山西大学
SHANXI UNIVERSITY

2026 届 博 士 学 位 论 文

多构型光晶格中超冷原子的量子模拟

作者姓名　刘方德

指导教师　苏晓龙　教 授

张　靖　教 授

孟增明　教 授

学科专业　光学

研究方向　超冷原子物理

培养单位　光电研究所

学习年限　2020 年 9 月至 2026 年 6 月

二〇二六年六月

山西大学

2026 届博士学位论文

多构型光晶格中超冷原子的量子模拟

作者姓名	刘方德
指导教师	苏晓龙　教 授
	张　靖　教 授
	孟增明　教 授
学科专业	光学
研究方向	超冷原子物理
培养单位	光电研究所
学习年限	2020 年 9 月至 2026 年 6 月

二〇二六年六月

Thesis for Doctor’ s degree, Shanxi University, 2026

Quantum Simulation of Ultracold Atoms in multi-configurational Optical Lattice

Student Name	Fangde Liu
Supervisor	Prof. Xiaolong Su
	Prof. Jing Zhang
	Prof. Zengming Meng
Major	Optics
Specialty	Ultracold Atom Physics
Department	Institute of Opto-Electronics
Research Duration	2020.09-2026.06

June, 2026

摘　要

光晶格中的超冷原子体系因其可控性强、系统纯净以及相互作用参数可精确调节等优势，已经成为研究凝聚态物理与量子多体系统的重要量子模拟平台。通过精确调控由光场形成的周期势阱，可以在高度可控的实验条件下对多种晶格结构及相关的物理过程进行研究，为探索凝聚态中的新奇物态和强关联现象提供了独特的途径。近年来，莫尔结构体系因其丰富的能带结构而受到广泛关注，其中扭转双层结构所产生的平带及强关联效应引发了大量的研究兴趣。基于此背景，我们利用光晶格在超冷原子体系中构建了扭转双层结构，为研究莫尔物理提供了一给全新的实验平台。

本文主要的研究工作如下：

首先我们利用三维磁光阱俘获并预冷却 ^{87}Rb 中性原子，并通过光学黏团（偏振梯度冷却）将原子温度进一步降低至亚多普勒量级。随后凭借磁转移系统将原子云转移至磁阱中进行蒸发冷却，并通过蓝失谐高功率激光形成光塞以抑制马约拉纳损耗。在此基础上，结合交叉光阱蒸发冷却技术，最终成功制备出 5×10^5 个 ^{87}Rb 原子的玻色-爱因斯坦凝聚体。

随后，我们利用声光偏转器设计并搭建了一套周期可在大范围内连续调谐的手风琴光晶格系统，并成功将三维玻色-爱因斯坦凝聚体装载至单层光晶格中。通过绝热调节晶格间距，将原子云有效压缩至二维几何结构中，从而实现二维凝聚体的制备，并对其性质进行了系统表征。

接着，我们将凝聚体装载入扭转双层正方晶格体系中，对该扭转双层系统开展了系统研究。在该体系中，两层晶格通过自旋依赖光晶格与原子自旋态构成的合成维度实现耦合。实验中我们不仅实现了两组晶格之间扭转角度的精确调控，还首次在冷原子体系中观测到了由层间耦合诱导产生的莫尔条纹以及莫尔动量分布。进一步地，我们系统性地研究了该扭转双层体系中的超流相到莫特绝缘相的量子相变过程，并观测到一种新奇的中间量子相——非常规超流相。该结果为理解扭转体系中强关联物理提供了新的实验视角，也为探索莫尔势中相互作用诱导的新奇量子相提供了可能。

进一步地，我们在实验中对二维蜂巢光晶格和六角光晶格的对偶性进行了研究。在弱场条件下二者在动量空间的衍射图案完全一致，这一性质容易在实验中造成误判。为此，我们提出并实现了一种新的判别方法，通过强脉冲拉曼-纳斯衍射打破对偶晶格中的 Babinet 原理。在强拉曼-纳斯衍射条件下，两种晶格的相位折叠效应会将

Wyckoff 位置的对称性差异映射到动量空间中，从而产生显著不同的衍射图案，使得蜂巢晶格和六角晶能够在动量空间中被清晰地区分。该方法为后续在蜂巢晶格中实现自旋轨道耦合诱导的量子化涡旋提供了重要基础。

最后，我们通过强射频场驱动玻色-爱因斯坦凝聚体，实现了连续动态解耦，并将系统扩展至更高维度的 Floquet 空间，对 Floquet 边带谱和相干动力学进行了系统研究。通过引入弱探测场，我们对 Floquet 缀饰态能谱进行了精确表征，并观测到相邻缀饰态之间多个一阶边带的跃迁谱线。在连续动态解耦下，我们可以打破跃迁禁戒限制，在任意两个缀饰态之间实现可控耦合。

关键词：玻色-爱因斯坦凝聚态；量子气体；扭转双层光晶格；对偶晶格；量子模拟

ABSTRACT

Ultracold atomic systems in optical lattices have become an important quantum simulation platform for studying condensed matter physics and quantum many-body systems due to their high controllability, system purity, and the ability to precisely tune interaction parameters. By accurately controlling the periodic potential wells formed by optical fields, various lattice structures and associated physical processes can be studied under highly controllable experimental conditions, providing a unique approach to exploring novel states of matter and strongly correlated phenomena in condensed matter. In recent years, moiré lattice systems have attracted wide attention due to their rich band structures, with the flat bands and strong correlation effects generated by twisted bilayer structures sparking significant research interest. Against this backdrop, we have constructed a twisted bilayer structure in ultracold atomic systems using optical lattices, providing a brand-new experimental platform for the study of moiré physics.

The main research work of this thesis is as follows:

First of all, we use a three-dimensional magneto-optical trap to capture and pre-cool neutral ^87Rb atoms, and further lower the atomic temperature to the sub-Doppler level through optical molasses (polarization gradient cooling). Then, using a magnetic transfer system, the atomic cloud is transferred to a magnetic trap for evaporative cooling, and a blue-detuned high-power laser is used to form an optical plug to suppress Majorana losses. On this basis, combined with crossed optical trap evaporative cooling technology, we finally successfully produce a Bose-Einstein condensate of 5×10^5 ^{87}Rb atoms.

Then we used an acousto-optic deflector to design and build a periodically and widely continuously tunable accordion optical lattice system, and successfully loaded a three-dimensional Bose-Einstein condensate into a single layer of the lattice. By adiabatically changing the lattice spacing, the atomic cloud was 'compressed' into two-dimensional space, and finally the characteristics of the two-dimensional condensate were characterized.

Next, we loaded the condensate into a twisted bilayer square lattice system and conducted a systematic study of this twisted bilayer system. In this system, the two lattice layers are coupled through a synthetic dimension formed by spin-dependent optical lattices and atomic spin states. In the experiment, we not only realized precise control of the twist

angle between the two sets of lattices, but also, for the first time in a cold atom system, observed moiré fringes and moiré momentum distributions induced by interlayer coupling. Furthermore, we systematically studied the quantum phase transition from the superfluid phase to the Mott insulator phase in this twisted bilayer system and observed a novel intermediate quantum phase—a non-conventional superfluid phase. These results provide a new experimental perspective for understanding strongly correlated physics in twisted systems and also offer possibilities for exploring interaction-induced novel quantum phases in moiré potentials.

Finally, we drove the Bose-Einstein condensate with a strong radio-frequency field to achieve continuous dynamical decoupling, and extended the system to a higher-dimensional Floquet space, systematically studying the Floquet sideband spectrum and coherent dynamics. By introducing a weak probe field, we precisely characterized the energy spectrum of the Floquet-dressed states and observed multiple first-order sideband transition lines between adjacent dressed states. Under continuous dynamical decoupling, we can break the transition forbidden constraints and achieve controllable coupling between any two dressed states.

Key words: Bose-Einstein Condensate; quantum gases; Twist-bilayer optical lattices; Dual lattice; Quantum simulation

目　录

摘　要 I

ABSTRACT III

1 绪论 1

1.1 超冷原子体系 1

1.2 光晶格中的量子模拟 3

1.3 低维量子体系 5

1.3.1 低维物理及扭转电子学 5

1.3.2 莫尔超晶格 8

1.4 论文结构 10

2 实验系统与 BEC 的制备 13

2.1 真空系统 13

2.2 三维磁光阱 16

2.2.1 激光系统 17

2.2.2 磁光阱 20

2.2.3 暗磁光阱 21

2.2.4 光学黏团与偏振梯度冷却 23

2.3 磁转移系统 26

2.4 蒸发冷却 28

2.4.1 磁阱射频蒸发冷却 28

2.4.2 光阱蒸发冷却 32

2.5 量子气体显微成像系统 36

2.6 总结与讨论 38

3 准二维超冷量子气体的制备 41

3.1 低维量子系统 41

3.2 声光偏转器和声光调制器的工作原理 41

3.2.1 正常与反常声光相互作用 41

3.2.2 声光偏转器与声光调制器的实验比较 45

3.3 手风琴光晶格 48

3.4 手风琴光晶格的实现 52
3.4.1 总体光路系统设计 52
3.4.2 塔式结构的设计与功能 55
3.4.3 光束指向性的调节 56
3.5 实验实现准二维玻色-爱因斯坦凝聚体 59
3.5.1 实验时序设计 59
3.5.2 准二维体系的定义与判据 61
3.5.3 准二维玻色-爱因斯坦凝聚体的性质 61
3.6 总结和讨论 63
4 扭转双层光晶格中的准二维量子气体 65
4.1 背景介绍及扭转电子学 65
4.2 自旋依赖光晶格 66
4.3 幻零波长 67
4.4 双层扭转光晶格的实现 68
4.5 层间耦合 72
4.6 公度晶格和平带 76
4.7 莫尔条纹和莫尔动量 80
4.8 双层扭转光晶格中的相变研究 83
4.9 总结和讨论 87
5 六角-蜂巢对偶晶格的实验研究 89
5.1 对偶晶格和 Babinet 原理 89
5. 2 Wyckoff 晶格点位 92
5.3 光晶格衍射理论 94
5.3.1 Bragg 衍射 94
5.3.2 Kapitza-Dirac 衍射 95
5.3.3 Raman-Nath 衍射 96
5.4 相位折叠 97
5.4.1 光晶格中的相位折叠 97
5.4.2 非线性映射与高阶动量态的产生 98
5.4.3 打破 Babinet 原理的本质 98
5.5 对偶晶格的实验研究 99

5.6 总结和讨论 112
6 连续动力学解耦下的非对称 Floquet 边带 113
6.1 动力学解耦 113
6.2 连续动力学解耦 115
6.3 连续动力学解耦中的 Floquet 边带 116
6.4 实验表征 Floquet 边带 123
6.5 总结和讨论 128
7 总结和展望 130
参考文献 132
攻读学位期间取得的研究成果 144
致　谢 146
个人简况及联系方式 149
学位论文使用授权声明 153

Contents

Chinese Abstract I

Abstract III

Chapter 1 Introduction **1**

1.1 Ultracold atomic system 1

1.2 Quantum simulation in optical lattices 3

1.3 Low dimensional quantum systems 5

1.3.1 Physics and twist electronics of low dimension 5

1.3.2 Moire superlattices 8

1.4 Structure of the thesis 10

Chapter 2 Experimental system and preparation of BEC **13**

2.1 Vacuum system 13

2.2 Three-dimensional magneto-optical trap 16

2.2.1 Laser system 17

2.2.2 magneto-optical trap 20

2.2.3 Dark magneto-optical trap 21

2.2.4 Optical molasses and polarization gradient cooling 23

2.3 Magnetic transfer system 26

2.4 Evaporative cooling 28

2.4.1 Radio-frequency evaporative cooling in magnetic trap 28

2.4.2 Evaporative cooling in optical trap 32

2.5 Quantum gas microscopy system 36

2.6 Conclusion and discussion 38

Chapter 3 Preparation of quasi-two-dimensional ultracold quantum gas **41**

3.1 Low-dimensional quantum system 41

3.2 Working principle of AOD and AOM 41

3.2.1 Normal and anomalous acousto-optic interaction 41

3.2.2 Experimental comparison between AOD and AOM 45

3.3 Accordion optical lattice 48

3.4 Realization of accordion optical lattice 52

3.4.1 Design of overall optical path system 52
3.4.2 Design and function of tower structure 55
3.4.3 Adjustment of beam directivity 56
3.5 Experimental realization of quasi-two-dimensional BEC 59
3.5.1 Design of experimental timing 59
3.5.2 Definition and criterion of quasi-two-dimensional system 61
3.5.3 Properties of quasi-two-dimensional BEC 61
3.6 Conclusion and discussion 63
Chapter 4 Quasi-two-dimensional quantum gas in twisted bilayer optical lattice.....65
4.1 Background introduction and twistronics.....65
4.2 Spin-dependent optical lattice 66
4.3 Magic-zero wavelength 67
4.4 Realization of twisted bilayer optical lattice 68
4.5 Interlayer coupling 72
4.6 Commensurate lattice and flat band 76
4.7 Moiré fringe and Moiré momentum 80
4.8 Study on phase transition in twisted bilayer optical lattice 83
4.9 Conclusion and discussion 87
Chapter 5 Experimental study on hexagonal-honeycomb dual lattice.....89
5.1 Dual lattice and Babinet's principle 89
5.2 Wyckoff positions.....92
5.3 Optical lattice diffraction theory 94
5.3.1 Bragg diffraction 94
5.3.2 Kapitza-Dirac diffraction.....95
5.3.3 Raman-Nath diffraction.....96
5.4 Phase folding 97
5.4.1 Phase wrapping in optical lattices 97
5.4.2 Nonlinear mapping and generation of high-order momentum states .98
5.4.3 Breaking the essence of babinet's principle 98
5.5 Experimental study on dual lattice 99
5.5.1 Honeycomb lattice and hexagonal lattice.....99

5.5.2 Experimental system and parameters 100
5.5.3 Theoretical description of diffraction dynamics.....103
5.5.4 Verification of babinet's principle under weak RN diffraction 104
5.5.5 Breaking of babinet's principle under strong RN diffraction.....106
5.5.6 Continuous regulation of lattice configuration and band topology..108
5.6 Conclusion and discussion 112
Chapter 6 Asymmetric Floquet sidebands under continuous dynamical decoupling 113
6.1 Dynamical decoupling.....113
6.2 Continuous dynamical decoupling 115
6.3 Floquet sidebands in continuous dynamical decoupling.....116
6.3.1 Floquet theory.....116
6.3.2 Floquet model in continuous dynamical decoupling.....118
6.4 Experimental characterization of Floquet sidebands.....123
6.5 Conclusion and dicussion.....128
Chapter 7 Summary and prospect.....130
References 132
Research achievements 144
Acknowledgment 146
Personal profiles 149
Letter of commitment.....151
Authorization statement 153

1 绪论

1.1 超冷原子体系

当前量子科技日新月异，人们对微观世界的认知已经发生了根本性的变化，从最开始的理论预言，到后来的实验观测，再到现在的精确控制。在早期的几十年中，微观粒子的研究主要集中于高能物理与标准模型框架，人们通过粒子加速器等装置探索基本粒子的性质与相互作用[1,2]。与此同时，另一条研究路径逐渐兴起，即通过降低粒子的运动能量进入极低温区域，从而研究量子统计效应和多体量子行为。1985年，朱棣文（Steven Chu）、Claude Cohen-Tannoudji 和 William D. Phillips 等人在激光冷却与俘获中性原子方面取得了突破性进展，成功将原子温度降低至微开尔文量级，使得原子气体能够进入此前难以触及的低温量子区域[3,4]。这一里程碑式成果不仅推动了冷原子物理的迅速发展，也使三位科学家获得了 1997 年的诺贝尔物理学奖，标志着超冷原子研究时代的正式开启。

在极低温条件下，微观粒子的量子统计性质开始显现。根据统计规律，所有粒子可分为玻色子和费米子两类。当原子气体的温度不断降低时，粒子的热运动显著减弱，其德布罗意波长逐渐增大并与粒子间距达到可比拟尺度，从而表现出明显的波动性质。对于玻色子而言，大量粒子能够占据同一量子基态，从而形成宏观量子相干态，即玻色–爱因斯坦凝聚（Bose-Einstein Condensate, BEC）[5,6]；而对于费米子，由于泡利不相容原理的限制，粒子无法占据同一量子态，而是按照能量从低到高依次填充至费米面附近，形成量子简并费米气体（Degenerate Fermi Gas, DFG）[7,8]。1995 年，Eric Cornell、Carl Wieman 和 Wolfgang Ketterle 分别在 ^{87}Rb 和 ^{23}Na 原子气体中通过蒸发冷却技术首次实现了玻色–爱因斯坦凝聚，验证了 20 世纪 20 年代玻色和爱因斯坦对低温物相的理论预言[9,10]。凭借这一开创性工作，他们获得了 2001 年的诺贝尔物理学奖。紧随其后，在 1999 年，Deborah S. Jin 小组通过协同冷却技术在 ^{40}K 原子气体中首次实现了费米子的量子简并，进一步推动了超冷原子量子气体研究的发展[11]。

随后，超冷原子物理进入了一个快速发展的阶段。自玻色–爱因斯坦凝聚和简并费米气体被实现以来，超冷原子体系逐渐成为研究量子多体物理的重要平台[12,13]。在这三十年的发展过程中，研究内容已经从早期对量子统计效应和宏观量子现象的观

测，扩展到涵盖强关联多体物理[12]、少体物理[14]、量子模拟[15]以及拓扑量子物态[16]等多个前沿方向。特别是超冷原子体系凭借其本身纯净，操控性好等优势，该体系已经实现了许多具有里程碑意义的工作。例如在强关联多体物理领域，Immanuel Bloch 小组在光晶格中首次实现观测到玻色气体从超流态到莫特绝缘态的量子相变[17]。随后，Deborah S. Jin 小组通过调节费米原子之间得相互作用，成功实现并研究了从 BEC 到 BCS 超流态的连续渡越[18]。在少体物理方面，2006 年，Hanns-Christoph Nägerl 小组在超冷原子中首次观测到了长期仅存在与理论预言中的 Efimov 三重态，从而验证了该效应在三体系统中的普适量子行为[19]。与此同时，超冷原子平台在拓扑量子物态与人工规范场研究方面也取得了重要突破[20]。通过拉曼耦合技术，实验上成功实现了原子体系中的人工自旋轨道耦合，为模拟拓扑绝缘体及量子霍尔体系提供了新的实验工具[21,22]。进一步地，通过周期性调制 Floquet 工程以及合成维度等方法[23]，研究人员已经在冷原子体系中构建出一维[24]、二维[25]和三维[26]的人工规范场与拓扑能带结构，从而能够在高度可控的条件下研究拓扑相变与非平衡量子动力学。此外，随着量子气体显微镜技术的发展，实验上已经能够对光晶格中的单个原子进行逐点分辨和操控，为研究强关联量子体系中的微观关联结构提供了前所未有的实验手段[27]。这一系列重要成果都证明了超冷原子体系是一个极其出色的研究量子体系的平台。

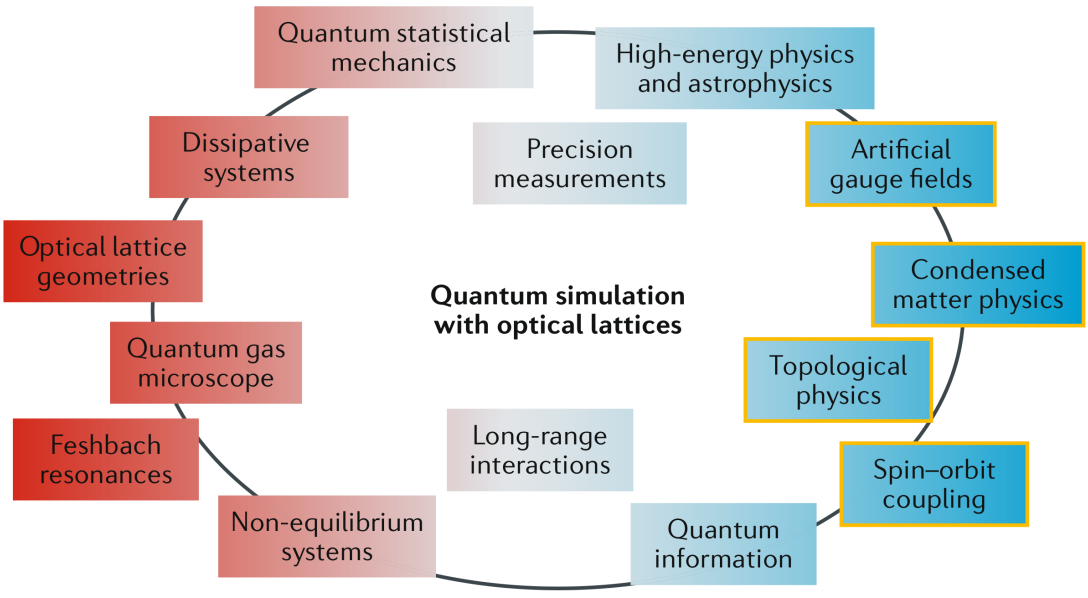

图 1-1 光晶格中量子模拟的工具和应用

图片来源：图片来自文献[28]。

1.2 光晶格中的量子模拟

“量子模拟”（Quantum Simulation）这一概念最早由 Richard Feynman 于 1981 年提出。Feynman 指出，由于量子多体系统的希尔伯特空间维度会随着粒子数目的增加而呈指数增长，利用经典计算机对大规模量子系统进行精确求解将面临极其巨大的算力问题。于是，他提出可以利用可控的量子体系来模拟另一个复杂量子系统的物理行为，即通过构建一个参数可调、相互作用可控的量子实验平台，以实现对真实凝聚态材料中复杂量子现象的模拟与研究[29]。这一思想为后来量子模拟和量子计算的发展奠定了重要理论基础。随着实验技术的不断进步，多种物理体系已经被用于进行量子模拟实验[30]。目前常见的实验平台包括离子阱体系[31,32]、中性原子阵列[33,34]、超冷原子分子体系[35,36]以及超导量子线路[37]等。这些平台在可扩展性、相互作用形式以及操控方式等方面各具特点。其中，超冷原子体系由于其极低的温度、高度可控的相互作用以及良好的系统纯净度，在模拟强关联多体物理和复杂晶格模型方面展现出独特优势。借助光晶格[38]、Feshbach 共振[39,40]以及合成规范场[41]等技术手段，研究人员已经能够在超冷原子体系中实现多种凝聚态物理模型，使其逐渐发展成为一个成熟且极具潜力的量子模拟平台。

其中，将超冷原子装载到光晶格中进行量子模拟是当前最为重要和活跃的研究方向之一[42,43]。借助丰富的理论模型与成熟的实验操控手段，光晶格中的超冷原子体系不仅能够模拟凝聚态物理中的多种经典模型，还可以进一步拓展到统计物理[44]、高能物理[45]乃至天体物理[46,47]等多个研究领域。正如图 1-1 所示，光晶格量子模拟既可以作为研究复杂量子体系的重要工具（图中红色部分），也能够作为一种实验平台用于探索新的量子现象和新型量子物态（图中蓝色部分）。

光晶格是由激光束干涉形成的周期性势阱结构，其晶格常数通常在百纳米量级。类似于凝聚态固体材料中的晶格结构，光晶格能够在超冷原子体系中构建规则排列的势阱格点，原子在光场产生的偶极势作用下被束缚在势阱的波峰或波谷处[48,49]。利用这种高度可控的人工晶格平台，研究者已经在光晶格体系中实现了多种凝聚态物理中重要的理论模型，例如 Bose-Hubbard 模型[50,51]、Heisenberg 模型[52,53]、Fermi-Hubbard 模型[54]以及 Ising 模型[55,56]等。

实验上还可以通过调控激光的几何排布与相位关系，实现多种不同构型的光晶格结构。不同的实空间晶格构型会对应不同的能带结构，从而产生丰富的物理现象。例如，在方晶格体系中可以观察到非常规超流相[57,58]；在 Lieb 晶格中会出现由相互

作用主导动力学行为的无色散平带[59]；在三角晶格和 Kagome 晶格中，由于强量子涨落会产生典型的几何阻挫效应[60,61]；而在类似石墨烯结构的蜂巢晶格中，能带结构中会出现简并点并形成 Dirac 锥[62]。

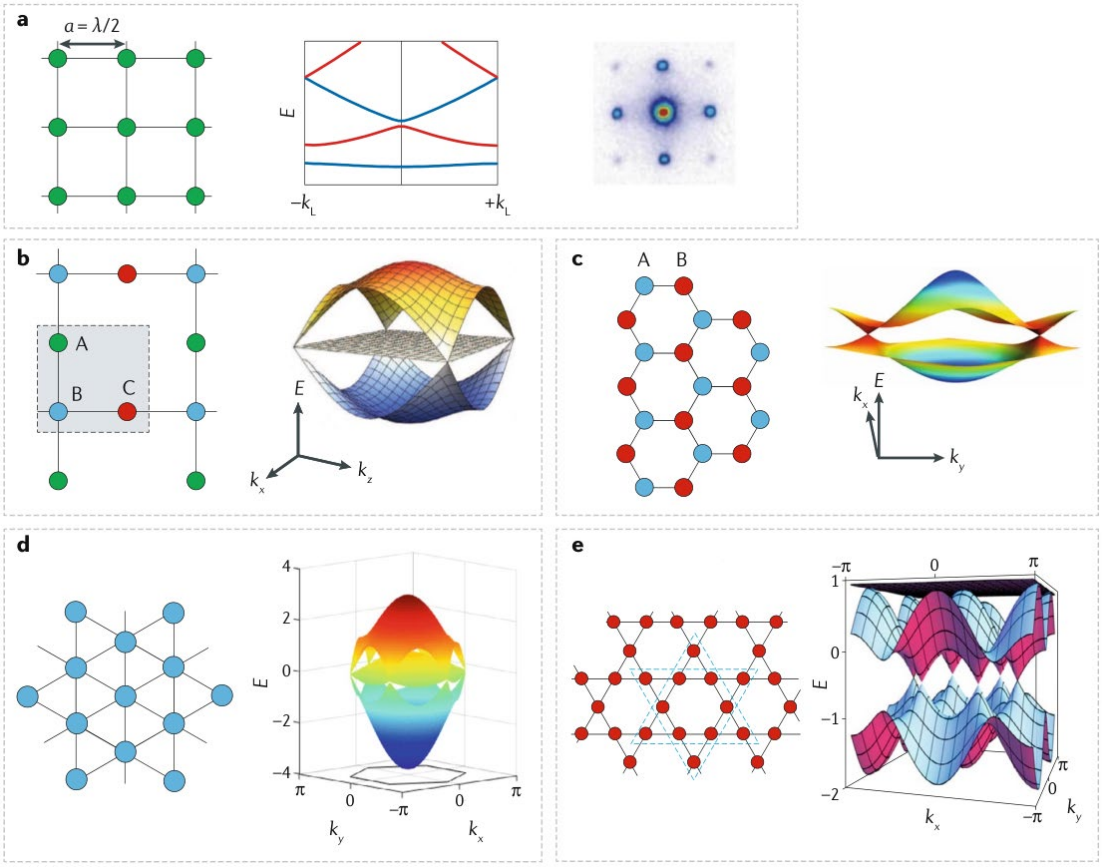

图 1-2 各种光晶格构型

图片来源：图片来自文献[28]。

除了利用激光干涉构建传统的光晶格结构外，人们还可以通过多种衍射光学技术实现更加灵活的光学势阱构型。例如，利用空间光调制器（Spatial Light Modulator, SLM）的全息成像方法[63,64]，或借助数字微镜器件（Digital Micromirror Device, DMD）[65,66]以及声光偏转器（Acousto-Optic Deflector, AOD）[67,68]等器件，可以在实验中精确地设计和产生任意形状的光学势阱。这些技术极大地拓展了超冷原子体系的可调控性，使我们能够构建可编程和更加复杂的量子体系。例如，Immanuel Bloch 小组利用 DMD 在二维光晶格中引入可控的无序势，在实验中首次观察并表征了二维体系中的多体局域化相变，并在临界区域附近观察到了关联长度的发散行为[69]。这一工作表明，光晶格不仅可以模拟平衡态物理，还能够为研究平衡量子多体动力学提供重要的实验依据。此外，借助量子淬火（quench）和 Floquet 工程手段，还可以实现稳态条件下难以存在的拓扑相以及人工规范场[70]。

综上所述，基于光晶格的超冷原子体系已经发展成为一个功能完备且高度可控的量子模拟平台。该平台不仅能够实现凝聚态物理中的多种典型模型，还为探索在传统固体材料中难以实现或难以观测的前沿量子多体现象提供了独特途径。

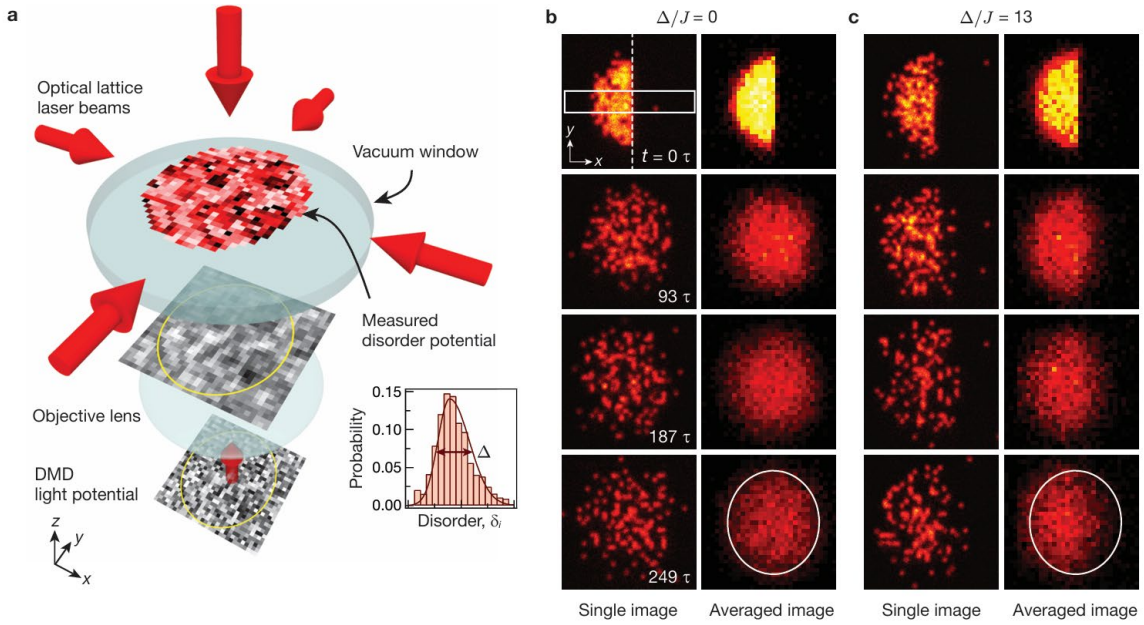

图 1-3 二维光晶格中的多体局域化

图片来源：图片来自文献[70]。

1.3 低维量子体系

1.3.1 低维物理及扭转电子学

低维量子体系（d<3）的研究是当代物理学中备受关注的前沿方向之一，体系的空间维度是决定量子多体系统物理性质的关键参数之一[71,72]。当系统在某一方向上的几何尺寸被压缩至与粒子的相互作用特征长度相当时，粒子的运动自由度将受到显著的限制，从而使系统表现出与三维情况下截然不同的量子行为。在这种情况下，量子关联效应和涨落效应将被显著增强，进而催生出一系列独特的低维量子物态和新的物理现象。

在量子物理中，维度的降低会显著改变粒子的态密度分布以及系统的相变行为，同时量子涨落效应的大幅增强，会对长程有序的形成产生重要影响。根据 Mermin-Wagner 定理，在二维各向同性海森堡模型中，由于低能长波涨落的存在，体系在有限温度下无法维持传统意义上的长程有序[73,74]。此外，在二维体系中我们还可以观测

到由拓扑缺陷驱动的 Berezinskii-Kosterlitz-Thouless（BKT）相变。该相变的本质是涡旋-反涡旋对在低温下为束缚态，而高温下为解离态，这是一种典型的拓扑相变，标志着体系从无序相向具有长程序的超流相转变[75,76]。另一方面，在一维体系中，由于电子与晶格振动之间的耦合作用，还可能发生 Peierls 相变，即一维金属体系中的电子-声子耦合会诱导晶格发生周期性畸变，从而在费米面处打开能隙并改变能带结构，使体系由导体转变为绝缘体[77,78]。

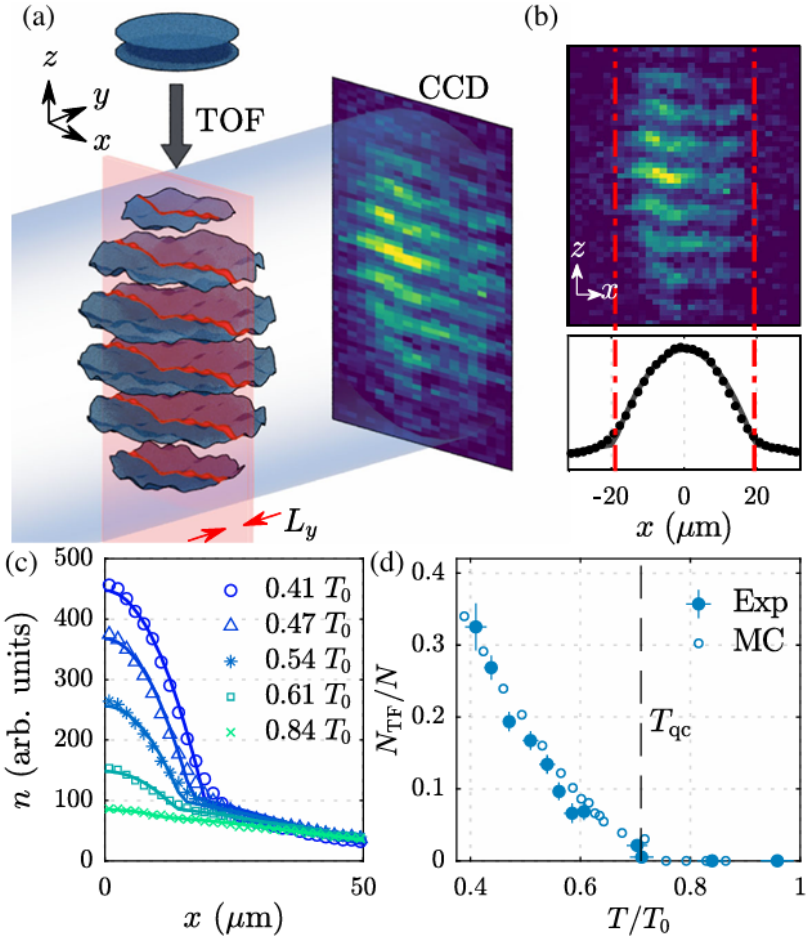

图 1-4 二维物质波干涉探测相振荡

图片来源：图片来自文献[79]。

除了上述经典现象外，低维量子体系中还可以出现诸多新奇的量子物态，例如量子自旋液体[80,81]、拓扑绝缘体[82,83]以及非常规超导相[84,85]等。这些研究不仅为理解强关联量子多体系统中的复杂行为提供了重要的实验平台，也使我们能够从单体与少体系统逐步过渡到多体系统，从而深入揭示强关联效应的形成机制。同时，这些低维体系还为探索非平衡量子动力学过程[86]以及新型拓扑量子相[87,88]提供了重要的研究途径。

近年来，低维体系的研究进一步拓展至材料科学领域，并催生出一系列具有重要物理意义的二维材料体系[89,90]。2004 年，Andre Geim 与 Konstantin Novoselov 等人通过机械剥离的方法首次从石墨中成功获得单层石墨烯，并发现该二维材料在室温条件下具有极高的载流子迁移率以及明显的双极性电场效应[91]。这一实验突破打破了传统理论中认为自由态二维晶体无法稳定存在的观点，为后续二维材料及其相关人工凝聚态体系的研究奠定了重要基础。由于这一开创性工作，他们共同获得了 2010 年的诺贝尔物理学奖。

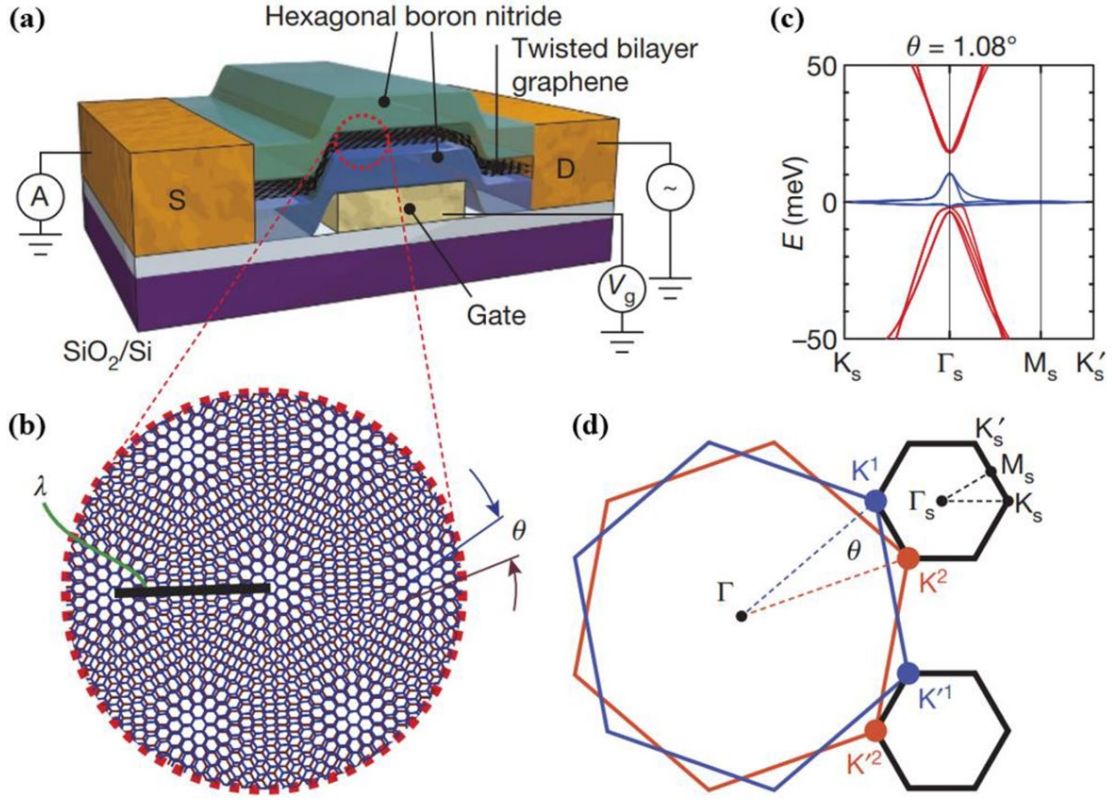

图 1-5 扭转双层石墨烯的能带结构

图片来源：图片来自文献[92]。

在此基础上，二维材料体系中的强关联电子行为也逐渐受到广泛关注。2018 年，曹原和 Pablo Jarillo-Herrero 等人在实验中首次在魔角扭转双层石墨烯（magic-angle twisted bilayer graphene）中观测到了非常规超导现象[93]。他们发现，当两层石墨烯以约1.1°的相对扭转角堆叠时，两层蜂巢晶格会形成周期显著放大的莫尔超晶格（Moiré superlattice）。这种结构使得体系在费米能级附近形成近乎平坦的能带结构（flat band）。当能带处于半填充状态时，体系首先表现出关联绝缘态，而通过施加门电压进行载流子掺杂后，体系进入超导相。其相图与铜氧化物高温超导体表现出惊人的相似性[94,95]。这一发现直接催生了“扭转电子学”（Twistronics）这一新兴研究方向，并且该实验结

果表明通过调控摩尔超晶格结构，可以显著增强电子关联效应，从而能够在原本非超导的材料体系中诱导出新的超导相[96]。

扭转电子学的诞生不仅为调控多层二维材料的能带结构提供了一种全新的研究范式，也推动了莫尔超晶格体系作为新型量子模拟平台的发展。从经典几何结构的角度来看，当两个具有平移对称性的二维晶格以一定的相对扭转角度叠加时，所产生的干涉图案周期远大于原始晶格常数，这种新的长周期结构即被称为莫尔超晶格。在实空间中，莫尔结构形成了一个周期被显著放大的有效晶格；而在倒空间中，则对应于一个显著缩小的布里渊区，如图 1-5 所示。这一结构变化会使原有的能带发生折叠，并在层间耦合的作用下发生重构。当扭转角接近魔角时，系统在费米能级附近形成平带，电子的动能被显著压制，从而使电子-电子相互作用占据主导地位。在这种强关联条件下，体系能够产生包括关联绝缘态、非常规超导态以及多种拓扑量子态在内的一系列新奇量子物态。

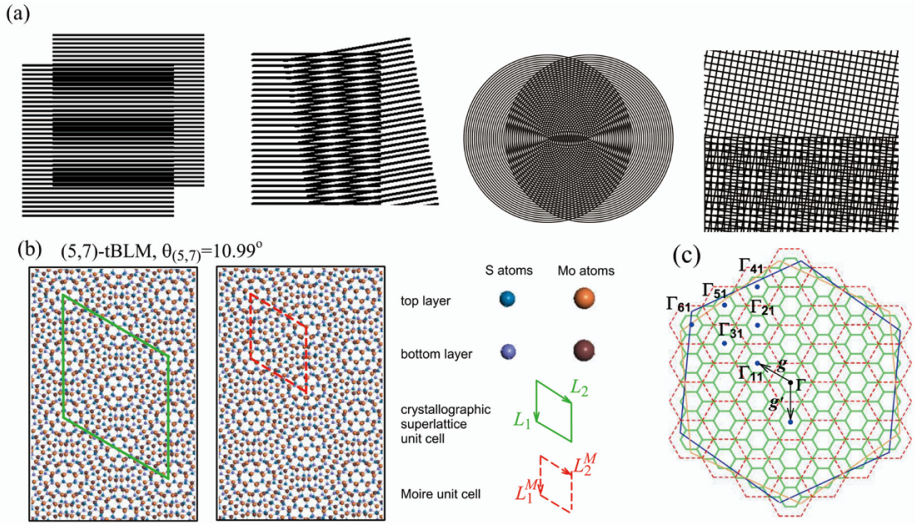

图 1-6 莫尔图案

图片来源：图片来自文献[97]。

1.3.2 莫尔超晶格

与此同时，莫尔尔超晶格体系也被视为一种极具潜力的凝聚态量子模拟平台[98]。与传统固体材料相比，莫尔超晶格体系提供了更加丰富且灵活的可调控参数，例如，层间的相对扭转角度[99]、层间耦合强度[100]、外加门电压[101]以及衬底近邻效应[102]等参数在实验中均可独立调节，从而为研究强关联电子体系提供了重要的实验自由度。此外，通过选择不同的二维材料组合（如石墨烯、过渡金属硫化物以及六方氮化硼等）

并设计其扭转角度与堆叠方式，可以在莫尔超晶格中实现多种凝聚态物理中的核心模型。例如，从蜂巢晶格中的 Hubbard 模型[103]，到三角晶格中的自旋阻挫模型[104]，再到具有强自旋轨道耦合的拓扑量子体系[105]等。这些研究充分表明，扭转莫尔超晶格体系为探索强关联量子多体物理提供了一个高度可调控的实验平台，并在近年来迅速发展成为凝聚态物理的重要研究方向之一。

然而，尽管以扭转双层石墨烯为代表的摩尔材料体系取得了令人瞩目的研究进展，但其本身仍然存在一定的固有局限性。一方面，在固体双层材料体系中，层间耦合主要由范德瓦尔斯相互作用所决定，其强度在实验中难以实现大范围连续调节，同时材料本身的晶格结构也相对固定，这在一定程度上限制了对其能带结构和电子关联效应的系统研究[106]。另一方面，实际材料中不可避免存在的无序、应变以及衬底效应等因素，也往往难以完全消除，从而给关联量子物态的精确调控和定量理解带来一定挑战[107]。

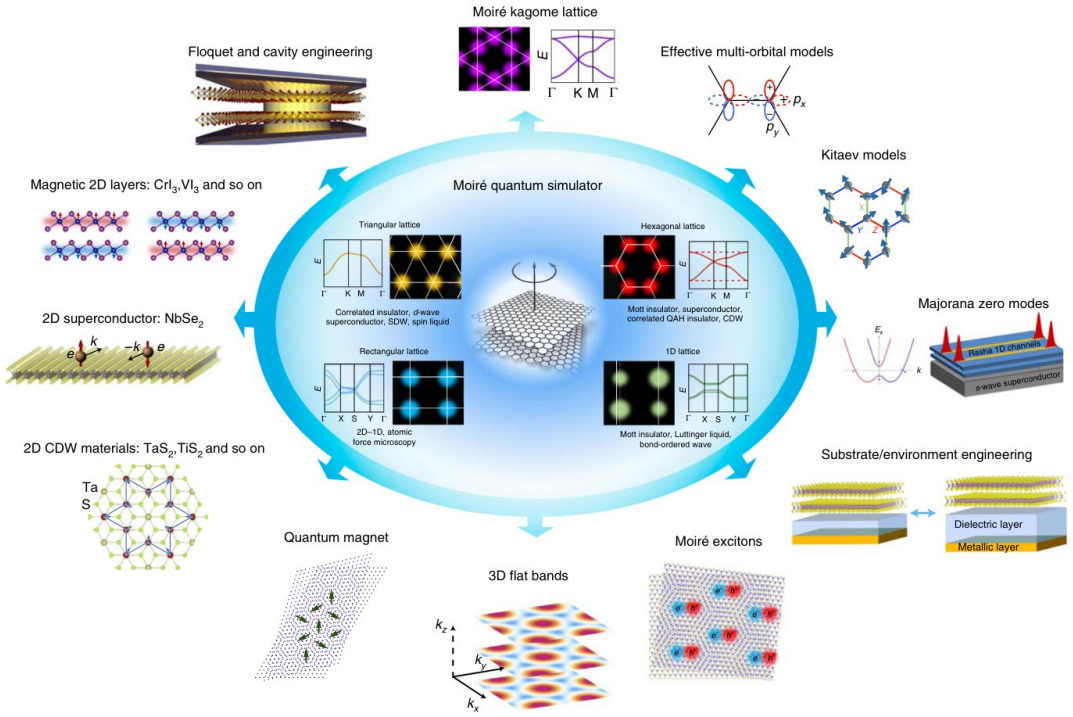

图 1-7 莫尔超晶格量子模拟平台

图片来源：图片来自文献[99]。

相比之下，超冷原子光晶格体系为研究人工晶格中的量子多体问题提供了一个更加理想的实验平台。该体系具有高度可控性和极高的纯净度，原子间相互作用可以通过 Feshbach 共振等手段进行精确调节，并且已经在模拟 Hubbard 模型等强关联问题方面展现出显著优势。在此背景下，本论文在超冷原子体系中构建了一种全新的扭

转双层光晶格实验平台。在该体系中，不同层之间的耦合可以通过微波场实现灵活调控，从而为研究莫尔超晶格中的量子多体行为提供了新的实验途径。基于这一平台，我们系统研究了玻色-爱因斯坦凝聚体在扭转双层体系中的量子相变行为，并在层间强耦合区域观测到了非常规超流相的存在，为理解莫尔结构中的量子物态提供了新的实验视角。

1.4 论文结构

本文的组织结构如下：

第一章，首先介绍超冷原子体系的研究背景及其发展历程，并概述超冷原子在光晶格中的量子模拟平台。随后重点讨论低维量子体系的物理特性以及近年来迅速发展的扭转莫尔超晶格体系，梳理相关领域的重要研究进展与发展趋势。

第二章，主要介绍用于制备^{87}Rb 玻色-爱因斯坦凝聚的超冷原子实验平台。该章节系统阐述了从激光冷却、原子俘获到蒸发冷却实现量子简并的完整实验流程，并对关键实验技术与装置进行了详细说明。

第三章，我们围绕基于声光偏转器实现的手风琴光晶格及其在准二维量子气体制备中的应用开展系统研究。首先从基本的声光效应出发，分析反常布拉格衍射的工作条件，并在此基础上设计并实现了一套周期可在较大范围内连续调谐的手风琴光晶格系统。利用该系统，我们成功将三维 BEC 绝热加载至单层二维势阱中，实现了准二维量子气体的制备，并对准二维 BEC 的相关物理特性进行了实验表征。

第四章，介绍了我们在超冷原子体系中首次实现扭转双层莫尔光学晶格的实验方案。该实验方案借助合成维度理论，通过将超冷原子装载入自旋依赖的光学晶格中，在实现稳定准二维 BEC 的同时，实现了两组光学晶格之间扭转角度的精确调控，从而在冷原子体系中构建出可控的扭转双层结构，填补了超冷原子实验模拟扭转双层体系的空白。在此基础上，我们首次在冷原子体系中观测到了由层间耦合诱导产生的实空间莫尔条纹结构以及动量空间中的莫尔衍射动量峰。同时，对该体系从超流体相向绝缘体相演化过程中的量子相变进行了系统研究，并观测到一种新的中间相——非常规超流相。

第五章，介绍了对蜂巢晶格与六角晶格这一对对偶晶格的实验研究。首先对对偶晶格的概念、Babinet 原理、Wyckoff 位置、相位折叠效应以及 BEC 在光晶格中的衍射理论进行了系统阐述。在此理论基础上，我们通过在强脉冲 Raman–Nath（RN）区

域的 Kapitza–Dirac（KD）衍射，实现了对 Babinet 原理的突破，使得蜂巢晶格与六角晶格在动量空间中可被清晰区分。相比之下，在弱脉冲 RN 区域，由于 Babinet 原理的限制，两种晶格无法区分。进一步分析表明，在强脉冲 RN 区域内，相位折叠效应将 Wyckoff 位置的对称性差异映射到动量空间，从而产生两种晶格截然不同的衍射图案，实现了 Babinet 原理的显著破缺。

第六章，我们介绍了在周期性射频场驱动的 Spin-1 ^{87}Rb BEC 中实现连续动态解耦（Continuous Dynamical Decoupling, CDD），并将系统拓展至更高维的 Floquet 空间。我们系统考察了 Floquet 边带谱及其相干动力学特性。通过施加弱探测场，对 Floquet 缀饰态谱进行了表征，对不同边带的相干性做了比较，并成功观测到相邻缀饰态间多个一阶边带跃迁线，为理解连续动态解耦下的多边带结构与动力学行为提供了实验依据。

第七章，总结和展望。

2 实验系统与 BEC 的制备

自 1995 年玻色-爱因斯坦凝聚态被实现以来，超冷原子系统作为一种纯净且操控性极强的实验体系，已经成为量子模拟领域的一个重要实验平台。

这也使得它对实验环境的要求及其严苛。实现玻色-爱因斯坦凝聚体的第一步就是组装一个满足要求的真空系统。通常稳定的 BEC 要求环境压强要低于 10^{-8}Pa，并且拥有良好的通光孔径和恰好的机械结构来满足光路和磁场装置的搭建需求。同时，根据实验元素的不同，还需要搭建各种激光和磁场系统，以实现对原子的激光冷却，运输，态制备，蒸发冷却等操控。本章将重点介绍我们的 ^{87}Rb 磁转移实验系统和 BEC 的制备。

2.1 真空系统

实验中的超高真空系统腔体如图 2-1 所示，整个腔体由两部分组成，并通过差分管链接。差分管左侧为前级腔体系统，包括铷原子源，一级腔室，真空离子规，真

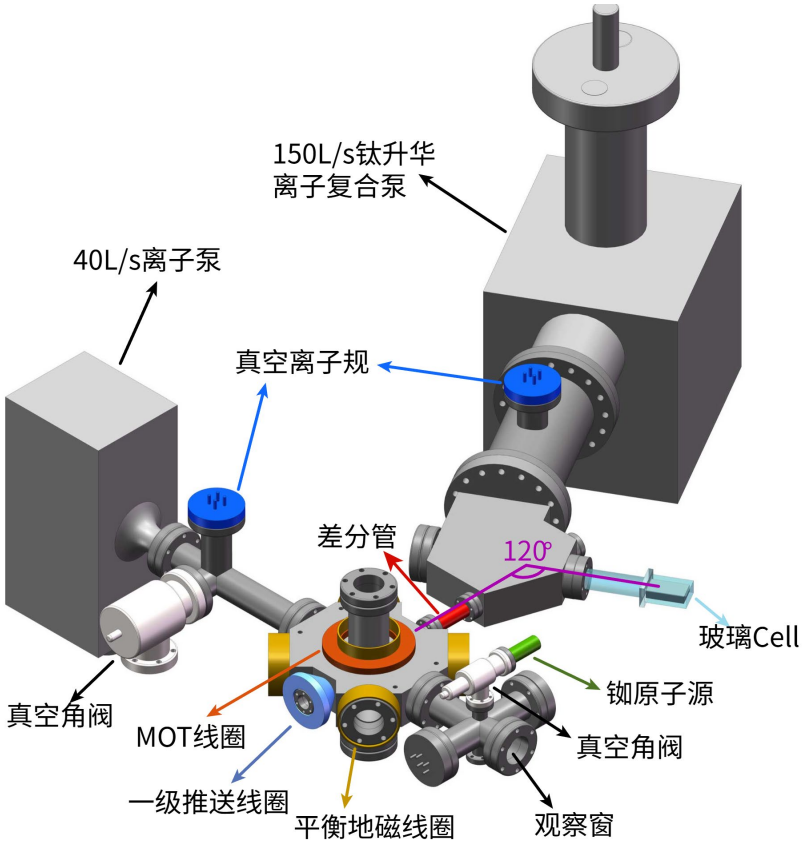

图 2-1 超高真空系统装置图

空角阀和 40L/s 离子泵。差分管右侧为后级腔体系统，包括 150L/s 钛升华离子复合泵，真空离子规，转接腔室和玻璃科学腔。

在大多数的冷原子系统中，优先考虑的金属材料为 316L 无磁不锈钢，它具有刚性强，耐腐蚀，放气少，可达到极高真空等优势，但是也容易被磁化。由于我们的实验系统中存在大量的磁场配置，如果采用不锈钢作为腔体，整个系统容易被磁化，在背景中产生不确定的磁场。而原子是对磁场十分敏感的，这将在系统中引入极高的不确定性。所以经过各方面的考量，我们最终采用钛金属作为我们的腔体。整个金属腔体由北京力美特公司制作完成。虽然这极大地提高了实验成本，但是钛作为一种顺磁性材料，它对外加磁场的吸引力极其的弱。钛对外部的磁矩几乎没有任何反应，在外加磁场移除之后，它也不会保留任何的磁化。这极大地提升了整个系统的稳定性。

自然情况下铷元素（Rb）有两种同位素，分别为 ^{87}Rb（自然丰度 27.8%）和 ^{85}Rb（自然丰度 72.2%）。虽然 ^{85}Rb 的自然丰度更高，但是由于其基态的散射长度为负数，不利于蒸发冷却过程，所以通常情况下 ^{87}Rb 为第一选择。我们的实验对象也选为 ^{87}Rb 原子。原子源为一个装有 Rb 单质的安瓿瓶，该安瓿瓶被封装于带有法兰的铜管之中，并最终通过一只 DN16 规格的金属角阀与真空腔体相连接。通过外力对铜管进行挤压使内部的安瓿瓶破裂，可使原子挥发到整个一级腔室中。由于 Rb 原子的熔点仅为 38.89℃，其在常温下的饱和蒸气压即可满足实验需求，因此实验中无需对源进行额外的加热，仅通过控制角阀的开度便能有效的控制铷原子的消耗速率。实验中通过经验主义，我们将阀门从完全关闭的状态打开 10° 。如果阀门开得过大，会增加原子的损耗速率，同时给离子泵带去更大的压力，导致整个腔体的真空度变差；若果阀门开得过小，则每次实验循环中铷原子的消耗量将无法得到及时补充，造成原子数净损失，进而影响系统连续稳定运行的时间。

原子源与一级腔室连接的管道上装有观察窗，这是为了方便我们通过电荷耦合元件（Charge-coupled Device, CCD）实时观察磁光阱的状态。

前级腔体的主体为一个八边形金属腔室，其法兰接口分布如下：其中四个侧面和上下两个底面配置 DN40 光学窗口，一个侧面配置了 DN16 光学窗口；剩余三个侧面分别连接至离子泵、差分管以及原子源。上下两个面的窗片并没有直接安装在腔体上，而是分别向外延伸了 200mm。这是为了满足磁光阱磁场线圈和磁转移线圈的安装需求而进行的优化。

如图 2-1 中所示，六个 DN40 光学窗口上均安装了一个由漆包线绕制而成的线圈，用以补偿地磁场，从而将一级腔室内部的初始磁场环境归零。

前级腔体的真空环境由一台抽速为 40L/s 的离子泵维持，背景压强可达到约 10^{-7}Pa 量级（开启源的情况下）。为精确测量腔内的真空度，在离子泵的连接管道上还安装了一个真空离子规（Agilent UHV-24P 离子规 X3004-64402）。

一级腔室需要持续填充 ^{87}Rb 原子以满足装载需求，其真空度通常维持在 10^{-7} Pa 量级。然而，BEC 对环境真空有极高要求，理想真空度需达 10^{-8}-10^{-10} Pa。为了解决这一矛盾，我们采用多级腔室结构，各级之间通过差分管连接以维持压强梯度。差分管由无氧铜制成，安装于一级腔室与转接腔室之间的连接管道内部，其核心作用在于形成流导限制，从而在一级与二级腔室间建立起稳定的压强差。差分管的直径为 0.80cm，长度为 8.35cm，常温下（20℃）圆形长管的空气导流公式为：

$$C = 12.1\frac{D^3}{L} \tag{2.1}$$

其中 C 为流导（conductance），D 为圆管直径，L 为圆管长度，由此可知系统的流导约为 0.74 L/s。得到流导之后，我们便可以根据后级离子泵的抽速来算出在此差分管的作用下，两级腔室之间的真空差可以达到多少。根据公式：

$$\frac{P_{\mathrm{UHV}}}{P_{\mathrm{HV}}} = \frac{C}{S_{\mathrm{pump}}} \tag{2.2}$$

其中，P_{UHV} 为后级真空压强，P_{HV} 为前级真空压强，S_{pump} 为后级离子泵抽速。从而我们可以得到后级与前级的压强比可以达到 4.93×10^{-3}，差三个数量级。这表明当一级腔室的真空度达到 10^{-7} Pa 时，二级腔室可以实现 10^{-10} Pa 的极高真空。

后级腔体由三部分组成，主体部分称为转接腔室，它分别连接着差分管、钛升华离子复合泵和二级腔室玻璃 Cell。为了实现后级腔体所需的极高真空，我们在 150 L/s 离子泵的基础上复合了钛升华泵。这是因为在真空制备过程中，单独使用离子泵难以有效排除氢气、氦气等轻质量且运动速度快的气体，而这些残余气体恰恰是制约真空度从高真空向超高真空跨越的关键因素。钛升华泵通过加热钛丝使其升华，汽化后的钛原子在沉积到泵壁形成新鲜钛膜的过程中，与腔内的活性气体分子（尤其是氢气）发生碰撞和吸附，将其牢牢覆盖于泵壁，从而有效降低此类气体的分压，最终获得极高真空。

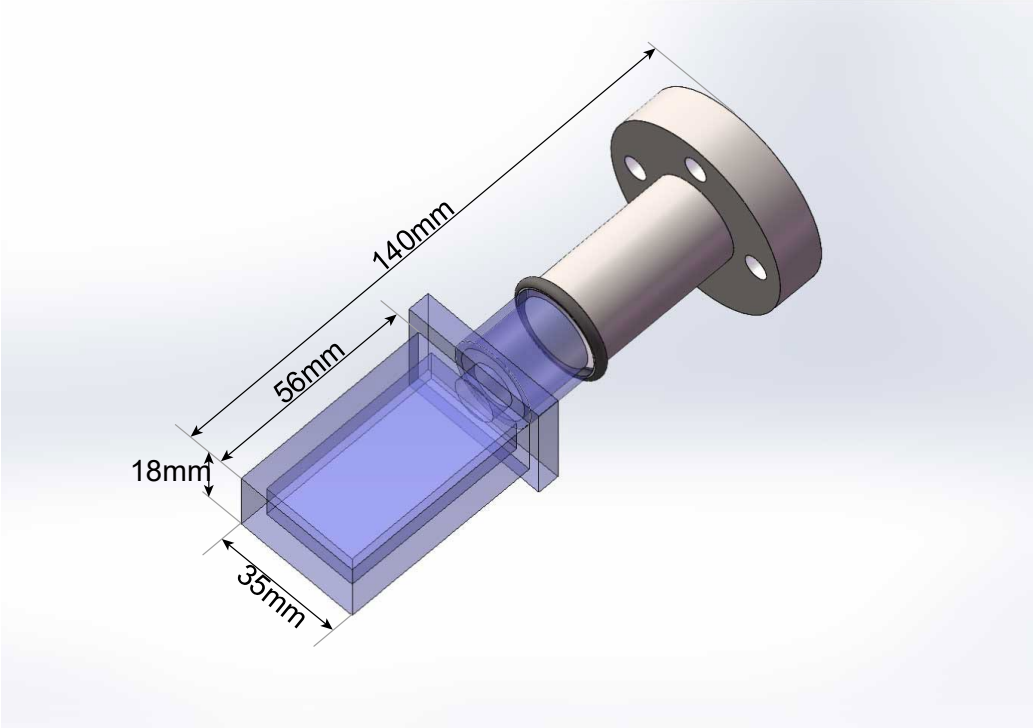

图 2-2 科学腔设计

我们的二级科学腔（Science Cell）采用全玻璃结构，如图 2-2，旨在获得更多的通光孔径，便于后续实验的光路设计。该腔体来自日本 Japan Cell 公司，主体由硼硅酸盐玻璃胶合而成，外径尺寸为长 56mm×宽 35mm×高 18mm，玻璃壁厚为 4mm，通过 316LN 无磁不锈钢与转接腔体连接。Science Cell 的五个面均进行了双层镀膜处理，在 0°至 45°入射角范围内，分别在可见光及近红外波段实现增透效果。特别的，其对 532nm、780nm 以及 1064nm 附近波段的透射率均可达到 95%。同时，如此紧凑型尺寸设计，主要得益于磁转移技术的应用。由于原子在一级腔室制备后可通过磁转移方式输运至二级腔室而不会引入加热效应，因此在 Science Cell 处无需再次进行二级激光冷却，这极大地简化了其周边的光路布局。此外，在保证足够通光孔径的前提下，更小的腔体体积亦有利于获得并维持更高的真空度。

为有效抑制一级腔室杂散光对二级腔室的干扰，Science Cell 的主轴与差分管主轴有一个 120°的夹角。此外，为了便于有效观察磁转移过程，在与差分管轴向的延长线上，转接腔室上有一个小的观察窗口。

2.2 三维磁光阱

磁光阱（Magneto-Optical Trap, MOT）技术起源于 20 世纪 80 年代中期，其概念最开始由 Dalibard 等人提出，率先由 Raab 等人首次在实验上实现。磁光阱是利用激

光和磁场实现对中性原子囚禁最有效的技术，为超冷原子物理的发展奠定了关键的技术基础。

通常实验体系中需要进行两步磁光阱预冷却，首先是在一级腔室中进行二维磁光阱预冷却，然后用光将原子推送到二级腔室，再进行三维的磁光阱俘获，从而进行后续的光学黏团制备等操作。但是由于我们的实验系统采用磁转移技术，可直接将冷却之后的光学黏团从一级腔室绝热地转移到 Science Cell 中直接进行蒸发冷却。所以我们可以在一级腔室中直接从背景气体俘获原子，实现三维磁光阱。

2.2.1 激光系统

我们 MOT 的激光系统包含两台半导体激光器（Toptica DL Pro）和一台锥形放大器（Toptica TA Pro），用以产生冷却光（Cooling）、泵浦光（Pumping）、再泵浦光（Repumping）、下泵浦光（Depumping）以及探测光（Probe）。由于 ^{87}Rb 基态的两个超精细能级频率差较大，约为 6.834GHz，难以通过单一激光器配合移频器件实现全频率覆盖。因此我们将频率偏移较大的 Repumping 光独立分配一台激光器进行锁定，其余四束频率相近的光则由另一台激光器提供。^{87}Rb 原子 D2 线的超精细结构如图 2-3 所示。

实验中，为了减小对频率锁定系统的干扰，两台激光器被放置在一个独立的光学平台上，通过调制转移光谱技术（Modulation Transfer Spectroscopy, MTS）进行频率锁定。锁定之后的激光通过光纤导入主平台按功能进行分束。Cooling 光，Pumping 光，Depumping 光和 Probe 光全部来自同一台激光器，该激光器的输出频率被锁定在 ^{87}Rb 原子的$\left|5S_{1/2}, F=2\right\rangle \longleftrightarrow \left|5P_{3/2}, F'=3\right\rangle$ 跃迁能级附近，通过光纤接入主平台后经过声光调制器（acousto-optic modulator, AOM）进行频率调制。不同光路之间的切换通过可移动波片和偏振分束棱镜（polarizing beam splitter, PBS）进行控制。

其中 Cooling 光红失谐于$\left|5S_{1/2}, F=2\right\rangle \longleftrightarrow \left|5P_{3/2}, F'=3\right\rangle$ 的循环跃迁谱线。$\left|5P_{3/2}, F'=3\right\rangle$态的自发辐射速率非常快，并且由于选择跃迁定则限制，除了一部分弛豫到$\left|5P_{3/2}, F'=2\right\rangle$态以外，所有的原子都会返回到$\left|5S_{1/2}, F=2\right\rangle$态，然后再次进入冷却循环。我们实验中 3D MOT 的 Cooling 光采用两两对打的方式，三个正交方向共需要六束光同时从六个方向对原子进行冷却。通常半导体激光器的输出为 150mW 左右，在经过多次分束之后显然达不到 Cooling 光的要求。于是 Cooling 光进入主平台后首先经过一台锥形放大器（Toptica TA Pro）进行功率放大。注入功率为 36.7mW，经 1450mA 电流放大之后得到总功率 600mW，然后通过光纤耦合进入光纤分束器，

来自德国 Schäfter+Kirchhoff 公司。图 2-4 为光纤分束器的结构图，其内部主要是由波片和 PBS 组成，输入输出全部为光纤接口。它能够精准的将入射光分成六束等功率的光并通过光纤的方式接入平台，如图 2-5 所示。六束 Cooling 光通过光纤接入耦合器中进行扩束，每束光的直径约为 35mm，功率为 36mW。在多年的实验中，每路光功率都始终保持相等，十分稳定。最终得到每束 Cooling 光直径约为 35mm，功率为 36mW。

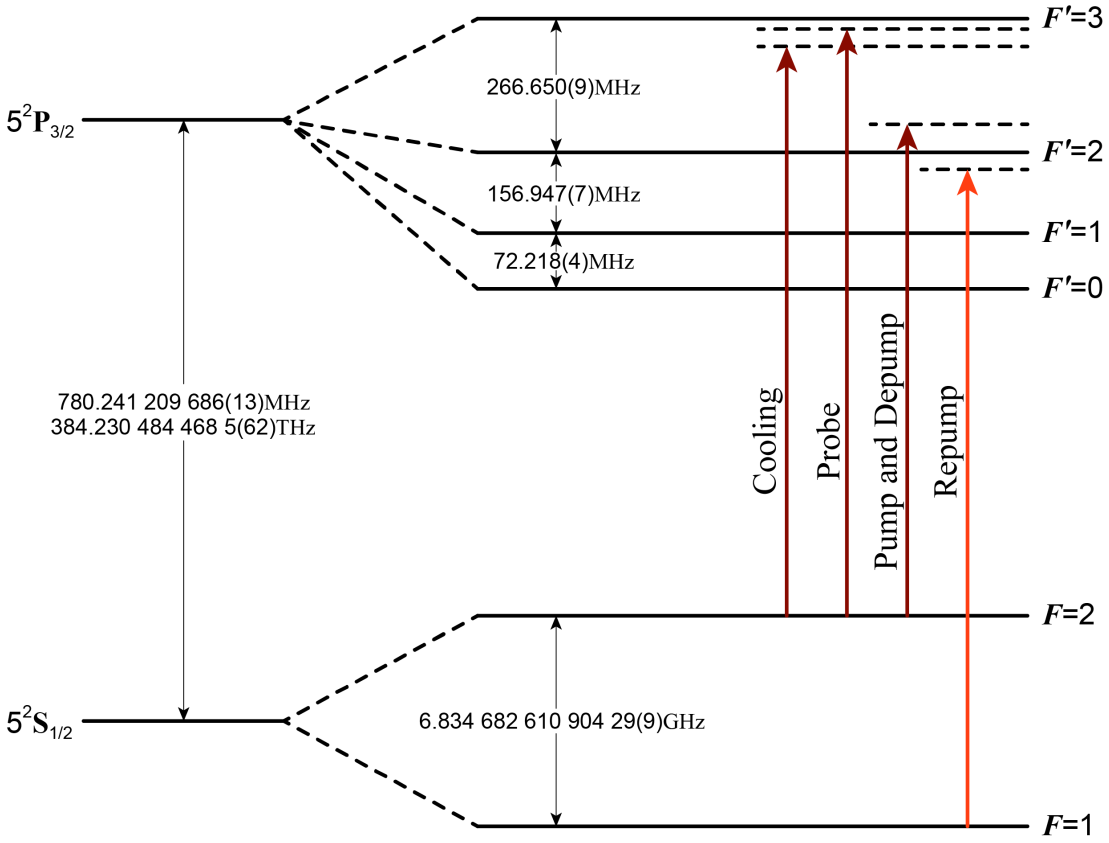

图 2-3 ^{87}Rb 原子 D_2 线超精细结构

与 Cooling 光频率相近的 Probe 光经过一个 AOM 移频后也锁定在 $|5S_{1/2}, F=2\rangle \longleftrightarrow |5P_{3/2}, F'=3\rangle$ 跃迁能级的红失谐位置，然后被分为两路，以应对后续实验中分别在水平和竖直两个方向的成像需求。Pumping 光和 Depuming 光是同频的光，锁定在 $|5S_{1/2}, F=2\rangle \longleftrightarrow |5P_{3/2}, F'=2\rangle$ 跃迁的蓝失谐位置，但是它们对应的实验阶段不同，我们通过可移动波片和 PBS 来控制光束的开关。Pumping 光用于光学黏团（Molasses）阶段，对原子态进行选择，将磁转移前的原子云全部泵浦到 $|F=2, m_F=2\rangle$ 态。而 Depumping 光用于形成暗磁光阱（Dark MOT），将 $|5S_{1/2}, F=2\rangle$ 态的原子通过 $|5P_{3/2}, F'=2\rangle$ 态下转换到 $|5S_{1/2}, F=1\rangle$ 态。因为这个态不参与冷却过程的循环跃迁，所以它不会发出荧光，我们称它为暗态。

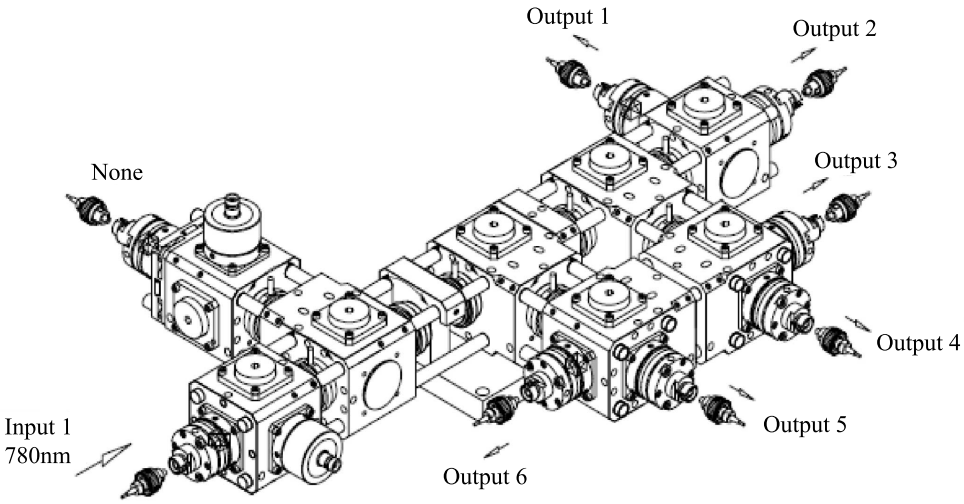

图 2-4 一分六光纤分束器结构示意图

在循环冷却过程中，回落到$|5S_{1/2}, F=1\rangle$态的原子进入暗态，冷却循环作用便失效了。为了能够实现长时间的囚禁，此时需要一束再泵浦光，将暗态原子重新抽运回到$|5S_{1/2}, F=2\rangle$态参与冷却循环。我们实验中的 Repumping 光同样使用调制转移光谱技术将激光频率锁定在$|5S_{1/2}, F=1\rangle \longleftrightarrow |5P_{3/2}, F'=2\rangle$跃迁的红失谐位置。锁定后的 Repumping 由光纤导入主平台，输出功率为 28mW，这完全满足了实验需求。Repumping 光被分为三路，一路由锥形镜整形为空心光束，与 Depumping 组合形成暗磁光阱；第二路用于 Molasses 和选态抽运过程；最后一路 Repumping 光用于实验中探测$|5S_{1/2}, F=1\rangle$态。这三束光在实验时序上相互独立，同样由可移动波片与 PBS 组合控制。

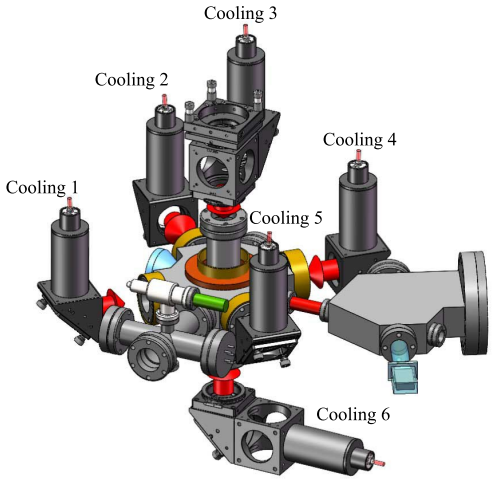

图 2-5 Cooling 光结构

2.2.2 磁光阱

磁光阱是在激光冷却的基础上加入了磁阱。向一对平行对称放置的线圈通入方向相反的电流，会在线圈中间产生一个梯度势阱，这个阱被称为四极阱，这样的线圈被称为反亥姆霍兹线圈。四极阱可以有效地限制原子在腔内的空间位置，配合上激光冷却就可以形成一个稳定的磁光阱。其三维结构如图 2-6(a)所示。

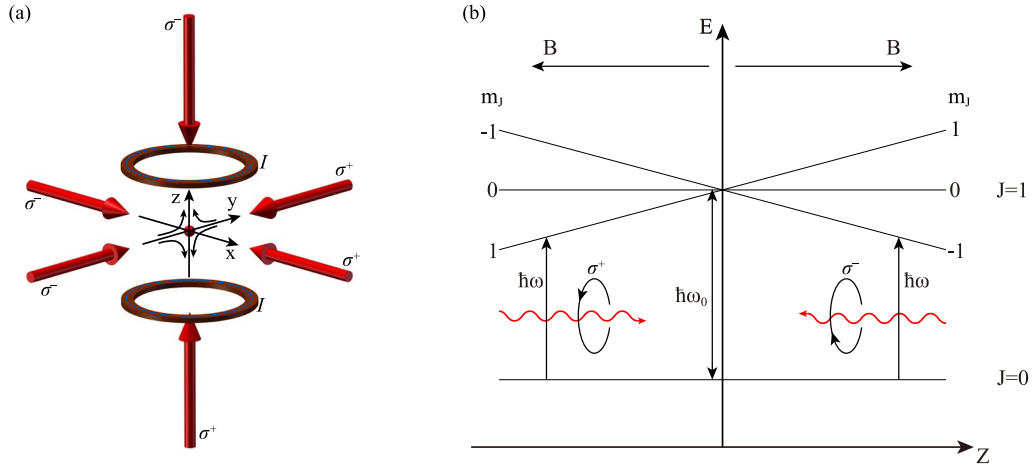

图 2-6 （a）磁光阱结构图；（b）磁光阱原理示意图

一对同轴反亥姆霍兹线圈沿 z 轴同轴放置，上下线圈通入大小相等方向相反的电流形成四极阱，中心的磁场大小为零。磁场分布为：

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = A(2z\boldsymbol{e}_z - x\boldsymbol{e}_x - y\boldsymbol{e}_y) \tag{2.3}$$

其中 A 为磁场梯度，其参数由线圈参数决定。对于 ^{87}Rb 原子来说，我们通常的磁场梯度为 10G/cm。由式(2.3)可知，z 方向上的磁场梯度是 x 和 y 方向的两倍。所以当冷却光功率平衡时，原子云通常是一个扁的椭圆。三对 Cooling 光沿正交轴向（$\pm x, \pm y, \pm z$）相向传播，每对光束的偏振态都是正交圆偏光。图 2-6(b)展示了磁光阱的工作原理，以 z 轴上的情况为例。当原子处于磁场中时，超精细能级会发生塞曼分裂。假设原子的基态角动量 J=0，则塞曼分裂为 0，原子依旧保持单能级状态；而激发态角动量 J=1 时，超精细能级将会分裂为 2J+1 个能级，它们的磁量子数为 $m_J = 0, \pm 1$。这就是塞曼子能级，三个子能级在磁场中的随着磁场大小的位移情况不同，如图 2-5(b)所示，$m_J = 0$ 态基本没有位移，而 $m_J = 1$ 态沿 z 轴线性升高，$m_J = -1$ 态沿 z 轴线性降低。在低场情况下，我们可以近似的写出能量变化公式为：

$$\Delta E = g_J \mu_B m_J B \tag{2.4}$$

其中，g_J 为角动量的朗德 g 因子，它表示相应磁矩与角动量的比值，即磁旋比，μ_B 为玻尔磁子。可以看出，能量增加或者减少取决于磁量子数 m_J。

此时沿 z 轴一对频率为ω的激光，偏振方向互相正交分别为σ^+和σ^-，如图 2-6(b)中的情况。位于 z 轴正方向上的原子与σ^-光的频率更加共振，它会更多地吸收σ^-光跃迁到$m_J=-1$态，从而受到指向中心的反冲力；而位于 z 轴负方向上的原子会更多的吸收σ^+光跃迁到$m_J=1$态，反冲力沿 z 轴正方向。推广到三维的情况下我们可以得到，所有原子在运动的时候都会受到一个指向阱中心的反冲力。并且位置越靠近势阱中心能级与光的失谐越大，受到的反冲力越小，这样大部分原子就会被俘获到阱中心的位置。



图 2-7 3D 磁光阱荧光

实验中我们发现，磁光阱在相当宽的参数（激光强度，光束指向性，频率失谐，磁场梯度等）范围内都可以很好地囚禁原子，这大大增加了实验系统的鲁棒性。图 2-7 展示了实验中通过观察窗用 CCD 拍摄到的 3D MOT 荧光图像。屏幕中心的白色高亮区域即为被俘获的原子云。

2.2.3 暗磁光阱

为了提高 3D MOT 的密度，我们在实验中引入了暗磁光阱技术。在磁光阱中，原子在减速的同时，也在不断地自发辐射荧光。由于吸收光的方向是固定的，而自发辐射荧光是随机的，所以总的动量总是朝向光传播的方向。而自发辐射的荧光会对原子云中其他的原子产生排斥作用，这就是辐射压力，也称为辐射陷俘效应。当辐射压力与激光的束缚力达到平衡时，新增加的原子只能在原子云外侧不断累积，导致原子云体积增大，而不会提高密度。所以 MOT 中的原子密度取决于原子云内部的辐射压力。为了克服辐射压力，近一步提高 MOT 的原子数密度，Ketterle 等人发明了暗磁光阱（Dark MOT）技术。该技术的核心是再引入一束下泵浦光（Depumping）将 MOT 中心的原子制备到暗态，不参与循环冷却过程。暗态不会对冷却光进行吸收，就不会

辐射出光子，也就没有了辐射压力。而外侧的原子仍然与 Repumping 光发生作用，继续参与冷却过程向中心移动。这样中间暗态部分的原子数密度就可以大大增加了。

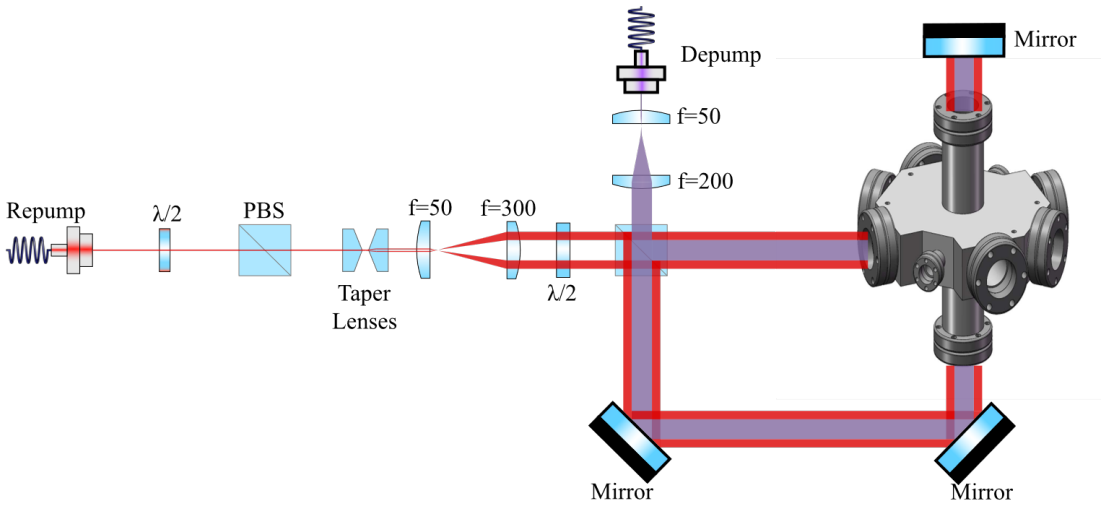

图 2-8 暗磁光阱 Repumping 和 Depumping 光路图

我们实验中的实现方法是将 Repump 光整形为空心光束，然后与 Depumping 光合束，Depumping 光刚好与 Repumping 光空心的部分重合。图 2-8 展示了我们实验中的光路设计，Repumping 接入主平台后进过一对锥形镜整形为空心光束，空心的大小取决于锥形镜的间距。然后由一组透镜扩束得到内径为 7mm，外径 20mm 的 Repumping 光。为了使 Repumping 光的空心边缘锐利，我们在 PBS 前的波片中心粘贴了一个直径 7mm 的黑色挡板。接着再经过 PBS 与 Depumping 光合束并分别从水平和竖直两个方向与 Cooling 光一起进入一级腔室。为了提高光的利用率，我们又在竖直方向上装一个反射镜，使 Repumping 光和 Depumping 光原路返回。

在 3D MOT 装载阶段，空心 Repumping 光和 Depumping 光同时作用在磁光阱上，阱中心区域已经预冷却的原子吸收 Depumping 光后从$\left|5S_{1/2},F=2\right\rangle$态转移到$\left|5P_{3/2},F'=2\right\rangle$态，然后迅速回落到$\left|5S_{1/2},F=1\right\rangle$态退出循环冷却。经过优化后，Dark MOT 中的原子数比普通 MOT 中的原子数高了一个数量级。图 2-9 展示了实验中通过观察窗用 CCD 拍摄到的 Dark MOT 荧光图像。

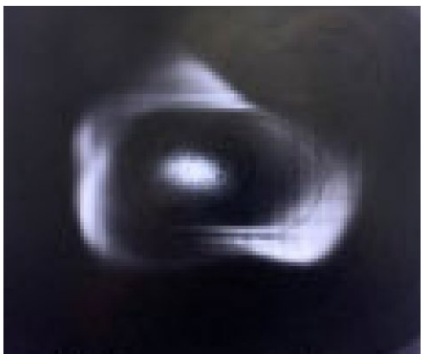

图 2-9 暗磁光阱荧光

图 2-9 中心位置还存在一些荧光是因为我们的 Depumping 功率较低，并且有部分 Repumping 光的衍射带来的。但是这并不影响我们后续的实验。

3D MOT 在系统中扮演着原子蓄水池（Reservoir）的角色，其俘获的原子团温度可达百 μK 量级。在每个实验循环结束后，3D MOT 光场自动初始化，并经历 5 秒的装载过程，以恢复至暗磁光阱（Dark MOT）状态，为下一次实验做好准备。

2.2.4 光学黏团与偏振梯度冷却

在 Dark MOT 中，原子被囚禁且进行了预冷却，但其温度仍受限于多普勒冷却机制，仅能达到百 μK 量级。为了获得更低的原子温度以满足后续实验对高相位空间密度的需求，我们需要进一步冷却原子至亚多普勒温度。这一目标通常通过光学黏团（Optical Molasses）技术实现。

Molasses 的概念最早在 1985 年由朱棣文等人提出，他们发现原子在三维交叉激光束中会表现出类似于糖浆的粘性阻尼运动。1988 年，Philips 小组在实验中意外观测到光学黏团中的钠原子温度远低于多普勒冷却极限（240μK），仅约为 40μK。这一突破性发现随后催生了偏振梯度冷却(Polarization Gradient Cooling，PGC)。1989 年，Cohen-Tannoudji 等人从理论上阐明了偏振梯度冷却正是 Molasses 能够突破多普勒冷却极限的核心所在。

偏振梯度冷却是在多普勒冷却的基础上多考虑了原子的多能级结构。当原子在具有偏振梯度的激光场中运动时，光场的偏振会发生周期性变化，以实验中的σ^+和σ^-为例，假设两束光沿 z 轴相向传播，我们可以得到：

$$E^+(z)=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}(E_0'-E_0)\boldsymbol{e}_X-i\frac{1}{\sqrt{2}}(E_0'+E_0)\boldsymbol{e}_Y\right] \tag{2.5}$$

其中

$$\boldsymbol{e}_X = \boldsymbol{e}_x \cos(kz) - \boldsymbol{e}_y \sin(kz), \boldsymbol{e}_Y = \boldsymbol{e}_x \cos(kz) + \boldsymbol{e}_y \sin(kz) \quad (2.6)$$

$\boldsymbol{e}_X$ 和 $\boldsymbol{e}_Y$ 为合成偏振新的正交轴，从公式中我们可以看出，两个光的偏振叠加之后新的正交轴沿 z 轴旋转，总的椭圆度为 $(E_0' - E_0)/(E_0' + E_0)$。由式(2.5)可知，当两束光的振幅相等时，光场变为仅沿着 $\boldsymbol{e}_Z$ 轴旋转的线偏振光，如图 2-10 所示。这意味着空间中的任意一点，原子感受到的都是纯线偏光，偏振方向会沿着 z 轴旋转。偏振轴没前进一个波长的距离就转过 2π 的角度，构成偏振方向的梯度。

对于 ^{87}Rb 来说，由于其冷却循环跃迁的超精细能级为 $F_g = 2 \leftrightarrow F_e = 3$，其中涉及到多个塞曼子能级，所以我们必须考虑基态的多能级结构。当原子在如图 2-10 展示具有偏振方向梯度的激光场中运动时，偏振的周期性变化会与光抽运效应耦合，导致原子在不同塞曼子能级上的布局数分布会随位置发生周期性变化。

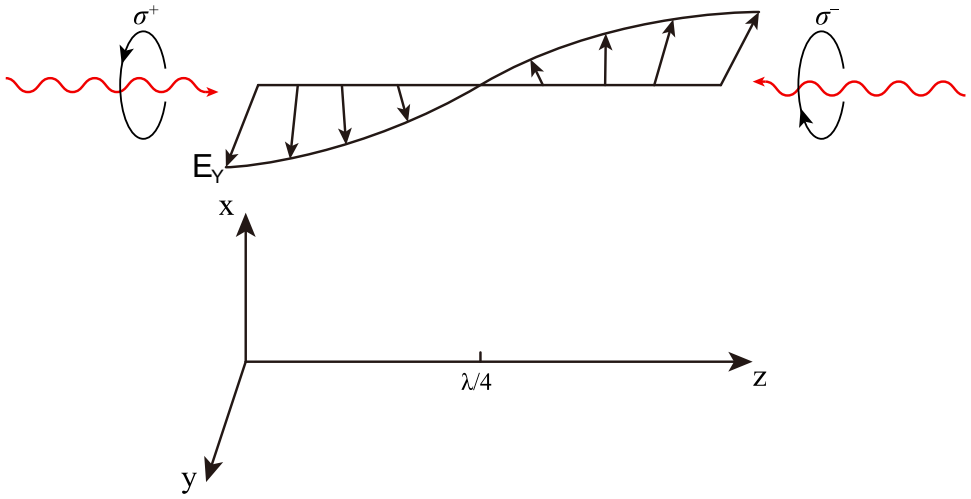

图 2-10 σ^+-σ^- 组合下光场偏振绕 z 轴的转动

对于静止原子来说，如果以原子所处位置的线偏振方向作为量子化轴，则光场表现为一个纯的线偏振光。经过数个光抽运循环后，原子会根据不同能级的 CG 系数比例进行布居。此时原子在进行循环跃迁过程中斯托克斯拉曼过程与反斯托克斯拉曼过程相平衡，原子受到的净辐射压力为零。而对于运动中的原子来说，空间中偏振的旋转等价于原子在磁场中作拉莫尔进动，这种耦合作用会使得原来布居概率相等的两个能级的布居发生差别。对于 σ^+-σ^- 光场组合，例如沿 z 轴正向运动处于 $m_F = -1$ 态的原子吸收 σ^- 光的概率要大于吸收 σ^+ 的概率；而对于处于 $m_F = 1$ 态的原子吸收 σ^+ 光的概率要大于吸收 σ^-，但是此时原子布局在 $m_F = -1$ 的概率更大，所以此时原子受

到两侧的辐射压力不相等，于是就得到了减速的效果。这个阻尼力与光场的强度成正比，与失谐成反比。

后续实验中为了近一步降低温度，我们需要在 Dark MOT 装载完成后进行一系列操作。图 2-11 展示了我们实验中的时序。在最开始没有制备 Dark MOT 时，我们需要先进行压缩磁光阱（Compress MOT）步骤来进一步提升 MOT 的密度。当有了 Dark MOT 之后，我们发现在进行 Compress MOT 后的原子数密度与 Dark MOT 差不多，所以后来就直接取消掉了这一步。从 Dark MOT 开始，我们直接转为制备 Molasses 进行偏振梯度冷却。这一步要提前关闭 Dark MOT Repumping 光和 Depumping 光，开启常规的 Repumping 光，并且将 Cooling 光的失谐由-20.6MHZ 移到-65MHz，同时降低 Cooling 光的功率。Molasses 过程对时间比较敏感，由于失去了磁阱的束缚，molasses 会缓慢的扩张，如果持续时间太长，原子云密度会降低；反之，如果持续时间太短，又不能达到很好的冷却效果。通常 molasses 的寿命为百毫秒至毫秒量级，实验中我们的 PGC 过程持续时间为 2.6ms，远小于 molasses 的寿命。

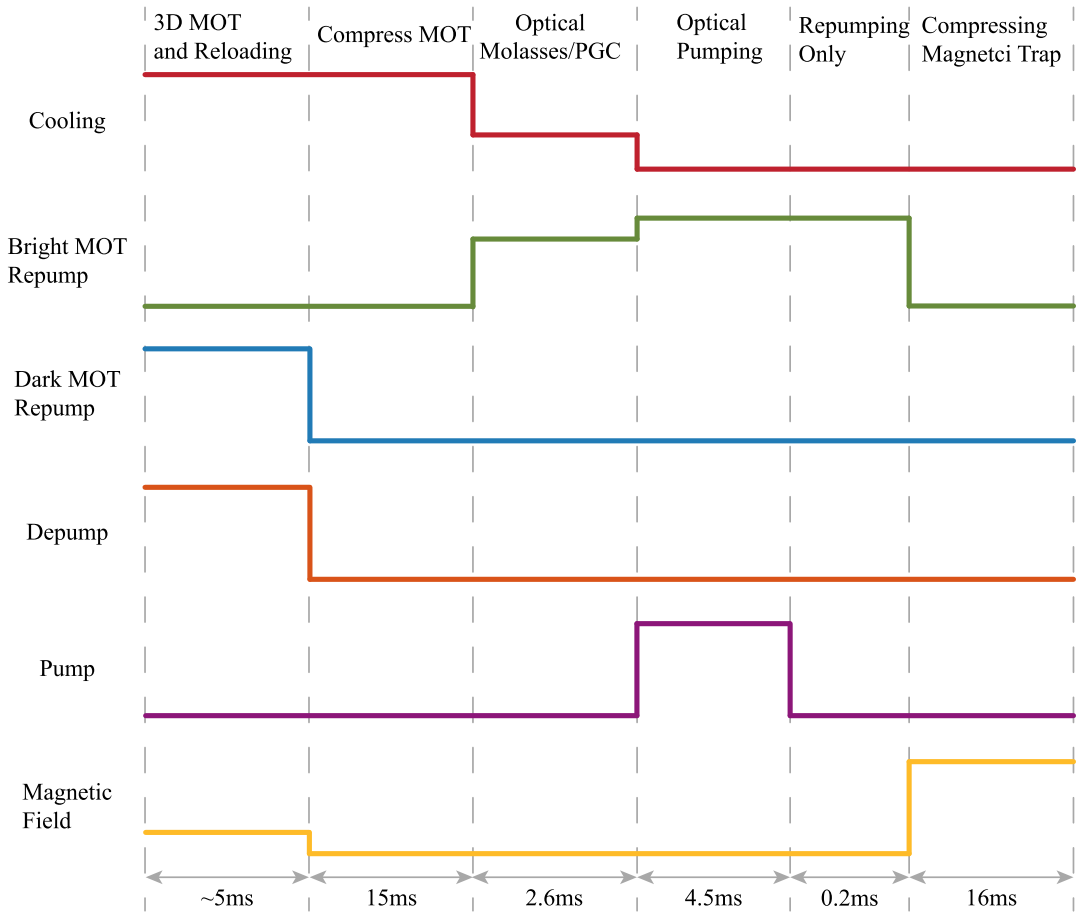

图 2-11 3D MOT 的冷却与光学黏团时序

制备好 molasses 后，下一步我们需要为磁转移做准备。我们使用 Pumping 光和 Repumping 光进行拉曼（Raman）过程，将所有原子泵浦到$|F=2, m_F=2\rangle$低场趋近态，量化轴磁场由 Push 线圈提供。最后，我们打开 MOT 的磁阱并提升磁场梯度到 14G/cm，作为磁转移过程的起点。

2.3 磁转移系统

为了避免重新加热原子，我们采用了磁转移（Magnetic Transfer）技术将原子云从一级腔室绝热的转移到 Science Cell。磁转移技术最早由 Markus Greiner 等人在 2001 年首次系统报道，他们利用可移动的四极阱场链，将囚禁于磁阱中的 ^{87}Rb 原子移动了 33cm 至二级腔室。整个过程中，移动带来的加热效果低于 20μK。所以转移后的原子云可以直接进行磁阱蒸发冷却，不需要二级磁光阱的配合。这大大减少了 Science Cell 附近光路的复杂性，为后续各种光晶格光路的搭建提供了便利。

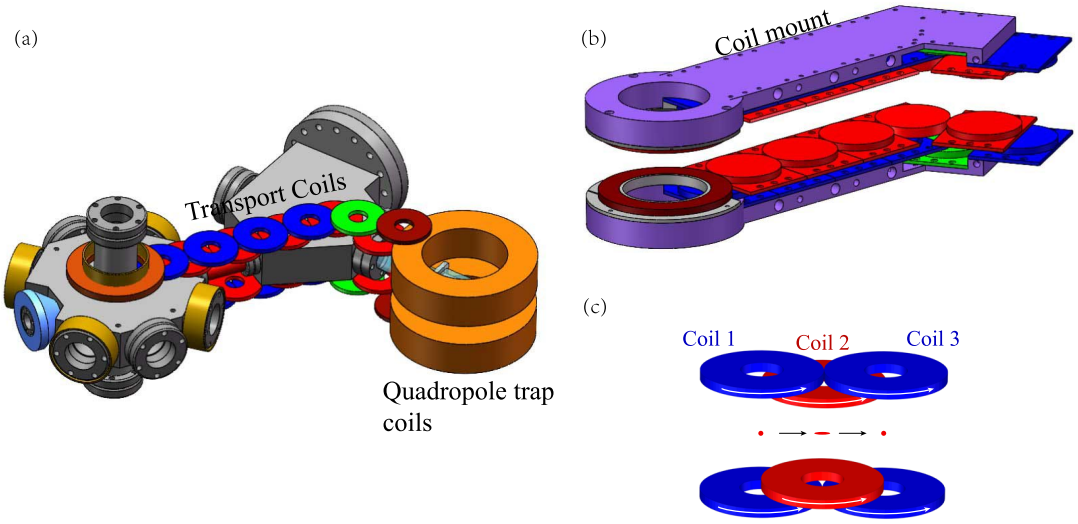

图 2-12 磁转移系统

注：（a）磁转移线圈位置示意图。两对褐色线圈分别为一次磁阱和二级磁阱线圈。中间红色，蓝色和绿色的为磁转移过程小线圈。（b）图中紫色部分为线圈骨架，所有线圈都通过螺丝固定在上下骨架中。（c）磁转移过程示意图。

我们的磁转移系统如图 2-12 所示，整个磁转移系统共有 13 对反亥姆霍兹线圈组成，负责将原子从一级腔室沿轴向输运至二级 Science Cell。整个线圈系统可以分

为三部分：起点处的 1 号线圈（3D MOT 线圈）、终点处的 13 号线圈（二级磁阱线圈），以及中间 11 对负责输运的小线圈。

其中，1 号线圈同时也是三维磁光阱（3D MOT）的磁场线圈，较之其他转移线圈尺寸更大，以保证初始俘获阶段对原子的有效囚禁。由于 2 号线圈较小，为了能够使原子顺利的从 1 号阱转移到 2 号阱中，我们在输运方向上加装了 Push 线圈，来辅助原子从 1 号阱转移至 2 号阱。13 号线圈则作为磁转移的终点，位于二级 Science Cell 附近，用于在转移完成后对原子进行最终囚禁。中间 11 对转移线圈仅承担输运功能，为节省空间并实现平滑的势阱移动，其尺寸较小且采用交叠式布局，如图 2-12(c)所示，上层线圈的边缘与下层线圈的中心重合，确保磁场零点在相邻线圈间连续过渡，避免原子在转移过程中因势阱不连续而泄露。

所有线圈都固定在有黄铜制成的骨架上，如图 2-12(b)中所示（二级磁阱线圈未画出），以保证机械稳定性。考虑到长时间连续运行时，线圈中的焦耳热会导致温度持续升高，进而影响磁场稳定性及原子囚禁效果，我们在骨架内部设计了循环水冷却通道。实验过程中持续通入冷却水，使线圈温度维持在稳定范围内，确保长时间运行的可靠性。

1 号到 12 号线圈由一台高精度直流电流源（Delta，SM45-140）供电，通过我们自制的反馈电路和开关电路分为三组，依次通断。每组线圈的电流波形均按三角函数形式平滑改变：当原子运动至某组线圈附近时，该组电流逐渐升至最大值；原子远离后，电流再平滑下降至零。图 2-13 为示波器采集的磁转移过程中霍尔元件探测结果。这种类正弦的电流调制方式能够有效抑制磁场跳变引起的非绝热加热，确保原子在移动磁阱中平稳输运。最后一对线圈（13 号，二级磁阱线圈）由另一台独立直流电源（Delta，45-70）单独控制，以便在原子抵达终点后根据磁阱蒸发冷却需求灵活调节阱深。

当选态抽运过程结束后，1 号线圈（即一级 MOT 线圈）电流升高，磁场梯度随之增大，原子被更紧束缚于单一四极阱中，完成转移前的初始压缩。随后，按照预设的三角函数波形，2 号至 12 号线圈依次导通，磁阱零点沿轴向从 1 号线圈中心逐步移动至 13 号线圈中心，最终将原子团定位于二级 Science Cell 内部，完成整个磁转移过程。

磁转移完成后，原子被束缚于二级磁阱中，磁转移效率为 97%，这意味着二级磁阱中的原子数与一级磁阱中的原子数比为 0.97。此时原子温度随之降至亚多普勒

量级，但距离 BEC 所需的简并条件尚有差距。为了将温度降至 nk 量级，我们需要进行蒸发冷却。

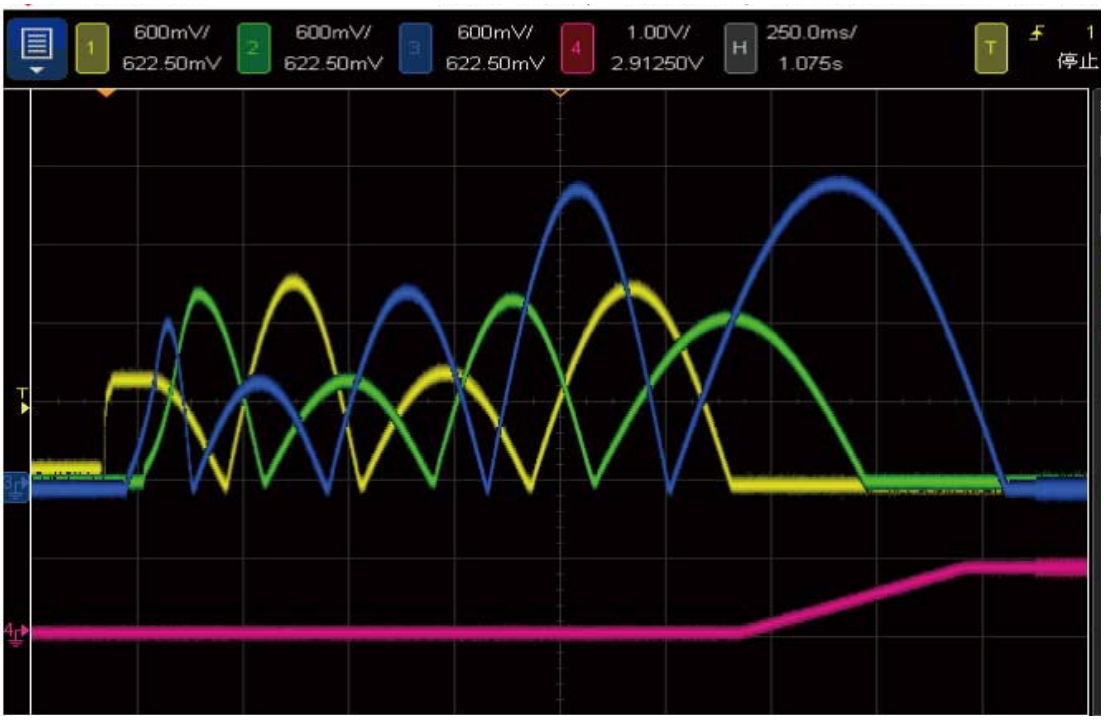

图 2-13 磁转移过程中的电压变化曲线

注：图中黄色曲线表示第一组线圈的电压，峰从左往右依次为 1 号、4 号、7 号、10 号线圈；绿色曲线表示第二组线圈电压，从左往右依次为 2 号、5 号、8 号、11 号线圈；蓝色曲线表示第三组线圈，第一个峰为 Push 线圈，从第二个峰起依次为 3 号、6 号、9 号、12 号线圈；红色曲线表示最后二级磁阱线圈。

2.4 蒸发冷却

蒸发冷却（Evaporation Cooling）是实现量子气体简并的核心技术，其物理思想源于日常生活中的蒸发现象因而得名，比如一杯热水通过蒸发热的水分子而变冷。其概念最早可追溯至 1985 年，MIT 的 Harold Hess 在研究氢原子气体时首次系统阐述了囚禁原子的蒸发冷却思想。在实验中蒸发冷却主要有两种实现方式：磁阱射频蒸发冷却和光阱蒸发冷却。其本质是通过选择性地移除能量高于某一阈值的“热”原子，剩余原子会通过弹性碰撞重新热平衡，逐步降低系统的温度。通过这一方法可将原子冷却至 nk 量级以实现玻色-爱因斯坦凝聚态。

2.4.1 磁阱射频蒸发冷却

1995 年，JILA 的 Cornell 和 Wieman 与在 MIT 的 Ketterle 分别在 ^{87}Rb 和 ^{23}Na 原子中通过磁阱射频蒸发首次实现了 BEC。

中性原子在磁场中的能级位移由布雷特-拉比(Breit-Rabi)公式描述[108]：

$$E_{|\mathrm{F},\mathrm{m_F}\rangle}=-\frac{\mathrm{A}}{4}+m_F g_I \mu_B B \pm \frac{\mathrm{A}}{2}(2I+1)\sqrt{1+\frac{4m_F}{2I+1}x+x^2} \tag{2.7}$$

其中，A 为磁偶极超精细结构常数，$x=(g_J-g_I)\mu_B B/(\mathrm{A}(2I+1))$，$g_I$ 和 g_J 分别为原子核和电子的朗德 g 因子，μ_B 为玻尔磁子，B 为磁感应强度。图 2-14 展示了 ^{87}Rb 原子两个基态超精细等级 F=2 和 F=1 的塞曼分裂。从图中我们可以看出，低场和高场下的能级移动规律是不一样的。在低场时，$|F=2,m_F=2,1,0\rangle$ 和 $|F=1,m_F=-1\rangle$ 为低场趋近态，这意味着它们会被吸引到场强弱的地方。反之，

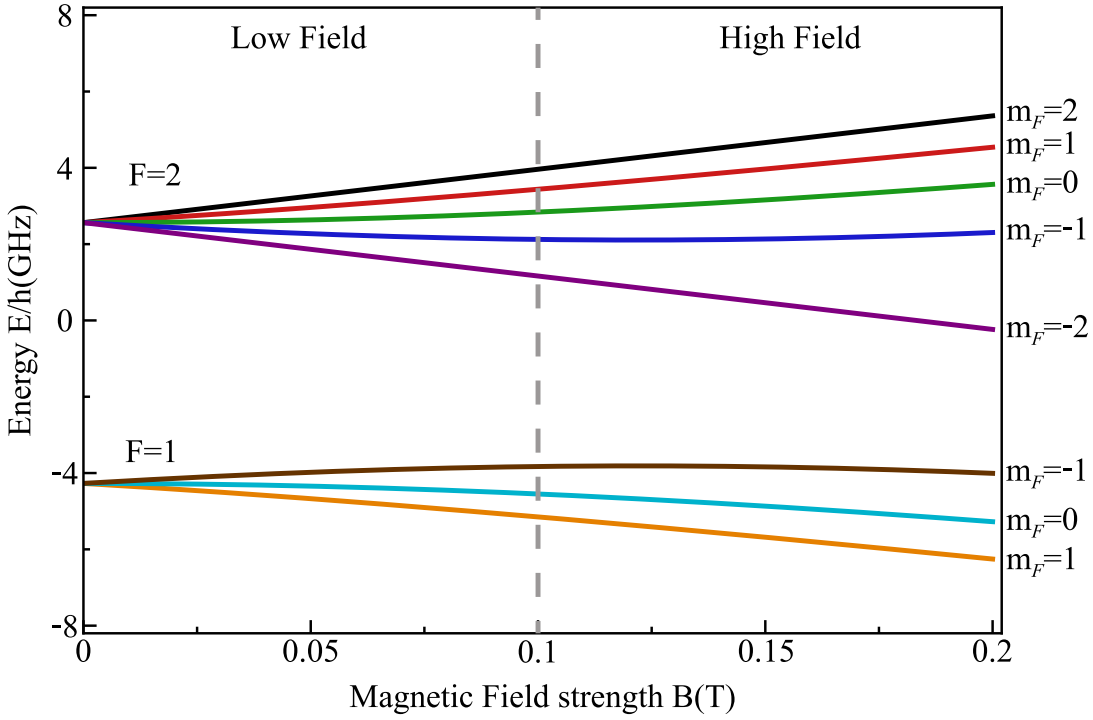

图 2-14 ^{87}Rb 基态超精细能级的塞曼分裂

其他的为高场趋向态，会被吸引到场强升高的地方；在高场时，$|F=2,m_F=-1\rangle$ 会变为低场趋近态，而 $|F=1,m_F=-1\rangle$ 会变为高场趋向态。所以，我们实验中选择的是 $|F=2,m_F=2\rangle$ 低场趋近态。选择这个态的原因有三点，首先是四极阱只能在中心弱场处囚禁原子，原子在阱中受到的力为：

$$F(r)=m_F g_F \mu_B \nabla |B(r)| \tag{2.8}$$

可以看出，$|F=2,m_F=2\rangle$ 态在弱场下具有最大的 $m_F g_F$ 乘积，所以受到的束缚力最强。第二，这个态为塞曼分裂下能级最高的态，更容易通过循环跃迁进行态制备；第三，

作为能量最高的塞曼子能级，在场强极小值处最不容易发生自旋翻转导致的马约拉纳跃迁（Majorana Transition）损耗。下面我会介绍一下四极阱中的马约拉纳跃迁损耗，并说明我们是如何克服它的。

四极磁阱中的原子被囚禁在磁场零点附近，零点的场强方向是不均匀的。当原子运动经过零点时，磁场的方向会发生快速的变化，这时原子相当于感受到一个交变磁场，而原子的自旋无法跟上磁场变化的速度，同时在磁场零点所有塞曼子能级都简并，从而导致一个非绝热的能级跃迁问题。在这个过程中，原子有极大的概率跃迁至非囚禁态引发损耗。为了克服这一点，Cornell 和 Wieman 采取时间轨道势阱(Time-Orbiting Potential Trap，TOP)的方式，而 Ketterle 采用的是光塞(Optical Plug)技术。

TOP 阱是通过在四极阱的基础上另外加一个旋转的偏置磁场，使磁场零点做快速的圆周运动实现的。这时原子在时间的平均效应上感受到的磁场极小值非零，从而消除了零点。后续也发展出来了更简单的四极 Ioffe 组合阱（Quadrupole-Ioffe Configuration Trap, QUIC）[109]。而光塞方法更加的直接，利用一束聚焦的蓝失谐激光穿过磁阱中心，蓝失谐光会对原子产生排斥力，在磁场零点处形成一个光学势垒，使原子无法到达磁场零点。我们实验中采取的就是光塞堵零点的方法，光与原子相互作用偶极势的大小为：

$$U_{dip}(r) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3}\left(\frac{\Gamma}{\omega_0+\omega}+\frac{\Gamma}{\omega_0-\omega}\right)I(r) \tag{2.9}$$

其中，c 为真空光速，ω 为激光频率，ω_0 为原子共振频率，Γ 为激发态的自然线宽，$I(r)$ 为激光光强。所以在蓝失谐情况下，原子受到的为排斥力，在零点处当排斥力大于磁阱的向心力时，原子就被排斥到势垒周围。我们实验中即采用了这一方案。在磁转移的最后阶段，我们将一束 532nm 激光聚焦于磁阱零点处。该激光由山大宇光技术有限公司生产的 532nm 固体激光器提供，聚焦后的腰斑约为30μm，功率为18W。实验中发现，当激光功率低于 13W 时，光塞对磁场零点的堵塞效果显著下降，原子在马约拉纳跃迁作用下出现明显的损耗。图 2-15 展示了 532nm 绿光作用于原子云时的成像结果，分别为沿光路方向（水平，图 2-15(a)）和垂直光路方向（竖直，图 2-15(b)），可以清晰的看到光塞在磁阱中心形成的排斥区域。

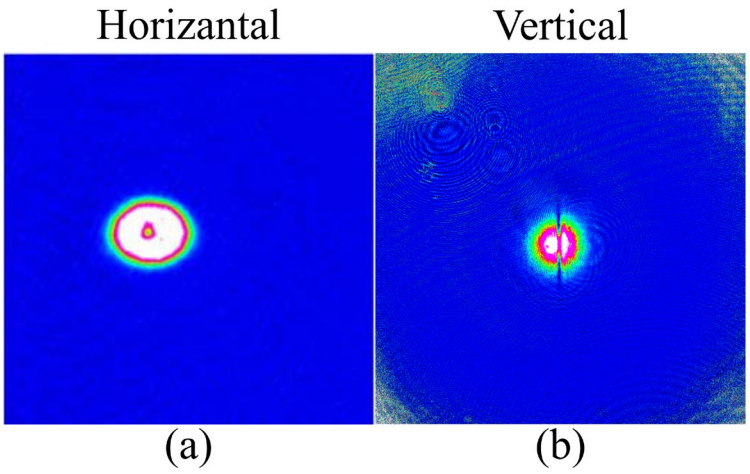

图 2-15 光塞磁阱零点

磁阱中的蒸发冷却通过射频场诱导的能级跃迁实现。因为磁阱中原子服从玻尔兹曼分布，其势能与局域磁场强度成正比，所以越靠近阱底（磁阱零点）的原子能量越低，而越处于磁阱边缘（B 越大）的原子能量越高。当一个频率为ν_{rf}的射频场作用到原子上时，满足共振条件的原子将发生能级跃迁：

$$\Delta E_{zeeman}=\hbar\nu_{rf}=\left|m_F g_F \mu_B B(r)-m'_F g_F \mu_B B(r)\right|=\Delta m_F g_F \mu_B B(r) \qquad (2.10)$$

通常我们将$m_F=2$的因禁态反转到$m_F=-2$非因禁态离开磁阱。

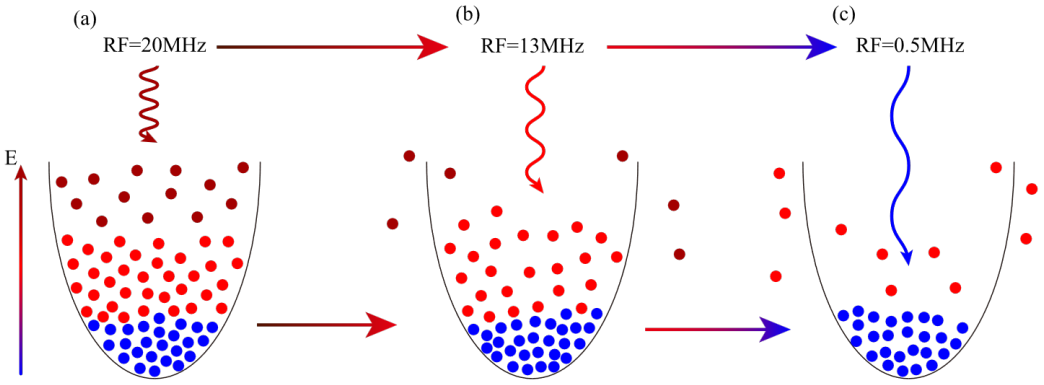

图 2-16 磁阱射频蒸发原理图

图 2-16 展示了我们实验中的蒸发过程的原理图。整个蒸发过程在时序上分为三步，初始时所有原子被囚禁于磁阱中，其空间分布对应不同的磁场值。施加一个初始频率较高的射频场，此时共振等磁面位于阱的边沿处，仅有能量最高的原子被翻转到非囚禁态而逃离阱外。这些高能原子被移除后，剩余原子通过弹性碰撞重新热平衡，温度下降。随后，逐步降低射频频率，共振等磁面向阱底移动，能量次高的原子被逐层移除。重复这一过程，即可将原子温度逐步降低，最终达到量子简并所需的纳开尔

文量级。在整个蒸发过程中磁阱的阱深都保持一致，图 2-17 为每一步蒸发后的原子在实空间的原位(In-situ imaging)成像。

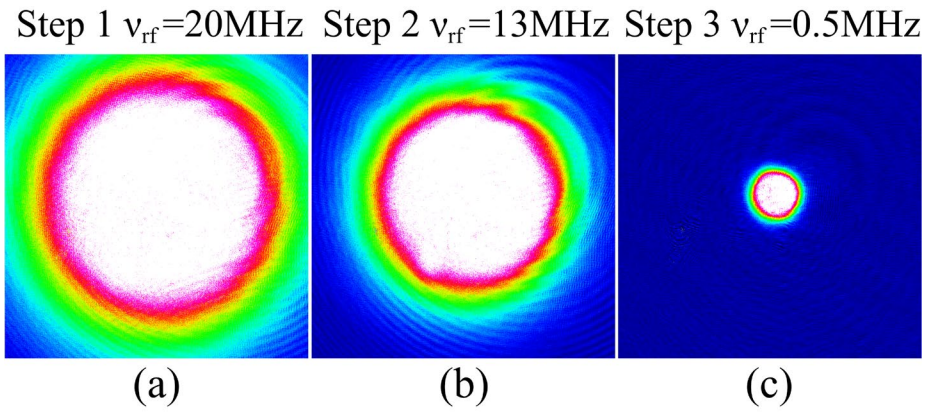

图 2-17 磁阱射频蒸发过程

在磁阱蒸发过程中，磁阱就好比一个“碗”，射频场就好像一把“勺子”，随着频率的降低不断从“碗”中移除能量高于当前阈值的原子，使剩余原子云的温度和能量持续下降，相空间密度大幅提升，以达到 BEC。然而，磁阱蒸发虽能有效冷却原子，却伴随着强磁场梯度的持续作用，这一磁场环境对原子的内态和能级结构有显著影响，不利于我们后续实验中所需的精确操控。我们需要在均匀磁场的环境中对原子进行操控。因此，我们必须将原子从磁阱中释放，并转移至光阱中继续冷却。但是转移过程本身不可避免地引入加热效应，当磁场撤去原子被装载至光学偶极阱时，其势能分布发生变化，原子云可能发生振荡或膨胀，导致温度上升。为补偿这一加热并进一步将原子冷却至量子简并，我们需在光阱中再次实施蒸发冷却。同时，为确保转移后光阱中仍保有足够数量的原子以进行后续实验，我们并未在磁阱中追求极限——即未在磁阱中直接实现 BEC，而是保留了一定的原子数和温度余量，待转移至光阱后再进行最终的蒸发冷却。

2.4.2 光阱蒸发冷却

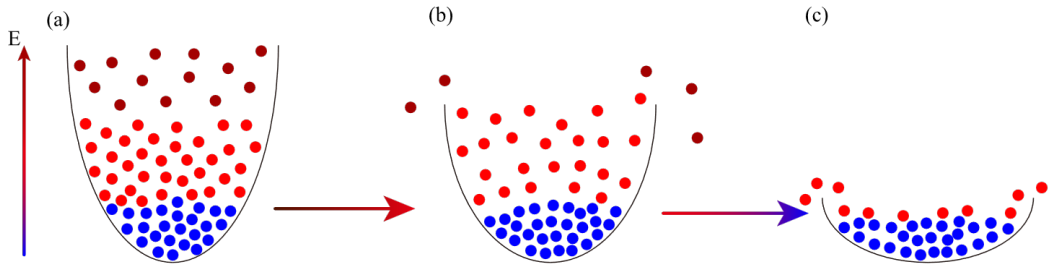

图 2-18 光阱蒸发原理示意图

光阱对原子的囚禁依赖于光学偶极力，根据式(2.9)可知，当激光频率低于原子共振频率（即红失谐，$\Delta<0$）时，偶极势为负值，原子被吸引至光强极大处。因此，两束红失谐激光以一定夹角交叉，可在交叉区域形成三维光学囚禁势阱，原子被束缚于两束光强极大值叠加的区域中心。我们实验中采用 1064 nm 固体激光器（山大宇光有限公司）作为光阱光源，该波长相对于^{87}Rb 原子的 D_1 和 D_2 线均为远红失谐，可有效抑制光子散射加热。受光路几何布局限制，两束光的夹角约为 110°，如图 2-19 中所示。

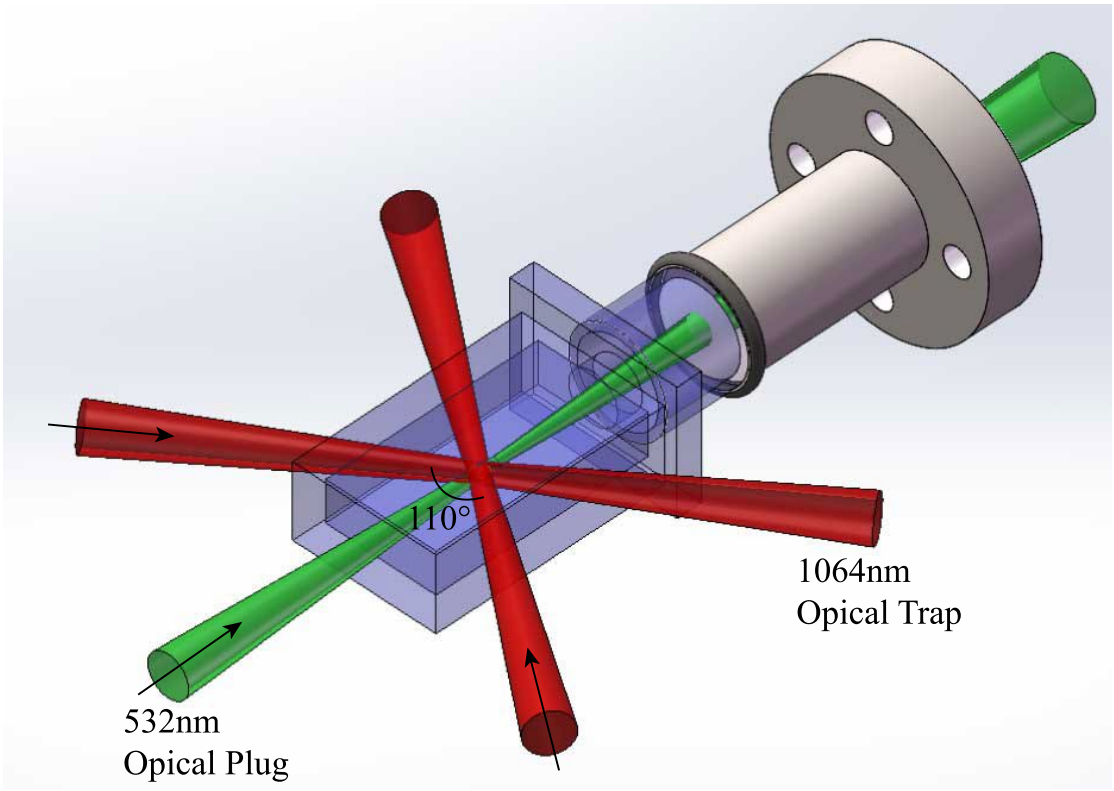

图 2-19 光学偶极阱和光塞

如果说磁阱射频蒸发是一种“主动蒸发”，那么光阱蒸发则是一种“被动蒸发”过程。图 2-18 展示了光阱蒸发冷却的原理示意图，其机制依赖于原子间的弹性碰撞：对于具有正散射长度的原子（如^{87}Rb，散射长度$a_s \approx 100a_0$），原子间相互作用为排斥性。这也是为什么绝大多数铷原子实验选择 ^{87}Rb 而不选择 ^{85}Rb。在光阱中，原子气体的热平衡通过弹性碰撞维持。当逐步降低光阱的阱深（即降低激光功率）时，能量高于阱深的原子将逃离囚禁区域，带走高于平均值的动能。剩余原子通过弹性碰撞重新建立热平衡，其温度随之下降。反复进行这一过程，即可将原子冷却至量子简并所需温度。这一过程的动力学可由蒸发冷却的基本速率方程描述，原子数的衰减满足：

$$\frac{dN}{dt}=-\frac{N}{\tau_{\text{evap}}} \tag{2.11}$$

其中 τ_{evap} 为蒸发时间常数。温度的变化与原子数的变化直接相关，有：

$$\frac{T'}{T}=\left(\frac{N'}{N}\right)^{\gamma} \tag{2.12}$$

其中 γ 为蒸发参量，它表示温度变化随原子数变化的指数关系。通常情况下 $\gamma>0$，说明蒸发过程温度降低伴随着原子数的损耗。图 2-20 展示了我们实验中光阱装载和蒸发过程的时序。

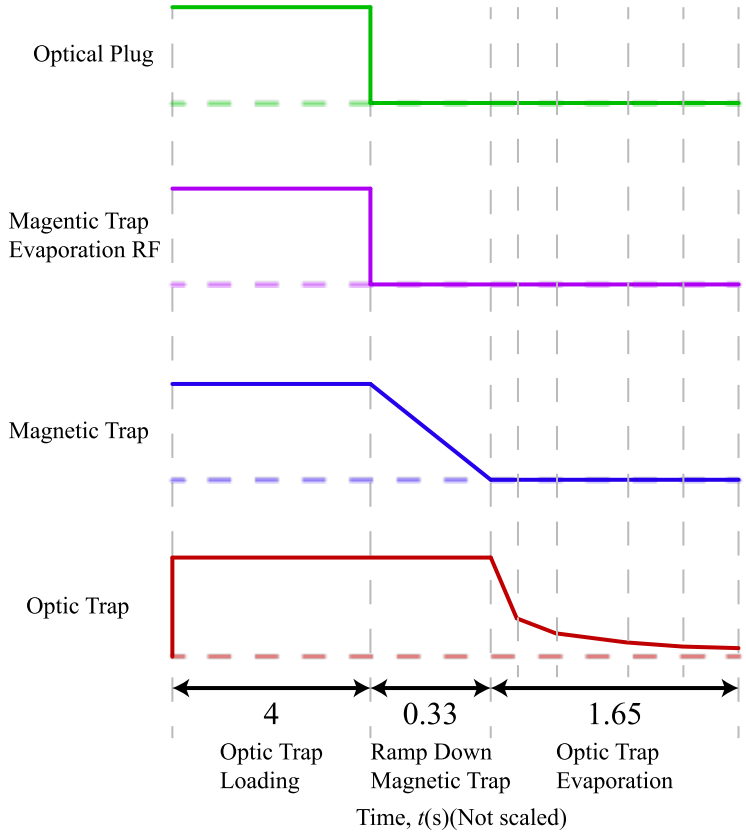

图 2-20 光阱装载和蒸发时序

在磁阱蒸发结束后，我们并未直接关断磁场，而是采用渐进关断（ramp down）的方式将磁场梯度缓慢降低至零，以避免原子因势阱突变而丢失。与此同时，两束 1064 nm 光阱激光已准备就绪，光阱也是渐进开启（ramp up）的原子在磁场撤去的过程中被装载至光阱交叉区域，两束光在交叉点的腰斑分别为 32μm 和 36μm 。为防止两束光在交叉区域发生干涉，我们采用声光调制器对两路光分别进行移频处理，一束移频+80 MHz，另一束移频-80 MHz。这样即使电控信号存在串扰，两束光的频率

差异也保证了它们在光学上的不相干，从而彻底消除干涉效应对囚禁势的调制干扰。此外，AOM 还充当快速光开关的角色，其响应时间在百纳秒量级。蒸发过程通过逐步降低光阱的激光功率实现，我们将蒸发过程划分为五个步骤，使光强随时间的的变化曲线尽量满足指数衰减的形式：

$$P(t) = P_0 e^{-t/\tau} \tag{2.13}$$

使用指数衰减的光强扫描的物理意义在于，在蒸发冷却初期，较快的阱深下降有助于快速移除高能量的原子。后续随着蒸发冷却的进行，下降速率逐渐放缓，以保证剩余原子有足够的时间通过弹性碰撞重新达到热平衡，从而最大限度地抑制加热效应，整个蒸发过程持续时间约为 1.65s，图 2-21 展示了在实空间原位成像下交叉偶极

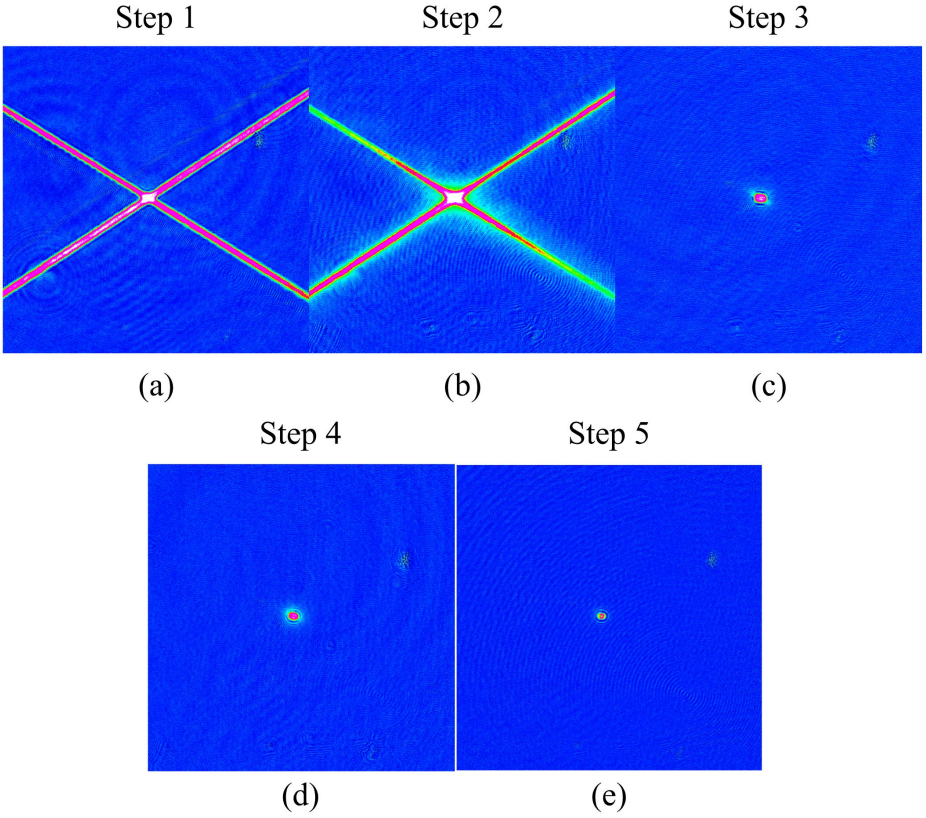

图 2-21 原位成像光阱蒸发过程

阱中每步蒸发后的原子云分布。在光阱蒸发初期，图 2-21(a)，我们可以看到由于激光功率较高，除了中心交叠部分，原子充斥在整个光路中。随着蒸发的进行，激光功率逐渐下降，原子云体积收缩。经过五步蒸发后，最终得到了 5×10^5 个超冷 ^{87}Rb 原子，光阱的径向束缚频率为 $f_r = 2\pi\times115\text{Hz}$，轴向的束缚频率为 $f_a = 2\pi\times80\text{Hz}$。但是我们并不能从原位成像得到原子的相空间密度，要判断原子云是否达到 BEC 需要进行相空间（动量空间）的成像。

图 2-22 为飞行时间展开（Time of Flight, TOF）18 ms 的吸收成像结果，对应从光阱装载至蒸发完成各阶段的原子分布演化。第一幅图像为光阱装载后、蒸发开始前的 TOF 成像结果，此时原子云呈现宽展的高斯分布，表明原子温度较高，远远未达到量子简并区域。随着蒸发步骤的推进，原子云逐渐收缩，中心区域密度不断增高。至最后一幅图像，原子分布已呈现典型的双模结构（Bimodel），如图 2-22(f)所示。图中心区域白色和红色部分的原子云分布服从二次型函数，表明这部分的原子已经达到了玻色爱因斯坦凝聚态；而外圈呈现为绿色部分的原子云则服从高斯分布，表明原子的温度较高，原子的状态没有凝聚到能量最低态，这部分为热原子。我们将二次型模式和高斯模式同时存在的情况成为双模结构，这是玻色爱因斯坦凝聚态形成的重要特征之一。实验上也可以通过调控光阱蒸发的参数使热原子彻底离开，最终仅剩凝聚态部分。

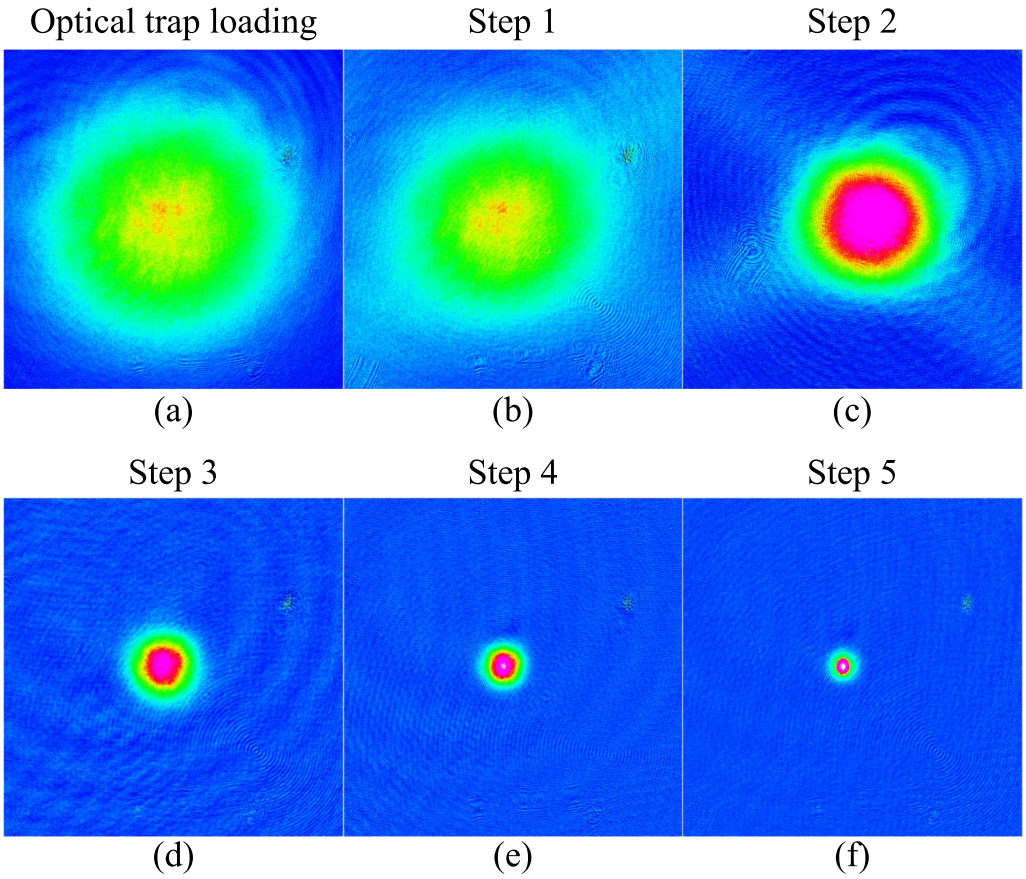

图 2-22 光阱装载和蒸发过程的时间飞行成像

2.5 量子气体显微成像系统

为了实现对单个原子及其自旋态的高分辨率成像与操控，2009 年，哈佛大学的 Markus Greiner 等人和慕尼黑马克思普朗克量子光学所的 Immanuel Bloch 等人几乎同一时间实现了对光晶格中单个 ^{87}Rb 原子的高保真度成像[110]。这一突破性进展首次将宏观量子系综的制备能力与单原子分辨的探测能力结合在了一起，为直接观测量子多体系统中的微观关联开辟了全新的途径。

我们实验平台也自行设计并搭建了量子气体显微成像系统，其中最关键的部件是位于 Science Cell 正下方的高分辨显微物镜。图 2-23 展示了我们系统中高分辨物镜的支撑与调节结构。该物镜购自 Special Optics 公司，是量子气体显微镜的核心光学元件，用于实现对单个原子及其空间分布的高保真成像。物镜的关键参数如下：数值孔径（Numerical Aperture, NA）为 0.69，有效焦距 18 mm，工作距离 11 mm（2mm air+4mm Pyrex+5mm vacuum）。

物镜被固定于一个经过发黑处理的陶瓷支架上。该支架采用螺纹设计，通过旋转支架可实现对物镜高度的粗调；调至合适位置后，使用卡扣锁死以确保机械稳定性。之所以选用陶瓷材料，是因为整个支架位置与二级磁阱线圈十分接近。在高磁场变化过程中，导电材料会产生感生涡流，进而引入磁场扰动并导致发热。陶瓷作为不导电材料，可有效避免这一问题。同时，为降低支架表面杂散光对成像信噪比的影响，我们对陶瓷支架进行了发黑处理，以最大限度抑制反射光进入成像光路。

陶瓷支架上方与一个倾角调节器（Newport, TTN80）相连。该调节器提供两个维度的倾角调节功能，用于精细调整物镜的光轴方向，确保原子平面始终与物镜的焦平面保持平行，这是实现高分辨率成像的关键条件之一。倾角调节器下方安装有一台三维压电陶瓷位移台（PIEZOSYSTEM JENA, TRITOR 102 CT CAP）。该位移台用于实现物镜位置的亚微米级精细调节，以补偿热漂移和机械装配误差，确保原子云精确位于物镜的焦深范围内。由于压电陶瓷的行程较短，其底座下方还配置了一个 X-Y 轴平移台，用于对物镜水平位置进行粗调，满足较大范围内的定位需求。

在压电陶瓷位移台与 X-Y 轴平移台之间，设有一个专用支架，内部安装了一个双色镜（532T/780R）和一个反射镜。携带原子信息的荧光信号或者 Probe 光经过物镜收集后，首先通过双色镜，该镜片对 532nm 光高透，对 780nm 光高反。然后再进入成像光路，最终进入相机。支架底部的反射镜则为后续实验预留，用于引入额外的光路。

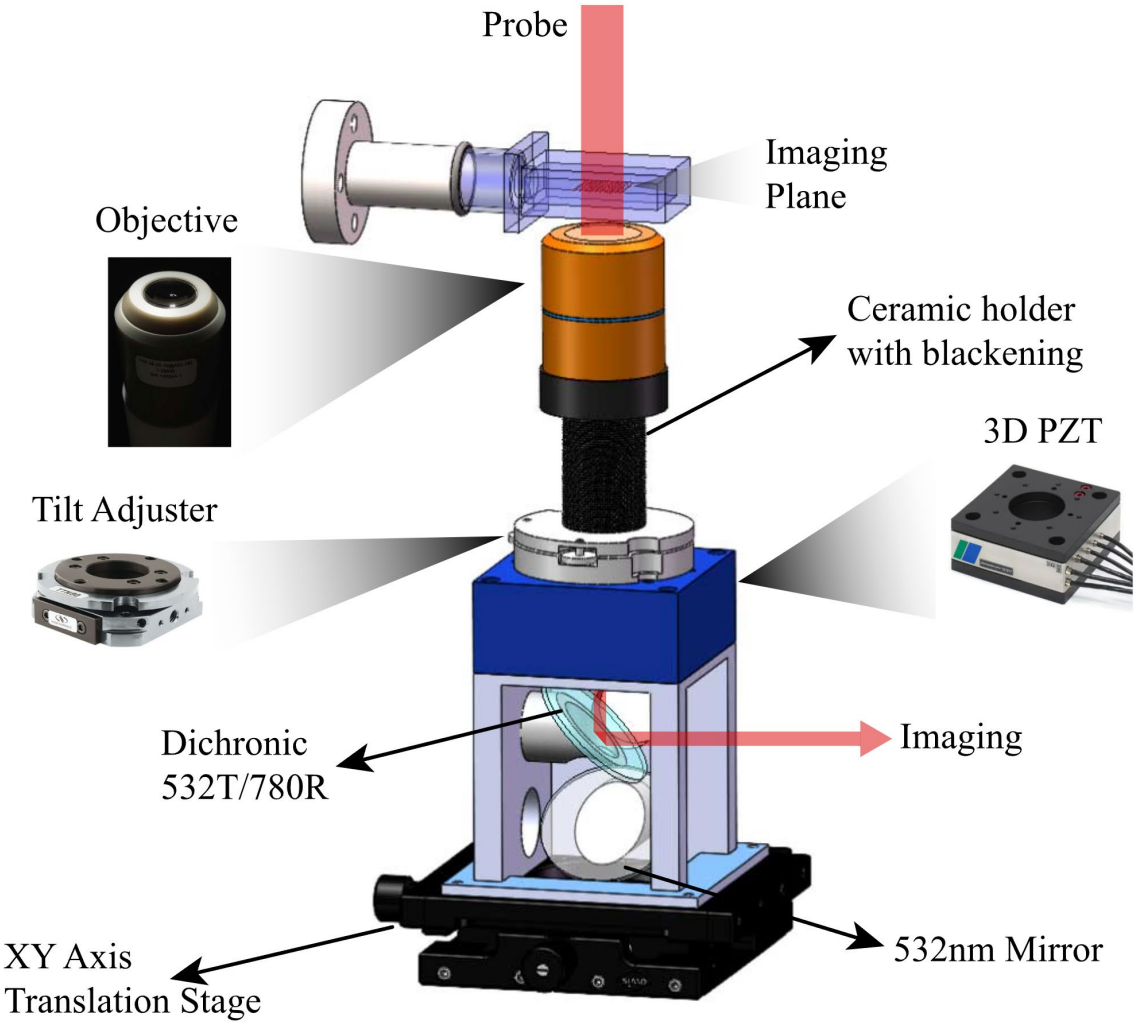

图 2-23 高分辨物镜系统

2.6 总结与讨论

本章详细介绍了我们用于 ^{87}Rb 玻色-爱因斯坦凝聚制备的超冷原子实验平台，并系统阐述了从原子俘获到量子简并的完整实验流程。实验平台主体由多级真空系统构成，一级腔体通过原子源供应 ^{87}Rb 原子，由离子泵维持高真空环境；二级腔体与一级腔体之间通过差分管实现压强梯度隔离，确保 Science Cell 达到超高真空条件。

在原子制备方面，我们首先利用 3D MOT 俘获并冷却原子，随后通过光学黏团将原子温度降至亚多普勒量级。为将原子输运至二级 Science Cell，我们设计了由 13 对反亥姆霍兹线圈构成的磁转移系统，通过精确控制的电流时序实现原子在移动磁阱中的高效输运。磁阱蒸发冷却采用射频场扫描技术，结合 532 nm 光塞抑制马约拉

纳损耗，并采用五步指数衰减的光强扫描实施光阱蒸发冷却，最终成功实现 ^{87}Rb 原子的玻色-爱因斯坦凝聚。

最后，本章还介绍了量子气体显微镜系统中的高分辨物镜系统。通过陶瓷支架、倾角调节器、压电位移台及 X-Y 平移台组成的多级调节机构，实现对单个原子尺度的高保真成像。

本章所建立的超冷原子实验平台及 BEC 制备方案，为后续章节中基于光晶格的量子模拟与多体物理研究奠定了坚实的实验基础。

3 准二维超冷量子气体的制备

本章旨在介绍声光偏转器（Acousto-optic defector, AOD）的基本原理和实验特性，并进一步展示如何利用声光偏转器构建可调周期的手风琴光晶格，最终实现准二维BEC。首先，我们将系统阐述二氧化碲（TeO_2）反常声光偏转器的工作原理、衍射效率优化方法，同时将其与声光调制器（Acousto-optic modulator，AOM）对比，探讨了反常布拉格型声光偏转器独特的声光相互作用机制及其在光学实验中的应用优势。随后，基于该器件设计并实现一套可动态调节晶格周期的光学系统，详细介绍其光路设计、调节流程及对准二维 BEC 的绝热加载过程。最后，我们将讨论准二维体系中的物理特性及其在量子模拟中的潜在应用。

3.1 低维量子系统

低维量子系统通常是指低维量子材料，传统上，低维物理主要在凝聚态材料体系中进行研究，例如二维电子气、薄膜超导体以及层状材料等[111,112]。在低维中，由于电子运动受到强烈限制，它会出现大量三维条件下没有的新奇量子现象和独特的性质。然而，真实材料往往存在晶格缺陷、杂质散射以及相互作用不可控等问题，这些复杂的因素会掩盖许多本征的量子效应，从而限制了对低维量子物理的深入研究。

而超冷原子量子气体的出现为研究低维量子体系提供了一个纯净的理想平台。我们通过光学偶极阱和光晶格可以精确控制原子的空间维度、相互作用强度以及外部势能结构。我们利用声光偏转器构建了一种可动态调节周期的手风琴光晶格（Accordion optical lattice）。通过改变干涉光束之间的夹角，可以使光晶格周期连续变化，从而在实验中实现强各向异性束缚势，并最终获得准二维超冷原子气体体系。这一技术不仅为研究低维量子多体现象提供了重要工具，同时也为量子模拟和量子信息技术提供了新的实验平台。

3.2 声光偏转器和声光调制器的工作原理

3.2.1 正常与反常声光相互作用

AOD 和 AOM 都是基于声光效应的声光调制器件, 主要包含压电换能器、声光介质和声吸收器。声光偏转器主要用于精准、快速、大角度和高分辨率地控制光束指向性, 而声光调制器主要用于光束频率、相位和强度的调控。压电换能器通过逆压电效应将射频信号转换为机械振动, 并产生相同频率的超声波, 再通过压电换能器和声光介质间的键合层将超声波导入声光介质晶体中。超声波会对介质折射率产生周期性调制, 从而在介质中形成一个类光栅结构, 光栅常数等于超声波的波长。激光穿过声光介质就会发生衍射, 一级衍射光的偏转角度为

$$\theta=\left(\frac{\lambda}{v}\right)f \tag{3.1}$$

式中，λ为真空激光波长，f为超声波频率，v为超声波在声光介质中的速度。因此，偏转角度θ与超声波频率f成正比，与声速v成反比。AOD 就是通过改变超声波频率f控制激光束的指向，并且声速越小，偏转角度越大。

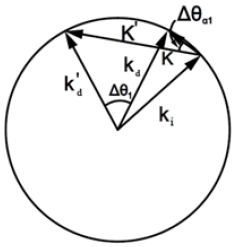

图 3-1 正常声光相互作用几何关系

声光效应依据声光相互作用区域的特性可分为拉曼-奈斯（Raman-Nath）声光效应和布拉格（Bragg）声光效应。 拉曼-奈斯声光效应对应于较低频率的超声波和较短的声光互作用区域，允许激光以多个角度入射, 并同时产生多级正负对称的衍射光, 其一级衍射效率较低，通常不超过 33.9%。由于具备多级衍射特性，该效应广泛应用于超声传感、光学信号处理、激光技术等领域，通过实现多通道的信号分离与调制，极大地提升了系统的灵活性和处理效率。

布拉格声光效应的超声波频率高且声光互作用区域长, 对入射光角度具有严格要求, 当激光以布拉格角入射时，一级衍射效率可达到 100%，所以激光利用率高。此外，声光效应根据入射光和衍射光的偏振特性（相位匹配条件）可分为正常声光效应和反常声光效应。正常声光效应中的入射光与衍射光的偏振相同，只利用 o 光（或 e 光）进行相位匹配，一般由超声纵波引起。反常声光效应中入射光与衍射光的偏振方向不同, 利用 o 光和 e 光进行相位匹配，一般由超声切变波引起，$\boldsymbol{k}_{\mathrm{i}}$为入射光波失

（e 光），$\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}$ 为衍射光波失（o 光），$\boldsymbol{K}$ 为声光介质中的声波波矢，三者满足动量守恒定律：$\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}=\boldsymbol{k}_{\mathrm{i}}+\boldsymbol{K}$，如图 3-1 所示，而反常声光效应为实现高衍射效率和宽工作频率范围，通常将中心频率设定在极值频率处，此时声波矢量与衍射光折射率曲面相切，即声波矢量 $\boldsymbol{K}_0$ 与衍射光波矢量 $\boldsymbol{k}_{\mathrm{d0}}$ 互相垂直，图 3-2 展示了反常声光相互作用的几何关系。

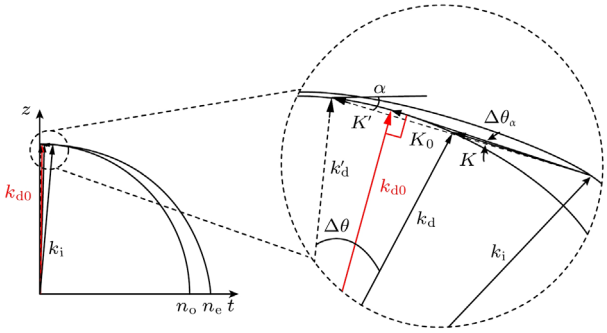

图 3-2 反常声光相互作用几何关系

注：t 轴为 TeO_2 的[110]轴（超声切变波方向），z 轴为 TeO_2 的[001]轴（入射光方向）。n_o 和 n_e 分别为 o 光、e 光的折射率球面。$\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}\sim\boldsymbol{k}'_{\mathrm{d}}$ 为工作频率范围的两个极大点衍射矢量，$\Delta\theta$ 为工作频率范围内的两个极大点衍射偏转角。α 为超声切变波矢量与 t 轴的夹角。

所以相较于正常声光互作用，反常声光效应利用小的超声发散角 $\Delta\theta_\alpha$ 和一定的射频工作频率范围可实现高衍射效率和较大衍射偏转角 $\Delta\theta$。因此，AOD 常用反常 Bragg 声光效应。

利用 TeO_2 单轴晶体中切变波构成的反常布拉格衍射器件是目前性能最好的声光偏转器。TeO_2 晶体是一种无色透明的高品质因数声光材料，属于四方晶系中的 422 晶类，无对称中心，具有良好的双折射和旋光特性，透明波段为 0.35—5.00 μm，覆盖整个可见光范围，被广泛用于声光介质。介质中的光衍射效率主要由声光优值 $M=n_{\mathrm{i}}^3n_{\mathrm{d}}^3p^2/(\rho v^3)$ 决定，式中 n_{i} 为入射光介质折射率，n_{d} 为衍射光介质折射率，p 为声光系数，ρ 为密度，v 为声速。在 TeO_2 单晶中，沿[110]方向传播的超声波为切变波（v=0.617km/s），比一般固体中声速要慢 5—10 倍，因此 TeO_2 声光偏转器具有较高的声光优值。

声光介质的声学和光学特性可以通过声光衍射来测量。当超声波选择沿声光介质 TeO_2[001]方向入射到声光偏转器，得到的衍射光分布图称为舍弗-伯拉曼（Schaefer-Bergmann）图，图 3-3 展示 532nm 激光通过 AOD 得到的 Schaefer-Bergmann 图，-1，0，+1 级衍射光分别有一套四角花瓣。通过上文偏转角度公式可知衍射角与声速成反比，因此在声速最慢的两个方向（即[110]，[$\bar{1}$10]方向）衍射角或偏转角最

大。衍射效率由超声波传播方向的声光优值 M 决定，声光优值与声速 v^3 成反比。图 3-3 超声切变波是沿[110]方向传播，其声光优值 M 最大，因此，在 Schaefer-Bergmann 图上沿[110]方向的衍射光是最强的。

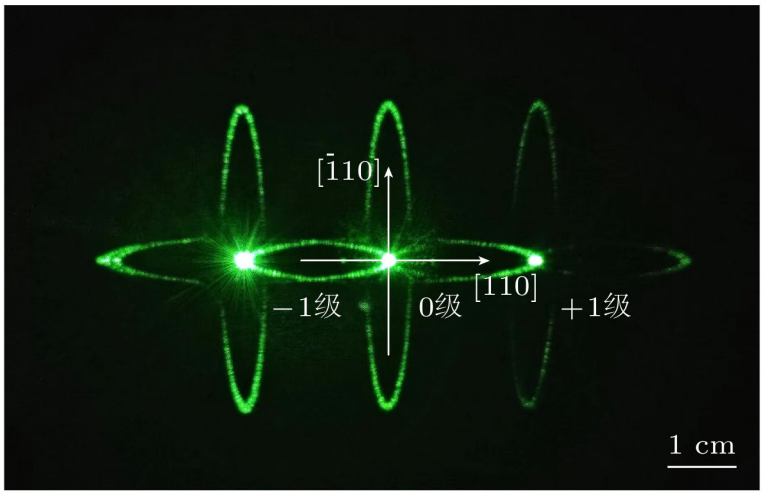

图 3-3 声光偏转器 Schaefer-Bergmann 图

舍弗－伯拉曼图是一种特殊的衍射图样，最早用于研究各向异性晶体中的声速分布。在声光介质二氧化碲的反常布拉格衍射中，声波和光波的相互作用通常在一种特定几何构型下发生：入射激光沿主轴[001]方向进入晶体；超声波则在[001]面内各个方向均有分布。在这种构型下，不同方向上传播的声波与光相互作用后，会在远场产生一系列角度各异的衍射光束。由于衍射角 θ 与局部声速 v 成反比（$\theta \propto 1/v$），最终在远场得到的衍射图样轮廓，恰好反映了晶体中不同方向声速的倒数图像，也就是所谓的倒声速图，于是衍射屏上便出现了 Schaefer-Bergmann 图，这实际上是一种“光探测声波速度各向异性”的可视化手段。

虽然在正常声光效应中，也存在着舍弗－伯拉曼图。但是在该声光调制器的正常声光效应实验中，很难观测到舍弗－伯拉曼图。这主要有以下几点原因：①AOM 的声光介质为二氧化碲，超声波是从[001]轴入射，AOM 中的声速是 AOD 中的 7 倍，因此衍射角非常小；②衍射效率由超声波传播方向的声光优值决定，速度越快声光优值越低，因此衍射效率非常低；③相较于 AOD，AOM 的换能器更小。综上，我们很难在 AOM 中观察到 Schaefer-Bergmann 图。

对于 AOD 来说，可分辨点数 N（决定偏转器的容量）和偏转时间 τ（决定偏转器的光束偏转速度）也是十分重要的参数。可分辨点数表示光束偏转范围内可分辨出的光斑数，$N = \Delta\theta / \Delta\phi$，式中 $\Delta\theta = \lambda\Delta f / v$ 为总扫描角（Δf 为频率宽度），$\Delta\phi = R\lambda / W$ 为光束发散角，W 为光束沿超声切变波传播方向的宽度，R 为常数（标定光束性质和

可分辨判据）。可分辨点数在激光寻址、激光阵列等应用中是非常重要的参数。偏转时间表示超声切变波穿过光束所用的时间，$\tau = W / v$。通常的正常布拉格衍射器件 $N \le 10$，反常布拉格衍射器件 $N \ge 10$，而 TeO_2 声光偏转器的可分辨点数可实现上百甚至超过一千。但是获得高分辨率点数要以降低偏转速度为代价, 所以在实际应用中需要选择合适的偏转器参数。

AOM 的工作原理与 AOD 基本相同, 但工作特点和应用场景有所区别。偏转器需要大的可分辨点数因此入射激光束需要进行扩束和准直, 使光束的发散角 $\Delta\phi$ 尽量小。而 AOM 对可分辨点数没有任何要求（实际上只需要 N=1），而主要考虑的是调制速度，因此入射激光需要透镜聚焦在声光介质内部，通过缩小激光束腰斑提高超声渡越时间。另外，通过提高超声波速度也可以提高调制速度，TeO_2 单晶沿[001]方向传播的超声波为纵波（$v = 4.26\text{km/s}$），远大于沿[110]方向传播的超声切变波速度, 因此声光调制器的超声波入射方向为 TeO_2 单晶的[001]方向。

另外，为满足实际的实验需求，AOD 在设计时还包含一些特殊的考量。晶体的入射面与出射面设计有微小的斜切角。这一设计的目的是使中心频率处的-1 级衍射光与入射光路保持共线，便于后续光路的搭建。当无射频信号输入时，由于斜切角的存在，0 级光会发生偏折，与入射光不重合；而当施加中心频率的射频信号时，满足反常布拉格条件的-1 级衍射光恰好与入射光路重合。因为在很多实验中，我们需要两个声光偏转器联合工作，以实现激光在 x-y 二维空间内的扫描。为了使来自第一级声光偏转器的衍射光能够顺利耦合进入第二级声光偏转器，需确保中心频率处的衍射光与入射光方向平行（或重合）。为此，声光介质的入射面与出射面通常设计为具有一个小的修正角或斜切角（即不平行），从而实现衍射光与原始光路的方向匹配。这种结构显著提升了系统搭建的灵活性和集成度，特别适用于二维扫描系统的光路设计。相比之下，声光调制器的主要功能是对光束的强度或频率进行调制，而非用于空间扫描。因此，其入射面与出射面通常设计为平行即可满足应用需求，无需引入修正角。当然，若在某些特定场景下需要实现入射光与衍射光方向的重合，也可以通过设计适当的修正角来实现。

3.2.2 声光偏转器与声光调制器的实验比较

我们实验上对比的 AOD 和 AOM 型号分别为 AA DTSX-250 和 G&H 3110-140，这两个也是我们后续实验使用的型号。激光波长为 532nm 的全固态单频激光器，其输出经过针孔空间滤波和透镜后，获得腰斑为300μm的 TEM_{00} 模式高斯光束。为了

保证衍射过程稳定且可调，AOD 和 AOM 都水平安装在三维光学调整架上，位于透镜后高斯光束的束腰处，可在 x-y 平面内旋转θ并在 y-z 面内旋转β，如图 3-4 中所示。其中，θ=0°和β=0°对应于满足-1 级衍射宽频偏转时中心频率处的角度（对应 AOM 的-1 级衍射效率最高时的角度）。考虑 AOD 的衍射效率对入射光偏振高度敏感，实验中通过半波片和偏振分束棱镜实现偏振的选择和纯化，以控制入射偏振态。射频信号通过射频开关和功率放大器后输入 AOD（功率约为 30dBm），驱动其产生衍射效应。

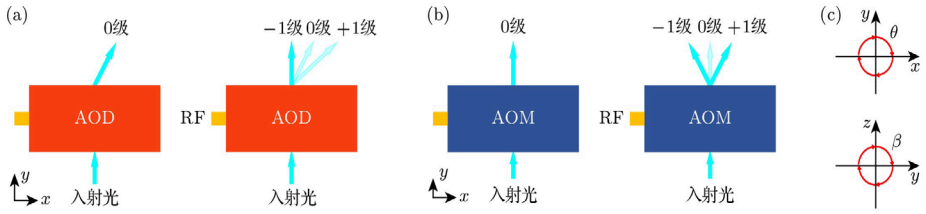

图 3-4 AOD、AOM 的 0 级光和±1 级衍射光

图 3-4 展示了 AOD、AOM 的 0 级光和±1 级衍射光，其中 3-4(a)图为无射频信号输入时，入射光注入 AOD，0 级光会偏折，与入射光不重合。当射频信号以中心频率（f_0=82MHz）输入时，±1 级衍射光在 0 级光的左右两侧，-1 级衍射光与入射光路重合；(b)图为无射频信号输入时，入射光注入 AOM，0 级光未发生偏折，与入射光路重合。当射频信号以中心频率输入时，±1 级衍射光在 0 级光的左右两侧。

我们首先来讨论 AOD，入射光为水平偏振时，调整声光偏转器的角度θ，当衍射满足布拉格条件时，可依次观察到-1 和+1 级衍射光功率由弱到强的变化。其中-1 级衍射有两次满足布拉格条件，分别为（θ=0°，β=0°）和（θ=3.9°，β=5.61°），如图 3-5(a)所示。当（θ=0°，β=0°）时，带宽为 45MHz，这里带宽我们取高于最高衍射效率 80%的范围，如图 3-5(b)所示。这是因为在实际实验过程中，如果衍射效率降低到 50%，不足以满足实验需求，就没有意义了。衍射光为垂直偏振，与输入光的偏振正交，满足反常声光效应的特点，为实验所需的宽频偏转条件。当（θ=3.9°，β=5.61°）时，-1 级衍射带宽变为 13MHz，如图 3-5(c)所示，最高衍射效率仅为 67%；+1 级衍射有一次满足布拉格条件（θ=7.8°，β=6.01°），最高衍射效率为 74%，带宽为 15MHz，如图 3-5(d)所示。这两种情况的衍射光偏振与入射光偏振基本相同，但具有轻微椭圆偏振分量。

当入射光的偏振在垂直方向时，调整声光偏转器，-1 级衍射有一次满足布拉格条件（θ=2°，β=5.21°），如图 3-5 所示，带宽为 15MHz，最高衍射效率为 67%，如图 3-5(f)所示。+1 级衍射有两次满足布拉格衍射条件，分别为（θ=4°，β=0°）和

（θ=5.8°，β=6.42°）。当（θ=4°，β=0°）时，带宽为 4MHz，如图 3-5(g)所示，最高衍射效率为 95%；当（θ=5.8°，β=6.42°），带宽也仅为 11MHz，如图 3-5(h)所示，最高衍射效率为 76%。该状态的衍射光偏振与入射光偏振基本相同，但也具有轻微的椭圆偏振分量。

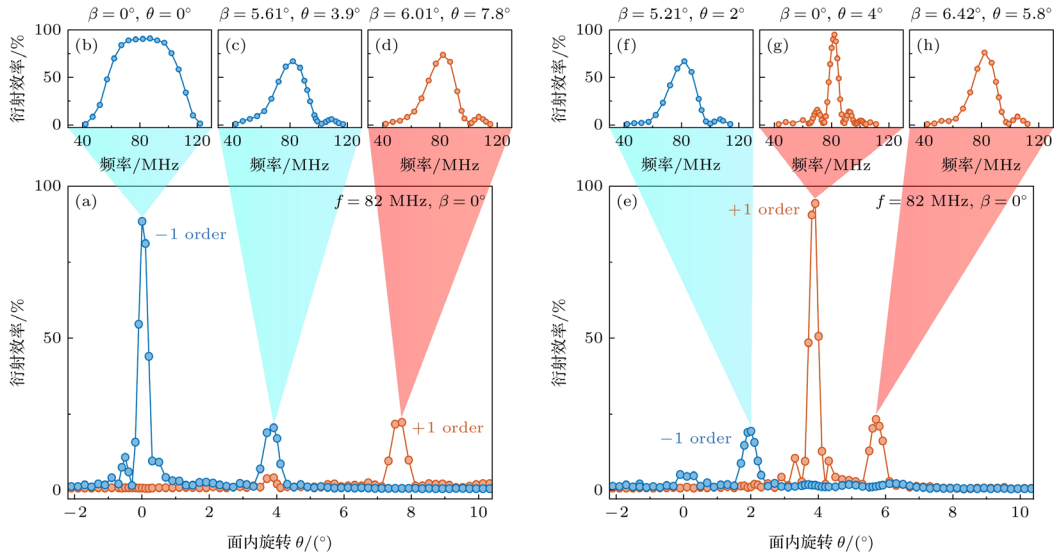

图 3-5 AOD 的衍射效率与水平、垂直偏振光及入射角度的关系

注：蓝色线、红色线分别为–1，+1 级衍射光效率。(a)入射光为水平偏振，–1 级有两次衍射极值，第一次衍射极值条件(b)满足反常声光互作用，衍射光为垂直偏振，带宽为 45MHz，满足高效率、大角度偏转的要求；其余情况((c),(d))的衍射带宽仅为 13MHz 和 15MHz；(e)入射光为垂直偏振，–1 级(f)、+1 级((g),(h))衍射光不满足反常声光互作用条件，高效率衍射带宽分别为 15MHz,4MHz,11MHz。

之后，我们将 AOD 更换为 AOM 进行同样的测试。当入射光为垂直偏振时，-1 级衍射和+1 级衍射带宽分别为 58.5MHz 和 69MHz，最高衍射效率分别为 73.1%和 75.1%，如图 3-6(a)-(c)所示。衍射光均为与入射光相同的垂直偏振。当入射光为水平偏振时，-1 级衍射和+1 级衍射带宽分别为 52.5MHz 和 48MHz，最高衍射效率分别为 76.7%和 79.5%，如图 3-6(d)-(f)。衍射光均为水平偏振，与入射光偏振方向一致。因此，实验中的 AOM 为正常布拉格声光效应。

进一步的，我们通过改变射频频率，测量 AOD 与 AOM 的-1 级衍射光的角度控制性和偏转时间。对于 AOM 来说，偏转角为 0.842mrad/MHz，偏转时间为 10.5 μs；对于 AOM，偏转角仅为 0.133mrad/MHz，偏转时间为 5 μs 。可以看出，AOD 的偏转角灵敏度更高，通过反常声光效应实现高衍射效率、宽频偏转调节范围和较大偏转角，适用于高速、高精度的光束扫描与控制，可应用于原子阵列操控和手风琴光晶格等领域。而 AOM 则利用正常声光效应，虽然偏转角范围很小，但是响应速度却更快。

通常情况下，AOM 适配更小的光斑尺寸，典型的响应时间为百纳秒量级，极限情况下可以实现几十纳秒的开关时间，更适合用于激光控制和光强反馈方面。

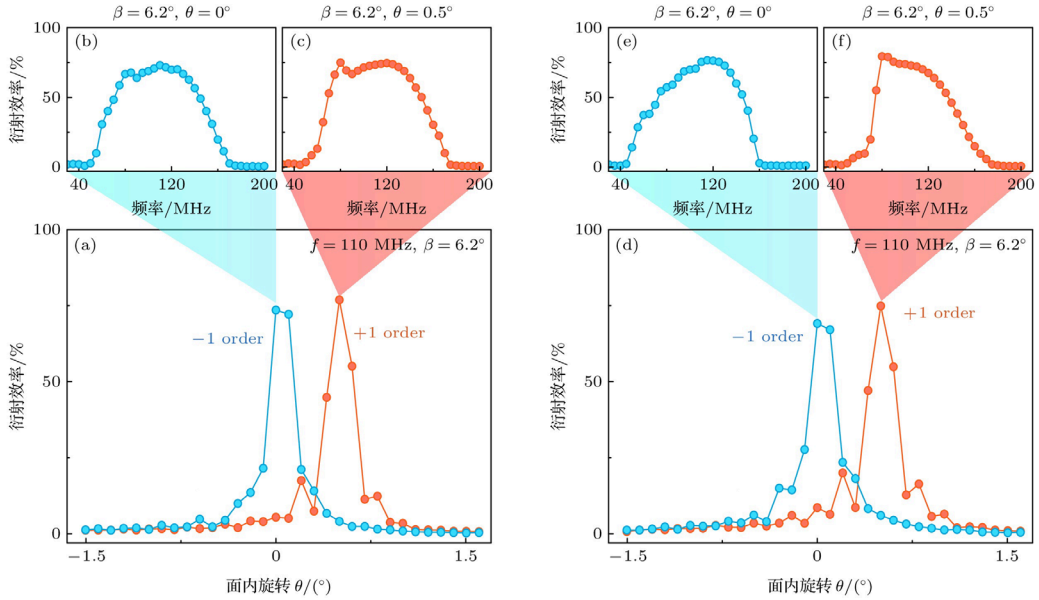

图 3-6 AOM 的衍射效率与水平、垂直偏振光及入射角度的关系

注：青色线、红色线分别为 -1, +1 级衍射光效率 (a)-(c) 入射光为垂直偏振；(d)-(f) 入射光为水平偏振。

3.3 手风琴光晶格

在研究二维量子气体时，我们通常需要将原子囚禁在一个维度上受到强约束，而在另外两个维度上保持自由或者弱束缚的势场中。实验上实现这种囚禁势的常见方法包括使用单束红失谐激光聚焦形成光学片状势阱，或者使用蓝失谐激光形成一维光晶格将原子束缚为多个二维层状结构。前者虽然可以直接形成单层结构，但往往受限于束腰尺寸，原子数目较少。而后者虽然可以装载大量原子，但原子分布在多个晶格层中，且层间耦合的存在使得系统偏离理想的二维行为，不利于我们的研究和控制。为了解决多层问题，许多研究小组发展出了多种解决方案。例如，可以通过在一维光晶格的基础上叠加一个额外的梯度磁场，利用塞曼效应对不同层间的原子施加不同的共振频率，从而选择性的移除目标层以外的原子。还有采用高分辨的单格点寻址技术，通过聚焦激光束逐点移除不需要的原子。

然而，这些方法都会伴随着原子数大量的损失。手风琴光晶格(Accordion lattice)技术的出现为解决上述问题提供了全新的思路。在手风琴光晶格中，两束激光以一定的角度相互交叉，从而形成一维干涉图案。对于两束高斯光束而言，在光束传播方向

垂直的平面内干涉图案的轮廓将是一个具有高斯包络的正弦曲线。高斯包络内的光强分布呈周期性结构形成光学晶格，其周期可以通过改变两束入射光的交叉角度进行控制，这种方式形成的一维光晶格的周期性结构类似于手风琴的风箱，因此被大家称为“手风琴光晶格”。手风琴光晶格用于压缩原子云的原理是：先将晶格周期处于较大的状态，然后将 BEC 装载入晶格中，接着逐渐减小晶格周期常数。在我们的实验中，是将三维 BEC 原子云逐步压缩至二维形态。

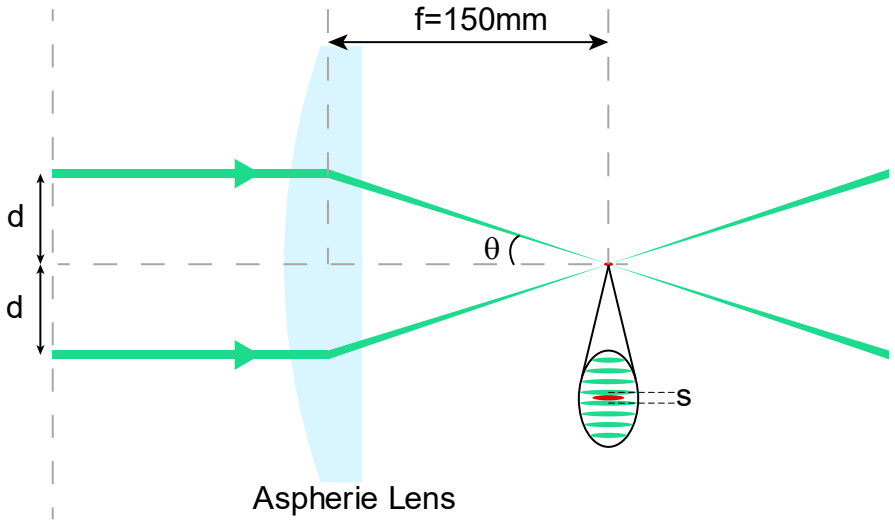

图 3-7 典型的手风琴光晶格原理图

手风琴光晶格的核心工作机制是通过改变两束相干光在聚焦透镜前的间距，从而改变它们在透镜焦平面处的干涉夹角，以实现晶格周期的动态调节。图 3-7 展示了手风琴光晶格的核心思想，当两束频率相同，偏振方向一致且平行于光轴的平行光经过同一个透镜后汇聚于焦点上，此时在垂直于光轴的焦平面（即 x-y 平面，设光沿 z 方向转播）上两束光会发生干涉效应，形成的场分布为：

$$U(\boldsymbol{r})=\sqrt{\frac{8k\sqrt{z_{Rx}z_{Ry}}P_1}{\pi c\varepsilon_0}}\frac{e^{i\phi/2}}{f}\exp\left[-\frac{ik}{2f^2}(q_x x^2+q_y y^2)\right]\cos\left(\frac{kd}{f}y+\frac{\phi}{2}\right) \tag{3.2}$$

其中，P_1 为单束光的功率，d 为光束到透镜光轴的距离，ϕ 是两束光之间的相对相位差，f 是透镜的焦距。将场的分布经过时间平均之后我们可以得到光强分布为：

$$\langle I(\boldsymbol{r})\rangle=\frac{4k\sqrt{z_{Rx}z_{Ry}}P_1}{\pi f^2}\exp\left[-\frac{k}{f^2}\left(z_{Rx}x^2+z_{Ry}y^2\right)\right]\sin^2\left(\frac{kd}{f}y\right) \tag{3.3}$$

这个公式表明了光晶格在 y 方向（竖直方向）上，同时还有一个高斯包络的背景，当然在 x 方向上也有一个高斯包络背景，这是因为我们使用的是高斯光。x-y 方向上高斯包络的宽度是：

$$\omega_x = f\sqrt{\frac{2}{kz_{Rx}}} = \frac{\lambda f}{\pi\omega_{0x}}, \quad \omega_y = f\sqrt{\frac{2}{kz_{Ry}}} = \frac{\lambda f}{\pi\omega_{0y}} \tag{3.4}$$

其中，ω_{0x} 和 ω_{0y} 为光束经过透镜前的腰斑大小，λ 为激光波长，由此我们可以将光强分布改写为：

$$\langle I(\boldsymbol{r})\rangle = \frac{2P_1}{\pi\omega_x\omega_y}\exp\left[-\frac{2x^2}{\omega_x^2}-\frac{2y^2}{\omega_y^2}\right]\sin^2\left(\frac{kd}{f}y\right) \tag{3.5}$$

图 3-8 展示这种手风琴光晶格的光强分布。

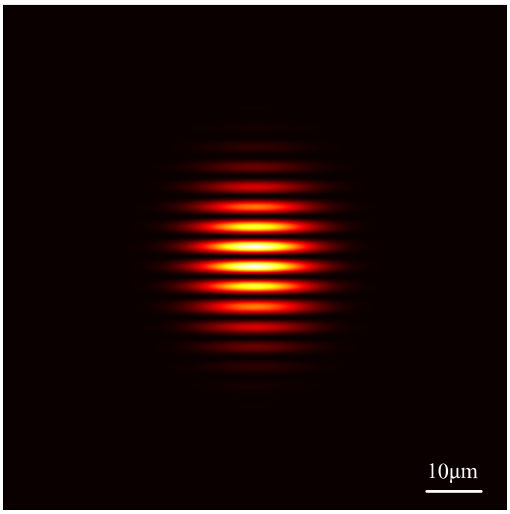

图 3-8 手风琴光晶格的光强分布

由此可见，干涉条纹沿 y 方向呈周期性调制，其空间周期即晶格常数为：

$$s = \frac{\lambda}{2\tan\theta} \tag{3.6}$$

其中，s 为光晶格周期常数，θ 表示单束光与透镜光轴的夹角，它与透镜前光束与光轴的距离 d 相关。在大多数实验条件下，$d \ll f$，因此根据几何关系我们可以得到：

$$\tan\theta \approx \sin\theta = \frac{d}{f} \tag{3.7}$$

将(3.7)式代入(3.6)式，可以得到晶格周期与光束间距 d 的关系：

$$s = \frac{\lambda f}{2d} = \frac{\pi f}{kd} \tag{3.8}$$

从上式我们可以清晰的看出，当光束间距 d 增大时，干涉角 θ 增大，晶格周期 s 随之减小；反之，当 d 减小时，晶格周期增大。因此，通过连续调节两束光在透镜前的间距，即可实现手风琴光晶格周期的大范围连续调谐。

进一步，我们考虑原子在手风琴光晶格中的势能。此时晶格相当于一个一维谐振势阱，根据交流史塔克效应（AC-Stark effect）可以得到势能分布：

$$V(\boldsymbol{r})=\frac{3\pi c^2}{2\nu_0^3}\left(\frac{\Gamma}{\nu_0-\nu}+\frac{\Gamma}{\nu_0+\nu}\right)I(\boldsymbol{r}) \tag{3.9}$$

其中，ν_0为原子共振频率，Γ为激发态衰变率，ν为激光频率。可见，对于蓝失谐光（$\nu>\nu_0$），有$\nu_0-\nu<0$，因此$V(\boldsymbol{r})>0$，原子被束缚在光强最弱处；对于红失谐光（$\nu<\nu_0$），有$\nu_0-\nu<0$，因此$V(\boldsymbol{r})<0$，原子被束缚在光强最强处。因为实验中使用的是蓝失谐光，所以这里以蓝失谐情况为例。对于我们的实验来说，波长$\lambda\sim532\text{nm}$，焦距$f_{\mathrm{A}}=150\text{mm}$，激光与光轴的距离$d\sim10\text{mm}$，从而可以算得光晶格间距$s\sim1-10\mu\text{m}$。同时最终聚焦后的腰斑大小$\omega_x,\omega_y\sim100\mu\text{m}$，所以有$s\ll\omega_x,\omega_y$，在中心暗条纹附近，上述光强分布可以近似为，

$$\langle I(r)\rangle\approx\frac{8P_1}{\pi\omega_x\omega_y}\sin^2\left(\frac{kd}{f}y\right)=\frac{8\pi P_1}{\omega_x\omega_y}\frac{y^2}{s^2} \tag{3.10}$$

我们将式(3.10)代入式(3.9)，在焦平面原子感受到的势场可近似为谐振子势：

$$V(\boldsymbol{r})=\frac{12\pi^2c^2\Gamma P_1}{\nu_0\delta\omega_x\omega_y}\exp\left[-\frac{2x^2}{\omega_x^2}-\frac{2y^2}{\omega_y^2}\right]\sin^2\left(\frac{kd}{f}y\right)\approx\frac{12\pi^2c^2\Gamma P_1}{\nu_0\delta\omega_x\omega_y}\frac{y^2}{s^2} \tag{3.11}$$

由于$V(\boldsymbol{r})\propto\sin^2\left(\frac{kd}{f}y\right)$，我们可以得到对于手风琴光晶格中心位置的阱深为：

$$V_{cent}=\frac{12c^2\Gamma P_1}{\nu_0^3\delta\omega_x\omega_y} \tag{3.12}$$

可以看出中心位置的阱深与晶格周期 s 没有关系，仅与光强有关。所以在改变两束光间距 $2d$ 的过程中，阱深始终保持不变。如果我们进一步的令$V(y)=\frac{1}{2}m\omega_{\mathrm{tr}}^2y^2$，其中 m 为原子质量，ω_{tr}为手风琴晶格的束缚频率，我们能够根据式(3.11)得到竖直方向的束缚频率为：

$$\omega_{\mathrm{tr}}=\sqrt{\frac{24\pi^2c^2\Gamma P_1}{m\nu_0^3\omega_x\omega_y s^2}} \tag{3.13}$$

这个公式说明了竖直方向的束缚频率与晶格周期 s 成反比，因此，随着晶格周期的减小，竖直方向的束缚增强。同时竖直方向的束缚频率与光功率 P_1 成正比，因此

通过调节激光功率也可以连续调控 ω_{tr}。这两个自由度为我们优化二维气体的制备提供了极大的灵活性。

3.4 手风琴光晶格的实现

基于上述影响手风琴光晶格的考量因素，我们设计并搭建了一套基于 AOD 的手风琴光晶格实验系统。

3.4.1 总体光路系统设计

图 3-9 展示了我们手风琴光晶格系统的整体光路。光源采用波长为 532nm 的单频全固态激光器，输出功率约 18W。最开始我们有 532nm 和 1064nm 两个选择，这两个波长对于 ^{87}RB 的 D_1 线和 D_2 线来说都是远失谐光，并且这两种激光器都很容易购买到，因此非常适合用来做光学偶极阱。但是如果我们以相同的夹角 θ 对比两束光时，波长为 532nm 的光形成的晶格周期是 1064nm 光的一半，即在同样功率的情况下，两种光能够得到近似的阱深，但是 532nm 光的束缚频率是 1064nm 光的两倍。此外，蓝失谐光阱将原子束缚在光强最小处，从而能够最大的减小光子散射引起的加热效应。

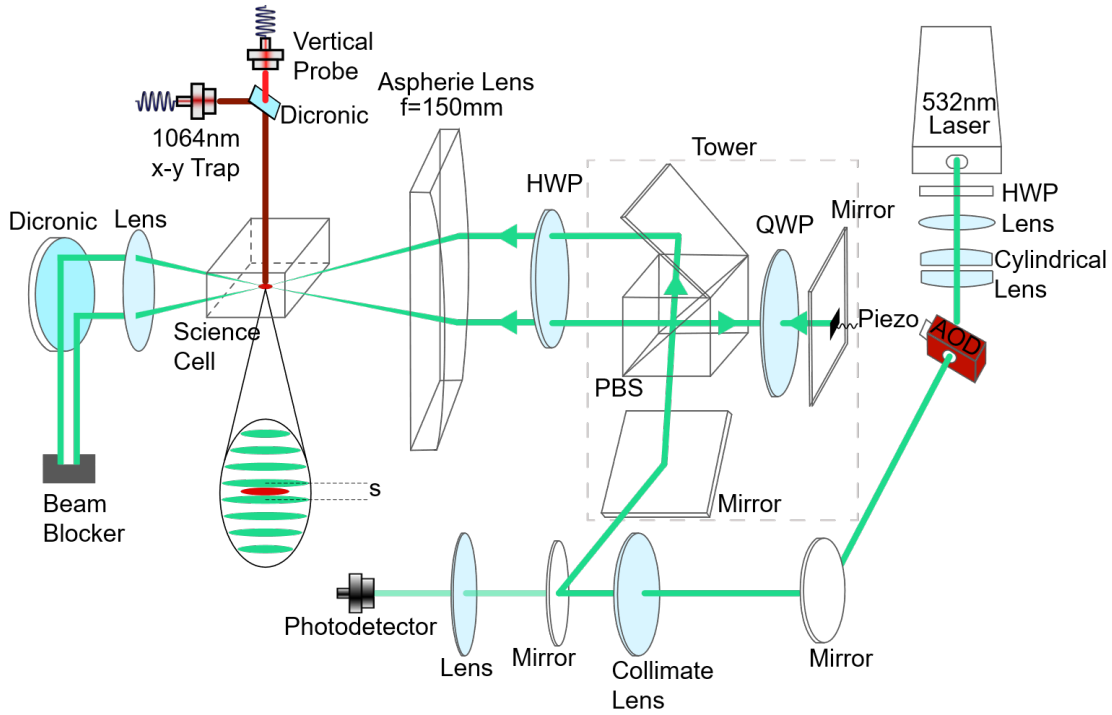

图 3-9 手风琴光晶格的整体光路

激光器输出的线偏振光首先经过一个 $\lambda/2$ 波片进行偏振的选择，因为 AOD 需要水平偏振入射。然后经过一个柱面透镜组进行光束的整形，我们需要将入射到 AOD 的光束整形为在垂直方向（y 方向）上较宽，水平方向（x 方向）上较窄的椭圆光束。这是由于当晶格处于间距最小且形成二维气体时，我们仍希望陷阱在其中心周围具有轴对称性。也就是说，如果我们把原子被限制在二维时所占的平面称为原子平面，那么我们希望陷阱在整个原子平面内具有各向同性，即具有旋转对称性的势阱。所以在 AOD 中我们将初始高斯光束（直径约 1mm）的光斑提前整形成束腰尺寸为 1mm ×5mm 的椭圆光斑，经过透镜变换后会在 x-z 平面内形成圆形的势阱。

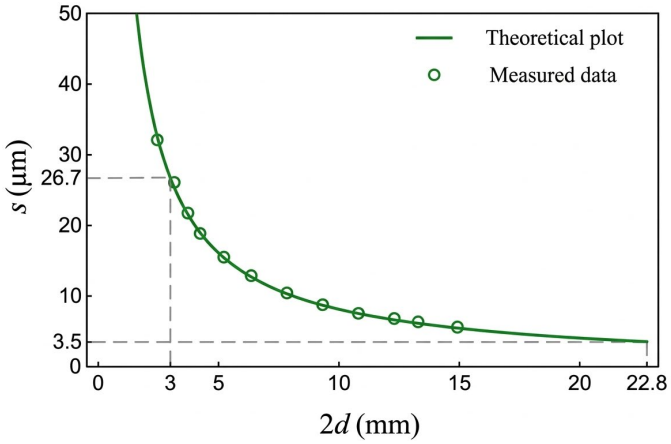

图 3-10 入射光间距与手风琴光晶格周期关系

整形后的光束入射至水平放置的 AOD（AA DTSX-532），工作频率范围为 75~125MHz，中心频率约为 90MHz。在 3.2 小节中我们已经详细讨论了此类 AOD 的工作原理和特性，此处不再赘述。通过改变 AOD 的驱动频率，我们可以精确控制出射光束的偏转角度。在我们的实验中，驱动频率从 106MHz 经过 11 步扫描至 90MHz，对应的光束偏转角变化使得两束光在透镜前焦面上的间距 2d 从 3mm 增大至 22.8mm，相对应的手风琴光晶格的晶格周期从 26.7μm 减小至 3.5μm，如图 3-10 所示。

为了确保手风琴光晶格在整个压缩过程中势阱深度稳定，我们对激光功率实施了主动反馈控制。光强反馈系统有光电探测器、PID 控制和计算机控制系统三部分构成，图 3-11 展示反馈系统回路。我们在准直透镜后放置一个背面抛光的反射镜，其微弱的透射光（约 0.5%）经过一个聚焦透镜后被光电探测器（Hamamatsu S3399）接收，用于实时的激光功率监测。聚焦透镜的作用是确保在频率扫描的过程中光始终能够进入探测器。光电探测器将光强信号转换为电压信号后送到 PID 控制器，与计算机通过数模转换器设定的参考电压进行比较。误差信号经 PID 运算后输出至射频链路，该输出信号与 AOD 原始的射频驱动信号进行混频，共同输入至 AOD 的功率放

大器，从而通过调节衍射效率实现对最终输出光功率的闭环锁定。在反馈锁定状态下，手风琴光晶格功率的长期漂移被锁定在 0.1%以下。此外，为了使手风琴光晶格在频率扫描过程中对原子的扰动最小，我们需要保持阱深不变，即光强保持不变。我们在所有工作频率点都将输出光强统一调节至 320mW（单束光）。

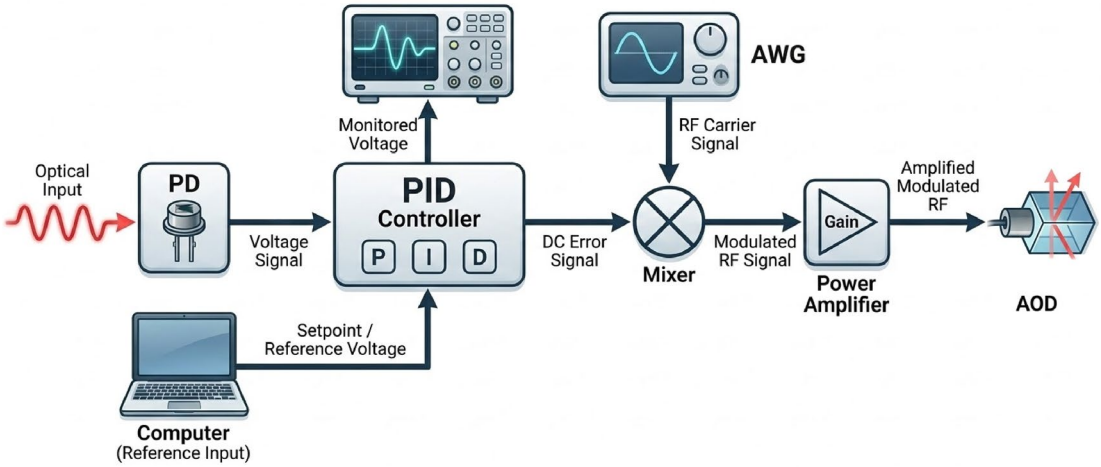

图 3-11 AOD 光强反馈电路

我们使用 AOD 的-1 级衍射光，其传播方向随着驱动频率变化。为了确保无论频率如何变化，在经过非球面镜前的光束始终平行于光轴方向传播，我们在 AOD 后放置了一个焦距为 f_C=700mm 的准直透镜，该透镜置于距离 AOD 700mm 的位置，即透镜的前焦平面位与 AOD 重合。根据光学傅里叶变换性质，AOD 处的角度变化被转换为透镜后焦平面上的平行位移变化，从而出射光束的方向始终与光轴平行，如图 3-12 所示。

经过准直透镜后，光是传播至用于构建干涉的“塔”式结构，该组件是实现手风琴光晶格的关键部分，其作用是将单数入射光分束为两束平行且间距可调的平行光束，同时保证两束光的相对相位和光程差可控。塔式结构的功能将在 3.4.2 小节详细描述。

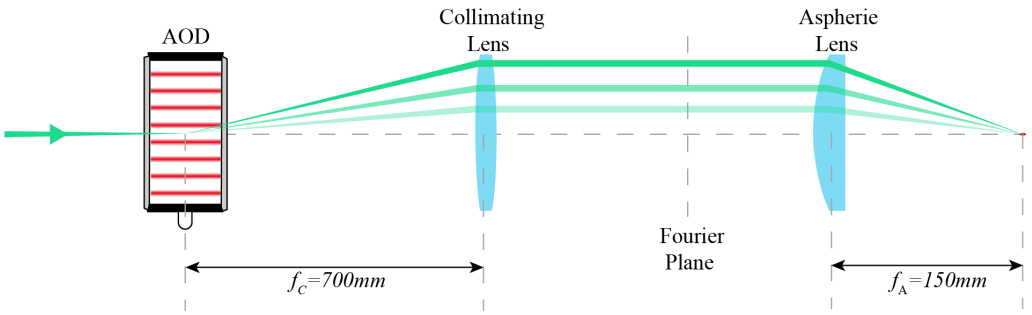

图 3-12 AOD 准直光路示意图

塔式组件输出的两束平行光间距为 $2d$，经过一个半波片，用于调节光束的偏振方向。为了实现完美的干涉相消，在暗条纹节点处光强严格为零，两束光的偏振必须完全相同且垂直于干涉条纹的方向。在我们的实验中，干涉条纹沿水平方向，因此要求两束光的偏振均为竖直方向。

经过非球面镜后，两束光经过一个聚焦透镜汇聚于 BEC 所在的位置，干涉形成手风琴光晶格。为了有效减小球差，确保两束光在焦平面上的汇聚点位置精确重合且稳定，聚焦透镜采用非球面镜，焦距 $f_A = 150\text{mm}$。最后两束光在 BEC 处的束腰尺寸为350μm（水平方向）和70μm（竖直方向），呈现为二维薄饼状（Pancake）的一系列干涉条纹。穿过 Cell 的光被双色镜反射入光垃圾斗中。

最后，为了防止光晶格层中的原子在水平面（x-z 平面）中扩散流失，我们在竖直方向添加了一束 1064nm 光偶极阱来对其进行 x-z 方向的束缚。

3.4.2 塔式结构的设计与功能

塔式结构部分是实现手风琴光晶格的核心单元，其结构和原理如图 3-13 所示。整个结构主要包括两个 45° 高反镜、一个 PBS、一个 $\lambda/4$ 波片和一个 0° 高反镜。其中 0° 高反镜背后贴有压电陶瓷（PZT），以实现上下两束光之间的相位差控制。它们一同安装在三轴可调笼式镜架上，通过笼式接杆与 PBS 底座相连，使我们能够对下光的指向性进行手动调节。

图 3-13(b)展示了“塔”中实验光路的工作原理，从准直透镜出射的水平偏振光经过反射镜进入 PBS，由于 PBS 对 S 偏振光为反射作用，对 P 偏振光为透射作用。因此，在光束入射至 PBS 之前，我们对其偏振态进行了精密调控，使其转化为水平与垂直分量严格相等的线偏振光，以确保分束后输出的两束光功率相等。直接从 PBS 透射的光再经过一个 45° 反射镜后入射至非球面镜，它的空间位置在上方，我们定义其为上光。经 PBS 反射的光依次经过一个 $\lambda/4$ 波片和 0° 反射镜原路返回至 PBS，因此光束两次通过 $\lambda/4$ 波片后，其偏振方向会旋转 90°，由垂直方向变为水平方向。所以再次经过 PBS 后为透射，我们定义其为下光。需要强调的是，$\lambda/4$ 波片和 0° 反射镜应当尽可能的靠近 PBS，以减少两束光之间的几何相差。

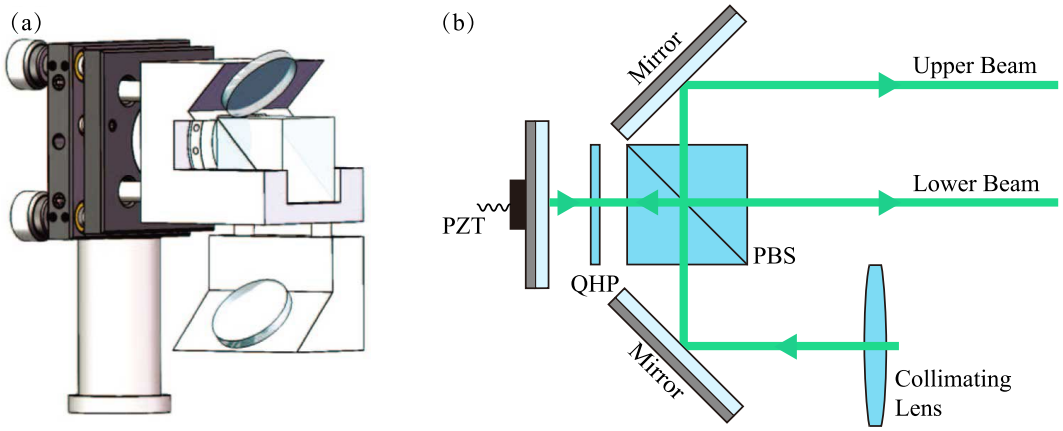

图 3-13 “塔”式结构及其原理图

可以从上图中看出，通过平移入射光（改变 AOD 的驱动频率），可以实现上光与下光间距的变化，这个变化范围取决于上反射镜与 PBS 对角面之间的距离，能够实现从 3mm 到 50mm 的连续变化。安装于 0° 反射镜上的压电陶瓷用于精确控制两束光之间的光程差。当对 PZT 施加电压时，反射镜位置发生微小的移动，从而改变下光的光程，进而实现对两束光相对相位的调节。这在我们的实验中是很关键的。因为手风琴光晶格是由两束光的干涉形成，干涉条纹的位置（实验中特指中心暗条纹的位置）由两束光的相对相位决定。为了确保 BEC 被囚禁在暗条纹中心，我们需要精确控制干涉条纹相对于原子云的位置，通过控制 PZT 电压，可以实现对条纹位置的锁定。这样即使在实验过程中受到环境扰动引起了相位漂移，我们也能够很快的进行恢复。

3.4.3 光束指向性的调节

实现手风琴光晶格依赖于精确的光路对准和系统优化。首先我们需要对 AOD 驱动频率与两束光在聚焦透镜前的间距 $2d$ 之间的对应关系进行精确的标定。在初步完成光路搭建后，我们在聚焦透镜前放置一台 CCD 相机，直接测量不同驱动频率下两束光斑的位置。CCD 的位置最好为聚焦透镜的前焦平面，这样能够使实验与理论更加的符合。通过记录不同驱动频率对应上光和下光的中心坐标，即可得到频率和间距的关系。同时，我们还能验证两束光是否严格沿着垂直方向移动。实验测得，当驱动频率从 106MHz 变化至 90MHz 时，两光束间距从 3mm 增加至 22.8mm。

光束指向的稳定性对于实现高质量的干涉条纹至关重要。由于 AOD 偏转角随驱动频率变化，且驱动频率在实验过程中需要连续扫描，因此必须确保在整个频率扫描范围内，两束光在 BEC 位置处的汇聚点保持空间重合。这个过程任何残余的位移偏

差或者相差都会导致干涉条纹的对比度下降。最开始我们使用的聚焦透镜是常规的球面镜，为了优化干涉条纹的稳定性，我们首先对聚焦透镜的位置进行了精细调节。我们选用 f_A=150mm 的凸透镜作为聚焦透镜，通过几何关系可以得到 AOD 出射光的偏转角 θ 与上下光汇聚后与光轴的夹角 θ 的关系为

$$\theta = \left(\frac{f_c}{f_A} \right) \theta' \tag{3.14}$$

其中，准直透镜焦距 $f_C = 700\text{mm}$。这样选择的原因是当 $f_c < f_A$ 时，透镜组对光束偏转角起到的是放大作用，能够减小 AOD 出射光的偏转角范围，有助于光路的设计和搭建。

我们将聚焦透镜安装在一维平移台上，并在其后焦平面处放置一个高分辨率的 CCD 相机。在固定某一驱动频率下，调节透镜的横向位置，使上下两束光的焦点处于 CCD 的中心。随后，我们改变驱动频率，在整个工作范围内进行扫描，观察 CCD 上两个光斑的位移，结果如图 3-14(a)所示。测量结果显示，当时使用普通球面透镜时，两束光在频率扫描过程中焦点的位移量可达到数百微米，且上下两束光的位移方向相反，这会导致干涉条纹在 BEC 位置处的剧烈移动。我们怀疑这主要是由于球面透镜具有较高的球差，从而导致不同入射高度的光束焦点存在横向的位移造成的。

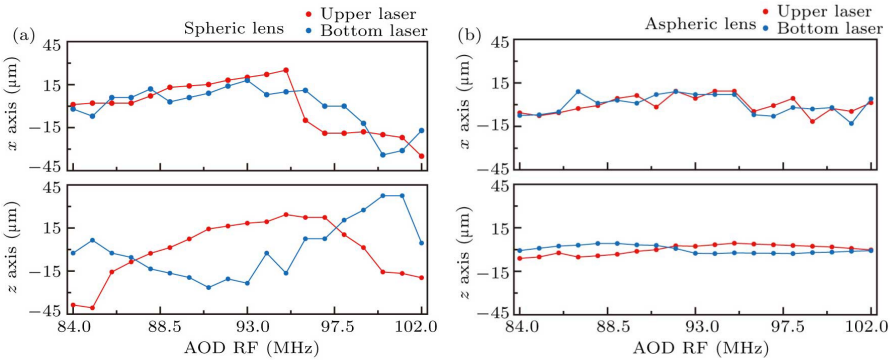

图 3-14 球面镜与非球面镜焦点位移对比

于是我们将球面透镜更换为非球面透镜，因为非球面透镜设计能够有效矫正离轴像差，最大程度保证不同入射高度的光均能精确聚焦至同一点。图 3-14 展示了球面镜与非球面镜两种情况下焦点随 AOD 驱动频率的位移对比。可以明显的看出，采用非球面镜后，在整个频率扫描范围内两束光的焦点位移被抑制在 ±10μm 以内。更重要的是，两束光的位移方向一致，这进一步降低了光晶格的抖动。

在完成光束指向性的优化后，下一步是将干涉条纹精确地对准到 BEC 上。基本的思路是使用“打孔”的方式确定光束相对于 BEC 的位置，上下光逐个对准，先对

准上光再对准下光，这是因为只有下光有独立调节的自由度。由于蓝失谐光对原子为排斥作用，所以当光与原子相互作用时，在飞行时间吸收成像中原子云会出现一个空洞。为实现单束光对准，我们在手风琴光晶格光路附近引入一束水平方向传播的成像光，并使两者保持一个很小的夹角。这种几何设置有两个作用，一方面，只有足够小的夹角才能保证成像光在原子云上打出的空洞能够被成像系统清晰分辨。另一方面，它使得空洞在 CCD 图像上的投影位置与 BEC 的实际空间位置尽可能接近，从而提高了对准的精度。为了能够更清楚地观察空洞的存在，我们需要对原子云的状态进行适当调整。我们通过修改磁光阱参数，有意的将最终装载至光阱的原子云温度升高，密度降低。因为这样原子云对 Probe 光的吸收更弱，且蓝失谐光更容易打出空洞。同时，为了使光能更容易的打上原子方便我们观察，需要原子云拥有足够大的投影面积。这是通过将实验过程停留在光阱蒸发的初期阶段（即蒸发冷却过程开始前）实现的，此时原子温度仍处于比较高的状态，我们对其进行 TOF=8ms 成像。

具体的实验步骤如下（光路所有透镜位置已校准的情况下）：

1. 首先使用水平 Probe 光对 TOF=0 时的 BEC 原子云进行成像。在显示器屏幕上标定 BEC 的位置。
2. 将 AOD 的驱动频率设定为初始值（106MHz），对应两束光间距最小的情况。然后在聚焦透镜之前的最后一个反射镜前附近的位置用黑色金属片遮挡下光，确保此时只有上光能够顺利穿过聚焦透镜。
3. 通过调整制备 BEC 过程中的参数，将最终装载入光阱的原子云温度升高，密度降低。将刚装载入光阱的原子云自由飞行 8ms，期间保持手风琴光晶格光始终开启，观察原子云上空洞的位置与 BEC 位置的差距。
4. 通过调节聚焦透镜前最后一个反射镜来校准空洞（光斑）的位置。注意，这里调节反射镜本质上是同时移动上光和下光，所以遮挡下光的位置必须在这个反射镜之前。为了能够更精细的对光位置进行调节，这里我们使用了电机驱动的电动反射镜架（New Focus 8807 Picomotor）。
5. 根据实验设定的阶梯逐步修改 AOD 的驱动频率，确保每个频率下光斑都在同一个位置。
6. 上光校准之后，将 AOD 驱动频率重置为初始状态（106MHz）。在同样的位置遮挡住上光，观察下光在原子云上的位置。然后通过调节塔上 0° 反射镜的旋钮对下光进行调节。重复步骤 5，确保每个频率下光斑都在 BEC 的位置上。

7. 移开遮挡片，观察两束光同时作用在原子云上的情况。通过检查原子云的分布确认 BEC 的位置是否为暗条纹的位置，即 BEC 位置处是否有一层原子。

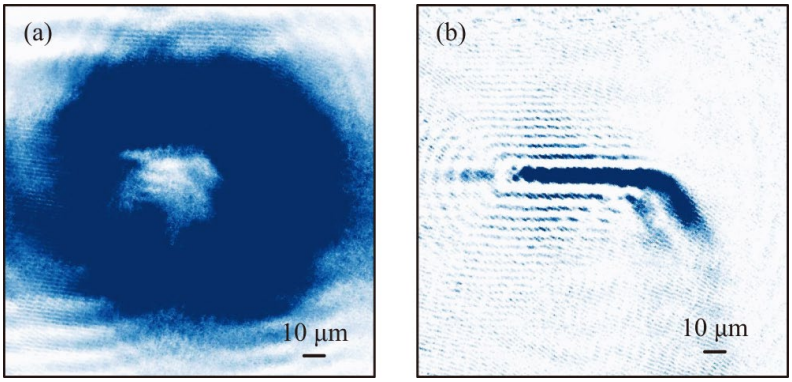

图 3-15 单数手风琴光晶格光作用于原子云和校准后的手风琴光晶格

图 3-15(a)展示了光作用于原子云上的空洞状态，3-15(b)展示了对准之后的手风琴光晶格作用于 BEC 的状态。我们可以看出右侧有一个瀑布状的原子流，这正是在没有竖直方向偶极阱束缚的情况下，原子会在水平面自由扩散从而离开手风琴光晶格势阱位置。所以我们在竖直方向添加了一束 1064nm 偶极阱光，这束光的调整独立于手风琴光晶格，仅需要与竖直方向的 Probe 光调重合即可。

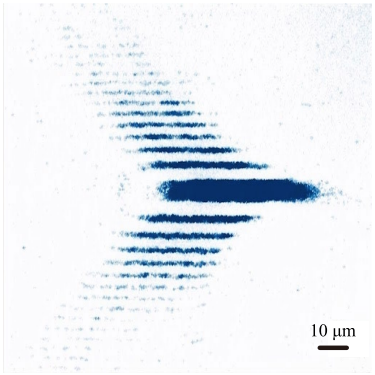

图 3-16 添加竖直光偶极阱时手风琴光晶格

3.5 实验实现准二维玻色-爱因斯坦凝聚体

本节我们将讨论实验上从三维 BEC 到准二维 BEC 的绝热装载过程，接着介绍准二维体系的定义与判据，最后通过测量准二维 BEC 的竖直束缚频率和各向异性膨胀行为对其进行定量表征。

3.5.1 实验时序设计

实验中，我们首先通过蒸发冷却在水平交叉偶极阱中获得 ^{87}Rb BEC，原子数约为 7×10^5 个，处于 $|F=2,m_F=2\rangle$ 态。为了后续实验需要，我们立即通过微波将 BEC 转至绝对基态 $|F=1,m_F=1\rangle$ 态。

紧接着，在保持交叉偶极阱的同时，首先将 AOD 的驱动频率设置为 106MHz，对应的晶格周期 $a=26.7\mu m$。然后在 50ms 内绝热开启手风琴光晶格，单束光的功率为 320mW，保持驱动频率不变，此时 BEC 处于晶格中心暗条纹处。由于交叉偶极阱的存在，手风琴光晶格的加载不会对 BEC 产生明显的扰动。

当晶格功率达到最大值后，我们对 BEC 开始进行绝热压缩，整个过程大约持续 2s。通过连续改变 AOD 的驱动频率，从 106MHz 逐步降低至 90MHz，晶格周期从 $26.7\mu m$ 下降至 $3.5\mu m$。整个压缩过程分为 11 个线性步骤，每步持续约 150ms，以确保原子波函数能够绝热地跟随势阱束缚频率的变化。因为在压缩过程中，垂直方向的束缚频率 ω_{tr} 逐渐增大，为了保持原子始终维持在基态，压缩的速率须满足绝热条件：

$$\frac{d\omega_{tr}}{dt}\ll\omega_z^2 \tag{3.15}$$

与手风琴光晶格的压缩同步进行的是光偶极阱的转移。在压缩的初始阶段，原子同时囚禁在手风琴光晶格和交叉偶极阱中，当压缩开始进行时，交叉偶极阱同步减小，同时开启竖直方向的光偶极阱，为了提供水平方向的束缚。交叉偶极阱的功率在第 1 至第 7 步压缩过程中逐渐降低至 0，竖直方向的光偶极阱同步的逐渐上升到最大 20mW，在 BEC 处的腰斑约 $50\mu m$，提供水平面内的弱囚禁势，束缚频率约为 $2\pi\times20Hz$。所以在第 7 步之后，原子仅受到手风琴光晶格势阱（提供竖直方向的束缚）和竖直方向的偶极阱（提供水平方向的束缚）的囚禁。最后的 8 步到 11 步仅改变手风琴光晶格的间距，竖直方向的偶极阱保持不变。

整个压缩过程结束以后，我们获得了单层准二维 BEC，原位成像如图 3-16 所示，原子数约为 1×10^5 个。图 3-17 展示了压原子过程的时序。

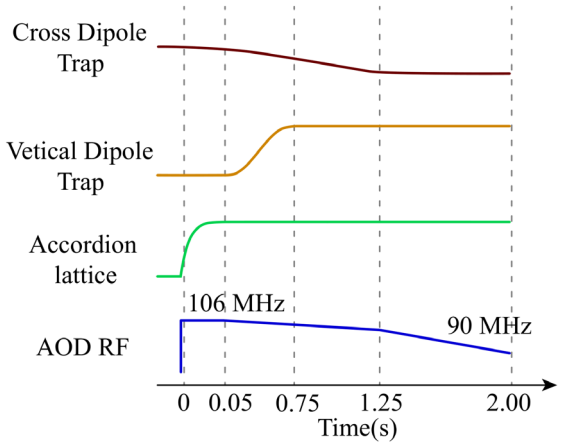

图 3-17 压原子时序

3.5.2 准二维体系的定义与判据

在完成单层 BEC 的制备后，我们需要进一步确认该体系是否处于准二维状态。准二维体系是介于严格二维和三维之间的过渡区域，因为在严格二维系统中无法存在 BEC，所以我们通常认为一个囚禁于单一方向强束缚势中的原子气体被称为准二维气体。准二维 BEC 需要满足两个特点，一个是在垂直方向上占据基态，即：

$$\hbar\omega_{\mathrm{tr}} \gg k_B T, \quad \hbar\omega_{\mathrm{tr}} \gg \mu \tag{3.16}$$

这意味着在垂直方向的能级间距 $\hbar\omega_{tr}$ 远大于热能 $k_B T$ 和每个粒子的相互作用能，确保绝大多数的原子都占据在基态能级。另一个是准二维气体粒子间依旧保持着三维的相互作用特性。这是因为即使原子在竖直方向上的运动被限制在基态，但其基态波函数的特征长度 $l_{\mathrm{v}} = \sqrt{\hbar/(m\omega_{\mathrm{tr}})}$ 仍远大于三维的 s 波散射长度 a。在准二维体系中，有效二维相互作用强度 g_{2D} 可由三维散射长度和垂直束缚频率得出：

$$g_{2\mathrm{D}} = \sqrt{8\pi}\frac{a}{m l_{\mathrm{v}}} = \sqrt{\frac{8\pi m\omega_{\mathrm{tr}}}{\hbar}}a \tag{3.17}$$

3.5.3 准二维玻色-爱因斯坦凝聚体的性质

为了定量表征实验中准二维 BEC 的性质，我们首先采用参量加热法对手风琴光晶格的束缚频率进行了测量。实验方法十分简单，仅对手风琴光晶格的光强施加一个周期性振荡即可，也就是对 AOD 输出的光强进行频率为 Ω 的振幅调制。当满 $\Omega = 2\omega_{\mathrm{tr}}$ 时，原子会发生共振跃迁被激发到激发态，导致加热逃逸出阱外。

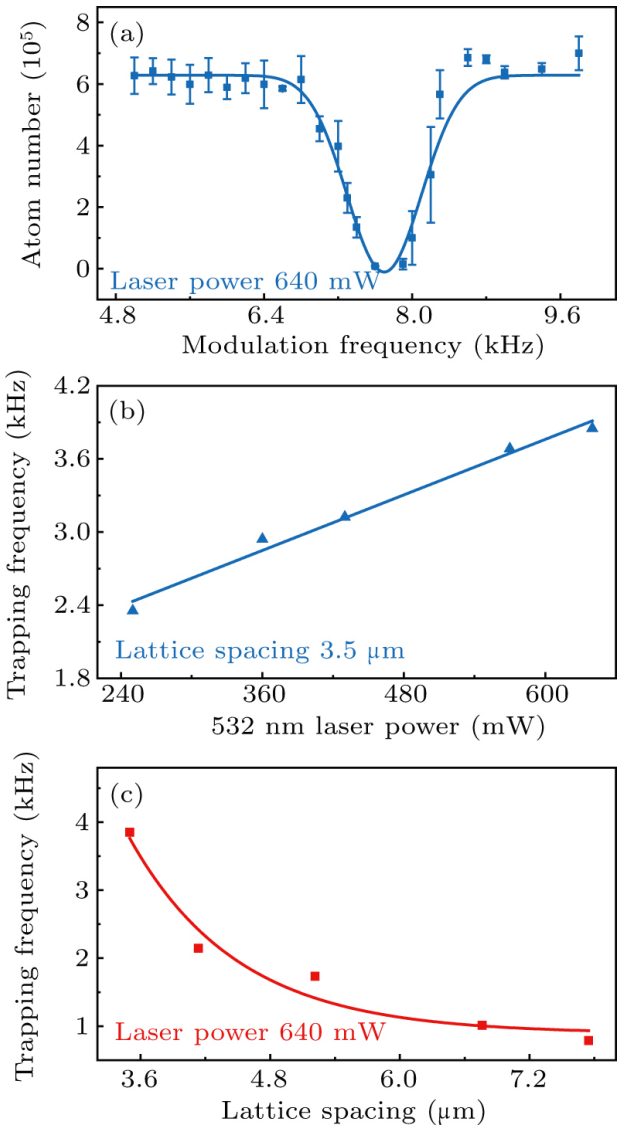

图 3-18 手风琴光晶格束缚频率及其与功率和晶格间距的关系

实验中我们实现准二维 BEC 后，用加法器将正弦调制信号与 PID 控制的反馈输出信号线性叠加，调制深度为 50%，持续时间为 800ms。随后关闭所有光进行 TOF 成像测量原子数。从图 3-18(a)中可以看出，在调制频率 $\Omega = 7.7\text{kHz}$ 处出现了一个损耗峰，因此束缚频率 $\omega_{tr}=\Omega/2=2\pi\times3.85\text{kHz}$ 。

我们使用同样的方法进一步研究了束缚频率与手风琴光晶格的功率和晶格周期的联系。图 3-18(b)展示了在固定晶格周期 $a = 3.5\mu\text{m}$ 的情况下，束缚频率随晶格功率（两束光总功率）的变化。可以看出 ω_{tr} 与光强 P 呈平方根线性关系，与式(3.13)预测一致。图 3-18(c)展示了在固定光强下束缚频率与晶格周期 a 的变化关系。ω_{tr} 随的 a 减小而增大，且与 $1/a$ 成正比，同样符合理论预期。这些测量结果为我们后续试验提供了可靠的实验依据。同时，仅有一个共振峰也很好的证明了我们的单层性。因为如

果有多层结构存在的话，各层势阱之间会因光强和形状的差异而产生多个共振频率，会导致多个共振峰的出现。

准二维 BEC 的另一个显著特征是在 TOF 过程中展现出各向异性。与三维 BEC 相同，当某一方向束缚频率较高时，突然撤去势阱后这个方向上的膨胀将更加剧烈。在手风琴光晶格中，由于竖直方向存在强束缚，TOF 时原子在该方向上具有更大的动量，原子云会在竖直方向上更快速的膨胀。而水平方向上的束缚很小，所以膨胀速度很慢。图 3-19 展示了我们实验上测量了不同 TOF 时间下原子在云水平和竖直方向上的尺寸变化。在 TOF=0 时，原子云在竖直方向（z direction）的尺寸由手风琴光晶格的周期决定，远小于水平方向（x direction）的尺寸。随着 TOF 的时间增加，z 方向的尺寸迅速增大，而 x 方向上由于束缚频率很小增长缓慢，最终表现出明显的各向异性膨胀行为。

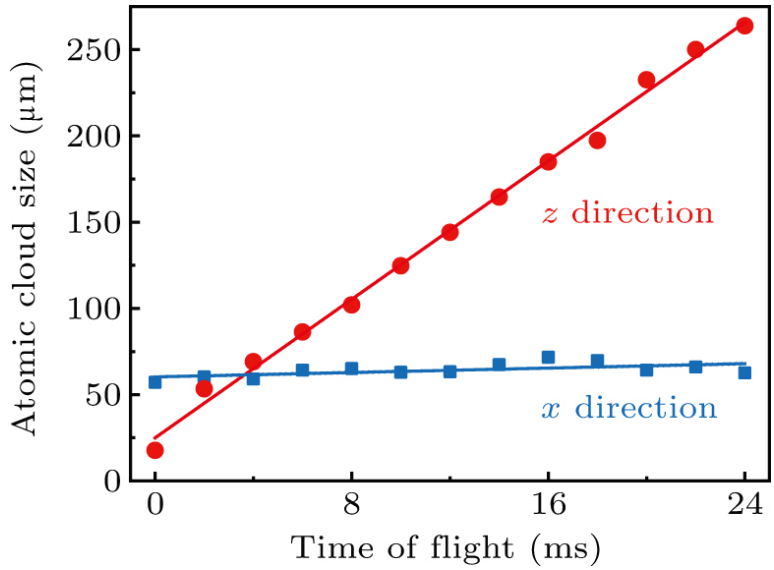

图 3-19 原子云尺寸在飞行过程中的变化

3.6 总结和讨论

本章围绕利用声光偏转器的手风琴光晶格及其在准二维量子气体制备中的应用展开了系统性的研究。首先我们从基本的声光效应出发，讨论了反常布拉格衍射的工作条件，进而设计并实现了一套周期可大范围连续调谐的手风琴光晶格系统，最终成功将三维 BEC 绝热加载至单层二维势阱中，并对准二维 BEC 的特性进行了表征。本章工作实现了从核心器件特性研究到复杂实验系统构建的完整技术路线。基于

AOD 的可调周期光晶格方案，相较于传统的机械调节方式，具有无机械抖动、调节速度快、重复性高等显著优势，为低维量子气体的制备提供了理想的技术平台。

另外，当前系统中两个方向的水平囚禁势均由垂直光束提供，其对称性和均匀性仍有提升空间，未来可通过引入光学盒势阱（box potential）或超高斯平顶光势阱，实现更理想的均匀二维体系。

4 扭转双层光晶格中的准二维量子气体

近年来，扭转双层石墨烯体系中的强关联效应和超导现象极大地吸引了人们对扭转电子学（Twistronics）的关注。当两层石墨烯以一个微小扭转角叠加时，会形成空间周期更大的超晶格（Superlattice），同时产生莫尔图案（Moiré pattern）[113]。在这种超晶格结构下，电子能带在费米面附近会出现平带结构，从而产生超导现象。这一发现激起了人们对扭转体系极大的兴趣。

本章将系统性的介绍我们实验上通过双层自旋依赖光晶格和准二维 BEC 体系的结合，在超冷原子中实现双层扭转体系。我们表征了双层晶格势能的特性，并通过微波实现了跨晶格耦合。同时从原子的原位图像中观察到了莫尔超晶格结构。这项工作开辟了一条探索低维基于扭转电子学中新型量子态的新途径。

4.1 背景介绍及扭转电子学

近年来，对扭转双层石墨烯系统中非常规超导性和强关联效应的观测，使许多科学家对扭转电子学产生了浓厚的兴趣。当我们将两层石墨烯垂直叠加再相对扭转一个微小角度(1.1°)时，就可以形成空间周期远大于石墨烯原胞的莫尔超晶格结构，这个角度被称为“魔角”。这种结构的变化重新改变了材料内部的势场，导致布里渊区折叠，进一步导致电子能带在费米面附近产生平带（Flat band）。平带是使原本绝缘的两层石墨烯材料能够出现超导性的关键因素。在平带中，电子的动能受到极大抑制，使得电子间的库仑相互作用占据主导地位。

实验上，我们可以在魔角扭转双层石墨烯体系中观测到莫特绝缘态、超导性以及长程关联效应。然而，固体材料体系中不可避免的存在晶格畸变、杂质散射以及难以连续调节的晶格常数。这在一定程度上限制了人们对底层物理机制的深入研究，促使研究者寻找新的实验体系来对扭转双层结构进行模拟研究，这将为研究超越双层石墨烯的扭转电子学提供令人兴奋的前景。

所以我们选择纯净，可操控性极好的超冷原子光晶格体系。我们通过双层扭转自旋依赖方晶格模拟构建双层扭转结构，将 BEC 绝热地装载入光晶格，实现了超流态（Superfluid，SF）到莫特绝缘态（Mott Insulator）的量子相变，并观察到了一个新奇的中间相——非常规超流相。同时通过微波场，可以高度控制两套晶格的层间耦合。

在实验中，我们还借助高分辨成像系统直接观测到了空间莫尔图案和莫尔动量衍射现象。

4.2 自旋依赖光晶格

自旋依赖光晶格是基于原子在光晶格中感受到的交流斯塔克频移（AC Stark Shift），对不同塞曼态原子产生不同的束缚势，这个相互作用在特殊情况下可以为零，即光晶格对原子透明，此时同样意味着光对原子产生的频移为 0。所以，我们可以通过计算光对原子频移为 0 的波长来寻找合适的频率和自旋态作为实验对象。当原子处在一个交变电场 $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}+\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{i\omega t}$ 中时，会感受到一个偶极矩 $\boldsymbol{p}=\alpha(\omega)\mathbf{E}$，其中 $\alpha(\omega)$ 为原子的复合极化率，它是激光频率的函数。通过二阶微绕理论我们可以写出原子在光晶格中的偶极势为：

$$U_{dip}(\boldsymbol{r})=-\frac{1}{2}\langle \boldsymbol{p}\cdot\mathbf{E}\rangle=-\frac{1}{4}\mathrm{Re}\left[\alpha(\omega)\right]\left|\mathbf{E}(\mathbf{r})\right|^2 \tag{4.1}$$

对于具有超精细结构的碱金属原子来说，$\alpha(\omega)$ 由三部分构成，分别为标量极化率 α_s，矢量极化率 α_v 和张量极化率 α_t。复合极化率 $\alpha(\omega)$ 取决于原子的能级和光场的偏振状态，对于基态的超精细塞曼子能级 $\left|F,m_F\right\rangle$，在远失谐光场中的总 AC Stark Shift 可以写成：

$$\Delta U=-A\left[\alpha_s(\omega)+\alpha_v(\varepsilon\hat{e}_k\cdot\hat{e}_B)\frac{m_F}{F}+\alpha_t\frac{3\cos^2\theta-1}{2}\frac{3m_F^2-F(F+1)}{F(2F-1)}\right] \tag{4.2}$$

其中，$A=2\varepsilon_0 c\left|E\right|^2$ 为激光场的强度，F 为基态原子的超精细结构的总角动量，m_F 为塞曼子能级的磁量子数，$\hat{e}_k$ 为光场矢量的单位矢量，$\hat{e}_B$ 则为磁场量子化轴的单位矢量，θ 表示光场偏振与 $\hat{e}_B$ 的夹角，最后 ε 为光场偏振的椭圆度，取值范围为[-1,1]。当 $\varepsilon=1(-1)$ 时对应左旋（右旋）圆偏光；当 $\varepsilon=0$ 时为线偏光。在 ^{87}Rb 原子中，它的精细结构基态为 $5^2\mathrm{S}_{1/2}$，电子的总角动量 J=1/2，张量极化率非常小，即 $\alpha_t\approx 0$。同时其第一激发态的 D1 线（$5^2\mathrm{S}_{1/2}\rightarrow 5^2\mathrm{P}_{1/2}$）和 D2 线（$5^2\mathrm{S}_{1/2}\rightarrow 5^2\mathrm{P}_{3/2}$）相比激发态的超精细分裂来说有更大的失谐，因此我们可以将三个极化率分别表示为：

$$\begin{aligned}
&\alpha_s(\omega)\approx-\frac{\pi c^2\Gamma_{D2}}{2\omega_0^3}\left(\frac{2}{\omega-\omega_{D2}}+\frac{1}{\omega-\omega_{D1}}\right),\\
&\alpha_v(\omega)\approx-\frac{\pi c^2\Gamma_{D2}}{2\omega_0^3}\left(\frac{2}{\omega-\omega_{D2}}-\frac{1}{\omega-\omega_{D1}}\right)g_F F,\\
&\alpha_t(\omega)\approx 0
\end{aligned} \tag{4.3}$$

其中，Γ_{D2}表示 D2 线激发态的衰减率，ω为激光场的频率，g_F为朗德 g 因子。可以清晰的看出，标量极化率与原子内态的磁量子数m_F无关，仅与光场的频率相关，所以所有的塞曼子能级都感受到相同的势阱深度，而矢量极化率因为有g_F和F的存在，所以他对不同的超精细能级的影响不同。图 4-1 展示 BEC 中$\left|F=2,m_F=2\right\rangle$的标量极化率$\alpha_s$和矢量极化率$\alpha_v$随波长的改变。

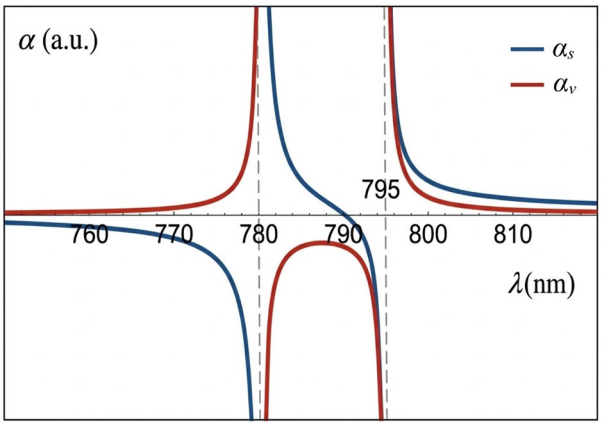

图 4-1 BEC 中标量极化率和矢量极化率随波长的改变

可以看出在 D1 线 794.98nm 和 D2 线 780.24nm 线之间，α_s有零点（790.02nm），这表明在这个波长下仅有矢量极化率起作用，根据式(4.2)如果我们选择合适的偏振和量子化轴方向，使张量极化率那一项为零，就可以实现原子对光场的透明效应，这正是我们下文要提到的“幻零”条件。

4.3 幻零波长

根据式(4.2)，AC Stark Shift 中的矢量频移量与光场偏振与量子化轴的夹角有关。这表明我们可以通过选择合适的偏振与量子化轴方向，使不同原子内态之间感受到不同的势场。例如，对于给定的塞曼子能级，当激光的频率、偏振和量子化轴的方向满足一定条件时，激发态和基态的 AC Stark Shift 可以完全相等，即$\alpha_g(\omega)=\alpha_e(\omega)$，这便是“魔术波长”（Magic wavelength）。魔术波长完全消除了晶格对能级跃迁的影响，而 Tune-out 波长则是魔术波长的一个特例。他是指当 AC Stark Shift 恰好为 0 时，此时光场对原子产生的偶极势为$\alpha_s=\alpha_t=0$。在这个波长下，处于这个特定量子态的原子对光场透明，完全感受不到晶格势。这是我们实现“双层”扭转光晶格的核心要素。中心思想为，我们选择两个自旋态作为我们的实验对象，而他们各自都存在一个

tune-out 波长对自身无作用，但同时对另一个有相互作用。这样我们便在物理空间相同位置的点，人为创造了两层扭转体系。

实验上我们采用圆偏振光，往返干涉形成驻波光晶格。此时晶格场产生的光频移同时包含标量项和矢量项的贡献：

$$\Delta U_{circ} = -4A\cos^2 kz\left[\alpha_s + \alpha_v \varepsilon \frac{m_F}{F}\right] \tag{4.4}$$

可以很容易的看出，幻零条件为：

$$\alpha_s = -\alpha_v \varepsilon \frac{m_F}{F} \tag{4.5}$$

根据上式我们自然的可以得到对于 $m_F = 0$ 的塞曼子能级公式右边为零，那么只要标量极化率为零，式(4.5)便自然成立。前面提到在 790.02nm 处不存在标量极化率，所以我们选择其中一个自旋态为 $\left|F = 2, m_F = 0\right\rangle$ 态。对于这个态来说，因磁量子数 $m_F = 0$ 而天然消除了矢量极化率的贡献。所以不论量子化轴方向如何选定，幻零条件都始终存在，这给我们的实验提供了极大地便利性。同时 $\left|F = 2, m_F = 0\right\rangle$ 态作为典型的“钟态”，对磁场噪声具有较低的一阶敏感度，这更有助于系统的稳定。与之对应，另一个自旋态我们人为的选定为 $\left|F = 1, m_F = 1\right\rangle$ 态，这主要是考虑到 $\left|F = 1, m_F = 1\right\rangle$ 为绝对基态，能够最小化粒子间的非弹性碰撞。另一方面，由于准二维 BEC 的制备过程中原子已处于 $\left|F = 1, m_F = 1\right\rangle$ 态，直接利用这个态进行后续的物理过程，可以提升我们的实验效率。而 $\left|F = 1, m_F = 1\right\rangle$ 态的 tune-out 波长需要我们通过实验去标定。

4.4 双层扭转光晶格的实现

图 4-2 展示了双层扭转自旋依赖光晶格的光路设计。实验中我们分别使用两台掺钛蓝宝石激光器产生光晶格，一台来自 M Square 公司（SolsTiS），另一台来自 Coherent 公司（MBR-10）。蓝宝石激光器的波长调谐范围十分的广（700-1000nm），能够很好的满足我们宽范围扫描波长的需求。同时我们采用 18W 532nm 固体激光器作为种子光，最终蓝宝石激光器可以得到 2W 的输出功率。实验中为了蓝宝石激光器能够稳定持续的运转，我们将两台激光器单独放置在一个光学平台上，然后通过光纤将光引入到主平台。图 4-2 展示 BEC 附近双层扭转自旋依赖光晶格的光路设计。

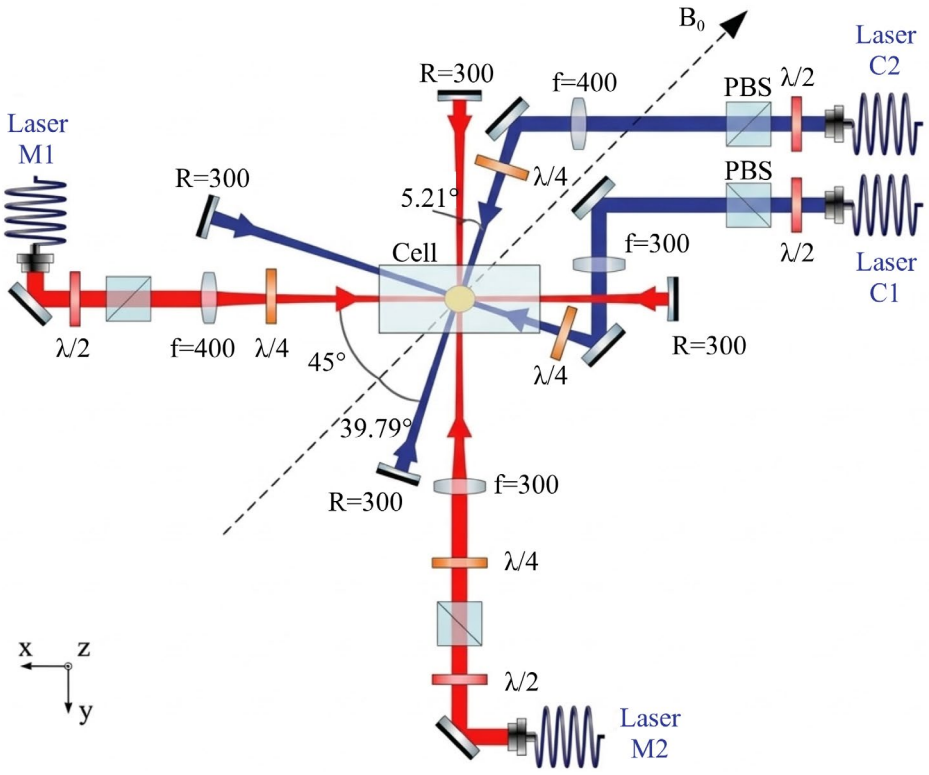

图 4-2 扭转双层自旋依赖光晶格光路

为了便于描述，我们定义由 M Square 公司激光器输出的两束光分别为 M1 和 M2，由 Coherent 公司激光器输出的两束光分别为 C1 和 C2。光束引到主平台后我们首先对其进行了偏振的纯化，通过一个 $\lambda/2$ 波片和 PBS 的组合将其纯化为完美的线偏光，然后再由一个 $\lambda/4$ 波片调节为圆偏光。为了使光晶格与原子的相互作用最大，所有的四束光晶格都采用聚焦的方式作用原子。由于真空腔体和平台的尺寸限制，M1 与 M2，C1 与 C2 的聚焦透镜焦距选取不一致，这会导致两个方向的光晶格尺寸有略微的差异。但是因为我们是在二维体系中进行试验，BEC 的尺寸远小于聚焦后的激光腰斑，所以这个差异可以基本忽略。我们选择曲率半径 R=300mm 的凹面镜置于 Cell 的另一边，用来将聚焦后发散的入射光再次以聚焦的方式返回，从而形成正方光晶格。为了避免同一台激光器输出的两束光进行干涉，我们使用声光调制器分别对两束光进行了不同的频移，两束编号为 1 的光的频移为+80MHz，编号为 2 的光的频率为+95MHz。在这里都选取 AOM 的+1 级衍射光是为了方便在光路搭建初期利用两束光实现同频干涉，进行两束光之间和光与原子之间的重合调节。设定 M1 与 M2 对于 Cell 为正入射，作为第一套光晶格，C1 和 C2 分别相对于 M1 和 M2 有一个 5.21° 的夹角，且入射方向相反，所以对应的光偏振方向也相反。

对于二维正方光晶格来说，量子化轴方向的选取十分重要。我们需要使得自旋依赖效应在 x 和 y 两个方向上同时成立，磁场 B_0 在两个方向上的投影完全相等，即量子化轴与每个方向上晶格的夹角都为 45°。但是由于同时只能产生一个量子化轴，正常情况下我们只能保证对于其中一套方晶格实现两个方向的全同性。而在上一小节我们提到，对于 $|F=2, m_F=0\rangle$ 态，量子化轴的选取不影响其晶格势和 Tune-out 条件。所以我们设定 C1，C2 两束光的波长为 λ_1=790.02nm，形成对 $|F=2, m_F=0\rangle$ 态透明，而对 $|F=1, m_F=1\rangle$ 态有作用的自旋依赖光晶格。此时磁场 B_0 的指向性不会影响 C1，C2 两束光与原子的相互作用强度，这也是我们实验设计最巧妙的地方。

下面我们将介绍如何调节 M1，M2 的 Tune-out 波长和 45° 磁场的。在玻璃 Cell 附近除了一对反亥姆霍兹线圈外，还有三对亥姆霍兹线圈，它们的方向分别平行于玻璃 Cell 的六个面。由于我们的 Cell 为长方体，为了留有足够的通光孔径，所以水平方向的两个线圈的半径和匝数不同。这就导致我们不能通过加载相同的电流轻而易举的得到 45° 磁场，只能通过比较 M1 和 M2 分别对原子的作用效果来判断两个方向是否达到平衡。

具体调节调节过程如下：

1. 首先我们调节好 M1，M2 两束光的指向性，光的中心与原子位置完全重合。然后随机给定一个适当的电流值，用磁场高斯计在 Cell 附近分别测量 x 方向和 y 方向的磁场大小，初始我们大约各是 7G 左右。这个磁场值较低，我们的磁场全部采用被动反馈，因为在能够产生足够大的塞曼分裂下，较小的磁场具有更好的稳定性。
2. 单独用 x 方向或者 y 方向的光晶格以脉冲的形式作用于 $|F=1, m_F=1\rangle$ 态的准原子云，然后经过 TOF=18ms 进行吸收成像观察，通过卡皮查-狄拉克衍射（Kapiza-Dirac diffraction， KD 衍射）的结果来判断光与原子的相互作用强度。在 KD 衍射第一个周期内，相互作用越强，衍射到高阶动量的原子分布越多；反之，当完全没有相互作用时，BEC 原子云保持不变，没有高阶动量衍射峰出现，仅在中心有 0 动量原子分布。
3. 用单束光作用时，通过扫描激光频率，寻找光与原子的无相互作用区间，即原子云的 KD 衍射没有高阶动量分布。这个过程中我们需要改变多个脉冲时间进行测量，以确保无相互作用区间最精确。我们实验中设定的脉冲时间分别为[0.004，0.012，0.02，0.1，0.2，1]ms。

4. 观察第 3 步得到的结果，看 x 方向的无相互作用区间频率与 y 方向的有没有交集，如果有交集说明我们的磁场方向很接近 45° 了，如果没有交集则说明磁场方向与 45° 偏离较远，此时只需要调节水平方向其中一组线圈的电流大小，然后重复步骤 3 再进行观测。直到 x，y 两个方向的光晶格对$|F=1,m_F=1\rangle$态的无相互作用区间重合。此时磁场在两个方向上的投影一定是相等的。

最终，我们测得$|F=1,m_F=1\rangle$态的 Tune-out 波长为λ_2=788.28nm。总磁场的大小是通过自旋态跃迁精确测得的，B_0=10.1G。图 4-3 展示了自旋依赖光晶格的测量结果。

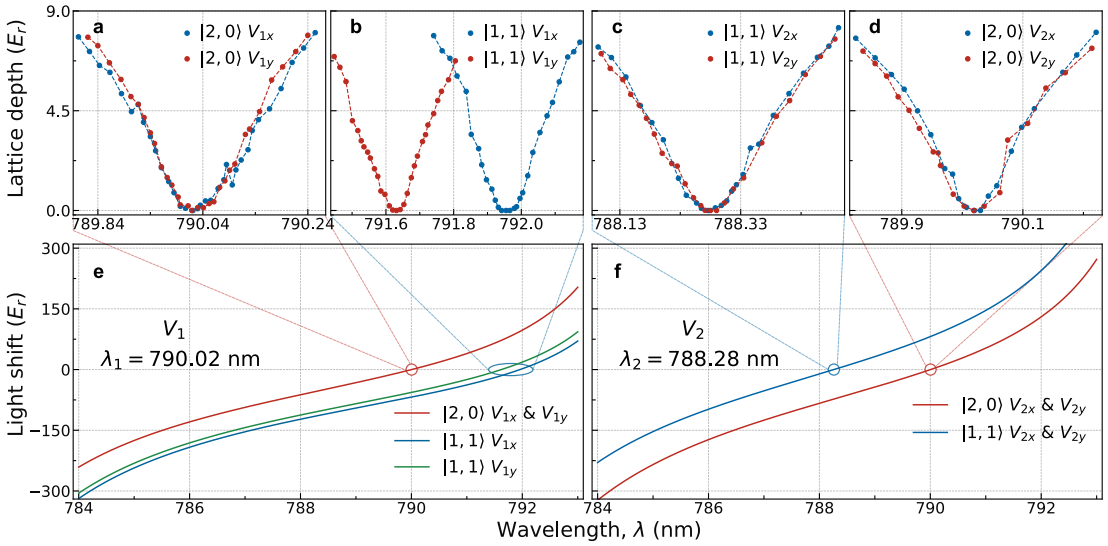

图 4-3 自旋依赖光晶格的 Tune-out 波长

注：V_{1x}和V_{1y}分别为 C1 和 C2 形成的光晶格，V_{2x}和V_{2y}分别为 M1 和 M2 形成的光晶格。

图 4-3(a)(b)分别展示了 C1，C2 形成的光晶格 V_{1x}，V_{1y} 在相同光强和脉冲作用时间下，分别对$|F=2,m_F=0\rangle$态和$|F=1,m_F=1\rangle$态的阱深随光晶格波长的变化，阱深由 KD 衍射法进行标定。对于$|F=2,m_F=0\rangle$态，两个方向的相互作用都在 790.02nm 处消失，实现“透明”效果。而对于$|F=1,m_F=1\rangle$态，由于磁场在 C1，C2 两束光晶格的方向上的投影不相等，它们的无相互作用区间呈现分立状态。图 4-3(e)为理论计算结果，可以明显看出，当磁场投影分量不平衡的情况下，由于矢量光频移的存在，$|F=1,m_F=1\rangle$在两个方向上始终不能实现相同的光频移。图 4-3(c)(d)分别展示了 M1，M2 形成的光晶格 V_{2x}，V_{2y} 在相同光强和脉冲作用时间下，分别对$|F=2,m_F=0\rangle$态和$|F=1,m_F=1\rangle$态的阱深随波长的变化。同样的，$|F=2,m_F=0\rangle$态的 Tune-out 波长依旧在 790.02nm 处。而$|F=1,m_F=1\rangle$态此时的响应与光晶格 V_{1x}，V_{1y} 大不相同。我们可以看到在整个波长区间内，$|F=1,m_F=1\rangle$态在两个方向上的变化完全一致，最终

Tune-out 波长为 788.28nm。图 4-3(f)展示了平衡磁场条件下两套光晶格对两个不同自旋态在两个方向上的响应结果。通过比较图 4-3(e)和(f)，可以看出即使量子化轴的的方向发生了变化，且磁场在 x，y 方向上的投影不论相同或者不相同，$|F=2,m_F=0\rangle$ 态的 Tune-out 条件都始终不变，这进一步的验证了我们之前对极化率的分析。

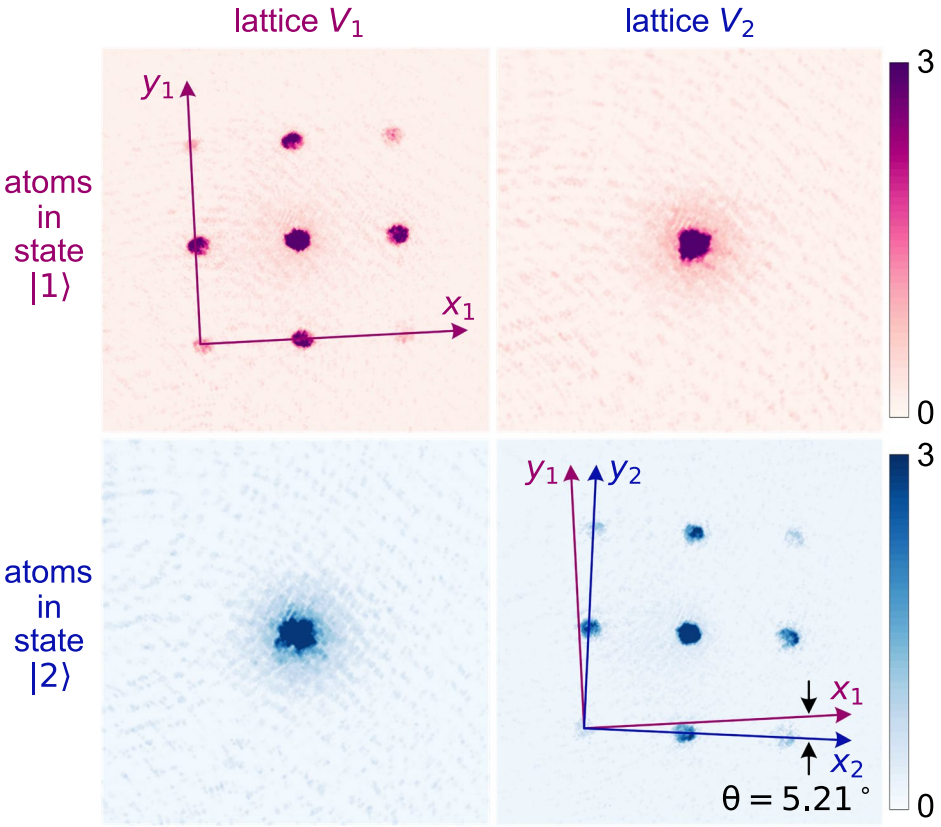

图 4-4 不同自旋态在双层扭转自旋依赖光晶格中的独立 KD 衍射

图 4-4 展示了$|1\rangle=|F=1,m_F=1\rangle$态和$|2\rangle=|F=2,m_F=0\rangle$态原子的在双层扭转自旋依赖光晶格中的独立衍射现象。实验中我们对准二维 BEC 分别施加 V_1=790.02nm 和 V_2=788.28nm 的脉冲光晶格，脉冲持续时间为 4μs，然后进行 TOF=18ms 的吸收成像。当 V_1 作用时，可以看到处于|1⟩态的原子能够经过光晶格的双光子过程衍射出动量分布，而处于|2⟩态的原子由于感受不到晶格势阱，对光晶格没有任何响应。相反的，当 V_2 作用时，处于|1⟩态的原子无响应，而处于|2⟩态的原子受到光晶格的影响衍射出动量分布。同时，我们通过衍射出的动量分布进一步检验了两套光晶格的扭转角度 θ=5.21°（±0.05°）。

4.5 层间耦合

在前几节中，我们详细讨论了自旋依赖光晶格的原理，Tune-out 波长的确定方法以及实验上如何实现双层扭转自旋依赖光晶格。本节将开始具体介绍我们的实验过程和双层光晶格之间的耦合作用。为后续讨论莫尔条纹、莫尔动量和量子相变研究奠定基础。

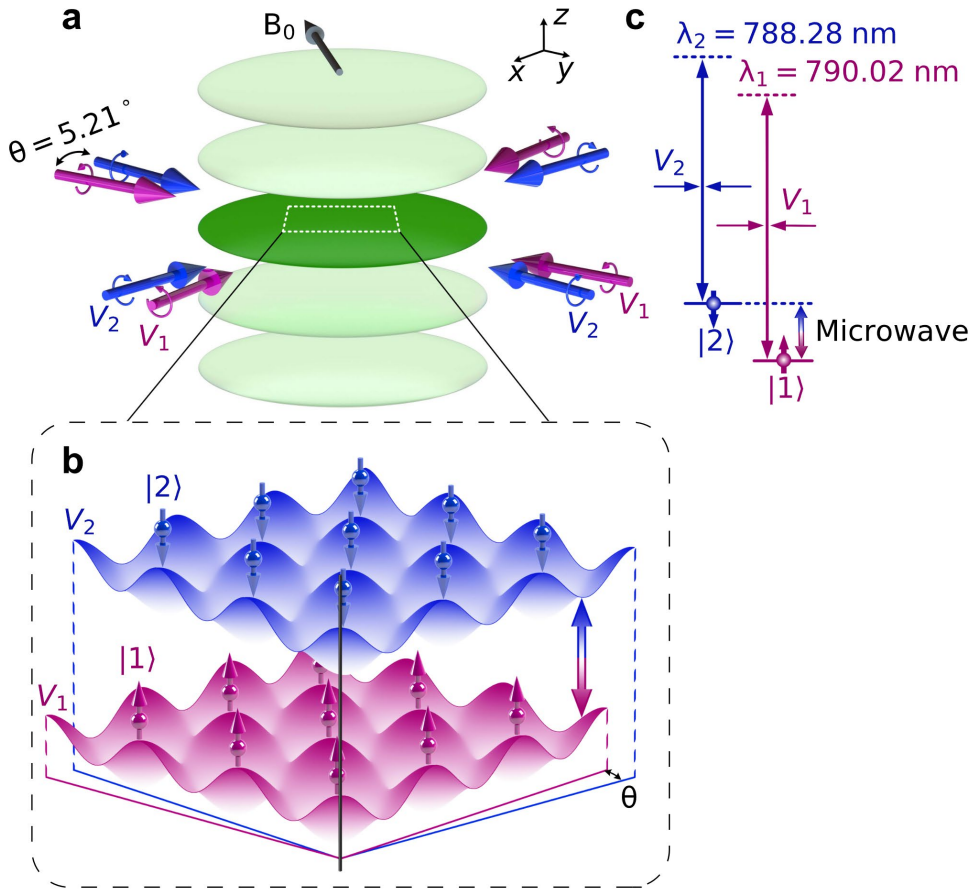

图 4-5 双层自旋依赖光晶格中的层间耦合

注：a.原子被装载到由 z 方向手风琴光晶格形成的单层二维饼状势阱中。水平面内两组方晶格 V_1（紫色）和 V_2（蓝色）以相对角 $\theta = 5.21^\circ$ 形成扭转自旋依赖晶格势，分别独立囚禁自旋态|1⟩（向上箭头）和|2⟩（向下箭头）；b.合成维度双层晶格示意图，层间隧穿由微波场控制。c.两个塞曼能级|1⟩和|2⟩的能级图。

我们实验从最初的交叉偶极阱中的 BEC 开始，包含 7×10^5 个 ^{87}Rb 原子。原子初始布局在 $|F=2, m_F=2\rangle$ 态上，然后利用微波进行快速绝热通道（rapid adiabatic passage）过程，将其高效地制备到 $|1\rangle=|F=1, m_F=1\rangle$ 态上。如图 4-5 中所展示的，接着我们通过第三章介绍的手风琴光晶格将三维 BEC 压为准二维量子气体，原子被装载到图中绿色单层二维饼状结构中。为了能够更好的在准二维体系中观测莫尔物理现象，在这里我们对竖直方向的束缚频率进行了优化，最终竖直方向的束缚频率 $\omega_z=2\pi\times1\text{kHz}$。当准二维 BEC 制备后，我们首先绝热的梯度上升（ramp up）水平面

内的 45° 方向磁场作为量子化轴。然后水平面内两套具有微小相对夹角 θ=5.21°(±0.05)的方形光晶格 V_1（紫色）和 V_2（蓝色）同样以绝热的方式，在 30ms 内 ramp up 到设定值，共同构成一个双层扭转自旋依赖晶格势。在整个装载过程中，原子始终保持在最低能带。它们分别独立的作用于|1⟩态（向上箭头）和|2⟩态（向下箭头）。图 4-5(b)展示了合成维度下的双层晶格示意图，在实空间位置上两个晶格势其实是“重合”的，但是由于自旋依赖相互作用，它们与自旋态维度共同合成为“双层结构”。

能带是固体晶格结构中极其重要的特征，为了表征双层扭转结构的能带特征，我们使用微波进行扭转双层光晶格的层间耦合。光晶格层内的隧穿强度 t_1 和 t_2 分别取决于晶格 V_1 和 V_2 的阱深，由两套晶格各自独立控制。而层间跃迁耦合强度 Ω_R 则由微波场控制。图 4-6(a)展示了在原子被装载到不同深度（0Er，4Er，10Er）的扭转双层光晶格后，初时处于晶格 V_1 的|1⟩态原子被微波 π 脉冲（$\tau_p = 530\mu s$）驱动至|2⟩态进入晶格 V_2 的微波谱。我们用光晶格与原子相互作用的反冲能量（recoil energy）来表示阱深：

$$Er = \frac{q_r^2}{2m} = h \times 3.67\text{kHz} \tag{4.6}$$

其中，$q_r = \hbar k = h/\lambda$ 表示反冲动量，λ 为光晶格波长，m 是 ^{87}Rb 原子的质量。可以看到当阱深 $U_1 = U_2 = 0\text{Er}$ 时，原子处于交叉偶极阱（0Er）中，微波谱展现出一个单一的窄峰结构。当我们将原子加载到扭转双层光晶格中（4Er 和 10Er）时，微波谱展现出多个峰结构。我们将原子初始处于晶格 V_1 的基态能带标记为 $|1, S\rangle$，晶格 V_2 中的不同布洛赫能带分别标记为 $|2, S\rangle$、$|2, P\rangle$、$|2, D\rangle$ 等。图 4-6(b)展示了当扭转双层光晶格阱深 $U_1 = U_2 = 4\text{Er}$ 时不同自旋态的布洛赫能带结构，此时峰的位置与晶格 V_2 中 S、P 和 D 能带计算的位置相符，这表明晶格 V_2 中，不同自旋态的原子被束缚在不同的光晶格中，初始处于晶格 V_1 的原子通过微波转移到了晶格 V_2 中。

如果将原子加载到与自旋无关的光晶格中，微波谱只会出现一个单一的窄峰，与偶极阱中情况相似，为 $|1, S\rangle \rightarrow |2, S\rangle$ 跃迁。这是因为两个自旋无关的方晶格叠加之后形成的是一个单一的超晶格，本质上还是一个晶格，即只有“一层”。所以其内部的能带结构只是在原有的单个方晶格的基础上做了平移，微波在更高布洛赫能带之间的耦合很小，可以忽略不计。而在自旋依赖的光晶格中，本质上是完全两套独立的晶格，即“两层”，原子在两层晶格之间的跃迁允许|1⟩态到|2⟩态的任何一个布洛赫能带。

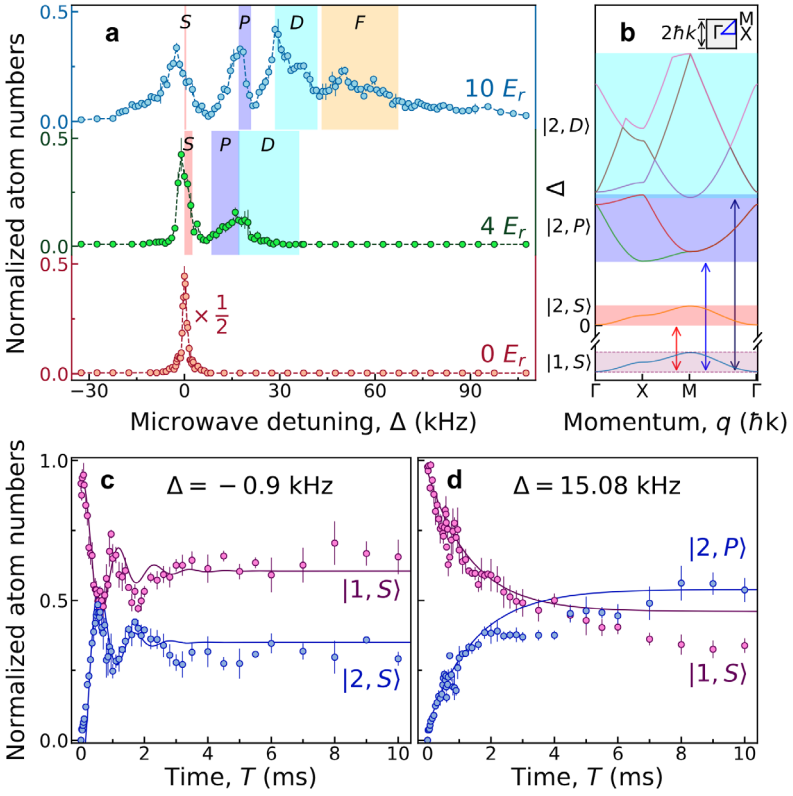

图 4-6 微波控制扭转双层光晶格层间耦合

注：a.扭转双层光晶格深度分别为 0Er、4Er 和 10Er 的情况下，原子被微波 π 脉冲（τ_p = 530μs）从晶格 V_1 的|1⟩态跃迁到晶格 V_2 的|2⟩态上的不同布洛赫能带。b.当晶格阱深为 4Er 时，理论计算得到的晶格能带结构。c.和 d.表示基态|1,S⟩分别与不同布洛赫能带|2,S⟩，|2,P⟩耦合的 Rabi 振荡。

从晶格阱深 U_1=U_2=4Er 和 10Er 的微波谱中我们还能发现，能带的谱线宽度会随着阱深的增加和能带的升高而增加，同时峰的高度会降低。这是由于多原子在单格点上的相互作用（on-site interaction）引起的。当增加晶格深度时，原子的 on-site 相互作用会增强。这是因为由高斯光形成的光晶格会在原本光晶格势的背景上增加一个微弱的谐振子势，整个光晶格中的原子密度分布不均匀。因此晶格中心的位置每个格点上有多个原子，而在晶格边缘处每个格点的原子数更少，甚至仅装有单个原子。从而中心部分原子间的 on-site 强相互作用会更强，边缘部分的较弱，就会导致光晶格中心的原子频率偏移较大，而边缘位置的频率几乎没有偏移，最终在微波谱上体现为峰的加宽。

图 4-6(c)和(d)分别展示了初始处于晶格 V_1 的$|1,S\rangle$能带的原子与晶格 V_2 的$|2,S\rangle$和$|2,P\rangle$能带耦合的 Rabi 振荡。可以看到无论与哪个布洛赫能带耦合，Rabi 振荡都表现出快速衰减，且与更高的能带耦合衰减更快。这主要由两个实验系统原因造成，一个是量子化轴磁场的波动和噪声，另一个是不均匀的光晶格势阱以及由光晶格引

起的强相互作用导致的。若没有光晶格我们能够看到两种自旋态之间的 Rabi 振荡很好，其相干时间能够延长许多倍，如图 4-7 所示。当加入扭转双层光晶格时，两个自旋态分别感受到不同的势阱，在从初始晶格向另一个晶格转移的过程中，相干性会快速丢失。此外，更高的阱深会导致更大的非均匀 on-site 强相互作用，所以当晶格深度更高时，退相干也更明显。

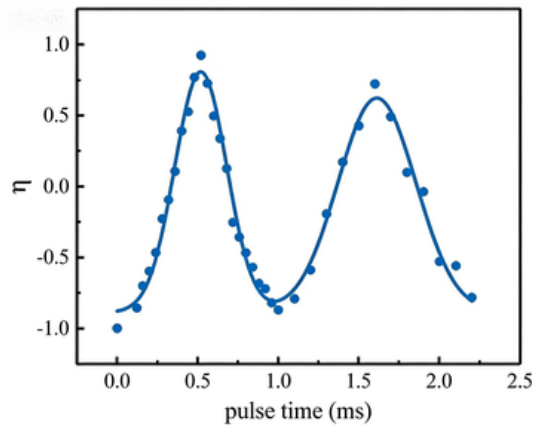

图 4-7 无扭转双层光晶格时 $|1\rangle$ 态与 $|2\rangle$ 态的 Rabi 振荡

另外，我们整个实验过程的时间尺度为数十毫秒量级，在这么短时间内对于 ^{87}Rb 原子来说，可以忽略因光子散射而带来的加热效应。这时因为 ^{87}Rb 原子的精细结构分裂为 15nm(780nm 和 795nm)，我们选用的 tune-out 波长分别为 788.28mn 和 790.02nm，它们与两条共振线相差 5nm 以上，所以加热效应较低。阱深和单光子散射率的一般表达式为：

$$\begin{aligned} U_0 &= \frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3}\left(\frac{2+\xi g_F m_F}{\delta_{D2}} - \frac{1-\xi g_F m_F}{\delta_{D2}}\right)\cdot\frac{8P}{\pi w_0^2} \\ \Gamma_{SC} &= \frac{\pi c^2 \Gamma^2}{2\omega_0^3}\left(\frac{2}{\delta_{D2}} + \frac{1}{\delta_{D2}}\right)\cdot\frac{8P}{\pi w_0^2} \end{aligned} \tag{4.7}$$

其中，w_0 为腰斑，P 为激光功率，Γ 是激发态的自发衰减率，U_0 为一维光晶格的阱深，Γ_{SC} 为光子散射率。以失谐更小的 790.02nm 为例，当阱深 U_0=10Er 时，$\Gamma_{SC} = 2\pi \times 1.15\text{Hz}$。因此，有光晶格单光子散射效应带来的加热，在数十毫秒的实验时间尺度内可以忽略不计。

4.6 公度晶格和平带

在凝聚态物理中，晶体结构由布拉维晶格（Bravais lattice）和基元共同描述[114]。对于一个二维布拉维晶格来说，任意一个格点位置可表示为：

$$\boldsymbol{R} = n_1 a_1 + n_2 a_2, \quad n_1, n_2 \in \mathbb{Z} \tag{4.8}$$

其中 a_1 和 a_2 表示晶格的基矢。当具有相同晶格常数 a 的两个晶格的基矢可以分别表示为：

$$a_1 = (a, 0), \quad a_2 = (0, a) \tag{4.9}$$

当旋转一个 θ 角后新的基矢为：

$$a_1' = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix} = \left(a\cos\theta, a\sin\theta \right) \tag{4.10}$$

$$a_2' = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ a \end{pmatrix} = \left(-a\cos\theta, a\cos\theta \right) \tag{4.11}$$

当两个晶格叠加后是否具有严格的平移对称性取决于转角 θ 是否满足公度条件。如果存在整数 m,n,p,q,满足使得扭转 θ 角后的两层晶格的格点在某个超晶格原胞中重合，则称这个扭转角为公度角。即 m,n,p,q,满足：

$$m_1 a_1 + m_2 a_2 = n_1 a_1' + n_2 a_2' \tag{4.12}$$

代入扭转后得到的基矢，即式(4.10)和(4.11)，我们可以得到：

$$(m_1 a, m_2 a) = (n_1 a\cos\theta - n_2 a\sin\theta, \ n_1 a\sin\theta + n_2 a\cos\theta) \tag{4.13}$$

两边都约去 a 可以得到方程组：

$$\begin{cases} m_1 = n_1\cos\theta - n_2\sin\theta \\ m_2 = n_1\sin\theta + n_2\cos\theta \end{cases} \tag{4.14}$$

使这组方程有整数解的 θ 即为公度角，形成的扭转结构为周期性晶格，即公度晶格。而分数解所形成的扭转结构没有周期性，为非公度晶格。对于正方晶格，公度角与毕达哥斯拉三元数密切相关。我们设 $\tan(\theta/2) = \bar{m}/\bar{n}$，其中 $\bar{m}$ 和 $\bar{n}$ 是互为质数的自然数，利用正切函数的万能公式：

$$\cos\theta = \frac{1 - \tan^2(\theta/2)}{1 + \tan^2(\theta/2)} = \frac{\bar{n}^2 - \bar{m}^2}{\bar{n}^2 + \bar{m}^2} \tag{4.15}$$

$$\sin\theta = \frac{2\tan(\theta/2)}{1 + \tan^2(\theta/2)} = \frac{2\bar{m}\bar{n}}{\bar{n}^2 + \bar{m}^2} \tag{4.16}$$

可以证明，$\cos\theta$ 和 $\sin\theta$ 均为有理数的充要条件是 $\bar{m}^2+\bar{n}^2$ 为完全平方数，即存在自然数 $\bar{c}$ 满足毕达哥拉斯定理（勾股定理）$\bar{m}^2+\bar{n}^2=\bar{c}^2$。我们可以设 $\bar{a}=\bar{n}^2-\bar{m}^2$，$\bar{b}=2\bar{m}\bar{n}$，$\bar{c}=\bar{n}^2+\bar{m}^2$，则有 $\bar{a}^2+\bar{b}^2=\bar{c}^2$，且

$$\cos\theta=\frac{\bar{a}}{\bar{c}},\quad \sin\theta=\frac{\bar{b}}{\bar{c}} \tag{4.17}$$

根据 $m+n$ 的奇偶性，超晶格的周期有两种形式：

1. 当 $\bar{m}+\bar{n}$ 为奇数时，超晶格的周期为 $\lambda_{SL}=\bar{m}a/\sin(\theta/2)=2\bar{m}\lambda_{mo}$；
2. 当 $\bar{m}+\bar{n}$ 为偶数时，超晶格的周期为 $\lambda_{SL}=\bar{m}a/\sin(\theta/2)=\sqrt{2\bar{m}}\lambda_{mo}$；

其中 $\lambda_{mo}=a/(2\sin(\theta/2))$ 为莫尔周期。

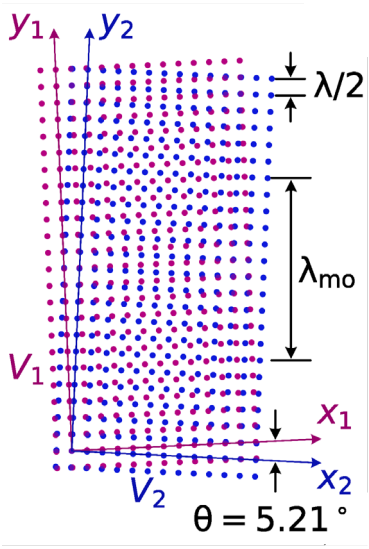

图 4-8 扭转双层晶格形成的公度晶格

实验中我们构建的光晶格 $\bar{m}=1$，$\bar{n}=22$ 对应的公度角 $\theta=5.205^\circ$，而我们实验测得的扭转角为 5.21°。虽然二者存在微小的偏差，但在实际体系中，由于原子间的排斥相互作用和有限尺寸效应，这样微小的偏差带来的影响可以忽略。两层光晶格的势能可以表示为：

$$U_1(x,y)=U_0\left[\sin^2\left(kx\cos\frac{\theta}{2}-ky\sin\frac{\theta}{2}\right)+\sin^2\left(ky\cos\frac{\theta}{2}+kx\sin\frac{\theta}{2}\right)\right] \tag{4.18}$$

$$U_2(x,y)=U_0\left[\sin^2\left(kx\cos\frac{\theta}{2}+ky\sin\frac{\theta}{2}\right)+\sin^2\left(ky\cos\frac{\theta}{2}-kx\sin\frac{\theta}{2}\right)\right] \tag{4.19}$$

其中 $k=2\pi/\lambda$ 为晶格中激光的波数，U_0 为晶格阱深。此时总势场为两套光晶格势能的和，但是不同的光晶格作用于不同的自旋态，通过微波进行层间耦合，体系的有效哈密顿量为：

$$H=\begin{pmatrix} -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+U_1+\frac{\Delta}{2} & \Omega_R \\ \Omega_R & -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+U_2-\frac{\Delta}{2} \end{pmatrix} \tag{4.20}$$

其中 Ω_R 为层间耦合强度，Δ 为微波失谐。

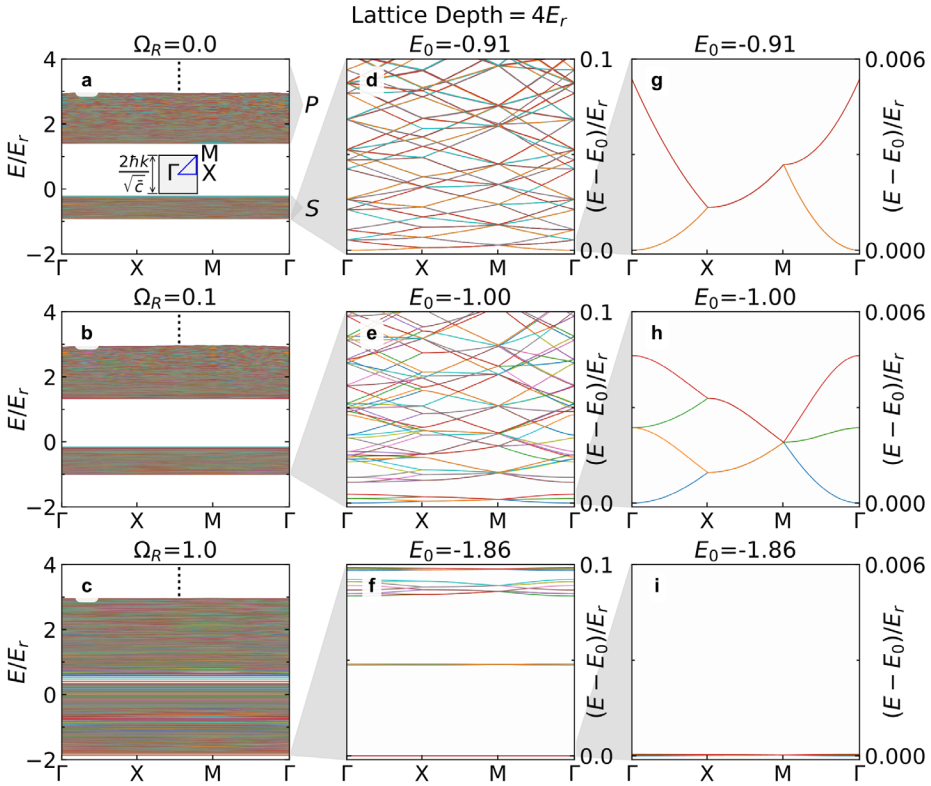

图 4-9 扭转双层光晶格能带随层间耦合强度的变化

图 4-9 展示此时扭转双层光晶格的能带结构，由于实验中的层间耦合是通过微波实现的，所以我们可以通过改变微波的强度灵活的控制层间耦合。当增加层间耦合强度时（自上而下），能带结构趋于平带。平带的结构可以从有效哈密顿量理解。在数值计算中，我们首先在实空间中将面积为 $\sqrt{c}a\times\sqrt{c}a$ 的单位超晶格原胞离散为 $l\times l$ 的网格，然后对有效哈密顿量进行对角化。，式(4.20)简化为：

$$H=\begin{pmatrix} H_{\text{eff}}^{+} & 0 \\ 0 & H_{\text{eff}}^{-} \end{pmatrix} \tag{4.21}$$

其中

$$H^{\pm} = h_0 \pm h_1 \tag{4.22}$$

$$h_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{U_1 + U_2}{2} \tag{4.23}$$

$$h_1 = \sqrt{\Omega_R + \frac{\left(U_1 - U_2 + \Delta\right)^2}{4}} \tag{4.24}$$

当我们将层间耦合取很大的时候，满足$\Omega_R \gg U_0$时，低能带的结构由有效哈密顿量H_{eff}^{-}表示，它可进一步近似为：

$$H_{\text{eff}}^{-} \approx -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{U_1 + U_2}{2} - \frac{\left(U1 - U2 + \Delta\right)^2}{8\Omega_R} - \Omega_R \tag{4.25}$$

对应的有效势：

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_1 + U_2}{2} - \frac{\left(U_1 - U_2 + \Delta\right)^2}{8\Omega_R} \tag{4.26}$$

当$\Omega_R \gg U_0$时，有效势的调制深度加深，导致长波长的莫尔势变得更深。最低能带中原子被局域在更大的空间尺度（莫尔波长量级）上，从而增强了波函数的局域性，促使平带的形成，这与光子系统中实现的平带类似[115-117]。

莫尔平带具有许多优点，首先平带的淬火过程会降低原子动能，导致波函数局域化，从而极大地增强了原子间的相互作用，并放大了相互作用的影响。其次，莫尔超晶格会在缩小的布里渊区中产生更小的微能带。由于布里渊区缩小，意味着较小的原子密度就足以使超晶格能带完全充满或耗尽，这在实验中是很容易实现的。

4.7 莫尔条纹和莫尔动量

形成公度晶格最直接的证据是观测到莫尔条纹和莫尔动量。综上所述，莫尔周期可表示为：

$$\lambda_{\text{mo}} = \frac{a}{2\sin\theta/2} \tag{4.27}$$

对于晶格常数 a=395nm 和扭转角θ=5.21°的莫尔晶格来说，莫尔周期$\lambda_{\text{mo}} = 4.35\mu\text{m}$。实验上为了确定莫尔周期，我们使用高分辨率物镜对原子云进行了原位成像，在实空间中观测到了一维和二维的莫尔条纹。

首先，我们将准二维 BEC 装载入晶格 V_1 的$|1,S\rangle$基态，然后以失谐$\Delta=0.9\text{kHz}$ ramp up 微波场驱动原子进入$|2,S\rangle$态，最后进行原位成像。图 4-10 展示了实验中原位成像的观测结果。我们分别在 x 方向（a 图）和 y 方向（c 图）的扭转一维光晶格中观测到了沿 x 方向和 y 方向的一维莫尔条纹。也在扭转二维光晶格中观测到了二维莫尔条纹（e 图），呈现方格子形状。

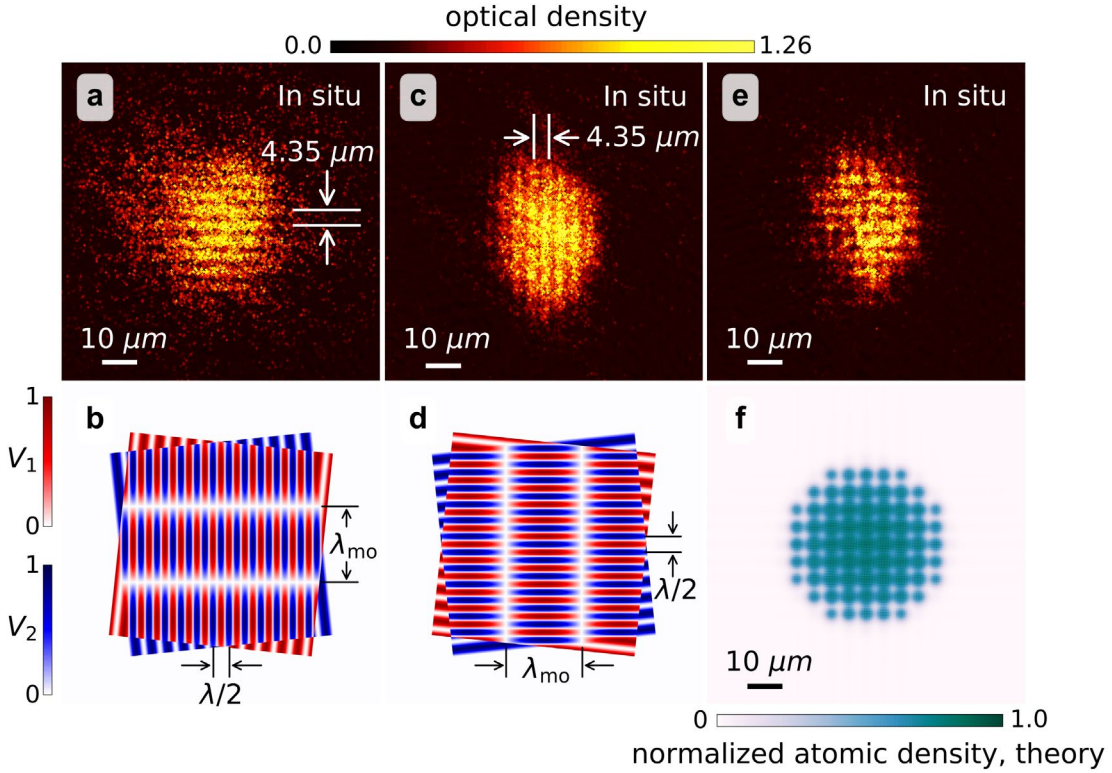

图 4-10 实空间观测一维和二维莫尔条纹

注：a 和 c 分别为一维扭转双层光晶格中原子在 x 方向和 y 方向的莫尔条纹。b 和 d 分别为理论预测 x 方向和 y 方向晶格势所形成的莫尔条纹示意图。e 和 f 分别为二维扭转双层光晶格中莫尔图案的实验结果和理论预测结果。

图(b)(d)(f)分别展示了 x 方向、y 方向和二维的莫尔条纹理论预期结果，与实验结果匹配的很好。但是可以看出在理论的结果中，二维莫尔条纹的整体轮廓应该是一个 xy 方向完全相同的圆形。而实验结果无论在一维还是二维的情况下，原子云的整体轮廓都呈现出椭圆形。我们判断这是由 x-y 平面中有一个微小的非对称谐振式所导致的。不过这对我们的观测结果不会产生重要影响。

进一步的，我们还通过分析双层扭转光晶格中原子的动量空间分布来研究其量子态。同样的，我们首先将原子制备到 V_1 的$|1,S\rangle$基态，然后通过共振微波耦合到$|2,S\rangle$态，最后进行 TOF=18ms 的吸收成像，此时两套光晶格阱深都为 4Er。

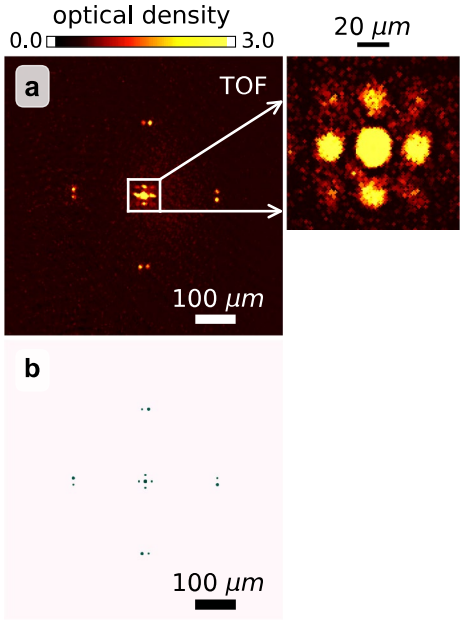

图 4-11 动量空间中观测扭转双层光晶格的动量分布

图 4-11(a)展示在动量空间中对扭转双层光晶格的动量衍射观测结果。可以看出在动量空间中出现了两组衍射现象。首先中心最亮的一个点和四周较亮的点是原子与晶格 V_1 发生相互作用衍射出来的主动量点，其动量 $q_{\mathrm{p}}=\pi/a$。而中心周围次亮的和四周较暗的动量点，我们称之为莫尔动量，分别是由四周的主动量点和中心的动量点再次与晶格 V_2 发生相互作用衍射出来的，其动量 $q_{\mathrm{mo}}=\pi/\lambda_{\mathrm{mo}}$。换句话说，虽然原子已经从晶格 V_1 耦合到了晶格 V_2 中，但是它还保留着与晶格 V_1 相互作用后的动力学特性。这进一步证明了我们实验实现了“双层”晶格，并且清晰的动量分布表明此时原子的状态处于超流相，其相干性延长到了莫尔周期之外。为了检验这种相干性的特点，我们分别对莫尔条纹和莫尔动量的对比度做了测量。用对比度的高低作为相干性好坏的依据更加的直观。

图 4-11 展示实空间（蓝色）和动量空间（红色）中莫尔图案的对比度随时间的变化。在这里，实空间的对比度我们通过下式进行计算：

$$C_{\mathrm{R}}=\frac{S_{\max}-S_{\min}}{S_{\max}+S_{\min}} \tag{4.28}$$

其中 $S_{\max}$ 和 $S_{\min}$ 分别是莫尔条纹中性原子云密度最高点和最低点的数值。动量空间的对比度为：

$$C_{\mathrm{M}}=\frac{\left(P_{\max}^{\mathrm{av}}-P_{\min}\right)}{\left(P_{\max}^{\mathrm{av}}+P_{\min}\right)} \tag{4.29}$$

其中 $P_{\max}^{av}=(P_{\max}^{0}+P_{\max}^{1})/2$ 和 $P_{\min}$ 为衍射动量点的最大密度和最小密度。这里 $P_{\max}^{0}$ 是中心 0 阶动量处的密度最大值， $P_{\min}^{0}$ 是第 1 阶衍射动量的密度最大值。

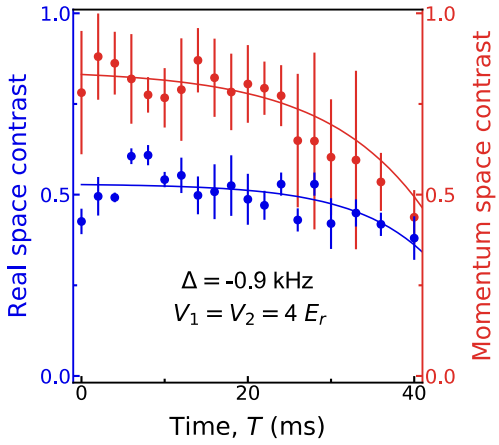

图 4-12 实空间中莫尔条纹和动量空间中莫尔动量的对比度变化

可以看出，实空间和动量空间的莫尔图案在 40ms 的时间内一直保持的比较好。所以我们也可以得出结论，在 4Er 扭转双层光晶格中，原子始终处于超流态。

4.8 双层扭转光晶格中的相变研究

在扭转双层光晶格体系中，可以仅通过微波和阱深两个自由度来调节层内和层间相互作用，这使得我们能够利用超冷原子探索新的量子态和相变。在平均场近似中，超流态的系统可以用耦合的格罗斯-皮塔耶夫斯基（Gross-Pitaevskii，GP）方程很好的描述：

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{\partial\phi_1}{\partial t}&=\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+\frac{1}{2}m\omega_\perp^2(x^2+y^2)+V_1+\eta g_{11}|\phi_1|^2+\eta g_{12}|\phi_2|^2\right]\phi_1+\hbar\Omega_R\phi_2 \\ i\hbar\frac{\partial\phi_2}{\partial t}&=\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+\frac{1}{2}m\omega_\perp^2(x^2+y^2)+V_2+\eta g_{12}|\phi_1|^2+\eta g_{22}|\phi_2|^2\right]\phi_2+\hbar\Omega_R\phi_1 \end{aligned} \tag{4.30}$$

其中微波失谐 $\Delta=0$，且波函数满足归一化要求 $\sum_i\int|\phi_i|^2dr=N$，N 为总原子数。由于我们在 z 方向上施加了强束缚 $\omega_z\cong 2\pi\times 1\text{kHz}$，使系统进入准二维空间，其相互作用强度表示为缩放系数 $\eta=(\sqrt{h/m\omega_z})^{-1}$ 与 $g_{ij}=4\pi\hbar^2a_{ij}/m$ 的乘积，其中 $a_{ij}\approx 100a_B$ 表示三维情况下 ^{87}Rb 原子的散射长度。这表明尽管系统在热力学上是二维体系，但碰撞相互作用仍保持三维的特性，即 $\eta^{-1}\gg a_{ij}$。考虑到 ^{87}Rb 原子的散射长度 a_{11}、a_{12}

和 a_{22} 相近，在计算式我们仅考虑 SU(2)对称相互作用，即有 $g = g_{11} = g_{12} = g_{22}$。除了原子间的相互作用之外，两组分波函数还通过微波进行耦合，其 Rabi 频率为 Ω_{R}。

通过使用虚时间演化方法，我们可以对谐振阱中的基态波函数进行数值求解。理论上，非公度扭转角 $\theta = 5.21^{\circ}$ 应该是一个局域的单粒子基态，而绝对公度扭转角 $\theta = 2\arctan\frac{1}{22}$ 则会在没有相互作用的情况下产生一个扩展的基态。而在实验上，由于是原子间的相互作用在起主导作用，所以导致非周期性和周期性的双层晶格扩展多体态无法区分。

从超流相到莫特绝缘相的相变可以由紧束缚近似下的玻色-哈伯德模型（Bose-Hubbard model）描述。我们可以将层间耦合简化为一个准周期扰动势，从而产生一个与位置相关的能量偏移：

$$M_{\mathrm{i}} = M_{\mathrm{R}}\left[\sin^2(i_x\pi\cos\theta + i_y\pi\sin\theta) + \sin^2(i_y\pi\cos\theta - i_x\pi\sin\theta)\right] \qquad (4.31)$$

其中 i_x 和 i_y 表示第 i 个点上的 x-y 平面内的二维空间。那么可以给出单层紧束缚近似下的哈密顿量为：

$$H = -t\sum_{\langle i,j\rangle} b_i^{+} b_j + \frac{U}{2}\sum_i \hat{n}_i(\hat{n}_i - 1) + \sum_i (M_i - \mu)\hat{n}_i \qquad (4.32)$$

第一项描述的是第 i 格点和第 j 格点间的最近邻隧穿，b_i^{+} 和 b_j 分别表示产生算符和湮灭算符，隧穿强度 $t = \frac{4}{\sqrt{\pi}} Er(V_0/Er)^{3/4} e^{-2(V_0/Er)^{1/2}}$；第二项表示是格点上的 on-site 相互作用，相互作用强度 $U = \sqrt{8/\pi}ka_s Er(V_0/Er)^{3/4}$ 与晶格深度相关；化学势 μ 由晶格中的平均原子数决定。

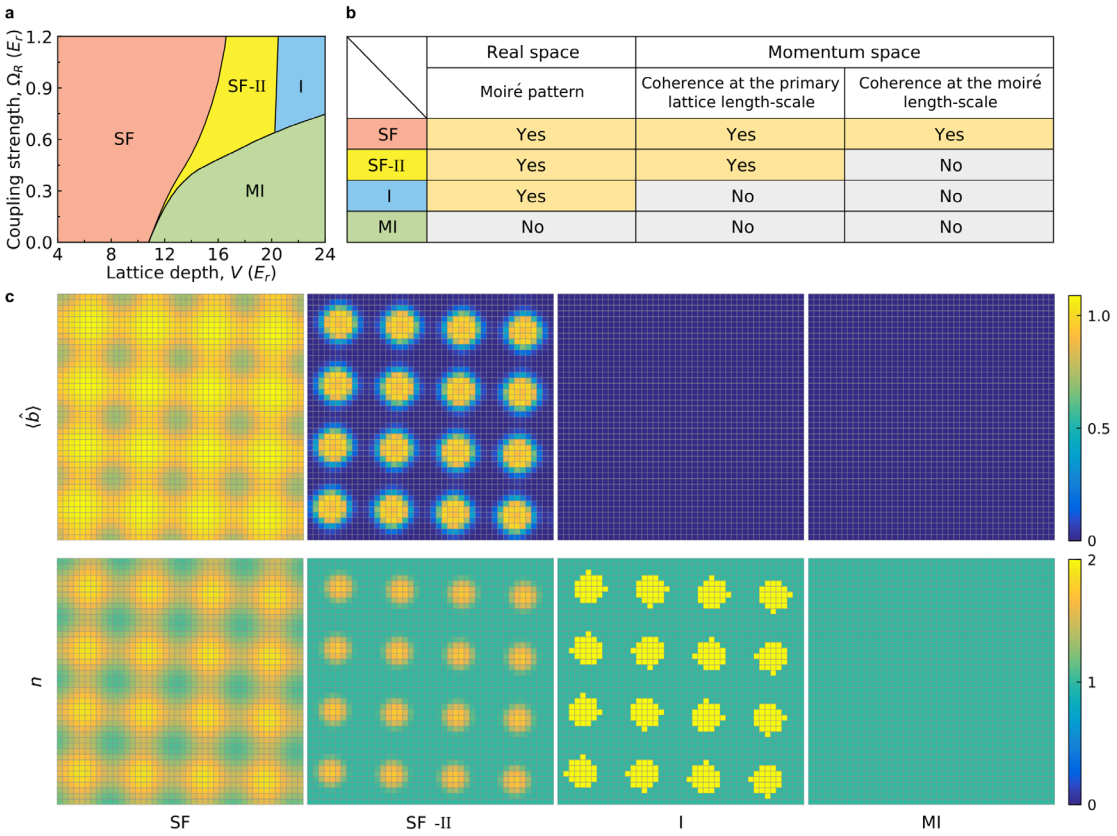

图 4-13 理论计算不同量子态的特征

注：a.相图，其中 SF、SF-II、MI 和 I 分别表示常规超流相、仅具有短程相干性的非常规超流相、模特绝缘体和绝缘体。b.展示了不同相的特征。c.不同相的序参量和格点填充情况。

我们可以利用 Gutzwiller 方法来绘制平均场近似下的相图，这个方法在 Fock 基中扩展了局域态$|\phi_i\rangle$。当层间耦合$M_{\mathrm{i}}=0$时，系统回到 Bose-Hubbard model，即系统仅有超流到莫特绝缘态的相变。其中超流相的特征是超流序参量$\langle \hat{b}_i \rangle \neq 0$，并且每个晶格格点上可以填充任意个原子；而莫特绝缘态中序参量$\langle \hat{b}_i \rangle = 0$，且每个格点上必须填充整数个原子。当层间耦合$M_{\mathrm{i}} \neq 0$时，我们可以通过动量空间中莫尔晶格和主晶格的相干性以及实空间中的原子密度分布来区分这些相。不同相的特性由序参量$\langle \hat{b}_i \rangle$和格点上的填充情况共同决定。图 4-13 展示了理论计算结果描绘出来的相图。计算参数分别为：常规超流相（$V/Er=10, \Omega_{\mathrm{R}}/Er=0.6$）；非常规超流相（$V/Er=15, \Omega_{\mathrm{R}}/Er=0.6$）；莫特绝缘相（$V/Er=23, \Omega_{\mathrm{R}}/Er=0.3$）；绝缘相（$V/Er=23, \Omega_{\mathrm{R}}/Er=1.1$）。

实验上，我们可以通过改变光学晶格的深度以及层间耦合强度，观测到以下量子态：常规超流态（Superfluid，SF）、仅具有短程相干性的超流态（SF-II）、莫特绝缘态（MOTT Insulator，MI）和绝缘态（Insulator，I）。不同量子态之间可通过相位相干性和实空间的密度相干性区分，如上所述。为了得到足够大的耦合强度，我们使用 10W 微波功率放大器将最大层间耦合提高到了约 1Er。然后通过调节光晶格的阱深和层间耦合强度，并测量了莫尔尺度下的长程相干性、短程相干性以及实空间的莫尔图案，从而确定了不同的量子相。如图 4-13(a)所示，在从常规超流态向绝缘态转变的过程中，随着层间耦合的增强，中间会出现 SF-II 相。常规 SF 相和 SF-II 相的关键区别是，常规 SF 相拥有长程相位相干性，而 SF-II 相仅在莫尔长度尺度内保持着相干性。在 SF-II 相区域内，动量空间中的莫尔动量消失，而我们能够在实空间观测到莫尔条纹。理论上，SF-II 相的本质是在常规 SF 向 I 相转变的过程中，部分凝聚体进入了 I 相，但同时还有部分凝聚体保留在 SF 相，即 SF-II 相是有层间耦合诱导的嵌入在带隙绝缘体的超流体组成的相。

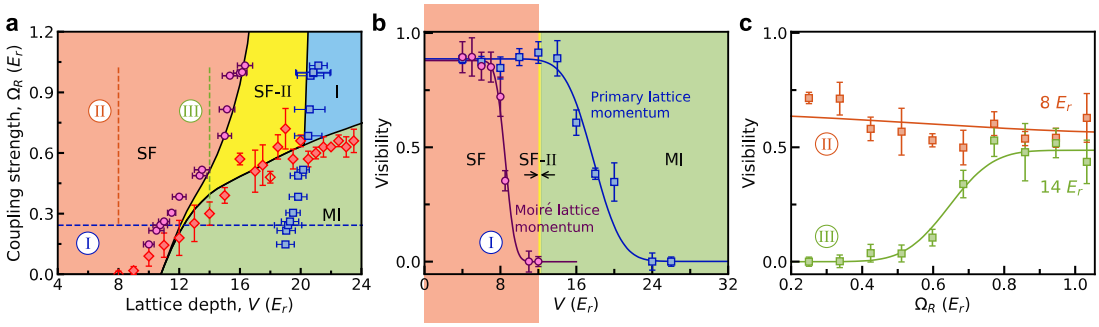

图 4-14 扭转双层光晶格的相图

注：a.为不同晶格深度和耦合强度下对应的量子态相图，图中离散的点（粉色、红色、蓝色）为实验测量的相边界。粉色圆圈和蓝色方块分别表示在莫尔周期尺度和主晶格尺度上相干性的丢失，红色菱形表示在实空间出现莫尔图案的区域。黑色实线表示通过平均场理论计算出的相边界。b.莫尔动量和主晶格动量的清晰度与主晶格阱深的变化，对应图 a 中的路径 I。中间狭窄的黄色区域为 SF-II 相。c.莫尔动量和主晶格动量的清晰度与层间耦合强度的变化，两条曲线分别对应 8Er（图 a 中的路径 II）和 14Er（图 a 中的路径 III）的阱深。

MI 相和 I 相我们可以通过空间相干性的完全消失和晶格点位上的原子填充度来区分。当原子间失去了相干性，即每个格点之间的原子都成为独立的，相邻两个格点的原子隧穿几率几乎为 0，原子被冻结在晶格点位，此时便进入了绝缘相的范畴。对于 MI 相来说，在整个晶格尺度上体现为具有均匀的原子密度和较弱的层间耦合，我们无法在实空间中看到莫尔条纹。而 I 相由于具有更强的层间耦合，虽然在整个晶格尺度上都没有空间相干性，但能够在实空间中观测到莫尔图案。

进一步的，我们还通过三条不同的路径来研究这些相的转变过程。在路径 I 中，我们将层间耦合强度固定在较小的值Ω_R=0.26Er，然后改变光晶格的深度。图 4-13(b)展示从 SF 相向 MI 相转变的过程，中线出现了狭窄的 SF-II 相区域。在这条路径上，我们可以观测到莫尔动量衍射峰逐渐地消失。在 SF-II 相中莫尔动量彻底消失，仅剩下主动量衍射峰。这表明莫尔尺度下的长程相干性被破坏，仅保留短程相干性，所以在实空间中莫尔条纹逐渐显现。随着阱深的进一步增加进入 MI 相后，动量衍射峰彻底消失，原子云成均匀分布，并且实空间中原子被冻结在晶格点位上，莫尔条纹也不会出现。

在路径 II 和 III 中，我们固定了光晶格的阱深，通过改变层间耦合强度来观测莫尔动量清晰度的变化。可以看出，在路径 II 中，莫尔动量始终都保持着比较高的可见程度。然而在路径 III 中，由于光晶格深度已经进入了 MI 相区域，当层间耦合增强时，我们可以看到莫尔动量的清晰度快速上升，并在Ω_R=0.5Er 处体现出了阈值行为，如图 4.14(c)所示。这与我们的理论预期基本上是一致的，表明层间耦合能够促使 MI 相经过 SF-II 相后回到 SF 相。

4.9 总结和讨论

本章介绍了我们首次利用超冷原子体系实现扭转双层莫尔光学晶格的实验构建，实验的构思设计来源于合成维度理论。通过将超冷原子束缚于自旋依赖的光学晶格中，不仅实现了超低温的稳定 BEC，还实现了两组晶格间扭转角度的精准调控，填补了冷原子实验模拟扭转双层结构的空白。并且首次在冷原子中观测到了由层间耦合诱导的实空间莫尔条纹和动量空间莫尔动量。同时系统地研究了该体系从超流相到绝缘相的量子相变，揭示了一个新颖的中间相——非常规超流相相。

而且由层间耦合所产生的莫尔效应具有两种功能。其一，层间耦合为调控量子相变提供了新的可控自由度。其二，莫尔条纹和莫尔动量为探测量子相变提供了一种更灵敏的观测手段。同时，如果将体系扩展至费米子，有可能能够探究超导现象的机制，以帮助我们理解电子型石墨烯双层结构。而且还能超越凝聚态物理学领域，去研究玻色子和费米子在更高布洛赫能带中的非传统拓扑和轨道相态。

我们的工作不仅为模拟扭转体系中的强关联物理提供了一个高度可控且纯净的量子模拟平台，还为探索非公度势与强相互作用共同作用下的新奇量子相（如玻色玻璃相）开创了新的方案。

5 六角-蜂巢对偶晶格的实验研究

超冷原子气体在光学晶格中的量子模拟已成为研究强关联多体物理的强大平台。通过干涉不同构型的激光束，实验上已能实现多种几何结构的光学晶格，例如蜂窝晶格[118,119]（honeycomb lattice）、六角晶格[120,121]（hexagonal lattice）、棋盘晶格[122,123]（checkerboard lattice）、Kagome 晶格[124,125]、Lieb 晶格[126,127]以及更复杂的结构如自旋依赖光学晶格[128]和扭转双层光学晶格[129]。在这些晶格几何中，蜂窝晶格和六角晶格因其独特的对称性和丰富的物理内涵，如狄拉克锥、拓扑边缘态和量子霍尔效应而备受关注。

本章旨在探讨利用强脉冲物质波衍射区分对偶晶格的实验研究。对偶晶格，如蜂巢晶格与六角晶格，遵循巴比涅原理（Babinet principle），其在动量空间的衍射图案难以区分。而在超冷原子系统中，我们通过物质波衍射可实现对其结构的精细分辨。

我们将首先介绍对偶晶格的基本概念及其与巴比涅原理的关系，进而分析晶格中 Wyckoff 点位的对称性对衍射图样的影响。然后系统阐述了光晶格中的衍射理论，包括 Bragg 衍射、Kapitza-Dirac 衍射以及 Raman-Nath 衍射机制，并重点讨论在强脉冲 Raman-Nath regime 下相位折叠（Phase wrapping）效应如何揭示对偶晶格的细微结构。最后，结合实验研究，展示通过对偶晶格在动量空间中的衍射图样识别其几何构型的方法与结果。

5.1 对偶晶格和 Babinet 原理

对偶晶格（dual lattices）的概念源于图论对几何结构的抽象描述，图论为分析其几何结构和揭示潜在的拓扑性质提供了一个直观的框架。在图论的框架下，一个晶格可以被定义为图 $G(v, e, f)$，其中 v 代表顶点（vertices），e 代表边（edges），f 代表面（faces）。其中每条边连接两个顶点，而面则是由边所连接形成的闭合区域。基于这一定义，我们可以引入对偶图案的概念：给定一个图 G，其对偶图 $G^*(v^*, e^*, f^*)$ 是通过交换原图中顶点与面的角色而构造的。具体而言，原图中的每一个面在对偶图中对应一个顶点，原图中每一条边在对偶图中仍然是一条边，而原图中的每一个顶点则在对偶图中对应一个面。这一关系可以用数学表达式简洁地描述为：

$$v^* = f, \quad e^* = e, \quad f^* = v \tag{5.1}$$

即在对偶变换过程中，顶点和面的数量互换，而边的数量保持不变。这种变换揭示了几何结构之间深刻的关联性：两个看似不同的晶格可能互为对偶，从而在拓扑性质上存在内在联系。

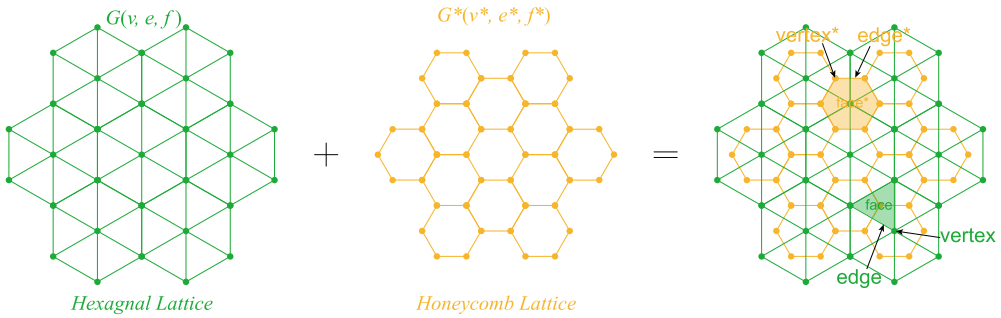

图 5-1 六角晶格与三角晶格对偶图

注：六角晶格（绿色）由顶点、边和面组成，而它的对偶晶格，蜂巢晶格（黄色），用一个顶点替换六角晶格的每个面，并将相邻面共享一条边的顶点连接起来。

在二维光晶格体系中，蜂巢晶格（honeycomb lattice）与六角晶格（hexagonal lattice）是最具代表性的对偶晶格实例。如图 5-1 所示，六角晶格（以绿色表示）由顶点、边和六边形面构成；而其通过对偶变换得到的蜂巢晶格（以黄色表示），则是在每个六边形面的角上放置一个顶点，并连接相邻面所对应的顶点而形成。这种对偶关系使得两种晶格虽然具有不同的几何外观，却在某些物理性质上呈现出对称性或互补性。

在经典光学中，互补结构的衍射行为遵循著名的巴比涅原理（Babinet principle）。该原理指出，两个互补的衍射屏（即一个屏的开孔部分对应另一个屏的不透明部分）所产生的夫琅禾费衍射图样，除中心零级斑点的强度差异外，是完全相同的，如图 5-2 所示。更具体地说，若一个屏的透射函数为$t(x, y)$，其互补屏的透射函数为$1-t(x, y)$，则二者的衍射场分布之间满足一定的互补关系。由于对偶晶格在结构上具有互补性（一个晶格的顶点位置对应另一个晶格的面心位置），因此我们可以知道它们在光学衍射中表现出符合巴比涅原理的行为，即二者的衍射图样难以区分。

考虑一个位于$z=0$平面上的衍射屏，定义其孔径函数为$A(x, y)$，该函数表征屏的透射特性，在透明区域$A(x, y)=1$，在不透明区域$A(x, y)=0$。则其互补屏的孔径函数$A'(x, y)=1$满足：

$$A'(x, y)=1-A(x, y) \tag{5.2}$$

这意味着互补屏在原屏透明的位置变为不透明，在原屏不透明的位置变为透明。在夫琅禾费衍射条件下，观察平面上的光场分布正比于孔径函数的傅里叶变换。设原屏产生的衍射场复振幅分布为$U(x', y')$，互补屏产生的衍射场复振幅分布为$U'(x', y')$，

其中 (x', y') 为观察平面上的坐标。同时考虑不存在任何衍射屏时（即完全透明平面）的场分布 $U_0(x', y')$。根据傅里叶变换的线性性质，互补屏的孔径函数的傅里叶变换正是 1 的傅里叶变换减去原屏孔径函数的傅里叶变换，由此我们可以推出 Babinet 原理和核心关系式为：

$$U(x', y') + U'(x', y') = U_0(x', y') \tag{5.3}$$

这个公式说明原屏与互补屏的衍射场之和，等于无屏时的自由传播场，正如图 5-2 所示。对于通常的衍射测量，观察点通常位于几何阴影区之外，此时 U_0 代表未受扰动的入射场。若入射场是均匀平面波，且观察点不在入射光束的几何投影内，则有 $U_0 \approx 0$，此时式(5.3)变为：

$$U'(x', y') \approx -U'(x', y') \tag{5.4}$$

这意味两个互补屏的衍射场复振幅仅相差一个负号，因此它们的强度分布 $I = |U|^2$ 完全相同，换句话说就是互补屏产生的衍射图样完全相同。对于蜂巢和六角晶格来说，它们的势场分布满足：

$$V_{honey}(r) = -V_{hex}(r) + C \tag{5.5}$$

其中 C 为一个常数，这两种晶格势场在实空间中构成互补关系。在弱光场作用下，原子主要感受到势场的周期性调制，其衍射行为遵从 Babinet 原理，两种晶格的动量空间衍射图样难以区分。然而，当光场强度足够大时，相位调制进入非线性区域，原子波函数发生 phase wrapping，此时 Babinet 原理被打破，对偶晶格的细微结构得以在衍射图样中显现。

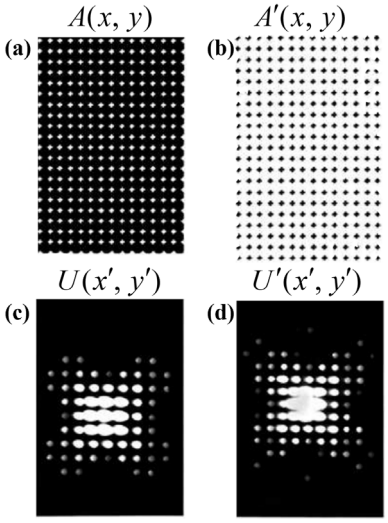

图 5-2 Babinet 原理示意图

图片来源：图片来自文献[130]。

5.2 Wyckoff 晶格点位

在晶体学中，Wyckoff 位置（Wyckoff position）是描述晶胞内原子位置对称性质的基本概念，是解析晶体结构和理解原子占位对称性的重要工具，这一概念最初是由美国晶体学家 Ralph W. G. Wyckoff 提出。对于研究光晶格中的冷原子系统而言，Wyckoff 位置的概念同样具有关键意义，因为它决定了原子在晶格势场中所处的局部环境，进而影响原子波函数的演化及其衍射行为。

从群论的角度看，对于一个给定空间群 G，Wyckoff position 指的是所有具有互为共轭的位置对称群（site-symmetry group）的空间点的集合[131]。位置对称群是指在该空间群作用下，保持某个特定点不变的对称操作所构成的子群。如果一个点位于对称元素（如旋转轴、镜面、反演中心）上，其位置对称群就包含非平凡的对称操作；反之，如果一个点不位于任何对称元素上，其位置对称群仅包含恒等操作。每个 Wyckoff 位置都由三个基本的要素来表征：

1. 多重度（Multiplicity）：表示在单个晶胞中，属于该 Wyckoff 位置的等价点的数目。这些点通过空间群的对称操作相互关联。
2. Wyckoff 字母（Wyckoff Letter）：用于区分同一空间群中不同 Wyckoff 位置的字母标记，通常按照对称性从高到低的顺序依次标记为 a，b，c，……。字母 a 通常对应对称性最高的特殊位置，而最后一个字母对应对称性最低的位置。
3. 位置对称性（Site Symmetry）：描述该位置所具有的点群对称性，即保持该点不变的所有对称操作的集合。

因此，一个完整的 Wyckoff 位置标记通常表示为“多重度+Wyckoff 字母”的形式，例如 1a、2b、3c 等，有时还会附上位置对称性的符号。为了直观展示二维晶格中 Wyckoff 位置的分布，图 5-3 给出了具有不同旋转对称性（C_2、C_4、C_6）的晶体原胞中特殊 Wyckoff 位置的示意图。其中，绿色标记对应高对称性位置，这些位置的局部对称性直接决定了晶格的几何结构及其拓扑性质。

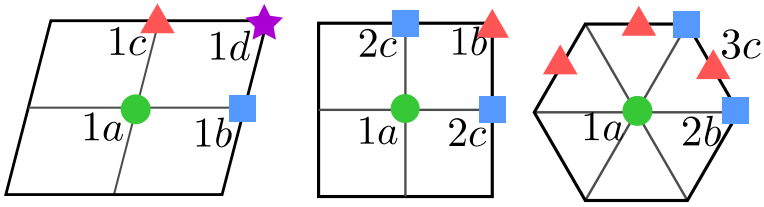

图 5-3 二维旋转对称晶格的原胞结中的特殊 Wyckoff 位置及其多重度

图片来源：图片来自文献[132]。

同时，根据位置对称性的不同，Wyckoff 位置还可分为一般位置（General Position）和特殊位置（Special Position）。一般位置是指那些不位于任何对称元素上的点。对于给定的空间群，一般位置具有最大的多重度，且其位置对称群仅包含恒等操作，即对称性为 1。一般位置对应的 Wyckoff 字母通常是该空间群中按字母顺序排列的最后一个字母。而特殊位置是指那些位于一个或多个对称元素上的点。这些点的位置坐标部分或全部由对称性固定，其位置对称群包含非平凡的对称操作，因此多重度小于一般位置。特殊位置通常用靠前的 Wyckoff 字母表示。

对于二维蜂巢晶格和六角晶格来说，原子所占据的 Wyckoff 位置都属于特殊位置。如图 5-4 所示，在蜂巢晶格中，原子占据 Wyckoff 位置 b，该位置位于六边形的顶点处，处于两个相邻六边形的连接点处，具有较高的位置对称性。而在六角晶格中，原子占据 Wyckoff 位置 a，该位置位于六边形的中心（面心位置），同样也属于特殊位置。

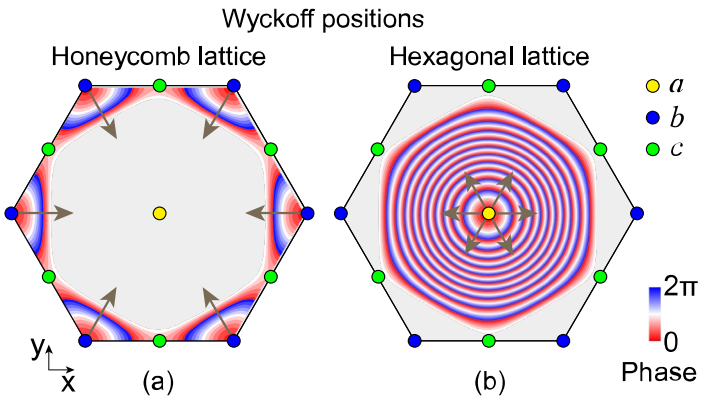

图 5-4 原子分别在蜂巢晶格和六角晶格中占据 Wyckoff 位置 b 和 a

这两种 Wyckoff 位置在对称性上的差异可以通过图 5-4 说明。对于蜂巢晶格（图 5-4(a)），b 位置位于顶点，其周围的势场梯度具有明显的各向异性，最大梯度方向主要沿六个特定方向分布，都指向六边形的中心（图中棕色箭头所示）；而六角晶格的 a 位置位于面心（图 5-4(b)），势场梯度在方位角方向上连续变化，呈现连续旋转对称性。值得注意的是，无论是 a 位置还是 b 位置，它们都位于晶格的对称元素上，因此都属于特殊位置，而非一般位置。

正是由于原子占据不同特殊 Wyckoff 位置所带来的局部环境差异，导致在强脉冲作用下，原子波函数经历不同的相位包裹效应，最终在动量空间中呈现出可区分的衍射图样。蜂巢晶格呈现星形结构，而六角晶格呈现规则的六边形结构。

5.3 光晶格衍射理论

BEC 在光晶格中的衍射是物质波动性的核心体现，当物质波通过一个周期性势场时，其波函数将受到调制从而在动量空间中呈现出离散的衍射图案。在光晶格体系中，超冷原子与光晶格的周期性势阱发生相互作用，会发生不同性质的衍射效应。我们可以根据光晶格脉冲的持续时间、强度以及原子与光场相互作用的共振条件，将其划分为不同的物理过程。这些过程不仅反映了原子波函数演化的动力学特征，也决定了我们从衍射图样中能够得到什么样的晶格信息。本节将依次介绍三种最基本的衍射机制：布拉格衍射（Bragg diffraction）、卡皮查-狄拉克衍射（Kapitza-Dirac diffraction，KD 衍射）以及拉曼-纳斯衍射（Raman-Nath diffraction，RN 衍射）。

5.3.1 Bragg 衍射

Bragg 衍射最初源于 X 射线在晶体中的散射现象，其核心在于满足动量与能量的共振条件[133]。在光晶格体系中，Bragg 衍射发生在动量晶格中，通常相互作用时间较长且势能深度较低，为保证仅耦合特定阶次的动量态，脉冲宽度 τ 必须足够大以分辨相邻动量态。对于一阶 Bragg 衍射，要求 $\tau \gg \pi / 4\omega_R$；对于高阶 Bragg 衍射要求：

$$\tau \gg \frac{\pi}{2(n-1)\omega_R} \tag{5.6}$$

其中 $\omega_R = \mu E_0 / \hbar$ 是单光子 Rabi 频率，在这种机制中，原子主要经历双光子过程，与光场的动量交换遵循严格的能量守恒与动量守恒准则，原子被选择性地转移至特定的动量态[134]。图 5-5 展示了动量空间中离散能级的准共振跃迁。

布拉格衍射通常被视为一种受激拉曼过程。当原子的初始动量与晶格波矢满足布拉格条件时，原子通过吸收一个光子并受激辐射另一个光子，从而获得 $2n\hbar k$ 的动量转移。由于作用时间长，能级展宽极窄，实验上可以精确选择衍射的阶数 n。在两能级近似下，原子的 Bragg 衍射遵循 Rabi 振荡规律，第 n 阶 Bragg 衍射的分布几率 P_n 随时间演化为：

$$P_n(t) = \sin^2(\frac{\Omega_n t}{2}) \tag{5.7}$$

其中 Ω_n 为 n 阶有效 Rabi 频率。布拉格衍射的特点是能够实现特定动量态的高效率转移，但无法同时激发方向相反的动量态。

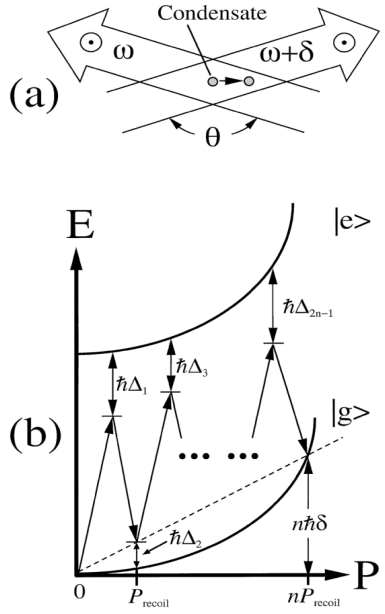

图 5-5 BEC 在光晶格中的布拉格衍射示意图

图片来源：图片来自文献[135]。

5.3.2 Kapitza-Dirac 衍射

与 Bragg 衍射不同，卡皮查-狄拉克（KD）衍射发生在极短的脉冲机制下。这一现象最早由 Kapitza 和 Dirac 在 1933 年理论预言，指电子在驻波光场中的衍射现象，并在超冷原子实验中得到了完美验证。KD 衍射发生在非共振条件下，光强较强，原子与光场的相互作用时间极短，$\tau \leq 1/\omega_{rec}$，ω_{rec} 为反冲频率。在 KD 机制中，由于光脉冲极短，根据海森堡不确定性原理，能级展宽足以覆盖多个动量态。原子在极短时间内感受到一个强烈的“动量碰撞”（Momentum kick），原子波包在光晶格势中经历瞬时的相位调制，导致波函数在动量空间发生多阶铺展。

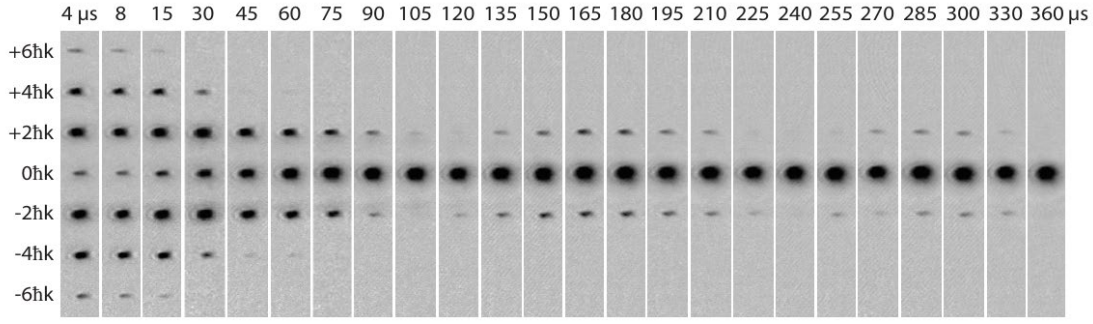

图 5-6 典型一维光晶格 KD 衍射图案随脉冲作用时间的演化

图片来源：图片来自文献[136]。

我们实验上通过改变脉冲持续时间 τ 或晶格深度 V_0，可以清晰地观察到高阶衍射峰的出现。随相互作用强度的增加，原子占据的高阶态显著增多，表现出复杂的振荡分布。图 5-6 展示了典型一维光晶格中的 KD 衍射图案随脉冲作用时间的演化。穿过势场后 KD 衍射产生多个对称的动量分量，其布居数分布遵循贝塞尔函数的形式：

$$|\phi\rangle = |\phi_0\rangle e^{-\frac{i}{2\delta}\omega_R^2\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(\theta) e^{i2nkz} \tag{5.8}$$

其中 J_n 为第一类贝塞尔函数，$\theta = \dfrac{\omega_R^2}{2\delta}\tau = \omega_R^2\tau$ 为脉冲面积。从上式我们可以得到第 n 阶衍射峰的布局概率为：

$$P_n = J_n^2(\theta), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{5.9}$$

这个结果揭示了 KD 衍射的核心特征：多阶衍射峰同时出现，其强度分布由贝塞尔函数平方决定，而非 Bragg 衍射中只有单一终态的振荡。多衍射峰特征使其在研究晶格对称性、能带结构等方面具有独特优势，不同阶次的衍射峰对应晶格的不同傅里叶分量，从而携带了晶格势场的谐波信息。

5.3.3 Raman-Nath 衍射

RN 衍射是 KD 衍射中一个至关重要的特殊情况，从严格意义上讲，上一节讨论的 KD 衍射正是建立在 RN 近似基础上的理论描述。RN 近似是当脉冲时间很短，$\tau \ll \tau_{osc}/4$，远小于原子在光晶格中的振荡周期，以至于原子在脉冲时间内的位移远小于晶格常数，这时我们可以忽略哈密顿量中的动能项。这个振荡周期可表示为：

$$\tau_{osc} = \frac{\pi}{\omega_R}\left(\frac{|\delta|}{\omega_{rec}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{5.10}$$

当相互作用时间超过这一界限时，原子在脉冲时间内发生显著位移，RN 近似失效，系统进入经典振荡区域。而在 RN 近似区域内，我们可以根据脉冲强度进一步划分为两个具有不同物理特征的子区域：

弱脉冲 Raman-Nath regime：满足 $\theta = \omega_R^2\tau \le 2\pi$。此时相位调制幅度较小，原子主要布居在零级和低阶（$|n| \le 1$）衍射峰。衍射图样主要反映晶格的周期性，即倒格矢信息。对于仅相差一个符号的对偶晶格——蜂巢晶格与六角晶格，其衍射图样无法区分，这正是 Babinet 原理成立的区域。

强脉冲 Raman-Nath regime：满足$\theta = \omega_R^2 \tau \gg 2\pi$。此时相位调制幅度超过$2\pi$，产生相位包裹效应。相位包裹将原胞内部的亚波长相位结构信息编码到高阶衍射峰中，从而在动量空间中揭示出晶格的精细对称性，打破了 Babinet 原理。

表 5-1 展示了 Bragg 衍射与 KD 衍射之间的重要区别，以及不同 KD 衍射区域的特征。

表 5-1 Bragg 衍射与 KD 衍射的区别

<table>
<tr><th></th><th>Bragg Diffraction</th><th colspan="3">KD Diffraction</th></tr>
<tr><td>Procession</td><td>Two-photon process</td><td colspan="3">Two-photon process</td></tr>
<tr><td>Coupling frequency</td><td>Resonance</td><td colspan="3">Un-resonance</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Pulse duration regime</td><td rowspan="6">$\frac{\pi}{4\omega_{\mathrm{rec}}} \ll \tau, N_{\mathrm{B}} = 1$
$\frac{\pi}{2(N_{\mathrm{B}}-1)\omega_{\mathrm{rec}}} \ll \tau, N_{\mathrm{B}} > 1$
$\frac{\pi}{2N_{\mathrm{B}}\omega_{\mathrm{rec}}} \ll \tau, N_{\mathrm{B}} \gg 1$</td><td colspan="2">Raman-Nath regime</td><td>Out Raman-Nath regime</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\tau \ll \tau_{\mathrm{lim}} = \frac{\hbar}{\sqrt{4V_0 E_r}}$ (1)</td><td rowspan="5">$\tau \gtrsim \tau_{\mathrm{lim}}$ (2)</td></tr>
<tr><td>Weak-pulse regime</td><td>Strong-pulse regime</td></tr>
<tr><td>$V_0\tau_{\mathrm{lim}}/\hbar \lesssim 2\pi$</td><td>$V_0\tau_{\mathrm{lim}}/\hbar \gg 2\pi$</td></tr>
<tr><td>Non phase wrapping</td><td>Phase wrapping</td></tr>
<tr><td>$V_0\tau/\hbar \leq 2\pi$</td><td>$V_0\tau/\hbar > 2\pi$</td></tr>
<tr><td>Pulse shape</td><td>Smooth</td><td colspan="3">Sharp</td></tr>
<tr><td>Final momentum state
(initially in a single-momentum state)</td><td>Only one final momentum state</td><td colspan="3">N > 1 final momentum state</td></tr>
<tr><td>Distribution</td><td>$P_N^{\mathrm{B}} = sin^2(\frac{\omega_{\mathrm{R}}^{2N}}{2}\tau)$</td><td>$P_N^{\mathrm{RN}} = J_N^2(\theta)$
$\theta = \omega_{\mathrm{R}}^2\tau$</td><td>Exact solution</td><td>Collapses and revivals (3)</td></tr>
</table>

5.4 相位折叠

相位折叠（Phase wrapping）是一个广泛存在于波动物理学、信号处理以及测量科学中的基础性现象。从数学上看，phase wrapping 源于复指数$e^{i\phi}$的周期性，即物理相位ϕ往往是实数轴上的连续变量，而在实际实验中的干涉测量或者信号采集过程中，实验观测值通常被限制在$[-\pi, \pi]$或$[0, 2\pi]$的主值区间内。这种从高维相空间向有限波长区间的非线性映射，不仅是精密测量中的挑战，也是提取亚波长尺度信息的核心机制[137]。

5.4.1 光晶格中的相位折叠

在超冷原子实验中，KD 衍射通常被视为一种原子波函数通过势能“相位光栅”的过程。当原子云受到极短且极强的光晶格脉冲调制时，系统进入 RN 衍射范畴。原子的动能演化可被忽略，波函数仅获得与空间位置相关的相位调制：

$$\psi(\boldsymbol{r},\tau)=\psi(\boldsymbol{r},0)\exp[-i\frac{V(\boldsymbol{r})\tau}{\hbar}]=\psi(\boldsymbol{r},0)\,\mathrm{e}^{i\phi(\boldsymbol{r})} \tag{5.11}$$

其中，τ 为脉冲时间，$V(\mathbf{r})$为二维光学晶格的势能分布，这一相位调制直接继承了晶格势的空间结构，将实空间的势场信息编码为物质波的相位分布。我们定义诱导相位 $\phi(\boldsymbol{r})=-V(\boldsymbol{r})\tau/\hbar$。此时，$\phi(\boldsymbol{r})$ 随空间位置剧烈变化，当其幅值远超 2π 时，复指数函数的周期性导致了物质波相位的“折叠”现象。这种机制本质上是将实空间的势能梯度非线性地映射到动量空间的高阶衍射峰上。当脉冲强度较低时，有 $V_0\tau\ll 2\pi/\hbar$，此时相位分布平滑地反映了势能的起伏。但是当脉冲强度升高，进入强脉冲机制时，$V_0\tau\gg 2\pi/\hbar$，诱导相位在空间上变化会非常剧烈，并且跨越多个 2π 周期，跳变为锯齿波形。同时由于复指数函数的周期性，$e^{i\phi(\boldsymbol{r})}=e^{i(\phi(\boldsymbol{r})\bmod 2\pi)}$，大幅度连续变化的相位会折叠到$[0,2\pi]$，从而发生 phase wrapping 现象。

我们可以看到，虽然包裹过程丢失了绝对的相位信息，但包裹次数 N 却携带了亚波长的结构信息。包裹次数 N 对应的空间尺度可达到 $\lambda/(2N)$，这突破传统光学系统的衍射极限。

5.4.2 非线性映射与高阶动量态的产生

Phase wrapping 过程本质上是对势能剖面的一次高度非线性变换。在动量空间中，衍射振幅 $A(\mathbf{k})$ 是调制后波函数的傅里叶变换：

$$A(\mathbf{k})\propto\int e^{i\phi}(\boldsymbol{r})e^{-ik\cdot r}dr \tag{5.12}$$

在弱脉冲下，$e^{i\phi(\boldsymbol{r})}\approx 1+i\phi$，动量分布主要受势能低阶傅里叶分量的控制，表现出简单的 KF 衍射特征。而在相位折叠发生后，相位的剧烈振荡在单个晶胞内会产生了极大的相位梯度（Phase Gradient），即 $\phi(\boldsymbol{r})=-\frac{\tau}{\hbar}\nabla V(\boldsymbol{r})$。由于 $\phi(\boldsymbol{r})$ 的折叠效应在势能最陡峭的区域，如蜂巢晶格中 Wyckoff 位置 b 的边缘，此处相位梯度达到了极大的数值，从而能够将原子高效地“泵浦”到极高阶的衍射峰上。这种机制能够将实空间中亚波长（Sub-wavelength）尺度的相位微结构信息编码到高阶动量图样中。

5.4.3 打破 Babinet 原理的本质

Phase wrapping 效应在动量空间中的表现与原子所处的 Wyckoff 位置密切相关，如前面 5.3 节所述。不同的 Wyckoff 位置对应不同的局部势场梯度分布，这一差异在

相位包裹过程中被放大并编码为独特的衍射图样。在波动光学中，巴比涅原理指出互补结构的衍射图样具有对称性。对于光学对偶晶格，例如蜂巢与六角晶格来说，由于它们的势能分布在数学上具有某种互补关系，即一个是另一个的“反影”。在低阶衍射（弱脉冲）下，其干涉图样除了零阶峰强度外几乎无法分辨。

Phase wrapping 通过引入极深调制的非线性相位，打破了这种互补性。对于蜂巢晶格，由于势能极小值点位于 Wyckoff 位置 b，phase wrapping 在这些离散点周围形成的相位结构呈现六角星形的梯度分布，导致动量空间出现明显的星形衍射分布。而对于六角晶格，原子占据 Wyckoff 位置 a，势能梯度具有更均匀的连续旋转对称性，phase wrapping 后产生的干涉图样则趋于规则的六角环状。如图 5-4 中所示。这表明，phase wrapping 效应实质上是将 Wyckoff 位置的局部对称性转化为可观测的动量空间指纹。原子在实空间中所处的对称性环境，决定了其在动量空间中的衍射特征

5.5 对偶晶格的实验研究

在前述小节中，我们详细介绍了对偶晶格的概念、Babinet 原理、Wyckoff 位置以及光晶格中的物质波衍射理论。这些理论为理解对偶晶格在动量空间中的行为奠定了坚实基础。本节我们将系统阐述蜂巢晶格和六角晶格的特性，如何在实验上利用强脉冲 KD 衍射区分对偶蜂巢晶格与六角晶格，并且通过激光波长连续调控晶格构型的能力及其对能带拓扑的影响。

5.5.1 蜂巢晶格与六角晶格

为了更好的理解两种对偶晶格的本质区别，我们需要首先分析它们在实空间中的几何构型和势能分布。尽管蜂巢晶格和六角晶格有共同的布拉维格子和倒格子——三角晶格，但是它们晶胞内原子的排布方式，即势能的分布方式截然不同。

对于蜂巢晶格，它是由一个等六边形环状结构组成的晶格，势能最小值位于两个不等价的位置，所以每个原胞含两个不等价的格点，我们分别标记为 A 和 B，这两个子格子构成一个复式晶格。蜂巢晶格的基矢可以表示为：

$$a_1 = a\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right), \quad a_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right) \tag{5.13}$$

其中 a 是晶格常数，即相邻六边形中心之间的距离。两个不等价格点的位置可表示为：

$$r_A=(0,0),\quad r_B=\left(\frac{a}{\sqrt{3}},a\right) \tag{5.14}$$

因此，蜂巢晶格在实空间的图像为空心六边形组合，相邻六边形共享同一条边，这种结构看起来像蜜蜂的蜂巢，因此得名。

六角晶格（也称为三角晶格）是一种更简单的晶格结构，每个原胞只包含一个格点。原子排列由等边三角形的周期性阵列，每个原子周围有六个最近邻原子，形成六重旋转对称性（C6）。六角晶格的基矢与蜂窝晶格相同，但原胞内只有一个格点，因此它的位置为：

$$r_A=(0,0) \tag{5.15}$$

六角晶格的实空间图像就是在蜂巢晶格的中心添加一个格点。图 5-7 清晰的展示了由三束光干涉形成的两种晶格的实空间光强分布图像。

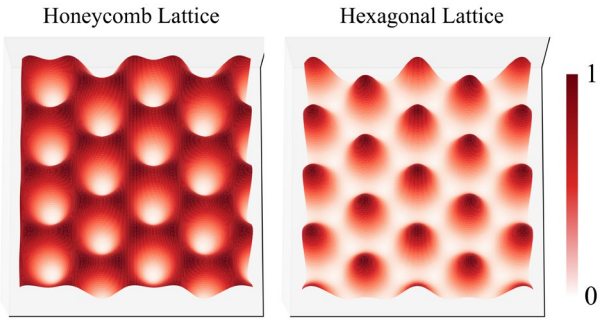

图 5-7 蜂巢晶格和六角晶格的三维光强分布图

5.5.2 实验系统与参数

实验装置如图 5-8 所示，我们首先在交叉光偶极阱中制备自旋态为$|F=1,m_F=1\rangle$的 ^{87}Rb 原子 BEC，原子数为5×10^5个。为了在蜂窝和六角对偶晶格之间连续调谐晶格结构，实验中我们使用一台掺钛蓝宝石激光器（可调谐波长范围 700-900nm）产生三束激光。这三束光由光纤从激光器平台引入主实验平台，然后在 xy 平面内以120°夹角相互干涉。它们的偏振均为 x-y 平面内的线偏振，且与沿 z 方向的均匀磁场（$B_0=2.7$ G）垂直，该磁场为量子化轴。光晶格脉冲的持续时间τ和强度V_0通过声光调制器（AOM）精确控制。实验中，通过调节蓝宝石激光器的输出波长，我们能够灵活调节原子 AC Stark Shift 的标量极化率$\alpha^{(0)}$和矢量极化率$\alpha^{(1)}$，从而实现从蜂窝晶格到六边形晶格的可控转变。

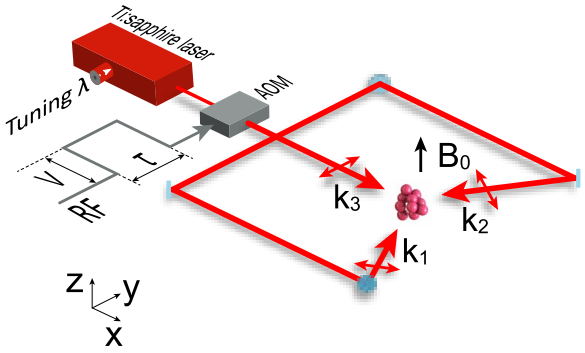

图 5-8 实验装置图

注：此图为示意图，实际光路中三束光分别由三个独立的 AOM 控制。

如第四章中所述，当我们将原子置于光晶格中时，原子会经历 AC Stark Shift 效应，它表现为其塞曼能级因与光场相互作用而产生移动。这种效应主要由原子的标量、矢量和张量极化率的影响。标量极化率对能量的贡献是均匀的，与原子的内态无关；而矢量极化率则与磁量子数 m_F 线性相关，导致与态相关的频移。由于我们的实验所用晶格光相对于 ^{87}Rb 相关跃迁的 D_1 和 D_2 线都是远失谐的，因此张量极化率可视为零。因此这里原子与光场的电偶极相互作用产生的完整晶格势 $V(\boldsymbol{r})$，包含标量势 $V_s(\boldsymbol{r})$ 和矢量势 $V_v(\boldsymbol{r})$，可以表示为：

$$V(\boldsymbol{r}) = V_s(\boldsymbol{r}) + V_v(\boldsymbol{r}) \tag{5.16}$$

其中标量势 $V_s(\boldsymbol{r}) = -\alpha^{(0)}(\omega, F)\left|\mathbf{E}\right|^2$，与原子内部状态无关。而矢量势 $V_v(\boldsymbol{r}) = -\alpha^{(1)}(\omega, F)\left(i\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}\right)\cdot \hat{e}_B \dfrac{m_F}{F}$ 依赖于磁量子数 m_F，其中 $\alpha^{(0)}(\omega, F)$ 和 $\alpha^{(1)}(\omega, F)$ 分别表示标量极化率和矢量极化率。单位向量 $\hat{e}_B$ 表示磁量子化轴的方向。由三束光形成的光学电场矢量为 $\mathbf{E} = \sum_{j=1}^{3} E_0 \hat{\varepsilon}_j e^{i(\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$，其中 E_0 是光场振幅，$\hat{\varepsilon}_j$ 是光的偏振矢量，ω 为角频率，$\mathbf{k}_j$ 是第 j 束激光的波矢。对于我们实验中使用的 $\left|1, 1\right\rangle$ 态来说，当激光偏振垂直于量子化轴（z 方向）时，标量势和矢量势的具体形式可写为：

$$V_s(\boldsymbol{r}) = -\alpha^{(0)}(\omega, F) E_0^2 \left[3 - \sum_{j=1}^{3} \cos(\mathbf{b}_j \cdot \mathbf{r}) \right] \tag{5.17}$$

$$V_v(\boldsymbol{r}) = -\alpha^{(1)}(\omega, F) E_0^2 \left[\sqrt{3} \sum_{j=1}^{3} \sin(\mathbf{b}_j \cdot \mathbf{r}) \right] \frac{m_F}{F} \tag{5.18}$$

其中$\mathbf{b}_1=\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_3$，$\mathbf{b}_2=\mathbf{k}_3-\mathbf{k}_1$，而$\mathbf{b}_3=\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2$为倒格矢。标量极化率$\alpha^{(0)}$和矢量极化率$\alpha^{(1)}$的具体形式由原子内部的结构决定。对于碱金属原子，在远失谐的条件下，他们可以表示为

$$\alpha^{(0)}(\omega,F)=\frac{\pi\varepsilon_0c^3\Gamma_{D2}}{\omega_0^3}\left(\frac{1}{\omega_{D1}-\omega}+\frac{2}{\omega_{D2}-\omega}\right) \tag{5.19}$$

$$\alpha^{(1)}(\omega,F)=\frac{\pi\varepsilon_0c^3\Gamma_{D2}}{\omega_0^3}\left(\frac{1}{\omega_{D1}-\omega}-\frac{1}{\omega_{D2}-\omega}\right)Fg_F \tag{5.20}$$

其中ω_{D1}和ω_{D2}分别对应^{87}Rb 原子 D_1 线（795nm）和 D_2 线（780nm）的共振频率，Γ_{D2}是 D_2 线的自然线宽，g_F是朗德 g 因子，$\omega_0=\frac{1}{3}\omega_{D_1}+\frac{2}{3}\omega_{D_2}$为有效平均跃迁频率。我们可以从上面的式子看出，通过调节激光频率来改变标量和矢量极化率，可以有效地控制晶格势能$V(\boldsymbol{r})$。当$\alpha^{(0)}>0$（红失谐）时，纯标量势能$V_s(\boldsymbol{r})$形成蜂窝状晶格；而当$\alpha^{(0)}<0$（蓝失谐）时，则形成六角晶格。此时的纯矢量势$V_v(\boldsymbol{r})$则会形成三角晶格。

所以，我们可以进一步得到总的势能分布关系，当$\alpha^{(0)}=\pm\alpha^{(1)}\frac{m_F}{F}>0$时，总晶格势能$V(\boldsymbol{r})$形成六边形晶格；相反，当$\alpha^{(0)}=\pm\alpha^{(1)}\frac{m_F}{F}<0$时，晶格势能$V(\boldsymbol{r})$为蜂巢晶格。图 5-9 展示了当$\alpha^{(0)}=\alpha^{(1)}=1$原子处于$\left|F=1,m_F=1\right\rangle$的情况，可以看出此时的标量势$V_s(\boldsymbol{r})$为蜂巢晶格，而矢量势$V_v(\boldsymbol{r})$为三角晶格，如上所述，最终叠加出来的总势能为六角晶格。

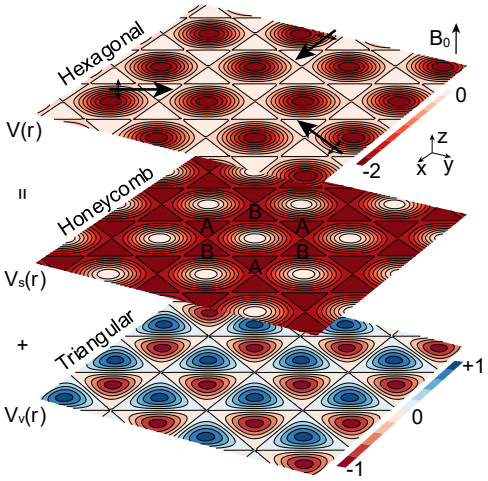

图 5-9 当 $\alpha^{(0)}=\alpha^{(1)}>0$ 时$|1,1\rangle$态对应的势能分布图

为了在实验上表征晶格结构，我们采用 KD 衍射法，在动量空间观察原子与晶格相互作用后的动量分布。在 RN 区域内，脉冲持续时间：

$$\tau \ll \tau_{\lim}=h/\sqrt{4V_0 Er} \tag{5.21}$$

其中 Er 表示光子反冲能量，V_0 表示晶格深度，h 表示普朗克常数，此时的原子动能可以忽略不计。在 RN 近似下，光晶格对于物质波来说相当于一个空间依赖的相位光栅，BEC 的波函数演化可以用经典的方式描述：

$$\Psi(\mathbf{r},\tau)=\Psi(\mathbf{r},0)e^{iV(\mathbf{r})\tau/\hbar} \tag{5.22}$$

其中 $\Psi(\mathbf{r},0)$ 为初始时刻的波函数。在这个过程中，原子受到的相位调制深度直接由晶格深度和脉冲持续时间的乘积决定。虽然这种相位调制是在实空间中进行的，但是通过 TOF 可以在动量空间中揭示出来其特性。这是因为在 RN 区域之外（$\tau>\tau_{\lim}$）的情况下，原子动能变化的影响会体现出来，这种相位光栅的近似不再适用于准确描述 BEC 的演化过程。在这个区域内，原子的动能和势能会周期性的交换，导致原子在低阶和高阶的衍射动量态之间发生周期性振荡，我们无法从动量空间分布直观的判断其演化过程。在这里要准确得到衍射动力学，就必须得通过求解薛定谔方程来实现完整的动力学过程。

5.5.3 衍射动力学的理论描述

为准确描述 BEC 在光晶格中的衍射动力学，需要求解含时薛定谔方程我们的系统的哈密顿量可以表示为：

$$\hat{H}=\frac{\hat{p}^2}{2M}+V(\mathbf{r}) \tag{5.23}$$

其中 M 为原子质量，$V(\mathbf{r})$ 为晶格势能。因为晶格具有空间周期性，所以该哈密顿量的本征态为布洛赫态$|n,\mathbf{q}\rangle$，并且满足本征值方程：

$$\hat{H}|n,\mathbf{q}\rangle=E_{n,\mathbf{q}}|n,\mathbf{q}\rangle \tag{5.24}$$

其中 $E_{n,\mathbf{q}}$ 是本征能量，$\mathbf{q}$ 为准动量，n 为能带指标。由于空间周期性的存在，布洛赫的动量分布被倒格矢分隔成离散分量的组合：

$$\mathbf{b}_p=l\mathbf{b}_1+m\mathbf{b}_2 \tag{5.25}$$

其中 $p=(l,m)\in\mathbb{Z}^2$，因此，我们可以将布洛赫态在离散平面波基矢下展开为：

$$\left|n,\mathbf{q}\right\rangle=\sum_{p}a_{n,\mathbf{q}}(p)e^{i(\mathbf{q}+\mathbf{b}_p)\cdot\mathbf{r}} \tag{5.26}$$

其中 $a_{n,\mathbf{q}}(p)$ 为展开系数。考虑在初始时刻 BEC 处于平面波态 $\left|\Psi(0)\right\rangle=\left|\phi_{\mathbf{q}}\right\rangle=e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$。在突然装载到光晶格中后，可以将该状态表示为同一准动量下布洛赫态的相干叠加：

$$\left|\Psi(t=0)\right\rangle=\sum_{n}\left|n,\mathbf{q}\right\rangle\left\langle n,\mathbf{q}\middle|\phi_{\mathbf{q}}\right\rangle=\sum_{n}a^{*}_{n,\mathbf{q}}(p_0)\left|n,\mathbf{q}\right\rangle \tag{5.27}$$

其中 $p_0=(0,0)$ 对应零阶平面波分量。随后 BEC 在晶格中持续时间 τ 后，系统经历完整的量子演化，可以写出其含时波函数：

$$\left|\Psi(0)\right\rangle=\sum_{n}a^{*}_{n,\mathbf{q}}(p_0)e^{-iE_{n,\mathbf{q}}\tau/\hbar}\left|n,\mathbf{q}\right\rangle \tag{5.28}$$

之后将晶格突然关闭，波函数被投影到平面波测量基上，各个动量分量的振幅 $c_{\mathbf{q}}(p)$ 表示为：

$$c_{\mathbf{q}}(p)=\sum_{m}a^{*}_{n,\mathbf{q}}(p_0)a_{n,\mathbf{q}}(p)e^{-iE_{n,\mathbf{q}}\tau/\hbar} \tag{5.29}$$

在这里，不同布洛赫态之间的相位因子 $e^{-iE_{n,\mathbf{q}}\tau/\hbar}$ 干涉导致衍射图样随 τ 演化。在 RN 近似下，原子动能项可忽略，波函数演化简化为纯相位调制：

$$\Psi(\mathbf{r},\tau)=\Psi(\mathbf{r},0)e^{iV(\mathbf{r})\tau/\hbar} \tag{5.30}$$

此时，动量空间分布由相位因子 $e^{iV(\mathbf{r})\tau/\hbar}$ 的傅里叶变换决定。当 $V_0\tau/\hbar\gg2\pi$ 时，相位调制超过 2π，产生相位缠绕，高阶衍射峰携带亚波长结构信息。这是区分对偶晶格的关键机制。

5.5.4 弱 RN 衍射下 Babinet 原理的验证

我们首先观测了弱脉冲条件下的 RN 衍射行为。在实验中，我们一开始对处于超精细自旋态 $\left|F=1,m_F=1\right\rangle$ 的 BEC 施加了一个短脉冲，持续时间为 τ。脉冲结束后立即关闭光偶极阱，让原子经历 TOF=12ms 的自由飞行过程，最后通过时间分辨的吸收成像获得动量空间分布。通过改变脉冲参数（强度、持续时间、激光波长）并记录相应的衍射图样，我们可以系统地研究对偶晶格的衍射特性。

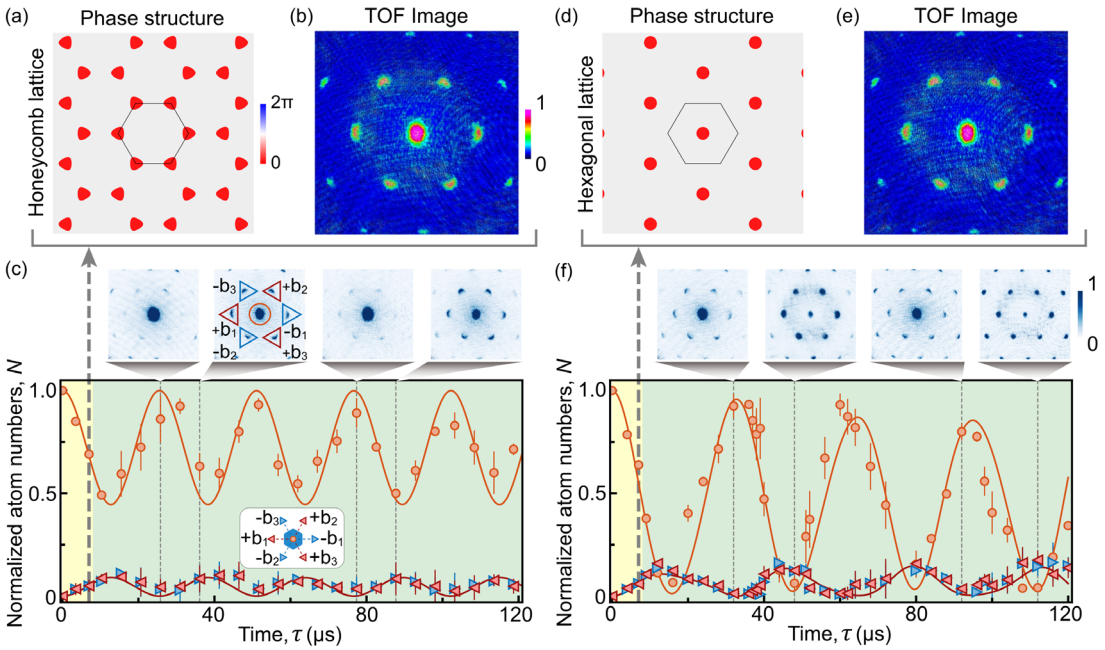

图 5-10 弱脉冲下蜂巢晶格和六角晶格的 KD 衍射对比

注：(a)和(d)为对偶晶格原子 Wyckoff 位置周围的相结构。(b)和(e)为 RN 区域中 KD 衍射在经过脉冲时间 $\tau = 7\mu s$ 的动量分布图像。(c)和(f)展示了不同动量分量下归一化原子布居的时间演化，实验图像展示了不同脉冲持续时间下的 TOF 图像。橙色的圆和线对应阱深 $V_0 = 23Er$ 零动量分布，而红(蓝)三角形和线对应于 $+\mathbf{b}_{1,2,3}(-\mathbf{b}_{1,2,3})$ 点位的一阶动量衍射。黄色阴影区域和绿色阴影区域分别标志着 RN 和非 RN 区域。

图 5-10 展示了在弱脉冲下蜂巢晶格和六角晶格的 KD 衍射实验结果。这里我们选取固定晶格深度 $V_0 = 23Er$，脉冲持续时间 $\tau = 7\mu s$，满足 Raman-Nath 条件 $(\tau < \tau_{\lim})$。此时相位调制幅度 $V_0\tau/\hbar = 0.64\times 2\pi < 2\pi$，处于弱脉冲区域，相位折叠没有出现，衍射主要发生在第一阶动量衍射点 $\pm\mathbf{b}_i(i=1,2,3)$ 处，如图 5-10(c)中的插图所示，$+\mathbf{b}_i$ 为红色三角，$-\mathbf{b}_i$ 为蓝色三角。对于一个初始制备在 0 动量态的原子，光晶格会将其同时耦合到这六个动量态 $\pm\mathbf{b}_i(i=1,2,3)$ 上，且所有的衍射方向都具有相同的耦合强度 $V_0/2$。其中三个 $+\mathbf{b}_i$ 动量态具有相同的相位 $e^{-i\phi}$，三个 $-\mathbf{b}_i$ 也就有相同的相位 $e^{i\phi}$。它们之间的相对相位共同决定了时间演化下动量空间的干涉和振荡动力学。

在该情况下，我们是无法区分蜂巢晶格和六边形晶格的动量衍射图案的。如图 5-10(a)和(d)分别给出了原子在两种晶格中对应的 Wyckoff 位置的相结构，蜂巢晶格中原子占据六边形的顶点，为 Wyckoff 的 b 位置；六角晶格中原子占据六边形中心，为 Wyckoff 的 a 位置。图 5-10(b)和(e)为实验中对应的观测结果，可以看到两种不同的晶格的衍射动量分布均主要由六个第一阶衍射峰构成，且二者几乎完全相同，无法区分。

但是对于脉冲持续时间τ不在 RN 区域内的情况，尽管衍射主要集中在一阶动量上，但系统表现出动能和势能之间的周期性交换，从而导致原子态在零阶和一阶衍射动量态之间发生振荡，如图 5-10(c)和(f)所示。图表中黄色部分为 RN 区域；绿色部分为非 RN 区域，即使在该区域，我们可以看到，动量分布在 0 阶与 1 阶衍射峰之间出现周期性振荡，但是两种晶格的衍射动力学只有平均原子数的比例和衰减系数存在差异，其余方面几乎完全相同。我们分析这种差异主要是源于两种晶格的有效晶格势能V_{eff}不同。

通常我们定义阱深为晶格中势能最大值与最小值之间的差，如图 5-11 所示。这样我们可以根据公式(5.17)和(5.18)分别计算出蜂巢晶格的有效阱深$V_{eff}=\frac{1}{9}V_0$，而六角晶格的有效阱深$V_{eff}=\frac{8}{9}V_0$。可以看出，虽然两种晶格的构型十分接近但是有效阱深大不相同，这个显著的差异导致了动量空间中原子衍射峰不同的振荡幅度和阻尼行为。后来我们在实验上也尝试将蜂窝晶格的阱深加大，可以观测到类似与六角晶格中相同的振荡效应。所以如果仅从图 5-10(c)和(f)中是无法区分蜂巢和六角晶格的。

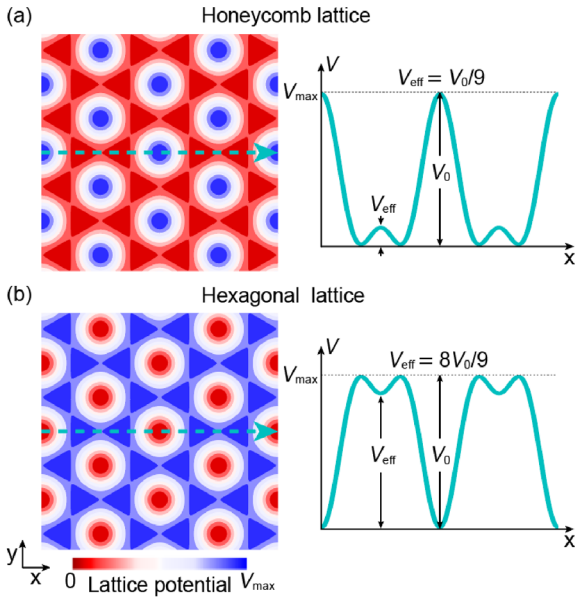

图 5-11 蜂巢晶格和六角晶格的阱深差异

注：(a)图为蜂巢晶格及其沿 x 方向的一维势场分布；(b)图为六角晶格及其沿 x 方向的一维势场分布。

这种仅幅度和曲线阻尼上的差异在 Babinet 原理中是允许的，因此，在弱脉冲区域内，蜂巢晶格和六角晶格的动量衍射遵循 Babinet 原理的预期。这是因为两种晶格势能互为相反数，在弱调制的范围内，它们的衍射图案自然相同。

5.5.5 强 Raman-Nath 衍射下 Babinet 原理的破缺

接下来我们讨论强脉冲条件下的衍射行为。脉冲持续时间仍然为τ=7μs不变，保持在 RN 区域之内，然后通过逐步增大晶格深度V_0，使相位调制幅度逐渐增大，来观察蜂巢晶格和六角晶格的原子衍射现象。

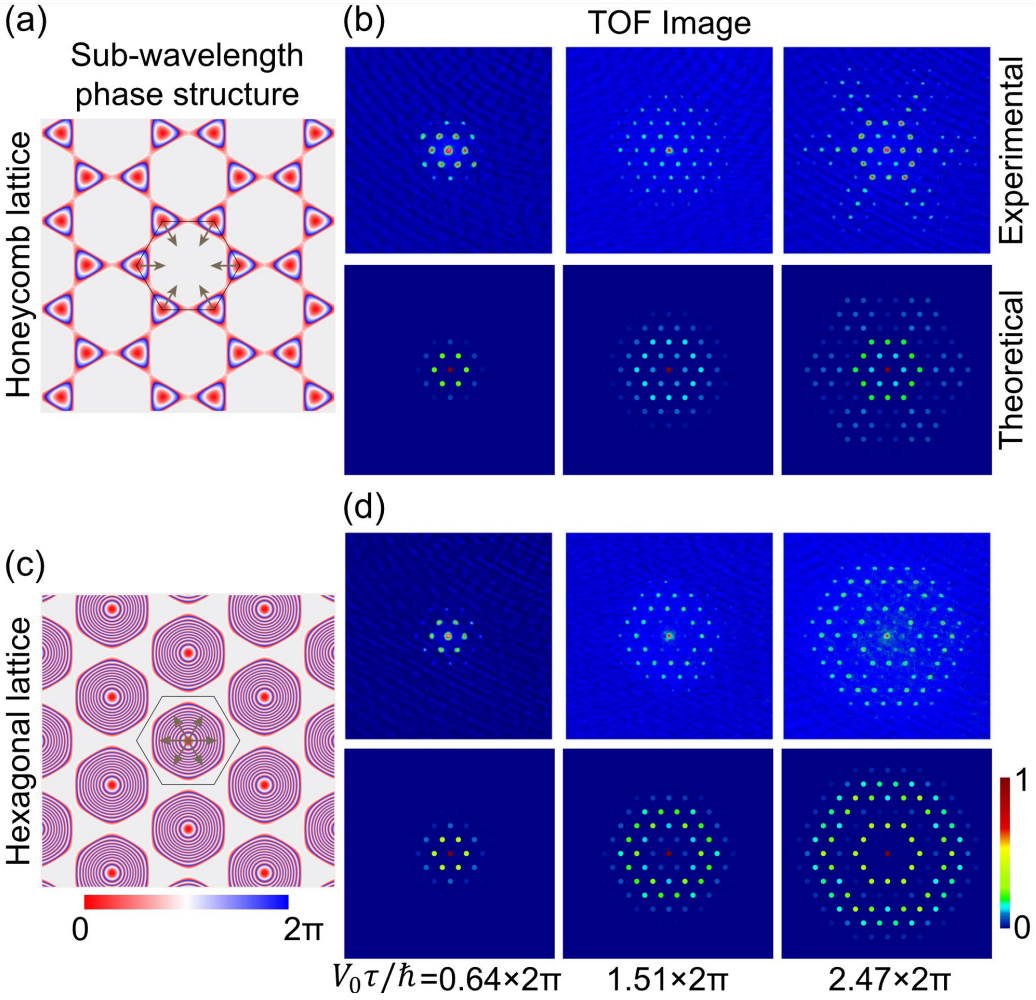

图 5-12 强脉冲下蜂巢晶格和六角晶格的 KD 衍射

注：图(a)和(c)为$V_0\tau/\hbar=12\times2\pi$时，蜂巢和六角晶格中 Wyckoff 位置附近的相位折叠情况。(b)和(d)为固定脉冲持续时间τ=7μs的 RN 区域内，动量分布随阱深V_0的变化情况。每幅图的第一行为实验结果，第二行为理论预测结果，从左至右阱深依次为$V_0=25Er,59Er,95Er$，分别对应调制深度为$0.64\times2\pi,1.51\times2\pi$和$2.47\times2\pi$的相位缠绕。

图 5-12 展示了从弱脉冲过渡到强脉冲，不同条件下两种晶格的 KD 衍射结果。图 5-12(a)和(c)分别展示了蜂巢晶格和六角晶格在强脉冲下（$V_0\tau/\hbar=12\times2\pi$）的相位包裹示意图。两幅等势能图分别表示蜂巢晶格和六角晶格的亚波长相位结构，褐色箭头表示势能梯度变化最陡的方向。在蜂窝晶格中，梯度方向主要沿对角线上离散的方

向，相位折叠呈各向异性的星形形状；而在六角晶格中，相位折叠均匀，势能梯度方向从六边形的中心均匀向外延伸，具有旋转对称性。

图 5-12(b)和(d)展示了不同相位调制深度下两种晶格的 KD 衍射结果，第一行为实验中的测量结果，第二行为理论模拟预测结果。从左至右阱深依次为$V_0 = 25Er$（弱），$59Er$（中），$95Er$（强）。可以看到，当我们将晶格深度置于相对较弱且满足$V_0\tau/\hbar = 0.64\times 2\pi < 2\pi$的情况下，蜂窝晶格和六角晶格的动量衍射图案几乎是相同的，无法区分，如图 5-12(b)和(d)中的第一列所示。

随着晶格深度的逐渐加深，当其满足$V_0\tau/\hbar \simeq 2\pi$时，相位折叠现象逐渐显现出来，如图 5-12(b)和(d)中的第二列所示。当$V_0\tau/\hbar = 1.51\times 2\pi$时，动量分布在高阶动量态原子形成的衍射图案中逐渐开始出现差别，蜂巢晶格的衍射峰开始沿着对角线的方向延长，而六角晶格的衍射峰依旧保持着正六边形的形状。

而当进入强脉冲区域内($V_0\tau/\hbar = 2.47\times 2\pi \gg 2\pi$)时相位折叠效应变得更加的明显，如图 5-12(b)和(d)中的第三列所示。亚波长相位信息编码在高阶动量衍射峰中，由于原子在这两种晶格中占据不同的 Wyckoof 位置，它们会经历不同的局部相位梯度和折叠效应，所以衍射图案的差异变得清晰。可以看出，蜂巢晶格由于势能梯度最大的方向沿对角线方向，所以呈现出沿六个顶点向外扩散的尖锐星形图案；而六角晶格的势能梯度由中心均匀向外扩展，在 Wyckoff 位置具有连续的旋转对称性，所以动量衍射图案呈等六边形。

在强 RN 模式下出现的相位折叠现象，体现了蜂巢晶格和六角晶格的内在结构和对称性的差异。其物质波衍射结果打破了 Babinet 原理，令蜂巢晶格和六角晶格在动量空间中展现出不同的独特“指纹”图样，使我们能够从动量空间中清晰分别出两种晶格结构。这种效果是很难在传统的纯光学系统中实现的，因为在光学系统中，强 RN 区域条件是很难达到的。这是因为强脉冲 RN 衍射描述的是物质波衍射过程，在此过程中动能项被忽略，其中短而强的周期势能将空间依赖的相位变化附在了波函数上。相比之下，在线性光中，光传播由线性麦克斯韦方程描述，衍射图案由透射率或折射率分布的傅里叶模量决定，所以通常达不到强 RN 衍射条件，无法打破 Babinet 原理。

5.5.6 晶格构型的连续调控与能带拓扑

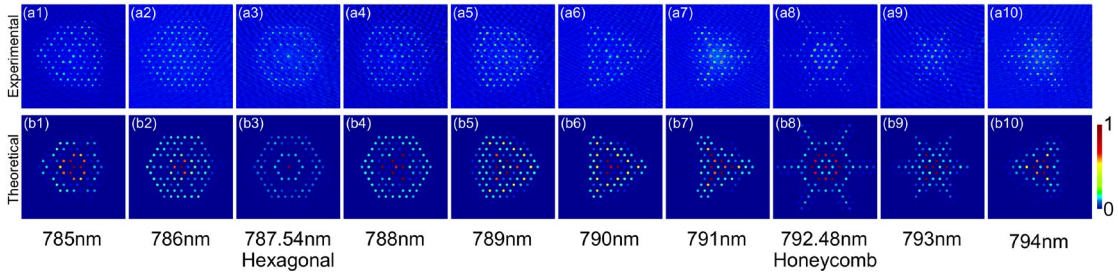

图 5-13 相同阱深不同波长下晶格的动量衍射

在实验过程中，我们发现除了区分对偶晶格，还能通过改变晶格常数来连续调整原子在$|1,1\rangle$态的极化率$\alpha=\alpha^{(0)}/\alpha^{(1)}$，并实现对晶格结构的连续控制。图 5-14(a)展示了极化率随波长的变化曲线。当$\lambda_1=787.54\text{nm}$时$\alpha=1$，对应六角晶格；当$\lambda_2=792.48\text{nm}$时$\alpha=-1$，对应蜂巢晶格，二者都为具有$C_6$旋转对称性的晶格结构。而当$-1<\alpha<1$时，晶格对称性从$C_6$旋转对称性降至为$C_3$旋转对称性，如图 5-13 所示。图中第一行为实验 TOF 测量结果，第二行为理论模拟计算结果。实验中，我们将阱深固定为 110Er，脉冲时间为 12 μs，通过改变蓝宝石激光器的波长，观察晶格的动量衍射分布。由于不同晶格构型之间的阱深存在差异，实验中我们仅在λ_1和λ_2处标定了阱深。可以看出，在 787.54nm 和 792.48nm 处，动量分布图案每旋转60°就能与原来的位置重合，所以为C_6旋转对称性；而在它们之间的动量分布需要旋转120°才能与原来的图案完全一致，为C_3旋转对称性。而当$\lambda<\lambda_1$时，对称性进一步降低，仅为沿中心横轴的轴对称。与之相反的，当$\lambda>\lambda_2$时，我们可以看到动量分布依旧能够保持C_3旋转对称性。

为定量表征晶格构型，我们引入不对称参数 S，定义：

$$S=\frac{\sum_i\left(P_{b_i}-P_{-b_i}\right)}{\sum_i\left(P_{b_i}+P_{-b_i}\right)} \tag{5.31}$$

其中P_{b_i}和P_{-b_i}分别为第一阶衍射峰的归一化原子布居数。对于脉冲作用时间$\tau=12\mu\text{s}$的短脉冲，不对称参数 S 随波长的变化如图 5-14(b)所示。当 S=0 时，分别对应$\lambda_1=787.54\text{nm}$和$\lambda_2=792.48\text{nm}$，动量分布在$\pm b_i$处对称布居，为$C_6$旋转对称，正对应六角晶格和蜂巢晶格。当$S\neq0$时，$b_i$和$-b_i$之间的原子数比例逐渐失衡，表现出不同步的振荡，对称性降低为C_3旋转对称。图 5-14(b)中紫色区域（$S>0$）和粉色区域（$S<0$）分别对应不同符号的对称性破缺。

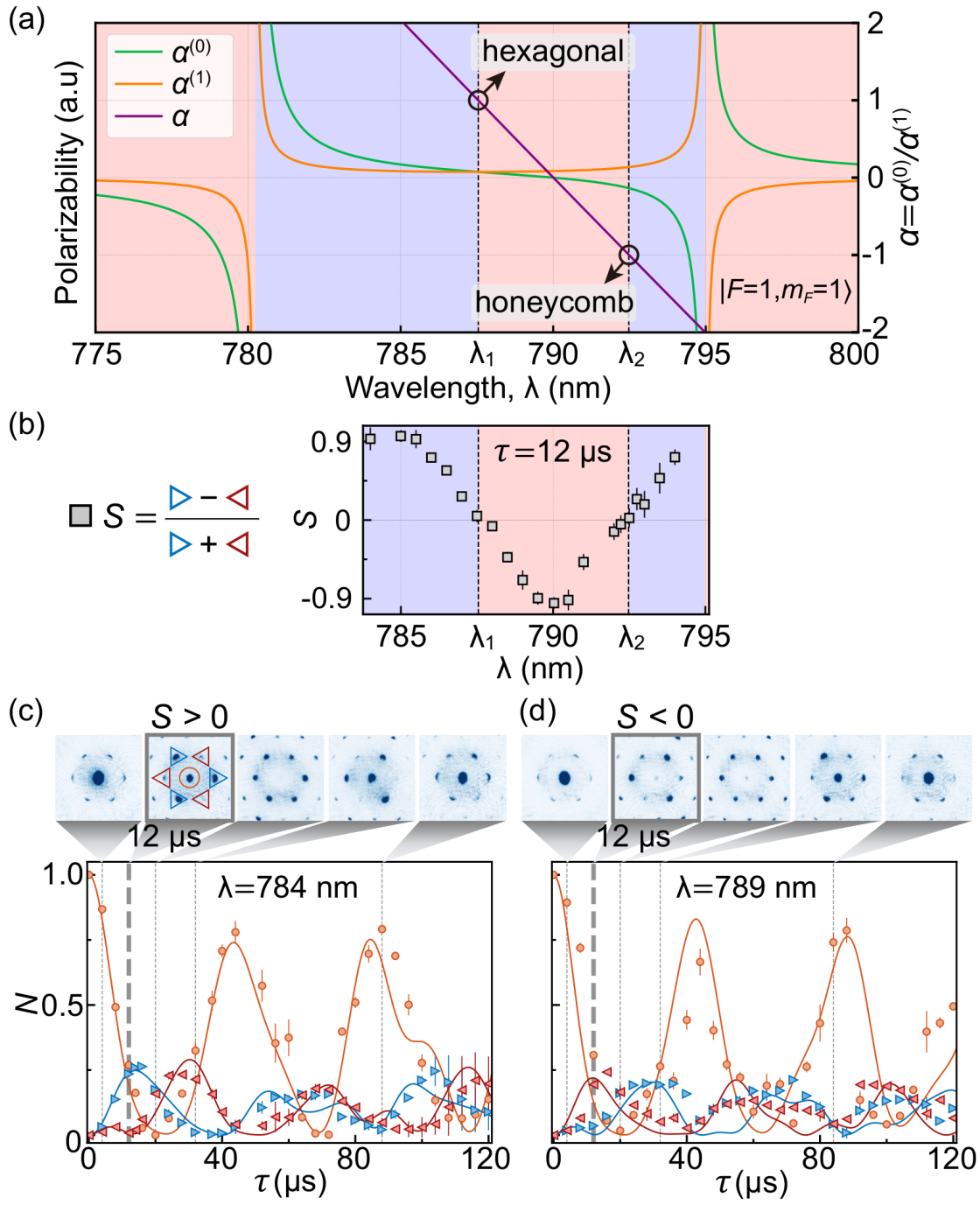

图 5-14 通过调节波长连续控制晶格结构

注：(a)处于超精细基态 $|F=1, m_F=1\rangle$ 态的 ^{87}Rb 原子的极化率随波长的变化情况。标量极化率与矢量极化率的比值在 $\lambda_1 = 787.54$nm 时为 1，而在 $\lambda_2 = 792.48$nm 时为-1，分别对应六角晶格和蜂巢晶格。(b)在脉冲时间 $\tau = 12\mu$s 下不对称参数 $\mathcal{S}$ 随波长的变化情况。在(a)和(b)中，$S>0$ 的区域用紫色阴影表示，$S<0$ 的区域用粉色阴影表示。(c)和(d)分别为 $\lambda = 784$nm 和 789nm 时具有 C_3 旋转对称性的晶格的 KD 衍射过程。插图显示了不同脉冲时间下的 TOF 观测图像，在阱深 $V_0 = 23Er$ 条件下，橙色的圆和线对应于 0 动量分布，而红（蓝）三角形和线对应于 $+\mathbf{b}_{1,2,3}(-\mathbf{b}_{1,2,3})$ 处的第一阶衍射动量分布。黄色阴影和绿色阴影区域分别对应 RN 和非 RN 区域。

图 5-14(c)和(d)进一步展示了具有 C_3 旋转对称性的晶格中，一阶衍射峰布居随脉冲作用时间的动力学演化过程（$\lambda = 784$ nm和789 nm）。可以从插图直观的看出，它们与 C_6 对称晶格中的 $\pm b_i$ 原子数布居同步振荡不同，在 C_3 对称的晶格中，b_i 和 $-b_i$ 的振荡表现出非同步行为，这直接反映了空间反演对称性的破缺。

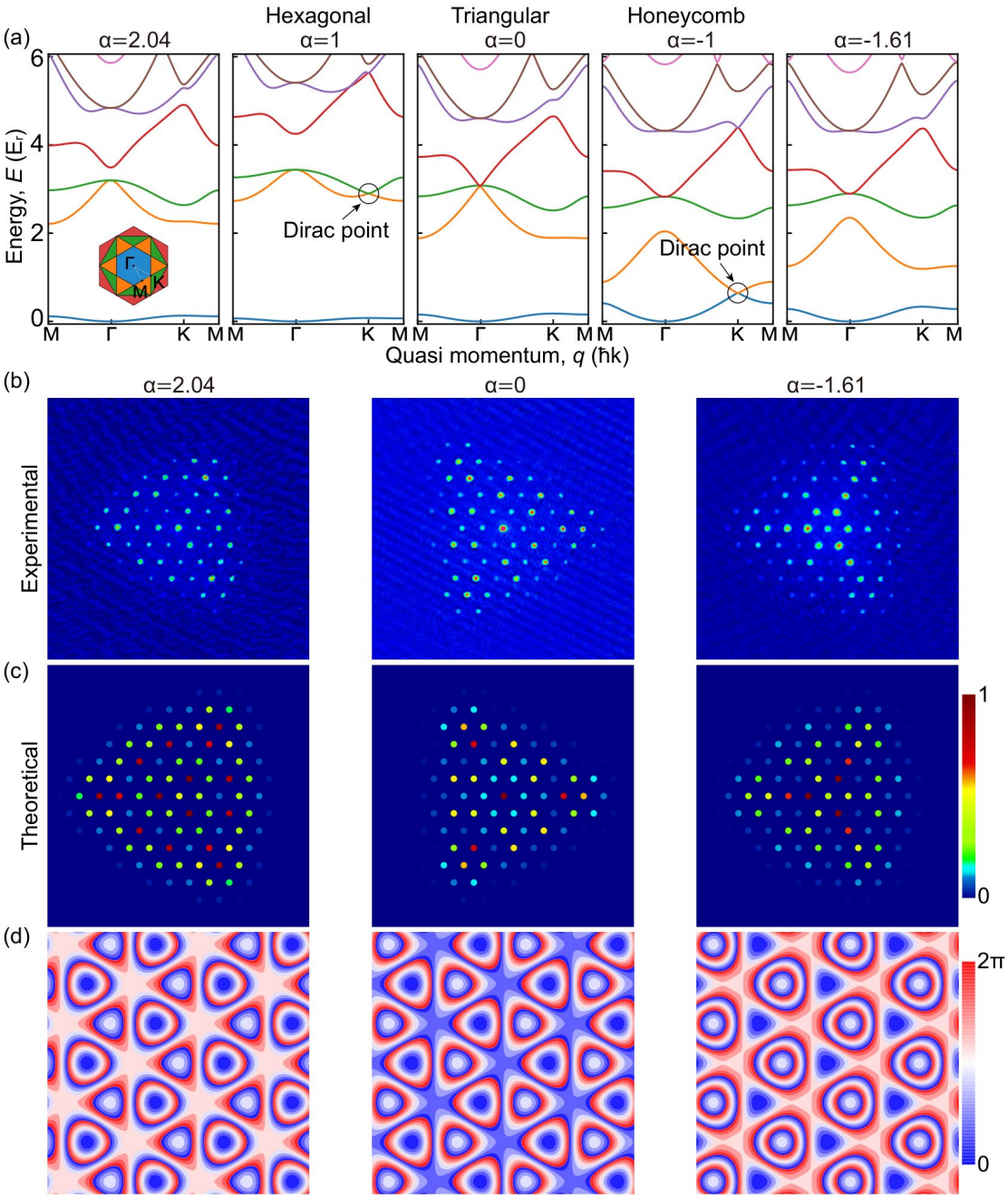

图 5-15 不同晶格结构的能带结构

注：(a)晶格阱深 $V_0 = 8Er$ 时不同晶格构型的能带结构。(b),(c)在强 RN 条件下 BEC 在具有 C_3 旋转对称性的晶格构型中的 KD 衍射。(b)为实验结果，对应阱深 $V_0 = 95Er$，脉冲作用时间 $\tau = 7\mu s$，相位调制深度 $V_0\tau / \hbar$=2.47×2π。(c)为对应的理论计算结果。(d)为三套晶格构型所对应的相位折叠机制。

通过计算发现，各种晶格结构及其相关的对称性还反映在其拓扑能带性质中。如图 5-15 展示了阱深$V_0 = 8Er$时不同晶格构型的能带结构。可以看出，在具有C_6旋转对称性六角晶格中，在第二能带与第三能带之间的 K 点存在一个狄拉克点，如图 5-15(a)中第二幅图所示。当α逐渐减小，对称性由C_6降低到C_3，此时狄拉克点被打开一个带隙如图 5-15(a)中第三幅图所示。直到当$\alpha = -1$时，对称性又回到C_6，此时低能带中再次出现了狄拉克点。但是此时的晶格结构发生了变化，蜂巢晶格 K 点位置的狄拉克点转移到了第一和第二能带上，如图 5-15(a)中第四幅图。虽然两种晶格 K 点的狄拉克点处于不同的能带，但是它们都受C_6旋转对称性的保护。不论是当$\alpha < -1$还是$\alpha > 1$，狄拉克点同样会被打开。此外，在由纯矢量势构成的具有C_3旋转对称性的三角晶格中，我们可以发现在Γ点处存在一个三重简并点，且仅当$-1 < \alpha < 1$时才存在。这些能带的变化与动量空间衍射分布密切相关。图 5-15(b)-(d)分别展示$\alpha < -1$、$\alpha > 1$和$-1 < \alpha < 1$中某一点的动量分布，这些衍射图案同样是由强 RN 衍射下的相位折叠引起的。

5.6 总结和讨论

在这一章中我们首先介绍了对偶晶格、Babinet 原理、Wyckoff 位置、相位折叠和 BEC 在光晶格中的衍射理论。然后介绍了利用在强脉冲 RN 区域内的 KD 衍射打破了 Babinet 原理，并使我们能够在动量空间中清晰地分辨出蜂巢晶格和六角晶格。而在弱脉冲区域内由于 Babinet 原理我们无法区分两种晶格。在强脉冲 RN 区域内，相位折叠效应将 Wyckoff 位置的对称性差异映射到了动量空间，令两种晶格产生了完全不同的衍射图案，从而打破了 Babinet 原理。蜂巢晶格的动量分布呈星形，而六角晶格则呈现出规则的等六边形。

此外，我们还在实验上展示了通过精确调节原子的标量和矢量极化率，实现了对蜂巢、六角和三角等晶格构型的任意控制。同时，我们还发现在晶格构型转变的过程中，晶格的对称性和能带拓扑性质也发生了相应的改变。这项研究确立了强脉冲 KD 衍射可以作为一种灵敏的探测手段，它能够揭示出晶格结构底层的独特动量空间特征，为研究超冷原子系统中晶格性质和工程设计提供了新的方法。

6 连续动力学解耦下的非对称 Floquet 边带

在量子系统中，相干性是实现量子计算、量子信息和精密测量等技术的核心基础。但是在实际的体系中，量子系统不可避免的会与环境耦合，然后因为各种因素导致相干性的衰减，例如磁场噪声、光强抖动和射频信号的相位噪声等，这严重限制了量子操作的保真度。

保持量子相干性最直接有效的方法是减少环境噪声，但是这个在实际的实验中是不可能完全消除的。所以科学家转向系统本身，通过设计一个有效的哈密顿量来动态地将系统与环境解耦，从而抑制噪声对系统的影响。这种方法被我们称为动态解耦（Dynamical Decoupling, DD），在最初实验中增强相干性方面取得了显著的成功，但是最开始的动态解耦方案都需要十分精确地控制信号脉冲时序和幅度，这给实验带来了巨大的挑战。于是，科学家们又延伸出了连续动态解耦（Continuous Dynamical Decoupling, CDD）方案，通过使用周期性驱动信号做解耦，规避掉了多脉冲方案精度控制的难题。连续动态解耦已经在超冷原子体系中实现，它的本质是通过使用连续射频信号缀饰原子中的超精细塞曼子能级，使其缀饰后形成类似钟跃迁能级，从而显著抑制了原子能级与磁场幅度抖动的敏感性。

在这章中，我们将从动力学解耦的背景出发，介绍动力学解耦的机制，再过渡到连续动力学解耦。然后以 Floquet 理论为基础系统研究了 Spin-1 的 ^{87}Rb BEC 在连续射频驱动下的缀饰态能谱与相干动力学。我们考虑了旋波近似（Rotating Wave Approximation, RWA）哈密顿量，并结合 Floquet 理论成功解释了边带的产生机制。我们实验上通过使用一个弱的射频信号作为探测场，成功解析了 Floquet 谱，并测量了不同边带的 Rabi 振荡。发现在共振缀饰下，两个共轭边带的耦合强度与相干时间呈现良好的对称性；而在非共振缀饰下，耦合强度表现为非对称。这为我们深刻理解连续动力学退偶机制，提供了新颖的思路。

6.1 动力学解耦

动力学解耦是量子计算和量子模拟领域中的一项非常重要的技术，它的核心思想来自自旋回波（Spin Echo）。我们可以想象一个原子放置在磁场中，磁场幅度缓慢且基本恒定的抖动会使原子的能级发生相应的漂移，从而失去相干性。自旋回波技术

是在两次量子操作中间加入一个$_\pi$脉冲，将原子的相位演化翻转，以抵消噪声带来的相位累积。但是如果环境噪声不仅包括恒定的漂移，还包含随时间任意变化的部分，那单个脉冲就不够了，这时就需要通过一系列脉冲操作来抵消掉所有的噪声漂移。越多的脉冲数量，能平均掉越多噪声带来的影响，例如 XY4 脉冲组合，XY8 脉冲组合，XY16 脉冲组合等。我们可以考虑一个量子态的哈密顿量：

$$H = H_{sys} + H_{int} \tag{6.1}$$

其中 H_{sys} 和 H_{int} 分别为系统哈密顿量和系统与环境相互作用哈密顿量。我们考虑最常见的情况，当原子与恒定匀强磁场发生相互作用时，在旋转坐标系下相互作用哈密顿量可以表示为：

$$H_{int} = \frac{1}{2}\sigma_z \cdot B(t) \tag{6.2}$$

其中 σ_z 为泡利矩阵，$B(t)$ 为环境磁场，我们假设它的幅度随时间有一个微小的幅度抖动，这会改变原子能级的塞曼频移，导致相位随机变化。在自由演化 T 时间后，量子态的相对相位累积为：

$$\phi(T) = \int_0^T B(t)dt \tag{6.3}$$

由于 $B(t)$ 是随机变化的，所以导致 $\phi(T)$ 也会随机变化，从而导致不同量子态之间的相位混乱，在时间平均下退相干。而当我们在某一个中间 τ 时刻施加一个 π 脉冲进行相位翻转之后，同时也将 $B(t)$ 的符号翻转了，这使得后半段时间的相位累积与前半段的相位累积符号相反，总的相位累积：

$$\phi_{echo}(T) = \int_0^\tau B(t)dt + \int_0^{2\tau}[-B(t)]dt = \int_0^\tau [B(t) - B(t+\tau)]dt \tag{6.4}$$

如果 $B(t)$ 完全没有噪声，即它是一个静止场，或者在相同时间内的变化完全一致，则总的相对相位累积为 0；如果 $B(t)$ 是一个缓慢变化的有噪声的场，那么在 τ 足够小的条件下，$B(t)$ 与 $B(t+\tau)$ 近似相等，相对相位差也为 0，达到抵消噪声的效果。这也是为什么在动力学解耦实验中我们需要使用多个短脉冲进行对环境噪声的解耦。对于多个脉冲来说，自旋态会经历多个翻转过程，我们用 $f(t) = \pm 1$ 来表示其翻转模式，取决于脉冲序列，即在 t 时刻对其施加一个脉冲，然后符号翻转一次。当经过 T 时间的实验过程，实施 n 个脉冲后，总的相位累积可表示为：

$$\phi_{DD}(T) = \int_0^T f(t)B(t)dt \tag{6.5}$$

对 $B(t)$ 在 t=0 附近做泰勒展开有：

$$B(t) = B_0 + B_1 t + B_2 t^2 + \cdots \tag{6.6}$$

将(6.6)式代入(6.5)式可以得到：

$$\phi_{DD}(T) = B_0 \int_0^T f(t)dt + B_1 \int_0^T t f(t)dt + B_2 \int_0^T t^2 f(t)dt + \cdots \tag{6.7}$$

通过设计合适的脉冲序列，即合适的 $f(t)$ 组合，可以使得相对相位逐阶为 0，从而实现量子系统对环境噪声的解耦。换句话说，只要当噪声在时域的变化可以用有限阶多项式表示，我们就总能找到一个合适的脉冲序列组合来抵消噪声的影响。

同时，我们还可以从频域的角度看，动力学解耦就相当于一个滤波器，量子态的退相干因子 $\chi(T)$ 可以表示为噪声谱密度和滤波函数乘积在频域上的积分：

$$\chi(T) = \exp(\int_0^\infty \lambda(\omega)\left|F(\omega)\right|^2 d\omega) \tag{6.8}$$

其中 $\lambda(\omega)$ 为环境噪声的谱密度，对应不同频率噪声的强度。$F(\omega)$ 是由脉冲序列所决定的关于频率的滤波函数，为 $f(t)$ 的傅里叶变换，当其在低频处为 0 时，退相干因子为 0，表明系统对低频噪声不敏感。我们还可以通过设计更复杂的脉冲组合，使滤波函数在更高阶的导数上为 0，使系统对更高阶的抖动有鲁棒性（Robust）。目前实验中常用的有两种类型的脉冲序列，一个是等间隔的 CPMG 序列（Carr-Purcell-Meiboom-Gill Sequence），另一个是不等间隔的 UDD 序列（Uhrig Dynamical Decoupling Sequence）。CPMG 序列实现简单，对各向同性的低阶噪声有很好的解耦效果；UDD 序列是理论上最优的序列，能在使用最少脉冲数量下对高阶噪声实现良好的抑制效果。

虽然动力学解耦已经在实验上证明了它的应用价值，但是它的性能受限于相邻两个脉冲之间的时间间隔。如果噪声的变化频率超过了脉冲翻转自旋态所能达到的最大速率，那么动力学解耦便失效了。这时就需要无间隔的连续动力学解耦来对高频噪声进行消除。

6.2 连续动力学解耦

连续动力学解耦弥补了动力学解耦离散脉冲的局限性，它的核心是对系统施加一个强的且持续相干的驱动场（通常为射频，微波或者激光），使系统的敏感性转移，从原本引起退相干的噪声转移到驱动场的噪声上。所以在连续动力学解耦中，我们不需要精确的脉冲序列设计，就能够将原本不可控的环境噪声转移到了相对可控的驱

动场噪声上。也可以理解为，原本裸态能级受噪声带来的大幅度干扰被转化为缀饰态能级上微小的扰动，即噪声带来的影响被驱动场抑制了。我们可以考虑一个二能级系统，同样以环境磁场噪声为例，磁场沿 z 方向，驱动场沿 x 方向：

$$H=\frac{\omega_0}{2}\sigma_z+\frac{\Omega}{2}\cos\left(\omega_d t\right)\sigma_x+\frac{1}{2}\sigma_z\cdot B(t) \tag{6.9}$$

其中 ω_0 为二能级共振频率，Ω 为驱动场的 Rabi 频率，ω_d 为驱动场的频率。为了方便，这里我们可以先假设 $\omega_0=\omega_d$，在旋波近似下有：

$$H_{RWA}=\frac{\Omega}{2}\sigma_x+\frac{1}{2}\sigma_z\cdot B(t) \tag{6.10}$$

可以看出，当驱动场的 Rabi 频率足够强时，哈密顿量由上式第一项主导，第二项便可视为一个微扰。同时由于驱动场沿 x 方向，所以缀饰之后的系统会将 z 方向上对磁场的敏感度转变为对 x 方向上驱动场的敏感度。可以证明，此时系统的退相干速率 $\Gamma_{eff}\propto\gamma/\Omega^2$，其中 γ 为裸态的退相干速率，即系统的相干时间 T_2 正比于 Ω^2，当我们使用强驱动场时，可以使相干时间比裸态提高数个数量级。

6.3 连续动力学解耦中的 Floquet 边带

6.3.1 Floquet 理论

周期性驱动为调控和模拟非平衡态量子多体系统提供了一个强有力的范式，而 Floquet 理论正是一个处理含时周期性驱动系统的数学定理，它被广泛应用于量子力学中。作为空间布洛赫定理在时间维度的直接类比，Floquet 定理表明，当系统哈密顿量满足时间周期性，随时间演化的薛定谔方程具有准平稳解，即 Floquet 态。我们可以通过引入准能量与 Floquet 矩阵的概念，使驱动系统的动力学可以被有效的映射为一个时间独立的有效哈密顿量。这种利用周期性外部驱动来改变能带结构、产生人工规范场或者调节相互作用强度的技术被称为“Floquet 工程”。在超冷原子光晶格和超导电路等高度可控的人工量子体系中，研究者可以借助 Floquet 工程突破热力学平衡态的限制，设计并实现原本在固体材料中难以稳定存在的新奇拓扑相。

近年来，随着实验操作精度高速的发展，Floquet 研究已从单粒子能带深入到多体系统的非平衡动力学和新奇量子相变中。诸如多体局域化、Floquet 预热化、离散时间晶体以及反常 Floquet 拓扑绝缘体等动力学相。这不仅深化了我们对非平衡物理的理解，也为拓扑量子计算与量子信息处理开辟了全新的路径。

Floquet 定理能够给出含时周期性哈密顿量的薛定谔方程的解，我们可以考虑一个哈密顿量满足

$$\hat{H}(t)=\hat{H}(t+T) \tag{6.11}$$

则含时薛定谔方程为：

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\left|\psi(t)\right\rangle=\hat{H}(t)\left|\psi(t)\right\rangle \tag{6.12}$$

Floquet 定理指出，这样的含时薛定谔方程一定存在一组解满足：

$$\left|\psi(t)\right\rangle=e^{-i\varepsilon t/\hbar}\left|u(t)\right\rangle \tag{6.13}$$

其中$\left|u(t)\right\rangle=\left|u(t+T)\right\rangle$是一个周期性函数，$\varepsilon$是准能量。这个解的形式与 Bloch 定理完全一样。在 Bloch 定理中，我们可以将周期性势阱中的波函数表示为幅度调制后的平面波，而这里的 Floquet 则是将周期性驱动的波函数表示为幅度调制的指数函数。我们将式(6.13)代入薛定谔方程可以得到：

$$\left(\hat{H}(t)-i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\left|u(t)\right\rangle=\varepsilon\left|u(t)\right\rangle \tag{6.14}$$

我们可以设定一个随时间周期性演化的算符：

$$\hat{U}(T)=\mathcal{T}\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\int_0^T\hat{H}(t)dt\right) \tag{6.15}$$

其中$\mathcal{T}$为描述系统随时间动态演化的编时算符，则准能量便于$\hat{U}(T)$的本征值相关：

$$\hat{U}(T)\left|\psi(0)\right\rangle=e^{-i\varepsilon T/\hbar}\left|\psi(0)\right\rangle \tag{6.16}$$

这样，我们便可以由$\hat{U}(T)$得到 Floquet 哈密顿量$\hat{H}_F(t)$，他们的关系为：

$$\hat{U}(T)\equiv\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_FT\right) \tag{6.17}$$

其中$\hat{H}_F$的本征能量即为$_\varepsilon$，同时由于周期性的存在，准能量具有简并性，即ε和$\varepsilon+m\hbar\omega,(m\in\mathbb{Z})$描述同一个量子态，它表示在周期性驱动下，原子可以从驱动场吸收 m 个光子，同时也可以放出 m 个光子。所以，Floquet 边带（Floquet sidebands）是周期性驱动系统的特征之一。由于能量的简并性，原始能级会在驱动过程中不断的吸收和放出 m 个光子，会形成一系列间距为$m\hbar\omega$的能级，这些能级即为 Floquet 边带。

实验中，我们通过射频信号周期性驱动自旋为 1 的 BEC，在实现连续动力学解耦的同时观测到了 Floquet 边带结构的能谱。

6.3.2 连续动力学解耦中的 Floquet 模型

我们考虑 ^{87}Rb 原子的基态超精细结构 $|F=1\rangle$，它包含三个塞曼子能级 $m_F=1,0,-1$，其中 F 为总角动量，m_F 是其沿量子化轴方向的投影。为方便起见，在后续的描述中我们将 $|F=1,m_F=1\rangle$，$|F=1,m_F=0\rangle$ 和 $|F=1,m_F=-1\rangle$ 分别表示为 $|1\rangle$，$|0\rangle$ 和 $|-1\rangle$。我们定义磁场方向，即量子化轴沿 z 方向，产生的一阶线性拉莫尔频率为：

$$\omega_0=|g_F\mu_B B_0|/\hbar \tag{6.18}$$

其中 g_F 为朗德 g 因子，μ_B 为玻尔磁子。为了更精确的描述塞曼分裂，这里我们必须要考虑反常塞曼效应（Anomalous Zeeman effect）。对于 $|1\rangle$ 和 $|-1\rangle$ 态，他们在磁场中的线性能级位移为 $\hbar\omega_0$，我们设帕邢-巴克效应下 $|0\rangle$ 态的二阶能级位移为 ϵ，用矩阵表示为：

$$\hbar\epsilon(F_z^2-I)=\hbar\epsilon\left[\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&-\hbar\epsilon&0\\0&0&0\end{pmatrix} \tag{6.19}$$

其中 I 为 3×3 的单位矩阵。为实现连续动力学解耦，驱动场需要垂直于量子化轴，所以我们将射频驱动信号置于 y-z 平面，标记为 RF_1（缀饰场）。它会产生一个沿 x 轴的振荡磁场：

$$B_x(t)=\mathcal{A}\cos(\omega_1 t)\hat{x} \tag{6.20}$$

其中 $\mathcal{A}$ 为 RF_1 的幅度，ω_1 是 RF_1 的角频率。驱动场 RF_1 与原子的磁偶极矩耦合，以 Rabi 频率为 $\Omega=|g_F|\mu_B\mathcal{A}/\sqrt{2}\hbar$ 驱动相邻塞曼子能级之间的跃迁。此时，在以塞曼子能级为基矢的情况下，转移算符 F_z 是一个对角矩阵，为沿 z 方向磁场的本征表象，在这个表象中按能量依次排序，三个基矢分别为：

$$|1\rangle=|g\rangle=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix},|0\rangle=|e_1\rangle=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},|-1\rangle=|e_2\rangle=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \tag{6.21}$$

其中 $|g\rangle$ 表示能量最低的基态，$|e_1\rangle$ 表示能量在中间的第一激发态，$|e_2\rangle$ 表示能量最高的第二激发态。在整个推导过程中，我们仅考虑基态和第一激发态，第一激发态

和第二激发态的耦合。因为在实验过程中，我们通过控制缀饰场的幅度将基态与第二激发态的双光子过程抑制得很小，可以忽略不计。所以转移矩阵为：

$$F_z=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix} \tag{6.22}$$

所以当 RF_1 与原子耦合产生缀饰态时，不含时的非旋波近似哈密顿量可以表示为：

$$\begin{aligned}H&=\hbar\omega_1a^\dagger a+\hbar\omega_0F_z+\hbar g(a^\dagger+a)(F_++F_-)+\hbar\epsilon(F_z^2-I)\\&=\hbar\omega_1a^\dagger a+\hbar\omega_0F_z+\hbar g(a^\dagger F_-+aF_+)+\hbar g(a^\dagger F_++aF_-)+\hbar\epsilon(F_z^2-I)\end{aligned} \tag{6.23}$$

其中 $a^\dagger$ 和 a 分别表示光子的产生和湮灭算符，$g=\Omega/2$ 表示原子和缀饰场的耦合强度。上式中第一项描述缀饰场的能量，第二项为塞曼子能级间的耦合项，第三项为能级跃迁过程中的原子与缀饰场的能量交换项，第四项为虚光子过程的反旋转项，这项会在旋波近似下被丢掉，最后一项为 $|0\rangle$ 态的二阶塞曼效应带来的能量偏移。其中 F_- 和 F_+ 分别表示上能级向下能级转换，和下能级向上能级跃迁：

$$F_+=\begin{pmatrix}0&\sqrt{2}&0\\0&0&\sqrt{2}\\0&0&0\end{pmatrix},\quad F_-=F_+^\dagger=\begin{pmatrix}0&0&0\\\sqrt{2}&0&0\\0&\sqrt{2}&0\end{pmatrix} \tag{6.24}$$

所以能量交换项可以表示为：

$$\hbar g(a^\dagger+a)(F_++F_-)=\hbar g(a^\dagger+a)\begin{pmatrix}0&\sqrt{2}&0\\\sqrt{2}&0&\sqrt{2}\\0&\sqrt{2}&0\end{pmatrix} \tag{6.25}$$

根据式(6.24)我们可以写出 F_+ 与各个塞曼子能级之间的运算关系为：

$$\begin{aligned}F_+|g\rangle&=\sqrt{2}|e_1\rangle\\F_+|e_1\rangle&=\sqrt{2}|e_2\rangle\\F_+|e_2\rangle&=0\end{aligned} \tag{6.26}$$

表明 F_+ 每作用一次，能级就向上跃迁一次。F_- 与各个塞曼子能级的运算关系为：

$$\begin{aligned}F_-|g\rangle&=0\\F_-|e_1\rangle&=\sqrt{2}|g\rangle\\F_-|e_2\rangle&=\sqrt{2}|e_1\rangle\end{aligned} \tag{6.27}$$

表明 F_- 每作用一次，能级就向下跃迁一次。同时根据量子力学，我们可以写出产生算符、湮灭算符与光子数态（Fock State）的数学关系，在我们这个系统中 Fock State 描述的是在射频缀饰场 RF_1 作用下的光子数变化，我们设缀饰场的光子数为 $|n\rangle$ 有：

$$\begin{aligned} a^{\dagger}|n\rangle &= \sqrt{n+1}\,|n+1\rangle \\ a|n\rangle &= \sqrt{n}\,|n-1\rangle \\ a^{\dagger}a|n\rangle &= n|n\rangle \end{aligned} \tag{6.28}$$

整个系统是由原子与缀饰场共同组成的，所以我们可以将整个系统的希尔伯特空间基矢表示为原子的基矢与缀饰场的基矢的直积形式：

$$\begin{aligned} |g\rangle\otimes|n\rangle &= |g,n\rangle \\ |e_1\rangle\otimes|n\rangle &= |e_1,n\rangle \\ |e_2\rangle\otimes|n\rangle &= |e_2,n\rangle \end{aligned} \tag{6.29}$$

根据 6.3.1 小节中的描述，在我们的系统中，Floquet 过程的简并能级为缀饰态能级，原子吸收和放出 m 个光子表示原子在某两个能级之间经历了 m 次的循环跃迁，哈密顿量可以表示为块对角矩阵的形式，每个矩阵块表示缀饰场对原子的一个完整的周期驱动：

$$H = \mathrm{diag}(\ldots, H_{n+1}, H_n, H_{n-1}, \ldots) \tag{6.30}$$

为了方便讨论，我们仅考虑第一个周期的交换过程，原子只与一个光子发生相互作用，即系统在 $|g\rangle$ 与 $|e_1\rangle$，$|e_1\rangle$ 与 $|e_2\rangle$ 间只耦合一次。那么我们可以写出当光子数为 n 时的 哈密顿量为

$$H = \begin{pmatrix} \langle g,n|H|g,n\rangle & \langle g,n|H|e_1,n-1\rangle & 0 \\ \langle e_1,n-1|H|g,n\rangle & \langle e_1,n-1|H|e_1,n-1\rangle & \langle e_1,n-1|H|e_2,n-2\rangle \\ 0 & \langle e_2,n-2|H|e_1,n-1\rangle & \langle e_2,n-2|H|e_2,n-2\rangle \end{pmatrix} \tag{6.31}$$

我们假设基态 $|g\rangle$ 与第一激发态 $|e_1\rangle$ 的耦合强度为 g_1，第一激发态与第二激发态的耦合强度为 g_2，当驱动场频率远大于耦合频率 $\omega_1 \gg \Omega$，根据旋波近似我们可以忽略高频项，所以将式(6.23)代入式(6.31)就可以得到

$$H = \hbar\begin{pmatrix} \Delta & g_1\sqrt{2n} & 0 \\ g_1\sqrt{2n} & -\epsilon & g_2\sqrt{2(n-1)} \\ 0 & g_2\sqrt{2(n-1)} & -\Delta \end{pmatrix} \tag{6.32}$$

其中 $\Delta=\omega_1-\omega_0$ 为缀饰场的失谐，相应的有二能级 Rabi 频率 $\Omega_1=g_1\sqrt{2n}$，$\Omega_2=g_2\sqrt{2(n-1)}$。于是缀饰态的哈密顿量可以进一步表示为：

$$H=\hbar\begin{pmatrix}\Delta & \Omega_1 & 0\\ \Omega_1 & -\epsilon & \Omega_2\\ 0 & \Omega_2 & -\Delta\end{pmatrix} \tag{6.33}$$

缀饰态哈密顿量在变化 $\Delta\leftrightarrow-\Delta$ 和 $|1\rangle\leftrightarrow|-1\rangle$ 下具有对称性，因此 $H(\Delta)$ 和 $H(-\Delta)$ 等效，这意味着其本征能量是失谐 Δ 的偶函数，如图 6-1(b)所示。

通过求解定态薛定谔方程，我们可以得到系统的本征值和本征态。缀饰表象下的定态薛定谔方程为：

$$H|D_N^j\rangle=\lambda_j|D_N^j\rangle,\quad j=1,0,-1 \tag{6.34}$$

其中指标 $j=1,0,-1$ 分别对应基态，第一激发态和第二激发态，本证态 $|D_N^j\rangle$ 在以式(6.29)为基矢下的表达式为：

$$|D_N^j\rangle=c_1^j|1,n\rangle+c_2^j|0,n-1\rangle+c_3^j|-1,n-2\rangle,\quad j=1,0,-1 \tag{6.35}$$

这说明每个态的波函数都由三个裸态塞曼能级与缀饰场的光子数杂化而成，因此原本在裸态中被禁止的跃迁在缀饰态表象中变得可能，从而在相邻能级之间增加了额外的跃迁通道，并产生 Floquet 边带，如图 6-1(c)所示。

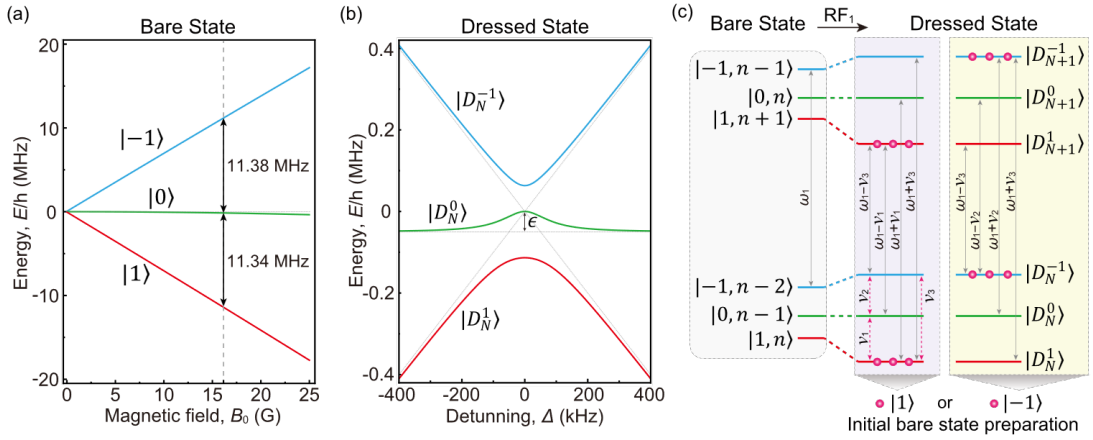

图 6-1 ^{87}Rb 原子 F=1 的塞曼分裂和缀饰态表象下的能级示意图

注：(a)为超精细能级 F=1 的塞曼分裂示意图，由于帕邢巴克效应中间 $|0\rangle$ 态能级的频移为 ϵ。垂直虚线标记了量子化轴磁场的强度。(b)F=1 的塞曼子能级在缀饰场 RF_1 驱动下，能级缀饰态能级频移与缀饰场失谐的关系。(c) Floquet 表象下裸态和缀饰态的能级图。

在缀饰态表象下，我们可以通过加入第二个弱的射频场作为探测场，记为 RF_2，用来对缀饰能级做定量的谱表征。由于 ^{87}Rb F=1 的三个塞曼子能级裸态的磁偶极耦

合强度近似相等，可以近似为$\Omega=\Omega_1=\Omega_2$。为了方便讨论我们将二能级耦合系数表示为：

$$M=\langle e_1|\hat{d}|g\rangle=\langle e_2|\hat{d}|e_1\rangle \tag{6.36}$$

其中$\hat{d}$为磁偶跃迁算符，对应到缀饰态表象中我们可以相应的写出缀饰态能级跃迁：

$$\begin{aligned}\langle D_N^j|\hat{d}|D_{N+1}^{j'}\rangle&=M(c_1^jc_2^{j'}+c_2^jc_3^{j'})\\ \langle D_N^j|\hat{d}|D_{N-1}^{j'}\rangle&=M(c_3^jc_2^{j'}+c_2^jc_1^{j'})\end{aligned} \tag{6.37}$$

图 6-1(c)展示了初态分别为$|1\rangle$和$|-1\rangle$情况下的缀饰态能谱及其所有的跃迁。我们以$\Delta=0$为例，此时哈密顿量变为：

$$H=\hbar\begin{pmatrix}0&\Omega&0\\ \Omega&-\epsilon&\Omega\\ 0&\Omega&0\end{pmatrix} \tag{6.38}$$

通过求解定态薛定谔方程，我们可以得到相应的三个本征值分别为：

$$\lambda_1=-\frac{1}{2}\epsilon-\frac{1}{2}\sqrt{8\Omega^2+\epsilon^2},\quad \lambda_0=0,\quad \lambda_{-1}=-\frac{1}{2}\epsilon+\frac{1}{2}\sqrt{8\Omega^2+\epsilon^2} \tag{6.39}$$

进一步我们可以求得对应的本征矢分别为：

$$\begin{aligned}\lambda_1&\leftrightarrow\begin{pmatrix}1\\ -\frac{1}{2\Omega}\left(\epsilon+\sqrt{8\Omega^2+\epsilon^2}\right)\\ 1\end{pmatrix},\\ \lambda_0&\leftrightarrow\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\\ \lambda_{-1}&\leftrightarrow\begin{pmatrix}1\\ -\frac{1}{2\Omega}\left(\epsilon-\sqrt{8\Omega^2+\epsilon^2}\right)\\ 1\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{6.40}$$

再结合式(6.36)和式(6.37)，我们可以将图 6-1(c)中所有 Floquet 边带的跃迁矩阵元都计算出来：

$$\omega_1+\nu_3:\langle D_N^1|\hat{d}|D_{N+1}^{-1}\rangle=-\frac{\epsilon}{\Omega} \tag{6.41}$$

$$\omega_1-\nu_3:\langle D_{N+1}^1|\hat{d}|D_N^{-1}\rangle=-\frac{\epsilon}{\Omega} \tag{6.42}$$

$$\omega_1+\nu_1:\left\langle D_N^1\left|\hat{d}\right|D_{N+1}^0\right\rangle=-\frac{1}{2\Omega}\left(\epsilon+\sqrt{8\Omega^2+\epsilon^2}\right) \tag{6.43}$$

$$\omega_1-\nu_1:\left\langle D_{N+1}^1\left|\hat{d}\right|D_N^0\right\rangle=-\frac{1}{2\Omega}\left(\epsilon+\sqrt{8\Omega^2+\epsilon^2}\right) \tag{6.44}$$

$$\omega_1+\nu_2:\left\langle D_{N+1}^1\left|\hat{d}\right|D_N^0\right\rangle=-\frac{1}{2\Omega}\left(\epsilon-\sqrt{8\Omega^2+\epsilon^2}\right) \tag{6.45}$$

$$\omega_1-\nu_1:\left\langle D_N^1\left|\hat{d}\right|D_{N+1}^0\right\rangle=-\frac{1}{2\Omega}\left(\epsilon-\sqrt{8\Omega^2+\epsilon^2}\right) \tag{6.46}$$

可以看出，在 $\Delta=0$ 时同一对边带的两侧跃迁概率相等。这说明两个共轭边带的耦合强度大小相同，会产生对称的边带。

6.4 实验表征 Floquet 边带

实验上，我们在交叉光偶极中制备了含约 5×10^5 个原子的 ^{87}Rb BEC。实验设计如图 6-2 所示，沿 z 轴的均匀偏置磁场 B_0=16.2G 定义了量子化轴，此时拉莫尔频率 ω_0=11.36MHz，反常塞曼效应下 $|0\rangle$ 态的二次塞曼位移 ϵ=20kHz。射频场由两个自制铜线圈提供，以正交方向分别安置在 y-z（RF_1）和 x-z（RF_2）平面，分别产生沿 x 和 y 方向的振荡磁场。RF_1 作为缀饰场提供连续的周期性驱动，RF_2 为弱的探测场，用于表征 Floquet 边带跃迁谱。

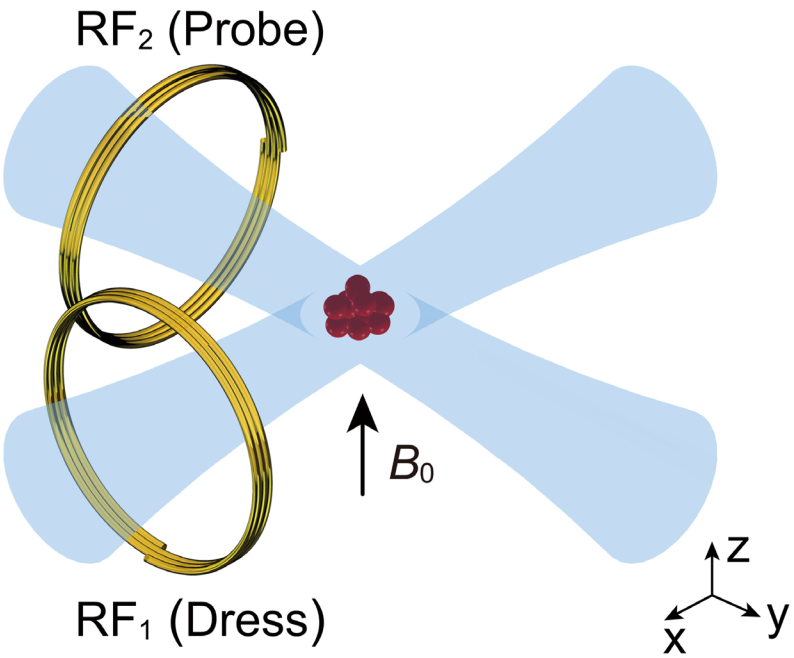

图 6-2 缀饰场和探测场配置示意图

我们通过缓慢扫描开启缀饰场的失谐和幅度来绝热地制备缀饰态，实验时序如图 6-3 所示。系统初始可以制备在裸塞曼子能级$|1\rangle$，$|0\rangle$或者$|-1\rangle$中的任意一个态上，这对实验结果没有影响。我们以$|1\rangle$态为例，首先开启缀饰场 RF_1，其初始频率设置在远失谐处（Δ = -500kHz），幅度在 1ms 内从 0 绝热 ramp 到$\mathcal{A}/2$。随后频率ω_1在 3ms 内从远失谐处扫描至$\omega_0+\Delta$，之后再经过 1ms 的 ramp 过程将幅度进一步升至$\mathcal{A}$（$\Omega = 36.1$kHz）。在这个过程中原子从最初的裸态绝热地映射到了缀饰态，如上一节所述：

$$|1\rangle \to |D^1\rangle,\quad |0\rangle \to |D^0\rangle,\quad |-1\rangle \to |D^{-1}\rangle \tag{6.47}$$

缀饰态制备之后，我们保持 RF_1 持续开启，然后从另一个方向施加探测场 RF_2。探测场的持续时间为t_p，用来驱动缀饰态能级之间的跃迁。由于 RF_2 的 Rabi 振荡远小于 RF_1，整个系统工作在线性响应区域。探测场对缀饰态能级、线宽和布居数的作用可以忽略不计。在探测场作用之后，为了确定缀饰态之间的布居数分布，我们对 RF_1 再进行绝热的关断。首先需要在 2ms 内将失谐从近共振再次扫描到远失谐状态，然后再 1ms 内将幅度一次性降至 0，从而将缀饰态表象再映射回裸态表象。最后在进行 TOF=18ms 的探测过程中施加一个横向的斯特恩-盖拉赫偏置磁场，用来分离三个塞曼能级在空间中的分布，进行自旋分辨的吸收成像。

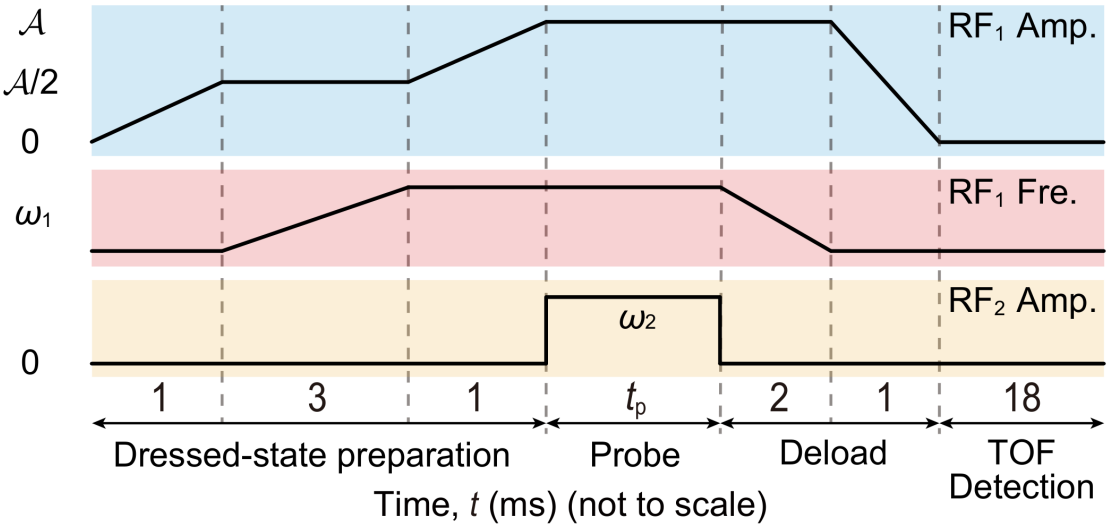

图 6-3 实验过程时序

图 6-4 展示了在周期性驱动下，Spin-1 BEC 缀饰态激发谱中的 Floquet 边带。通过测量缀饰场在不同失谐下的边带谱，我们直接探测了缀饰态的能级结构。当失谐$\Delta = 0$时测量的典型谱线如图 6-4(a)和(c)所示，两幅图分别对应系统初态为$|1\rangle$和$|-1\rangle$。在这两种情况下，我们都观察到了四个清晰的 Floquet 边带共振峰，它们可以分组为

与不同缀饰态跃迁通道相关的两对共轭边带。共轭边带是指关于 ω_1 对称分布的共振峰，同时探测场频率满足 $\omega_1-\omega_0<0(\omega_1-\omega_0>0)$ 的称为红（蓝）边带。这两个对称结构为驱动多能级缀饰态系统特有的 Floquet 边带结构。

通过改变缀饰场的失谐，我们获得了宽失谐范围内的完整边带谱，其结果如图 6-4(b)和(d)所示。可以看出，随着失谐的改变，Floquet 边带的频移是非线性的，这与图 6-1(b)中的理论结果符合的很好。并且图 6-4(b)中 $\Delta=0$ 附近的规律表明，所有跃迁频率都是$_\Delta$的偶函数，这是因为我们可以将缀饰态的本征能量展开为Δ的幂级函数：

$$\lambda_\alpha(\Delta)=\lambda_\alpha^{(0)}+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(\Delta^2)^m}{m!}\frac{d^{m-1}}{d\lambda^{m-1}}\left(\frac{(\lambda-\lambda_\alpha^{(0)})(\lambda+\epsilon)}{\lambda^3+\epsilon\lambda^2-2\Omega^2\lambda}\right)^m\Bigg|_{\lambda=\lambda_\alpha^{(0)}} \tag{6.48}$$

其中 $\lambda_\alpha^{(0)}$ 为 $\Delta=0$ 时对应的三个本征值，对应式(6.39)。这个展开式清晰地表明，缀饰态的本征能量只包含偶数阶项（$\Delta^2,\Delta^4,\cdots$），其一阶项严格为 0。在这里，磁场的变化主要影响第一阶项，所以缀饰态能级和所有缀饰态跃迁频率对磁场的涨落都是一阶不敏感的。

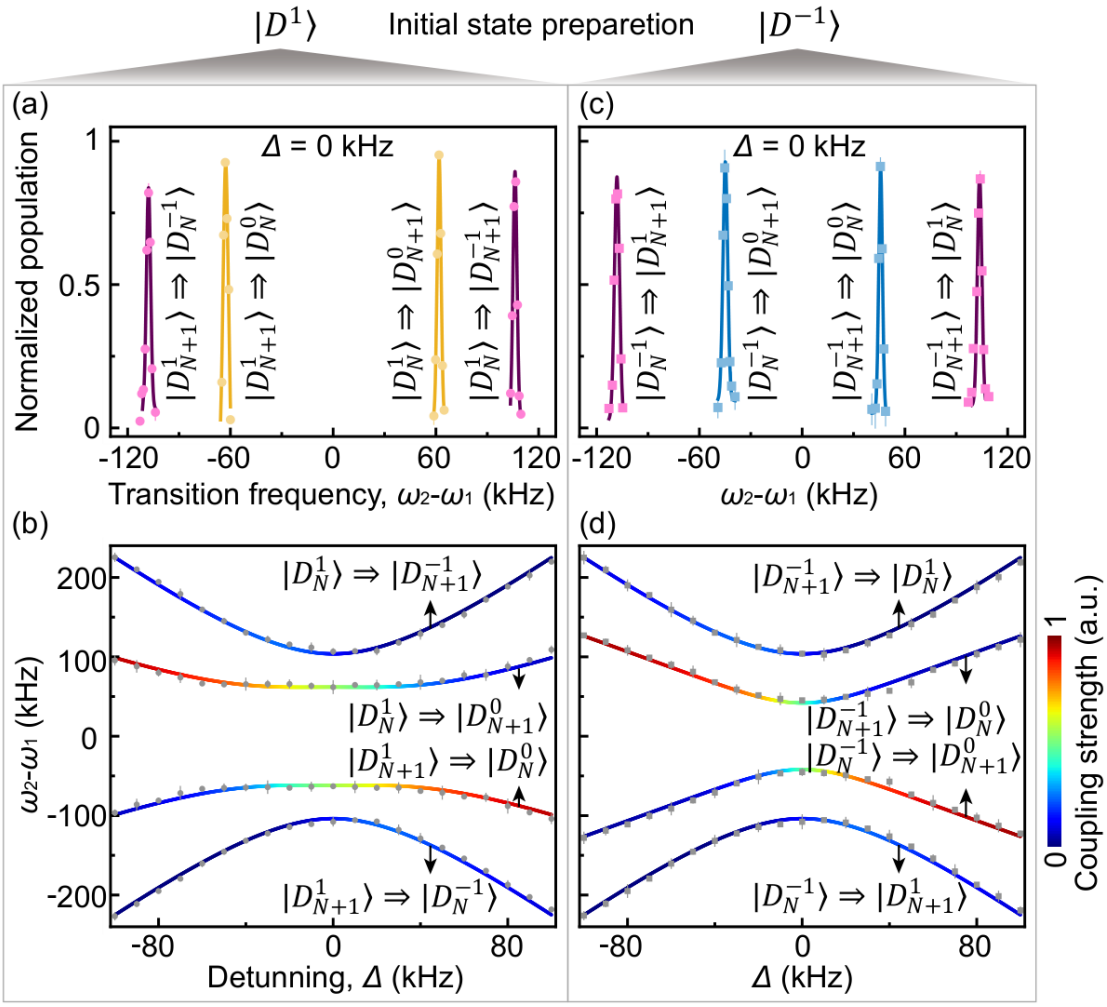

图 6-4 Floquet 边带谱及其随 RF_1 失谐的变化

注：(a)和(c)为共振条件下的缀饰态跃迁谱，系统分别初始化为 $\left|D^{1}\right\rangle$ 和 $\left|D^{-1}\right\rangle$，每种情况对应有两对 Floquet 边带。(b)和(d)为缀饰态跃迁频率和耦合强度与缀饰场失谐的关系。色条表明理论预测的耦合强度。

更特殊的情况，当 $\epsilon=0$ 时，缀饰态的本征能量分裂由 $\sqrt{\Delta^{2}+2\Omega^{2}}$ 给出。有效退相干速率 Γ 由噪声在缀饰态的量子化轴上的投影所决定，有关系式：

$$\Gamma_{\phi}(\Delta,\Omega)\propto\frac{\Delta^{2}}{\Delta^{2}+2\Omega^{2}} \tag{6.49}$$

这意味着我们可以通过射频缀饰场的失谐和耦合强度来有效控制缀饰态之间的相干性，当失谐增大时，相干时间会缩短；而当耦合强度增加时，则会抑制退相干，这便是连续动力学解耦抑制噪声机制。

而当 $\epsilon\neq0$ 时，我们发现缀饰态 $\left|D^{0}\right\rangle$ 和 $\left|D^{1}\right\rangle$ 之间的能级移动相对于失谐表现出更平缓的色散关系，如图 6-4(b)中所示。另外，对于给定的 ϵ 总存在一个最优的耦合强度 Ω 可以最小化色散，从而使得色散曲线平坦化。这种平坦性将相应跃迁频率对磁场涨落的敏感性抑制到了更高阶，导致缀饰态的相干性显著增强。因此，接下来我们在实验上通过测量缀饰态之间的 Rabi 振荡来进一步验证 Floquet 边带的性质。

在光子数守恒的条件下，相邻 Floquet 边带之间的相干耦合强度由探测场诱导的跃迁矩阵元，即式(6.37)所决定。对于固定的探测幅度，缀饰态的 Rabi 频率 $f_{j,j'}^{(\pm)}$ 与这些矩阵元的绝对值成线性关系。因此两个边带的相对强度由缀饰态波函数之间的比例控制。当波函数相等时，两个共轭边带的耦合强度大小相同，会产生对称的边带。而当 $\Delta\neq0$ 时，波函数之间的比例不同，因此两个共轭边带的耦合强度不对称。

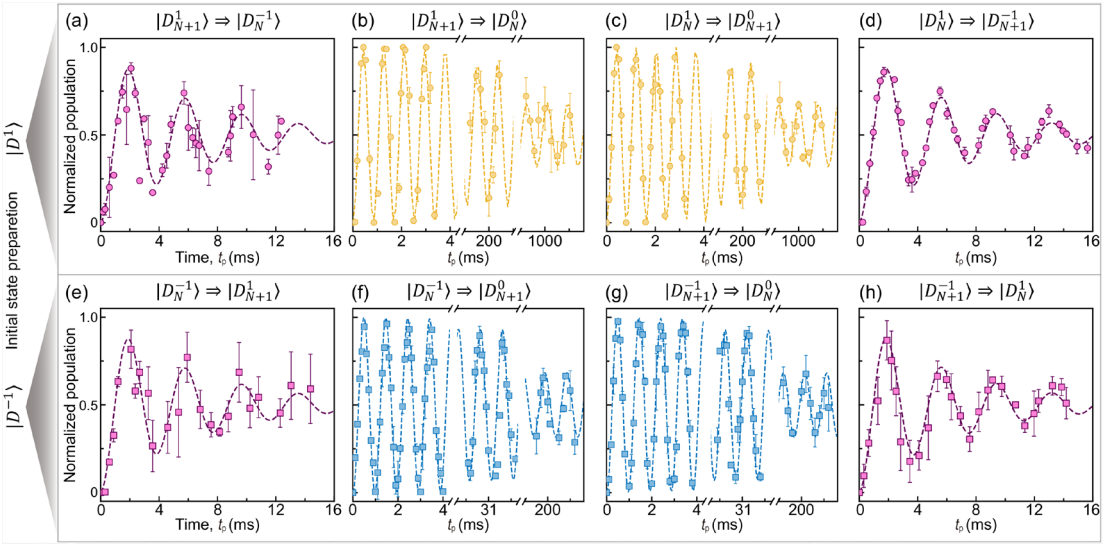

图 6-5 $\Delta=0$ 时 Floquet 边带的 Rabi 振荡

实验中，我们测量了当$\Delta=0$时的所有 Floquet 边带的 Rabi 振荡。图 6-5 展示了初始缀饰态分别为$\left|D^{1}\right\rangle$和$\left|D^{-1}\right\rangle$和他们对应的四个边带的 Rabi 振荡。图 6-5 中(a)-(d)对应初态为$\left|D^{1}\right\rangle$，(e)-(h)对应初态为$\left|D^{-1}\right\rangle$，散点为还实验数据，虚线表示理论拟合曲线。可以看出，每组中的两个共轭边带都表现除了相同的 Rabi 频率。这个结果与我们前面预期的完全一致，在零失谐处共轭边带跃迁的耦合强度是相同的。同时我们还能看到，(d)图与(e)图和(a)图与(h)图对应跃迁$|D_{N+1}^{1}\rangle\Rightarrow|D_{N}^{0}\rangle$和$|D_{N}^{-1}\rangle\Rightarrow|D_{N+1}^{1}\rangle$以及$|D_{N}^{1}\rangle\Rightarrow|D_{N+1}^{-1}\rangle$和$|D_{N+1}^{-1}\rangle\Rightarrow|D_{N}^{1}\rangle$，它们也基本是相同的，微小的不一致是由于实验的不完美带来的，这很好的对应了我们在 6.3.2 小节中的讨论结果。

从图 6-5 的结果中，我们进一步对比了不同边带的相干时间。我们观察到所有共轭边带的相干时间都基本相同，并且它与跃迁通道之间存在着明显的相关性。其中$|D_{N+1}^{1}\rangle\Rightarrow|D_{N}^{0}\rangle$和$|D_{N}^{1}\rangle\Rightarrow|D_{N+1}^{0}\rangle$表现出最长的相干时间，达到了秒量级，如图 6-5(b)和(c)所示。这与我们前面对磁场不敏感的讨论结果一致。

接下来，我们还对非共振区域的缀饰态 Rabi 振荡进行了测量。图 6-6(a)和(b)展示失谐$\Delta=\pm20\text{kHz}$下的缀饰态 Rabi 振荡。同时我们还系统地探测了三对共轭红边带和蓝边带跃迁。可以看出，与共振的情况相反，当$\Delta\neq0$时共轭边带之间的耦合强度出现了显著的不对称性。对于负失谐（$\Delta<0$）部分，所有蓝边带跃迁的 Rabi 频率都大于其对应的红边带，即蓝边带的耦合强度更大；而对于正失谐（$\Delta>0$）部分，所有的红边带的耦合强度都大于蓝边带。图 6-6(c)-(e)为理论计算结果，实验与理论结果符合的很好。

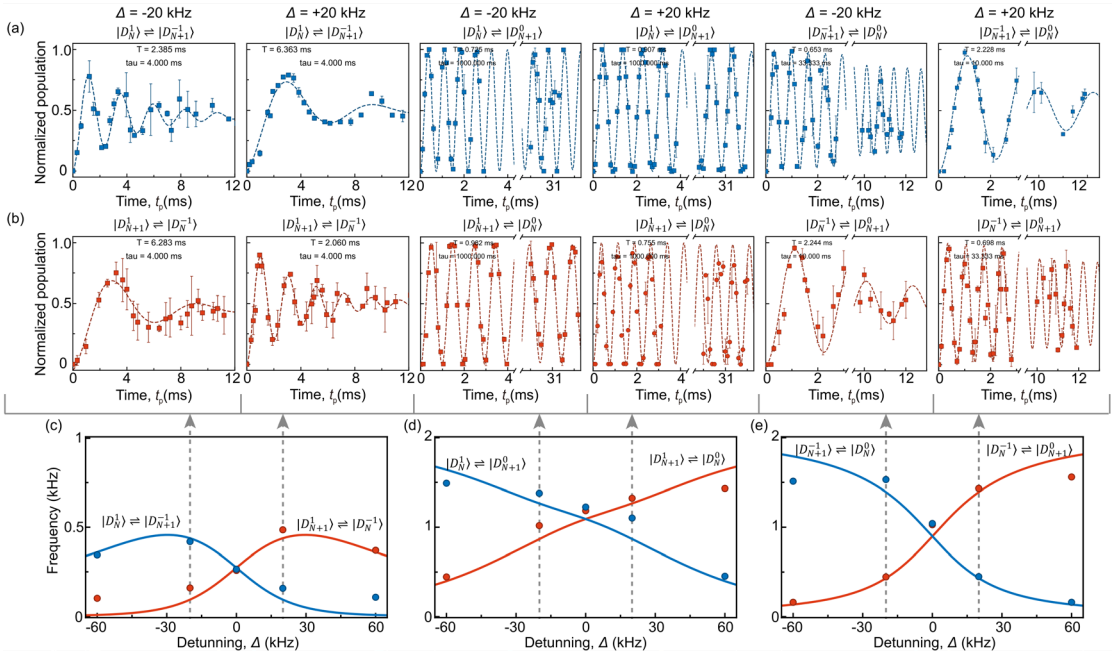

图 6-6 共轭 Floquet 边带耦合强度与缀饰场失谐的关系

最后，我们对式(6.35)所描述的缀饰态做了定量观测。当只有缀饰场与原子相互作用，且在耦合之后突然关断，我们就可以将缀饰态投影到裸态中。图 6-7 展示了不同缀饰场失谐下缀饰态的各个基矢比例。实验上我们测量了缀饰场失谐从-80MHz 到+80MHz 的过程中，不同初态所对应的缀饰态的裸态分布。(a)-(c)分别对应初始塞曼子能级$|1\rangle$、$|0\rangle$和$|-1\rangle$态。

可以看出，当初始在$|1\rangle$时，随着Δ逐渐从负失谐过渡到正失谐的过程中，缀饰态的成分逐渐由$|1\rangle$主导经过$|0\rangle$态后转移到$|-1\rangle$主导，图 6-6(d)-(e)相应的展示了不同失谐下从动量空间观测裸态的波函数分布。与之相同的是初态为$|-1\rangle$态，当Δ从红失谐逐渐向蓝失谐转移的过程中，缀饰态的成分从$|-1\rangle$转移到了$|1\rangle$。而初始态为$|0\rangle$态的过程与它们相反，在近共振处，缀饰态主要由$|1\rangle$态和$|-1\rangle$组成，而在远失谐处波函数则全部塌缩到了$|0\rangle$态。

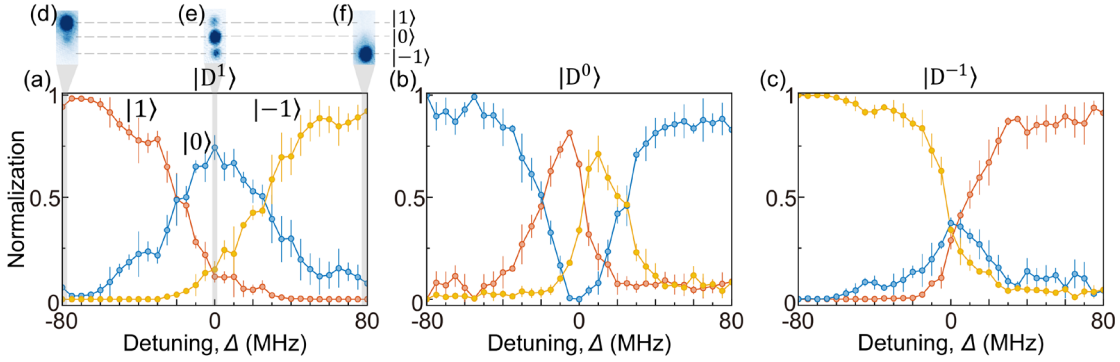

图 6-7 缀饰态的裸态组成与失谐的关系

6.5 总结和讨论

在本章中，我们介绍通过实验在强射频场驱动的 Spin-1 ^{87}Rb BEC 中实现了连续动态解耦，并将系统扩展至更大的 Floquet 空间中，系统性的研究了 Floquet 边带谱和相干动力学。通过使用弱探测场我们表征了 Floquet 缀饰态谱，并得到了相邻缀饰态之间多个一阶边带的跃迁。实验中我们发现，虽然缀饰态的本征能量关于失谐$\Delta=0$保持对称，但是边带之间的耦合强度却表现出不对称性。当红蓝失谐反转之后，共轭红边带和蓝边带的耦合强度互换。这些现象可以理解为在不同失谐下，缀饰态的本征波函数组态发生了变化，进而改变了相邻 Floquet 边带之间得磁偶极跃迁元。

我们的结果为具有长时间相干性和连续驱动可调的 Floquet 缀饰态建立了一个通用的超冷原子平台。在连续动态解耦下，可以在任意缀饰态之间产生可控耦合。这

种能力为未来实现环状拉曼耦合铺平了道路，并为探索相位相关的拓扑量子态和拓扑量子相变提供了一条途径。

7 总结和展望

本论文主要围绕超冷原子量子模拟这一前沿领域，通过对真空系统、激光、电流、磁场等参数的精确控制，我们成功实现了稳定的玻色-爱因斯坦凝聚态。随后以此为基础，我们实验上借助声光偏转器成功将玻色-爱因斯坦凝聚态制备到二维体系下，并将其装载入扭转双层正方光晶格中对扭转体系进行了深入研究。

论文的主要工作如下：

首先，本文详细介绍了 ^{87}Rb 玻色-爱因斯坦凝聚制备的超冷原子实验平台，并系统阐述了从原子俘获到量子简并的完整实验流程。我们使用三维磁光阱俘获并预冷却原子，随后通过光学黏团（偏振梯度冷却）将原子温度降至亚多普勒量级。为了将原子输运至二级 Science Cell，我们设计了由 13 对反亥姆霍兹线圈构成的磁转移系统，通过精确控制的电流时序实现原子在移动磁阱中的高效输运。磁阱蒸发冷却采用射频场扫描技术，结合 532 nm 光塞抑制马约拉纳损耗，并采用五步指数衰减的光强扫描实施光阱蒸发冷却，最终成功实现 ^{87}Rb 原子的玻色-爱因斯坦凝聚。

然后我们利用声光偏转器设计并搭建了一套周期可大范围连续调谐的手风琴光晶格系统，并成功将三维玻色-爱因斯坦凝聚体装载入单层晶格中。通过绝热改变晶格间距将原子云“压”入到了二维空间，实现了在方向束缚频率为 $2\pi\times3.85$kHz 的准二维玻色-爱因斯坦凝聚体。

接着我们将凝聚体装载入扭转双层正方晶格中，对扭转双层体系进行了详细的研究。双层是由自旋依赖光晶格和原子自旋态共同作用形成的合成维度。我们不仅实现了两组晶格扭转角度的精确调控，还首次在冷原子体系中观测到了由层间耦合诱导的莫尔条纹和莫尔动量。进一步系统性地研究了扭转双层体系下的超流相到莫特绝缘相的量子相变，揭示了一个新奇的中间相——非常规超流相。这不仅为研究扭转体系中强关联物理提供了一个新的思路，还为探索莫尔势中强相互作用下的新奇量子相创造了可能。

进一步地，我们在实验中对二维蜂巢光晶格和六角光晶格的对偶性进行了研究，其晶格势能分布遵循光学 Babinet 原理。这一部分介绍了对偶晶格、Babinet 原理、Wyckoff 位置、相位折叠和 BEC 在光晶格中的衍射理论。然后利用在强脉冲 RN 区域内的 KD 衍射打破了 Babinet 原理，并使我们能够在动量空间中清晰地分辨出蜂巢晶格和六角晶格。而在弱脉冲区域内由于 Babinet 原理我们无法区分两种晶格。在强脉冲 RN 区域内，相位折叠效应将 Wyckoff 位置的对称性差异映射到了动量空间，令

两种晶格产生了完全不同的衍射图案，从而打破了 Babinet 原理。蜂巢晶格的动量分布呈星形，而六角晶格则呈现出规则的等六边形。此外，我们还在实验上展示了通过精确调节原子的标量和矢量极化率，实现了对蜂巢、六角和三角等晶格构型的任意控制。

最后，我们介绍通过实验在强射频场驱动的 Spin-1 ^{87}Rb BEC 中实现了连续动态解耦，并将系统扩展至更大的 Floquet 空间中，系统性的研究了 Floquet 边带谱和相干动力学。通过使用弱探测场我们表征了 Floquet 缀饰态谱，并得到了相邻缀饰态之间多个一阶边带的跃迁。实验中我们发现，虽然缀饰态的本征能量关于失谐 $\Delta = 0$ 保持对称，但是边带之间的耦合强度却表现出不对称性。当红蓝失谐反转之后，共轭红边带和蓝边带的耦合强度互换。这些现象可以理解为在不同失谐下，缀饰态的本征波函数组态发生了变化，进而改变了相邻 Floquet 边带之间得磁偶极跃迁元。我们的结果为具有长时间相干性和连续驱动可调的 Floquet 缀饰态建立了一个通用的超冷原子平台。

研究展望：

我们在二维扭转双层光晶格体系中成功实现了莫尔条纹与非常规潮流相的观测，展示了超冷原子体系在二维莫尔物理方面的独特优势。在此基础上，一个自然且富有挑战性的延伸方向是将扭转结构从二维推广至三维，通过构建扭转三维光晶格，探索三维扭转体系中的新奇物态与拓扑物性。最近的理论工作很好的证明了这一体系具有非常多吸引人的研究内容，例如从二维涡旋到三维涡旋，相位关联函数的“维各向异性”莫尔能带调控，非平衡动力学与扭转诱导的拓扑淬火等[138]。

参考文献

[1] WEINBERG S. A model of leptons[J]. Physical Review Letters, 1967, 19(21): 1264.

[2] GLASHOW S L. Partial-symmetries of weak interactions[J]. Nuclear Physics, 1961, 22(4): 579-588.

[3] PHILLIPS W D, METCALF H. Laser deceleration of an atomic beam[J]. Physical Review Letters, 1982, 48(9): 596.

[4] CHU S, HOLLBERG L, BJORKHOLM J E, et al. Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure[J]. Physical Review Letters, 1985, 55(1): 48.

[5] BOSE. Plancks gesetz und lichtquantenhypothese[J]. Zeitschrift für Physik, 1924, 26(1): 178-181.

[6] EINSTEIN A. Quantentheorie des einatomigen idealen gases. zweite abhandlung[J]. Albert Einstein: Akademie-Vorträge: Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften 1914–1932, 2005: 245-257.

[7] DIRAC P A M. On the theory of quantum mechanics[J]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, 1926, 112(762): 661-677.

[8] FERMI E. Sulla quantizzazione del gas perfetto monoatomico[J]. Rendiconti Lincei, 1926, 145.

[9] DAVIS K B, MEWES M O, ANDREWS M R, et al. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms[J]. Physical Review Letters, 1995, 75(22): 3969.

[10] ANDERSON M H, ENSHER J R, MATTHEWS M R, et al. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor[J]. Science, 1995, 269(5221): 198-201.

[11] DEMARCO, B. Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas[J]. Science, 1999, 285(5434): 1703-1706.

[12] BLOCH I, DALIBARD J, ZWERGER W. Many-body physics with ultracold gases[J]. Reviews of Modern Physics, 2008, 80(3): 885-964.

[13] BLOCH I, DALIBARD J, NASCIMBENE S. Quantum simulations with ultracold quantum gases[J]. Nature Physics, 2012, 8(4): 267-276.

[14] BLUME D. Few-body physics with ultracold atomic and molecular systems in traps[J]. Reports on Progress in Physics, 2012, 75(4): 046401.

[15] GEORGESCU I M, ASHHAB S, NORI F. Quantum simulation[J]. Reviews of Modern Physics, 2014, 86(1): 153-185.

[16] COOPER N R, DALIBARD J, SPIELMAN I B. Topological bands for ultracold atoms[J]. Reviews of Modern Physics, 2019, 91(1): 015005.

[17] GREINER M, MANDEL O, ESSLINGER T, et al. Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms[J]. Nature, 2002, 415(6867): 39-44.

[18] REGAL C A, GREINER M, JIN D S. Observation of resonance condensation of fermionic atom pairs[J]. Physical Review Letters, 2004, 92(4): 040403.

[19] KRAEMER T, MARK M, WALDBURGER P, et al. Evidence for Efimov quantum states in an ultracold gas of caesium atoms.[J]. Nature, 2006, 440(7082): P.315-318.

[20] LIN Y J, JIMÉNEZ-GARCÍA K, SPIELMAN I B. Spin–orbit-coupled Bose–Einstein condensates[J]. Nature, 2011, 471(7336): 83-86.

[21] WANG P, YU Z Q, FU Z, et al. Spin-orbit coupled degenerate Fermi gases[J]. Physical Review Letters, 2012, 109(9): 095301.

[22] HUANG L, MENG Z, WANG P, et al. Experimental realization of two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases[J]. Nature Physics, 2016, 12.

[23] LU M, REID G H, FRITSCH A R, et al. Floquet engineering topological Dirac bands[J]. Physical Review Letters, 2022, 129(6):040402.

[24] FRÖLIAN A, CHISHOLM C S, NERI E, et al. Realizing a 1D topological gauge theory in an optically dressed BEC[J]. Nature, 2022, 608(7922): 293-297.

[25] WINTERSPERGER K, BRAUN C, ÜNAL F N, et al. Realization of an anomalous Floquet topological system with ultracold atoms[J]. Nature Physics, 2020, 16(10): 1058-1063.

[26] LEBLANC L J, JIMÉNEZ-GARCÍA K, WILLIAMS R A, et al. Observation of a superfluid Hall effect[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2012, 109(27): 10811-10814.

[27] SHERSON J F, WEITENBERG C, ENDRES M, et al. Single-atom-resolved fluorescence imaging of an atomic Mott insulator[J]. Nature, 2010, 467(7311): 68-72.

[28] SCHÄFER F, FUKUHARA T, SUGAWA S, et al. Tools for quantum simulation with ultracold atoms in optical lattices[J]. Nature Reviews Physics, 2020, 2(8): 411-425.

[29] FEYNMAN R P. Simulating physics with computers[M]//Feynman and Computation. cRc Press, 2018: 133-153.

[30] CIRAC J I, ZOLLER P. Goals and opportunities in quantum simulation[J]. Nature Physics, 2012, 8(4): 264-266.

[31] BLATT R, ROOS C F. Quantum simulations with trapped ions[J]. Nature Physics, 2012, 8(4): 277-284.

[32] BRITTON J W, SAWYER B C, KEITH A C, et al. Engineered two-dimensional Ising interactions in a trapped-ion quantum simulator with hundreds of spins[J]. Nature, 2012, 484(7395): 489-492.

[33] BROWAEYS A, LAHAYE T. Many-body physics with individually controlled Rydberg atoms[J]. Nature Physics, 2020, 16(2): 132-142.

[34] BERNIEN H, SCHWARTZ S, KEESLING A, et al. Probing many-body dynamics on a 51-atom quantum simulator[J]. Nature, 2017, 551(7682): 579-584.

[35] HE Y, YANG B. Recent research progress of ultracold-atom quantum simulation of Fermi-Hubbard model[J]. ACTA PHYSICA SINICA, 2025, 74(1).

[36] YANG B, SUN H, OTT R, et al. Observation of gauge invariance in a 71-site Bose–Hubbard quantum simulator[J]. Nature, 2020, 587(7834): 392-396.

[37] HOUCK A A, TÜRECI H E, KOCH J. On-chip quantum simulation with superconducting circuits[J]. Nature Physics, 2012, 8(4): 292-299.

[38] JÖRDENS R, STROHMAIER N, GÜNTER K, et al. A Mott insulator of fermionic atoms in an optical lattice[J]. Nature, 2008, 455(7210): 204-207.

[39] INOUYE S, ANDREWS M R, STENGER J, et al. Observation of Feshbach resonances in a Bose–Einstein condensate[J]. Nature, 1998, 392(6672): 151-154.

[40] CHIN C, GRIMM R, JULIENNE P, et al. Feshbach Resonances in Ultracold Gases[J]. Physics, 2008.

[41] AIDELSBURGER M, ATALA M, LOHSE M, et al. Realization of the Hofstadter Hamiltonian with ultracold atoms in optical lattices[J]. Physical Review Letters, 2013, 111(5):185301.

[42] BLOCH I. Ultracold quantum gases in optical lattices[J]. Nature Physics, 2005, 1(1): 23-30.

[43] GROSS C, BLOCH I. Quantum simulations with ultracold atoms in optical lattices[J]. Science, 2017, 357(6355): 995-1001.

[44] GIORGINI S, PITAEVSKII L P, STRINGARI S. Theory of ultracold atomic Fermi gases[J]. Reviews of Modern Physics, 2008, 80(4): 1215-1274.

[45] ZOHAR E, CIRAC J I, REZNIK B. Quantum simulations of lattice gauge theories using ultracold atoms in optical lattices[J]. Reports on Progress in Physics, 2016, 79(1): 014401.

[46] CLARK L W, FENG L, CHIN C. Universal space-time scaling symmetry in the dynamics of bosons across a quantum phase transition[J]. Science, 2016, 354(6312): 606-610.

[47] BENHEMOU A, NIXON G, DEGER A, et al. Probing quantum properties of black holes with a Floquet-driven optical lattice simulator[J]. arXiv preprint arXiv:2312.14058, 2023.

[48] LETKHOV V S, MINOGIN V G. Trapping and storage of atoms in a laser field[J]. Applied Physics, 1978, 17(1): 99-103.

[49] LETOKHOV V S. Narrowing of the Doppler width in a standing wave[J]. Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 1968, 7: 272.

[50] SALOMON G, KOEPSELL J, VIJAYAN J, et al. Direct observation of incommensurate magnetism in Hubbard chains[J]. Nature, 2019, 565(7737): 56-60.

[51] CHIU C S, JI G, BOHRDT A, et al. String patterns in the doped Hubbard model[J]. Science, 2019, 365(6450): 251-256.

[52] JEPSEN P N, AMATO-GRILL J, DIMITROVA I, et al. Spin transport in a tunable Heisenberg model realized with ultracold atoms[J]. Nature, 2020, 588(7838): 403-407.

[53] TROTZKY S, CHEINET P, FOLLING S, et al. Time-resolved observation and control of superexchange interactions with ultracold atoms in optical lattices[J]. Science, 2008, 319(5861): 295-299.

[54] SCHERG S, KOHLERT T, SALA P, et al. Observing non-ergodicity due to kinetic constraints in tilted Fermi-Hubbard chains[J]. Nature Communications, 2021, 12(1): 4490.

[55] ZEIHER J, CHOI J yoon, RUBIO-ABADAL A, et al. Coherent many-body spin dynamics in a long-range interacting Ising chain[J]. Physical Review X, 2017, 7(4): 041063.

[56] STRUCK J, WEINBERG M, ÖLSCHLÄGER C, et al. Engineering Ising-XY spin-models in a triangular lattice using tunable artificial gauge fields[J]. Nature Physics, 2013, 9(11): 738-743.

[57] ÖLSCHLÄGER M, WIRTH G, HEMMERICH A. Unconventional superfluid order in the f band of a bipartite optical square lattice[J]. Physical Review Letters, 2011, 106(1): 015302.

[58] SOLTAN-PANAHI P, LÜHMANN D S, STRUCK J, et al. Quantum phase transition to unconventional multi-orbital superfluidity in optical lattices[J]. Nature Physics, 2012, 8(1): 71-75.

[59] OZAWA H, TAIE S, ICHINOSE T, et al. Interaction-driven shift and distortion of a flat band in an optical Lieb lattice[J]. Physical Review Letters, 2017, 118(17): 175301.

[60] HAN T H, HELTON J S, CHU S, et al. Fractionalized excitations in the spin-liquid state of a kagome-lattice antiferromagnet[J]. Nature, 2012, 492(7429): 406-410.

[61] BALENTS L. Spin liquids in frustrated magnets[J]. Nature, 2010, 464(7286): 199-208.

[62] LEE K L, GREMAUD B, HAN R, et al. Ultracold fermions in a graphene-type optical lattice[J]. Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics, 2009, 80(4): 043411.

[63] GAUTHIER G, BELL T A, STILGOE A B, et al. Dynamic high-resolution optical trapping of ultracold atoms[M]//Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics: Vol. 70. Elsevier, 2021: 1-101.

[64] SCHROFF P, LA ROOIJ A, HALLER E, et al. Accurate holographic light potentials using pixel crosstalk modelling[J]. Scientific Reports, 2023, 13(1): 3252.

[65] HUECK K, MAZURENKO A, LUICK N, et al. Note: Suppression of kHz-frequency switching noise in digital micro-mirror devices[J]. Review of Scientific Instruments, 2017, 88(1).

[66] GAUTHIER G, LENTON I, MCKAY PARRY N, et al. Direct imaging of a digital-micromirror device for configurable microscopic optical potentials[J]. Optica, 2016, 3(10): 1136-1143.

[67] WILLIAMS R A, PILLET J D, AL-ASSAM S, et al. Dynamic optical lattices: two-dimensional rotating and accordion lattices for ultracold atoms[J]. Optics Express, 2008, 16(21): 16977-16983.

[68] TRYPOGEORGOS D, HARTE T, BONNIN A, et al. Precise shaping of laser light by an acousto-optic deflector[J]. Optics Express, 2013, 21(21): 24837-24846.

[69] CHOI J yoon, HILD S, ZEIHER J, et al. Exploring the many-body localization transition in two dimensions[J]. Science, 2016, 352(6293): 1547-1552.

[70] WILL S, IYER D, RIGOL M. Observation of coherent quench dynamics in a metallic many-body state of fermionic atoms[J]. Nature Communications, 2015, 6(1): 6009.

[71] PETROV D S, GANGARDT D M, SHLYAPNIKOV G V. Low-dimensional trapped gases[C]//Journal de Physique IV (Proceedings): Vol. 116. EDP sciences, 2004: 5-44.

[72] MISTAKIDIS S I, VOLOSNIEV A G, BARFKNECHT R E, et al. Few-body Bose gases in low dimensions—A laboratory for Quantum Dynamics[J]. Physics Reports, 2023, 1042: 1-108.

[73] HOHENBERG P C. Existence of long-range order in one and two dimensions[J]. Physical Review, 1967, 158(2): 383.

[74] MERMIN N D, WAGNER H. Absence of ferromagnetism or antiferromagnetism in one-or two-dimensional isotropic Heisenberg models[J]. Physical Review Letters, 1966, 17(22): 1133.

[75] HADZIBABIC Z, KRÜGER P, CHENEAU M, et al. Berezinskii–Kosterlitz–Thouless crossover in a trapped atomic gas[J]. Nature, 2006, 441(7097): 1118-1121.

[76] BEREZINSKII V. Destruction of long-range order in one-dimensional and two-dimensional systems having a continuous symmetry group I. Classical systems[J]. Sov. Phys. JETP, 1971, 32(3): 493-500.

[77] GRÜNER G. The dynamics of charge-density waves[J]. Reviews of Modern Physics, 1988, 60(4): 1129.

[78] PEIERLS R E. Quantum theory of solids[M]. Oxford University Press, 1955.

[79] SUNAMI S, SINGH V P, GARRICK D, et al. Observation of the Berezinskii-Kosterlitz-Thouless transition in a two-dimensional Bose gas via matter-wave interferometry[J]. Physical Review Letters, 2022, 128(25): 250402.

[80] KORNJAČA M, SAMAJDAR R, MACRÌ T, et al. Trimer quantum spin liquid in a honeycomb array of Rydberg atoms[J]. Communications Physics, 2023, 6(1): 358.

[81] HE P B, SUN Q, LI P, et al. Magnetic quantum phase transition of cold atoms in an optical lattice[J]. Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics, 2007, 76(4): 043618.

[82] ZHANG J Y, YI C R, ZHANG L, et al. Tuning anomalous Floquet topological bands with ultracold atoms[J]. Physical Review Letters, 2023, 130(4): 043201.

[83] GOLDMAN N, BUDICH J C, ZOLLER P. Topological quantum matter with ultracold gases in optical lattices[J]. Nature Physics, 2016, 12(7): 639-645.

[84] BOUDJEMÂA A. Unconventional superfluids of fermionic polar molecules in a bilayer system[J]. Physics Letters A, 2017, 381(20): 1745-1748.

[85] WU F, GUO G C, ZHANG W, et al. Unconventional Superfluid in a Two-Dimensional Fermi gas with Anisotropic Spin-Orbit Coupling and Zeeman fields[J]. Physical Review Letters, 2013, 110(11): 110401.

[86] LANGEN T, GEIGER R, SCHMIEDMAYER J. Ultracold atoms out of equilibrium[J]. Annu. Rev. Condens. Matter Phys., 2015, 6(1): 201-217.

[87] GOLDMAN N, JUZELIŪNAS G, ÖHBERG P, et al. Light-induced gauge fields for ultracold atoms[J]. Reports on Progress in Physics, 2014, 77(12): 126401.

[88] JOTZU G, MESSER M, DESBUQUOIS R, et al. Experimental realization of the topological Haldane model with ultracold fermions[J]. Nature, 2014, 515(7526): 237-240.

[89] GEIM A K, NOVOSELOV K S. The rise of graphene[J]. Nature Materials, 2007, 6(3): 183-191.

[90] WANG Q H, KALANTAR-ZADEH K, KIS A, et al. Electronics and optoelectronics of two-dimensional transition metal dichalcogenides[J]. Nature Nanotechnology, 2012, 7(11): 699-712.

[91] NOVOSELOV K S, GEIM A K, MOROZOV S V, et al. Electric field effect in atomically thin carbon films[J]. Science, 2004, 306(5696): 666-669.

[92] WU Y, SUN M. 2D Moiré superlattice materials: Synthesis, properties and applications[J]. Applied Materials Today, 2024, 37: 102101.

[93] CAO Y, FATEMI V, FANG S, et al. Unconventional superconductivity in magic-angle graphene superlattices[J]. Nature, 2018, 556(7699): 43-50.

[94] PROUST C, TAILLEFER L. The remarkable underlying ground states of cuprate superconductors[J]. Annual Review of Condensed Matter Physics, 2019, 10(1): 409-429.

[95] UEMURA Y J, LUKE G M, STERNLIEB B J, et al. Universal correlations between Tc and n_s/m*(carrier density over effective mass) in high-T c cuprate superconductors[J]. Physical review letters, 1989, 62(19): 2317.

[96] CARR S, MASSATT D, FANG S, et al. Twistronics: Manipulating the electronic properties of two-dimensional layered structures through their twist angle[J]. Physical Review B, 2017, 95(7): 075420.

[97] LI Z, LAI J M, ZHANG J. Review of phonons in moiré superlattices[J]. Journal of Semiconductors, 2023, 44(1): 011902.

[98] KENNES D M, CLAASSEN M, XIAN L, et al. Moiré heterostructures as a condensed-matter quantum simulator[J]. Nature Physics, 2021, 17(2): 155-163.

[99] BISTRITZER R, MACDONALD A H. Moiré bands in twisted double-layer graphene[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2011, 108(30): 12233-12237.

[100] WU F, LOVORN T, TUTUC E, et al. Hubbard model physics in transition metal dichalcogenide moiré bands[J]. Physical Review Letters, 2018, 121(2): 026402.

[101] YANKOWITZ M, CHEN S, POLSHYN H, et al. Tuning superconductivity in twisted bilayer graphene[J]. Science, 2019, 363(6431): 1059-1064.

[102] TONG Q, CHEN M, YAO W. Magnetic proximity effect in a van der Waals moiré superlattice[J]. Physical Review Applied, 2019, 12(2): 024031.

[103] TANG Y, LI L, LI T, et al. Simulation of Hubbard model physics in WSe2/WS2 moiré superlattices[J]. Nature, 2020, 579(7799): 353-358.

[104] REGAN E C, WANG D, JIN C, et al. Mott and generalized Wigner crystal states in WSe2/WS2 moiré superlattices[J]. Nature, 2020, 579(7799): 359-363.

[105] CLAASSEN M, XIAN L, KENNES D M, et al. Ultra-strong spin–orbit coupling and topological moiré engineering in twisted ZrS2 bilayers[J]. Nature Communications, 2022, 13(1): 4915.

[106]DINDORKAR S S, KURADE A S, SHAIKH A H. Magical moiré patterns in twisted bilayer graphene: A review on recent advances in graphene twistronics[J]. Chemical Physics Impact, 2023, 7: 100325.

[107]WILSON J H, FU Y, DAS SARMA S, et al. Disorder in twisted bilayer graphene[J]. Physical Review Research, 2020, 2(2): 023325.

[108]BREIT G, RABI I I. Measurement of nuclear spin[J]. Physical Review, 1931, 38(11): 2082.

[109]ESSLINGER T, BLOCH I, HÄNSCH T W. Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap[J]. Physical Review A, 1998, 58(4): R2664.

[110]BAKR W S, GILLEN J I, PENG A, et al. A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard-regime optical lattice[J]. Nature, 2009, 462(7269): 74-77.

[111]KLITZING K v, DORDA G, PEPPER M. New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance[J]. Physical Review Letters, 1980, 45(6): 494.

[112]NOVOSELOV K S, GEIM A K, MOROZOV S V, et al. Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene[J]. Nature, 2005, 438(7065): 197-200.

[113]CAO Y, FATEMI V, DEMIR A, et al. Correlated insulator behaviour at half-filling in magic-angle graphene superlattices[J]. Nature, 2018, 556(7699): 80-84.

[114]KITTEL C, MCEUEN P. Introduction to solid state physics[M]. John Wiley & Sons, 2018.

[115]FU Q, WANG P, HUANG C, et al. Optical soliton formation controlled by angle twisting in photonic moiré lattices[J]. Nature Photonics, 2020, 14(11): 663-668.

[116]HUANG C, YE F, CHEN X, et al. Localization-delocalization wavepacket transition in Pythagorean aperiodic potentials[J]. Scientific reports, 2016, 6(1): 32546.

[117]WANG P, ZHENG Y, CHEN X, et al. Localization and delocalization of light in photonic moiré lattices[J]. Nature, 2020, 577(7788): 42-46.

[118]SOLTAN-PANAHI P, STRUCK J, HAUKE P, et al. Multi-component quantum gases in spin-dependent hexagonal lattices[J]. Nature Physics, 2011, 7(5): 434-440.

[119]TARRUELL L, GREIF D, UEHLINGER T, et al. Creating, moving and merging Dirac points with a Fermi gas in a tunable honeycomb lattice[J]. Nature, 2012, 483(7389): 302-305.

[120]STRUCK J, ÖLSCHLÄGER C, LE TARGAT R, et al. Quantum simulation of frustrated classical magnetism in triangular optical lattices[J]. Science, 2011, 333(6045): 996-999.

[121]BECKER C, SOLTAN-PANAHI P, KRONJAEGER J, et al. Ultracold quantum gases in triangular optical lattices[J]. New Journal of Physics, 2010, 12(6): 065025.

[122]GUO Y, KROEZE R M, MARSH B P, et al. An optical lattice with sound[J]. Nature, 2021, 599(7884): 211-215.

[123]SEBBY-STRABLEY J, ANDERLINI M, JESSEN P S, et al. Lattice of double wells for manipulating pairs of cold atoms[J]. Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics, 2006, 73(3): 033605.

[124]SANTOS L, BARANOV M A, CIRAC J I, et al. Atomic quantum gases in Kagomé lattices[J]. Physical review letters, 2004, 93(3): 030601.

[125]JO G B, GUZMAN J, THOMAS C K, et al. Ultracold atoms in a tunable optical kagome lattice[J]. Physical review letters, 2012, 108(4): 045305.

[126]LIM L K, FUCHS J N, PIÉCHON F, et al. Dirac points emerging from flat bands in Lieb-kagome lattices[J]. Physical Review B, 2020, 101(4): 045131.

[127]TAIE S, OZAWA H, ICHINOSE T, et al. Coherent driving and freezing of bosonic matter wave in an optical Lieb lattice[J]. Science Advances, 2015, 1(10): e1500854.

[128]MANDEL O, GREINER M, WIDERA A, et al. Controlled collisions for multi-particle entanglement of optically trapped atoms[J]. Nature, 2003, 425(6961): 937-940.

[129]TARNOWSKI M, ÜNAL F N, FLÄSCHNER N, et al. Measuring topology from dynamics by obtaining the Chern number from a linking number[J]. Nature Communications, 2019, 10(1): 1728.

[130]HECHT E. Optics, 5e[M]. Pearson Education India, 2002.

[131]NESPOLO M. International Tables for Crystallography, Volume A, Space-group symmetry. Edited by Mois I. Aroyo. Wiley, 2016. Pp. xxi+ 873. Price GBP 295.00, EUR 354.00 (hardcover). ISBN 978-0-470-97423-0.[J]. Foundations of Crystallography, 2017, 73(3): 274-276.

[132]KOOI S, VAN MIERT G, ORTIX C. The bulk-corner correspondence of time-reversal symmetric insulators[J]. npj Quantum Materials, 2021, 6(1): 1.

[133]BRAGG W L. The diffraction of short electromagnetic waves by a crystal[J]. Scientia, 1929, 23(45).

[134]BÉGUIN A, RODZINKA T, VIGUÉ J, et al. Characterization of an atom interferometer in the quasi-Bragg regime[J]. Physical Review A, 2022, 105(3): 033302.

[135]KOZUMA M, DENG L, HAGLEY E W, et al. Coherent splitting of Bose-Einstein condensed atoms with optically induced Bragg diffraction[J]. Physical Review Letters, 1999, 82(5): 871.

[136]GADWAY B, PERTOT D, REIMANN R, et al. Analysis of Kapitza-Dirac diffraction patterns beyond the Raman-Nath regime[J]. Optics Express, 2009, 17(21): 19173-19180.

[137]WEN K, MENG Z, WANG P, et al. Observation of sub-wavelength phase structure of matter wave with two-dimensional optical lattice by Kapitza-Dirac diffraction[J]. Scientific Reports, 2020, 10(1): 5870.

[138]WANG C, GAO C, ZHANG J, et al. Three-dimensional moiré crystal in ultracold atomic gases[J]. Physical Review Letters, 2024, 133(16): 163401.

攻读学位期间取得的研究成果

[1]**Fangde Liu**, Wei Han, Yunda Li, Feifan Zhao, Liangchao Chen, Lianghui Huang, Pengjun Wang, Zengming Meng†, and Jing Zhang‡. Distinguishing dual lattices by strong-pulse matter-wave diffraction. **Physical Review A, 2026, 113(1): L011302.**

[2]**Fangde Liu**, Mingqing Yuan, Xinjiang Yao, Yunda Li, Feifan Zhao, Jiahao Wang, Zhuxiong Ye, LiangchaoChen, Lianghui Huang, Pengjun Wang, Wei Han*,Jing Zhang†and Zengming Meng‡. Asymmetric Floquet sidebands with long-lived symmetric coherence under spin-1 BEC continuous dynamical decoupling.(**Submit to Physical Review A**)

[3]**Fangde Liu**, Feifan Zhao, Yunda Li, Wenxin Yang, Xinjiang Yao, Wei Han, Zengming Meng†, Jing Zhang‡. Experimental study of TeO2 anomalous acousto-optic deflector for manipulating neutral atom arrays. **Acta Physica Sinica, 2025, 74(16): 164210.**

[4]Zengmin Meng, Liangwei Wang, Wei Han, **Fangde Liu**, Kai Wen, Chao Gao, Pengjun Wang, Cheng Chin & Jing Zhang*. Atomic Bose–Einstein condensate in twisted-bilayer optical lattices. **Nature, 2023, 615(7951): 231-236.**

[5]Feifan Zhao*, **Fangde Liu***, Yunda Li, Mingqing Yuan, Xinjiang Yao, Jiahao Wang, Zhuxiong Ye, Liangchao Chen, Lianghui Huang, Pengjun Wang, Wei Han†, and Zengmin Meng‡. DMD-based programmable beam shaping for optical-potentialengineering. ***Photonics* 2025, *12*, 114.**

[6]Liangwei Wang, Kai Wen, **Fangde Liu,** Yunda Li, Pengjun Wang, Lianghui Huang, Liangchao Chen, Wei Han, Zengming Meng†, and Jing Zhang‡. Experimental realization of two-dimensional single-layer ultracold gases of 87Rb in an accordion lattice. **Chin. Phys. B, 2022,31 (10):103401.**

[7]Wang Liang-Wei, Liu Fang-De, Li Yun-Da, Han Wei, Meng Zeng-Ming, Zhang Jing. Construction of two-dimensional arbitrary shape ^{87}Rb atomic array based on spatial light modulator[J]. ***Acta Physica Sinica*, 2023, 72(6): 064201.**

[8]Zhou Fang, Wen Kai, Wang Liang-Wei, **Liu Fang-De**, Han Wei, Wang Peng-Jun, Huang Liang-Hui, Chen Liang-Chao, Meng Zeng-Ming†, Zhang Jing‡. Experimental study of coherent manipulation in 87Rb Bose-Einstein condensate with phase difference of

double stimulated Raman adiabatic passage. **Acta Physica Sinica, 2021, 70(15): 154204.**

[9]Wenxin Yang, Yunda Li, **Fangde Liu**, Feifan Zhao, Xinjiang Yao, Pengjun Wang, Lianghui Huang, Liangchao Chen, Wei Han, Zengming Meng*. High-Precision Calibration of Optical Lattice Trap Depth for Ultracold Atoms. **Acta Optica Sinica, 2025, 45(7): 0702001.**

致　谢

十年光阴，倏忽而过。从初入山大校园的青涩本科生，到如今即将博士毕业，这段求学历程，几乎占据了我人生中最重要的一段青春。回望这十年，时间仿佛在日复一日的学习与研究中悄然流逝，而当真正走到写下这篇致谢的时刻，才突然意识到这段漫长而珍贵的旅程已经接近终点。这十年不仅是一段学术探索的道路，更是一段成长与蜕变的旅程。一路走来，离不开许多师长、同学、朋友和家人的支持与陪伴。正因为有他们的鼓励与帮助，这段看似漫长的求学之路才显得格外充实而温暖。

首先，我要衷心感谢我的导师张靖老师。在整个博士阶段的学习与研究过程中，张老师以深厚的学术造诣和严谨的科研态度给予了我持续而细致的指导。张老师在科研上的敏锐洞察力和扎实的理论功底令我深受敬佩，他总能从复杂的问题中迅速抓住关键，并提出极具启发性的思路与建议。与此同时，张老师对科学问题始终保持着强烈的好奇心和钻研精神，无论是在理论推导还是实验细节上，都展现出极高的专注度与严谨态度。在与张老师的长期交流与合作中，我不仅在学术能力上得到了系统的训练，也逐渐体会到科研工作所需要的耐心、专注与责任感。张老师对问题精益求精的态度、对学术严谨性的坚持，以及对学生耐心细致的指导，都对我的成长产生了深远的影响。在此谨向张老师致以最诚挚的感谢与敬意。

我还要衷心感谢我的第二导师孟增明老师。在课题研究和论文撰写的过程中，孟老师始终以认真严谨的工作态度给予我悉心指导。无论是在学术讨论中对问题的深入分析，还是在细节上的耐心讲解，孟老师总是能够以清晰而细致的方式帮助我理解复杂的问题，使我受益匪浅。孟老师做事一丝不苟、严谨细致的态度给我留下了深刻的印象，也在潜移默化中影响了我对科研工作的认识。在与孟老师的交流和学习过程中，我逐渐体会到科研不仅需要想法与能力，更需要耐心、专注与对细节的重视。孟老师的认真与细心，为我的科研训练树立了重要的榜样。在此谨向孟老师致以诚挚的感谢与敬意。

我还要特别感谢苏晓龙老师。何其有幸能获得苏老师的认可与信任，给我进入博士生涯的机会，为我开启了通往高水平科研殿堂的大门。正是因为苏老师给我的这个宝贵机会，我才得以在过去的数年里尽情追寻自己的学术梦想。这份知遇之情，我将永记于心。

我还要特别感谢我在苏黎世联邦理工学院交流期间的导师许文超老师（Prof.

Wenchao Xu）。在那段宝贵的学习与合作经历中，许老师不仅是严谨负责的导师，更像是一位亦师亦友的长者，对我的成长产生了深刻而长远的影响。许老师在科研问题上总能从更高的视角提出深刻而富有启发性的见解；同时，他在研究工作中展现出的严谨态度与细致作风，也让我深刻体会到高水平科研应有的标准与追求。在日常交流中，许老师总是以极大的耐心解答我的各种问题，无论是理论推导中的细节，还是研究思路上的困惑，他都愿意花时间与我反复讨论、逐步梳理。许老师非常善于启发式地与学生交流，他鼓励开放的讨论氛围，总能在轻松而深入的交流中激发新的想法。在与他的长期讨论与学习中，我不仅在专业知识和科研能力上收获颇丰，也逐渐学会如何更加严谨且系统地思考科学问题。在此谨向许老师致以最诚挚的感谢与敬意。

此外，我还要由衷地感谢实验室里陪伴我度过无数科研日夜的兄弟姐妹们。感谢靳元彬、李东豪、文凯、米成栋、边国旗、李子亮、王良伟、Sadiq Nawaz Khan、周方、闫江伟师兄和师振莲师姐的领路之恩。在我刚进入课题组、对科研还懵懂无知时，是你们给予我实验操作上悉心的指导。你们严谨的学术态度和无私的帮助，为我的科研之路奠定了坚实的基础，也让我少走了许多弯路。感谢同届同窗的并肩作战。感谢常昊博、苗杰、聂亮、王星宇和 Shah Jee Rahman。何其有幸能与你们成为同级挚友，从课程学习到课题攻关，从深夜攻克代码到面对实验数据一筹莫展时的互相打气，我们共同经历了无数次挫折，也共享了每一次突破的喜悦。那些在实验室并肩熬过的夜，以及无数次思维碰撞的讨论，不仅丰富了我的科研生活，更是我博士生涯中最珍贵的回忆。感谢师弟师妹的鼎力支持与带来的朝气。感谢同为光晶格实验平台的李云达、杨雯馨、赵非凡、王永腾、刘澍、袁铭清、王佳豪、姚新江，感谢你们在日常实验、数据采集以及日常事务中对我的大力协助，同样感谢张越、顾正宇、高晨力、单标、王彦、丁培波、贾甜、龚琳善、赵宇航、杨雅婧、余浩坤、周暄胜、王亚洲、陈卫、冯嘉煜、张纯瑶、冯佳、梁新浩、申嘉辉、韩明康，你们的加入为课题组带来了无尽的活力与朝气。在与你们的交流与讨论中，也常常促使我反思与成长。在此，我还要特别感谢我在国外合作团队中的成员们，感谢 Franklin Vivanco、Tao Alex Zheng、Luis Fernandez Martinez、王子华、陈涛、张湛川、Majid Zahedian、何千龙。感谢你们在我身处异国他乡时，在工作和生活上给予我的包容、照顾与无私帮助。那些激情的学术讨论与思想碰撞，不仅极大地拓宽了我的研究思路，也成为了我博士阶段宝贵的经历。谢谢你们每一个人，祝愿大家未来在各自的科研与人生道路上都顺遂无忧，前程似锦！

最后，我要将最深、最诚挚的谢意，献给默默守护在我身后的家人与爱人。感谢

我的父母。二十余载寒窗苦读，是父母用最朴实的爱、无私的奉献和默默的操劳，为我撑起了一片自由追寻梦想的天空。你们或许不懂我的研究课题，但你们给予了我最毫无保留的信任、理解与包容。正是你们毫无怨言的付出，才成就了今天的我。这份恩情，重若泰山，我将用一生去感恩与回报。感谢我的女朋友张晓然。感谢同为科研人的你，给我的理解与共鸣。你在这段漫长、高压的博士旅程中，给予我最温柔的陪伴与最坚定的支持。你包容了我因科研而无暇顾及的许多瞬间，用你的温暖丰富了我的学术生活。这封博士学位论文里，凝聚着我的汗水，更刻满了你的陪伴与付出。何其有幸，在追逐梦想的路上能与你携手同行，愿执子之手，共赴未来的每一个春夏秋冬。

个人简况及联系方式

个人简况：

姓名：刘方德　　性别：男

出生日期：1997.09　　籍贯：浙江省永嘉县

教育经历

2020.09-2026.07　山西大学光电研究所　博士　　导师：张靖教授

2023.03-2024.08　苏黎世联邦理工学院　访问学者　导师：Prof. Wenchao Xu

2016.09-2020.07　山西大学　物理学（国家基地班）　学士

联系方式：

电子信箱：foundwf@foxmail.com

承　诺　书

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是在导师指导下独立完成的，学位论文的知识产权属于山西大学。如果今后以其他单位名义发表与在读期间学位论文相关的内容，将承担法律责任。除文中已经注明引用的文献资料外，本学位论文不包括任何其他个人或集体已经发表或撰写过的成果。

作者签名：

20　年　月　日

学位论文使用授权声明

本人完全了解山西大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关机关或机构送交论文的复印件和电子文档，允许论文被查阅和借阅，可以采用影印、缩印或扫描等手段保存、汇编学位论文。同意山西大学可以用不同方式在不同媒体上发表、传播论文的全部或部分内容。

保密的学位论文在解密后遵守此协议。

作者签名：

导师签名：

20　年　月　日