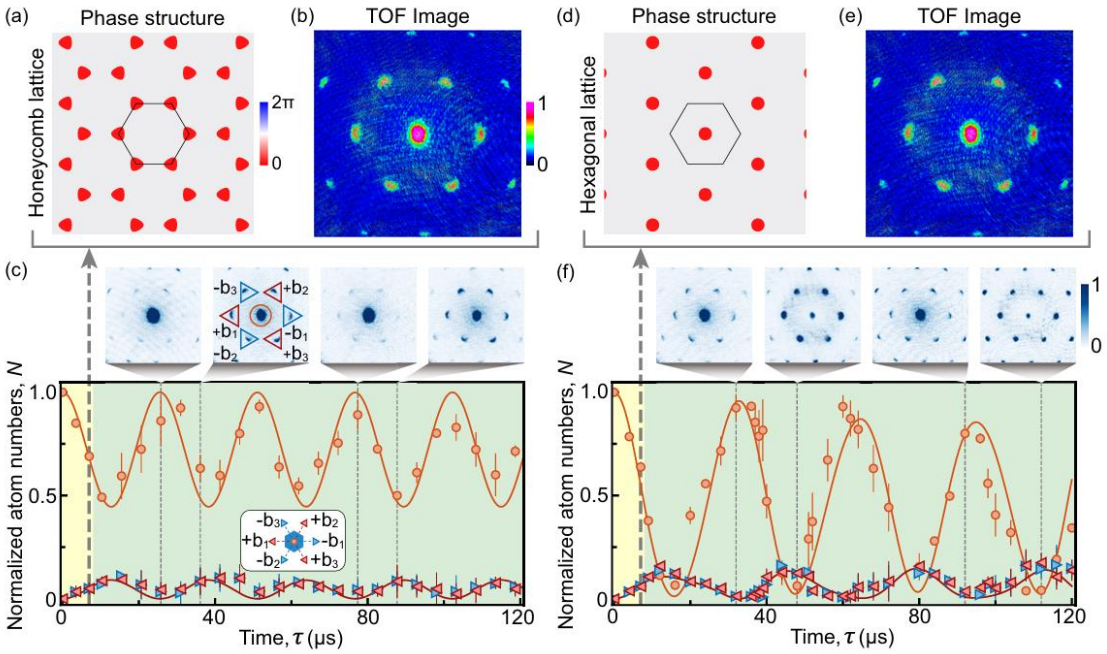


图 4-6 在遵循 Babinet 原理的弱脉冲条件下蜂巢和六角晶格中 BEC 的 Kapitza-Dirac 衍射

Fig. 4-6 Under weak pulse conditions, Kapitza-Dirac diffraction of BEC in honeycomb and hexagonal lattices obeying Babinet principle

注：(a),(d)在$V_0\tau/\hbar = 0.6 \times 2\pi$时，原子在 Wyckoff 位置附近的相结构。(b),(e)在 Raman-Nath 区间中，弱脉冲($\tau = 7\ \mu s$)下的 Kapitza-Dirac 衍射 TOF 图像。(c),(f)表示不同动量组分中归一化原子数量随时间的演化。插图显示了在不同脉冲持续时间下的 TOF 图像。橙色圆圈和曲线表示零动量组分；红色(蓝色)三角形和曲线对应于一阶衍射组分。黄色和绿色阴影区域分别表示 Raman-Nath 区间和非 Raman-Nath 区间。光晶格深度固定为$V_0 = 23\ E_R$。

图 4-6 中(a-c)对应蜂巢晶格、(d-f)对应六角晶格。(a)、(d)表示当$V_0\tau/\hbar = 0.6 \times 2\pi$时，原子在 Wyckoff 位置附近的相位结构。(b)、(e)表示在 Raman-Nath 区域下，弱脉冲（$\tau = 7\ \mu s$）作用下 Kapitza-Dirac 衍射的飞行吸收成像。(c)、(f)表示不同动量分量归一化原子数随时间演化（在$+b_1, +b_2, +b_3(-b_1, -b_2, -b_3)$位置统计原子随时间演化），插图显示不同脉冲时间下的飞行吸收成像。Raman-Nath 衍射与 Kapitza-Dirac 衍射的区别，如一维晶格中标定阱深所述，这里不再赘述。

4.3 Wyckoff 位置与相位缠绕

Wyckoff 位置是描述晶体中原胞内原子的排布方式，用以表征格点的对称性及子晶格结构。对于确定的晶格，不同的 Wyckoff 位置对应不同的等价点与局域对称性，从而决定体系在动量空间中的不等价表示及能带结构特征。即使在相同的晶格周期结构下，仅通过改变原子在原胞内所占据的 Wyckoff 位置，也可以实现完全不同的晶格构型，例如图 4-7，在三角 Bravais 晶格中分别占据不同 Wyckoff 位置可形成六角、蜂巢或 kagome 晶格。这些差异进一步体现在拓扑性质、对称性表示及动力学行为上。然而，由于光晶格的尺度通常受限于光学波长，远小于原位成像分辨率，Wyckoff 位置所对应的胞内结构难以在实空间中直接分辨。

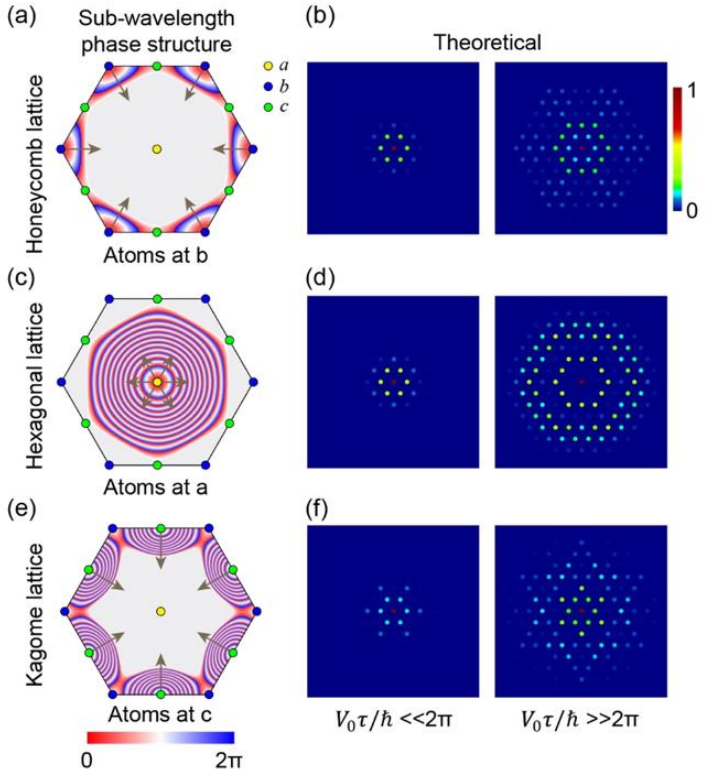


图 4-7 三角 Bravais 晶格中不同 Wyckoff 位置的相位缠绕和强脉冲物质波衍射图样

Fig. 4-7 Phase wrapping and strong-pulse matter-wave diffraction patterns for different Wyckoff positions in a triangular Bravais lattice

注：(a, c, e)表示三个不同 Wyckoff 位置的相位缠绕。(b, d, f)表示理论模拟预测的强脉冲衍射图样。

相位缠绕则是在强脉冲作用下，物质波在空间中获得超过$2\pi = V_0\tau/\hbar$的相位调制，从而形成亚波长尺度的相位结构，其中V_0是光晶格阱深，τ是脉冲持续时间。这一过程源于强脉冲 Kapitza-Dirac 衍射中势能对波函数施加的空间依赖相位，其局域梯度反映原子所处位置的势场细节。不同 Wyckoff 位置对应不同的局域势能梯度分布，导致物质波产生差异化的相位缠绕结构，并进一步编码到动量空间的高阶衍射

峰中。由此，动量分布不再仅反映晶格的周期性信息，而是包含原胞内部的精细结构特征。借助这一机制，相位缠绕成为连接实空间胞内结构与动量空间观测之间的桥梁，使得原本不可分辨的 Wyckoff 位置差异得以通过干涉图样清晰识别，从而实现对光晶格亚波长结构的高精度表征。

4.4 强 Kapitza-Dirac 物质波衍射的对比分析

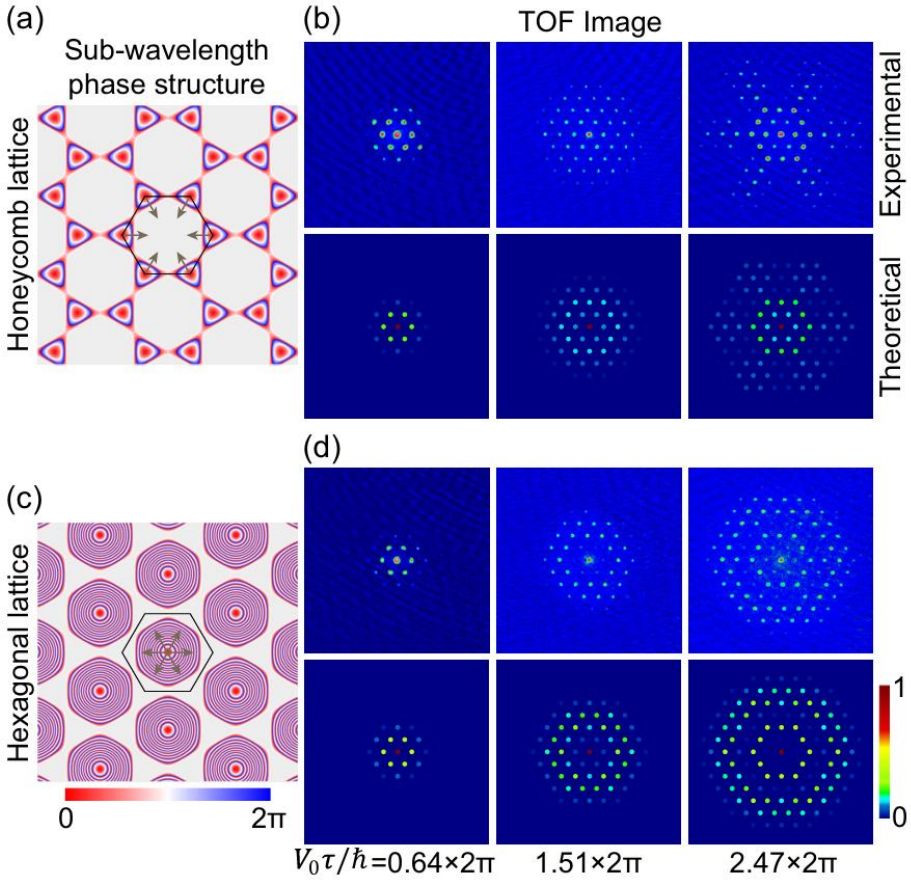


图 4-8 通过相位缠绕物质波衍射在对偶晶格中的衍射打破 Babinet 原理

Fig. 4-8 Breaking of Babinet principle via phase-wrapped matter-wave diffraction in dual lattices

注：(a)、(b)对应蜂巢晶格。(c)、(d)对应六角晶格。(a)、(c)表示原子在 Wyckoff 位置附近的相位缠绕（$V_0\tau/\hbar = 12 \times 2\pi$）。(b),(d)作为脉冲强度 V_0 的函数的 Kapitza-Dirac 衍射图，在固定脉冲持续时间 τ=7 μs 下，处于 Raman-Nath 区间。上方显示实验结果；下方显示理论预测。从左到右，脉冲强度分别为$V_0 = 25\ E_R$、$59\ E_R$和$95\ E_R$，对应的相位缠绕参数分别为$V_0\tau/\hbar = 0.64 \times 2\pi$、$1.51 \times 2\pi$和$2.47 \times 2\pi$。

本工作提出的强脉冲 Kapitza-Dirac 衍射区分对偶晶格技术，将与 Wyckoff 占据相关的胞内相位缠绕编码至动量空间的高阶衍射峰，实现对不同结构的清晰区分。该方法提供一套具有普适性的表征方案，适用于任意光晶格的亚波长胞内结构探测。

实验上将脉冲时长τ固定在 Raman-Nath 区间，遵循 3.1.3 节超冷原子突然装载到光晶格理论预测。通过将晶格深度从弱脉冲逐步增加到强脉冲，探测对偶晶格的原子衍射图样。在相对较弱的晶格深度且$V_0\tau/\hbar \ll 2\pi$条件下，蜂巢晶格和六角晶格的衍射图样几乎相同，难以区分，如图 4-8(b)和(d)第一列所示。随着晶格深度增加至$V_0\tau/\hbar \simeq 2\pi$，原子在不同 Wyckoff 位置附近相位缠绕差异逐渐显现，高阶动量态形成的衍射图样开始在蜂巢晶格和六角晶格之间出现，如图 4-8(b)和(d)的第二列所示。在强脉冲区间且条件为$V_0\tau/\hbar \gg 2\pi$时，相位缠绕更为明显，如图 4-8(a)和(c)所示。亚波长相位信息被编码为高阶衍射动量分量。由于原子在对偶晶格中占据不同的 Wyckoff 位置会经历不同的局部相位缠绕效应。因此，衍射图样变得清晰可辨。如图 4-8(b)和(d)第三列所示：蜂巢晶格因所处的 Wyckoff 位置沿六个离散方向的急剧势梯度呈现星形衍射图样，而六角晶格因所处的 Wyckoff 位置附近的连续旋转对称性呈现规则六角衍射图样。实验测得的 TOF 吸收图像（图 4-8(b)和(d)第一行）与基于 BEC 量子演化的数值模拟结果（图 4-8(b)和(d)第二行）高度吻合。

4.5 本章小结

本章提出并验证了一种基于强脉冲 Kapitza-Dirac 衍射的物质波衍射方法，成功区分了蜂巢-六角对偶晶格晶格。研究发现，在弱脉冲 Raman-Nath 条件下，两种晶格的衍射图样难以分辨；而在强脉冲条件下，物质波的相位缠绕效应将亚波长相位信息编码至高阶动量分量中，使得两种晶格因原子占据不同 Wyckoff 位置而产生的局部相位梯度差异得以显现。实验结果与基于 BEC 演化的数值模拟高度吻合，证明了该方法能够有效突破 Babinet 原理的限制，为对偶晶格的实验辨识提供了新的技术路径。本章工作不仅深化了对晶格对称性与衍射动力学的理解，也为后续研究拓扑物态与强关联体系中晶格几何结构的影响奠定了基础。

5 在蜂巢光晶格的 Dirac 点探测量子化涡旋

在能带结构中，能带简并点附近的线性色散关系产生了许多奇特的量子现象[73-75]。石墨烯中 Dirac 点的发现，激发了人们在电子、光子和冷原子体系中开展量子模拟研究[118]。在光子晶体中，Dirac 点已被用于通过赝自旋翻转动力学产生携带轨道角动量的光学涡旋[119-120]。在超冷原子系统中，虽已实现蜂巢晶格，并成功利用波包演化[76]或能带映射[79]技术间接探测了 Dirac 点的拓扑性质，但在动量空间中直接探测蜂巢晶格中的拓扑缺陷仍然是难以实现的目标。

本章研究提出了一种在超冷原子体系中产生动量空间量子化涡旋的新方法。在上一章提出的标量蜂巢晶格势的基础上，通过精确调控激光频率实现光晶格的加速，将原子绝热输运至 Dirac 点附近，并利用简谐势与 Dirac 点处赝自旋-轨道耦合之间的非对易性，首次直接观测到凝聚体在动量空间中产生的量子化涡旋。此外，通过进一步调控光晶格深度与简谐势阱的束缚频率，实现对体系相互作用与动力学过程的调控，进而观测到超流相、涡旋相与莫特绝缘相之间的量子相变。

该 Dirac 点处量子化涡旋的产生机制具有良好的可推广性，可拓展至更复杂光晶格中的能级简并点体系，为探索更丰富的拓扑物理现象提供实验路径，例如高阶涡旋结构[77]。同时，该工作为量子多体拓扑物态的制备与调控奠定了基础，并为相关研究提供了新的技术手段。进一步结合超冷原子扭转双层光晶格体系，从而模拟凝聚态体系中的扭转双层石墨烯，探索非平庸拓扑平带及其诱导的强关联量子效应。

5.1 准二维量子气体的制备与蜂巢晶格的构建

5.1.1 准二维量子气体的制备

手风琴晶格的目的是将三维的 BEC“压缩”为准二维结构[121]。该晶格的构建采用波长 532 nm 的单频光纤激光器作为光源，最高输出功率 10 W，激光经偏振分束棱镜后被分裂为两束强度均等（320 mW）的光束。这两束光通过 AOD 精确调节间距后，由 150 mm 非球面透镜聚焦到 BEC 所在区域，相互干涉形成沿垂直方向（z 轴，即重力方向）的驻波结构，如图 5-1 所示。这种驻波形成的周期势，对原子产生强烈的束缚作用。实验过程类似“手风琴”的间距可调特性，让该晶格得名“手风琴晶格”。

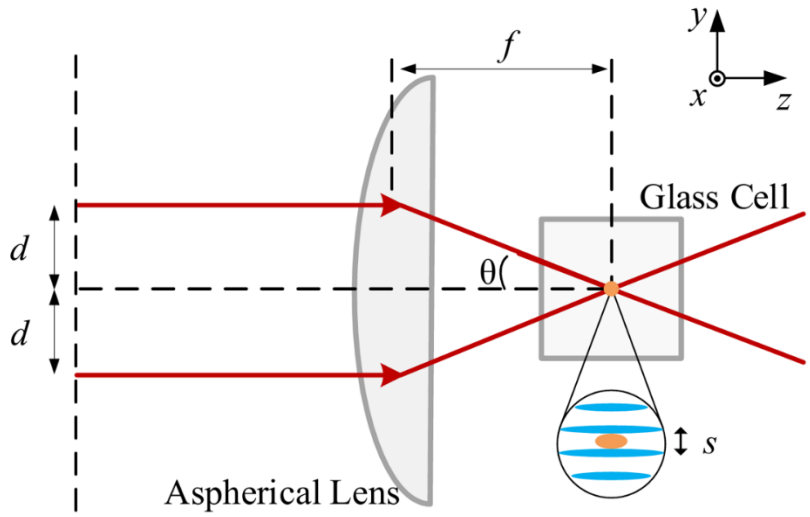


图 5-1 手风琴晶格的原理示意图

Fig. 5-1 Schematic diagram for the principle of the accordion lattice

注：两个平行光束在 BEC 的位置以角度 2θ 相交，形成一个手风琴形状的晶格，BEC 被装载至间距为 s 的单层势阱中，通过改变间距 d 沿 z 轴动态地变化周期性。

实验中，BEC 最初被制备在$|F, m_F\rangle = |1,1\rangle$态，然后装载到手风琴晶格的一层势阱中。这层势阱间距可在 3 μm 至 12 μm 之间灵活调节，通过优化最终固定在约 3 μm，对应的轴向束缚频率达到 2π×1 kHz。如此强的束缚强度，使得原子在 z 方向的运动被严格限制，原子主要在 x-y 平面内运动，束缚能远高于原子的热运动能和相互作用能，原子体系因此进入准二维状态。同时，通过精准调节晶格的束缚力，可平衡原子受到的重力，避免原子因重力沉降或形变。为确保准二维原子层在实验过程中保持稳定悬浮，在装载 BEC 过程中，x-y 平面的简谐势阱同步开启并保持恒定。该简谐势阱由波长为 1064 nm 的远红失谐激光提供，沿 z 轴传播，其作用是辅助约束原子，避免原子在晶格装载过程中因势能变化而逃逸，同时为后续涡旋形成提供必要的外场条件。

5.1.2 蜂巢晶格

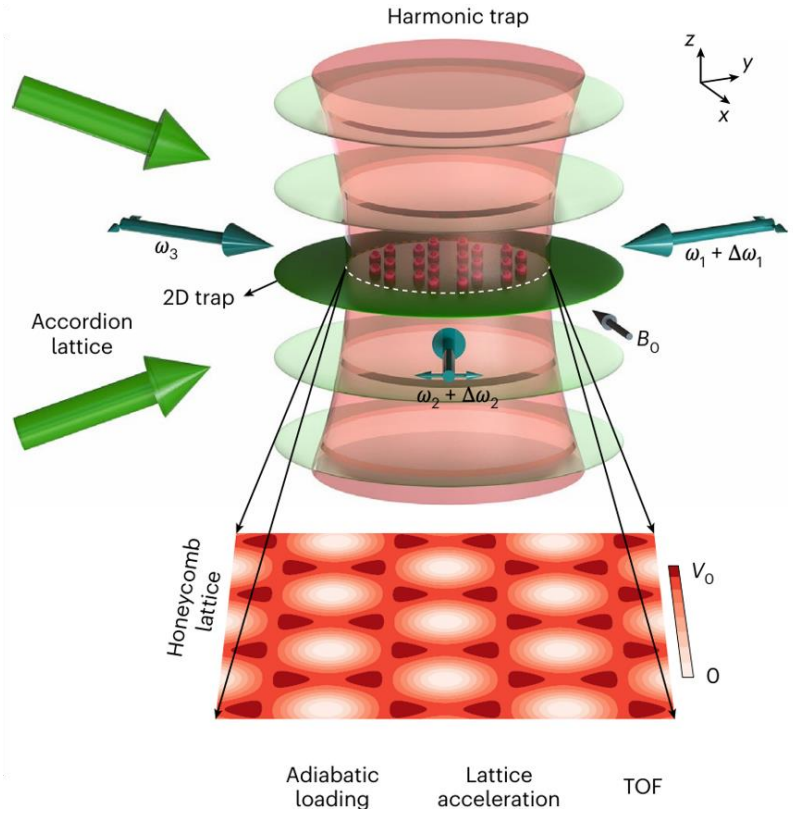


图 5-2 手风琴晶格和蜂巢晶格中 BEC 示意图

Fig. 5-2 Schematic of BEC loading into the accordion optical lattice and honeycomb optical lattice

注：其中深绿色箭头表示在 x-y 平面内的蜂巢晶格。绿色箭头表示手风琴晶格。灰色箭头表示 x 方向施加均匀磁场。沿 z 轴的远红失谐 1064 nm 激光束 x-y 平面上提供简谐势阱。

蜂巢晶格的构建采用三束远红失谐激光，激光波长为 820 nm，远红失谐特性可避免激光与原子发生共振作用导致的加热效应，确保原子体系的相干性不受破坏。如图 5-2，三束激光被精确控制在 x-y 平面内，以 120°的均等夹角相交，均为面内偏振。水平方向的磁场B_0消除矢量势以确保晶格的 C_6 对称性。晶格常数由激光波长决定，计算得$a = 2\lambda/3 \approx 547$ nm。晶格的能量与动量单位以反冲能量$E_R = \hbar^2 k_{\mathrm{R}}^2/2m = h \times 2.56$ kHz和晶格动量$k_{\mathrm{R}} = k_0 \sin(\xi/2)$（$k_0 = 2\pi/\lambda$，$\xi = 120°$为光束夹角）为基准。

5.1.3 原子在 Dirac 点涌现自旋-轨道耦合

蜂巢晶格特殊的能带结构表现在 Dirac 点的线性色散关系，是后续量子涡旋产生等拓扑现象的根本原因。如果能把原子制备到 Dirac 点，原子就会自发的涌现自旋-轨道耦合。

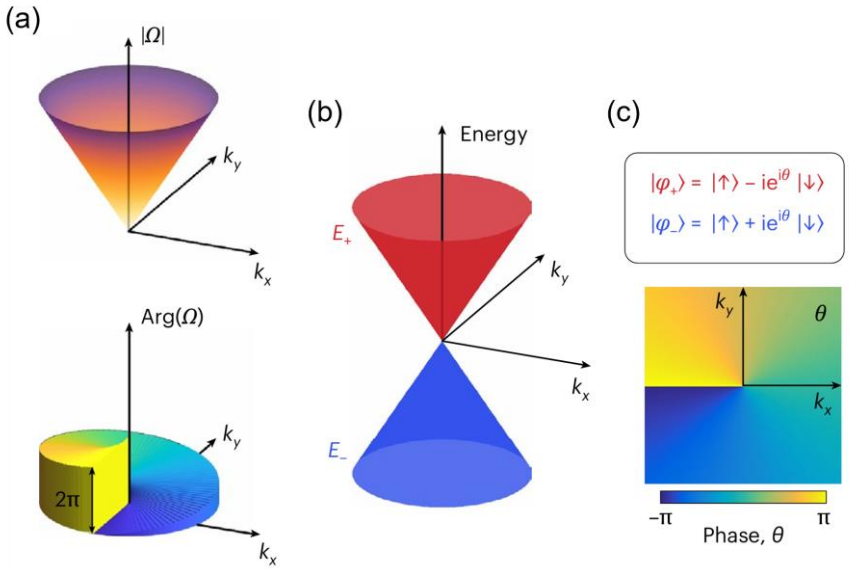


图 5-3 Dirac 点处的量子化涡旋态

Fig. 5-3 Quantized vortex state at Dirac point

注：(a)表示赝自旋-轨道耦合参数$\Omega = -ike^{i\theta}v_0$的幅值和相位，源自 Dirac 哈密顿量$H_R$。(b)表示 Dirac 点附近的能带。Dirac 哈密顿量的本征能$E_\pm = \pm v_0 k$分别对应上分支和下分支（分别用红色和蓝色标记）。(c)对应本征能 $E_\pm$的本征态$\varphi_\pm$。本征态在 Dirac 点周围表现出拓扑荷$l = +1$的涡旋相位。

在 Dirac 点的周围，系统的哈密顿量可用 Rashba 自旋-轨道耦合形式描述：$H_R = (k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)v_0 \equiv \Omega\sigma_- + \Omega^*\sigma_+$，其中$(k_x, k_y) = (k\cos\theta, k\sin\theta)$是动量算符，$\sigma_{x,y}$为泡利矩阵，$v_0 = \hbar^2 k_0/2m$为自旋-轨道耦合强度，$k_0$是光子反冲动量，$m$是原子质量，$\hbar$是约化普朗克常数，$\Omega = -ike^{i\theta}v_0$表示赝自旋-轨道耦合的幅度和相位，$\sigma_\pm = (\sigma_x \pm i\sigma_y)/2$表示自旋升降算符。Ω的动量依赖性表明自旋翻转必然伴随涡旋相的产生，如图 5-3(a)所示。此外，如图 5-3(b, c)所示，本征态在 Dirac 点周围也呈现涡旋结构。

5.2 从准二维 BEC 制备到 Dirac 点

5.2.1 准二维 BEC 绝热装载到光晶格

准二维 BEC 装载到蜂巢晶格的要求是“绝热装载”，即确保原子在装载过程中不被激发至高能带，始终保持在最低能态。

装载过程在保持手风琴晶格提供稳定束缚的前提下进行。如图 5-4(b)所示，绝热装载从蜂巢晶格激光强度为零开始。随后，在 30 ms 的时间尺度内逐步提升激光强度，将蜂巢晶格深度由零平滑增加至目标值。该过程的持续时间远大于原子在晶格

势中的振荡周期，使体系能够充分跟随外势的缓慢变化，从而保证原子以绝热方式加载至最低能带的Γ_0点。

这时凝聚体的动力学可用时变薛定谔方程来描述：

$$i\hbar\,\partial_t|\chi\rangle = \mathcal{H}|\chi\rangle \tag{5.1}$$

其中

$$\mathcal{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{2}{9}V_0[\cos(\mathbf{G}_1\cdot\mathbf{r}) + \cos(\mathbf{G}_2\cdot\mathbf{r}) + \cos(\mathbf{G}_3\cdot\mathbf{r})] \tag{5.2}$$

V_0是光晶格的阱深。$\mathbf{G}_1 = -\sqrt{3}k_0\hat{\mathbf{e}}_x$，$\mathbf{G}_2 = \sqrt{3}k_0\left(\frac{1}{2}\hat{\mathbf{e}}_x + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\mathbf{e}}_y\right)$和$\mathbf{G}_3 = \sqrt{3}k_0\left(\frac{1}{2}\hat{\mathbf{e}}_x - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\mathbf{e}}_y\right)$是一阶双光子跃迁产生的倒格矢，其中$k_0 = 2\pi/\lambda$为激光的波数。

动量为 $\mathbf{q}$ 的凝聚体按$\mathcal{H}$的布洛赫本征态$|\chi_{n,\mathbf{q}}\rangle$演化：

$$|\chi_{\mathbf{q}}(t)\rangle = e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}}|\chi_{n,\mathbf{q}}\rangle\langle\chi_{n,\mathbf{q}}|\chi_{\mathbf{q}}(0)\rangle \tag{5.3}$$

在离散平面波基矢下展开布洛赫态$|\chi_{n,\mathbf{q}}\rangle$：

$$|\chi_{n,\mathbf{q}}\rangle = \sum_p a_{\mathbf{q}}(p)e^{i(\mathbf{q}+\mathbf{G}_p)\cdot\mathbf{r}} \tag{5.4}$$

其中$\mathbf{G}_p = k\mathbf{G}_1 + l\mathbf{G}_2$和$p = (k,l) \in \mathbb{Z}^2$，即二维整数集。将其代入薛定谔方程后，将动量空间哈密顿量写为：

$$\mathcal{H}_{p',p} = \frac{\hbar^2}{2m}|\mathbf{q}+\mathbf{G}_p|^2\delta_{p',p} + \frac{2V_0}{3}\delta_{p',p} + \frac{V_0}{9}\delta_{p',p+\Delta p} \tag{5.5}$$

其中$\Delta p \in \{(1,0),(-1,0),(0,1),(0,-1),(1,1),(-1,-1)\}$。

对于静态光晶格中凝聚体的基态，绝大多数原子在实验室参考系中位于零准动量，并且随着衍射阶数的增加，原子数显著减少。可通过衍射的双光子过程中的拉曼失谐来理解，这种失谐源自原子动能的变化。对于一阶衍射，拉曼失谐是$\frac{\hbar^2(2k_R)^2}{2m} = 4E_R$，其中$k_R = k_0\sin\frac{\xi}{2}$，且随着衍射级次的增加，失谐随之增加。

5.2.2 调控原子到 Dirac 点

绝热将原子制备到 Dirac 点是本实验的关键。蜂巢晶格的第一布里渊区呈现六角结构，如图 5-4(c)所示，包含六个高对称点。其中，Γ_0点位于布里渊区中心，对应原子准动量为 0 的状态，能量最低，是 BEC 初始装载的位置。而 Dirac 点则位于第一布里渊区的六个顶点，分别标记为$^{(a)}K_0$和$^{(a)}K_0'$(a=1,2,3)。

通过微调激光频率，使光晶格以速度$\mathbf{v}$移动[79]。在晶格参考系中，原子产生的准动量为：

$$\mathbf{q} = -\frac{m}{\hbar}\mathbf{v} = -\frac{h}{4E_R}(\Delta\omega_1\mathbf{k}_1 + \Delta\omega_2\mathbf{k}_2 + \Delta\omega_3\mathbf{k}_3) \tag{5.6}$$

其中$\mathbf{k}_1 = -k_0\mathbf{e}_y, \mathbf{k}_2 = k_0\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{e}_x + \frac{1}{2}\mathbf{e}_y\right)$和$\mathbf{k}_3 = k_0\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{e}_x + \frac{1}{2}\mathbf{e}_y\right)$是蜂巢晶格的三个激光波矢，其中$\Delta\omega_{i=1,2,3}$激光的频率变化在几十 kHz 范围内，对波长和晶格结构可忽略不计，但会改变布里渊区中原子的位置。晶格的运动速度由三束激光的频率失谐$\Delta\omega_{i=1,2,3}$决定。

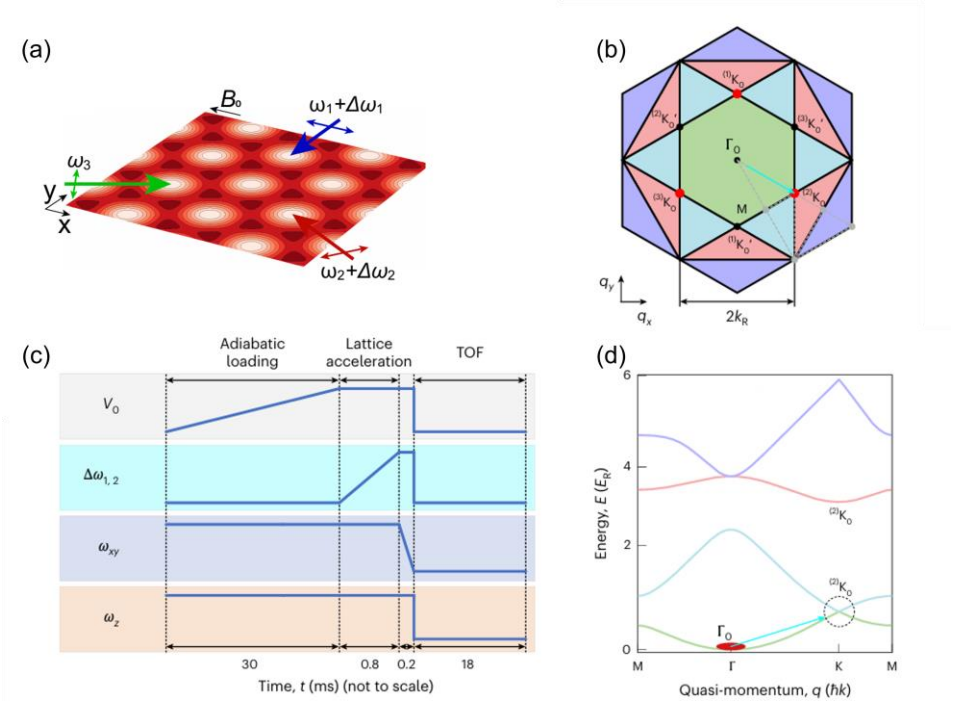


图 5-4 蜂巢晶格中绝热调控原子示意图

Fig. 5-4 Schematic diagram of adiabatic manipulation of atoms in a honeycomb lattice

注：(a)表示三束光$\omega_{i=1,2,3}$形成蜂巢晶格的二维等高线势能图，其中$\omega_{i=1,2}$频率可调。(b)为实验时序图，起始点为准二位 BEC。(c)表示晶格的前四个布里渊区分别以绿色、青色、粉色和紫色表示。第一布里渊区中的 Dirac 点标记为$^{(a)}\mathrm{K}_0$或$^{(a)}\mathrm{K}_0'$，其中$\mathrm{a} = 1,2,3$。虚线表示的能带结构的高对称路径。(d)表示蜂巢晶格在晶格深度12 E_R下的能带。能带的颜色对应于 c 中的颜色。在K_0处（虚线圆圈）出现 Dirac 点，此处最低两条能带线性相交。在本实验中，凝聚体（红色椭圆）最初被制备在最低态Γ_0，然后通过青色箭头指示的方式快速调节到 Dirac 点$^{(2)}\mathrm{K}_0$。

实验中，通过调节 AOM 的驱动频率实现调控晶格的运动方向与速度。将原子从Γ_0点转移至 Dirac 点K_0的具体操作如下：在第一和第三束激光的频率失谐为 0 的前提下，在 0.8 ms 内将第二束激光的频率失谐线性调节至$\Delta\omega_2 = 4E_R/\hbar = 2\pi \times 10.2$ kHz，

该值对应双光子布拉格跃迁频率ω_B。如图 5-4(b)晶格加速部分所示，此时，光晶格沿第二束激光的传播方向运动。在晶格参考系中（如图 5-4(d)青色箭头所示）和第一布里渊区中（如图 5-4(c)青色箭头所示），原子由Γ_0点转移至K_0点。整个动量转移过程采用绝热加速方式，确保原子始终布居在最低能带，避免带间跃迁的发生。同理，当改变两束光的失谐时如图 5-4(a)所示，基于晶格运动的矢量叠加原理，原子可以被精准制备到动量空间中第一布里渊区的任意位置，包括六个 Dirac 点。

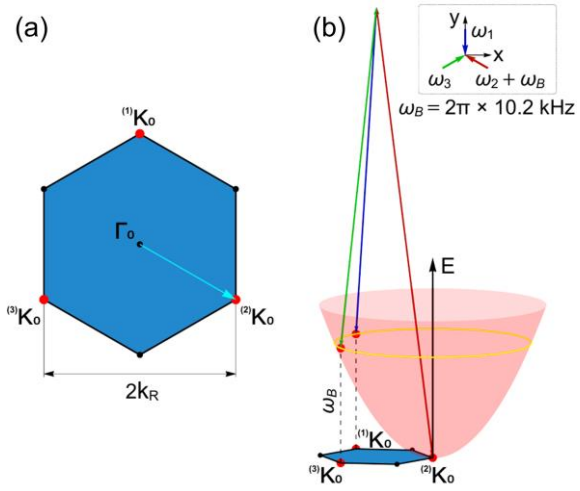


图 5-5 $^{(1)}\mathrm{K}_0$、$^{(2)}\mathrm{K}_0$、$^{(3)}\mathrm{K}_0$衍射动量之间共振耦合的示意图

Fig. 5-5 Schematic of the resonance coupling between the diffraction momenta at the $^{(1)}\mathrm{K}_0$, $^{(2)}\mathrm{K}_0$, $^{(3)}\mathrm{K}_0$

注：(a)指 BEC 制备到第一布里渊区的 Dirac 点。(b)表示通过调控激光频率使$\Delta\omega_2 = 4E_R/\hbar = 2\pi \times 10.2$ kHz。抛物面表示原子的动能。两个衍射动量之间的原子动能差正是两个激光产生双光子过程的频率差。

如图 5-5(a)所示，当晶格深度较弱时，位于K_0附近的动量态 $\mathbf{q}$ 仅与衍射动量$\mathbf{q}+\mathbf{G}_p$发生共振耦合，其中$p=(1,0)$和$(1,1)$，这意味着双光子过程两束激光的频率差是两个衍射动量态之间的能量差，如图 5-5(b)所示。定义$\mathbf{q}=\mathbf{q_0}+\mathbf{k}$，在 Dirac 点处方程(5.5)可简化为具有以下有效三能带哈密顿量模型：

$$\widetilde{H}=\begin{pmatrix} \dfrac{\hbar^2(\mathbf{k}-\mathbf{k}_1)^2}{2m} & \Lambda & \Lambda \\ \Lambda & \dfrac{\hbar^2(\mathbf{k}-\mathbf{k}_2)^2}{2m} & \Lambda \\ \Lambda & \Lambda & \dfrac{\hbar^2(\mathbf{k}-\mathbf{k}_3)^2}{2m} \end{pmatrix} \tag{5.7}$$

耦合强度$\Lambda = \frac{V_0}{9}$，该哈密顿量能够很好地描述K_0附近的$n = 1,2,3$布洛赫能带，以及如图 5-7 所示的$n = 1$和$n = 2$能带之间的 Dirac 简并。该三能带模型等效于使用近共振矢量激光场进行自旋-轨道耦合的循环拉曼耦合方案[43][122]。这里实现了大失谐标量激光场周期性拉曼耦合，有效避免单光子共振对原子的加热效应。需要注意的是，方程(5.7)仅在动量偏离K_0很小的情况下成立。由于 BEC 的动量分布范围较小，这一条件得以满足。在本实验的模拟中，假设凝聚体在K_0附近的动量分布由高斯函数$\frac{1}{\rho\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\mathbf{k}-\mathbf{q_0})^2}{2\rho^2}}$描述，其中$\rho$表示动量扩展。

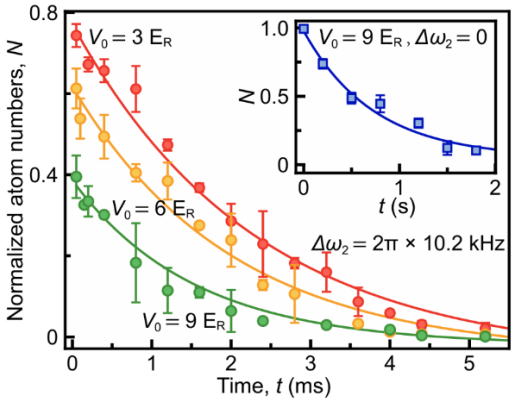


图 5-6 Dirac 点的 BEC 寿命

Fig. 5-6 The lifetime of BEC at Dirac point

注：超流组分的归一化原子数随 Dirac 点等待时间的变化曲线在不同晶格深度下绘出。作为比较，插图显示了最低布洛赫带的Γ_0点处超流组分随等待时间变化的数据。主图和插图中的点分别表示三次和五次独立测量的均值，误差线表示标准偏差。实线表示使用均值对数据进行拟合的结果。

由于 Dirac 点并非系统的基态，BEC 在该点的寿命约为几毫秒，但足以完成量子态制备与后续探测。如图 5-6 所示，Dirac 点的 BEC 寿命在不同晶格深度下绘出。为了更清晰的展示自旋-轨道耦合，对简化的哈密顿量公式(5.7)进行幺正变换：

$$S = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{i\frac{2\pi}{3}} & e^{-i\frac{2\pi}{3}} & 1 \\ e^{-i\frac{2\pi}{3}} & e^{i\frac{2\pi}{3}} & 1 \end{pmatrix} \tag{5.8}$$

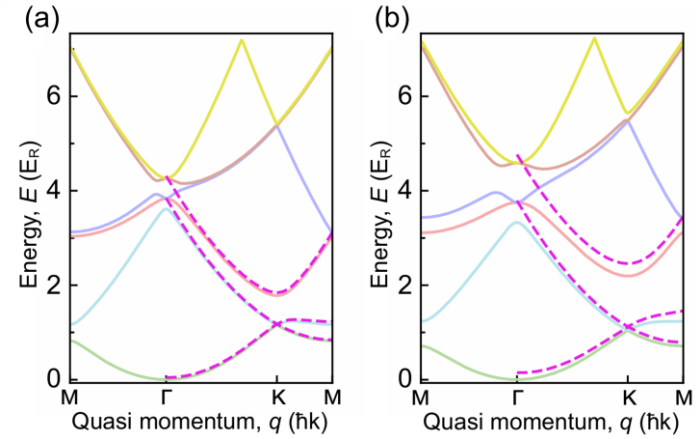


图 5-7 蜂巢晶格能带的三模近似

Fig. 5-7 Three-mode approximation for the energy bands of the honeycomb optical lattice

注：晶格深度为 2 E_R 和 4 E_R 的能带分别显示在(a)和(b)中。彩色曲线显示通过平面波展开法计算的能带，而品红色曲线显示通过有效三能带模型计算得出的能带。

将系统从裸态表象基矢$\{|^{(1)}\mathrm{K}_0\rangle, |^{(2)}\mathrm{K}_0\rangle, |^{(3)}\mathrm{K}_0\rangle\}$转换为缀饰态表象基矢$\{|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle, |\psi_3\rangle\}$，缀饰态表象下的有效哈密顿量为：

$$\bar{H} = \frac{\hbar^2\mathbf{k}^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_0}{2m}\begin{pmatrix} 0 & k_y + ik_x & k_y - ik_x \\ k_y - ik_x & 0 & k_y + ik_x \\ k_y + ik_x & k_y - ik_x & 0 \end{pmatrix} + \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} + \begin{pmatrix} -\Lambda & 0 & 0 \\ 0 & -\Lambda & 0 \\ 0 & 0 & 2\Lambda \end{pmatrix} \tag{5.9}$$

能量最低的简并基态$|\psi_1\rangle$和$|\psi_2\rangle$分别对应于蜂巢晶格中实空间的子晶格 A 和 B 上的占据，$|\psi_3\rangle$对应势能最高处的占据，如图 5-8 所示。

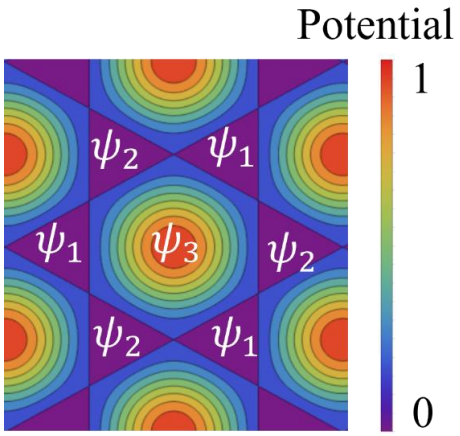


图 5-8 缀饰态在实空间分布示意图

Fig. 5-8 Schematic of the dressed state distribution in real space

哈密顿量$\bar{H}$中的第二项表示 SU(3)自旋空间中二维 Rashba 自旋-轨道耦合的扩展形式，可表示为：

$$\bar{H}_{\mathrm{so}}=\frac{\hbar^2 k_0}{2m}\mathbf{k}\cdot\mathbf{\Sigma} \tag{5.10}$$

原子动量$\mathbf{k}$与 SU(3)赝自旋$\mathbf{\Sigma}=(\lambda_5-\lambda_2-\lambda_7)\mathbf{e}_x+(\lambda_1+\lambda_4+\lambda_6)\mathbf{e}_y$耦合，其中$\lambda_s$是 Gell-Mann 矩阵，SU(3)群的生成元为[123]：

$$\lambda_1=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\lambda_2=\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\lambda_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&0\end{pmatrix}, \tag{5.11}$$

$$\lambda_4=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\lambda_5=\begin{pmatrix}0&0&-i\\0&0&0\\i&0&0\end{pmatrix}, \tag{5.12}$$

$$\lambda_6=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},\lambda_7=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-i\\0&i&0\end{pmatrix},\lambda_8=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&-2\end{pmatrix}. \tag{5.13}$$

此种类型的 SU(3)自旋-轨道耦合超出了传统凝聚体物理中 SU(2)自旋-轨道耦合的范围，并且此前在超冷原子中通过受激拉曼耦合已被理论预测[124]。

当耦合强度Λ相对较强时，可将式(5.9)中的自旋轨道耦合项作为零动量附近的微扰。因此，SU(3)自旋轨道耦合近似为二阶以内的 SU(2)自旋轨道耦合，有效哈密顿量化简为：

$$\bar{H}\simeq\bar{H}^{(0)}+\bar{H}^{(1)}+\bar{H}^{(2)} \tag{5.14}$$

其中：

$$\begin{aligned}\bar{H}^{(0)}&=\frac{\hbar^2\mathbf{k}^2}{2m}+\frac{\hbar^2k_0^2}{2m}-\Lambda\\ \bar{H}^{(1)}&=\frac{\hbar^2k_0}{2m}\begin{pmatrix}0&k_y+ik_x\\k_y-ik_x&0\end{pmatrix}\\ \bar{H}^{(2)}&=-\frac{2E_R}{9\Lambda}\frac{\hbar^2\mathbf{k}^2}{2m}-\frac{E_R}{9\Lambda}\frac{\hbar^2}{m}\begin{pmatrix}0&(k_y-ik_x)^2\\(k_y+ik_x)^2&0\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{5.15}$$

一阶哈密顿量$\bar{H}^{(1)}$为 Rashba 自旋-轨道耦合，视为处于二维圆形赝磁场$\mathbf{B}(\mathbf{k})=\frac{\hbar^2k_0}{2m}k\left(\sin\theta\mathbf{e}_x-\cos\theta\mathbf{e}_y\right)$中的 SU(2)自旋，$\theta$为方位角，赝磁场在$\mathbf{k}=0$的简并点周围环绕一周，场强与离中心的距离成正比。二阶哈密顿量$\bar{H}^{(2)}$引入了二阶自旋-轨道耦合，视为位于动量空间的六极赝磁场中的$\mathbf{B}(\mathbf{k})=\frac{E_R}{9\Lambda}\frac{\hbar^2k^2}{m}\left(\cos2\theta\mathbf{e}_x-\sin2\theta\mathbf{e}_y\right)$中的 SU(2)自旋，该场在简并点周围缠绕两次[125]。

此外，如果调整激光频率$\Delta\omega_1=\Delta\omega_3=0$和$\Delta\omega_2=-4E_R/\hbar$时，原子将被转移到布里渊区的$K_0'$点。有效三能带模型写为：

$$\widetilde{H}=\begin{pmatrix}\frac{\hbar^2(\mathbf{k}+\mathbf{k}_1)^2}{2m} & \Lambda & \Lambda\\ \Lambda & \frac{\hbar^2(\mathbf{k}+\mathbf{k}_2)^2}{2m} & \Lambda\\ \Lambda & \Lambda & \frac{\hbar^2(\mathbf{k}+\mathbf{k}_3)^2}{2m}\end{pmatrix} \tag{5.16}$$

并通过进行幺正变换：

$$S=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ e^{-i\frac{2\pi}{3}} & e^{i\frac{2\pi}{3}} & 1\\ e^{i\frac{2\pi}{3}} & e^{-i\frac{2\pi}{3}} & 1\end{pmatrix} \tag{5.17}$$

在缀饰态表示中的哈密顿量表示为：

$$\begin{aligned}\bar{H}=&\frac{\hbar^2\mathbf{k}^2}{2m}+\frac{\hbar^2k_0}{2m}\begin{pmatrix}0 & -k_y+ik_x & -k_y-ik_x\\ -k_y-ik_x & 0 & -k_y+ik_x\\ -k_y+ik_x & -k_y-ik_x & 0\end{pmatrix}\\ &+\frac{\hbar^2k_0^2}{2m}+\begin{pmatrix}-\Lambda & 0 & 0\\ 0 & -\Lambda & 0\\ 0 & 0 & 2\Lambda\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{5.18}$$

变换后的矩阵 S 保持基态之间的对应关系ψ_1和ψ_2以及子晶格 A 和 B 与K_0相同。对于一阶赝自旋 1/2 近似有：

$$\bar{H}^{(1)}=\frac{\hbar^2k_0}{2m}\begin{pmatrix}0 & -k_y+ik_x\\ -k_y-ik_x & 0\end{pmatrix} \tag{5.19}$$

代表 Dresselhaus 自旋-轨道耦合，并且可被视为位于双曲赝磁场$\mathbf{B}(\mathbf{k})=-\frac{\hbar^2k_0}{2m}k\left(\sin\theta\mathbf{e}_x+\cos\theta\mathbf{e}_y\right)$中的 SU(2)自旋，具有与$K_0$相反的手性[126]。

5.3 实验结果与分析

5.3.1 Dirac 点处量子化涡旋的产生原理与探测

如图 5-9 所示，当 BEC 被精准调控至 Dirac 点（K_0或K_0'）后，关闭光晶格与简谐势阱，通过 18 ms 的飞行吸收成像，可清晰探测到原子的动量分布呈现独特的涡旋结构。而在非 Dirac 点（如Γ_0点、M点），原子动量分布呈现均匀的高斯型衍射峰，未探测到该涡旋特征，表明量子涡旋的产生与 Dirac 点的独特拓扑特性密切相关。

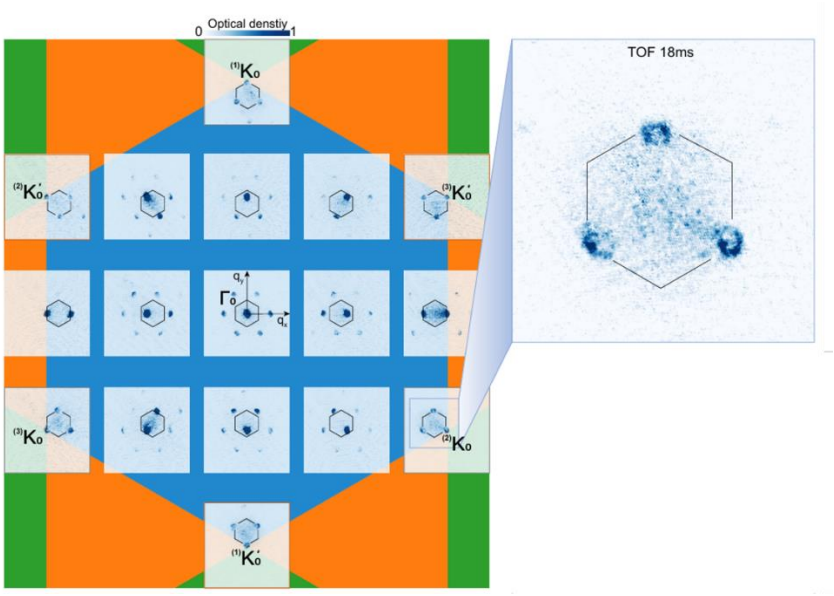


图 5-9 在 Dirac 点观察玻色-爱因斯坦凝聚中的涡旋

Fig. 5-9 Observation of vortex in a Bose-Einstein condensate at Dirac point

注：左侧显示不同准动量态下 BEC 的飞行时间图像。最初制备在基态Γ_0的准二维 BEC，被绝热地转移到各个状态，包括第一布里渊区角落的六个 Dirac 点，只有 Dirac 点处出现插图所示涡旋。光晶格阱深为 12 E_R，x-y 方向束缚频率为 2π×40 Hz。

本实验方案可被视为使用空间变化的赝磁场对 BEC 进行拓扑操作的动量空间对应[127-129]。对于在空间变化磁场（例如四极场）中具有内部自旋自由度的凝聚体，沿$\hat{z}$量子化轴表示的单粒子哈密顿量可写为：

$$H_r = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \mu_B g_F \mathbf{F}\cdot\mathbf{B}(\mathbf{r}) + \frac{1}{2}m\omega^2\mathbf{r}^2 \tag{5.20}$$

其中$\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$是自旋算符。局部幺正变换$U(\mathbf{r})$，将自旋的量子化轴从$\hat{z}$方向旋转到局部磁场方向$\hat{b}$，由于其与动能算符的非对易性，会为凝聚体产生有效规范势。然后，在$\hat{b}$量子化轴表示下，变换后的哈密顿量表示为：

$$H_r' = \frac{(\mathbf{p}+\mathbf{A})^2}{2m} + \mu_B g_F F_z|\mathbf{B}(\mathbf{r})| + \frac{1}{2}m\omega^2\mathbf{r}^2 \tag{5.21}$$

当凝聚体被绝热地制备在自旋本征态时，局部幺正变换要求原子在绕磁场中心的闭合路径上经历 Berry 相位，在$\hat{z}$量化轴表示下，最终会在凝聚体中留下实空间的非平凡拓扑结构，如斯格明子（skyrmion）和单极子（monopole）[127-129]。

在本实验中，移动标量蜂巢晶格中原子的三波共振会在两个简并缀势态自旋态之间产生 Rashba 自旋-轨道耦合，其等效于上述讨论的 Dirac 点周围随动量空间变化的赝磁场。与实空间的情况不同，虽然这种动量空间的赝磁场与动能算符对易，但

它与简谐势阱非对易。因此，简谐势阱可表现为类似于动能算符在实空间中产生规范势的作用，并且对于动量空间规范势的生成是不可或缺的。在K_0的自旋 1/2 缀饰态表象中，有效哈密顿量表示为：

$$H_p = \frac{1}{2}m\omega_{xy}^2\mathbf{r}^2 + \sigma \cdot \mathbf{B}(\mathbf{k}) + \frac{\mathbf{p}^2}{2m} \tag{5.22}$$

在忽略均匀势项的情况下，实空间的简谐势阱可写成动量空间中的拉普拉斯算符，动能项可被视为动量空间的简谐势阱。然后，进行局部幺正变换$U(\mathbf{k})$，将自旋量子化轴从 z 方向旋转到局部赝磁场的方向，即将$\sigma \cdot \hat{b}$的本征态变换为σ_z的本征态。该变换是绕轴$\hat{n} = (\hat{b} \times \hat{z})/|\hat{b} \times \hat{z}| = (-\cos\theta, -\sin\theta, 0)$进行 π/2 的自旋旋转，而自旋为 1/2 序参量的幺正换矩阵由下式给出：

$$U = e^{i\frac{\pi}{2}\hat{n}\cdot\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -ie^{-i\theta} \\ -ie^{i\theta} & 1 \end{pmatrix} \tag{5.23}$$

变换后的哈密顿量表示为：

$$H_p' = U^\dagger H_p U = \frac{1}{2}m\omega^2(\mathbf{r} + \mathbf{A})^2 + \sigma_z|\mathbf{B}(\mathbf{k})| + \frac{\mathbf{p}^2}{2m} \tag{5.24}$$

在实空间简谐势阱存在的情况下，这种变换会引入规范势：

$$\mathbf{A} = -iU^\dagger\nabla_{\mathbf{k}}U = \mathbf{A}_x\sigma_x + \mathbf{A}_y\sigma_y + \mathbf{A}_z\sigma_z \tag{5.25}$$

$\mathbf{A}$的各个分量：

$$\mathbf{A}_x = \frac{\sin\theta}{k}e_\theta \tag{5.26}$$

$$\mathbf{A}_y = -\frac{\cos\theta}{k}e_\theta \tag{5.27}$$

$$\boldsymbol{A}_z = \frac{1}{k}e_\theta \tag{5.28}$$

在实验中，通过将激光频率从$\Delta\omega_2 = 0$缓慢调节到$\Delta\omega_2 = 4E_R/\hbar$时，原子被绝热地移动到磁场中心。在此过程中，原子相对于局部$\hat{b}$量子化轴保持在相同的自旋本征态。这意味着在这个过程中没有自旋翻转，并且$\overline{H}'$中的非对角项可忽略。因此，在绝热近似下的有效哈密顿量为：

$$\overline{H}_{\mathrm{ad}}' = \frac{1}{2}m\omega_{xy}^2\left(-i\nabla_{\mathbf{k}} + \frac{1}{k}e_\theta\sigma_z\right)^2 + \frac{1}{8k^2}m\omega_{xy}^2 + \frac{\hbar^2\mathbf{k}^2}{2m} + \sigma_z|\mathbf{B}| \tag{5.29}$$

其中第二项是由$(\mathbf{A}_x\sigma_x + \mathbf{A}_y\sigma_y)^2$导致的标量势。自旋态的标量波函数$\psi(\mathbf{k})$的动力学可通过以下哈密顿量有效模拟：

$$\overline{H}_{\mathrm{sc}}' = \frac{1}{2}m\omega_{xy}^2\left(-i\nabla_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2k}e_\theta\right)^2 + \frac{1}{8k^2}m\omega_{xy}^2 + \frac{\hbar^2\mathbf{k}^2}{2m} + \frac{\hbar^2k_0}{2m}k \tag{5.30}$$

从上式看出，原子经历了一个角向规范势：

$$\mathbf{A}_{\mathrm{ad}} = \frac{1}{2k} e_{\theta} \tag{5.31}$$

相应的规范磁场：

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}_{\mathrm{ad}} = 0 \tag{5.32}$$

然而，除了$\mathbf{k} = 0$的奇点。沿闭合回路对规范势$\mathbf{A}_{\mathrm{ad}}$的积分将导致有效磁通量：

$$\Upsilon = \oint \hbar \boldsymbol{A}_{ad} \cdot d\boldsymbol{l} = \pi\hbar \tag{5.33}$$

它在波函数中累积了一个 Aharonov-Bohm 几何相位因子exp $(i\pi)$。当 BEC 从Γ_0加速到K_0时，在规范变换表示中，本征态$\Psi_s' = (\psi_0(\mathbf{k}),0)^T$是通过绝热方式制备的。这里，$\psi_0(\mathbf{k})$是动量空间中的自旋无关标量波函数。对应的波函数在缀饰态 z 量子化表示为：

$$\Psi_{\mathrm{s}} = U\Psi_s' = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -ie^{i\theta} \end{pmatrix}\psi_0(\mathbf{k}) \tag{5.34}$$

在裸态表象中，波函数为：

$$\Phi = S\Psi = \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix} 1 - ie^{i\theta} \\ e^{i\frac{2\pi}{3}} - ie^{-i\frac{2\pi}{3}}e^{i\theta} \\ e^{-i\frac{2\pi}{3}} - ie^{i\frac{2\pi}{3}}e^{i\theta} \end{pmatrix}\psi_0(\boldsymbol{k}) = \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix} e^{i\beta_A^1} + e^{i\beta_B^1}e^{i\theta} \\ e^{i\beta_A^2} + e^{i\beta_B^2}e^{i\theta} \\ e^{i\beta_A^3} + e^{i\beta_B^3}e^{i\theta} \end{pmatrix}\psi_0(\mathbf{k}) \tag{5.35}$$

其中β_A^a和$\beta_B^a(a = 1,2,3)$是常数相位。空间变化的相位因子$e^{i\theta}$是涡旋形成的原因，如图 5-10(a),(b)所示。

$\psi_0(\mathbf{k})$可通过沿时间依赖的薛定谔方程，将高斯波包从$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}k_0, \frac{1}{2}k_0\right)$绝热地移到磁场中心$(0,0)$计算：

$$i\frac{\partial\psi_0(\mathbf{k},t)}{\partial t} = \bar{H}_{\mathrm{sc}}'\psi_0(\mathbf{k},t) \tag{5.36}$$

研究发现，除了简谐势阱对原子产生的规范势 A 之外，当简谐势阱的频率足够强时，绝热演化在波包中产生一个密度空穴，如图 5-11 所示，这对于涡旋激发的生成至关重要。当阱的束缚频率较弱时，密度空穴很难产生，经过绝热演化后，原子的密度仍表现为高斯波包，如图 5-11 左侧所示。在这种情况下，由于能量损耗巨大，涡旋的相位奇点无法进入原子中。当阱频率较强时，绝热演化会在原子中心产生一个密度空穴，如图 5-11 的中心和右侧所示。因此，相位奇点可更容易地以较低能量损耗进入原子。

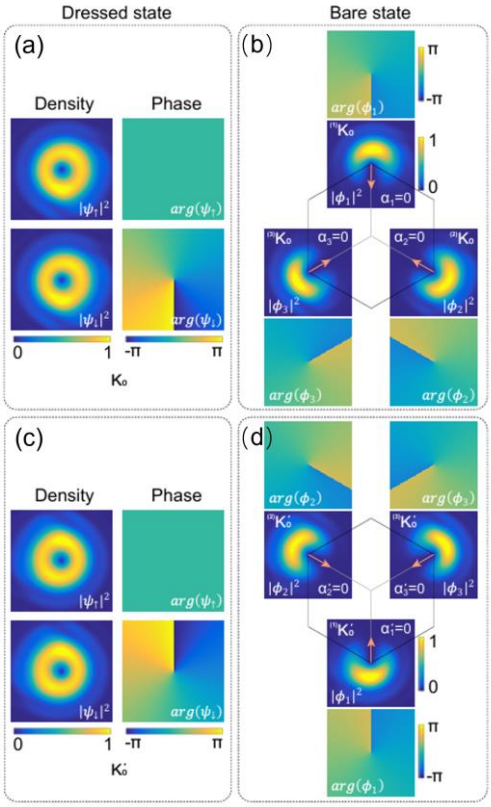


图 5-10 K_0和K_0'涡旋态的波函数的振幅和相位

Fig. 5-10 The amplitude and phase of the wavefunction for the vortex states at K_0 and K_0'

注：K_0在缀饰态和裸态表示下的涡旋态分别如(a)和(b)所示。K_0'在缀饰态和裸态表示下的涡旋态分别如(c)和(d)所示。x-y 方向的谐振阱频率为 2π×40 Hz，光晶格的阱深为 12 E_R。

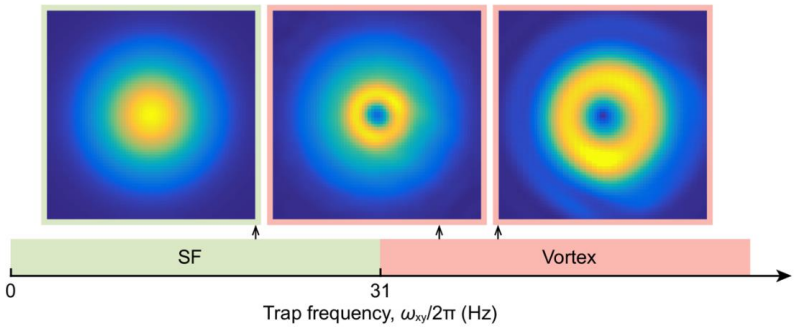


图 5-11 超流和涡旋相的理论预测

Fig. 5-11 Theoretical prediction of the superfluid and vortex phase

注：足够强的简谐阱频率可在原子中引起密度空穴，这对于漩涡激发的产生至关重要。假设光晶格阱深为中等（12 E_R），以确保赝自旋 1/2 模型有效。计算中绝热演化时间固定约为 1 毫秒。

从图 5-10 中，研究发现裸态表象下K_0点的涡旋态不是旋转对称的，而是在密度环上有一个缺口，缺口方向指向布里渊区中心，且$\alpha_a = 0(a = 1,2,3)$。在 Dirac 点K_0

处绝热制备的涡旋态在赝自旋 1/2 表示下表示为$\Psi_s=(1,-ie^{i\theta})^T$，并且在 TOF 图像中投影到三个动量分量${}^{(1)}\mathrm{K}_0$, ${}^{(2)}\mathrm{K}_0$和${}^{(3)}\mathrm{K}_0$与该态的准自旋分量相关，分别为$\phi_1=\frac{1}{\sqrt{3}}(\psi_\uparrow+\psi_\downarrow),\phi_2=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(e^{i\frac{2\pi}{3}}\psi_\uparrow+e^{-i\frac{2\pi}{3}}\psi_\downarrow\right)$,和$\phi_3=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(e^{-i\frac{2\pi}{3}}\psi_\uparrow+e^{i\frac{2\pi}{3}}\psi_\downarrow\right)$。因此，将零密度角$\alpha_a$计算为$\alpha_a=\beta_A^a-\beta_B^a+\pi-\alpha_{a0}=0$。其中，$\alpha_{a0}(\alpha_{10}=\frac{3\pi}{2},\alpha_{20}=\frac{3\pi}{2}+\frac{4\pi}{3}$和$\alpha_{30}=\frac{3\pi}{2}-\frac{4\pi}{3})$分别为三个 Dirac 点${}^{(1)}\mathrm{K}_0$, ${}^{(2)}\mathrm{K}_0$和${}^{(3)}\mathrm{K}_0$的角位置。这是由公式(5.7)中的有效哈密顿量的特定 C_3 对称性导致的。

当凝聚体在K_0'点进行绝热调控时，缀饰态 z 量子化表示下的波函数表示为：

$$\Psi_s=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-ie^{-i\theta}\end{pmatrix}\psi_0(\mathbf{k}) \tag{5.37}$$

在裸态表象中，波函数写作：

$$\Phi=\frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}1-ie^{-i\theta}\\e^{-i\frac{2\pi}{3}}-ie^{i\frac{2\pi}{3}}e^{-i\theta}\\e^{i\frac{2\pi}{3}}-ie^{-i\frac{2\pi}{3}}e^{-i\theta}\end{pmatrix}\psi_0(\mathbf{k})=\frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}e^{i\beta_A^1}+e^{i\beta_B^1}e^{-i\theta}\\e^{i\beta_A^2}+e^{i\beta_B^2}e^{-i\theta}\\e^{i\beta_A^3}+e^{i\beta_B^3}e^{-i\theta}\end{pmatrix}\psi_0(\mathbf{k}) \tag{5.38}$$

零密度角α_a'计算为$\alpha_a'=\beta_B^a-\beta_A^a+\pi-\alpha_{a0}'=0$，其中$\alpha_{a0}'(\alpha_{10}'=\frac{\pi}{2},\alpha_{20}'=\frac{\pi}{2}+\frac{4\pi}{3}$和$\alpha_{30}'=\frac{\pi}{2}-\frac{4\pi}{3}$是三个 Dirac 点${}^{(1)}\mathrm{K}_0'$, ${}^{(2)}\mathrm{K}_0'$和${}^{(3)}\mathrm{K}_0'$的角位置。在这种情况下，发现涡旋态密度的缺口方向同样朝向布里渊区中心，但涡旋相位的环绕方向相反，如图 5-10(c)和(d)所示。

在缀饰态表象中，自旋向上和向下的分量对应于实空间中的 A 和 B 子晶格占据。考虑到 A 和 B 子晶格的简并性，原子占据 A 和 B 子晶格具有相等的概率。因此，涡旋相出现在自旋向上或自旋向下组分中的情况预计是不确定的。例如，$\Psi_s=(1,-ie^{i\theta})^T$和$\Psi_s=(ie^{-i\theta},1)^T$都是 Dirac 点$\mathrm{K}_0$的自旋本征态，并且$\Psi_s=(1,-ie^{-i\theta})^T$和$\Psi_s=(ie^{i\theta},1)^T$都是 Dirac 点$\mathrm{K}_0'$的自旋本征态。通过轻微破坏 A-B 亚晶格对称性，可以实现涡旋相位的确定性控制，这可通过在实验中调节磁场量子化轴的方向或调整激光波长和偏振来实现。

5.3.2 Dirac 点处的量子相图

在 Dirac 点附近，体系存在两个非对易的相互作用项：简谐势阱与赝自旋-轨道耦合。在保持蜂巢晶格和 x-y 方向简谐势阱的情况下，体系的相图可以通过调控光晶格深度和 x-y 平面束缚频率得出。

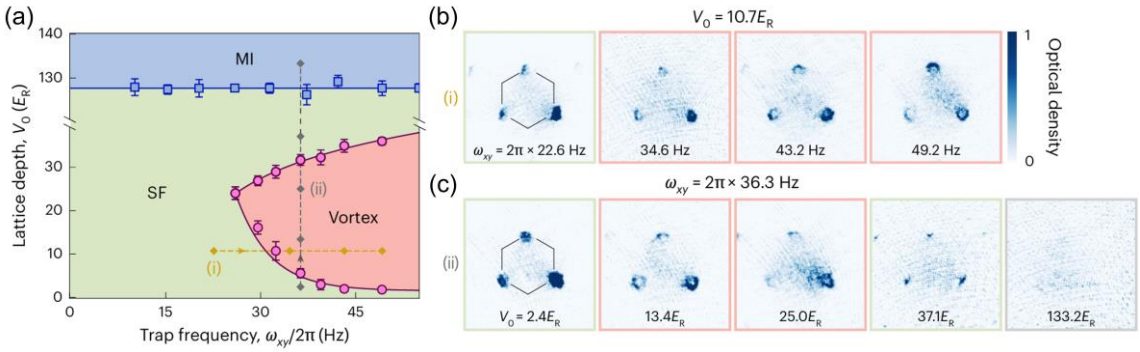


图 5-12 蜂巢晶格 Dirac 点处的量子相图

Fig. 5-12 Quantum phases at the Dirac point of a honeycomb optical lattice

注：SF 和 MI 分别指超流相（绿色）和莫特绝缘相（蓝色）。红色区域是超流体中涡旋形成的区域。相变边界的品红色和蓝色点分别表示来自五次和三次独立测量的均值，误差条表示所测相边界位置的标准偏差。实线表示使用均值作为指导对数据进行拟合。图像的彩色框（(b)和(c)的图像框）显示根据(a)的颜色编码分配量子相。

通过绝热调控这两个参数，探测到三种截然不同的量子相：超流相、涡旋相与莫特绝缘相，如图 5-12(a)所示，在弱简谐势阱或深光晶格阱深中观察不到量子化涡旋。如图(b)路径(i)所示，研究发现当固定光晶格阱深增加 x-y 方向的简谐势时，量子化涡旋的空洞变得更加清晰且尺寸更大。这与前文提到的理论相符：虽然简谐势阱将原子束缚在实空间中，但与 Dirac 点附近的赝自旋-轨道耦合的非对易性会在动量空间中引入有效的离心势，其表达式为$\frac{1}{8k^2}m\omega_{xy}^2$。该离心势将原子从 Dirac 点排斥开，从而在更高的束缚频率下产生更大的涡旋核。此外如图(b)路径(ii)所示，在固定 x-y 束缚频率的情况在，在中等参数区间能探测到量子化涡旋，对于更深的光晶格阱深，由于强相互作用，原子进入莫特绝缘相，因此不存在物质波的量子化涡旋。

5.4 本章小结

本章在蜂巢晶格的^{87}Rb 玻色-爱因斯坦凝聚体中，首次在动量空间直接探测到 Dirac 点的拓扑缺陷，即量子化涡旋。实验从三维 BEC 出发，通过手风琴晶格将其压缩为准二维体系后装载至蜂巢晶格中，该晶格的最低两能带在 Dirac 点处呈现线性色散特征。利用简谐势阱与 Dirac 点附近赝自旋-轨道耦合的非对易性，在动量空间诱导出涡旋结构。通过改变简谐势阱束缚频率与晶格深度，绘制了包含超流相、涡旋相和莫特绝缘相的完整量子相图，明确了各相之间的转变条件与调控机制。本研究阐明了动量空间涡旋的产生机制。所提出的涡旋生成方法具有良好的普适性，可

推广至扭转双层光晶格等包含拓扑奇点的体系，为进一步探索拓扑结构与量子多体相互作用之间的内在关联奠定了基础。

6 连续动力学解耦的 Floquet 边带相干动力学

量子系统维持长时间相干性是量子精密测量、量子调控、量子信息等前沿领域的关键要素[130-131]。然而，实际量子系统不可避免地与环境耦合，导致退相干。在超冷原子系统中，背景气体热运动、光阱强度涨落、磁场噪声以及驱动场相位噪声都会引发退相干效应[132-133]。在第五章中，由于 Dirac 点并非体系基态，制备于该处的 BEC 属于亚稳激发态，相干时间通常仅为毫秒量级，从而限制了对拓扑性质的精密探测及进一步量子调控的开展。因此，本章介绍我们在自旋为 1 的 BEC 中开展连续动力学解耦的 Floquet 边带研究。

在维持量子相干性的各种方案中，最直接的方案是将量子系统彻底隔离环境，但在实验中难以实现。更具有操控性的策略是采用动力学解耦技术[131][134]。早期的动力学解耦主要依赖脉冲序列调控，原理是通过周期性翻转量子态，平均掉环境噪声的影响[135-137]。然而，该方案对脉冲时序和幅度的控制精度要求极高，实验上具有较大挑战。近年来，连续动力学解耦（continuous dynamical decoupling, CDD）受到广泛关注。该方案利用连续的驱动场构建缀饰态，进而诱导出磁不敏感的类钟态跃迁[138-139]。本章研究的连续动力学解耦正是基于这样的思想，对自旋为 1 的 ^{87}Rb 原子 BEC 施加连续的射频驱动场，在缀饰态基矢下构造出磁不敏感的量子态。相比传统的脉冲式动力学解耦，本方案对实验控制精度的要求更低，更易于实现。本章系统研究了该体系的能谱结构、相干特性和跃迁动力学，揭示出一系列奇特的对称性和非对称性现象。

6.1 连续动力学解耦的 Floquet 理论

实验装置如图 6-1 所示，沿 z 方向的均匀磁场$B_0\hat{z}$定义了量子化轴，并产生线性 Zeeman 分裂，Larmor 频率为$\omega_0 = |g_F\mu_B B_0|/\hbar$，其中$g_F$是朗德$g$因子，$\mu_B$为玻尔磁子。^{87}Rb 原子的基态超精细结构包含$F = 1$态，如图 6-2(a)所示，该态在外磁场中分裂为三个 Zeeman 子能级，分别对应磁量子数$m_F = +1,0,-1$，其中F是原子的总角动量。为了简化描述，将$|F = 1, m_F = +1\rangle$、$|F = 1, m_F = 0\rangle$和$|F = 1, m_F = -1\rangle$分别记为$|1\rangle$、$|0\rangle$和$|-1\rangle$。在仅存在静磁场的情况下，这些态称为裸态。

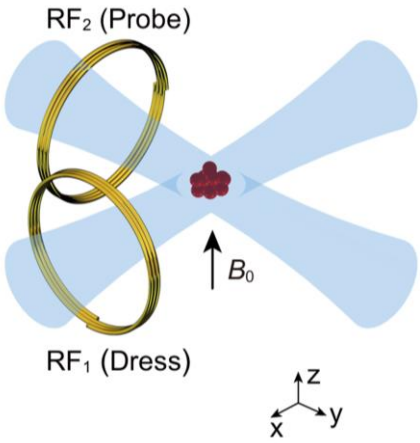


图 6-1 ^{87}Rb BEC 连续动力学解耦实验装置的示意图

Fig. 6-1 Schematic of the experimental sets for continuous dynamical decoupling in a ^{87}Rb BEC

注：均匀偏置磁场 B_0 定义了量子化轴。两个正交的射频线圈，RF_1（y-z 平面）和 RF_2（x-z 平面），分别提供强缀饰场和弱探测场。

为实现连续动力学解耦，施加射频信号 RF_1 驱动位于 y-z 平面的线圈，产生沿 x 方向的振荡磁场$B_x(t) = \mathcal{A}\cos(\omega_1 t)\hat{x}$，其中$\mathcal{A}$是振幅，$\omega_1$是 RF_1 的角频率。该振荡磁场与原子的磁偶极矩耦合，驱动相邻 Zeeman 子能级之间的跃迁，Rabi 频率为$\Omega = |g_F|\mu_B\mathcal{A}/\sqrt{2}\hbar$，又称驱动场。

在 Floquet 理论框架下，周期性驱动可被看作产生“光子缀饰”的 Floquet 边带。这些边带与裸态的相干混合有效地重整了体系的准能谱。这种基于 Floquet 工程的观点是驱动平台中哈密顿量调控的理论基础，能够实现可调的拓扑能带模型、受控隧穿重整化、合成规范场[140-142]。

超冷原子与光场和磁场耦合缀饰态的哈密顿量为：

$$H = \hbar\omega_1 a^\dagger a + \hbar\omega_0 F_z + \hbar g(a^\dagger + a)(F_+ + F_-) + H_Q \tag{6.1}$$

耦合强度$g = \frac{\mu_B g_F}{2\hbar}\mathcal{A}$源于原子与施加的射频场之间的磁偶极相互作用，$a^\dagger$和$a$表示光子的产生和湮灭算符，磁场$B_0$产生的二次 Zeeman 效应为：

$$H_Q = \hbar\epsilon(F_z^2 - \mathbb{I}) = \hbar\epsilon\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \tag{6.2}$$

$\mathbb{I}$是3×3单位矩阵，频率为ω_1的射频场耦合相邻的 Zeeman 子能级, 其自旋阶梯算符为：

$$F_+ = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, F_- = F_+^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \tag{6.3}$$

对于第n个 Floquet manifold，在以$\{|1,n\rangle, |0,n-1\rangle, |-1,n-2\rangle\}$下展开 Hilbert 空间，$|m_F,n\rangle$表示裸态$|F,m_F\rangle$和 Floquet 指数$n$的直积态，$n$为射频光子数。$H$可写成分块矩阵形式：

$$H = \begin{pmatrix} H_{n+1} & 0 & V_n \\ 0 & H_n & 0 \\ V_n^\dagger & 0 & H_{n-1} \end{pmatrix} \tag{6.4}$$

V_n表示逆向耦合，在旋波近似下，其矩阵元远小于ω_1，H简化为：

$$H = \mathrm{diag}(\dots, H_{n+1}, H_n, H_{n-1}, \dots) \tag{6.5}$$

其中：

$$H_n = \hbar \begin{pmatrix} \Delta & \Omega_1 & 0 \\ \Omega_1 & -\epsilon & \Omega_2 \\ 0 & \Omega_2 & -\Delta \end{pmatrix} + n\omega_1 \mathbb{I} \tag{6.6}$$

$$\Delta = \omega_1 - \omega_0, \Omega_1 = g\sqrt{2n}, \Omega_2 = g\sqrt{2(n-1)} \tag{6.7}$$

其中每个H_n由整数n标记，该指标称为 Floquet index，可理解为与驱动场模式相关的“光子数”，对应驱动场所占据的能量量子数。不同的 Floquet manifold，对应不同数量的驱动场能量量子数。$\Delta = \omega_1 - \omega_0$是 RF_1 缀饰场的失谐量，对于固定ω_1，由 Larmor 频率的定义可知，失谐的变化直接映射为磁场B_0的变化（$\delta\Delta = \delta\omega_0 = |g_F\mu_B\delta B_0|/\hbar$），$\epsilon$表示二次 Zeeman 位移导致的能量位移。对角项的$n\hbar\omega_1$仅引起准能量的整体偏移，并不影响能级劈裂。每个 3×3 矩阵对应固定的总激发数 N（原子激发数加 Floquet index 之和），体现了在该框架下的激发数守恒。

实验中，驱动场处于高度占据的相干态，因此光子数满足$n \gg 1$。在此极限下，耦合强度变得近似相等，$\Omega_1 \simeq \Omega_2 \equiv \Omega$，并且旋转波近似下，每个 Floquet manifold 中的哈密顿量可进一步简化为：

$$H_n = \hbar \begin{pmatrix} \Delta + n\omega_1 & \Omega & 0 \\ \Omega & -\epsilon + n\omega_1 & \Omega \\ 0 & \Omega & -\Delta + n\omega_1 \end{pmatrix} \tag{6.8}$$

在变换$\Delta \to -\Delta$的同时交换$|1\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$下，缀饰态哈密顿量呈现出内在的对称性。该对称性决定了$H(\Delta)$和$H(-\Delta)$具有相同的能谱结构，进而表明本征能量是失谐量Δ的偶函数，如图 6-2(b)所示。因此，当射频驱动频率与 Larmor 频率共振（即$\Delta = 0$）时，

准能量在Δ附近的展开只包含偶次项（$\Delta^2, \Delta^4, \ldots$）。这表明，缀饰态能级及其相关的跃迁频率对一阶磁场波动不敏感。

在$\epsilon = 0$时，缀饰态能级劈裂可表示为$\sqrt{\Delta^2 + 2\Omega^2}$。纯退相干的速率取决于噪声沿缀饰态量子化轴的投影分量，满足$\Gamma_\phi(\Delta, \Omega) \propto \Delta^2/(\Delta^2 + 2\Omega^2)$，与连续动力学解耦在缀饰基矢下的噪声抑制机制一致[143-144]。所以通过调控失谐Δ和驱动强度Ω，可有效操控缀饰态间的相干性：增大Δ加速退相干，而增强Ω抑制退相干，延长相干时间。当$\epsilon \neq 0$时，$|D^0\rangle$与$|D^1\rangle$之间的能级劈裂随Δ的变化呈现出更为平坦的色散行为。对于给定的ϵ，存在最优的Ω值，使该色散关系达到最平坦处，从而将跃迁频率对磁场扰动的敏感性压制到更高阶，显著提升相干时间。这正是连续动力学解耦的核心机制：通过驱动场缀饰原子裸态，使体系对磁场涨落不再敏感，从而实现有效的环境解耦。

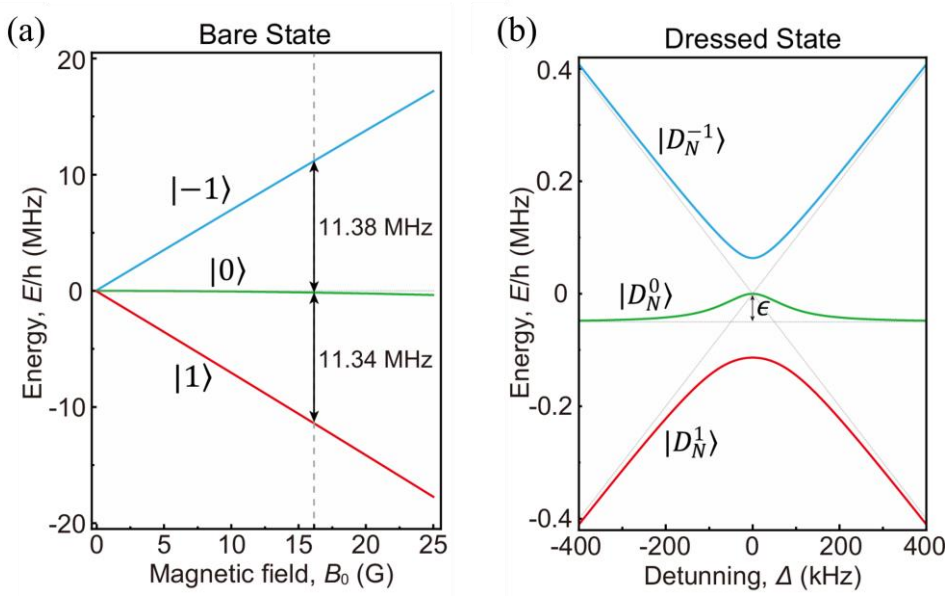


图 6-2 裸 Zeeman 子能级的磁场依赖与 RF_1 驱动缀饰态准能量随失谐Δ的变化

Fig. 6-2 Magnetic-field dependence of the bare Zeeman sublevels and dressed-state quasi-energies under RF_1 driving as a function of detuning Δ

注：(a)展示了 $5S_{1/2}$，F=1 的裸 Zeeman 子能级的磁场依赖性。灰色虚线表示实验中使用的磁场大小为 16.2 G。(b)灰色虚线表示没有 RF_1 驱动的情况。

公式(6.8)的本征态在每个 Floquet manifold 中形成三个缀饰态：

$$|D_N^j\rangle = c_1^j|1, n\rangle + c_2^j|0, n-1\rangle + c_3^j|-1, n-2\rangle \tag{6.9}$$

其中$j = 1, 0, -1$，每个缀饰态均为原子态和光子态的相干混合，c_i^j表示缀饰态在Zeeman基矢下的展开系数。缀饰态的引入不仅改变了能带结构，还打破了跃迁定则。

在裸态表象中，同一个F的磁偶极跃迁只能改变m_F一个单位（$\Delta m_F = \pm 1$）。但在缀饰态基矢下，如图 6-3 的灰色箭头所示，由于原子态和光子态耦合，相邻的 Floquet manifolds 之间产生额外的跃迁通道，形成 Floquet 边带跃迁$\omega_1 \pm \nu_{1,2,3}$，$\nu_{1,2,3}$是射频场引起的缀饰态能量分裂。

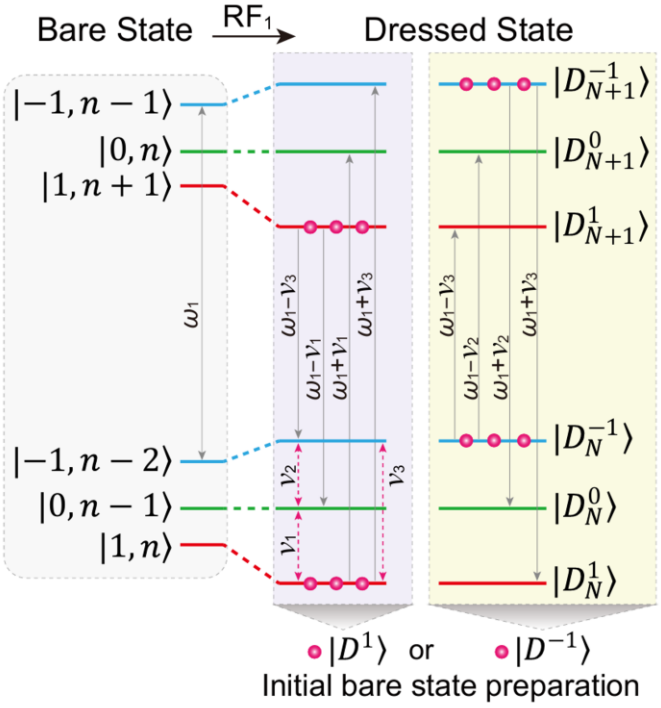


图 6-3 Floquet 表象中的裸能级图和缀饰能级图

Fig. 6-3 Bare and dressed energy diagrams in the Floquet picture

注：原子最初被制备在裸 Zeeman 态如：$|1\rangle$、$|0\rangle$、$|-1\rangle$，然后通过绝热转移到缀饰态$|D^1\rangle$、$|D^0\rangle$、$|D^{-1}\rangle$，其能级间距分别为$\nu_{1,2,3}$。在$|D^1\rangle$或$|D^{-1}\rangle$的制备过程中，可选择性地激发对应的共轭 Floquet 边带跃迁（灰色单箭头线）。

这些跃迁在能谱上分布在主跃迁两侧的边带，频率低于ω_1的称为红边带，高于ω_1的称为蓝边带。相邻缀饰态的磁偶极跃迁矩阵元可表示为：

$$\left\langle D_N^j|\mu|D_{N+1}^{j'}\right\rangle = M\left(c_1^j c_2^{j'} + c_2^j c_3^{j'}\right) \tag{6.10}$$

$$\left\langle D_{N+1}^j|\mu|D_N^{j'}\right\rangle = M\left(c_3^j c_2^{j'} + c_2^j c_1^{j'}\right) \tag{6.11}$$

其中M为磁偶极跃迁耦合系数，μ表示弱 RF_2 探测场的磁偶极跃迁算符。对固定的探测振幅，测得的 Rabi 频率$f_{j,j'}^{(\pm)}$与这些矩阵元的绝对值呈线性关系。这两个表达式对

应一对共轭的 Floquet 边带，其相对强度由c_1^j和c_3^j共同决定。当$c_1^j = c_3^j$时，共轭边带对称，两边带跃迁的耦合幅度相同。否则边带耦合幅度出现红-蓝非对称。

本征态系数与失谐的关系表示为：

$$\hbar\begin{pmatrix}\Delta + n\omega_1 & \Omega & 0\\ \Omega & -\epsilon + n\omega_1 & \Omega\\ 0 & \Omega & -\Delta + n\omega_1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c_1^j\\ c_2^j\\ c_3^j\end{pmatrix} = E_j\begin{pmatrix}c_1^j\\ c_2^j\\ c_3^j\end{pmatrix} \tag{6.12}$$

E_j是本征能量。从方程中得出：

$$\hbar(\Delta + n\omega_1)c_1^j + \hbar\Omega c_2^j = E_j c_1^j \tag{6.13}$$

$$\hbar\Omega c_2^j - \hbar(\Delta + n\omega_1)c_3^j = E_j c_3^j \tag{6.14}$$

由于系数c_1^j，c_3^j依赖于失谐Δ，当$\Delta \neq 0$时，$c_1^j \neq c_3^j$。但当失谐大小相同且符号相反时，共轭边带之间存在额外的对称性。在$\Delta \to -\Delta$时，等效于交换$|1\rangle$和$|-1\rangle$且互换c_1^j和c_3^j。因此跃迁矩阵元满足：

$$\langle D_N^j|\mu|D_{N+1}^{j'}\rangle_\Delta = \langle D_{N+1}^j|\mu|D_N^{j'}\rangle_{-\Delta} \tag{6.15}$$

上式表示，当失谐量反号时，红和蓝边带的耦合强度互换。

在$\Delta = 0$时，哈密顿量满足交换$|1\rangle$和$|-1\rangle$为对称。在这种情况下，c_1^j等于c_3^j。因此跃迁矩阵元为：

$$\left\langle D_N^j|\mu|D_{N+1}^{j'}\right\rangle = \left\langle D_{N+1}^j|\mu|D_N^{j'}\right\rangle \tag{6.16}$$

表明在共振射频驱动下，两个共轭边带的 Floquet 缀饰态之间的相干耦合强度完全相同。这是两个重要的对称性，将在后续实验中进行验证。

6.2 缀饰态的绝热制备与探测

实验开始于束缚在交叉光偶极阱中的 ^{87}Rb 玻色-爱因斯坦凝聚体，约 5×10^5个原子。如图 6-1 所示，射频信号 RF_1 驱动位于 y-z 平面的线圈，作为驱动场。射频信号 RF_2 驱动位于 x-z 平面的线圈，作为探测场。方向沿 z 轴的均匀偏置磁场设定为$B_0 = 16.2$ G，定义了量子化轴，Larmor 频率为$\omega_0 = 11.36$ MHz，二次 Zeeman 位移$\epsilon = 20$ kHz。

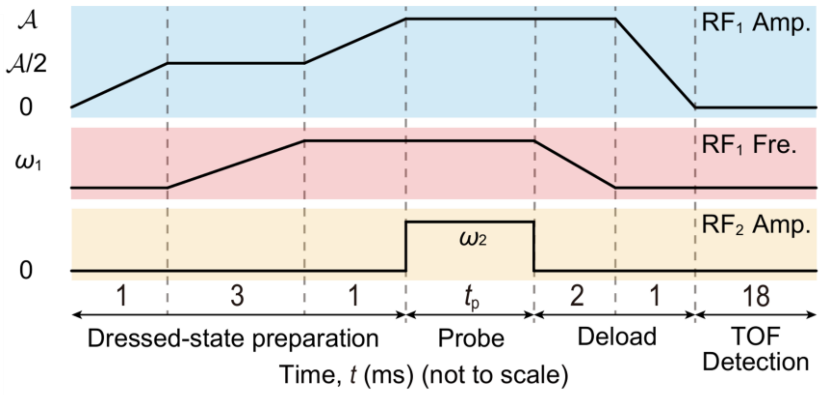


图 6-4 实验时序

Fig. 6-4 Experimental timing sequence

实验通过绝热过程将原子制备到目标的缀饰态，时序如图 6-4 所示：

第一阶段（0-1 ms）：开启 RF_1 驱动场，在 1 ms 内将幅度从 0 绝热升至$\mathcal{A}/2$（$\mathcal{A}$对应 Rabi 频率达到$\Omega = 36.1$ kHz）。此时驱动频率远离共振频率，系统处于远失谐的状态；

第二阶段（1-4 ms）：在 3 ms 内将驱动频率从远失谐ω_0 −500 kHz 扫描到目标值$\omega_0 + \Delta$，使系统接近目标失谐量；

第三阶段（4-5 ms）：在 1 ms 内将驱动场幅度升至最终值$\mathcal{A}$。经此过程，若初始原子处于裸态$|1\rangle$，就会绝热制备到缀饰态$|\mathrm{D}^1\rangle$。类似地，$|0\rangle \to |\mathrm{D}^0\rangle$，$|-1\rangle \to |\mathrm{D}^{-1}\rangle$。

制备好缀饰态后，需要探测其能谱和动力学特性。为此，施加弱射频场 RF_2，方向沿 y 轴。其强度远小于驱动场，不会扰动缀饰过程，仅用于诱发缀饰态激发谱。

探测方案分为两种：

一是测量能谱。扫描探测场的频率ω_2，记录原子在不同缀饰态之间的跃迁概率。施加固定时长的探测脉冲，然后绝热关闭所有场，用飞行吸收成像测量三个自旋态的布居。将布居结果作为探测频率的函数作图，即可得到如图 6-5(a, c)所示的激发谱。

二是动力学测量。将探测场频率固定在某个共振峰的中心，改变探测脉冲持续时间t_p，记录原子布居随时间的振荡（Rabi 振荡）。从 Rabi 振荡中提取两个关键参数：振荡频率（反映耦合强度）和衰减时间（反映相干时间）。如图 6-6 和 6-7(a, b)。

探测结束后，将缀饰态映射回裸态基矢：反向绝热扫描驱动场的频率和幅度，将$|D^1\rangle$、$|D^0\rangle$、$|D^{-1}\rangle$分别映射回$|1\rangle$、$|0\rangle$、$|-1\rangle$。随后同时关闭所有光阱和驱动场，让原子自由飞行 18 ms。在飞行过程中，施加 Stern-Gerlach 磁场梯度，将不同自旋态

的原子在空间上分离。最后用探测光吸收成像，得到三个分离的原子云，其原子数正比于对应自旋态的布居。

6.3 Floquet 边带的特性与相干动力学

6.3.1 Floquet 边带谱

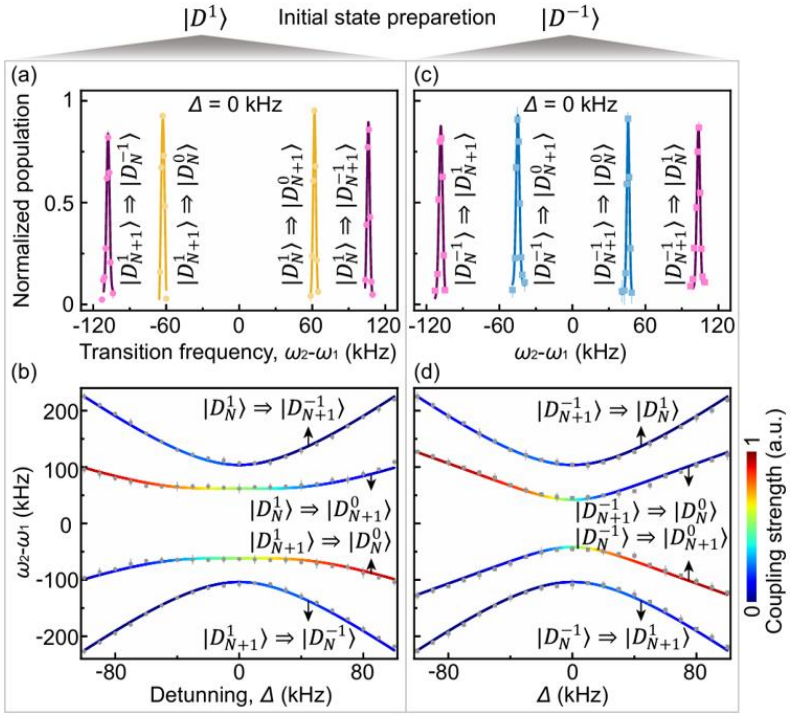


图 6-5 Floquet 边带谱及连续射频缀饰下的失谐依赖性

Fig. 6-5 Sequence Floquet sidebands spectroscopy and detuning dependence under continuous RF dressing

注：(b)、(d)颜色表示理论预测的耦合强度，表示其对于失谐的非对称性。

连续射频缀饰下自旋为 1 的 BEC 缀饰态激发谱中的 Floquet 边带如图 6-5 所示。图 6-5(a)和(c)分别展示了驱动场频率与 Larmor 频率共振时，初始态分别为$|D^1\rangle$和$|D^{-1}\rangle$的激发谱。两种情况下均可探测到四个清晰 Floquet 边带共振峰，对称分布于ω_1两侧，构成两对共轭 Floquet 边带，对应不同缀饰态跃迁通道。其中，RF_2 跃迁中$\omega_2 - \omega_1 < 0$的峰对应图 6.3 的红边带，$\omega_2 - \omega_1 > 0$的峰对应蓝边带。

通过调节 RF_1 的失谐Δ并重复 RF_2 测量能谱，可得到如图 6-5(b, d)所示的在宽失谐范围内缀饰态跃迁频率与耦合强度随失谐Δ的变化关系。散点为实验数据，实线为基于缀饰态哈密顿量的理论预测，两者高度吻合，验证了 Floquet 理论描述的准确性。

图 6-5(b)的$\Delta = 0$附近，$|D_{N+1}^{1}\rangle \Rightarrow |D_{N}^{0}\rangle$和$|D_{N}^{1}\rangle \Rightarrow |D_{N+1}^{0}\rangle$的跃迁频率随$\Delta$的变化更为平坦。这表明此处存在高阶磁不敏感性，对应缀饰态存在更长的相干时间。

6.3.2 共振驱动下的相干性与对称性

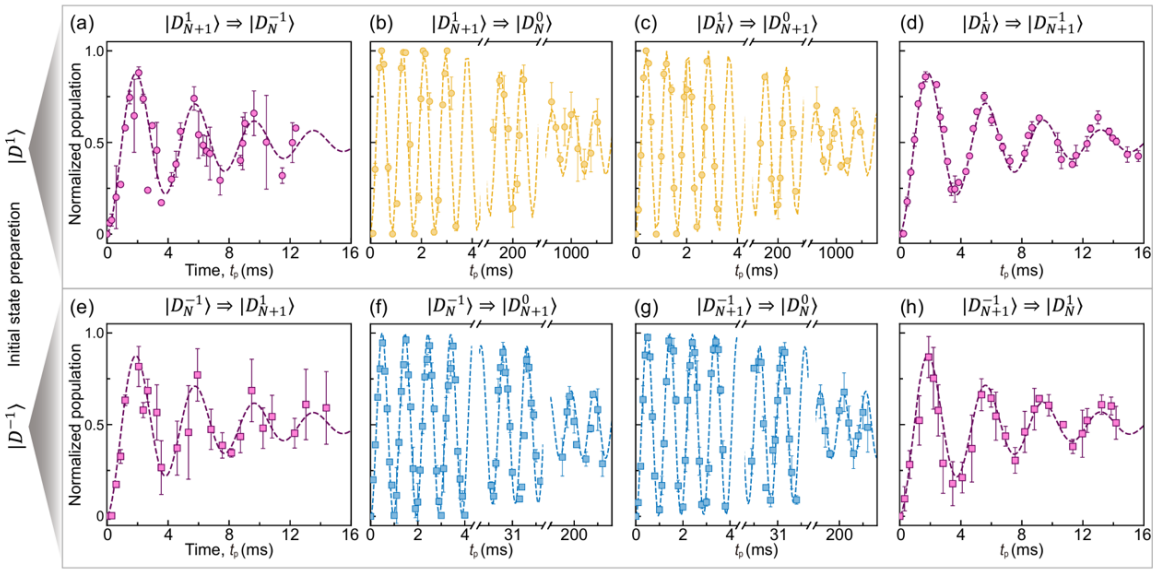


图 6-6 $\Delta = 0$时的 Floquet 边带跃迁 Rabi 振荡

Fig. 6-6 Rabi oscillations of Floquet sideband transitions at zero detuning ($\Delta = 0$)

在$\Delta = 0$条件下，对选定的 Floquet 边带共振跃迁进行动力学测量。不同初态对应的四个 Floquet 边带跃迁动力学演化如图 6-6 所示。所有共轭边带表现出完全相同的 Rabi 频率和相同的衰减时间。这证明在共振条件下，共轭边带跃迁的缀饰态间耦合强度具有对称性。此外，$|D_{N}^{1}\rangle \Rightarrow |D_{N+1}^{-1}\rangle$和$|D_{N+1}^{-1}\rangle \Rightarrow |D_{N}^{1}\rangle$跃迁的动力学演化特征以及$|D_{N+1}^{1}\rangle \Rightarrow |D_{N}^{-1}\rangle$和$|D_{N}^{-1}\rangle \Rightarrow |D_{N+1}^{1}\rangle$跃迁的动力学演化特征在实验尺度内相同，如图 6-6(d)-(h), (a)-(e)所示。上图还能明显看到$|D_{N+1}^{1}\rangle \Rightarrow |D_{N}^{0}\rangle$和$|D_{N}^{1}\rangle \Rightarrow |D_{N+1}^{0}\rangle$跃迁的相干时间达到秒级，明显长于图中的其它 Floquet 边带跃迁。这与前述理论预期在$\Delta = 0$处出现连续动力学解耦的长相干寿命量子态相符。

6.3.3 非共振驱动下的非对称性

图 6-7(a, b)展示了当驱动场偏离共振时，$\Delta = \pm 20$ kHz，三个缀饰态跃迁的 Rabi 振荡。与共振情况截然不同：在$\Delta = -20$ kHz时，蓝边带的 Rabi 频率明显大于红边带；而当$\Delta = +20$ kHz时，情况相反。

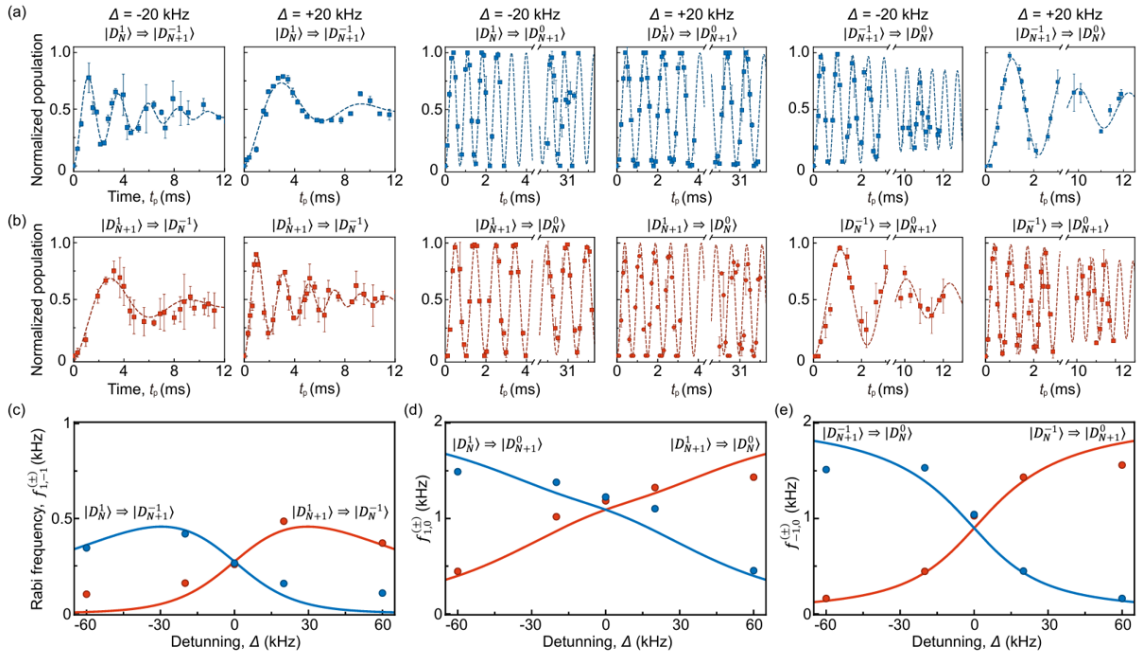


图 6-7 共轭 Floquet 边带的失谐依赖耦合强度

Fig. 6-7 Detuning-dependent coupling strength of conjugate Floquet sidebands

图 6-7(c)-(e)系统总结了 Rabi 频率随Δ的变化关系。红线和蓝线分别代表红和蓝边带的理论预测，散点为实验数据。实验结果显示：当$\Delta \neq 0$时，红和蓝边带的 Rabi 频率显著不同，出现明显的非对称性。这种非对称性在Δ较大时更显著。但红边带在$\Delta > 0$时的行为与蓝边带在$\Delta < 0$时的行为完全一致，满足式(6.15)的对称关系。反之，结论同样成立。

6.4 本章小结

本章节介绍了在射频驱动下的自旋为 1 的 ^{87}Rb 玻色-爱因斯坦凝聚体中实验实现了连续动力学解耦，并在缀饰态之间研究了 Floquet 能谱和相干动力学演化。主要发现了以下三个现象：

第一，对称性能量色散。随失谐变化的缀饰态本征能量具有偶函数的依赖关系。

第二，共振驱动下的对称耦合与长相干时间。在共振驱动时，两个 Floquet 边带具有完全对称的耦合强度和相干时间。特别是$|D_{N+1}^{1}\rangle \Rightarrow |D_{N}^{0}\rangle$和$|D_{N}^{1}\rangle \Rightarrow |D_{N+1}^{0}\rangle$跃迁的相干时间达到秒级。

第三，非共振驱动下的不对称耦合。在$\Delta \neq 0$的有限失谐，缀饰态间相干耦合强度呈现明显的红蓝边带非对称性，且该非对称性随失谐符号反转而互换。

连续动力学解耦不仅是一种保护相干性的实用技术，还可通过调节失谐量，进而调控不同跃迁通道的耦合强度比，实现“可编程”的量子控制。

7 全文总结与展望

本论文围绕超冷 ^{87}Rb 原子在光晶格中的量子调控这一核心主题，开展了系统而深入的实验研究。论文从玻色-爱因斯坦凝聚体的制备出发，逐步深入到复杂光晶格体系的构建与精密调控，最终在 Dirac 点拓扑物态的探测上取得了突破性进展。在实验技术方法上实现了一定创新，为利用超冷原子平台模拟新奇量子物态奠定了坚实的基础。

本文首先系统介绍了 BEC 的制备流程，并对光阱中的原子损耗机制进行了定量分析，为后续实验提供了纯净、稳定的初始量子态。针对光晶格的阱深，在一维光晶格中对比研究了 Raman-Nath 衍射、Kapitza-Dirac 衍射和参量振荡加热三种标定方法的原理、适用范围与局限性。这一工作为在不同实验条件下选择最优的阱深标定方案提供了指导，确保了晶格势操控的精确性。

第四章突破了对偶晶格结构的辨识难题。针对蜂巢晶格与其对偶的六角晶格在弱场衍射下难以区分的实验挑战，创新性地提出了基于强脉冲 Kapitza-Dirac 衍射的辨识方法。研究发现，在强脉冲区域，物质波的相位缠绕效应能将原子在不同 Wyckoff 位置感受到的细微相位梯度差异编码到高阶动量衍射图样中。实验结果成功区分了这两种对偶晶格，不仅实验上验证了相位缠绕机制，也为研究晶格对称性相关的物理现象提供了有力的结构表征工具。

第五章实现了 Dirac 点动量空间量子化涡旋的直接探测。基于蜂巢光晶格，通过将 BEC 绝热调控至 Dirac 点，直接探测到了动量空间中的量子化涡旋。论文深刻揭示了涡旋的产生机制：源于简谐束缚势与 Dirac 点处赝自旋-轨道耦合的非对易性，两者共同作用在动量空间诱导出涡旋态。通过系统调控简谐势阱频率和晶格深度，绘制了包含超流相、涡旋相和莫特绝缘相的完整量子相图。

第六章揭示了 Floquet 边带的相干特性与调控规律。在自旋为 1 的 BEC 中，通过连续射频驱动实现了动力学解耦，并在 Floquet 框架下系统研究了缀饰态的能谱与相干动力学。实验发现了共振驱动下共轭 Floquet 边带耦合强度的对称性和长达秒量级的相干时间，以及在非共振驱动下相干时间仅为数十毫秒量级。这些发现不仅验证了连续动力学解耦方案的有效性，也为基于 Floquet 工程的量子态调控与精密测量开辟了新途径。

基于本论文已取得的成果，结合当前超冷原子量子模拟领域的发展前沿，未来的研究可以从以下几个方向深入拓展：

一是探索扭转双层光晶格中的高阶拓扑与强关联物态。本团队已实现超冷原子扭转双层光晶格，本论文中关于 Dirac 点量子化涡旋的研究方法可以自然延伸至此。扭转双层体系中的莫尔平带为研究强关联效应提供了理想平台。未来可以探索在扭转角接近“魔角”时，平带中的原子间相互作用如何诱导出关联绝缘态、超流态等。

二是深入研究 Dirac 点涡旋的动力学与相互作用。目前实验实现了 Dirac 点涡旋态的探测，下一步可以研究其动力学行为。例如，通过调控原子间的相互作用或外势，可以研究涡旋的稳定性、进动模式、相位差异等。

三是实现实空间涡旋晶格。附录提到的双轴 AOD 系统为在实空间引入涡旋做好了准备。

综上所述，本论文的研究成果不仅深化了我们对光晶格中量子态调控和拓扑物态的理解，也为未来在超冷原子平台上模拟更复杂、更奇异的量子物态开辟了新途径。

参考文献

[1]Einstein A. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases[J]. Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, 1925, 1(3): 245-257.

[2]Allen J F, Misener A D. Flow of liquid helium II[J]. Nature, 1938, 141(3558): 75-75.

[3]Kapitza P. Viscosity of liquid helium below the λ-point[J]. Nature, 1938, 141(3558): 74-74.

[4]London F. The λ-phenomenon of liquid helium and the Bose-Einstein degeneracy[J]. Nature, 1938, 141(3571): 643-644.

[5]Prodan J V, Phillips W D, Metcalf H. Laser production of a very slow monoenergetic atomic beam[J]. Physical Review Letters, 1982, 49(16): 1149.

[6]Chu S, Hollberg L, Bjorkholm J E, et al. Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure[J]. Physical Review Letters, 1985, 55(1): 48.

[7]Monroe C, Swann W, Robinson H, et al. Very cold trapped atoms in a vapor cell[J]. Physical Review Letters, 1990, 65(13): 1571.

[8]Anderson M H, Ensher J R, Matthews M R, et al. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor[J]. Science, 1995, 269(5221): 198-201.

[9]Davis K B, Mewes M O, Andrews M R, et al. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms[J]. Physical Review Letters, 1995, 75(22): 3969.

[10]Xiong D Zh, Chen H X, Wang P J, et al. Quantum degenerate Fermi-Bose mixtures of 40K and 87Rb atoms in a quadrupole-Ioffe configuration trap[J]. Chinese Physics Letters, 2008, 25(3): 843-846.

[11]Georgescu I M, Ashhab S, Nori F. Quantum simulation[J]. Reviews of Modern Physics, 2014, 86(1): 153-185.

[12]Daley A J, Bloch I, Kokail C, et al. Practical quantum advantage in quantum simulation[J]. Nature, 2022, 607(7920): 667-676.

[13]Schäfer F, Fukuhara T, Sugawa S, et al. Tools for quantum simulation with ultracold atoms in optical lattices[J]. Nature Reviews Physics, 2020, 2(8): 411-425.

[14]Houck A A, Türeci H E, Koch J. On-chip quantum simulation with superconducting

circuits[J]. Nature Physics, 2012, 8(4): 292-299.

[15]Monroe C, Campbell W C, Duan L M, et al. Programmable quantum simulations of spin systems with trapped ions[J]. Reviews of Modern Physics, 2021, 93(2): 025001.

[16]Aspuru-Guzik A, Walther P. Photonic quantum simulators[J]. Nature Physics, 2012, 8(4): 285-291.

[17]Inouye S, Andrews M R, Stenger J, et al. Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate[J]. Nature, 1998, 392(6672): 151-154.

[18]Henderson G W, Robb G R M, Oppo G L, et al. Control of light-atom solitons and atomic transport by optical vortex beams propagating through a Bose-Einstein Condensate[J]. Physical Review Letters, 2022, 129(7): 073902.

[19]Bradley C C, Sackett C A, Hulet R G. Bose-Einstein condensation of lithium: Observation of limited condensate number[J]. Physical Review Letters, 1997, 78(6): 985.

[20]Modugno G, Ferrari G, Roati G, et al. Bose-Einstein condensation of potassium atoms by sympathetic cooling[J]. Science, 2001, 294(5545): 1320-1322.

[21]Weber T, Herbig J, Mark M, et al. Bose-Einstein condensation of cesium[J]. Science, 2003, 299(5604): 232-235.

[22]Takasu Y, Maki K, Komori K, et al. Spin-singlet Bose-Einstein condensation of two-electron atoms[J]. Physical Review Letters, 2003, 91(4): 040404.

[23]Kraft S, Vogt F, Appel O, et al. Bose-Einstein condensation of alkaline earth atoms: Ca 40[J]. Physical Review Letters, 2009, 103(13): 130401.

[24]Stellmer S, Tey M K, Huang B, et al. Bose-Einstein condensation of strontium[J]. Physical Review Letters, 2009, 103(20): 200401.

[25]Hadzibabic Z, Stan C A, Dieckmann K, et al. Two-species mixture of quantum degenerate Bose and Fermi gases[J]. Physical Review Letters, 2002, 88(16): 160401.

[26]Lin Y J, Jiménez-García K, Spielman I B. Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates[J]. Nature, 2011, 471(7336): 83-86.

[27]Chin C, Grimm R, Julienne P, et al. Feshbach resonances in ultracold gases[J]. Reviews of Modern Physics, 2010, 82(2): 1225-1286.

[28]Lobser D S, Barentine A E S, Cornell E A, et al. Observation of a persistent

non-equilibrium state in cold atoms[J]. Nature Physics, 2015, 11(12): 1009-1012.

[29]Wang Y X, Shao H J, Zhu Y S, et al. Homogeneous fermionic Hubbard gases in a flattop optical lattice[J]. Physical Review Letters, 2025, 134(4): 043403.

[30]Ryu C, Andersen M F, Clade P, et al. Observation of persistent flow of a Bose-Einstein condensate in a toroidal trap[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(26): 260401.

[31]Paredes B, Widera A, Murg V, et al. Tonks-Girardeau gas of ultracold atoms in an optical lattice[J]. Nature, 2004, 429(6989): 277-281.

[32]Hadzibabic Z, Krüger P, Cheneau M, et al. Berezinskii-Kosterlitz-Thouless crossover in a trapped atomic gas[J]. Nature, 2006, 441(7097): 1118-1121.

[33]Greiner M, Mandel O, Esslinger T, et al. Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms[J]. Nature, 2002, 415(6867): 39-44.

[34]Bakr W S, Gillen J I, Peng A, et al. A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard-regime optical lattice[J]. Nature, 2009, 462(7269): 74-77.

[35]Stöferle T, Moritz H, Schori C, et al. Transition from a strongly interacting 1D superfluid to a Mott insulator[J]. Physical Review Letters, 2004, 92(13): 130403.

[36]Fölling S, Gerbier F, Widera A, et al. Spatial quantum noise interferometry in expanding ultracold atom clouds[J]. Nature, 2005, 434(7032): 481-484.

[37]Dao T L, Georges A, Dalibard J, et al. Measuring the One-Particle Excitations of Ultracold Fermionic Atoms by Stimulated Raman Spectroscopy[J]. Physical Review Letters, 2007, 98(24): 240402.

[38]Sanchez-Palencia L. Disordered, ultracold quantum gases: Theoretical studies and experimental perspectives[D]. Université Paris Sud-Paris XI, 2011.

[39]Jördens R, Strohmaier N, Günter K, et al. A Mott insulator of fermionic atoms in an optical lattice[J]. Nature, 2008, 455(7210): 204-207.

[40]Gregory P D, Fernley L M, Tao A L, et al. Second-scale rotational coherence and dipolar interactions in a gas of ultracold polar molecules[J]. Nature Physics, 2024, 20(3): 415-421.

[41]Struck J, Ölschläger C, Le Targat R, et al. Quantum simulation of frustrated classical magnetism in triangular optical lattices[J]. Science, 2011, 333(6045): 996-999.

[42]Semeghini G, Landini M, Castilho P, et al. Measurement of the mobility edge for 3D Anderson localization[J]. Nature Physics, 2015, 11(7): 554-559.

[43]Huang L H, Meng Z M, Wang P J, et al. Experimental realization of two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases[J]. Nature Physics, 2016, 12(6): 540-544.

[44]Wu Z, Zhang L, Sun W, et al. Realization of two-dimensional spin-orbit coupling for Bose-Einstein condensates[J]. Science, 2016, 354(6308): 83-88.

[45]Madasu C S, Mitra C, Gabardos L, et al. Experimental realization of a SU (3) color-orbit coupling in an ultracold gas[J]. Nature Communications, 2025, 16(1): 8448.

[46]Chen Q, Wang Zh Q, Boyack R, et al. When superconductivity crosses over: From BCS to BEC[J]. Reviews of Modern Physics, 2024, 96(2): 025002.

[47]Yang B, Sun H, Ott R, et al. Observation of gauge invariance in a 71-site Bose-Hubbard quantum simulator[J]. Nature, 2020, 587(7834): 392-396.

[48]Viermann C, Sparn M, Liebster N, et al. Quantum field simulator for dynamics in curved spacetime[J]. Nature, 2022, 611(7935): 260-264.

[49]Steinhauer J. Observation of quantum Hawking radiation and its entanglement in an analogue black hole[J]. Nature Physics, 2016, 12(10): 959-965.

[50]Bureik J P, Hercé G, Allemand M, et al. Suppression of Bogoliubov momentum pairing and emergence of non-Gaussian correlations in ultracold interacting Bose gases[J]. Nature Physics, 2025, 21(1): 57-62.

[51]Preskill J. Quantum computing in the NISQ era and beyond[J]. Quantum, 2018, 2: 79.

[52]Saffman M, Walker T G, Mølmer K. Quantum information with Rydberg atoms[J]. Reviews of Modern Physics, 2010, 82(3): 2313-2363.

[53]Weber S, Tresp C, Menke H, et al. Calculation of Rydberg interaction potentials[J]. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 2017, 50(13): 133001.

[54]Jaksch D, Cirac J I, Zoller P, et al. Fast quantum gates for neutral atoms[J]. Physical Review Letters, 2000, 85(10): 2208.

[55]Kim H, Lee W, Lee H, et al. In situ single-atom array synthesis using dynamic holographic optical tweezers[J]. Nature Communications, 2016, 7(1): 13317.

[56]Endres M, Bernien H, Keesling A, et al. Atom-by-atom assembly of defect-free one-dimensional cold atom arrays[J]. Science, 2016, 354(6315): 1024-1027.

[57]Barredo D, De Léséleuc S, Lienhard V, et al. An atom-by-atom assembler of defect-free arbitrary two-dimensional atomic arrays[J]. Science, 2016, 354(6315): 1021-1023.

[58]Barredo D, Lienhard V, De Leseleuc S, et al. Synthetic three-dimensional atomic structures assembled atom by atom[J]. Nature, 2018, 561(7721): 79-82.

[59]Levine H, Keesling A, Semeghini G, et al. Parallel implementation of high-fidelity multiqubit gates with neutral atoms[J]. Physical Review Letters, 2019, 123(17): 170503.

[60]Evered S J, Bluvstein D, Kalinowski M, et al. High-fidelity parallel entangling gates on a neutral-atom quantum computer[J]. Nature, 2023, 622(7982): 268-272.

[61]Tsai R B S, Sun X, Shaw A L, et al. Benchmarking and fidelity response theory of high-fidelity Rydberg entangling gates[J]. PRX Quantum, 2025, 6(1): 010331.

[62]Lin R, Zhong H S, Li Y, et al. AI-enabled parallel assembly of thousands of defect-free neutral atom arrays[J]. Physical Review Letters, 2025, 135(6): 060602.

[63]Chiu N C, Trapp E C, Guo J, et al. Continuous operation of a coherent 3,000-qubit system[J]. Nature, 2025, 646(8087): 1075-1080.

[64]Manetsch H J, Nomura G, Bataille E, et al. A tweezer array with 6,100 highly coherent atomic qubits[J]. Nature, 2025, 647(8088): 60-67.

[65]Jaksch D, Bruder C, Cirac J I, et al. Cold bosonic atoms in optical lattices[J]. Physical Review Letters, 1998, 81(15): 3108.

[66]Mandel O, Greiner M, Widera A, et al. Coherent transport of neutral atoms in spin dependent optical lattice potentials[J]. Physical Review Letters, 2003, 91(1): 010407.

[67]Becker C, Soltan-Panahi P, Kronjaeger J, et al. Ultracold quantum gases in triangular optical lattices[J]. New Journal of Physics, 2010, 12(6): 065025.

[68]Soltan-Panahi P, Struck J, Hauke P, et al. Multi-component quantum gases in spin dependent hexagonal lattices[J]. Nature Physics, 2011, 7(5): 434-440.

[69]Tarruell L, Greif D, Uehlinger T, et al. Creating, moving and merging Dirac points with a Fermi gas in a tunable honeycomb lattice[J]. Nature, 2012, 483(7389): 302-305.

[70]Jo G B, Guzman J, Thomas C K, et al. Ultracold atoms in a tunable optical kagome lattice[J]. Physical Review Letters, 2012, 108(4): 045305.

[71]Cao Y, Fatemi V, Fang, S, et al. Unconventional superconductivity in magic-angle graphene superlattices[J]. Nature, 2018, 556: 43-50.

[72]Meng Z M, Wang L W, Han W, et al. Atomic Bose-Einstein condensate in twisted-bilayer optical lattices[J]. Nature, 2023, 615: 231-236.

[73]Zhang X D. Observing Zitterbewegung for Photons near the Dirac Point format of a Two-Dimensional Photonic Crystal[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(11): 113903.

[74]Katsnelson M I, Novoselov K S, Geim A K. Chiral tunnelling and the Klein paradox in graphene[J]. Nature Physics, 2006, 2(9): 620-625.

[75]Zhang Y B, Tan Y W, Stormer H L, et al. Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry's phase in graphene[J]. Nature, 2005, 438(7065): 201-204.

[76]Duca L, Li T, Reitter M, et al. An Aharonov-Bohm interferometer for determining Bloch band topology[J]. Science, 2015, 347(6219): 288-292.

[77]Fläschner N, Rem B S, Tarnowski M, et al. Experimental reconstruction of the Berry curvature in a Floquet Bloch band[J]. Science, 2016, 352(6289): 1091-1094.

[78]Li T, Duca L, Reitter M, et al. Bloch state tomography using Wilson lines[J]. Science, 2016, 352(6289): 1094-1097.

[79]Brown C D, Chang S W, Schwarz M N, et al. Direct geometric probe of singularities in band structure[J]. Science, 2022, 377(6612): 1319-1322.

[80]Shu Y B, Zhang T, Chen L L, et al. Constraint on an exotic parity-odd spin-and velocity-dependent interaction with atom interferometer[J]. Physical Review Letters, 2024, 133(21): 213401.

[81]Ketterle W. Nobel Lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser [J]. Reviews of Modern Physics, 2002, 74 (4): 1131-1151.

[82]Mies F, Williams C, Julienne P, et al. Estimating Bounds on Collisional Relaxation Rates of Spin-Polarized 87Rb Atoms at Ultracold Temperatures[J]. Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, 1996, 101(4): 521-535.

[83]孟增明. 冷原子高效磁阱转移和用于拉曼耦合的光学锁相环系统的研究[D]. 山西大学, 2016.

[84]文凯. 超冷87Rb原子在光晶格和准二维系统中的实验研究[D]. 山西大学, 2021.

[85]王良伟. 准二维87Rb超冷原子在光晶格中的量子模拟[D]. 山西大学, 2023.

[86]Kasevich M A, Chu S. Laser cooling below the Doppler limit by velocity selective coherent population trapping [J]. Physical Review Letters, 1992, 69 (14): 1741-1744.

[87]高飞, 王苗. 双光楔光轴指向调整技术[J]. 光电工程, 2018,45(11):60-66.

[88]Arlt J J, Marago O, Webster S, et al. A pyramidal magneto-optical trap as a source of slow atoms[J]. Optics Communications, 1998, 157: 303-309.

[89]王义遒. 原子的激光冷却与陷俘[M]. 北京:北京大学出版社, 2007:264.

[90]Ketterle W, Davis K B, Joffe M A, et al. High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap[J]. Physical Review Letters, 1993, 70(15): 2253-2256.

[91]Öttl A, Ritter S, Köhl M, et al. Hybrid apparatus for Bose-Einstein condensation and cavity quantum electrodynamics: Single atom detection in quantum degenerate gases[J]. Review of Scientific Instruments, 2006, 77(6).

[92]Léonard J, Lee M, Morales A, et al. Optical transport and manipulation of an ultracold atomic cloud using focus-tunable lenses[J]. New Journal of Physics, 2014, 16(9): 093028.

[93]Schmid S, Thalhammer G, Winkler K, et al. Long distance transport of ultracold atoms using a 1D optical lattice[J]. New Journal of Physics, 2006, 8(8): 159-159.

[94]Nakagawa K, Suzuki Y, Horikoshi M, et al. Simple and efficient magnetic transport of cold atoms using moving coils for the production of Bose-Einstein condensation[J]. Applied Physics B, 2005, 81(6): 791-794.

[95]Bloch I, Dalibard J, Zwerger W. Many-body physics with ultracold gases[J]. Reviews of Modern Physics, 2008, 80 (3): 885-964.

[96]Fortagh J, Grossmann A, Ott H, et al. Bose-Einstein Condensation in a Surface Microtrap[J]. Physical Review Letters, 2003, 87(23).

[97]WEG E I N. MAGNETISCHER TRANSFER VON ATOMEN[J]. 2000.

[98]杨兵. 光晶格中超冷原子自旋量子纠缠的实验研究[D]. 中国科学技术大学, 2015.

[99]Brink D, Sukumar C. Majorana spin-flip transitions in a magnetic trap[J]. Physical Review A, 2006, 74 (3): 035401.

[100]Hess H. Magnetic Trapping and Cooling of Atomic Hydrogen[J]. Bull. Am. Phys. Soc, 1985, 2(30): 854.

[101]师振莲. 超冷玻色费米混合气体23Na-40K的实验研究[D]. 山西大学, 2022.

[102]Görlitz A, Gustavson T L, Leanhardt A E, et al. Sodium Bose-Einstein condensates in the F= 2 state in a large-volume optical trap[J]. Physical Review Letters, 2003, 90(9): 090401.

[103]Burt E A, Ghrist R W, Myatt C J, et al. Coherence, correlations, and collisions: What one learns about Bose-Einstein condensates from their decay[J]. Physical Review Letters, 1997, 79(3): 337.

[104]Söding J, Guéry-Odelin D, Desbiolles P, et al. Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate[J]. Applied physics B, 1999, 69(4): 257-261.

[105]Andersen H K. Bose-Einstein condensates in optical lattices[J]. University of Aarhus, PhD Thesis, 2008, 16: 17.

[106]Kittel C, McEuen P. Introduction to solid state physics[M]. John Wiley & Sons, 2018.

[107]Denschlag J H, Simsarian J E, Haeffner H, et al. A Bose-Einstein condensate in an optical lattice[J]. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 2002, 35: 3095.

[108]Gadway B, Pertot D, Reimann R, et al. Analysis of Kapitza-Dirac diffraction patterns beyond the Raman-Nath regime[J]. Optics express, 2009, 17(21): 19173-19180.

[109]Gould P L, Ruff G A, Pritchard D E. Diffraction of atoms by light: the near-resonant Kapitza-Dirac effect[J]. Physical Review Letters, 1986, 56(8): 827-830.

[110]Dl F, Batelaan H. Bragg scattering of free electrons using the Kapitza-Dirac effect[J]. Physical Review Letters, 2002, 89(28): 283602.

[111]Born M, Wolf E. Principles of Optics, Cambridge Univ[J]. Press1999, 1999.

[112]Alicea J, Motrunich O I, Hermele M, et al. Criticality in quantum triangular antiferromagnets via fermionized vortices[J]. Physical Review B, 2005, 72(6): 064407.

[113]Ori O, Cataldo F, Putz M V. Topological anisotropy of Stone-Wales waves in graphenic fragments[J]. International Journal of Molecular Sciences, 2011, 12(11): 7934-7949.

[114]Bradlyn B, Elcoro L, Cano J, et al. Topological quantum chemistry[J]. Nature, 2017,

547(7663): 298-305.

[115]Peri V, Song Z D, Serra-Garcia M, et al. Experimental characterization of fragile topology in an acoustic metamaterial[J]. Science, 2020, 367(6479): 797-800.

[116]Wen K, Meng Z M, Wang L W, et al. Experimental study of spin-dependent optical lattice and tune-out wavelength for 87Rb Bose-Einstein condensate[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2021, 38(11): 3269-3276.

[117]Essam J W, Fisher M E. Some basic definitions in graph theory[J]. Reviews of Modern Physics, 1970, 42(2): 271.

[118]Polini M, Guinea F, Lewenstein M, et al. Artificial honeycomb lattices for electrons, atoms and photons[J]. Nature Nanotechnology, 2013, 8(9): 625-633.

[119]Song D, Liu S, Paltoglou V, et al. Controlled generation of pseudospin-mediated vortices in photonic graphene[J]. 2D Materials, 2015, 2(3): 034007.

[120]Song D, Paltoglou V, Liu S, et al. Unveiling pseudospin and angular momentum in photonic graphene[J]. Nature Communications, 2015, 6(1): 6272.

[121]Wang L W, Wen K, Liu F D, et al. Experimental realization of two-dimensional single-layer ultracold gases of 87Rb in an accordion lattice[J]. Chinese Physics B, 2022, 31(10): 103401.

[122]Campbell D L, Juzeliūnas G, Spielman I B. Realistic Rashba and Dresselhaus spin-orbit coupling for neutral atoms[J]. Physical Review A, 2011, 84(2): 025602.

[123]Arfken G B, Weber H J, Harris F E. Mathematical methods for physicists: a comprehensive guide[M]. Academic Press, 2011.

[124]Barnett R, Boyd G R, Galitski V. Su (3) spin-orbit coupling in systems of ultracold atoms[J]. Physical Review Letters, 2012, 109(23): 235308.

[125]Leanhardt A E, Shin Y, Kielpinski D, et al. Coreless vortex formation in a spinor Bose-Einstein condensate[J]. Physical Review Letters, 2003, 90(14): 140403.

[126]Castro Neto A H, Guinea F, Peres N M R, et al. The electronic properties of graphene[J]. Reviews of Modern Physics, 2009, 81(1): 109-162.

[127]Choi J, Kang S, Seo S W, et al. Observation of a Geometric Hall Effect in a Spinor Bose-Einstein Condensate with a Skyrmion Spin Texture[J]. Physical Review Letters, 2013, 111(24): 245301.

[128]Ray M W, Ruokokoski E, Kandel S, et al. Observation of Dirac monopoles in a

synthetic magnetic field[J]. Nature, 2014, 505(7485): 657-660.

[129]Ray M W, Ruokokoski E, Tiurev K, et al. Observation of isolated monopoles in a quantum field[J]. Science, 2015, 348(6234): 544-547.

[130]Streltsov A, Adesso G, Plenio M B. Colloquium: Quantum coherence as a resource[J]. Reviews of Modern Physics, 2017, 89(4): 041003.

[131]Suter D, Álvarez G A. Colloquium: Protecting quantum information against environmental noise[J]. Reviews of Modern Physics, 2016, 88(4): 041001.

[132]Karabinaoğlu M S, Günay E, Çakır B, et al. The suppression of magnetic noise in a magnetic shielding unit for atomic sensor applications[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2025, 393: 116833.

[133]Matsumoto N, Komori K, Ito S, et al. Direct measurement of optical-trap-induced decoherence[J]. Physical Review A, 2016, 94(3): 033822.

[134]Degen C L, Reinhard F, Cappellaro P. Quantum sensing[J]. Reviews of Modern Physics, 2017, 89(3): 035002.

[135]Viola L, Knill E, Lloyd S. Dynamical decoupling of open quantum systems[J]. Physical Review Letters, 1999, 82(12): 2417.

[136]Kofman A G, Kurizki G. Unified theory of dynamically suppressed qubit decoherence in thermal baths[J]. Physical Review Letters, 2004, 93(13): 130406.

[137]Biercuk M J, Uys H, VanDevender A P, et al. Optimized dynamical decoupling in a model quantum memory[J]. Nature, 2009, 458(7241): 996-1000.

[138]Trypogeorgos D, Valdés-Curiel A, Lundblad N, et al. Synthetic clock transitions via continuous dynamical decoupling[J]. Physical Review A, 2018, 97(1): 013407.

[139]Anderson R P, Kewming M J, Turner L D. Continuously observing a dynamically decoupled spin-1 quantum gas[J]. Physical Review A, 2018, 97(1): 013408.

[140]Goldman N, Dalibard J. Periodically driven quantum systems: Effective Hamiltonians and engineered gauge fields[J]. Physical Review X, 2014, 4(3): 031027.

[141]Jotzu G, Messer M, Desbuquois R, et al. Experimental realization of the topological Haldane model with ultracold fermions[J]. Nature, 2014, 515(7526): 237-240.

[142]Eckardt A. Colloquium: Atomic quantum gases in periodically driven optical

lattices[J]. Reviews of Modern Physics, 2017, 89(1): 011004.

[143]Timoney N, Baumgart I, Johanning M, et al. Quantum gates and memory using microwave-dressed states[J]. Nature, 2011, 476(7359): 185-188.

[144]Cai J, Naydenov B, Pfeiffer R, et al. Robust dynamical decoupling with concatenated continuous driving[J]. New Journal of Physics, 2012, 14(11): 113023.

攻读学位期间取得的研究成果

[1] **Li Y D**, Han W, Meng Z M, et al. Observation of quantized vortex in atomic Bose‐Einstein condensate at Dirac point with emergent spin‐orbit coupling[J]. Nature Photonics, 2025, 19(11): 1264-1269.

[2] Liu F D, Han W, **Li Y D**, et al. Distinguishing dual lattices by strong-pulse matter-wave diffraction[J]. Physical Review A, 2026, 113(1): L011302.

[3]刘方德, 赵非凡, **李云达**, 等. 用于操控中性原子阵列的 TeO 2 反常声光偏转器的实验研究[J]. 物理学报, 2025, 74(16): 164210-1-164210-8.

[4]杨雯馨, **李云达**, 刘方德, 等. 超冷原子光晶格阱深的高精度标定[J]. 光学学报, 2025, 45(7): 0702001.

[5]王良伟, 刘方德, **李云达**, 等. 基于空间光调制器构建二维任意形状的 87Rb 原子阵列[J]. 物理学报, 2023, 72(6): 064201.

致　谢

时光荏苒，自 2020 年踏入山西大学光电研究所，攻读博士学位的六年时光转瞬即逝。回望这段深耕超冷原子量子调控领域的科研岁月，有实验攻坚的艰辛、数据反复的焦灼，亦有突破瓶颈的释然、收获成果的欣喜。这段旅程的每一步，都离不开师长、同门、家人与朋友的鼎力支持，在此谨致以最诚挚的谢意。

饮水思其源，学成念吾师。首先，我由衷感谢我的导师张靖教授。能成为张老师的学生，是我学术生涯中莫大的荣幸。张老师深耕量子光学与超冷原子物理领域数十载，以深厚的学术造诣、严谨的治学态度、敏锐的学术洞察力，为我指明研究方向、搭建科研框架。从论文选题、实验方案设计、光路系统搭建，到数据处理分析、论文撰写修改，每一个关键节点都凝聚着张老师的心血。实验陷入瓶颈时，张老师总能以简洁精准的点拨帮我拨开迷雾；学术迷茫困惑时，张老师常以前沿视野引导我拓展思路、坚定方向；生活中，张老师平易近人、温和宽厚，给予我诸多关怀与包容，教会我严谨治学、踏实做人。师恩如灯，照亮前路，张老师的教诲与品格，将伴随我终身，激励我在科研道路上步履不停、笃行不怠。

感谢孟增明老师在实验技术、光路调试与论文修改过程和生活中的细致指导，多次牺牲宝贵时间与我探讨实验细节、梳理逻辑漏洞，为论文完善提供关键助力，孟老师认真负责、治学严谨的态度令人敬佩；感谢韩伟老师、王鹏军老师、黄良辉老师、陈良超老师、于旭东老师、叶祝雄老师在课程教学、实验室教学中的倾囊相授，老师们渊博的专业知识、前沿的学术见解，为我构建扎实的专业基础、拓宽学术视野提供了重要支撑。感谢山西大学光电研究所提供的顶尖科研平台与浓厚学术氛围，感谢研究所各位老师在科研与学业上的悉心指导与无私帮助。感谢李学峰老师和研究所所有行政、车间师傅的辛勤付出，为科研工作的顺利开展保驾护航。

山水一程，有幸同行。感谢课题组的同门师兄弟姐妹，科研路上的并肩作战，让枯燥的实验时光温暖而充实。感谢刘方德师兄、李子亮师兄、文凯师兄、王良伟师兄、靳元彬师兄、师振莲师姐、边国旗师兄、米成栋师兄、闫江伟师兄、苗杰师兄、王星宇师兄、周方师兄、聂亮师兄在我初入实验室时的耐心带教，手把手指导我操作精密仪器、搭建实验系统、处理实验数据，帮我快速融入科研团队；感谢同届伙伴张越、高晨力、顾正宇、单标、王彦、沙铉哲、李华强的相互鼓励、彼此扶持，无数个深夜的实验坚守、遇到难题时的热烈讨论、取得进展后的分享喜悦，我

们一同熬过科研低谷，也一同见证彼此成长；感谢师弟师妹杨雯馨、赵非凡、袁铭清、姚新江、王佳豪、王泽奎、隋文杰、龚琳善、赵宇航、周暄胜、王亚洲、杨雅婧、张紫瑞、刘澍、陈卫、冯嘉煜、张纯瑶、申嘉辉、冯佳、韩明康、梁新浩、郑烨、房书州、郝宇轩、Mustafa Shah、赵永泽、余浩坤、丁培波、贾甜的活力相伴，与你们的交流探讨，常能碰撞出思维火花，为科研注入新鲜活力。这份并肩追梦的同门情谊，弥足珍贵，终生难忘。

感谢引路人，河南师范大学的张晋宇老师和赵兴东老师。两位老师不仅在学业规划上为我指路引航，还在生活关怀上对我无微不至。毕业多年还给予我支持和指导，让我体会到师大的厚德博学，止于至善的关怀。感谢好伙伴朱梦瑶和孟园一起从考研走进学术的殿堂，感叹物理世界的精彩绝伦。

深情不及久伴，厚爱无需多言。向我的家人致以最深沉的感谢。感谢父母李宏伟先生和张艳红女士和奶奶耿香爱女士三十余载的养育之恩，你们以最朴素的爱、最坚定的支持，做我最坚实的后盾。求学路上，你们始终理解我的压力、尊重我的选择，从不计付出、不求回报。每当我实验受挫、身心疲惫时，你们的一句问候、一份牵挂，便能消解所有疲惫，给予我重新出发的勇气。感谢从高中就并肩前行的爱人牛晓环女士，一路走来有分别的忧伤也有相聚的欢喜，感谢你默默陪伴和守护，分担生活琐碎、包容我的情绪，在我专注科研时给予充分理解与支持，成为我温暖的港湾、前行的底气。感谢哥嫂李云飞、袁艳艳和妹妹李姝的亲切关怀。家人的爱与牵挂，是我攻坚克难的不竭动力，亦是我此生最珍贵的财富。

感谢一路走来所有关心、支持、帮助过我的朋友与师长，你们的善意与温暖，照亮我前行之路。感谢国家自然科学基金等项目的资助，为本研究的顺利开展提供了重要保障。

岁月不居，时节如流。博士生涯的结束，是终点，更是新的起点。未来，我将带着师长的教诲、家人的期许、同门的祝福，怀揣热爱与初心，秉持严谨务实的科研态度，在量子调控领域继续深耕，脚踏实地、勇毅前行，不负韶华、不负所托，努力交出更优异的答卷，为我国量子科技事业发展贡献自己的一份力量。

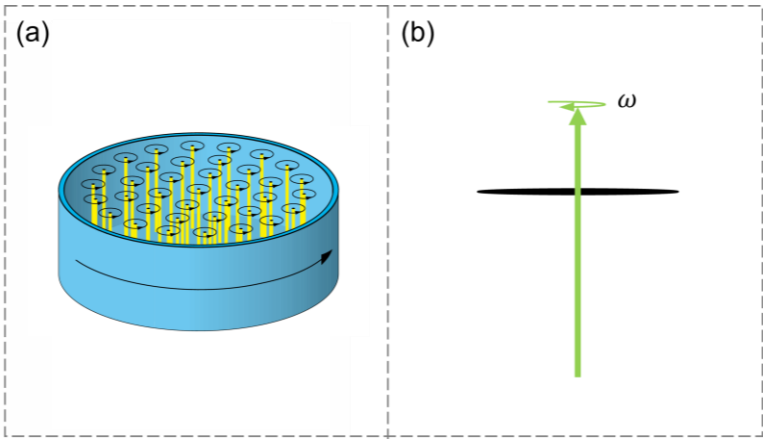
李云达

2026 年 5 月 于山西大学光电研究所

附　录

在极低温度下，^{3}He 会展现出异常行为。当液体进入超流态后，能够容纳拓扑缺陷的存在，其中量子化涡旋线便是一个典型实例。当装有液体的容器旋转时，这些涡旋线会自然生成，如附录图 1-1(a)。这些研究方法可以推广到玻色-爱因斯坦凝聚体。探索二维涡旋动力学及开尔文波抑制引发的新现象具有重要价值。目前二维量子湍流的理论研究已较为丰富，但实验研究因超流体二维限制的实现难度而进展滞后。

现有多数涡旋产生实验未涉及二维范畴，因此开发高度扁平几何中量子化涡旋的产生方法是该领域系统研究的关键。

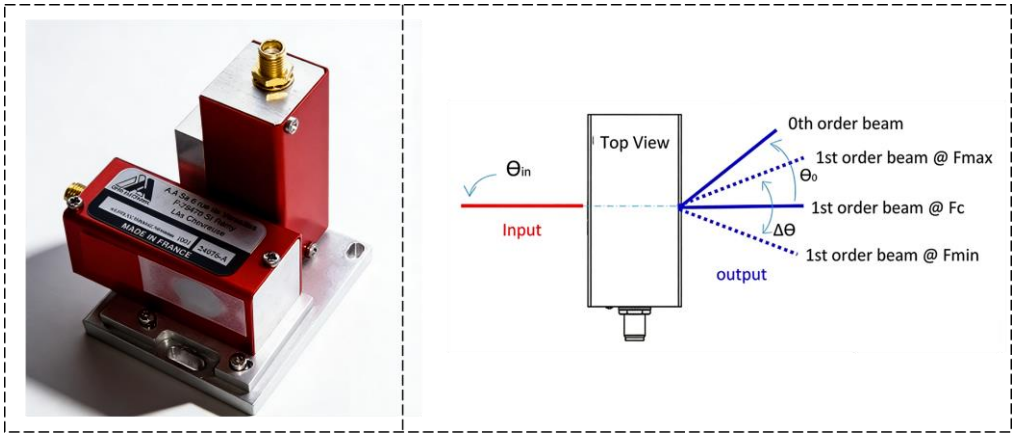


附录图 1-1 使用激光搅拌 BEC 模拟^{3}He“旋转桶”实验

Appendix Fig. 1-1 Using Laser Stirring of a Bose-Einstein Condensate to Analogize the ^{3}He "Rotating Bucket" Experiment

注：超流体的旋转不是均匀的，而是通过量子化涡旋晶格进行的，其涡核（黄色）与旋转轴平行。小箭头表示超流体在每个奇点周围的环流。涡旋阵列随容器刚性旋转。

实验上开发了使用双轴 AOD 输出旋转光束，为将来实现涡旋晶格做准备。双轴 AOD 来自于法国 AA Sa Opto-Electronic 公司，型号为：DTSXY_400_532。如附录图 1-2 所示，中心频率 82±4 MHz，大于 50%的效率对应带宽 50 MHz，RF 最大功率 0.5 W，光束最大功率 5 W/mm^2。



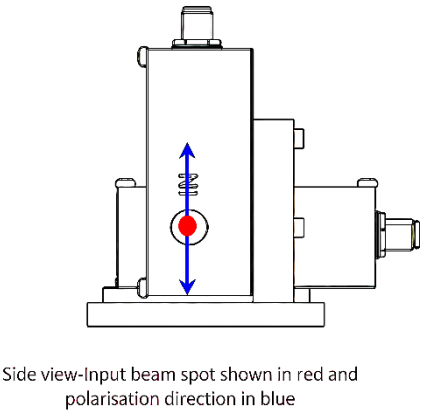
附录图 1-2 双轴 AOD 实物图与衍射级次分布

Appendix Fig. 1-2 Photograph of the dual-axis AOD and its diffraction orders

为获得高效率、高带宽的$(-1,-1)$级次衍射光束，需对 AOD 进行精准调节，核心原则为保证入射光束近乎正入射 AOD 入射面，避免大角度偏转（入射光方向沿平台横向螺孔方向）。需注意，AOD 大范围扫描角度时，同一级次可能出现多次亮斑（均呈现多峰结构，且均可调节至较高衍射效率），但仅正入射附近的亮斑具备宽带特性。本实验所用 AOD，其 x、y 两个方向均满足该规律。调节过程分为 y 偏转器调节与 x 偏转器调节两步，具体操作如下：

y 偏转器调节：

第一步，摆放与偏振调节：调整 AOD 摆放姿态，确保入射光束正入射至 AOD。调节输入光偏振方向平行于 AOD 长边，参考附录图 1-3。



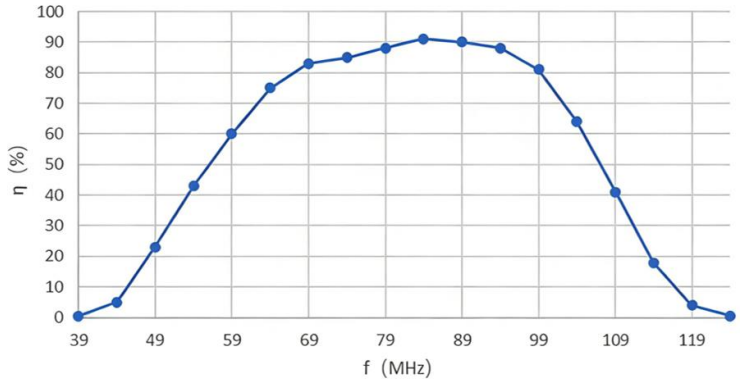
附录图 1-3 入射光偏振要求示意图

Appendix Fig. 1-3 Schematic diagram of the polarization requirements for the incident light

第二步，射频信号设置：配置 y 偏转器射频信号源。频率固定为中心频率 82 MHz（衍射角由激光波长与射频频率决定，确定波长后，需固定中心频率方可实现 AOD

取向的正确调节）。设置信号源幅度（如 500 mVpp）并连接功放，需严格控制幅度不超过 AOD 额定最大值。

第三步，衍射级次与效率调节：关闭 x 偏转器射频输入，仅开启 y 偏转器射频输入。此时 0 级光斑在竖直反向会衍射出不同级次光斑，本实验选用-1级次光斑。将功率计置于-1级次光斑处，调节 AOD 镜架 y、x 方向旋钮、半波片取向及射频输入幅度（实验测试最佳幅度为 330 mVpp），使衍射效率达到最大值。该过程中，调节镜架 y 方向旋钮时，-1级次光斑功率应呈现对称多峰结构。因 x 方向无射频输入，此时该光斑定义为$(0,-1)$级次。



附录图 1-4 $(0,-1)$级次衍射效率随频率变化图

Appendix Fig. 1-4 Diffraction efficiency of the $(0,-1)$ order as a function of frequency

调节合格标准：$(0,-1)$级次衍射效率最高可达 80%-90%，效率大于 50%时对应带宽约 50 MHz。若调节不当，带宽会降至 10-20 MHz（窄带特性）。此时输入光为竖直偏振，输出光为水平偏振分量多于竖直偏振分量，该现象推测由 x 偏转器影响导致。y 方向调节到位后，仅可探测到下方 0 级光斑与上方-1级次光斑，光斑周围的花瓣状（蝴蝶状）光晕为各向异性介质中低声速引发的正常声光效应。

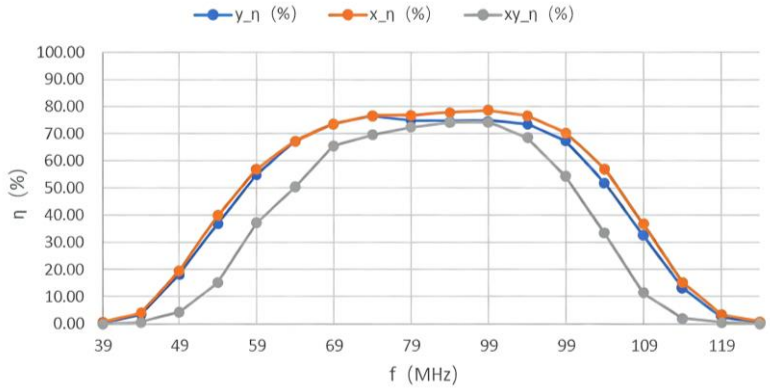
x 偏转器调节：

第一步，射频信号设置：保持 y 偏转器射频输入开启，同时开启 x 偏转器射频输入，频率同样设置为中心频率 82 MHz，设置幅度（500 mVpp）。

第二步，$(-1,-1)$级次效率调节：x、y 方向均有射频输入时，将功率计置于$(-1,-1)$级次光斑处。调节 AOD 镜架 x 方向旋钮，可探测到光斑功率的多峰结构。通过调节 x 方向旋钮、x 偏转器射频幅度，可适当微调 y 方向旋钮及半波片，使$(-1,-1)$级次衍射功率达到最大值，完成 AOD 整体调节。

调节结果与验证：

附录图 1-5 中给出$(-1,-1)$级次光斑衍射效率随射频频率的变化曲线：y_η 为 x 偏转器射频频率固定于中心频率、仅调节 y 偏转器频率时的效率曲线；x_η 为 y 偏转器射频频率固定于中心频率、仅调节 x 偏转器频率时的效率曲线；xy_η 为同时调节 x、y 偏转器射频频率时的效率曲线。可见 xy_η 下降速率更快，该现象为正常情况，由 x、y 两个方向的频率变化协同作用导致。

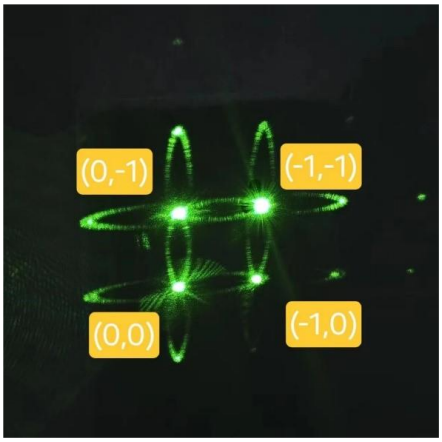


附录图 1-5 （$-1,-1$）级次衍射效率随频率变化图

Appendix Fig. 1-5 Diffraction efficiency of the $(-1,-1)$ order as a function of frequency

最终调节结果：$(-1,-1)$级次最大衍射效率约为 70%-80%，效率大于 50%时对应带宽约 50 MHz；输入光为竖直偏振，输出光为竖直偏振，推测该偏振转换过程为：y 偏转器将竖直偏振转换为水平偏振，x 偏转器进一步将水平偏振转换回竖直偏振。

最优参数设置：x、y 偏转器射频信号源均设置为 82 MHz、330 mVpp，此时可获得高效率、高带宽的$(-1,-1)$级次衍射光斑。衍射光斑分布如附录图 1-6 所示。



附录图 1-6 双轴声光偏转器产生的衍射光斑

Appendix Fig. 1-6 Diffraction spots generated by the AOD

下面介绍利用双轴声光偏转器（AOD）实现该光束空间圆周扫描的调控方法。AOD 的衍射角与射频（RF）频率呈严格线性关系，其核心表达式为：$\theta_d = \frac{\lambda}{v} f$。其中，$\theta_d$为光束衍射角，$\lambda$为激光入射到 AOD 晶体的波长，$v$为晶体内声速，$f$为驱动射频频率。基于此关系，空间域的圆周扫描（衍射角度不变）可等价转化为频率域的圆周调制（两路射频信号频率的矢量和不变），通过双路射频信号的频率调制（FM）即可实现该目标。

调制频率的核心原理为通过调制信号动态改变载波频率，其数学描述为：$y(t) = A_c \cdot \sin\left[\left(\omega_c + d \cdot m(t)\right) \cdot t\right]$。$A_c$为载波幅度，$\omega_c$为载波角频率，$d$为最大频率偏差，$m(t)$为归一化调制信号。调制信号的幅度直接决定载波频率的变化速率，幅度越大，频率动态调整的速率越快。

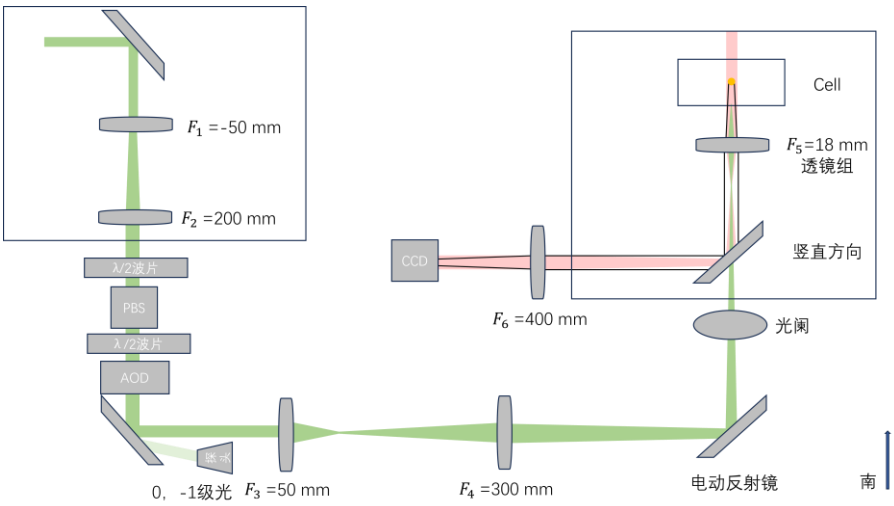
本实验采用 KeySight 33622A 作为调制信号源、Tektronix AFG3252C 作为射频载波源，通过正交调制信号实现频率域圆周轨迹，具体参数设置如下：

调制信号源：双通道均设置为 Burst 模式，循环次数设为无穷大，采用手动触发；通道 1 输出 1 Hz 正弦波，初始相位 90°，通道 2 输出 1 Hz 正弦波，初始相位 0°，确保两路正交调制信号同步输出。

射频载波源：双通道均启用外部 FM 调制，载波频率固定为 82 MHz（中心频率），输出幅度 330 mVpp，最大频率偏差设为 20 MHz，分别驱动 AOD 的 x、y 偏转通道。

上述参数配置下，$(-1,-1)$级光斑将以低速做圆周运动，提升调制信号频率，可加快扫描速率，直接探测到稳定的圆形光斑。

通过调控参数，可实现扫描轨迹的灵活定制：调整载波频率，可平移圆周轨迹的圆心位置；改变载波输出幅度，可调控光斑光强；修改频率偏差，可缩放圆周尺寸或使其演变为正椭圆；结合调整调制频率与两路相位差，可实现任意椭圆轨迹的扫描，满足不同实验场景的调控需求。



附录图 1-7 涡旋晶格光路示意图

Appendix Fig. 1-7 Schematic Diagram of the Optical Path for Vortex Lattice Generation

注：电动反射镜是为了补偿光路长时间工作后的漂移，可以进行微小角度补偿。红色光束是探测光光路，绿色光束是搅拌光束。

本实验搭建了一套用于超冷原子相干操控与高分辨成像的相结合光学系统，整体光路如附录图 1-7 所示。光路起始端的光束由焦距$F_2 = 200\ \mathrm{mm}$的正透镜与$F_1 = -50\ \mathrm{mm}$的负透镜组成扩束器，为后续元件提供了均匀且准直的入射光场。随后，光束依次通过两片 λ/2 波片与一个偏振分束器（PBS），通过旋转 λ/2 波片的快轴方向实现对激光偏振态的精确调控与光强分配，为声光偏转器（AOD）提供满足布拉格衍射条件的偏振态。AOD 作为核心主动调控元件，实现对光束方向、频率与强度的动态调制，为原子操控提供可调光场。AOD 输出的衍射光经反射镜转向后，依次通过焦距$F_3 = 50\ \mathrm{mm}$的聚焦透镜，$F_4 = 300\ \mathrm{mm}$和$F_5 = 18\ \mathrm{mm}$构成 4f 成像系统将 AOD 的衍射面共轭成像至准二维原子。短焦距设计保证了高数值孔径与高素质空间分辨率。

个人简况及联系方式

个人简况：

李云达，男，河南鹤壁人。

2015 年 9 月-2019 年 6 月 河南师范大学新联学院 物理学（师范） 本科

2020 年 9 月-2026 年 6 月 山西大学光电研究所 光学 硕博连读

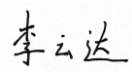
工作去向：郑州大学

联系方式：17639280731

电子信箱：liyunda1995@163.com

承　诺　书

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是在导师指导下独立完成的，学位论文的知识产权属于山西大学。如果今后以其他单位名义发表与在读期间学位论文相关的内容，将承担法律责任。除文中已经注明引用的文献资料外，本学位论文不包括任何其他个人或集体已经发表或撰写过的成果。

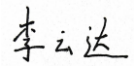
作者签名：

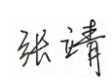
2026 年 5 月 26 日

学位论文使用授权声明

本人完全了解山西大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关机关或机构送交论文的复印件和电子文档，允许论文被查阅和借阅，可以采用影印、缩印或扫描等手段保存、汇编学位论文。同意山西大学可以用不同方式在不同媒体上发表、传播论文的全部或部分内容。

保密的学位论文在解密后遵守此协议。

作者签名：

导师签名：

2026 年 5 月 26 日